

送分題 — Hello World

(30 分)

前言

比賽開始了！

趕快驗證一下，

網路是否設定正確？

上傳競賽程式是否順利？

程式解答是否用 `STDOUT` 輸出？

都沒問題，30 分就到手了！ 繼續 ... 衝！衝！衝！

問題描述

請寫一個程式輸出 Hello World!

輸入格式

本題無需輸入值

輸出格式

[A~Z][a~z], 空格, 以及及常用英文符號。

資料範圍

英文[A~Z][a~z], 空格, 以及驚嘆號“!”

資料範例

輸入範例 1

(無輸入值)

輸出範例 1

Hello World!

範例解釋

輸入範例 1, 無輸入值，簡單而快樂的輸出 Hello World!

問題 1 - 猜數字遊戲 (1_Guess)

(10 分)

問題敘述

小明想寫一個程式 – 猜數字遊戲，遊戲的規則是：

1. 謎底範圍由 012 到 987，不可重覆的三位數字，可以 0 開頭。

2. 猜的 3 位數字，各個數字若與謎底位置相同算 A, 不相同算 B,

例如：輸入 123，而謎底是 320，則提示 1A1B。

3. 所有可能的提示有 9 種，分別為：

0A0B

0A1B

0A2B

1A0B

1A1B

2A0B

0A3B

1A2B

3A0B

4. 一定從 012 開始猜，

5. 第二次開始，必須根據前次的提示，找出最小合理解來猜，直到解出謎底。

所謂“最小合理解”是指，所有符合提示的數字中最小的那個。

請你幫小明從猜過多次數字後，得到的所有提示中，求出下一個要猜的 (最小合理解) 數字。

輸入格式

以逗號分隔的猜數字提示。

輸出格式

下一個會猜的 3 位數字

資料範圍

012 ~ 987，每個數字不重覆的 720 個數字。不包含任何造成沒有解答的回答。

資料範例

輸入範例 1

0A1B,0A1B

輸出範例 1

245

範例 1 說明

一開始猜 012 提示 0A1B,
第二次猜 134 提示 0A1B,
則第三次猜的數字 (最小合理解) 是 245。

輸入範例 2

0A1B, 2A0B, 2A0B, 2A0B, 2A0B, 2A0B

輸出範例 2

139

輸入範例 3

0A0B, 0A0B, 0A2B, 2A0B

輸出範例 3

789

問題 2 - 行列式 (2_Determinant)

(10 分)

問題敘述

行列式(Determinant)是一個數學函數，從一個 $n \times n$ 矩陣 A 算出一個數，記作 $\det(A)$ 。他可以代表立體在 n 維空間中的體積。

$\det(A)$ 是可以遞迴定義的，

$$\begin{cases} \det([a_{11}]) = a_{11} \\ \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n (-1)^{(i+1)} a_{1i} \cdot \det \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \end{cases}$$

以 $n=3$ 為例：

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} &= a_{11} \cdot \det \begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - a_{12} \cdot \det \begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} + a_{13} \cdot \det \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \\ \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) \end{aligned}$$

請寫一支程式計算 $n \times n$ 矩陣的行列式。

輸入格式

N
 $a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1N}$
 $a_{21} \ a_{22} \ \dots \ a_{2N}$
 \dots
 $a_{N1} \ a_{N2} \ \dots \ a_{NN}$

輸入第一行正整數 N , 代表矩陣為 $N \times N$ 。

第二行起, 共會有 N 行輸入, 每一行有 N 個正整數, 代表矩陣的元素, 以空白分隔。

輸出格式

矩陣的行列式 D

資料範圍

$1 \leq N \leq 15$

矩陣大小 N : 小於或等於 15 的正整數

$-3 \leq a_{mn} \leq 3 (m, n=1 \sim N)$

矩陣的元素: 介於正負 3 間的整數

資料範例

輸入範例 1

```
2
3 2
2 -1
```

輸出範例 1

```
-7
```

輸入範例 2

```
3
1 0 0
0 1 0
0 0 1
```

輸出範例 2

```
1
```

輸入範例 3

```
4
0 1 -2 1
2 2 -2 -1
2 3 -1 0
1 2 -1 2
```

輸出範例 3

```
-9
```

範例解釋

範例輸出 1,

$$3 * (-1) - 2 * 2 = -7$$

範例輸出 2,

$$1(1-0) - 0(0-0) - 0(0-0) = 1$$

範例輸出 3,

$$0 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} - 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} - 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = -9$$

問題 3 – 雜耍(3_Juggle)

(15 分)

問題敘述

一位手上有 5 顆球的小丑，可以用許多不同的方法來拋擲。例如：不斷用右手將球丟高，同時用左手一一接住掉落的球，並傳給右手；或是左右手輪流接住手邊的球，並向上拋給另一隻手。而當球數變多的時候，可以用的方法也愈來愈複雜，大家為了描述這些複雜的方法，發明了一種記號，稱為「換位記號」。

換位記號由一串正整數，表示，例如：9 1 或 5 或 3 4 5 等等.....

每個數字代表球停留在空中的拍數，9 代表停留 9 拍；1 代表停留 1 拍。

小丑會用兩手交替反覆，依節拍將球拋出，以 3 4 5 為例：

1. 用右手接住掉落的球，將球拋出，使球在 3 拍後落下(拋給 $1+3=4$.)
2. 用左手接住掉落的球，將球拋出，使球在 4 拍後落下(拋給 $2+4=6$.)
3. 用右手接住掉落的球，將球拋出，使球在 5 拍後落下(拋給 $3+5=8$.)
4. 用左手接住掉落的球，將球拋出，使球在 3 拍後落下(拋給 $4+3=7$.)
5. 用右手接住掉落的球，將球拋出，使球在 4 拍後落下(拋給 $5+4=9$.)
6. 用左手接住掉落的球，將球拋出，使球在 5 拍後落下(拋給 $6+5=11$.)
7. 用右手接住掉落的球，將球拋出，使球在 3 拍後落下(拋給 $7+3=10$.)
8. ...

...

一組合法的換位記號，可以讓小丑在每一拍都恰好接到一顆球，以上面的 3 4 5 為例：

- 在第 $3n+1$ 拍，他會接到第 $3n-2$ 拍拋出的 1 號球，並將 1 號球拋給第 $3n+4$ 拍；
- 在第 $3n+2$ 拍，他會接到第 $3n-3$ 拍拋出的 2 號球，並將 2 號球拋給第 $3n+6$ 拍；
- 在第 $3n+3$ 拍，他會接到第 $3n-1$ 拍拋出的 3 號球，並將 3 號球拋給第 $3n+8$ 拍；
- 在第 $3n+4$ 拍，他會接到第 $3n+1$ 拍拋出的 1 號球，並將 1 號球拋給第 $3n+7$ 拍；
- 在第 $3n+5$ 拍，他會接到第 $3n$ 拍拋出的 4 號球，並將 4 號球拋給第 $3n+9$ 拍；

由於 $3n+6$ 以後的每一步都能接到球，所以 3 4 5 是一組合法的換位記號，能夠拋 4 顆球。

請你寫一支程式，判斷一組合法的換位記號能夠拋幾顆球。（不考慮不合法的換位記號）

輸入格式

N

$a_1 a_2 \dots a_N$

第一行有一個正整數 N，代表換位記號有 N 個數字。

第二行有 N 個正整數，代表一組合法的換位記號，數字以空白分隔。

輸出格式

能拋的球數 B

資料範圍

$1 \leq N \leq 100$

記號長度 N : 小於或等於 100 的正整數

$0 < a_n \leq 500$ ($n=1 \sim N$)

停留的拍數: 小於或等於 500 的正整數

資料範例

輸入範例 1

3

3 4 5

輸出範例 1

4

輸入範例 2

2

9 1

輸出範例 2

5

輸入範例 3

1

3

輸出範例 3

3

範例解釋

範例輸出 1,
如問題敘述

範例輸出 2,

在第 $2n+1$ 拍，他會接到第 $2n$ 拍拋出的 1 號球，並將 1 號球拋給第 $2n+10$ 拍；

在第 $2n+2$ 拍，他會接到第 $2n-7$ 拍拋出的 2 號球，並將 2 號球拋給第 $2n+3$ 拍；

在第 $2n+3$ 拍，他會接到第 $2n+2$ 拍拋出的 2 號球，並將 2 號球拋給第 $2n+12$ 拍；

在第 $2n+4$ 拍，他會接到第 $2n-5$ 拍拋出的 3 號球，並將 3 號球拋給第 $2n+5$ 拍；

在第 $2n+5$ 拍，他會接到第 $2n+4$ 拍拋出的 3 號球，並將 3 號球拋給第 $2n+14$ 拍；

在第 $2n+6$ 拍，他會接到第 $2n-3$ 拍拋出的 4 號球，並將 4 號球拋給第 $2n+7$ 拍；

在第 $2n+7$ 拍，他會接到第 $2n+6$ 拍拋出的 4 號球，並將 4 號球拋給第 $2n+16$ 拍；

在第 $2n+8$ 拍，他會接到第 $2n-1$ 拍拋出的 5 號球，並將 5 號球拋給第 $2n+9$ 拍；

在第 $2n+9$ 拍，他會接到第 $2n+8$ 拍拋出的 5 號球，並將 5 號球拋給第 $2n+18$ 拍；

在第 $2n+10$ 拍，他會接到第 $2n+1$ 拍拋出的 1 號球，並將 1 號球拋給第 $2n+11$ 拍；

共計 5 顆球

範例輸出 3,

在第 $n+1$ 拍，他會接到第 $n-2$ 拍拋出的 1 號球，並將 1 號球拋給第 $n+4$ 拍；

在第 $n+2$ 拍，他會接到第 $n-1$ 拍拋出的 2 號球，並將 2 號球拋給第 $n+5$ 拍；
在第 $n+3$ 拍，他會接到第 n 拍拋出的 3 號球，並將 3 號球拋給第 $n+6$ 拍；
共計 3 顆球

問題 4 - 點燈遊戲 (4_Lightbulb)

(15 分)

問題敘述

殿王是個天才兒童，他除了貓咪和蝴蝶外，最喜歡的就是亮亮的燈泡了。今天他看到了一排燈泡以及相同個數的一排開關，編號分別都是 $1 \sim n$ ，其中有些燈是亮的，有些燈是暗的。他決定把所有燈泡都變成亮的。但這些開關很特別，當你按下編號為 i 的開關的時候，所有編號是 i 的正因數（包含 1 和 i ）的燈泡都會改變狀態，也就是亮的變暗的，暗的變亮的。天才的殿王當然馬上就找到了能將所有燈泡都點亮的方法，於是他想要考考你，最少需要按幾次開關，才能將所有燈泡都點亮呢？

輸入格式

n

$a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n$

輸入第一行有一個正整數 n ，代表有幾個燈泡和按鈕。

第二行有 n 個數字 $a_1 \sim a_n$ ，全部都是 0 或 1 ，其中 $a_i=0$ 代表編號為 i 的燈泡一開始是暗的， $a_i=1$ 代表編號為 i 的燈泡一開始是亮的。

輸出格式

k

輸出一行包含一個整數 k ，代表至少需要按幾次開關才能讓所有燈泡都變成亮的。

資料範圍

$1 \leq n \leq 100000$

$a_i = 0$ 或 1

資料範例

輸入範例 1

4

1 1 1 0

輸出範例 1

2

範例解釋 1

先按編號為 2 (正因數： $1, 2$) 的開關，因此第 $1, 2$ 個燈泡改變狀態

1 1 1 0 \rightarrow 0 0 1 0

再按編號為 4 (正因數： $1, 2, 4$) 的開關，因此第 $1, 2, 4$ 個燈泡改變狀態

0 0 1 0 \rightarrow 1 1 1 1

按 2 次開關，就點亮所有燈了，且沒有只按一次就能點亮所有燈的方法。

輸入範例 2

5
1 1 1 1 1

輸出範例 2

0

範例解釋 2

一開始就所有燈泡都是亮的，所以一次開關都不用按。

輸入範例 3

10
0 0 1 1 0 1 1 1 1 0

輸出範例 3

1

範例解釋 3

按一次編號為 10 的開關，就會將編號為 1,2,5,10 的燈泡都變成亮的，就點亮所有燈泡了。

問題 5 - 窮舉練習-組合(5_Combination)

(15 分)

問題敘述

從一串文字中挑出某個字數的組合有多少種?你能窮舉所有組合嗎

輸入格式

1. 第一行一個完全由字元0~9所組成的字串**S**。
2. 第二行一個數字**N**
3. 第三行一個數字**K**

輸出格式

1. 第一行:從**S**中選出**N**個字總共有多少種可能的組合。
2. 第二行:排在第**K**個組合的代表字串

輸出說明

1. 只要同字元組成的都為同一組合, 所以 (3, 0, 5) (5, 0, 3) (0, 5, 3) ... 都是同組合, 只算一個。(就是一般排列組合的標準定義)
2. 對任一組合, 將他們字元由小到大排出來的字串, 稱為此組合的**代表字串**。力如前例 (3, 0, 5) 的代表字串就是 035。同理 (2, 5, 2, 0, 1) 的代表字串為 01225。
3. 所謂排第 **K** 個的組合, 就是將**代表字串**所代表數字, 由小到大排序後, 排在第 **K** 位置的那個組合(見範例 1 說明)

資料範圍

- S** 總長度不超過 80
- N** 不超過 15
- K** 不超過總組合數

資料範例

輸入範例 1

907
2
2

輸出範例 1

3
09

範例 1 說明

從 709 這字串選 2 的字元出來的組合有 (9, 0) (0, 7), (9, 7) 三種。因此第一行輸出 3。

這三個組合的代表字串分別為 09, 07, 79. 小到大排序後為 07, 09, 79. 也就是說第 1 個組合 07, 第 2 個組合 09, 第 3 個組合 79. 依題目要輸出第 2 個, 所以第二行輸出 09.

輸入範例 2

6699609999

3

4

輸出範例 2

7

666

範例 2 說明

從輸入字串 6699609999 中選 3 個字的組合有 7 種, 依小到大順序為 066, 069, 099, 666, 669, 699, 999. 排第 4 的為 666

輸入範例 3

21098584

1

5

輸出範例 3

7

5

範例 3 說明

選 1 個字有 0, 1, 2, 4, 5, 8, 9 這 7 種, 排第 5 的為 5

輸入範例 4

254523782822032421053239628367438505694907

15

230304

輸出範例 4

271057

22222225557888

範例 4 說明

從這字串中選 15 個字出來的組合有 27 萬多種(其他範例還有更多), 如果把全部組合選出後再排序, 有可能超出執行限制時間, 請注意.

問題 6 – 紅娘聯誼社(6_Pairs)

(20 分)

問題敘述

紅娘聯誼社專門為男女士安排交誼活動，並安排配對。在每次交誼活動後，參加者可以表達對若干個異性願意交往，並分別註明意願值。

如果將某二人配對，就會以此二人互給意願值中較低的，當成此配對的匹配分數。例如男士 13 號對女士 7 號交往意願值 9，而女士 7 號對男士 13 號交往意願值 10，因為其中意願值較低的為 9，所以若將這兩人配成對，將會得到 9 分的匹配分數。

在每個人最多只能與一個異性配對的狀況下，紅娘聯誼社希望配對出最高的匹配分數總合。你能幫他寫程式來配對，並計算出最高總匹配分數嗎？

輸入格式

1. 每一行就是一個參加者所繳交的意願卡，格式如下：

填卡人[空格]編號,意願值[空格]編號,意願值[空格]編號,意願值...

填卡人的格式為：性別(男M女F)接自己的編號，例如M13代表男士13號，F7代表女士7號。空格之後為填卡人所願意交往對象(異性)的編號與意願值(中間以逗點分開)。如果願意交往的異性不只一位，以空格分隔後繼續接編號與意願值，直到他(她)願意交往的所有異性列完為止。例如：

M13 1,12 3,15 7,9

這張是男士13號(M13)所交的意願卡，他願意與1號(意願值12)，3號(意願值15)，7號(意願值9)這三位女士交往。

F7 3,6 13,10

這張是女士7號(F7)所交的意願卡，他願意與3號，13號這二位男士交往，意願值分別為6,10。

2. 當輸入到某行不是以M或F開頭時，表示已經沒有意願卡了
3. 不一定每個參加者都會交意願卡(可能他都没願意交往的異性)。
4. 同一張意願卡中，編號不會有重複。參加者也不會假冒他人或交多張卡

輸出格式

3. 一個數字，最高的總匹配分數

資料範圍

1. 參加聯誼的男士與女士都不超過 100 人
2. 每人表達願意交往的異性人數不超過 10 人
3. 意願分數為 1~20 的整數

資料範例

輸入範例 1

M1 1,15 3,12

M2 1,13 2,12 3,11

F1 2,10

F2 2,11 3,7

F3 1,5 3,7

X

輸出範例 1

16

範例 1 說明

一到五行則分別代表了五張意願卡：

1 號男士(**M1**) 給 1 號女士(F1)15 分 給 3 號女士(**F3**)**12** 分

2 號男士(**M2**) 給 1 號女士(F1)13 分 給 **2** 號女士(**F2**)**12** 分 給 3 號女士 11 分

1 號女士(F1) 給 2 號男士(M2)10 分

2 號女士(**F2**) 給 **2** 號男士(**M2**)**11** 分 給 3 號男士(M3) 7 分

3 號女士(**F3**) 給 1 號男士(**M1**) **5** 分 給 3 號男士(M3) 7 分

依此資料可知

(M2,F2):11 2 號男士(M2)與 2 號女士(F2)配對,會有匹配分數 **11**

(M1,F3):5 1 號男士(M1)與 3 號女士(F3)配對會有匹配分數 5

這兩組匹配分數合計 16. 這每人最多只配對 1 次狀況下總分最高的 - 其他配對組合都小於這組配對. 所以輸出 16

輸入範例 2

M1 3,8 5,10 6,18 7,3 8,17 9,9 10,19 11,17

M2 1,3 4,12 5,9 6,13 7,2 8,9 10,16 11,3

M3 6,4 8,12 9,2 10,9 11,11

M4 3,10 5,4 6,1 7,17 9,5 10,6 11,1

F1 1,19 2,13 3,3 4,4

F2 1,6 2,2 3,1 4,9

F3 1,20 4,3

F5 1,14 4,13

F6 3,19 4,4

F7 1,10 2,2

F8 2,8 3,7 4,5

F9 1,19 3,15 4,16

F11 2,9 3,15 4,15

X

輸出範例 2

34

範例 2 說明

最高總匹配分 34, 如以下配對

(M1, F5) : 10

(M2, F8) : 8

(M4, F9) : 5

(M3, F11) : 11

輸入範例 3

M1 2,9 4,6 6,9
M2 4,1 5,13 6,18
M3 2,16 3,1 4,19 5,16 6,18
M4 4,6 5,15 6,14
M5 1,19 2,18 6,13
M6 3,16
M7 2,6 3,8 4,7 5,14 6,20
M8 2,14 4,2 5,17 6,20
M9 1,2 3,7 4,11 6,2
M10 3,8 4,1 5,20
M11 2,17 3,5 4,1 5,16 6,1
M12 1,20 2,6 3,11 4,14 5,6 6,3
M13 3,12 4,5
M14 3,5 4,19 5,10 6,16
M15 1,2 3,2 4,18 5,5 6,4
M16 1,10 2,18 3,8 4,16 5,13 6,3
M17 4,4
F1 7,14 12,3 15,11 16,6
F2 1,15 11,8 16,10 17,11
F3 9,10 11,3 15,2
F4 1,10 7,3 8,16 14,7 15,5 16,16
F5 3,13 4,12 15,17
F6 2,3 14,14 15,12 16,11
X

輸出範例 3

62

範例 3 說明

最高總匹配分 62，如以下配對

$(M12, F1) : 3$

$(M1, F2) : 9$

$(M9, F3) : 7$

$(M16, F4) : 16$

$(M3, F5) : 13$

$(M14, F6) : 14$