

---

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS  
DEPARTAMENTO DE ASTROFÍSICA Y CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA

---

## **FORMACIÓN ESTELAR EN GALAXIAS DOMINANTES DE CÚMULOS**

**Nicolás Cardiel López  
Madrid, 1999**



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS  
DEPARTAMENTO DE ASTROFÍSICA Y CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA

**FORMACIÓN ESTELAR EN GALAXIAS  
DOMINANTES DE CÚMULOS**

Dirigido por  
D. Javier Gorgas García  
Profesor Titular de E.U.  
Universidad Complutense de Madrid

Memoria presentada por  
D. Nicolás Cardiel López  
para aspirar al grado de  
Doctor en Ciencias Físicas  
Madrid, Septiembre 1999



*A mi familia.*



*I've seen things you people wouldn't believe.  
Attack ships on fire off the shoulder of Orion.  
I watched C-beams glitter in the dark near Tannhauser gate.*

*All those moments will be lost in time,  
like tears in rain.*

“Tears in rain”  
Blade Runner (1982)



# ÍNDICE

<b>Índice</b>	i
<b>Agradecimientos</b>	vii
<b>Prefacio</b>	xii
<b>1 Introducción</b>	1
1.1 Las galaxias dominantes de cúmulos y su entorno . . . . .	1
1.1.1 Cúmulos de galaxias . . . . .	1
1.1.2 Galaxias dominantes de cúmulos . . . . .	4
1.2 Emisión en rayos X: <i>cooling flows</i> . . . . .	10
1.2.1 Los cúmulos de galaxias como fuentes en rayos X . . . . .	11
1.2.2 <i>Cooling flows</i> . . . . .	13
1.2.3 Modelos alternativos a los <i>cooling flows</i> . . . . .	21
1.2.4 Destino final de los <i>cooling flows</i> . . . . .	21
1.2.5 Formación estelar en CCGs inmersas en <i>cooling flows</i> : trabajos anteriores . . . . .	27
1.3 Objetivos de este trabajo . . . . .	33
<b>2 Errores aleatorios en la medida de índices</b>	37
2.1 Introducción . . . . .	38
2.2 Definiciones . . . . .	39
2.3 La estadística de fotones . . . . .	42
2.4 Propagación de los errores en la reducción . . . . .	44
2.5 Simulaciones numéricas . . . . .	46
2.5.1 Reproduciendo una distribución de probabilidad . . . . .	46

2.5.2	Generando una distribución de probabilidad gaussiana . . . . .	47
2.5.3	Un caso práctico: HR 3428 . . . . .	47
2.6	Fórmulas analíticas: trabajos previos . . . . .	48
2.7	Las nuevas fórmulas . . . . .	52
2.7.1	Errores en los índices atómicos . . . . .	52
2.7.2	Errores en los índices moleculares . . . . .	55
2.7.3	Errores en el $D_{4000}$ . . . . .	56
2.7.4	Comparación con simulaciones numéricas . . . . .	57
2.8	Estimando errores a partir de la relación S/N . . . . .	58
2.8.1	Errores en los índices atómicos en función de la relación S/N por Å . . . . .	59
2.8.2	Errores en los índices moleculares en función de la relación S/N por Å . . . . .	63
2.8.3	Errores en el $D_{4000}$ en función de la relación S/N por Å . . . . .	64
2.9	Resumen . . . . .	66
<b>3</b>	<b>RED<sub>M</sub>C E: un nuevo paquete de reducción</b>	<b>69</b>
3.1	Introducción . . . . .	69
3.2	Descripción general . . . . .	72
3.2.1	Desarrollo . . . . .	72
3.2.2	Programas disponibles . . . . .	73
3.2.3	Esquema del proceso de reducción . . . . .	79
3.3	Contribuciones originales al proceso de reducción . . . . .	82
3.3.1	Introducción de cálculo de errores . . . . .	82
3.3.2	El problema de la discretización de la información . . . . .	82
3.3.3	Eliminación de rayos cósmicos . . . . .	88
3.3.4	Calibración en longitud de onda de imágenes sin arco . . . . .	93
3.3.5	Ajuste de <i>splines</i> con uniones móviles . . . . .	94
3.3.6	Utilización de <i>flatfields</i> de cielo con distorsión C . . . . .	96
3.3.7	Ajuste polinómico móvil . . . . .	98
3.3.8	Ajuste de superficies suaves . . . . .	101
3.3.9	Examen gráfico de las imágenes . . . . .	104
3.3.10	Medida de índices espectrales . . . . .	106
3.3.11	Otros programas . . . . .	106

3.4	Resumen . . . . .	111
<b>4</b>	<b>Calibración empírica del D<sub>4000</sub></b>	<b>115</b>
4.1	Introducción . . . . .	115
4.2	Trabajos anteriores: entendiendo el D <sub>4000</sub> . . . . .	118
4.3	La muestra de estrellas . . . . .	121
4.4	Observaciones y reducción de los datos . . . . .	122
4.5	Errores aleatorios y efectos sistemáticos . . . . .	133
4.5.1	Errores aleatorios . . . . .	133
(i)	Ruido fotónico y ruido de lectura . . . . .	133
(ii)	Calibración en flujo . . . . .	134
(iii)	Calibración en longitud de onda y corrección de velocidad radial . . . . .	135
(iv)	Fuentes adicionales de error aleatorio . . . . .	136
4.5.2	Efectos sistemáticos . . . . .	140
(i)	Resolución espectral . . . . .	140
(ii)	Sustracción del cielo . . . . .	141
(iii)	Calibración en flujo . . . . .	142
4.5.3	Errores finales . . . . .	142
4.6	Medidas del D <sub>4000</sub> . . . . .	145
4.7	Las funciones empíricas . . . . .	150
4.8	Predicciones de los modelos de síntesis evolutiva . . . . .	158
4.8.1	Modelos de síntesis evolutiva . . . . .	158
4.8.2	Predicciones de los modelos de Bruzual y Charlot . . . . .	161
4.9	Resumen . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Observaciones espectroscópicas de CCGs</b>	<b>175</b>
5.1	Muestra de objetos y campañas de observación . . . . .	176
5.2	Reducción de las observaciones . . . . .	178
5.3	Errores aleatorios . . . . .	184
5.3.1	Ruido fotónico y ruido de lectura . . . . .	184
5.3.2	Calibración en longitud de onda y distorsión C . . . . .	184
5.3.3	Cálculo de velocidades radiales . . . . .	184
5.3.4	Calibración en flujo . . . . .	186

5.4	Efectos sistemáticos . . . . .	186
5.4.1	Resolución espectral y dispersión de velocidades . . . . .	186
5.4.2	Sustracción del cielo . . . . .	187
5.4.3	Transformación de los índices a un mismo sistema espectrofotométrico . . . . .	189
	(i) El índice $D_{4000}$ . . . . .	190
	(ii) El índice $Mg_2$ . . . . .	191
5.4.4	Contaminación por líneas nebulares . . . . .	196
5.5	Índices centrales . . . . .	197
5.6	Gradientes . . . . .	199
5.7	Comparación con trabajos previos . . . . .	203
5.7.1	$D_{4000}$ . . . . .	203
5.7.2	$Mg_2$ . . . . .	205
<b>6</b>	<b>Análisis de los índices de intensidad de líneas en CCGs</b>	<b>213</b>
6.1	Índices centrales . . . . .	213
6.1.1	Correlaciones con el ritmo de deposición de masa . . . . .	213
6.1.2	El diagrama $D_{4000}$ – $Mg_2$ . . . . .	217
	(i) La secuencia de CCGs . . . . .	217
	(ii) Modelos de síntesis: edad y metalicidad . . . . .	219
	(iii) Formación estelar en CCGs . . . . .	221
	(iv) Líneas de emisión . . . . .	229
	(v) Morfología del exceso de luz azul . . . . .	231
6.2	Gradientes de $D_{4000}$ y $Mg_2$ . . . . .	232
6.2.1	Ajuste de los gradientes . . . . .	232
6.2.2	Gradientes frente a los ritmos de deposición de masa . . . . .	235
6.2.3	Intensidad y extensión de la formación estelar . . . . .	240
6.2.4	Influencia de la formación estelar en la magnitud integrada de las CCGs . . . . .	243
6.3	Líneas de emisión . . . . .	246
6.3.1	Cinemática y anchuras equivalentes . . . . .	246
6.3.2	Relación entre las líneas de emisión y la formación estelar . . . . .	250
6.4	CCGs y emisión radio . . . . .	253
6.5	Hacia un escenario único . . . . .	255

6.5.1	Reuniendo las piezas del puzzle . . . . .	255
6.5.2	Una secuencia evolutiva . . . . .	260
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>267</b>
<b>A</b>	<b>La estadística de electrones</b>	<b>271</b>
<b>B</b>	<b>Descripción técnica de RED<sub>m</sub>E<sup>UC</sup></b>	<b>275</b>
B.1	Instalación de RED <sub>m</sub> E . . . . .	275
B.1.1	Condiciones de distribución . . . . .	275
B.1.2	Requisitos . . . . .	277
B.1.3	Instalación . . . . .	277
B.1.4	Variables de entorno . . . . .	279
B.2	Descripción general . . . . .	280
B.2.1	Notación: parámetros y variables . . . . .	280
B.2.2	Convenios . . . . .	280
B.2.3	Programas, librerías y procedimientos . . . . .	282
B.2.4	Formato de las imágenes en RED <sub>m</sub> E <sup>UC</sup> . . . . .	283
B.2.5	Cabeceras de los programas . . . . .	283
B.3	Ejecución de los programas . . . . .	286
B.3.1	Ejecución directa . . . . .	286
B.3.2	Usando ficheros de comandos . . . . .	288
B.3.3	Ejecución múltiple con RUN . . . . .	290
<b>C</b>	<b>Botones con PGPlot: la librería BUTTON</b>	<b>295</b>
C.1	Instalación de la librería . . . . .	297
C.1.1	Condiciones de distribución . . . . .	297
C.1.2	Requisitos . . . . .	298
C.1.3	Instalación . . . . .	298
C.2	Utilización práctica de los botones gráficos . . . . .	299
C.3	Descripción general . . . . .	299
C.4	Subrutinas disponibles en la librería . . . . .	302
C.5	Fichero de ejemplo . . . . .	304
C.5.1	Trabajando sin ratón . . . . .	304
C.5.2	Listado del programa de ejemplo . . . . .	307

D Espectros centrales de las galaxias dominantes de cúmulos	309
E Gradientes de D <sub>4000</sub> y Mg <sub>2</sub> en las galaxias dominantes de cúmulos	321
F Perfiles radiales de la formación estelar	335
G Importancia de la formación estelar procedente de <i>cooling flows</i> en el universo local	343
Bibliografía	347

# Agradecimientos

El trabajo presentado en esta memoria es fruto de una labor desarrollada con enorme satisfacción. A ello ha contribuido decisivamente el poder aprender e investigar junto a muchas personas, a las cuales quiero reflejar en estos, siempre insuficientes, agradecimientos.

En primer lugar, deseo expresar mi total gratitud al doctor D. Javier Gorgas García, director de esta Tesis Doctoral, porque a su lado he aprendido a “hacer ciencia”, a disfrutar de la investigación, y por haberme mostrado insistente mente la importancia del trabajo cuidadoso y detallado. Investigar bajo su supervisión se convirtió, desde el primer momento, en trabajar al lado de un excelente maestro y amigo. Gracias, Javier, por haber realizado esta labor mostrando toda tu confianza en mi trabajo, por no impacientarte con el transcurso de los años y por considerar que el objetivo de la investigación no es, simplemente, reunir los requisitos para escribir un artículo o completar una tesis doctoral, sino alcanzar el grado de conocimiento deseado sobre un problema para poder sentirnos satisfechos por ello. Si esta memoria contiene resultados científicos de interés, sin duda el mérito es tuyo.

Esta Tesis Doctoral se ha visto enriquecida gracias a la importante participación del doctor D. Alfonso Aragón-Salamanca, cuyo trabajo y consejos han estado presentes en el desarrollo de toda la investigación. Le agradezco también el haber sido un fantástico anfitrión en mi corta pero fructífera estancia en el *Institute of Astronomy* de Cambridge.

La colaboración del doctor D. Gustavo Bruzual ha sido fundamental al introducir las funciones empíricas calculadas por nosotros en sus modelos de síntesis evolutiva. Asimismo me encuentro en deuda con el doctor D. José de Jesús González, quien realizó la observaciones y posterior reducción de las estrellas del cúmulo M 71 utilizadas en este trabajo.

Mi agradecimiento a todo el personal del Observatorio del Roque de los Muchachos (La Palma) y del Observatorio de Calar Alto (Almería), por su excelente trato y ayuda durante las numerosas campañas de observación empleadas para la realización de este trabajo. De forma especial, agradezco a Emilios Harlaftis, Martín Guerrero y Reynier Peletier su labor como astrónomos que realizaron las observaciones de servicio correspondientes a las campañas 7, 10 y 12 del capítulo 4.

Agradezco al *Institute of Astronomy* de Cambridge su hospitalidad durante las semanas que me permitieron, entre otras cosas, mantener importantes discusiones científicas con el grupo de rayos X de dicho centro, y en particular con Steven Allen, Carolin Crawford, Alastair Edge, Andy Fabian, Roderick Johnstone y Clovis Peres. Igualmente valiosas fueron las discusiones con Brian McNamara, James Binney y Paul Nulsen, las cuales han enriquecido la calidad científica del trabajo que aquí se presenta.

Tampoco habría sido posible llevar a buen término esta investigación sin el inestimable apoyo de los miembros del Departamento de Astrofísica de la Universidad Complutense de Madrid. Desde su catedrático, el doctor D. Manuel Rego, y pasando por los profesores doctores Dña. María José Fernández-Figueroa, Dña. Elisa de Castro, D. Manuel Cornide, D. Jaime Zamorano, D. Jesús Gallego, D. David Montes, y D. Luis Felipe Miranda, todos se han mostrado siempre dispuestos a prestarme su generoso apoyo y confianza en los momentos necesarios. Sus sabios consejos han constituido un estímulo esencial en incontables ocasiones. De forma especial quiero agradecer a Jesús Gallego, magnífico amigo con quien comparto mucho años de pasión por la astrofísica, y a Jaime Zamorano, siempre dispuesto a ayudarme como si de un doctorando suyo se tratara, una convivencia que ha convertido estos años en el Departamento en una etapa inolvidable. Muchas gracias también a los dos por haber realizado las observaciones de las campañas 3 y 5 del capítulo 4.

Me considero afortunado por haber compartido, y espero seguir haciéndolo durante mucho tiempo, trabajo de investigación con Santos Pedraz, a quién aprecio como amigo y admiro como ejemplo de vocación, y con Javier Cenarro, savia nueva del “grupo de elípticas”. Ambos son los mejores críticos de RED<sub>MC</sub>E y a los dos les agradezco sinceramente su colaboración y permanente apoyo.

Enormemente estimulante ha sido la posibilidad de compartir la vida de doctorando con numerosos amigos de fatigas, algunos de ellos ya doctores: Almu-

dena Alonso, Oscar Alonso, David Barrado, Marta Cordero, Francisco de Borja Domínguez, César Enrique García, Armando Gil de Paz, Almudena Latorre, Charo Lorente, Fernando Martín, Sergio Pascual, Pablo Guillermo Pérez, Adeline Poncet, Jorge Sanz y Álvaro Vitores. En particular me gustaría expresar mi gratitud a Óscar Alonso, con quien compartí muchas horas ideando y creando programas de ordenador, y a César Enrique García y Armando Gil de Paz, quienes no sólo han estado siempre dispuestos a ayudarme en cualquier circunstancia, sino que además me han proporcionado momentos de muy grata discusión científica.

Quiero reservar un hueco en estos agradecimientos para mis amigos del Planetario de Madrid. Ellos hicieron siempre lo posible para facilitarme compaginar, primero mis estudios universitarios y, después, mi inicio en la tesis doctoral, con el trabajo en dicho centro. A Asunción Sánchez, Telmo Fernández, Toño Bernedo, Pablo Durán, Antonio del Solar, Antonio Alonso, Cristina Garay, Marian González, Vicky Hernández, Pedro Velasco, Antonio Tercero, Juan Carlos San José, Miguel Martín, y a todos los restantes trabajadores del Planetario, gracias por vuestra comprensión y apoyo. Vosotros me habéis enseñado a considerar la divulgación de la Astronomía como una obligación de todo investigador.

Mis amigos fuera del mundo de la astrofísica también me han ayudado a sobrellevar el a menudo exigente trabajo de investigación. A Jesús, Carolina, Juan, Vicky, Juanjo, Miguel Ángel y Alicia, os agradezco vuestra amistad incondicional.

Sé que aún quedan muchas personas, no mencionadas, que deberían figurar en estos agradecimientos. Vaya para todos ellos, aunque sea de forma anónima, mi gratitud.

Los últimos renglones, pero lógicamente los más entrañables, los he reservado para mi familia. Especialmente a mi mejor amiga y esposa, Bego, mi hija, Iria, mi madre, Ángela, y a mi hermana, M<sup>a</sup> Ángeles, les debo un sacrificio más generoso de lo que pueda expresar en estos agradecimientos. Ellas, junto con el resto de mi familia, son quienes de forma más sacrificada “han dedicado” mi tiempo a la investigación, con la única recompensa de verme satisfecho día a día por el trabajo realizado. Con estas palabras finales me gustaría mostrarles mi más sincera gratitud y trasladarles el sentimiento de que mi mayor satisfacción es contar con su cariño y apoyo, razón por la cual les dedico este trabajo.

Madrid, Septiembre de 1999



# Prefacio

Uno de los resultados astronómicos más sorprendentes, obtenido con la utilización de observatorios de rayos X a bordo de satélites artificiales, ha sido descubrir que los enormes volúmenes entre las galaxias en los cúmulos de galaxias no se encuentran vacíos, tal y como parecía deducirse a partir de las observaciones en el óptico. De hecho, los cúmulos regulares de galaxias constituyen las fuentes brillantes más comunes en rayos X.

La emisión en rayos X se presenta espacialmente extendida y no muestra variaciones temporales apreciables. Estas características han permitido inferir la existencia de grandes cantidades de gas intracumular ( $M_{\text{ICM}} \sim 10^{14} M_{\odot}$ ), con densidades electrónicas en el intervalo  $10^{-4}$  a  $10^{-2} \text{ cm}^{-3}$  y temperaturas de  $2 \times 10^7$  a  $10^8 \text{ K}$ . La emisión del continuo de rayos X tiene su origen en radiación térmica provocada por *bremssstrahlung* (radiación de frenado). El enfriamiento consiguiente del gas puede conducir, como veremos más adelante, a la deposición de enormes cantidades de gas sobre las galaxias dominantes de los cúmulos. Este proceso es conocido clásicamente en la literatura con la denominación inglesa de *cooling flow*.

Los ritmos típicos de deposición de masa se cifran en  $\sim 100 M_{\odot}/\text{año}$ . Si asumimos que este proceso de deposición ha tenido lugar durante una fracción importante de la edad de los cúmulos de galaxias ( $\sim 10^{10}$  años), las galaxias dominantes de los cúmulos han podido acumular material, a partir del medio intracumular, en cantidades comparables a su contenido luminoso ( $\sim 10^{12} M_{\odot}$ ). Una de las cuestiones fundamentales que se plantean es establecer cuál es el destino final del material depositado. Aunque inicialmente se postuló que el gas enfriado debería conducir a formación estelar, las primeras observaciones realizadas con intención de descubrir la presencia y extensión de dicha formación de nuevas estrellas condujeron a resultados contradictorios.

En la presente memoria se presenta el trabajo realizado para abordar este problema, para lo cual nos hemos concentrado en el análisis de espectros de rendija larga en el óptico, obtenidos sobre una amplia muestra de galaxias dominantes en cúmulos con y sin *cooling flow*. La utilización de modelos de síntesis de poblaciones estelares nos ha permitido interpretar las características espetrales observadas en términos de procesos de formación estelar, así como obtener importantes relaciones entre dicha formación estelar y los ritmos de deposición de masa.

Fruto colateral de este trabajo ha sido la elaboración y puesta a punto de nuevas herramientas, las cuales han permitido realizar la labor investigadora de una forma mucho más precisa. Entre tales aportaciones cabe destacar el desarrollo de nuevas fórmulas para el cálculo de errores en la medida de índices espetrales, la creación de un paquete de reducción completo, especialmente optimizado para el trabajo con imágenes espetroscópicas bidimensionales, y la calibración empírica de la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ , a través de la observación de una extensa librería estelar. Todos los trabajos mencionados pueden contemplarse como estudios separados, cuya aplicabilidad va mucho más allá de la utilización presentada en esta memoria. De hecho constituyen aportaciones importantes en áreas de investigación muy generales, como son el tratamiento detallado de imágenes espetroscópicas, la obtención de errores en la medida de índices de intensidad de líneas y el estudio de poblaciones estelares, entre otras.

En la elaboración de este trabajo se ha utilizado como constante de Hubble  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  y como parámetro de deceleración  $q_0 = 0.5$ .

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Las galaxias dominantes de cúmulos y su entorno

Las galaxias dominantes de cúmulos (abreviadamente CCGs, del inglés *central cluster galaxies*), que constituyen el objeto de estudio en este trabajo, son las mayores galaxias conocidas, con tamaños típicos que rivalizan con las dimensiones del Grupo Local. Esto las convierte en las fuentes estelares más luminosas, habiendo sido empleadas como indicadores de distancia (Gunn y Oke 1975; Kristian, Sandage y Westphal 1978; Hoessel, Gunn y Thuan 1980). El origen y evolución de estos objetos no están bien determinados. Las CCGs se observan en regiones de alta densidad (Beers y Geller 1983), en los centros dinámicos de los cúmulos (Quintana y Lawrie 1982) y en los máximos de emisión en rayos X (Jones y Forman 1984). Estas características inducen a pensar que la formación de estas galaxias ha de relacionarse, de alguna forma, con el entorno físico de los cúmulos en los que se encuentran.

#### 1.1.1 Cúmulos de galaxias

La inspección visual de placas fotográficas (Abell 1958; Zwicky et al. 1961–1968) puso claramente de manifiesto que las galaxias no se hayan distribuidas en el Universo de forma aleatoria. Al contrario, se observan agrupadas formando conjuntos que contienen desde unos pocos miembros hasta miles de objetos. Los cúmulos de galaxias constituyen los sistemas ligados gravitacionalmente mayores del Universo.

La densidad de galaxias en estos objetos es aproximadamente 100 veces superior a la densidad observada fuera de ellos en escalas lineales del orden de  $3 h_{50}^{-1}$  Mpc (Mushotzky 1993).

Aunque se han utilizado diferentes propiedades para realizar clasificaciones morfológicas de los cúmulos de galaxias, la mayor parte de estas clasificaciones quedan representadas aproximadamente mediante una secuencia unidimensional, definida entre los cúmulos regulares (o ricos) y los irregulares. Los cúmulos regulares tienden a ser esféricamente simétricos, condensados hacia el centro, contienen un elevado número de galaxias y están constituidos esencialmente por galaxias elípticas y lenticulares. Por otra parte, los cúmulos irregulares presentan una distribución no regular, pueden contener pequeñas aglomeraciones de galaxias repartidas a lo largo del cúmulo, poseen un reducido número de galaxias y están constituidos predominantemente por galaxias espirales e irregulares.

Zwicky (1933) y Smith (1936) fueron los primeros en señalar que las galaxias en los cúmulos mostraban dispersiones de velocidades mucho mayores de las esperadas. Las masas totales de los cúmulos (típicamente  $10^{14}$ – $10^{15}$   $M_\odot$ ), derivadas a partir de dichas dispersiones de velocidades con la ayuda del Teorema del Virial, resultaban ser superiores, en un orden de magnitud, a la masa total obtenida como suma de la masa de todas las galaxias observadas. El descubrimiento de emisión espacialmente extendida en rayos X de los cúmulos de galaxias (ver sección 1.2) permitió establecer la existencia de un gas intracumular caliente, virializado, atrapado en el pozo de potencial, y cuya contribución a la masa total del cúmulo oscila entre el 10% y el 30% (Jones y Forman 1992). La mayor parte de la masa de los cúmulos (50%–90%) se encuentra entonces en forma de materia oscura (Sarazin 1988; Mushotzky 1990) cuya naturaleza es desconocida.

La existencia de una secuencia morfológica en los cúmulos de galaxias sugiere que los cúmulos regulares han sufrido algún proceso de relajación dinámica. Las velocidades radiales de las galaxias en los cúmulos ricos suelen describir una distribución gaussiana, indicando que los cúmulos constituyen sistemas al menos parcialmente relajados. Podemos definir la dispersión de velocidades observada en un cúmulo como  $\sigma \equiv (kT/m)^{1/2}$ , donde  $T$  es la “temperatura” de las galaxias y  $m$  su masa. Sin embargo los cúmulos regulares de galaxias no son sistemas completamente relajados hasta el punto de haber alcanzado el equilibrio termodinámico. Para que

esto último suceda es necesario que todas las galaxias del cúmulo hayan adquirido la misma temperatura. Lo que realmente se observa es que es la dispersión de velocidades, y no la temperatura, la que se mantiene aproximadamente independiente de la posición y masa de las galaxias consideradas. Merritt (1987), y The y White (1986) han mostrado que no es posible determinar la distribución de velocidades de las galaxias salvo que el potencial gravitatorio (la distribución total de masa) sea conocido. Desafortunadamente la mayor parte de la masa de un cúmulo es materia oscura, cuya distribución todavía no está bien caracterizada.

El equilibrio termodinámico puede alcanzarse a partir de interacciones elásticas entre galaxias si la escala de tiempo para la transferencia de energía en una interacción es menor que la edad del cúmulo o que la escala de tiempo para la pérdida de energía cinética a través de procesos disipativos. Los cálculos analíticos y las simulaciones numéricas muestran que el tiempo de relajación que se deduce de estos procesos es mayor que la edad de Hubble, por lo que es muy improbable que el estado relajado de los cúmulos regulares proceda de colisiones de dos galaxias.

El hecho de que los cúmulos exhiban una dispersión de velocidades casi constante sugiere que la relajación se produce por un efecto gravitacional global. Lynden-Bell (1967) mostró que una relajación producida por un efecto colectivo puede tener lugar rápidamente (relajación violenta), en tiempos comparables al tiempo de caída libre. Esto produce una distribución gaussiana de velocidades y una distribución espacial isoterma, consistente con las observaciones de las regiones internas de los cúmulos regulares.

La idea de que la distribución de galaxias en cúmulos está determinada por relajación violenta durante la formación de éstos, suministra una explicación simple para la secuencia unidimensional exhibida por estos objetos. Los cúmulos regulares son suficientemente viejos para haber colapsado y mostrarse relajados, mientras que los cúmulos irregulares no lo son. Como el tiempo de colapso  $t_{\text{col}} \sim (G \langle \rho \rangle)^{-1/2}$ , los protocúmulos de mayor densidad colapsarían más rápidamente. Considerando que la edad de los cúmulos viene regulada por la edad de Hubble, los cúmulos regulares se habrían producido a partir de protocúmulos de elevada densidad, mientras que los cúmulos irregulares se formarían a partir de protocúmulos de densidad baja. Por tanto, debemos esperar tener mayores densidades en los cúmulos regulares que en los irregulares, como de hecho se observa. Además, la relajación violenta lleva asociada

una fase de mezcla que eliminaría los subcúmulos y produciría una condensación central y distribución simétrica, como se observa en los cúmulos regulares.

Las simulaciones numéricas muestran que si en el proceso de formación de un cúmulo la distribución inicial de galaxias no es esférica, después del proceso de relajación violenta el producto es un cúmulo elipsoidal no esférico también (White 1976b; Aarseth y Binney 1978). El resultado final más general será un cúmulo con una condensación central, en el que las superficies de densidad constante son elipsoides triaxiales en lugar de esferas. Por lo tanto, la dispersión de velocidades será mayor en la dirección paralela al eje mayor del cúmulo. Una vez que el colapso del cúmulo ha terminado, la relajación violenta es ineficaz.

### 1.1.2 Galaxias dominantes de cúmulos

Chandrasekhar (1942) mostró que un objeto masivo moviéndose a una determinada velocidad a través de un medio homogéneo e isótropo, constituido por objetos más ligeros, sufre una fuerza de frenado, o fricción dinámica, independiente de la masa de los objetos ligeros y que sólo depende de la densidad total de dichos objetos. La fricción dinámica ralentiza el movimiento de las galaxias más masivas cerca del centro de un cúmulo esférico, forzándolas a describir trayectorias螺旋的 hacia el centro. En última instancia, estas galaxias pueden fundirse al alcanzar las regiones centrales y originar una única galaxia supergigante.

Los cúmulos regulares de galaxias suelen albergar, en el centro de potencial del cúmulo, una galaxia dominante con unas características especiales. Aproximadamente el 20% de estos cúmulos contienen lo que ha dado en llamarse una galaxia cD. Estos objetos son las galaxias más luminosas del Universo, si excluimos las galaxias con núcleos galácticos activos.

Inicialmente Morgan (1958) definió las galaxias D como aquellas que muestran un núcleo con aspecto de galaxia elíptica, rodeado de un halo extenso. Analizando el catálogo de Abell (1958), Mathews, Morgan y Schmidt (1964) encontraron que este tipo de galaxias exhibían un amplio intervalo en luminosidad, siendo las galaxias D supergigantes, ubicadas cerca del centro de los cúmulos ricos de Abell, alrededor de 3–4 veces más grandes que las galaxias lenticulares normales en los mismos cúmulos. Las galaxias D más brillantes fueron denominadas cD, empleando

una notación análoga a la utilizada en espectroscopía estelar<sup>1</sup>. Desde entonces se emplea la notación cD para referirse a las galaxias más grandes y brillantes de los cúmulos de galaxias, objetos con un núcleo similar a una galaxia elíptica muy lumínosa e inmersas en un halo amorfo de bajo brillo superficial. Se conocen también galaxias cD en cúmulos pobres de galaxias (Morgan, Kayser y White 1975; Albert, White y Morgan 1977). Aunque todavía existe cierta confusión sobre qué debe considerarse una galaxia D y una galaxia cD (ver discusión en Tonry 1987), usualmente la diferencia entre ambos tipos de galaxias reside en los extensos y difusos halos ( $\sim 1$  Mpc, Oemler 1976) presentes en las galaxias cD y ausentes en las galaxias D. Las galaxias cD muestran, para brillos superficiales por debajo de  $\mu_V = 25$  mag/(")<sup>2</sup>, una componente adicional al ajuste a un perfil  $r^{1/4}$  de las regiones interiores. Una comparación de los brillos superficiales de galaxias elípticas en cúmulos se muestra en la Fig. 1.1. Por otra parte, el estudio de los perfiles de luminosidad de las galaxias elípticas normales, galaxias elípticas gigantes y galaxias D/cD, permite discriminar unos tipos de otros (ver Fig. 1.2).

Una forma de caracterizar los cúmulos de galaxias es estudiar la distribución en luminosidades de las galaxias que los componen. Schechter (1976) mostró que las galaxias en cúmulos pueden representarse adecuadamente por medio de la siguiente función de luminosidad:

$$n(L) dL = n^* (L/L^*)^{-\alpha} \exp(-L/L^*) d(L/L^*), \quad (1.1)$$

donde  $n(L) dL$  es el número de galaxias con luminosidades comprendidas entre  $L$  y  $L + dL$ , mientras que  $n^*$  y  $L^*$  son parámetros que pueden interpretarse como un número y una luminosidad característicos de las galaxias del cúmulo<sup>2</sup>, e indican la posición del punto de giro de la función. Aunque la función de Schechter ajusta adecuadamente la distribución de luminosidades observada en muchos cúmulos de galaxias desde el extremo débil hasta las galaxias más brillantes, ese no es el caso

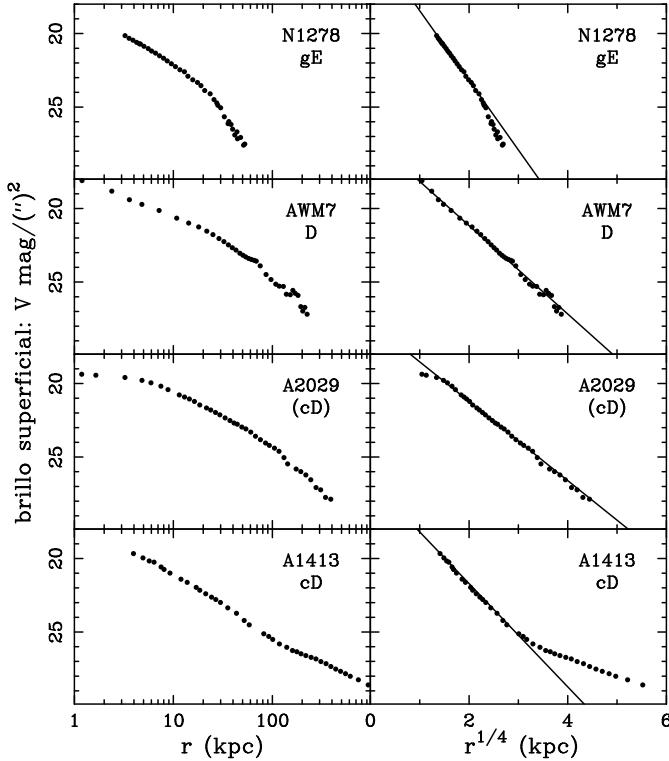
---

<sup>1</sup>El prefijo “c” fue acuñado por Maury (1897) para denotar estrellas que mostraban en sus espectros líneas de hidrógeno inusualmente estrechas y que resultaron ser estrellas supergigantes.

<sup>2</sup>La luminosidad total de un cúmulo puede determinarse mediante la siguiente integral:

$$L_{\text{cúmulo}} = \int_0^\infty L n(L) dL = \Gamma(2 - \alpha) n^* L^*,$$

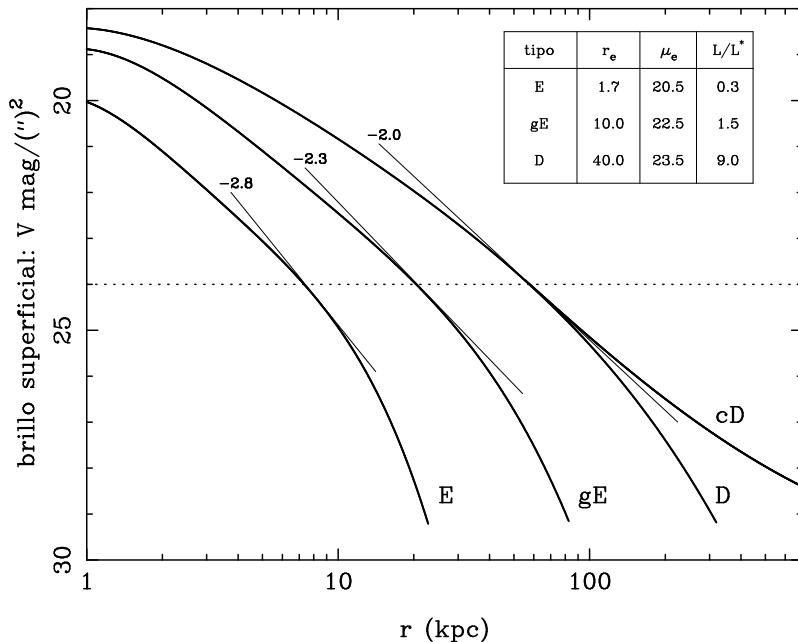
que para  $\alpha = 5/4$  (Schechter 1976) proporciona  $L_{\text{cúmulo}} \approx 1.225 n^* L^*$ .



**Figura 1.1** Perfiles de luminosidad como función del logaritmo del radio  $r$  (columna izquierda) y de  $r^{1/4}$  (columna derecha) para cuatro galaxias elípticas en cúmulos. La representación frente a  $r^{1/4}$  permite que el ajuste a un perfil de luminosidad de Vaucouleurs (de Vaucouleurs 1948) se presente como una línea recta. NGC 1278 es una típica galaxia elíptica gigante (gE, del inglés *giant elliptical*), miembro del cúmulo de Perseo; la CCG de AWM7 es una galaxia D en un cúmulo pobre; la CCG de A2029 es una galaxia D en un cúmulo rico, aunque muchas veces se la considera como una galaxia cD sin halo; finalmente la CCG de A1413 es una galaxia cD en un cúmulo rico. Los datos y los ajustes a perfiles  $r^{1/4}$  han sido extraídos de Schombert (1986, 1987).

de las galaxias cD (ver Fig. 1.3). Éstas pueden alcanzar luminosidades de incluso  $\sim 10L^*$ , muy improbables si asumimos la función de Schechter. Sandage (1976), Tremaine y Richstone (1977), y Dressler (1978a) mostraron que las magnitudes de las galaxias cD no pueden explicarse estadísticamente a partir de una función de luminosidad general. Por tanto, en este sentido, las galaxias cD son objetos “especiales”.

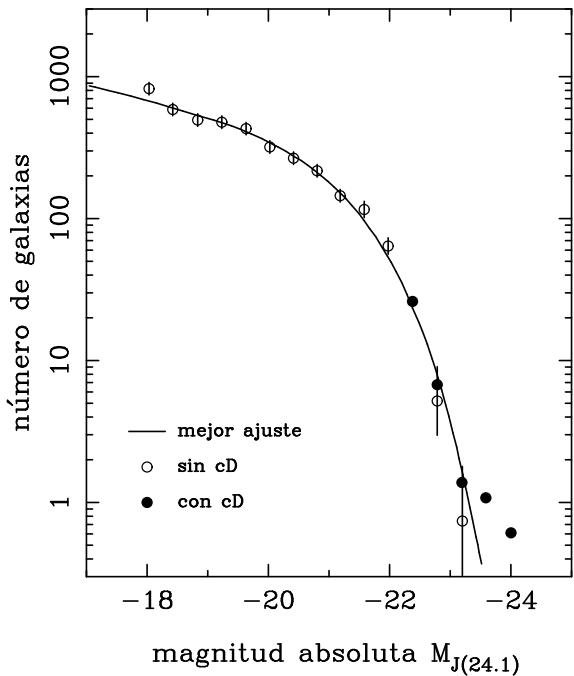
Las masas de galaxias cD han sido estimadas mediante medidas de dispersión de velocidades estelares (Dressler 1979), usando medidas de velocidades de galaxias compañeras (Wolf y Bahcall 1972; Jenner 1974) y estudiando el efecto lente gravitacional (Miralda-Escudé 1995). El valor típico oscila alrededor de  $M_{\text{cD}} \sim 10^{13} M_\odot$ ,



**Figura 1.2** Comparación de los perfiles de luminosidad de galaxias elípticas (E), elípticas gigantes (gE), y galaxias D y cD, como función del logaritmo del radio  $r$ . Las distintas curvas se han obtenido a partir de los perfiles promedios de Schombert (1986). Se han dibujado asimismo las líneas (trazo fino) tangentes a cada perfil para un valor del brillo superficial  $\mu_V = 24 \text{ mag}/(\")^2$ . El valor absoluto de la pendiente, indicado en la parte superior de estas líneas, disminuye al pasar de las galaxias E a las D/cD. Los perfiles de las galaxias D y cD coinciden para brillos superficiales superiores a  $\mu_V = 25 \text{ mag}/(\")^2$ . Asimismo se muestran los valores promedio del radio efectivo — $r_e$  en kpc—, del brillo superficial en dicho radio — $\mu_e$  en  $\text{mag}/(\")^2$ —, y de la luminosidad —en unidades de  $L^*$ , ver Eq. 1.1— para galaxias E, gE y D (Tonry 1987). Existe una clara secuencia de estos tres parámetros en función del tipo de galaxia considerado.

aunque en las regiones exteriores de las galaxias cD es difícil separar la distribución de masa de las galaxias de la de los cúmulos. Para una misma dispersión de velocidades central, las galaxias cD parecen ser alrededor de un 60% más luminosas que las galaxias elípticas gigantes (Malumuth y Kirshner 1981).

Las galaxias cD se encuentran siempre muy cerca del centro de los cúmulos regulares y compactos (Morgan y Lesh 1965; Bautz y Morgan 1970; Oemler 1974, 1976; Leir y van den Berg 1977). Además, poseen velocidades radiales muy próximas a la velocidad media de las galaxias de los cúmulos (Quintana y Lawrie 1982) y son, de hecho, mejores indicadoras de la velocidad media de cada cúmulo que el promedio realizado sobre unas pocas galaxias brillantes. Estos resultados sugieren que las galaxias cD se hallan en reposo en el fondo del pozo gravitatorio de los cúmulos.



**Figura 1.3** Distribución en luminosidad para las galaxias de 13 cúmulos (datos de Oemler 1974) excluyendo las galaxias cD (círculos vacíos) e incluyendo las galaxias cD (círculos rellenos). La línea continua representa el mejor ajuste a una función de luminosidad de Schechter (Eq. 1.1).  $M_J(24.1)$  es la magnitud absoluta obtenida en la banda J (definida en Oemler 1974) hasta una isofota límite de 24.1 mag/(")<sup>2</sup>. Las galaxias cD muestran luminosidades de hasta  $\sim 10L^*$ , muy improbables si se acepta la fórmula analítica de Schechter (figura extraída y adaptada de Schechter 1976).

Con frecuencia este tipo de galaxias exhiben núcleos dobles o múltiples, es decir, varios picos de luminosidad en las regiones centrales (Tonry 1985). Por otra parte, las galaxias cD suelen mostrar mayor elipticidad que las galaxias elípticas (Leir y van den Berg 1977; Dressler 1978b) y tienden a alinearse con las posibles anisotropías de la distribución espacial de los cúmulos que las albergan (Sastry 1968; Dressler 1978b, 1981; Carter y Metcalfe 1980; Binggeli 1982). Además, y en acuerdo con lo observado en galaxias elípticas gigantes, las galaxias cD no parecen estar achataadas por rotación (Faber, Burstein y Dressler 1977; Dressler 1979; Davies 1987).

Las propiedades estructurales y cinemáticas de las galaxias cD sugieren que éstas son el producto de procesos dinámicos en los cúmulos. Examinemos algunos modelos de formación de galaxias cD.

- **Restos de marea.** Según este modelo las galaxias cD consistirían en restos de marea producto de colisiones entre galaxias (Gallagher y Ostriker 1972; Richstone

1975, 1976). El material arrancado en estas colisiones tendería a situarse en el centro del pozo gravitatorio del cúmulo. Como la tasa de colisión aumenta con el cuadrado de la densidad de galaxias, cabe esperar que los restos de marea se encuentren más concentrados que la distribución de galaxias. Este material, al situarse en el centro de los cúmulos, tendría una masa y distribución espacial que correspondería con los halos observados alrededor de las galaxias cD. Sin embargo, este modelo no puede dar cuenta de la galaxia elíptica gigante que reside en el núcleo de las galaxias cD.

- **Fusiones.** Las galaxias cD pueden ser el resultado de la fusión (*merger* en inglés) de galaxias masivas en el centro de los cúmulos (Ostriker y Tremaine 1975; Gunn y Tinsley 1976; White 1976a). Como vimos anteriormente, la fricción dinámica provoca la caída en espiral de las galaxias cerca del centro de los cúmulos. A medida que estas galaxias alcanzan el núcleo van fusionándose para formar una única galaxia supergigante. Esta teoría, también denominada “canibalismo galáctico”, suministra una buena explicación para la formación de galaxias cD, a la vez que da cuenta de las elevadas luminosidades asociadas a estas galaxias. El producto de la fusión debe ser más grande que la galaxia inicial, debido a que la energía cinética de las galaxias fusionantes “calienta” la galaxia final (Ostriker y Hausman 1977; Hausman y Ostriker 1978). Debido al incremento en luminosidad producido por una de tales fusiones, parece difícil entender por qué las galaxias cD muestran una pequeña dispersión en magnitud absoluta (Sandage 1976). Sin embargo las magnitudes medidas en general se obtienen empleando una abertura más pequeña que el tamaño del halo de las galaxias cD. Simulaciones realizadas por Hausman y Ostriker (1978) muestran que la magnitud aparente para aberturas de 16 kpc permanece aproximadamente constante, una vez que las galaxias más masivas de los cúmulos han sido eliminadas y fusionadas en el centro. Esto podría explicar la pequeña dispersión observada en las magnitudes absolutas. La fricción dinámica y el proceso de fusión van dejando el producto final prácticamente en reposo respecto al promedio de las galaxias del cúmulo y muy cerca de su centro. Si los cúmulos están alargados, el producto de una fusión en el centro del cúmulo tenderá a estar alargado en la misma dirección. Si las galaxias cD se forman por fusiones de galaxias masivas, cabe esperar que se produzca una de tales fusiones cada  $\sim 10^9$  años. El *merger* real ocurre aproximadamente en un periodo orbital de la galaxia cD  $\sim 3 \times 10^8$  años, y durante este tiempo el núcleo de la galaxia que está siendo fusionada debe ser visible dentro de la galaxia cD. Por

tanto, deberían observarse múltiples núcleos en un 25–50% de las cD (porcentaje superior a lo esperado por efecto de proyección), como más o menos se ha detectado (Mattheuws et al. 1964; Hoessel 1980; Schneider, Gunn y Hoessel 1983).

Acabamos de ver cómo la fricción dinámica y las fusiones explican la mayor parte de las propiedades observadas en las galaxias cD, salvo los extensos halos. Los restos de marea dan cuenta, por otro lado, de estos halos, pero no de las propiedades de las galaxias elípticas internas. Parece natural sugerir que el proceso de formación de una galaxia cD es una mezcla de los dos modelos anteriores. Sin embargo, Merritt (1983, 1984, 1985) ha señalado algunos problemas a este simple razonamiento. Los efectos de marea reducen la masa de las galaxias y disminuyen la posibilidad de fusiones. Si esto es así, dichas fusiones deberían producirse antes del colapso del cúmulo, quizás en pequeños subcúmulos o grupos. Una forma de comprobarlo es estudiar galaxias cD presentes en cúmulos pobres de galaxias. En ellos la pérdida de material galáctico por efectos de marea sería muy pequeña y las galaxias cD en estos cúmulos deberían observarse carentes de halos. Medidas fotométricas realizadas por Oemler (1976), Stauffer y Spinrad (1980), y Thuan y Romanishin (1981) indican que ésta es realmente la situación.

Un tercer modelo, propuesto para explicar la existencia de galaxias cD, es la formación *in situ* de dichas galaxias a partir de la acumulación, procedente del medio intracumular, de enormes cantidades de gas, mediante el fenómeno *cooling flow*. Este punto es tratado con mayor profundidad en la siguiente sección.

## 1.2 Emisión en rayos X: *cooling flows*

El desarrollo de la astronomía de rayos X se inició con la utilización de telescopios y detectores de rayos X a bordo de globos estratosféricos y cohetes. En 1962 se descubrió Sco X-1, la primera fuente en rayos X distinta al Sol, así como la existencia de un fondo difuso en estas longitudes de onda (Giacconi et al. 1962). Desde que poco después, en 1966, se detectara emisión en rayos X procedente de la región próxima a M87, en el centro del cúmulo de Virgo (Byram, Chubb y Friedman 1966; Bradt et al. 1967), y con posterioridad también alrededor de los cúmulos de Perseo (Fritz et al. 1971; Gursky et al. 1971a) y Coma (Meekins et al. 1971; Gursky et al. 1971b), quedó patente el origen extragaláctico de un gran número de fuentes en

rayos X. Cavaliere, Gursky y Tucker (1971) sugirieron que estas fuentes estaban normalmente asociadas a cúmulos de galaxias.

### 1.2.1 Los cúmulos de galaxias como fuentes en rayos X

Un avance definitivo en el estudio del Universo en rayos X se produjo con el lanzamiento en 1970 del satélite Uhuru, que por primera vez permitió realizar observaciones detalladas de fuentes puntuales, así como una exploración completa de todo el cielo (Giacconi et al. 1972, 1974; Forman et al. 1978). El análisis del catálogo Uhuru (resumen en Kellogg 1973, 1974 y 1975) permitió concluir que los cúmulos de galaxias constituyen las fuentes brillantes más comunes en rayos X, con luminosidades  $L_X \sim 10^{43}-10^{45}$  erg s<sup>-1</sup>. El lanzamiento posterior de nuevos satélites de rayos X (Ariel V, SAS-C, HEAO-1, HEAO-2 —Einstein—, Exoxat, Ginga, Rosat, ASCA,...) no sólo ha confirmado este resultado sino que, además, ha permitido detectar emisión de rayos X en cúmulos pobres y compactos (Schwartz et al. 1980; Schwartz, Schwarz y Tucker 1980; Kriss et al. 1980, 1981, 1983).

Una vez establecido que los cúmulos de galaxias constituían fuentes muy importantes en rayos X, se propusieron distintos mecanismos para explicar el origen de dicha radiación. Podemos clasificar dichos mecanismos en tres categorías: a) radiación de frenado o *bremssstrahlung* (transiciones libre-libre) procedente de un gas intracumular caliente (Felten et al. 1966) y que produce una emisión de tipo exponencial,  $I_\nu \sim \exp(-h\nu/kT)$ ; b) efecto Compton inverso, en el que se transforman fotones de fondo de baja energía en fotones de rayos X con la ayuda de electrones relativistas no térmicos (Felten y Morrison 1966), y que produce una emisión de tipo ley de potencias,  $I_\nu \sim \nu^{-\alpha}$ ; y c) emisión de numerosas fuentes puntuales compactas similares a las encontradas en nuestra galaxia (Katz 1976; Fabian, Pringle y Rees 1976).

Los primeros espectros obtenidos con suficiente calidad permitieron comprobar que éstos quedaban mejor ajustados por modelos de emisión térmica mediante *bremssstrahlung* que por modelos no térmicos (Mushotzky et al. 1978; Mitchell et al. 1979). En contra de lo que se detecta en las fuentes puntuales galácticas, la emisión en rayos X de los cúmulos de galaxias no exhibe variaciones temporales apreciables. Asimismo, la emisión, que se observa espacialmente extendida, no muestra, en imágenes con suficiente resolución espacial, el aspecto granular que debería obser-

varse si su origen fuera debido a numerosas fuentes discretas (Schreier, Gorenstein y Feigelson 1982). Una evidencia definitiva a favor del mecanismo de emisión por *bremsstrahlung* fue la detección de líneas de emisión en los espectros (Mitchell et al. 1976). Las líneas más significativas son las correspondientes a lo que se conoce como el grupo del Fe a 7 keV. En realidad es una mezcla de líneas, principalmente de los iones del hierro Fe XXV y Fe XXVI, y de líneas más débiles de níquel, que se encuentran en el intervalo de energías entre 6.5 keV y 7.0 keV. Estas características espectrales son indicativas de la existencia de un gas muy caliente.

En resumen, la emisión de los cúmulos en rayos X proviene de la existencia de enormes cantidades de gas intracumular ( $\sim 5 \times 10^{13}\text{--}10^{14} M_{\odot}$ ), muy caliente ( $\sim 2 \times 10^7\text{--}10^8$  K), ópticamente delgado (densidad electrónica  $\sim 10^{-4}\text{--}10^{-2}$  cm $^{-3}$ ), contenido en una región centrada en los cúmulos con un radio comprendido entre 1 y 2 Mpc, y con una luminosidad en rayos X  $\sim 10^{43}\text{--}10^{45}$  erg s $^{-1}$ . A estas temperaturas la velocidad del sonido en el gas es comparable a las velocidades orbitales de las galaxias (500–1200 km s $^{-1}$ ), lo que sugiere que el gas se encuentra en equilibrio hidrostático en el mismo potencial gravitatorio que mantiene a las galaxias unidas en los cúmulos. La emisión de un gas, compuesto básicamente por hidrógeno a estas densidades y temperaturas, se produce esencialmente mediante *bremsstrahlung*. Ver en Sarazin (1986) una exhaustiva recopilación de las propiedades en rayos X de los cúmulos de galaxias.

La distribución radial del brillo superficial en rayos X, en cúmulos de galaxias esféricamente simétricos, puede reproducirse adecuadamente mediante una expresión del tipo  $S_X(r) = S_X(0) [1 + (r/a_x)^2]^{-3\beta+1/2}$ , donde  $a_x$  es un radio característico, y  $\beta$  es el cociente entre la energía específica de las galaxias y la energía específica del gas ( $\beta \equiv \mu m_H \sigma^2 / 3kT_{\text{gas}}$ , con  $\mu$  el peso molecular medio,  $m_H$  la masa del átomo de hidrógeno,  $\sigma$  la dispersión de velocidades del cúmulo,  $k$  la constante de Boltzmann, y  $T_{\text{gas}}$  la temperatura del gas). Teniendo en cuenta las determinaciones de  $a_x$  y el estado evolutivo de los cúmulos (obtenidos a partir de las propiedades en el óptico), Forman y Jones (1982; ver también Sarazin 1988) realizaron una clasificación morfológica bidimensional para los cúmulos emisores en rayos X. Los cúmulos irregulares (también llamados *tempranos*) presentan una emisión en rayos X irregular, con luminosidades  $L_X$  y temperaturas del gas pequeñas, en comparación con los cúmulos regulares (o *evolucionados*). La presencia de una CCG tiene su contrapartida en la

emisión en rayos X que, en esos casos, aparece claramente más concentrada alrededor de este tipo de galaxias (el radio característico  $a_x$  es mayor en los cúmulos sin CCG).

Más recientemente, examinando una muestra de más de 200 cúmulos observados con el satélite Einstein, Jones y Forman (1992) sugirieron la posibilidad de que los cúmulos que muestran valores grandes de  $a_x$  constituyeran en realidad sistemas en proceso de fusión, que se observan como sistemas indistinguibles debido a la superposición, en la dirección de observación, de las distribuciones de brillo superficial en rayos X individuales. Estos autores realizaron una nueva clasificación morfológica, basada solamente en las imágenes en rayos X (ver Fig. 1.4). El resultado de esta clasificación reveló que al menos el 22% de los cúmulos mostraban subestructura. Esto implica que un gran número de cúmulos no son sistemas relacionados y que, en la época actual, estamos viviendo una fase en la que los cúmulos están todavía fusionando subcúmulos (Jones et al. 1997).

### 1.2.2 Cooling flows

La emisión de rayos X por *bremsstrahlung* es el principal mecanismo de enfriamiento del gas intracumular. La emisión total de un gas a una temperatura  $T_{\text{gas}} \gtrsim 3 \times 10^7$  K mediante este mecanismo viene dada por (Sarazin 1986; asumiendo abundancia solar y un plasma completamente ionizado)

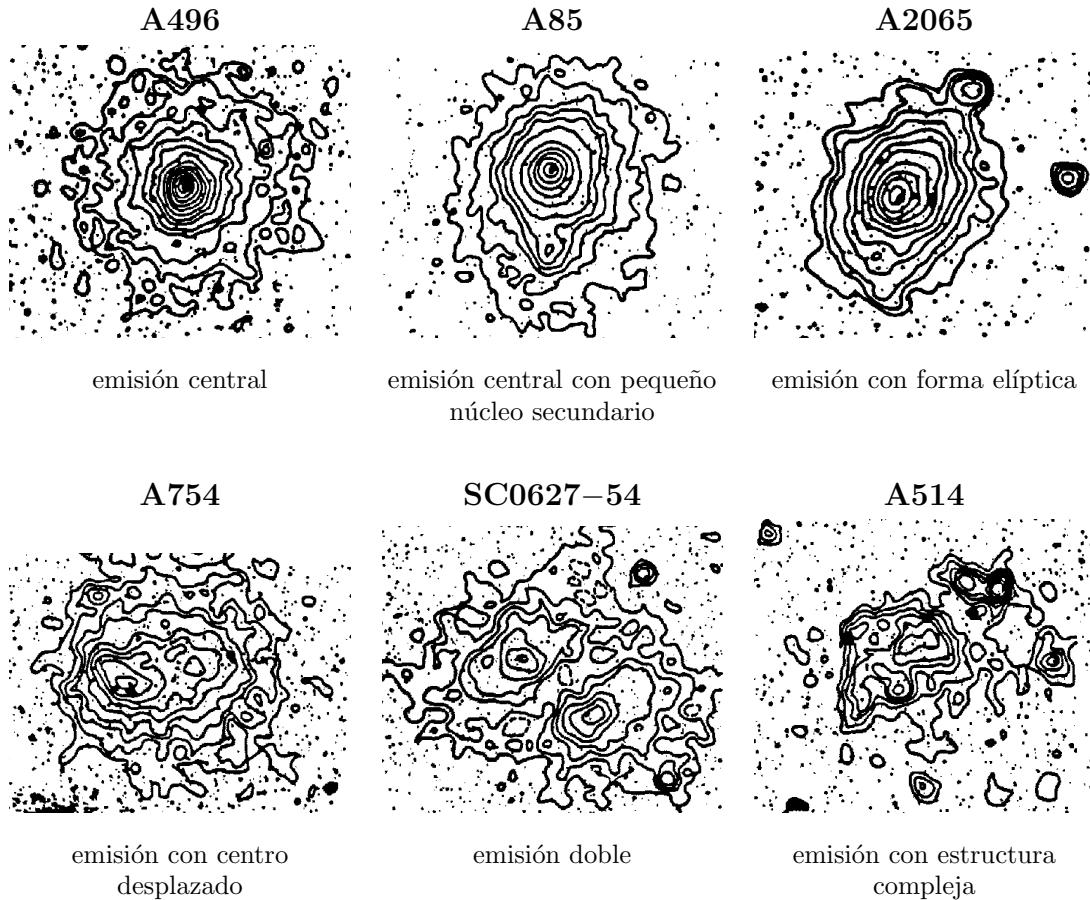
$$\epsilon^{ff} \approx 3.0 \times 10^{-27} T_{\text{gas}}^{1/2} n_p^2 \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}, \quad (1.2)$$

donde  $n_p$  es la densidad de protones. Una forma de caracterizar la velocidad de enfriamiento del gas es definir el tiempo característico de enfriamiento radiativo,  $t_{\text{cool}}$ , como aquel necesario para enfriar completamente el gas. Para las temperaturas típicas del gas intracumular, si asumimos que el gas se enfria isobáricamente, este tiempo de enfriamiento puede calcularse como (Sarazin 1986)

$$t_{\text{cool}} = 8.5 \times 10^{10} \left[ \frac{n_p}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right]^{-1} \left[ \frac{T_{\text{gas}}}{10^8 \text{ K}} \right]^{1/2} \text{ años}, \quad (1.3)$$

cuyo valor, en general, es mayor que la edad del Universo para la mayoría de los cúmulos. Por tanto, el enfriamiento del gas no debería ser importante.

Sin embargo, en el centro de algunos cúmulos de galaxias, donde la densidad del gas es mayor, el tiempo de enfriamiento puede ser inferior a la edad del Universo



**Figura 1.4** Clasificación morfológica (Jones y Forman 1992) de la emisión en rayos X de los cúmulos de galaxias. Las curvas de nivel muestran los contornos de igual emisión en rayos X, superpuestas a las imágenes en el óptico. Aparte de los 6 tipos mostrados, la clasificación de Jones y Forman incluye un séptimo tipo, en el cual la emisión en rayos X es muy débil y procede exclusivamente de las galaxias (normalmente una única galaxia ubicada en el centro del cúmulo —prototipo: A2666—). Imágenes extraídas y adaptadas de Jones y Forman (1992).

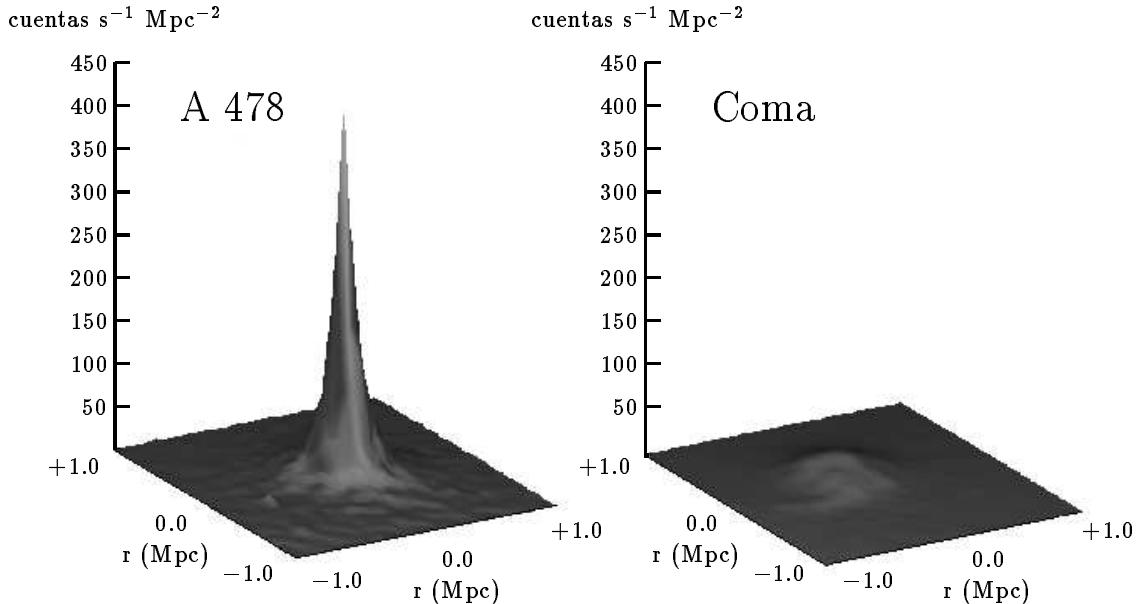
( $t_U \sim H_0^{-1}$ ) y, por tanto, a la edad de los propios cúmulos. Si esto sucede, existe un cierto radio  $r_{\text{cool}}$  en el cual se verifica  $t_{\text{cool}} = t_U$ . La presión del gas en este radio viene determinada por el peso de las capas exteriores ( $r > r_{\text{cool}}$ ), en las cuales el enfriamiento del gas no es importante. En las capas interiores ( $r < r_{\text{cool}}$ ) el enfriamiento reduce la temperatura del gas y, por ello, su densidad debe aumentar para mantener la presión en  $r = r_{\text{cool}}$ . La única forma de conseguir esto (si ignoramos fuentes de materia para  $r < r_{\text{cool}}$ ) es que el gas fluya hacia el centro del cúmulo. Este fenómeno se conoce en la literatura científica con la denominación inglesa de *cooling*

*flow* (que será la empleada en esta memoria). Detallados resúmenes sobre *cooling flows* pueden encontrarse en Fabian, Nulsen y Canizares (1984, 1991), Sarazin (1986), y Fabian (1994).

Las observaciones realizadas con el satélite Uhuru mostraron, por vez primera, que el valor promedio de  $t_{\text{cool}}$  podía ser muy próximo al tiempo de Hubble en el núcleo de algunos cúmulos de galaxias (Lea et al. 1973). Las medidas del satélite Copernicus revelaron que la emisión nuclear en rayos X en los cúmulos de Perseo y Centauro eran muy concentradas (Fabian et al. 1974; Mitchell et al. 1975). Estos resultados, junto con algunas consideraciones teóricas, condujeron independientemente a Cowie y Binney (1977), a Fabian y Nulsen (1977), y a Mathews y Bregman (1978) a sugerir que el enfriamiento del gas intracumular en las regiones nucleares de los cúmulos podía conducir a la formación de un *cooling flow*.

Si la temperatura inicial del gas en  $r = r_{\text{cool}}$  es mayor que la temperatura virial de la galaxia central (lo cual es generalmente cierto para cúmulos ricos pero no para cúmulos pobres o galaxias aisladas), el gas se enfria a medida que cae hacia el centro. Cuando la temperatura alcanza la temperatura virial de la galaxia central, la compresión adiabática del gas, bajo el campo gravitatorio de la galaxia, contrarresta la pérdida radiativa (mediante liberación de energía gravitatoria) y puede mantener, e incluso elevar, la temperatura del gas. Si el potencial gravitatorio en el núcleo de la galaxia se aplana, la temperatura del gas puede disminuir dramáticamente. El resultado neto es que el gas dentro de la esfera de radio  $r_{\text{cool}}$  radia su energía térmica, más el trabajo ( $PdV$ ) realizado sobre él y la energía gravitatoria liberada. Este sería el comportamiento de un *cooling flow* ideal, con simetría esférica y homogéneo (el gas posee una única temperatura y densidad en cada radio). Si el escenario descrito fuera correcto, todo el gas enfriado debería depositarse en el centro del cúmulo. Como veremos más adelante ésta no parece ser la situación real.

La observación de emisión en rayos X claramente concentrada hacia el centro de los cúmulos es una clara evidencia en favor de los *cooling flows* (dado que la emisión del gas intracumular, Eq. 1.2, depende del cuadrado de la densidad del gas y mucho más débilmente de la temperatura). En la Fig. 1.5 se compara la distribución espacial en brillo superficial para un cúmulo con *cooling flow* (Abell 478) y un cúmulo sin *cooling flow* (Coma). El máximo de emisión de Abell 478 supera, en más de un orden de magnitud, al observado en el cúmulo de Coma. La fracción de cúmulos de



**Figura 1.5** Distribución espacial del brillo superficial en rayos X para un cúmulo con *cooling flow* (Abell 478) y un cúmulo sin *cooling flow* (Coma). Ambos cúmulos poseen luminosidades en rayos X comparables. Las figuras han sido re-escaladas para simular el aspecto que tendrían ambos cúmulos si se observaran a la misma distancia. Abell 478 presenta un máximo de emisión en rayos X superior, en más de un orden de magnitud, al mostrado por el cúmulo de Coma. Figura extraída y adaptada de Allen y Fabian (1997a).

galaxias cercanos con emisión en rayos X concentrada hacia el núcleo es bastante elevada, ( $\sim 70\text{--}90\%$ , Stewart et al. 1984; Arnaud 1988; Edge, Stewart y Fabian 1992; White, Jones y Forman 1997).

A partir de las imágenes en rayos X puede obtenerse el ritmo de deposición de masa,  $\dot{M}$ . Si se asume que toda la luminosidad  $L_{\text{cool}}$  asociada a la región  $r < r_{\text{cool}}$  se debe a la emisión térmica del gas más el trabajo  $PdV$  realizado sobre el mismo, se obtiene (ver por ejemplo Fabian et al. 1991)

$$L_{\text{cool}} = \frac{5}{2} \frac{\dot{M}}{\mu m_p} kT, \quad (1.4)$$

donde  $T$  es la temperatura del gas en  $r = r_{\text{cool}}$ , y  $m_p$  es la masa del protón. Los valores de  $L_{\text{cool}}$  oscilan normalmente alrededor de  $\sim 10\%$  de la luminosidad total del cúmulo (en rayos X), mientras que para el ritmo de deposición de masa se obtienen valores típicos  $\dot{M} \sim 100 M_\odot \text{ año}^{-1}$ . Si admitimos que el fenómeno *cooling flow* es duradero y ha persistido durante una fracción significativa de la vida de los cúmulos de galaxias, la cantidad total de gas depositado en un tiempo  $t$  puede estimarse

como (Fabian et al. 1991)

$$M_{\text{total}} \simeq 10^{12} M_{\odot} \left[ \frac{\dot{M}}{100 M_{\odot} \text{ año}^{-1}} \right] \left[ \frac{t}{10^{10} \text{ años}} \right]. \quad (1.5)$$

Es importante destacar que  $M_{\text{total}}$  representa solamente una pequeña fracción de la masa total del medio intracumular.

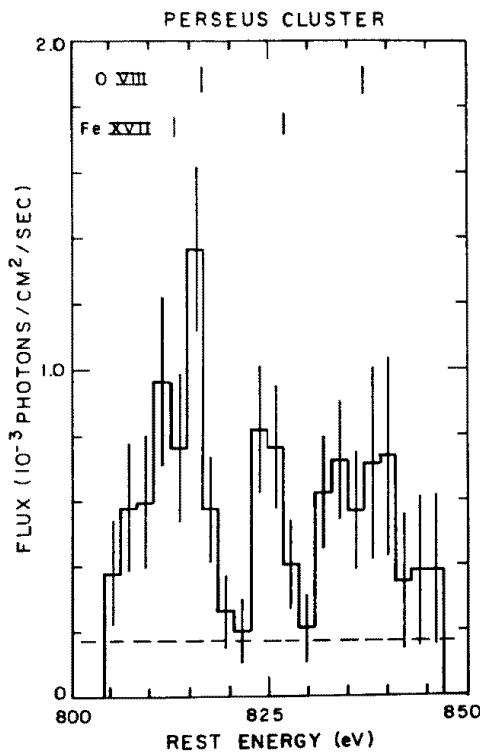
El análisis de las imágenes permite obtener el perfil radial  $L_{\text{cool}}(r)$  y, por tanto, el perfil  $\dot{M}(< r)$  (la masa total depositada dentro de una esfera de radio  $r$ ). Curiosamente se observa que los perfiles de brillo superficial en rayos X son menos concentrados de lo que cabría esperar en un *cooling flow* homogéneo, obteniéndose (Thomas, Fabian y Nulsen 1987)

$$\dot{M}(< r) \propto r. \quad (1.6)$$

Esto significa que el gas debe ser inhomogéneo, es decir, una fracción importante del mismo debe separarse del *cooling flow* mucho antes de llegar al centro del cúmulo (ver resumen en Böhringer 1997).

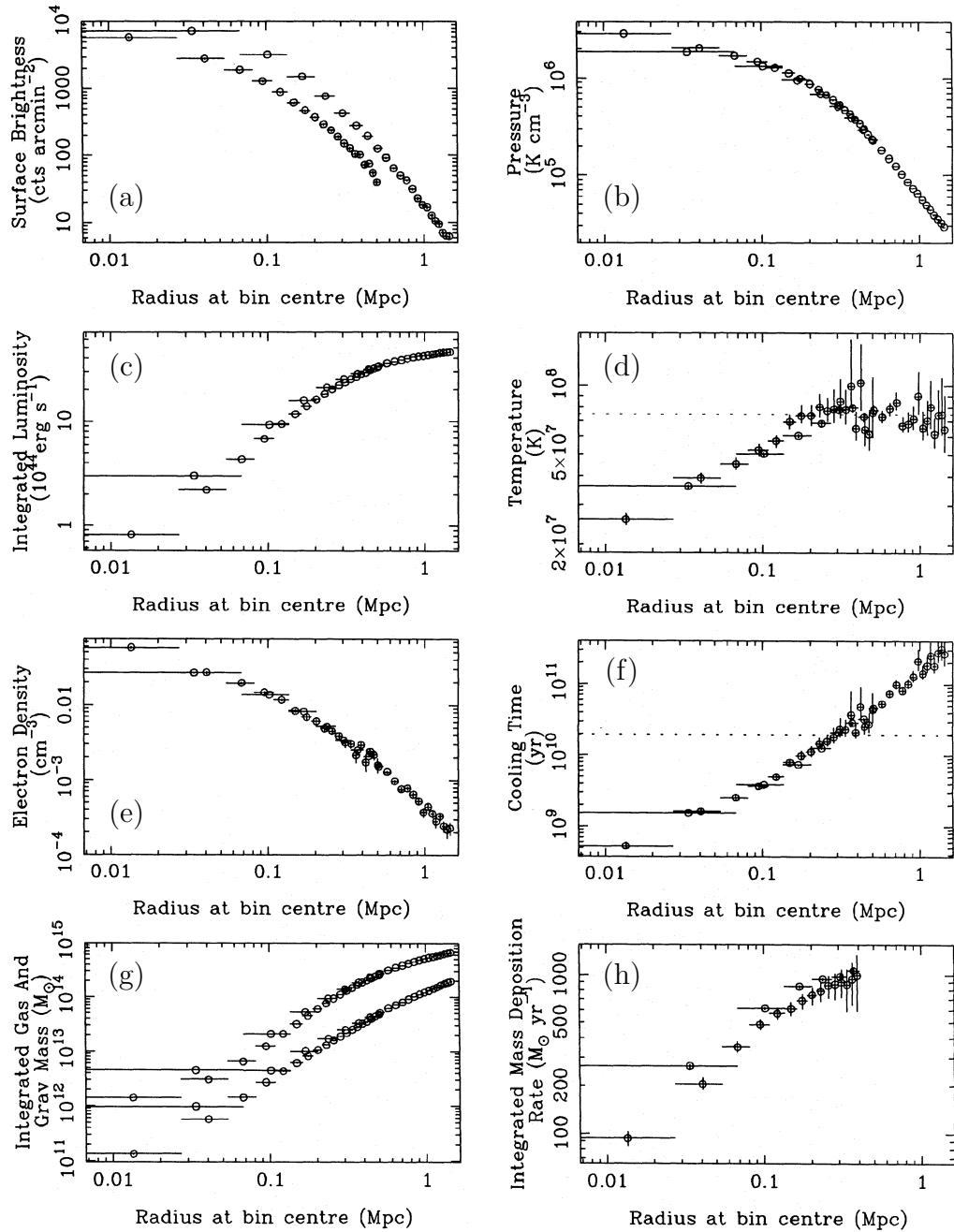
Una prueba adicional de la existencia de los *cooling flows* procede de la espectroscopía en rayos X. La detección de líneas de emisión de O VIII y de Fe XVII (Canizares et al. 1979, 1982) puso de manifiesto la existencia de gas a temperaturas  $\lesssim 10^7$  K, inferiores a las deducidas a partir de las imágenes en rayos X (ver Fig. 1.6). Dado que la emisión a través de las líneas enfriá el gas rápidamente, la observación de las mismas pone de manifiesto que en las regiones centrales del medio intracumular el gas está sufriendo un proceso continuo de enfriamiento. La espectroscopía con resolución espacial ha permitido, de hecho, observar directamente una disminución de la temperatura del gas hacia el centro de algunos cúmulos (Schwarz et al. 1991; White et al. 1994 —ver Fig. 1.7—; Allen et al. 1995; Neumann y Böhringer 1995). La medida de los flujos de las líneas permite determinar los ritmos de deposición del gas a las temperaturas en que dichas líneas presentan un máximo de emisión (Mushotzky y Szymkowiak 1988; Canizares, Markert y Donahue 1988). Los valores de  $\dot{M}$  calculados independientemente a partir de las imágenes y espectros en rayos X muestran generalmente un acuerdo excelente (Fig. 1.8).

La naturaleza inhomogénea del medio intracumular en las regiones centrales de los cúmulos ha sido confirmada, más recientemente, mediante la modelización simultánea de imágenes y espectros en rayos X con buena resolución espacial (Fabian et al. 1994; Fukazawa et al. 1994; Allen, Fabian y Kneib 1996; Allen et al.

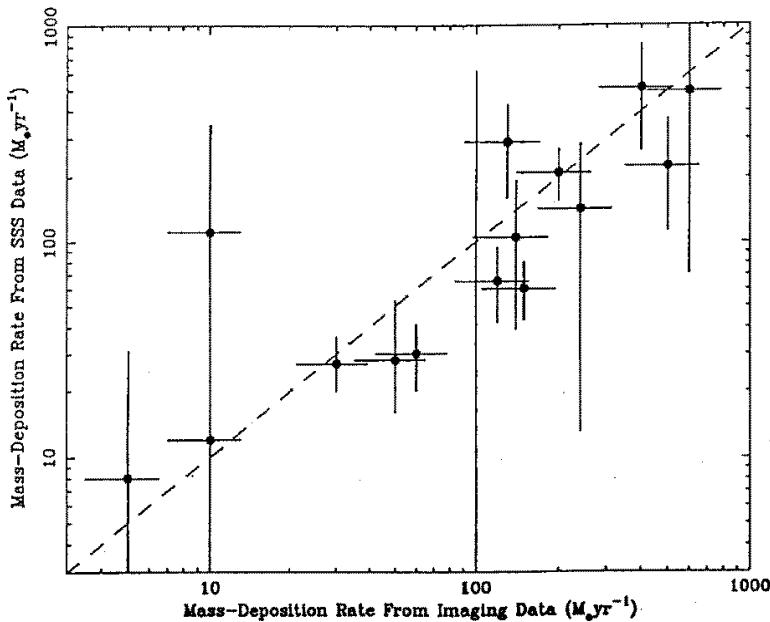


**Figura 1.6** Espectro en rayos X obtenido con el satélite Einstein en el Cúmulo de Perseo (figura extraída de Canizares, Markert y Donahue 1988). Aparecen marcadas las energías correspondientes a intensas líneas de emisión de O VIII y Fe XVII, mientras que la línea horizontal discontinua señala el nivel del fondo instrumental. La presencia de estas líneas revela la existencia de gas enfriándose en un intervalo de temperatura  $\sim 10^6 - 5 \times 10^6$  K.

1996). Los modelos de *cooling flows* inhomogéneos predicen velocidades de caída del gas claramente subsónicas,  $v_{\text{gas}} \sim 30 \text{ km s}^{-1}$  (Sarazin 1997a), indetectables actualmente con la resoluciónpectral disponible. Sin embargo, una prueba indirecta de la existencia de flujo de gas (hacia el centro de los cúmulos con *cooling flows*) proviene del estudio del campo magnético en el medio intracumular. Soker y Sarazin (1990) mostraron que el campo magnético en los cúmulos, aunque débil, podía amplificarse enormemente debido al flujo y compresión del gas en un *cooling flow*.



**Figura 1.7** Resultados de la deproyección de la imagen en rayos X de Abell 478 (figura extraída de White et al. 1994). Las observaciones fueron obtenidas con ROSAT (HRI —puntos con mayor resolución espacial— y PSPC). En el panel (d) se aprecia una clara disminución de la temperatura del gas hacia las regiones centrales del cúmulo —la línea de puntos señala el valor de la temperatura obtenido por Johnstone et al. (1992)—. En el panel (f), la línea de puntos indica una edad de  $2 \times 10^{10}$  años, que ha sido la asumida por los autores para calcular el radio de enfriamiento (*cooling radius*) empleado a su vez en la determinación del ritmo de deposición de masa del cúmulo.



**Figura 1.8** Comparación de ritmos de deposición de masa obtenidos en rayos X mediante imágenes —abscisas— y espectros —ordenadas— (figura extraída de White et al. 1991). El acuerdo entre los valores obtenidos por ambos métodos es bastante bueno.

La detección de rotación Faraday<sup>3</sup>  $\text{RM} \sim 100 \text{ rad m}^{-2}$  en las regiones centrales de cúmulos de galaxias (Kim et al. 1990; Kim, Tribble y Kronberg 1991; Godon et al. 1994) es consistente con la existencia de campos magnéticos  $B \sim 1 \mu\text{G}$  en el medio intracumular. Comparando cúmulos con y sin *cooling flow*, Ge (1991) encontró que todas las fuentes inmersas en intensos *cooling flows* muestran  $\text{RM} \gtrsim 1000 \text{ rad m}^{-2}$ , mientras que las fuentes en cúmulos sin *cooling flows* (y aquellas en las partes exteriores de cúmulos con *cooling flows*) exhiben  $\text{RM} \lesssim 100 \text{ rad m}^{-2}$ . En este sentido Taylor, Barton y Ge (1994) han encontrado una correlación positiva entre la medida de rotación RM y el ritmo de deposición de masa  $\dot{M}$ . Por otro lado, Godon et al. (1994) han mostrado que las CCGs en las que se detecta RM también albergan, en sus regiones centrales, nebulosas en emisión.

<sup>3</sup>RM es la medida de rotación (del inglés *rotation measure*) y se define como

$$\text{RM} \propto \int n_e B_{\parallel} dl,$$

donde  $n_e$  es la densidad electrónica,  $B_{\parallel}$  es la componente del campo magnético en la dirección de observación, y  $dl$  es un elemento de longitud.

### 1.2.3 Modelos alternativos a los *cooling flows*

Uno de los grandes enigmas relacionados con el fenómeno *cooling flow* es determinar el destino final de las enormes cantidades (Eq. 1.5) de gas enfriado (ver por ejemplo Fabian et al. 1991). Dada la ausencia inicial de observaciones que dieran cuenta de este destino (ver sección 1.2.4), varios autores han propuesto diferentes fuentes de energía que podrían contrarrestar el enfriamiento radiativo del medio intracumular: rayos cósmicos (Tucker y Rosner 1983), conducción (Bertschinger y Meiksin 1986), supernovas (Silk et al. 1986) y calentamiento debido al movimiento de las galaxias en los cúmulos (Miller 1986). Sin embargo, estos modelos son muy inestables y el gas, o bien se calienta excesivamente y se expande fuera del núcleo del cúmulo o, por el contrario, tiene lugar la formación de un *cooling flow* (Stewart et al. 1984; Bregman y David 1988).

Asimismo se ha postulado la posibilidad de que la emisión observada en rayos X se tratara en realidad del reflejo de la existencia de gas en proceso de calentamiento (en inglés *heating/warming flows*), en lugar de enfriamiento (Sparks, Macchetto y Golombek 1989; de Jong et al. 1990; Bregman 1992; Sparks 1992, 1997), eliminando así la existencia de los *cooling flows*. Este escenario contempla la captura y posterior fusión de nubes frías de gas por parte de las galaxias dominantes de cúmulos (ya fuera mediante restos de marea o incluso fusiones de galaxias más pequeñas). La energía térmica almacenada en las regiones exteriores al *cooling flow* ( $r > r_{\text{cool}}$ ) supera en uno o dos órdenes de magnitud a la pérdida radiativa del gas en las regiones centrales. Por tanto, la conducción de energía (por medio de electrones) podría calentar el gas frío hasta alcanzar las temperaturas típicas de emisión en rayos X. Sin embargo Canizares et al. (1993), y Fabian, Canizares y Böhringer (1994), señalan que el modelo de *heating flow* requiere flujos de masa excesivos, así como condiciones de contorno y de estabilidad inadmisibles. En cualquier caso, es probable que la fusión de galaxias satélites con CCGs no sea un fenómeno infrecuente, por lo que su efecto en algunos *cooling flows* puede no ser despreciable.

### 1.2.4 Destino final de los *cooling flows*

Si el enfriamiento del gas del medio intracumular ha persistido durante una fracción importante de la vida de los cúmulos, alrededor de  $\sim 10^{12} M_\odot$  de gas han podido ser

depositadas en sus regiones centrales. Esta cantidad de materia es casi comparable a la masa de una CCG típica. Determinar el destino final de este gas constituye, posiblemente, el mayor problema con el que se enfrenta el escenario de los *cooling flows*.

Un resultado muy importante en este sentido fue el descubrimiento de un exceso de absorción en rayos X en varios cúmulos con *cooling flow* (White et al. 1991 —Fig. 1.9—; Johnstone et al. 1992; Miyaji et al. 1993; Allen et al. 1993, 1995; Fabian et al. 1994; Irwin y Sarazin 1995; Allen et al. 1996), no presente en cúmulos sin *cooling flow*. Los valores típicos de densidad de columna obtenidos por White et al. (1991) son  $N_{\text{H}} \sim 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ , encontrándose el exceso de absorción concentrado en las regiones centrales  $r_{\text{abs}} \sim 200 \text{ kpc}$ . La masa total de gas frío requerida para producir la absorción puede estimarse como (Sarazin 1997b)

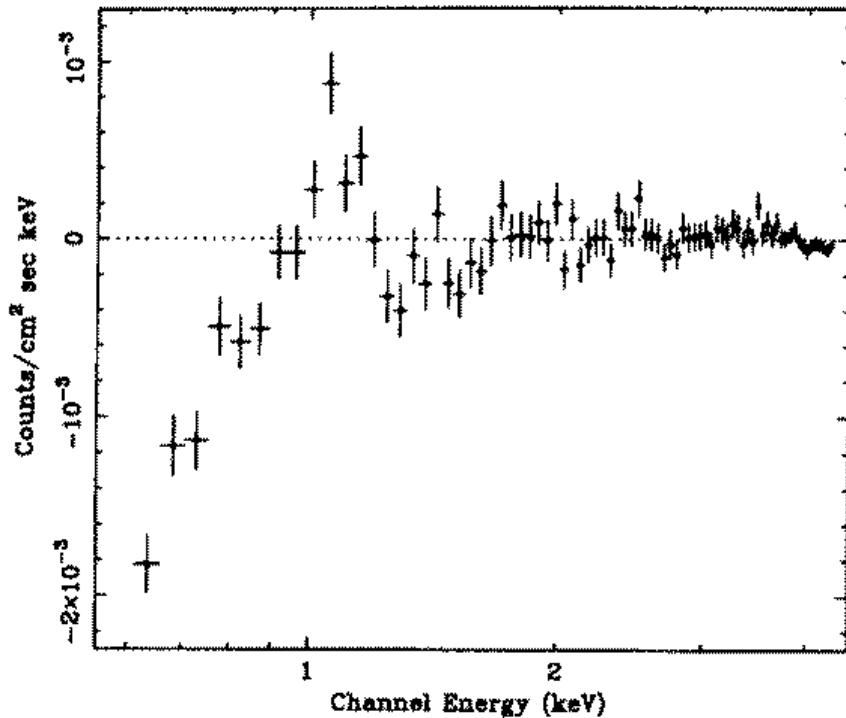
$$M_{\text{abs}} \simeq 1.4 \times 10^{12} \left[ \frac{N_{\text{H}}}{10^{21} \text{ cm}^{-2}} \right] \left[ \frac{r_{\text{abs}}}{200 \text{ kpc}} \right] M_{\odot}, \quad (1.7)$$

valor comparable a la masa total depositada por un *cooling flow* típico durante la edad de un cúmulo.

Cualquiera que sea el medio que produce la absorción observada en rayos X, éste debe re-emitar un flujo equivalente al absorbido en otra región del espectro electromagnético. La identificación del medio absorbente se ha convertido en una tarea de resultados muy poco satisfactorios.

Fabian y Nulsen (1977), y Mathews y Bregman (1978) sugirieron que una vez que el gas abandona la región de emisión en rayos X ( $T \sim 10^7\text{--}10^8 \text{ K}$ ) y se enfriá, podría ser observado en el óptico al pasar por temperaturas del orden de  $\sim 10^4 \text{ K}$  (a través de la observación de líneas de emisión, como H $\alpha$ , H $\beta$ ). Efectivamente, dicha emisión fue observada (Ford y Butcher 1979; Heckman 1981; Cowie et al. 1983) y relacionada con la existencia de *cooling flows*. Hu, Cowie y Wang (1985) obtuvieron espectros en las regiones centrales de 14 cúmulos de galaxias y encontraron que todos los cúmulos que presentaban líneas de emisión poseían *cooling flow*. Aunque con una gran dispersión, las luminosidades en H $\alpha$  (Hu 1988; Heckman et al. 1989; Donahue y Voit 1997) y en H $\beta$  (Johnstone, Fabian y Nulsen 1987) se correlacionan con el ritmo de deposición de masa deducido en rayos X (ver Fig. 1.10).

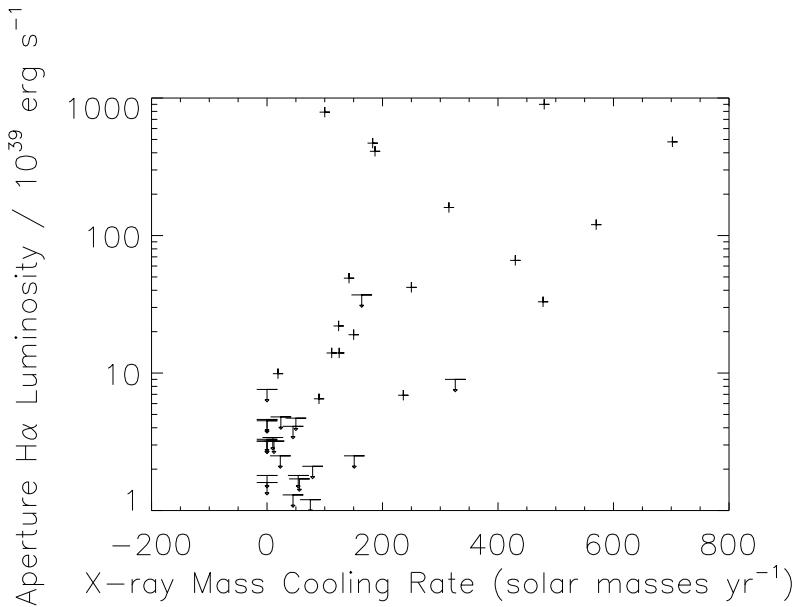
Las imágenes en banda estrecha centradas en H $\alpha$  muestran que la emisión se produce en estructuras filamentosas, distribuidas asimétricamente respecto al núcleo



**Figura 1.9** Residuos del ajuste a un espectro en rayos X de la región central (3 minutos de arco) del cúmulo A 2199 (figura extraída de White et al. 1991). El ajuste se realizó mediante un modelo simple de *bremsstrahlung*, empleando sólo los datos con energía superior a 1.57 keV y considerando los valores de densidad de columna galácticos. La extensión del modelo a energías inferiores permite estimar los residuos mostrados en la parte izquierda de la figura. Se observa la presencia de un exceso de absorción para energías inferiores a 0.9 keV y un exceso de emisión alrededor de 0.9–1.3 keV, característico este último de la presencia de líneas de emisión de Fe asociadas a un *cooling flow*.

de la CCG, en escalas espaciales del orden de  $\sim 10$  kpc. Los espectros típicos son de tipo LINER, con líneas de elementos neutros e ionizados una sola vez (como [OI] 6300Å, [OII] 3727Å, [SII] 6716, 6731Å) intensas en comparación con las de regiones HII, y líneas de elementos más ionizados (como [OIII] 5007Å, [Nev] 3426Å) débiles comparadas con las de las galaxias Seyfert. Las líneas de la serie de Balmer son débiles en comparación con las líneas prohibidas. Las anchuras características de las líneas oscilan alrededor de FWHM  $\sim 100\text{--}800$  km s $^{-1}$  (Donahue y Voit 1997), con fluctuaciones en velocidad radial de  $\sim 100\text{--}200$  km s $^{-1}$  (Heckman et al. 1989).

Sin embargo, lejos de constituir una confirmación de la teoría, la detección de líneas de emisión en el óptico ha planteado numerosas incógnitas que han sido resumidas por Baum (1992a, 1992b). Aunque *todos* los cúmulos con nebulosas de



**Figura 1.10** Relación entre luminosidad en H $\alpha$  y ritmo de deposición de masa (figura extraída de Donahue y Voit 1997). Las luminosidades se han medido en espectros obtenidos con una rendija de 2'', en una muestra de 36 CCGs seleccionadas a partir de la luminosidad en rayos X de los cúmulos que las albergan.

emisión poseen *cooling flow*, *no todos* los cúmulos con *cooling flow* muestran estas nebulosidades. Por otra parte, si se asume que cada átomo de hidrógeno emite un único fotón H $\alpha$  a medida que el gas se enfriá y recombina, es posible predecir la luminosidad total  $L_{\text{H}\alpha}$  esperada a partir de un *cooling flow*. Si además, tal y como se deduce de las observaciones en rayos X,  $\dot{M}(< r) \propto r$ , y consideramos solamente el gas contenido en la región en la que se observa la emisión H $\alpha$  ( $\sim 10$  kpc), se predicen luminosidades  $\sim 10^2$  veces inferiores a lo observado. Esta situación es tan extrema que no puede asumirse que la emisión en el óptico refleja simplemente el enfriamiento de gas en un *cooling flow*. Es necesaria la existencia de una fuente de energía que re-ionice el hidrógeno unas  $\sim 100$  veces por átomo.

Después de pasar por la fase de  $T \sim 10^4$  K, es de esperar que el gas prosiga su enfriamiento y exista como gas neutro a  $T \sim 10\text{--}1000$  K (ver resumen reciente en O'Dea y Baum 1997). A partir del estudio de la línea de emisión del hidrógeno atómico en 21 cm no se ha detectado emisión de HI relacionada exclusivamente con el medio intracumular (es decir, no asociada con galaxias individuales). La masa de hidrógeno atómico en las regiones centrales de los cúmulos es  $\lesssim 10^9 M_\odot$  (valores

límite de densidad de columna  $N_{\text{H}} \lesssim 10^{19} \text{ cm}^{-2}$ ). Masas mayores de gas podrían estar presentes en forma de nubes pequeñas y frías (Jaffe 1992; Daines, Fabian y Thomas 1994).

El intento de detección de hidrógeno atómico frío mediante la observación de absorción en la línea de 21 cm ha dado resultados negativos en 17 cúmulos ( $N_{\text{H}} \lesssim 10^{15}\text{--}10^{18} \text{ cm}^{-2}$ ) y positivos en sólo 5 ( $N_{\text{H}} \sim 10^{20} \text{ cm}^{-2}$  —referencias en O'Dea y Baum 1997—). En estos últimos, el HI parece pertenecer al medio interestelar de la CCG y estar asociado a una nebulosa de emisión en el óptico o a un disco circunnuclear. Por otro lado, Laor (1997a, 1997b) ha sugerido emplear la absorción Ly $\alpha$  para determinar la densidad de columna de HI presente en los cúmulos con *cooling flow*. En particular, la aplicación de este método a NGC 1275 (la CCG del cúmulo A426), permite deducir una densidad de columna de HI  $\sim 50$  veces inferior a la deducida a partir de observaciones de la línea de 21 cm. Posiblemente las observaciones en 21 cm pueden indicar densidades de columna de HI en un disco, en escalas menores.

También han sido negativos los esfuerzos destinados a observar emisión de la molécula de CO en 24 cúmulos (referencias en O'Dea y Baum 1997). Esta emisión, normalmente utilizada como trazadora de la presencia de hidrógeno molecular, sólo ha sido detectada en NGC 1275. La masa total de H<sub>2</sub> detectada en este objeto es  $\sim 10^{10} M_{\odot}$ . Una cantidad similar de hidrógeno molecular no habría escapado a la detección en los demás casos, por lo que puede considerarse a NGC 1275 como un caso especial. Las detecciones negativas de CO imponen límites en la densidad de columna de hidrógeno molecular  $N_{\text{H}_2} \lesssim 10^{20} \text{ cm}^{-2}$ , y masas totales  $\lesssim 10^7\text{--}10^{10} M_{\odot}$ .

Por otra parte, Jaffe y Bremmer (1997) han detectado emisión de la línea H<sub>2</sub>(1–0)S(1) en  $2.1218 \mu$  en una muestra de CCGs inmersas en *cooling flows*, mientras que dicha emisión no ha sido observada en una muestra similar de galaxias ubicadas en cúmulos sin *cooling flows*. Esta línea, producida por hidrógeno molecular a una temperatura de  $\sim 2000$  K, presenta una luminosidad muy elevada para tratarse simplemente de gas caliente enfriándose y pasando por dicha temperatura. Este problema, ya detectado en el caso de la luminosidad en H $\alpha$ , exige la existencia de un mecanismo que, de forma continuada re-excite el gas. En cualquier caso, este gas se distribuye en una región pequeña (cubriendo los  $\sim 3\text{--}5$  kpc centrales), con una masa total de  $10^5\text{--}10^6 M_{\odot}$ . Aunque el hidrógeno molecular observado es muy

poco, también está concentrado en las regiones centrales. Podría haber más gas en este estado cubriendo la región en la que se observa la absorción en rayos X, pero con una concentración menor y, por tanto, un brillo superficial de emisión indetectable. Continuando en este sentido, recientemente Falcke et al. (1997) han detectado emisión de las líneas Pa $\alpha$ , e H<sub>2</sub>(1–0)S(1), . . . , S(5), en galaxias asociadas a intensos *cooling flows*, mientras que dicha emisión está ausente en una muestra de control formada por CCGs en cúmulos sin *cooling flow*.

Ferland, Fabian y Johnstone (1994) han sugerido que el gas molecular se encuentra a una temperatura próxima a de la radiación del fondo de microondas. En este sentido, Puy, Grenacher y Jetzer (1999) concluyen que las nubes moleculares pueden alcanzar temperaturas  $\lesssim 10$  K, lo que explicaría la no detección de CO. Asimismo Fabian, Johnstone y Daines (1994) postularon la formación de granos de polvo en el gas frío, lo que explicaría por qué las nubes de gas enfriado son prácticamente indetectables fuera del intervalo de los rayos X. El polvo impediría la detección del gas en el ultravioleta, mientras que la emisión radio sería muy débil debido a la muy baja temperatura. Sin embargo, otros autores (O'Dea et al. 1994; Braine et al. 1995; Voit y Donahue 1995) argumentan que el gas debe permanecer a una temperatura cercana a  $\sim 20$  K, por lo que, de existir, debería ser detectable. La observación de emisión IRAS en  $60\mu\text{m}$  y  $100\mu\text{m}$  en la posición de las CCGs en cúmulos con *cooling flows* (Bregman 1992), parece indicar la existencia de polvo ( $\sim 10^7$ – $10^8$  M $_{\odot}$ ), probablemente asociado a las nubes emisoras en H $\alpha$ .

Recientemente, Allen y Fabian (1997a, 1997b) han realizado un estudio basado en colores en rayos X, con el objetivo de determinar la distribución espacial del gas frío y del material que produce la absorción en rayos X. Para ello han dividido el intervalo espectral en varias regiones: banda B (0.41–0.79 keV), banda C (0.80–1.39 keV) y banda D (1.40–2.00 keV) —comparar con la Fig. 1.9—. El cociente B/D es sensible al exceso de absorción en rayos X, mientras que el cociente C/D lo es a la presencia de gas frío (donde frío se refiere a una temperatura inferior a la del medio intracumular). Un ejemplo de los resultados obtenidos se muestra en la Fig. 1.11 (extraída de Allen y Fabian 1997b). Los cocientes C/D demuestran la existencia de gas enfriado en las regiones centrales ( $r \lesssim r_{\text{cool}}$ ) con una distribución espacial y emisión en excelente acuerdo con las predicciones de los modelos de inversión de proyección. Los déficit entre los cocientes B/D predichos y observados plantean

la necesidad de considerar un exceso de absorción en las regiones centrales ( $r \lesssim r_{\text{cool}}$ ), aumentando la densidad de columna a medida que el radio disminuye. Las escalas de tiempo requeridas por los *cooling flows* para depositar las cantidades de material absorbente observadas ( $t_{\text{acumulación}} = M_{\text{absorción}} / \dot{M}_{r \lesssim r_{\text{cool}}}$ ) son típicamente  $\gtrsim 10^8$  años. Este resultado implica que la mayor parte del material depositado por los *cooling flows* en las regiones más centrales reside en alguna forma distinta a la del gas que produce la absorción en rayos X.

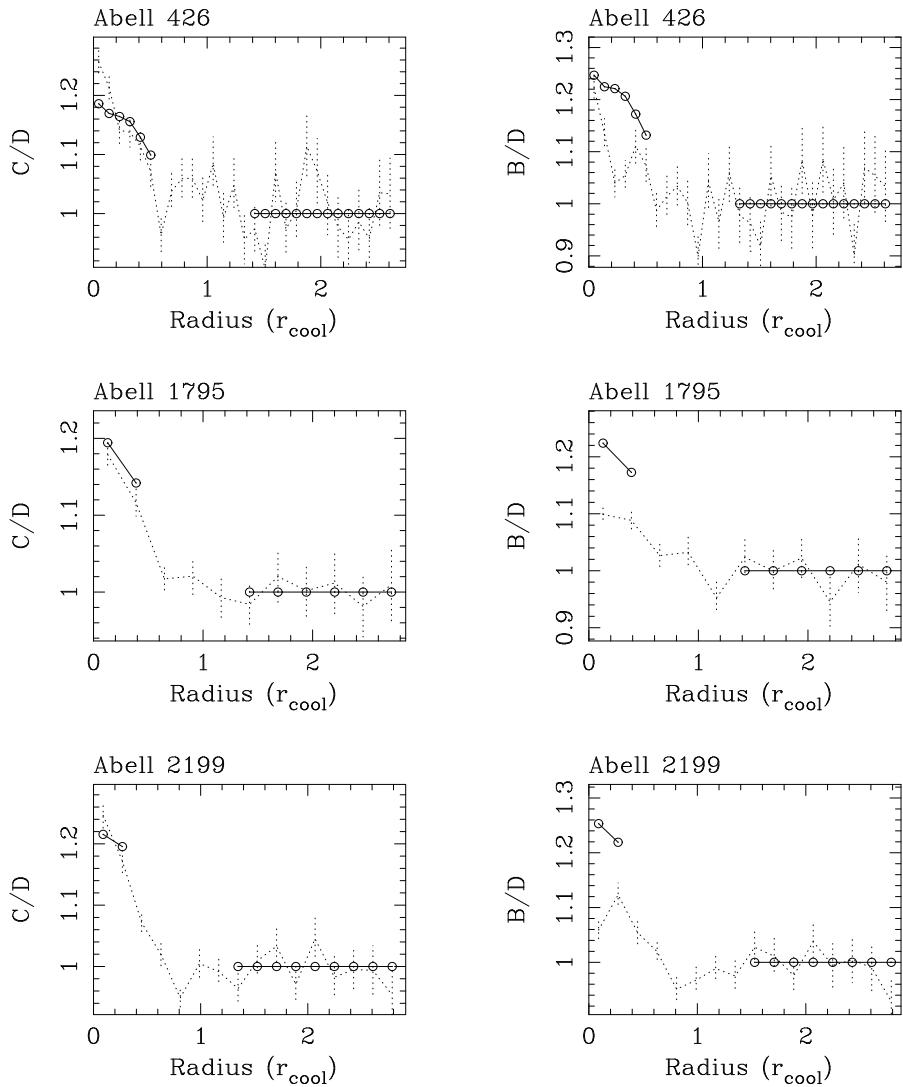
En resumen, parece clara la necesidad de identificar el destino final de los *cooling flows* en las regiones centrales de las CCGs. Si la deposición de material no se almacena como nubes de gas frío, parece ineludible acudir a la formación de estrellas (u objetos subestelares) como solución a este dilema.

### 1.2.5 Formación estelar en CCGs inmersas en *cooling flows*: trabajos anteriores

Varios autores (Silk 1976; White y Sarazin 1987a, 1987b, 1987c) ya sugirieron la posibilidad de que las galaxias dominantes de cúmulos fueran creadas, al menos en parte, por material depositado por un *cooling flow*. De hecho, la formación de estrellas fue contemplada como el único destino plausible para el gas depositado (Fabian, Nulsen y Canizares 1982; Sarazin y O'Connell 1983; O'Connell y McNamara 1989).

Si las CCGs albergan procesos de creación de nuevas estrellas, con una tasa de formación estelar (SFR, del inglés *star formation rate*) comparable al ritmo de deposición de masa característico de los cúmulos con *cooling flow* ( $\dot{M} \sim 100 \text{ M}_\odot \text{ año}^{-1}$ ), y con una función inicial de masas (IMF, del inglés *initial mass function*) normal, las galaxias deben observarse como objetos extremadamente azules. Por el contrario, si el gas acumulado se transforma sólo en estrellas de baja masa, las variaciones espectrales en las CCGs serán muy pequeñas. En este sentido, utilizando modelos sencillos de síntesis evolutiva, Sarazin y O'Connell (1983) estudiaron las variaciones esperadas en los colores de las CCGs debido a un proceso continuado de formación estelar, encontrando que, incluso para límites superiores de la IMF tan bajos como  $M_U \lesssim 2.0 \text{ M}_\odot$ , deberían observarse variaciones en los colores (U-K) y (V-K)  $\sim -0.5$  mag (comparados con los colores típicos de las galaxias elípticas gigantes).

Los primeros estudios destinados a detectar formación estelar no encontraron

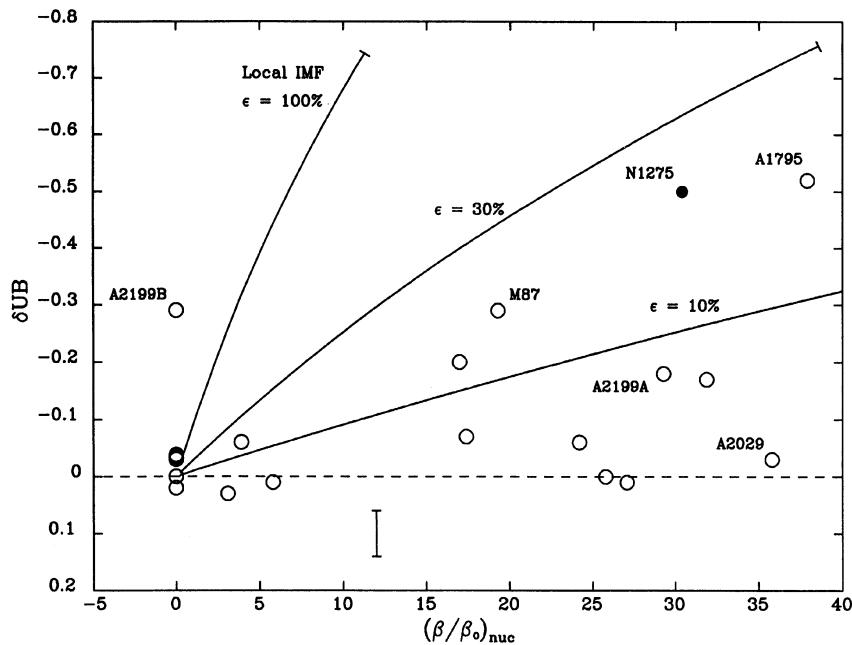


**Figura 1.11** Las líneas punteadas muestran la distribución de gas enfriado —cociente C/D— y material absorbente —cociente B/D— como función del radio en unidades de  $r_{\text{cool}}$ , para 3 cúmulos con *cooling flow* (figura extraída de Allen y Fabian 1997b). Las curvas están normalizadas para  $r > r_{\text{cool}}$ , donde los datos son consistentes con una emisión isotérmica y valores de extinción galácticos. Los círculos indican los valores predichos por el modelo de inversión de proyección descrito en Allen y Fabian (1997b).

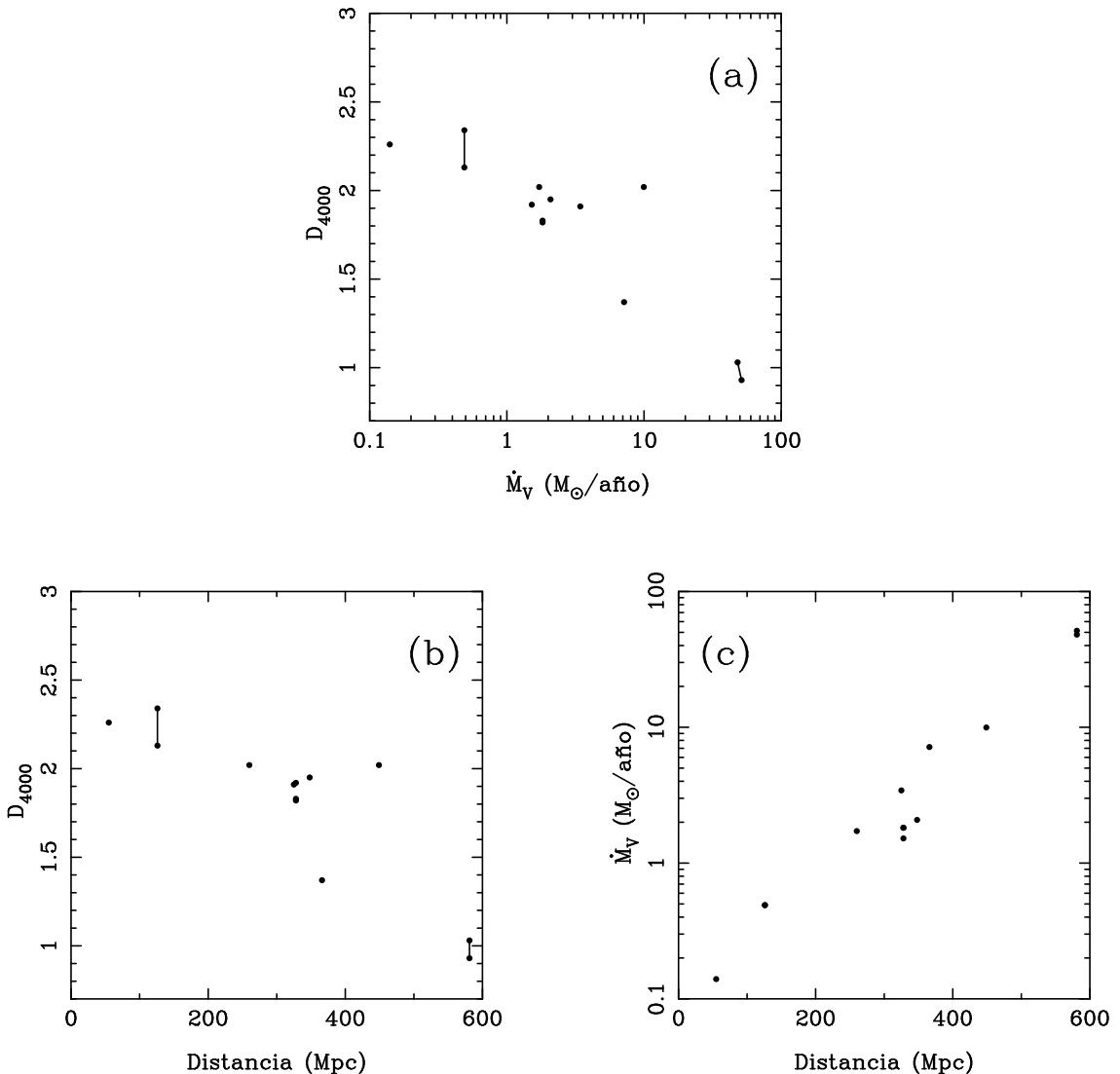
anomalías significativas en los colores de CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* (Lachièze-Rey, Vigroux y Souviron 1985; Romanishin 1986), excepto para NGC 1275 y la CCG de PKS 0745–191 (Sarazin y O’Connell 1983; Silk et al. 1986; Romanishin 1987), dos galaxias en cúmulos con prominentes ritmos de deposición de masa. Sin embargo más tarde, otros trabajos (Romanishin y Hintzen 1988; Thuan y Puschell 1989; McNamara y O’Connell 1989) confirmaron que CCGs inmersas en importantes *cooling flows* exhibían colores centrales más azules que las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*, encontrando incluso una posible relación entre el color central y el ritmo de deposición de masa (Fig. 1.12).

Los trabajos espectroscópicos iniciales también apuntaron a que las CCGs de los cúmulos Abell 496 (Wirth, Kenyon y Hunter 1983; Shields y Filippenko 1990; Nørgaard-Nielsen, Hansen y Jørgensen 1990) y PKS 0745–191 (Fabian et al. 1985) albergaban formación estelar en sus regiones centrales. Asimismo, mientras Hu et al. (1985) no encontraban tales indicios en los espectros de otras 11 CCGs en cúmulos con *cooling flow*, Bertola et al. (1986) y Crawford et al. (1989) indicaban que el examen del continuo espectral en las regiones visible y ultravioleta próximo era compatible con ritmos de formación estelar  $\sim 0.1 M_{\odot}/\text{año}$ , aunque con funciones iniciales de masa “enriquecidas” en estrellas tempranas (tipo  $\sim \text{O}$ ) o restringidas al intervalo de masa  $1\text{--}3 M_{\odot}$ . En cualquier caso, es importante señalar que los ritmos de formación estelar mencionados son notablemente inferiores a los ritmos típicos de deposición de masa de los *cooling flows*.

Otro resultado importante fue el mostrado por Johnstone et al. (1987). Estos autores publicaron la existencia de una correlación entre la discontinuidad en 4000 Å,  $D_{4000}$  (definición en Bruzual 1983) y  $\dot{M}$ , en el sentido de que objetos con ritmos de deposición mayores mostraban valores del  $D_{4000}$  más pequeños (ver Fig. 1.13a). Empleando el  $D_{4000}$  como un indicador del contenido estelar (su valor disminuye al pasar de los tipos espectrales tardíos a los más tempranos —Bruzual 1983—) la correlación fue interpretada por Johnstone et al. como una evidencia de la existencia de formación estelar. Sin embargo sus resultados también indicaban que el ritmo de formación estelar sólo podía dar cuenta de  $\sim 10\%$  del ritmo de deposición de masa. Como conclusión adicional, estos mismos autores postulaban que el 90% restante del material depositado por el *cooling flow* debería formar objetos de baja masa, los cuales no producirían radiación detectable en el óptico.



**Figura 1.12** Representación de los valores nucleares del exceso de color azul,  $\delta UB$ , frente al ritmo de deposición de masa por unidad de intervalo de luminosidad,  $\beta$  (figura extraída de McNamara y O'Connell 1989). Estos autores definieron  $\delta UB \equiv (36 - 45)_{CCG} - (36 - 45)_{template}$ , donde 36 y 45 corresponden al flujo integrado alrededor de 3600 y 4500 Å, respectivamente, con una anchura de banda de 100 Å (el espectro de referencia —*template*— corresponde a un promedio realizado con las CCGs de los cúmulos MKW1 y MKW2, y con las gE NGC 4374 y NGC 4552 —del cúmulo de Virgo—). Por otra parte,  $\beta_0$  es una unidad conveniente para  $\beta$  porque representa el ritmo de pérdida de masa de las estrellas en la rama de las gigantes en una galaxia gE típica. Las líneas continuas representan los valores esperados de  $\delta UB$  si el 100%, el 30% y el 10% del material depositado se convirtiera en estrellas con una IMF normal (estas líneas terminan en  $\delta UB = -0.76$ , donde la población de nuevas estrellas contribuye con un 100% de la luz). Los autores de este trabajo observaban una tendencia, en el sentido de que galaxias con elevados ritmos de deposición (NGC 1275 y las CCGs de A 1795, A 2199) presentan los mayores excesos de color azul (el punto correspondiente a NGC 1275 no es una medida nuclear, sino que corresponde a medidas fotométricas obtenidas a  $\sim 16.6''$  del centro de la galaxia). Sin embargo también se aprecia la existencia de objetos como la CCG de A 2029, con un elevado ritmo de deposición e inapreciable  $\delta UB$ . En ningún caso, los resultados apoyan una transformación del 100% del material depositado (asumiendo los ritmos de deposición de masa obtenidos en rayos X).



**Figura 1.13** Correlación de las medidas nucleares del  $D_{4000}$  en CCGs en cúmulos con *cooling flow*, con el ritmo de deposición de masa  $\dot{M}_V$  (que corresponde a la fracción del ritmo de deposición integrado total dentro de la región central, es decir,  $\dot{M}_V = \dot{M}_X r_V / r_{\text{cool}}$ ) —panel (a)— publicada por Johnstone et al. (1987). Sin embargo, tal y como se aprecia en los paneles (b) y (c), existe también una aparente correlación entre el  $D_{4000}$  y el ritmo de deposición con la distancia.

Dado que la medida de características espectrales de absorción es una potente herramienta para el estudio de poblaciones estelares en galaxias elípticas (Faber 1973, Burstein 1985), Gorgas (1987) y Gorgas, Efstathiou y Aragón-Salamanca (1990) analizaron, por vez primera, medidas de  $Mg_2$  (ver definición en Faber et al. 1985) en las regiones centrales de algunas CCGs, en cúmulos con y sin *cooling flow*. Un resultado de este trabajo fue que, en promedio, los índices de estas galaxias eran inferiores a lo esperado a partir de la relación  $Mg_2 - \sigma$  para galaxias elípticas (donde  $\sigma$  es la dispersión de velocidades). Utilizando modelos de síntesis evolutiva, estos autores concluyeron que las diferencias observadas en  $Mg_2$  podían explicarse asumiendo una formación estelar continuada (con una tasa de formación estelar similar al ritmo de deposición de masa determinado en rayos X), con un límite superior de la IMF  $M_U \lesssim 0.5 M_\odot$ . Gorgas et al. también presentaron medidas de gradientes de  $Mg_2$  en tres CCGs, encontrando que en los tres casos su valor era inferior al gradiente promedio para galaxias elípticas. Sin embargo, como existe una dispersión importante entre los gradientes individuales en  $Mg_2$  de las elípticas, el resultado anterior no pudo discriminarse de una fluctuación estadística. Por otro lado, Gorgas et al. (1990) también pusieron de manifiesto que, en la correlación entre el  $D_{4000}$  y  $\dot{M}$  publicada por Johnstone et al. (1987), ambos parámetros aparecen también correlacionados con la distancia (ver Figs. 1.13b y 1.13c). Si la relación entre  $D_{4000}$  y distancia se debe a un efecto de abertura (Johnstone et al. midieron el  $D_{4000}$  con una abertura fija por lo que, de existir gradientes intrínsecos de  $D_{4000}$  en las CCGs, debería observarse una correlación con la distancia), y la relación entre el ritmo de deposición y distancia se debe a un efecto de selección (la resolución espacial de los antiguos detectores de rayos X no permitía observar *cooling flows* modestos a grandes distancias), la correlación entre  $D_{4000}$  y  $\dot{M}$  podría ser ficticia. Como dato indicativo, las probabilidades de no correlación para los tres representaciones (utilizando un test de ordenación de *spearman*) son:  $p_{\text{no correlación}} = 0.0030, 0.0038$  y  $0.000033$  —paneles (a), (b) y (c), respectivamente—.

En resumen, en el momento de iniciar el trabajo de investigación presentado en esta memoria no había evidencias que permitieran establecer, de forma inequívoca, que las CCGs en cúmulos con *cooling flow* estuvieran formando estrellas al ritmo determinado por los valores de  $\dot{M}$  derivados en rayos X.

### 1.3 Objetivos de este trabajo

Como ya se ha señalado, los ritmos típicos de deposición de masa, mantenidos durante un tiempo comparable a la edad del Universo, implican cantidades totales de masa depositadas  $\sim 10^{12} M_{\odot}$ , que rivalizan con las propias masas luminosas de las CCGs. Conocer el destino final de este material es, por tanto, fundamental para comprender la importancia que los *cooling flows* tienen en el origen y evolución de las galaxias más grandes del Universo.

El trabajo presentado en esta memoria pretende responder a gran parte de los interrogantes planteados. ¿Las CCGs están realmente sufriendo procesos de formación estelar a partir del gas depositado por los *cooling flows*? De producirse, ¿existe un límite superior de masa pequeño en la IMF? ¿Qué fracción de CCGs sufren procesos de formación estelar? ¿Cuánta masa se transforma en estrellas? ¿La formación estelar depende de otros factores? ¿Existe alguna relación con la presencia de líneas de emisión?

Con el propósito de responder a estas preguntas se han realizado observaciones espectroscópicas de rendija larga en una amplia muestra de CCGs, en cúmulos con y sin *cooling flow*. En concreto, se ha abordado el análisis detallado de dos características espectrales ya mencionadas, el  $D_{4000}$  y el  $Mg_2$ . La elección de estos dos índices se debe a que tanto el  $D_{4000}$  (Bruzual 1983; Hamilton 1985), como el  $Mg_2$  (Faber 1977; Efstathiou y Gorgas 1985; Gorgas 1987; Gorgas et al. 1990), constituyen absorciones muy notables en los espectros de galaxias de primeros tipos, habiendo sido utilizadas como indicadores de evolución espectral. Otro punto fundamental, que ha determinado decisivamente la elección del  $D_{4000}$  y el  $Mg_2$ , es el hecho de poder medir estos índices con relaciones señal/ruido por  $\text{\AA}$ ,  $SN(\text{\AA})$ , modestas. Por ejemplo, una relación  $SN(\text{\AA}) \sim 10$  conduce típicamente a errores aleatorios relativos del orden de  $\Delta D_{4000} \sim 1\%$  y  $\Delta Mg_2 \sim 10\%$ , (ver capítulo 2). Esto ha permitido obtener gradientes espaciales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en la mayoría de la CCGs observadas y analizar, de esta forma, la distribución espacial de la posible formación estelar.

Como la medida e interpretación de los gradientes de intensidad de líneas exige un tratamiento muy cuidadoso de los espectros, se ha considerado conveniente el desarrollo de nuevas herramientas que han hecho posible esta tarea. Por ello los capítulos 2, 3 y 4 de esta memoria se centran en la exposición de tales herramientas,

sin las cuales no habría sido posible elaborar el estudio detallado de las CCGs, presentado en los capítulos 5 y 6. Sin embargo, como la utilidad de los capítulos 2, 3 y 4 va más allá de la obtención de los resultados científicos perseguidos con nuestro trabajo, su exposición se realiza de una forma autocontenido, y pueden ser leídos de forma independiente.

En el capítulo segundo se detalla el desarrollo de unas nuevas fórmulas analíticas con las cuales es posible estimar correctamente los errores aleatorios en la medida de índices de intensidad de líneas. Aunque, como acabamos de mencionar, en esta memoria el interés se centra en el análisis del  $D_{4000}$  y del índice molecular  $Mg_2$ , las fórmulas obtenidas son generales y pueden aplicarse a cualquier índice atómico o molecular.

La utilización de las nuevas fórmulas para el cálculo de errores exige una reducción *en paralelo* de imágenes de datos y de errores. En el capítulo tercero se describe la creación y desarrollo de un nuevo paquete de reducción, RED<sub>M</sub>E, especialmente diseñado para el procesado de observaciones espectroscópicas de rendija larga, y que incorpora, además de otras innovaciones, el adecuado tratamiento de los errores previamente descrito.

Con la intención de entender totalmente el significado de las medidas del  $D_{4000}$  en la radiación integrada de las CCGs, se ha procedido a la realización de una calibración empírica de esta característicapectral en función de los parámetros atmosféricos estelares fundamentales: temperatura efectiva, metalicidad y gravedad superficial. Afortunadamente dicha calibración empírica ya se encuentra disponible para el índice de  $Mg_2$  (Gorgas et al. 1993; Worthey et al. 1994). En el capítulo cuarto se detalla todo el proceso realizado para obtener la calibración del  $D_{4000}$ , incluyendo la descripción de la librería estelar observada, reducción posterior y calibración propiamente dicha. También se muestra el resultado de incorporar las funciones empíricas obtenidas en los modelos de síntesis evolutiva de poblaciones estelares elaborados por Bruzual y Charlot (1999).

En el capítulo quinto se presenta la muestra de CCGs observada, las observaciones y el proceso de reducción, así como la descripción de los índices obtenidos y su comparación con trabajos anteriores. La discusión detallada de estos resultados se realiza en el capítulo sexto, donde se procede al análisis de las poblaciones estelares en CCGs mediante la comparación de las medidas espectroscópicas con las

predicciones de los ya mencionados modelos de síntesis de poblaciones estelares.

Por último, en el capítulo séptimo se han resumido las principales conclusiones obtenidas, mientras que aspectos puntuales de relevancia en el desarrollo de esta memoria se presentan detalladamente en los apéndices finales.



## Capítulo 2

# Cálculo de errores aleatorios en la medida de índices espectroscópicos

En este capítulo abordamos la obtención de fórmulas analíticas para la determinación de errores aleatorios en la medida de índices de intensidad de líneas. Aunque algunos autores han derivado ya expresiones para la estimación de estos errores, todos los trabajos previos están basados en simplificaciones que restringen seriamente la aplicabilidad de las fórmulas obtenidas. Las nuevas expresiones matemáticas que aquí se presentan son completamente generales, aunque su aplicación requiere una reducción simultánea de imágenes de datos e imágenes de errores. Por otra parte, esta reducción *en paralelo* es la única que permite controlar perfectamente la propagación que sufren los errores a medida que se manipulan aritméticamente los datos durante el proceso de reducción. Sólo asumiremos una simplificación, inevitable por otra parte, que es la discretización de la señal recibida (es decir, un espectro no es una función continua  $S(\lambda)$  de la longitud de onda  $\lambda$ , sino que la señal se obtiene discretizada en  $N_{\text{pixels}}$  pixels,  $S(\lambda_i)$ , con  $i = 1, \dots, N_{\text{pixels}}$ , siendo  $\lambda_i$  la longitud de onda del centro del pixel número  $i$ ).

La utilización de fórmulas analíticas para determinar errores en los índices presenta claras ventajas frente a métodos alternativos. La repetición de observaciones demanda un esfuerzo observacional que no siempre puede invertirse, mientras que la utilización de simulaciones numéricas exige un mayor tiempo de cálculo.

Finalmente, también se presentan unas expresiones aproximadas que permiten calcular el error esperado en los índices como función de la relación señal/ruido

por  $\text{\AA}$ . Esto último es de enorme utilidad, sobre todo cuando se planifican observaciones y se necesita hacer una estimación de los tiempos de observación requeridos.

## 2.1 Introducción

La medida de índices espectrales es una excelente herramienta para el estudio de las características de absorción en los espectros de los objetos astronómicos. En concreto, desde el trabajo pionero de Faber (1973), el análisis del comportamiento de los índices en sistemas estelares compuestos ha suministrado datos esenciales para entender la historia de su formación estelar (por ejemplo, Burstein et al. 1984; Aragón, Gorgas y Rego 1987; Bica, Alloin y Schmidt 1990; Gorgas, Efstathiou y Aragón-Salamanca 1990; Worthey, Faber y González 1992; Bender, Burstein y Faber 1993; Jones y Worthey 1995; Davies 1996; Ponder et al. 1998). Los índices de intensidad de líneas pueden suministrar, con la ayuda de modelos de poblaciones estelares, valiosa información concerniente a parámetros tan importantes como la edad media, la metalicidad o, incluso, la sobreabundancia de elementos (Bruzual 1983; Worthey 1994; Vazdekis et al. 1996; Bressan, Chiosi y Tantalo 1996). Asimismo, los índices espectrales han sido utilizados ampliamente para determinar parámetros atmosféricos estelares básicos (Rich 1988; Zhou 1991; Terndrup, Sadler y Rich 1995), abundancias en estrellas de cúmulos (Brodie y Hanes 1986; Mould et al. 1990; Gregg 1994; Minniti 1995; Huchra et al. 1996), así como para afrontar cuestiones cosmológicas suministrando nuevos indicadores de distancias (Dressler et al. 1987), y un instrumento para investigar la evolución de las galaxias en función de su desplazamiento al rojo (Hamilton 1985; Charlot y Silk 1994; Bender, Ziegler y Bruzual 1996).

La idoneidad de los índices espectrales para realizar cualquier análisis descansa en una determinación precisa de los errores. No olvidemos que los errores en la medida de los índices se convierten en incertidumbres, por ejemplo, en la estimación de la edad y metalicidad en modelos de poblaciones estelares, o en el estudio de los residuos de relaciones tales como la del índice  $Mg_2$  con la dispersión de velocidades en galaxias elípticas (Schweizer et al. 1990; Bender et al. 1993).

Una estimación adecuada de los errores es por tanto imprescindible si queremos obtener interpretaciones fiables a partir de los datos observacionales. Aunque esto

requiere la determinación simultánea de los errores sistemáticos y aleatorios, en este capítulo vamos a concentrarnos básicamente en el estudio de estos últimos.

Desafortunadamente, aunque los errores aleatorios pueden ser estimados aplicando técnicas estadísticas sencillas, lo mismo no ocurre con los errores sistemáticos. Muchos autores han tratado ya el estudio de las fuentes de errores sistemáticos más comunes en la medida de índices de líneas. Entre éstas destacan: efectos de calibración en flujo (González 1993; Davies, Sadler y Peletier 1993), correcciones de resolución espectral y dispersión de velocidades (Gorgas et al. 1990; González 1993; Carollo, Danziger y Buson 1993; Davies et al. 1993; Fisher, Franx e Illingworth 1995), luz dispersa (González 1993), calibración en longitud de onda y errores en velocidad radial (Vazdekis et al. 1997), sustracción del cielo (Cardiel, Gorgas y Aragón-Salamanca 1995), correcciones por *seeing* y foco (Thomsen y Baum 1987; González 1993; Fisher et al. 1995), desviaciones de linealidad de los detectores (Gorgas et al. 1990), y contaminación por líneas nebulares en emisión (González 1993; Goudfrooij y Emsellem 1996; Cardiel, Gorgas y Aragón-Salamanca 1998).

## 2.2 Definiciones

Las intensidades de las absorciones espectrales han sido medidas de formas muy diversas hasta la fecha. Sin embargo, aunque con pequeñas diferencias, la mayoría de los autores ha empleado índices de intensidad de líneas cuyas definiciones eran versiones simplificadas de la expresión clásica de anchura equivalente

$$W_\lambda(\text{\AA}) = \int_{\text{línea}} \left( 1 - \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} \right) d\lambda, \quad (2.1)$$

donde  $W_\lambda$  tiene unidades de ángstrom ( $\text{\AA}$ ),  $S(\lambda)$  es el espectro observado y  $C(\lambda)$  es el continuo local obtenido mediante interpolación de  $S(\lambda)$  usando dos regiones espirales adyacentes (Faber 1973; Faber, Burstein y Dressler 1977; Whitford y Rich 1983; Gorgas 1987; Brodie y Huchra 1990; González 1993; Rose 1994). Con la intención de evitar determinaciones subjetivas del continuo local, se han definido los *índices atómicos* como aquellos medidos mediante la Eq. 2.1, utilizando para ello tres bandas espirales concretas, fijadas de antemano. La característica espectral de interés queda englobada en la región central, mientras que las otras dos bandas, ubicadas a ambos lados de la banda central, son empleadas para definir el continuo

local de referencia mediante una interpolación lineal (es importante destacar que cuando se utiliza una resolución espectral intermedia o baja, en lugar de medir un auténtico continuo, lo que obtenemos es una estimación que varios autores califican como pseudocontinuo —ver por ejemplo Geisler 1984; Rich 1988—).

Los índices de intensidad de líneas también pueden medirse en magnitudes utilizando

$$I(\text{mag}) = -2.5 \log_{10} \left( 1 - \frac{W_\lambda(\text{\AA})}{\Delta\lambda} \right), \quad (2.2)$$

donde  $\Delta\lambda$  es la anchura (en Å) de la banda central. Los índices de líneas medidos siguiendo esta expresión son denominados *índices moleculares*, dado que tradicionalmente se emplean en el estudio de bandas moleculares. En este caso, las tres bandas que los definen son más anchas que en el caso de los índices atómicos, encontrándose las regiones que definen el continuo más alejadas de la característica espectral central.

En esta memoria hemos adoptado como punto de partida la notación empleada por González (1993), en la cual los índices atómicos y moleculares quedan definidos como sigue

$$I_a \equiv \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \left( 1 - \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} \right) d\lambda, \quad (2.3)$$

$$I_m \equiv -2.5 \log_{10} \frac{\int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda}{\lambda_{c2} - \lambda_{c1}}, \quad (2.4)$$

donde  $\lambda_{c1}$  y  $\lambda_{c2}$  son los límites de la banda central (en Å). El pseudocontinuo local  $C(\lambda)$  se obtiene como

$$C(\lambda) \equiv S_b \frac{\lambda_r - \lambda}{\lambda_r - \lambda_b} + S_r \frac{\lambda - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b}, \quad \text{donde} \quad (2.5)$$

$$S_b \equiv \frac{\int_{\lambda_{b1}}^{\lambda_{b2}} S(\lambda) d\lambda}{(\lambda_{b2} - \lambda_{b1})}, \quad S_r \equiv \frac{\int_{\lambda_{r1}}^{\lambda_{r2}} S(\lambda) d\lambda}{(\lambda_{r2} - \lambda_{r1})}, \quad (2.6)$$

$$\lambda_b \equiv (\lambda_{b1} + \lambda_{b2})/2, \quad \lambda_r \equiv (\lambda_{r1} + \lambda_{r2})/2, \quad (2.7)$$

siendo  $\lambda_{b1}$ ,  $\lambda_{b2}$ ,  $\lambda_{r1}$ , y  $\lambda_{r2}$  los límites de las bandas azul y roja, respectivamente.

Aunque versiones simplificadas de estas expresiones (es decir, considerando un flujo en el continuo constante en la banda central, o sustituyendo las integrales por

valores medios) proporcionan índices numéricamente muy similares cuando se trabaja con resolución espectral intermedia, consideramos que las fórmulas más precisas deben ser utilizadas con el propósito de garantizar comparaciones entre medidas obtenidas en espectros con alta resolución espectral y elevada relación señal/ruido (especialmente para absorciones asimétricas, como ya han señalado Worthey et al. 1994).

El sistema de índices más utilizado hasta la fecha es el establecido por el grupo de Lick (Burstein et al. 1984; Burstein, Faber y González 1986; Faber et al. 1985; Gorgas et al. 1993; Worthey et al. 1994). En las Tablas 2.1 y 2.2 se muestran las definiciones exactas para 28 índices espetrales, incluyendo los 21 que constituyen el sistema extendido de Lick (ver también González 1993), los índices H $\gamma$  y H $\delta$  definidos por Worthey y Ottaviani (1997), y las definiciones dadas por Díaz et al. (1989) para el triplete del Ca II en el infrarrojo cercano. Aunque en este capítulo vamos a concentrarnos en el estudio de la estimación de errores aleatorios en los índices mostrados en las Tablas 2.1 y 2.2, las expresiones que se derivarán son igualmente válidas para cualquier índice definido mediante una expresión del tipo mostrado en las Eqs. 2.3 ó 2.4.

Otra interesante característica espectral, objeto de especial estudio en esta memoria, es la discontinuidad en 4000 Å (D<sub>4000</sub>). Adoptaremos la definición dada por Bruzual (1983)

$$D_{4000} \equiv \frac{\int_{4050}^{4250} S(\nu) d\lambda}{\int_{3750}^{3950} S(\nu) d\lambda}. \quad (2.8)$$

Este índice puede considerarse como un pseudocolor, siendo la combinación de  $S(\nu)$  y  $d\lambda$  debida a razones históricas.

## 2.3 La estadística de fotones

Tengamos en cuenta la siguiente notación:

$N_\gamma, \sigma_\gamma^2$	número de fotones y varianza (por pixel)
$N_e, \sigma_e^2$	número de electrones y varianza (por pixel)
$N_c, \sigma_c^2$	número de cuentas y varianza (por pixel)
$q$	eficacia cuántica ( $e^-/\text{fotón}$ )
$g$	ganancia ( $e^-/\text{ADU}$ )
$\sigma_{RN}$	ruido de lectura (ADU)
ADU	número de cuentas (del inglés <i>Analogic to Digital Unit</i> )

La llegada de fotones al detector sigue una estadística de Poisson<sup>1</sup>. Eso significa que si  $N_\gamma$  es el número promedio de fotones que inciden en un pixel del detector, entonces

$$\sigma_\gamma = \sqrt{N_\gamma}. \quad (2.9)$$

Por otro lado, sabemos que el número promedio de electrones generados en un pixel por un determinado número de fotones viene dado por

$$N_e = qN_\gamma. \quad (2.10)$$

Asimismo, el número de cuentas que tendremos en un pixel será

$$N_c = \frac{N_e}{g}. \quad (2.11)$$

Se puede demostrar que el número de electrones generado sigue también una distribución de Poisson (ver apéndice A), es decir,  $\sigma_e = \sqrt{N_e}$ . El error en el número de cuentas (si despreciamos el ruido de lectura del detector) se obtiene derivando en 2.11

$$\sigma_c = \frac{1}{g}\sigma_e = \frac{1}{g}\sqrt{N_e} = \frac{1}{g}\sqrt{gN_c} = \sqrt{\frac{1}{g}N_c}. \quad (2.12)$$

Si consideramos además el ruido de lectura (en ADU)

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{g}N_c + \sigma_{RN}^2. \quad (2.13)$$

---

<sup>1</sup>Una de las propiedades características de la función de probabilidad de Poisson es que la varianza coincide con el número medio de eventos.

**Tabla 2.1:** Índices atómicos seg\xf1n el sistema de Lick revisado (Trager et al. 1998), junto con las definiciones de H $\gamma$  y H $\delta$  de Worthey y Ottaviani (1997), y del triplete del Ca II (D\xedaz et al. 1989). El significado de las constantes  $c_1$  y  $c_2$  se explica en la sección 2.8 (Eq. 2.67).

Índice	Banda central (Å)	Bandas del continuo (Å)	$c_1$	$c_2$
H $\delta_A$	4083.500–4122.250	4041.600–4079.750 4128.500–4161.000	7.756	0.2002
H $\delta_F$	4091.000–4112.250	4057.250–4088.500 4114.750–4137.250	5.493	0.2585
Ca4227	4222.250–4234.750	4211.000–4219.750 4241.000–4251.000	4.604	0.3684
G4300	4281.375–4316.375	4266.375–4282.625 4318.875–4335.125	8.537	0.2439
H $\gamma_A$	4319.750–4363.500	4283.500–4319.750 4367.250–4419.750	8.215	0.1878
H $\gamma_F$	4331.250–4352.250	4283.500–4319.750 4354.750–4384.750	5.306	0.2527
Fe4383	4369.125–4420.375	4359.125–4370.375 4442.875–4455.375	13.220	0.2580
Ca4455	4452.125–4474.625	4445.875–4454.625 4477.125–4492.125	7.038	0.3128
Fe4531	4514.250–4559.250	4504.250–4514.250 4560.500–4579.250	11.299	0.2511
C <sub>2</sub> 4668	4634.000–4720.250	4611.500–4630.250 4742.750–4756.500	17.757	0.2059
H $\beta$	4847.875–4876.625	4827.875–4847.875 4876.625–4891.625	7.301	0.2539
Fe5015	4977.750–5054.000	4946.500–4977.750 5054.000–5065.250	16.455	0.2158
Mg <sub>b</sub>	5160.125–5192.625	5142.625–5161.375 5191.375–5206.375	8.032	0.2472
Fe5270	5245.650–5285.650	5233.150–5248.150 5285.650–5318.150	9.250	0.2313
Fe5335	5312.125–5352.125	5304.625–5315.875 5353.375–5363.375	10.741	0.2685
Fe5406	5387.500–5415.000	5376.250–5387.500 5415.000–5425.000	7.256	0.2893
Fe5709	5696.625–5720.375	5672.875–5696.625 5722.875–5736.625	6.362	0.2679
Fe5782	5776.625–5796.625	5765.375–5775.375 5797.875–5811.625	6.134	0.3067
NaD	5876.875–5909.375	5860.625–5875.625 5922.125–5948.125	8.113	0.2496
Ca1	8483.000–8513.000	8447.500–8462.500 8842.500–8857.500	8.852	0.2951
Ca2	8527.000–8557.000	8447.500–8462.500 8842.500–8857.500	8.330	0.2777
Ca3	8647.000–8677.000	8447.500–8462.500 8842.500–8857.500	7.750	0.2583

**Tabla 2.2:** Índices moleculares según el sistema de Lick revisado (Trager et al. 1998). El significado de la constante  $c_3$  se explica en la sección 2.8 (Eq. 2.78).

Índice	Banda central (Å)	Bandas del continuo (Å)	$c_3$
$\text{CN}_1$	4142.125–4177.125	4080.125–4117.625	0.2241
		4244.125–4284.125	
$\text{CN}_2$	4142.125–4177.125	4083.875–4096.375	0.2691
		4244.125–4284.125	
$\text{Mg}_1$	5069.125–5134.125	4895.125–4957.625	0.1662
		5301.125–5366.125	
$\text{Mg}_2$	5154.125–5196.625	4895.125–4957.625	0.1933
		5301.125–5366.125	
$\text{TiO}_1$	5936.625–5994.125	5816.625–5849.125	0.1824
		6038.625–6103.625	
$\text{TiO}_2$	6189.625–6272.125	6066.625–6141.625	0.1568
		6372.625–6415.125	

Todo el desarrollo planteado es válido para un único pixel, por lo que la última relación puede escribirse de forma más general, para una imagen bidimensional, como

$$\sigma_c^2[i, j] = \frac{1}{g} N_c[i, j] + \sigma_{RN}^2[i, j]. \quad (2.14)$$

Dada una imagen de datos  $N_c[i, j]$ , y conocido el ruido de lectura en cada pixel, podemos emplear la expresión anterior para obtener una imagen inicial de errores  $\sigma_c[i, j]$ .

## 2.4 Propagación de los errores en la reducción

El objetivo del proceso de reducción de observaciones es minimizar la influencia de las imperfecciones en la adquisición de la información de los objetos astronómicos de interés (ver en Gilliland 1992 un breve resumen sobre fuentes de error en la reducción de observaciones realizadas con cámaras CCD). Para conseguir este propósito debemos realizar manipulaciones apropiadas con las imágenes de datos y de calibración. El trabajo aritmético involucrado en este proceso debe tenerse en cuenta si pretendemos obtener estimaciones precisas de los errores.

Para poder seguir con todo detalle la propagación de los errores, debemos crear imágenes de errores al comienzo de la reducción. A partir de este punto las imágenes

de datos y errores deben procesarse en paralelo, trasladando todas las operaciones aritméticas realizadas sobre las imágenes de datos a las imágenes de errores, para lo cual aplicamos las leyes de combinación de errores.

El punto de partida es la creación de las imágenes de errores a partir de los valores esperados de varianza. Como ya vimos en la Eq. 2.14, y considerando un espectro unidimensional,

$$\sigma^2[j] = \frac{1}{g} N_c[j] + \sigma_{RN}^2[j], \quad (2.15)$$

donde  $N_c[j]$  el número de cuentas en el pixel  $[j]$  (después de la sustracción del nivel de *bias*)<sup>2</sup>.

Algunos de los pasos del proceso de reducción que tienen una mayor influencia en la propagación de los errores son la división por imágenes de *flatfield*, las correcciones de distorsiones geométricas, la calibración en longitud de onda y la sustracción del cielo. Es importante subrayar que si los espectros de errores se obtienen a partir del número final de cuentas en las imágenes ya reducidas, los errores en los índices estarán subestimados, dado que se habrá ignorado la manipulación aritmética de señal y la contribución de los errores procedentes de las imágenes de calibración. El procesado en paralelo de imágenes de datos y errores conlleva un beneficio adicional nada desdeñable: la posibilidad de obtener, en cualquier instante de la reducción, la variación en la relación señal/ruido introducida en cualquier manipulación aritmética. En estas condiciones es posible determinar qué partes de la reducción introducen más errores e incluso decidir si alguna de las manipulaciones realizadas sobre las imágenes de datos puede evitarse, ya sea porque la relación señal/ruido se vea drásticamente reducida a cambio de una mejora despreciable en el producto final, o bien porque tales manipulaciones constituyan una pérdida de tiempo.

Finalmente, la obtención de errores en los índices de intensidad de líneas, a partir de las imágenes ya reducidas de datos y errores, puede realizarse usando dos métodos completamente distintos. Por un lado es posible emplear simulaciones de Monte Carlo para estimar el efecto de las varianzas en cada pixel en los valores finales de los índices. Por otro, se pueden aplicar fórmulas analíticas para evaluar

---

<sup>2</sup>La aparente inconsistencia dimensional de la Eq. 2.15 no es real, y se debe al hecho de que una de las propiedades de la distribución de Poisson es que la varianza es, numéricamente, igual al valor medio del número esperado de eventos.

los errores como función del valor de la señal y la varianza en cada pixel. Ambos métodos son examinados en las siguientes secciones.

## 2.5 Simulaciones numéricas

El efecto de los errores aleatorios en los espectros de objetos astronómicos puede estimarse mediante simulaciones de Monte Carlo. Para ello basta con generar espectros sintéticos a partir de los espectros de datos originales, introduciendo en cada pixel ruido gaussiano con una amplitud correspondiente a la raíz cuadrada de la varianza. En particular, dados un espectro concreto de datos  $S[j]$  (donde  $j$  es el número de pixel) y su correspondiente espectro de varianzas  $\sigma[j]$ , podemos crear espectros sintéticos definidos como

$$\mathcal{Q}[j] \equiv S[j] + \mathcal{R}(\sigma[j]), \quad (2.16)$$

donde  $\mathcal{R}(\sigma[j])$  es una función que reproduce ruido gaussiano de amplitud  $\sigma[j]$ . Si generamos un número  $N_{\text{simul}}$  de espectros sintéticos suficientemente grande, es posible estimar el error en los índices como la desviación típica no sesgada de las  $N_{\text{simul}}$  medidas de cada índice (en la práctica  $N_{\text{simul}} \sim 100$  suele ser suficiente). El método descrito es muy sencillo y basta con disponer de una función  $\mathcal{R}(\sigma)$  que reproduzca adecuadamente ruido gaussiano utilizando números aleatorios.

### 2.5.1 Reproduciendo una distribución de probabilidad

Dada una distribución de probabilidad (o función de densidad) unidimensional  $f(x)$ , donde el recorrido de la variable independiente es  $x \in [0, \infty)$ , queremos obtener una función  $\mathcal{X}(z)$  —donde  $z$  es un número aleatorio en el intervalo  $z \in [0, 1]$ — que para una secuencia de números aleatorios  $z_1, z_2, \dots, z_{N_{\text{simul}}}$  nos proporcione otra secuencia de valores  $\mathcal{X}(z_1), \mathcal{X}(z_2), \dots, \mathcal{X}(z_{N_{\text{simul}}})$  que reproduzca la distribución inicial  $f(x)$ .

Podemos definir

$$z \equiv \int_0^{x_{\max}} f(x) \, dx. \quad (2.17)$$

Por las propiedades de la función de densidad, si  $x_{\max} \in [0, \infty)$  entonces  $z \in [0, 1]$ .

Si  $f(x)$  puede integrarse analíticamente, podemos resolver la integral en la Eq. 2.17 y despejar  $x_{\max}$  en función de  $z$ . Para un valor concreto de  $z$  tendremos

entonces el valor de  $x_{\max}$  hasta el cual deberíamos haber extendido la integral de la distribución de probabilidad para obtener precisamente dicho valor de  $z$ . Esto significa que si generamos diversos valores de  $z$  de forma aleatoria, los distintos valores de  $x_{\max}(z)$  reproducirán la función de densidad  $f(x)$ . En otras palabras,  $x_{\max}(z)$  es la función  $\mathcal{X}(z)$  que buscábamos.

### 2.5.2 Generando una distribución de probabilidad gaussiana

Desgraciadamente la función gaussiana unidimensional,  $f(x) \propto \exp[-x^2/(2\sigma^2)]$ , no puede integrarse analíticamente. Para evitar este problema, aplicamos el método explicado anteriormente a una función gaussiana en dos dimensiones,

$$\int \int \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) dx dy = \frac{1}{\sigma^2} \int r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr. \quad (2.18)$$

Podemos definir

$$z \equiv \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{r_{\max}} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr = 1 - \exp\left(\frac{-r_{\max}^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.19)$$

Por tanto, despejando  $r_{\max}$ ,

$$r_{\max} = \sqrt{2} \sigma \sqrt{-\ln(1-z)}. \quad (2.20)$$

Finalmente, podemos reproducir una secuencia de números siguiendo una distribución de probabilidad gaussiana si proyectamos en una dimensión (sobre el eje  $x$  por ejemplo) y aleatoriamente los valores obtenidos para  $r_{\max}(z)$ .

La función que utilizaremos para generar ruido gaussiano tiene entonces la forma

$$\mathcal{R}(\sigma[j]) = \sqrt{2} \sigma[j] \sqrt{-\ln(1-z_1)} \cos(2\pi z_2), \quad (2.21)$$

donde  $z_1$  y  $z_2$  son dos números aleatorios  $z_1, z_2 \in [0, 1]$ .

### 2.5.3 Un caso práctico: HR 3428

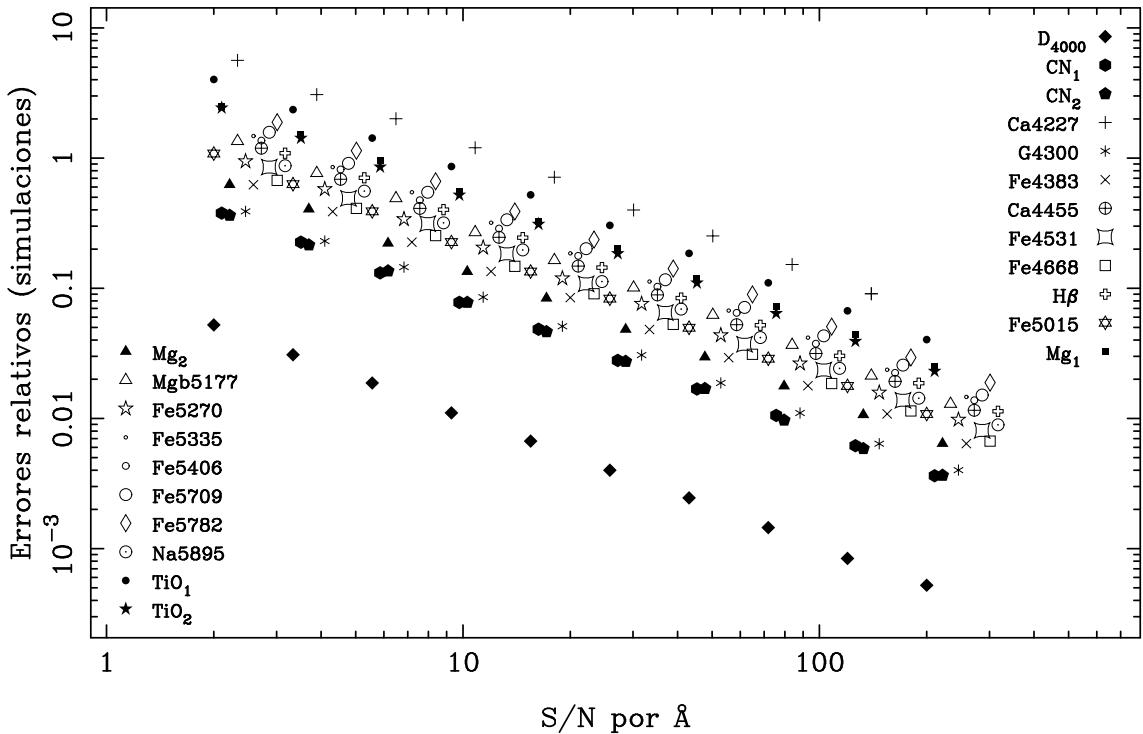
Como ejemplo de determinación de errores utilizando simulaciones numéricas, vamos a mostrar los resultados obtenidos al aplicar el método descrito anteriormente en un caso particular. Hemos elegido una estrella perteneciente a la librería de Lick/IDS,

en concreto HR 3428, para la cual disponemos de un espectro con una elevada relación señal/ruido.

Como punto de partida asumimos que el espectro inicial de la estrella HR 3428 se halla completamente libre de errores (es decir, hacemos la hipótesis de que los índices medidos en dicho espectro son valores libres de error y serán utilizados como valores de referencia). Dividiendo el espectro original de la estrella por diferentes factores constantes, construimos diversos espectros de errores sintéticos (dichos factores se convierten así en la relación señal/ruido). Para cada combinación de espectro original más espectro sintético de errores, medimos los índices y estimamos los errores correspondientes mediante las simulaciones numéricas. De esta forma obtenemos los errores en los índices como función de la relación señal/ruido. Los resultados se muestran gráficamente en la Fig. 2.1. Lógicamente existe una clara correlación entre el error relativo en cada índice y la relación señal/ruido por  $\text{\AA}$ , disminuyendo los errores a medida que aumenta la relación señal/ruido. Asimismo, y tal como cabría esperar, para un valor determinado de la relación señal/ruido, los errores en los índices atómicos (definidos con bandas estrechas) son mayores que para los índices moleculares, siendo el  $D_{4000}$  el índice menos exigente en relación señal/ruido.

## 2.6 Fórmulas analíticas: trabajos previos

Diversos autores han empleado fórmulas analíticas para estimar los errores en la medida de índices de intensidad de líneas (Rich 1988; Brodie y Huchra 1990; Carollo et al. 1993; González 1993). Las expresiones utilizadas han sido siempre obtenidas a partir de versiones aproximadas de las Eqs. 2.3 y 2.4, en las cuales las integrales son sustituidas por el número de cuentas promedio en las bandas. Aunque este tipo de aproximación funciona suficientemente bien en muchos casos, algunas simplificaciones adicionales reducen seriamente la aplicabilidad de las fórmulas derivadas. Las expresiones obtenidas por Rich (1988) no tenían en cuenta el ruido de lectura (que puede ser muy importante en objetos débiles), ni el efecto de la sustracción del cielo. Aunque las fórmulas utilizadas por Brodie y Huchra (1990) y Carollo et al. (1993) tenían presente estos factores, ignoraban pasos fundamentales de la reducción, como la división por imágenes de *flatfield*. Todos estos problemas son eli-



**Figura 2.1** Errores relativos en la medida de 22 índices de líneas en el espectro de la estrella HR 3428 como función de la señal/ruido por Å. Los errores han sido determinados a través de simulaciones numéricas a partir de un espectro de buena calidad y empleando espectros de errores sintéticos.

minados drásticamente al emplear una reducción en paralelo de imágenes de datos y errores (González 1993; este trabajo). Aunque esta forma de trabajo requiere una reducción elaborada, proporciona resultados más seguros.

El conjunto de fórmulas más preciso utilizado hasta la fecha para la determinación de errores en los índices espectrales es el empleado por González (1993). Como referencia, reproducimos a continuación sus expresiones:

$$\sigma[I_a] = \frac{S_c}{C_c} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{S_c}}{S_c}\right)^2 + \frac{\sigma_{S_b}^2}{C_c^2} \left(\frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2 + \frac{\sigma_{S_r}^2}{C_c^2} \left(\frac{\lambda_b - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2}, \quad (2.22)$$

$$\sigma[I_m] = \frac{2.5 \times 10^{0.4I_m}}{2.3026(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})} \sigma[I_a], \quad (2.23)$$

donde

$$\lambda_c \equiv (\lambda_{c_1} + \lambda_{c_2})/2, \quad (2.24)$$

$$C_c \equiv C(\lambda_c), \quad (2.25)$$

$$S_c \equiv \int_{\lambda_{c_1}}^{\lambda_{c_2}} S(\lambda) d\lambda, \quad (2.26)$$

$$\left(\frac{\sigma_{S_c}}{S_c}\right)^2 \equiv \frac{1}{\int_{\lambda_{c_1}}^{\lambda_{c_2}} \frac{S^2(\lambda)}{\sigma^2(\lambda)} d\lambda}, \quad (2.27)$$

$$\sigma_{S_b}^2 \equiv \frac{S_b^2}{\int_{\lambda_{b_1}}^{\lambda_{b_2}} \frac{S^2(\lambda)}{\sigma^2(\lambda)} d\lambda}, \quad (2.28)$$

$$\sigma_{S_r}^2 \equiv \frac{S_r^2}{\int_{\lambda_{r_1}}^{\lambda_{r_2}} \frac{S^2(\lambda)}{\sigma^2(\lambda)} d\lambda}, \quad (2.29)$$

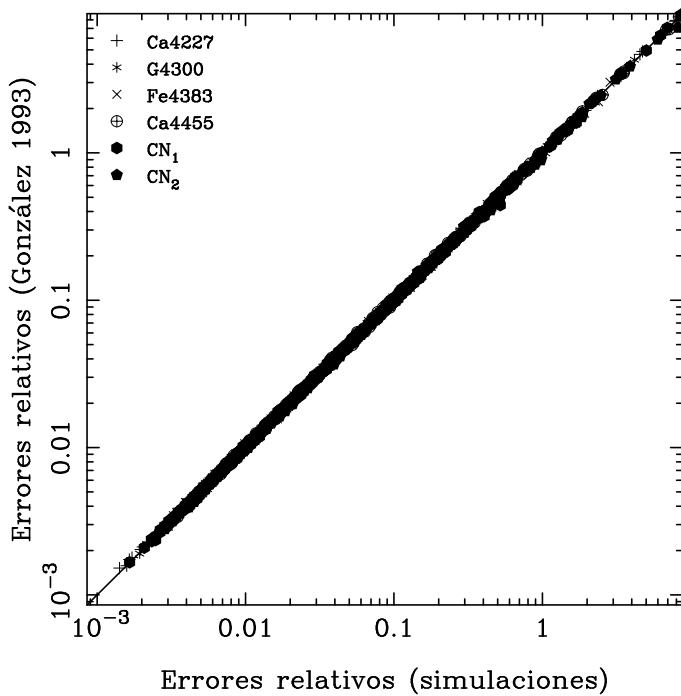
y  $\sigma^2(\lambda)$  es la varianza de  $S(\lambda)$  para la longitud de onda  $\lambda$ .

Con la intención de comprobar la validez de las Eqs. 2.22 y 2.23, comparamos las predicciones de dichas expresiones con los resultados obtenidos mediante simulaciones de Monte Carlo. Para ello hemos empleado una muestra homogénea de 350 espectros, correspondientes a estrellas de la librería de Lick/IDS (ver capítulo 4). Los espectros de errores se obtuvieron mediante una reducción en paralelo de las imágenes de datos y errores (utilizando el paquete REDM<sup>UC</sup>E —ver capítulo 3—), tal y como hemos descrito previamente. Como puede observarse en la Fig. 2.2, existe un excelente acuerdo entre los errores estimados con las fórmulas de González (1993) y los derivados a partir de las simulaciones numéricas. Desafortunadamente, esta excelente concordancia no se verifica en todas las situaciones. En concreto, una de las aproximaciones empleadas para obtener las Eqs. 2.22 y 2.23 es la asunción de que la relación señal/ruido promedia en cada banda puede obtenerse como la suma cuadrática de las relaciones señal/ruido individuales de cada pixel (Eqs. 2.27–2.29).

En otras palabras,

$$\frac{\left[ \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} S(\lambda_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \sigma^2(\lambda_i)} \approx \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \frac{S^2(\lambda_i)}{\sigma^2(\lambda_i)}, \quad (2.30)$$

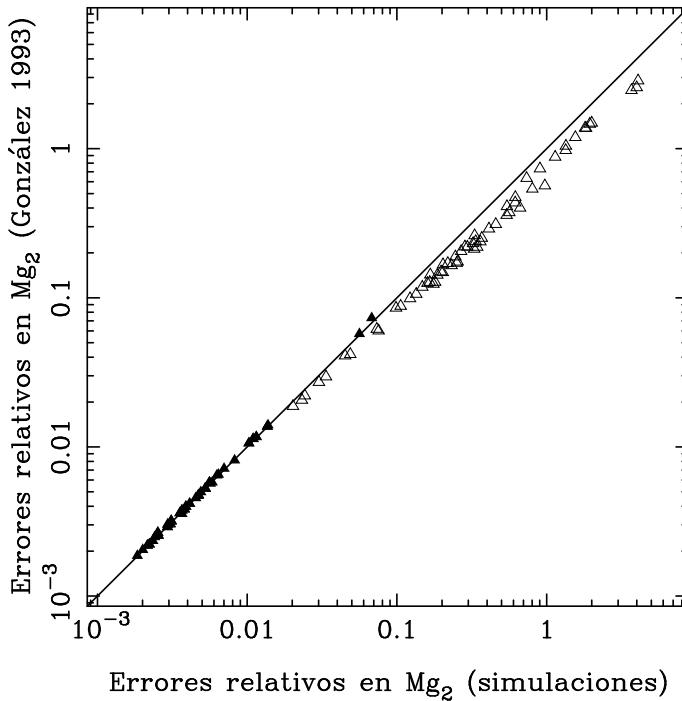
donde  $N_{\text{pixels}}$  indica el número de pixels involucrados en la medida de una determinada banda. Los resultados presentados en la Fig. 2.2 fueron obtenidos empleando espectros de datos y errores en los cuales la aproximación dada en la Eq. 2.30 funcionaba perfectamente. Sin embargo, es fácil ver que, en esta expresión, la combinación simultánea de valores de  $\sigma(\lambda)$  grandes y pequeños conduce a un desacuerdo entre



**Figura 2.2** Comparación de los errores relativos obtenidos en la medida de índices espetrales utilizando las fórmulas de González (1993) y estimados mediante simulaciones numéricas. Los diferentes símbolos corresponden a los 6 índices indicados, los cuales han sido medidos en una muestra de 350 estrellas de la librería de Lick/IDS.

ambos términos que no podemos ignorar.

Por ejemplo, discrepancias entre las fórmulas de González (1993) y las simulaciones numéricas aparecen claramente en la medida del índice de Mg<sub>2</sub> en las regiones centrales de la galaxia dominante del cúmulo Abell 2255, tal y como puede apreciarse en la Fig. 2.3. Estas diferencias surgen debido a que la velocidad radial de la galaxia provoca que observemos una línea de emisión brillante del cielo dentro de la banda central del índice de Mg<sub>2</sub>. La sustracción del cielo durante la reducción introduce un gran error en los pixels afectados por dicha línea de emisión. Como resultado, el espectro final de errores contiene, para los pixels de la banda central, valores muy diferentes de  $\sigma(\lambda)$ , por lo que la aproximación dada en la Eq. 2.30 no es adecuada. En la misma figura se representan los errores estimados para una muestra de 40 estrellas de la librería de Lick/IDS, observada con la misma configuración instrumental. Las estrellas no se ven afectadas por la línea de cielo y las fórmulas de González (1993) coinciden con las simulaciones.



**Figura 2.3** Comparación de los errores en Mg<sub>2</sub> determinados utilizando las expresiones de González (1993) y empleando simulaciones numéricas. Los triángulos rellenos corresponden a una muestra de 40 estrellas brillantes (pertenecientes a la librería de Lick/IDS), mientras que los triángulos vacíos son medidas a lo largo del radio de la galaxia dominante del cúmulo Abell 2255. Las fórmulas de González (1993) subestiman los errores en el caso de la galaxia debido a la presencia de pixels con errores muy distintos en la banda central del Mg<sub>2</sub>.

## 2.7 Las nuevas fórmulas

### 2.7.1 Errores en los índices atómicos

Vamos a deducir un nuevo conjunto de fórmulas en el que vamos a eludir cualquier simplificación (salvo la inevitable discretización de la señal). Teniendo en cuenta la definición adoptada para los índices atómicos (Eq. 2.3), el error  $\sigma[I_a]$  es igual al error en la integral del cociente entre el flujo en la línea y el flujo en el continuo,

$$\sigma[I_a] = \sigma \left[ \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda \right]. \quad (2.31)$$

En la práctica esta integral debe transformarse en un sumatorio

$$\sigma[I_a] \simeq \sigma \left[ \Theta \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \frac{S(\lambda_i)}{C(\lambda_i)} \right] \equiv \Theta \sigma[\mathcal{I}], \quad (2.32)$$

donde  $\Theta$  es la dispersión (en Å/pixel), asumiendo una escala en longitud de onda lineal, y  $N_{\text{pixels}}$  el número de pixels que cubren la banda central (es importante destacar que, en general, hay que considerar fracciones de pixel en los bordes de la bandas).  $\mathcal{I}$  es una función de  $2 \times N_{\text{pixels}}$  variables  $\mathcal{I}(\dots, S(\lambda_i), \dots, C(\lambda_j), \dots)$ , las cuales no son totalmente independientes entre sí, verificándose

$$\text{cov}(S(\lambda_i), S(\lambda_j)) = 0 \quad \forall i, j \in [1, N_{\text{pixels}}], \quad i \neq j, \quad (2.33)$$

$$\text{cov}(S(\lambda_i), C(\lambda_j)) = 0 \quad \forall i, j \in [1, N_{\text{pixels}}], \quad (2.34)$$

$$\text{cov}(C(\lambda_i), C(\lambda_j)) \neq 0 \quad \forall i, j \in [1, N_{\text{pixels}}], \quad i \neq j, \quad (2.35)$$

dado que  $C(\lambda)$  se calcula a partir de la Eq. 2.5. Teniendo en cuenta este resultado, podemos calcular la varianza en la función  $\mathcal{I}$  mediante

$$\begin{aligned} \sigma^2[\mathcal{I}] &= \\ &\sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial S(\lambda_i)} \right)^2 \sigma^2(S(\lambda_i)) \right] + \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial C(\lambda_i)} \right)^2 \sigma^2_{C(\lambda_i)} \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial C(\lambda_i)} \right) \left( \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial C(\lambda_j)} \right) \text{cov}(C(\lambda_i), C(\lambda_j)) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \frac{C^2(\lambda_i) \sigma^2(S(\lambda_i)) + S^2(\lambda_i) \sigma^2_{C(\lambda_i)}}{C^4(\lambda_i)} \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \left( \frac{S(\lambda_i)}{C^2(\lambda_i)} \right) \left( \frac{S(\lambda_j)}{C^2(\lambda_j)} \right) \text{cov}(C(\lambda_i), C(\lambda_j)) \right]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Para continuar debemos evaluar los términos covariantes, lo cual es posible aplicando directamente la definición de covarianza

$$\begin{aligned} \text{cov}(C(\lambda_i), C(\lambda_j)) &= \\ &= \langle C(\lambda_i) C(\lambda_j) \rangle - \langle C(\lambda_i) \rangle \langle C(\lambda_j) \rangle = \\ &\left\langle \left( S_b \frac{\lambda_r - \lambda_i}{\lambda_r - \lambda_b} + S_r \frac{\lambda_i - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \right) \left( S_b \frac{\lambda_r - \lambda_j}{\lambda_r - \lambda_b} + S_r \frac{\lambda_j - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \right) \right\rangle + \\ &- \left\langle S_b \frac{\lambda_r - \lambda_i}{\lambda_r - \lambda_b} + S_r \frac{\lambda_i - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \right\rangle \left\langle S_b \frac{\lambda_r - \lambda_j}{\lambda_r - \lambda_b} + S_r \frac{\lambda_j - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \right\rangle = \\ &= \Lambda_1 \langle S_b^2 \rangle + \Lambda_2 \langle S_b S_r \rangle + \Lambda_3 \langle S_r S_b \rangle + \Lambda_4 \langle S_r^2 \rangle + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\Lambda_1 \langle S_b \rangle \langle S_b \rangle - \Lambda_2 \langle S_b \rangle \langle S_r \rangle - \Lambda_3 \langle S_r \rangle \langle S_b \rangle - \Lambda_4 \langle S_r \rangle \langle S_r \rangle = \\
& = \Lambda_1 [\langle S_b^2 \rangle - \langle S_b \rangle \langle S_b \rangle] + \Lambda_2 [\langle S_b S_r \rangle - \langle S_b \rangle \langle S_r \rangle] + \\
& \quad \Lambda_3 [\langle S_r S_b \rangle - \langle S_r \rangle \langle S_b \rangle] + \Lambda_4 [\langle S_r^2 \rangle - \langle S_r \rangle \langle S_r \rangle] = \\
& = \Lambda_1 \sigma_{S_b}^2 + \Lambda_2 \text{cov}(S_b, S_r) + \Lambda_3 \text{cov}(S_r, S_b) + \Lambda_4 \sigma_{S_r}^2,
\end{aligned} \tag{2.37}$$

donde hemos definido los siguientes cuatro parámetros

$$\Lambda_1 \equiv \frac{(\lambda_r - \lambda_i)(\lambda_r - \lambda_j)}{(\lambda_r - \lambda_b)^2}, \tag{2.38}$$

$$\Lambda_2 \equiv \frac{(\lambda_r - \lambda_i)(\lambda_j - \lambda_b)}{(\lambda_r - \lambda_b)^2}, \tag{2.39}$$

$$\Lambda_3 \equiv \frac{(\lambda_i - \lambda_b)(\lambda_r - \lambda_j)}{(\lambda_r - \lambda_b)^2}, \tag{2.40}$$

$$\Lambda_4 \equiv \frac{(\lambda_i - \lambda_b)(\lambda_j - \lambda_b)}{(\lambda_r - \lambda_b)^2}. \tag{2.41}$$

Como  $S_b$  y  $S_r$  no están correlacionados,  $\text{cov}(S_r, S_b) = \text{cov}(S_b, S_r) = 0$ , por tanto

$$\text{cov}(C(\lambda_i), C(\lambda_j)) = \Lambda_1 \sigma_{S_b}^2 + \Lambda_4 \sigma_{S_r}^2, \tag{2.42}$$

lo que nos conduce a la expresión final para los errores en los índices atómicos

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma^2[I_a]}{\Theta^2} &= \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \frac{C^2(\lambda_i) \sigma^2(\lambda_i) + S^2(\lambda_i) \sigma_{C(\lambda_i)}^2}{C^4(\lambda_i)} \right] + \\
&\quad \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \sum_{j=1, j \neq i}^{N_{\text{pixels}}} \left[ \frac{S(\lambda_i) S(\lambda_j)}{C^2(\lambda_i) C^2(\lambda_j)} (\Lambda_1 \sigma_{S_b}^2 + \Lambda_4 \sigma_{S_r}^2) \right],
\end{aligned} \tag{2.43}$$

donde

$$\sigma_{C(\lambda_i)}^2 = \left( \frac{\lambda_r - \lambda_i}{\lambda_r - \lambda_b} \right)^2 \sigma_{S_b}^2 + \left( \frac{\lambda_i - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \right)^2 \sigma_{S_r}^2, \tag{2.44}$$

$$\sigma_{S_b}^2 = \frac{\Theta^2}{(\lambda_{b2} - \lambda_{b1})^2} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}^b} \sigma^2(\lambda_i), \tag{2.45}$$

$$\sigma_{S_r}^2 = \frac{\Theta^2}{(\lambda_{r2} - \lambda_{r1})^2} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}^r} \sigma^2(\lambda_i), \tag{2.46}$$

siendo  $N_{\text{pixels}}^b$  y  $N_{\text{pixels}}^r$  el número de pixels que definen las bandas azul y roja, respectivamente.

Cuando las expresiones anteriores se utilizan sobre un espectro correspondiente a un objeto con un determinado desplazamiento al rojo  $z$ , y el espectro no es corregido de dicho desplazamiento, es necesario realizar una corrección a las fórmulas expuestas. De hecho, la medida de índices atómicos en espectros que exhiben una cierta velocidad radial requiere realizar la siguiente corrección

$$I_a|_{z=0} = I_a|_z \frac{1}{1+z}, \quad (2.47)$$

donde  $I_a|_{z=0}$  es el índice atómico corregido de velocidad radial e  $I_a|_z$  es el índice atómico medido. Dado que la corrección realizada significa multiplicar el índice observado por un factor constante, el error en dicho índice se corrige de forma análoga, es decir

$$\sigma[I_a]_{z=0} = \sigma[I_a]_z \frac{1}{1+z}, \quad (2.48)$$

siendo  $\sigma[I_a]_{z=0}$  y  $\sigma[I_a]_z$  los errores corregidos y medidos, respectivamente.

### 2.7.2 Errores en los índices moleculares

La obtención del error en los índices moleculares es muy sencilla, una vez conocida la expresión para el error de los índices atómicos. Retomando la ecuación 2.4, es inmediato obtener

$$\begin{aligned} \sigma[I_m] &= 2.5 \frac{\log_{10} e}{\int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda} \sigma \left[ \frac{\int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda}{\lambda_{c2} - \lambda_{c1}} \right] = \\ &2.5 \frac{\log_{10} e}{10^{-0.4I_m} (\lambda_{c2} - \lambda_{c1})} \sigma \left[ \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda \right]. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Por tanto

$$\sigma[I_m] = 2.5 \frac{\log_{10} e}{10^{-0.4I_m}} \frac{1}{\lambda_{c2} - \lambda_{c1}} \sigma[I_a], \quad (2.50)$$

que es idéntica a la Eq. 2.23.

En el caso de los índices moleculares, su medida no depende de si el espectro ha sido corregido o no de velocidad radial. Por lo tanto, lo mismo sucede con los errores.

### 2.7.3 Errores en el D<sub>4000</sub>

Partiendo de la expresión del D<sub>4000</sub>, podemos estudiar la propagación de los errores en cada pixel del espectro. Retomando la expresión 2.8

$$D_{4000} = \frac{\int_{3750}^{4250} \lambda^2 S(\lambda) d\lambda}{\int_{3950}^{4050} \lambda^2 S(\lambda) d\lambda} \equiv \frac{\mathcal{F}_r}{\mathcal{F}_b}, \quad (2.51)$$

donde hemos definido  $\mathcal{F}_b$  y  $\mathcal{F}_r$  como los flujos sumados en cada banda (azul y roja, respectivamente), pesados con el cuadrado de la longitud de onda. Por tanto, como  $\mathcal{F}_b$  y  $\mathcal{F}_r$  no están correlacionados

$$\sigma^2[D_{4000}] = \frac{\mathcal{F}_r^2 \sigma_{\mathcal{F}_b}^2 + \mathcal{F}_b^2 \sigma_{\mathcal{F}_r}^2}{\mathcal{F}_b^4}. \quad (2.52)$$

Transformando las integrales en sumatorios

$$\mathcal{F}_p = \sum_{i=1}^{N_p^p} [\lambda_i^2 \ S(\lambda_i) \ \Theta] = \Theta \sum_{i=1}^{N_p^p} [\lambda_i^2 \ S(\lambda_i)] \quad (2.53)$$

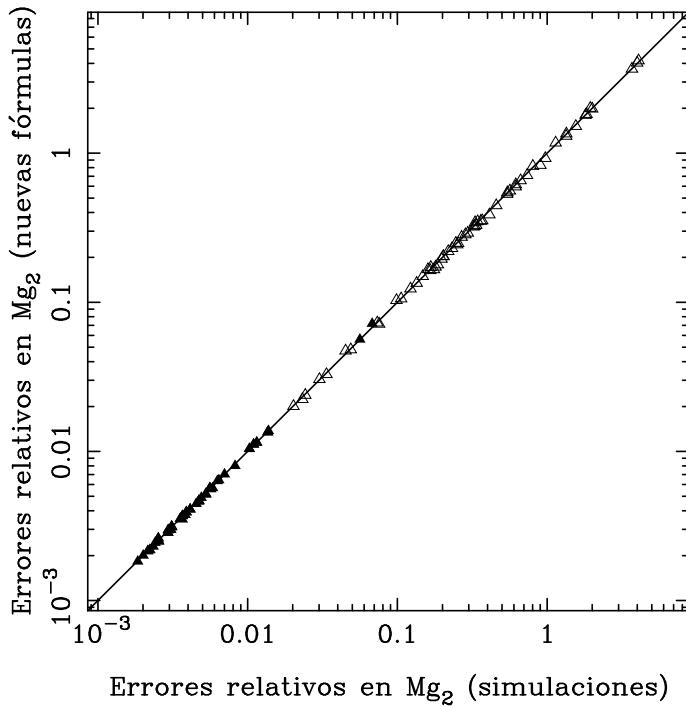
donde el índice  $p$  se refiere indistintamente a la banda azul ( $b$ ) o roja ( $r$ ). Los errores se obtienen a partir de

$$\sigma_{\mathcal{F}_p}^2 = \sum_{i=1}^{N_p^p} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{F}_p}{\partial S(\lambda_i)} \right)^2 \sigma^2(\lambda_i) \right] = \Theta^2 \sum_{i=1}^{N_p^p} [\lambda_i^4 \ \sigma^2(\lambda_i)]. \quad (2.54)$$

Es fácil comprobar que el factor  $\Theta$  que aparece en  $\mathcal{F}_p$  y en  $\sigma_{\mathcal{F}_p}$  se elimina al sustituir estos valores en la expresión de  $\sigma^2[D_{4000}]$ , por lo que finalmente tenemos

$$\begin{aligned} \sigma^2[D_{4000}] &= \\ &\frac{\left( \sum_{i=1}^{N_r^r} [\lambda_i^2 S(\lambda_i)] \right)^2 \left( \sum_{i=1}^{N_b^b} [\lambda_i^4 \sigma^2(\lambda_i)] \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^{N_b^b} [\lambda_i^2 S(\lambda_i)] \right)^2 \left( \sum_{i=1}^{N_r^r} [\lambda_i^4 \sigma^2(\lambda_i)] \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^{N_b^b} [\lambda_i^2 S(\lambda_i)] \right)^4}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

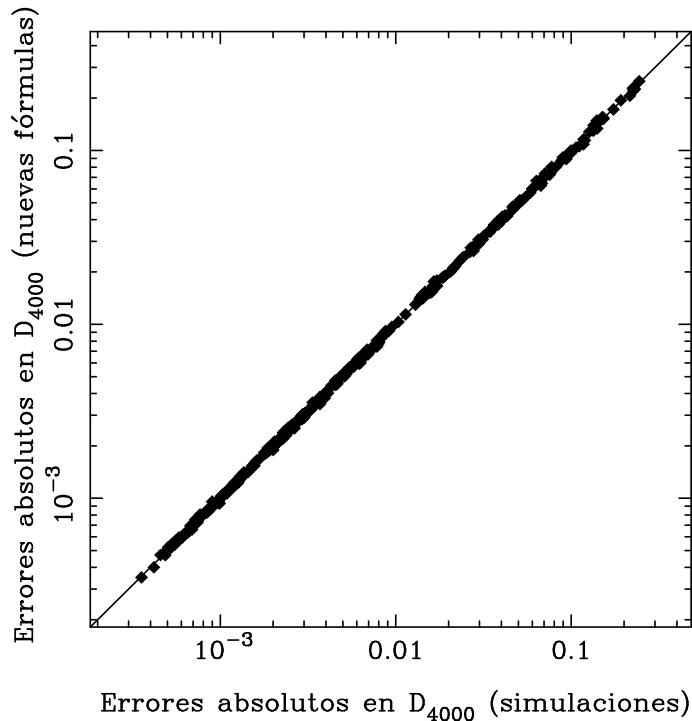
La expresión obtenida, al igual que la propia definición de D<sub>4000</sub>, no necesita ninguna corrección debido a la presencia de velocidad radial en los espectros (salvo las correspondientes variaciones de los límites de los sumatorios, lógicamente).



**Figura 2.4** Comparación de los errores en  $Mg_2$  determinados utilizando las nuevas expresiones y empleando simulaciones numéricas. La muestra representada coincide exactamente con la de la Fig. 2.3. El acuerdo, en este caso, entre las fórmulas analíticas y las simulaciones numéricas es perfecto.

#### 2.7.4 Comparación con simulaciones numéricas

Empleando las nuevas fórmulas, hemos comparado las estimaciones analíticas de los errores con las suministradas por las simulaciones numéricas. El acuerdo es perfecto para todos los índices. Como ejemplo, mostramos en la Fig. 2.4 el resultado de aplicar dichas expresiones a la determinación de los errores en  $Mg_2$  para la misma muestra representada en la Fig. 2.3. La comparación de ambas figuras pone de manifiesto que las nuevas fórmulas reproducen perfectamente los errores, incluso en situaciones especiales como la tratada en el caso de la galaxia dominante del cúmulo Abell 2255. Asimismo, en la Fig. 2.5 se representa la comparación de las predicciones de los errores absolutos en el  $D_{4000}$  frente a las estimaciones de las simulaciones. Nuevamente el acuerdo es excelente.



**Figura 2.5** Comparación de los errores absolutos en  $D_{4000}$  determinados utilizando las nuevas expresiones y empleando simulaciones numéricas. La muestra representada coincide con la de la Fig. 2.2.

## 2.8 Estimando errores a partir de la relación S/N

Tal como se aprecia en la Fig. 2.1, existe una clara correlación entre los errores relativos en los índices y la relación señal/ruido por Å. Aunque de forma natural cabe encontrarse con tal correlación, es de esperar que una determinación cuantitativa del error como función de la relación S/N por Å dependa también, en general, del valor del índice.

Ya hemos mostrado que la utilización de fórmulas aproximadas puede conducir a estimaciones erróneas de los errores. Sin embargo, ayudándonos de algunas simplificaciones, podemos obtener expresiones muy sencillas para la determinación aproximada de los valores absolutos de los errores como función de la relación S/N por Å promediada en las bandas de los índices.

### 2.8.1 Errores en los índices atómicos en función de la relación S/N por Å

Retomando la Eq. 2.31, vamos a suponer que en la banda central de los índices atómicos se verifica  $C(\lambda) \approx C(\lambda_c)$ . En ese caso

$$\begin{aligned}\sigma[I_a] &= \sigma \left[ \Theta \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \frac{S(\lambda_i)}{C(\lambda_i)} \right] \approx \sigma \left[ \Theta \frac{1}{C(\lambda_c)} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} S(\lambda_i) \right] = \\ &= \sigma \left[ \frac{1}{C(\lambda_c)} (\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}) S_c \right] = (\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}) \sigma \left[ \frac{S_c}{C(\lambda_c)} \right],\end{aligned}\quad (2.56)$$

donde  $S_c$  es el valor medio (por pixel) del flujo en la banda central, y  $N_{\text{pixels}}$  el número de pixels abarcados por la banda central. Elevando al cuadrado y ordenando términos

$$\frac{\sigma^2[I_a]}{(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})^2} = \frac{\sigma_{S_c}^2}{C^2(\lambda_c)} + \frac{S_c^2}{C^2(\lambda_c)} \frac{\sigma_{C(\lambda_c)}^2}{C^2(\lambda_c)}. \quad (2.57)$$

En esta última expresión vamos a calcular cada una de las tres fracciones del término de la derecha por separado.

En primer lugar, podemos escribir el índice atómico también en función del valor medio de la señal por pixel en la banda central

$$I_a = \int_{\lambda_{c_1}}^{\lambda_{c_2}} \left( 1 - \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} \right) d\lambda \approx (\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}) \left( 1 - \frac{S_c}{C(\lambda_c)} \right), \quad (2.58)$$

por lo que

$$\frac{\sigma_{S_c}^2}{C^2(\lambda_c)} = \left( 1 - \frac{I_a}{\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}} \right)^2 \frac{\sigma_{S_c}^2}{S_c^2}. \quad (2.59)$$

Asimismo

$$\sigma_{S_c}^2 \approx \frac{1}{(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})^2} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \Theta^2 \sigma^2(\lambda_i) \approx \frac{\Theta^2}{(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})^2} N_{\text{pixels}} \overline{\sigma_{c/\text{pixel}}^2}, \quad (2.60)$$

donde  $\overline{\sigma_{c/\text{pixel}}^2}$  es el error promedio del flujo por pixel en la banda central. Teniendo en cuenta que para pasar de error por pixel a error por Å podemos aproximar  $\sigma[\text{flujo}/\text{pixel}] \approx \sqrt{\Theta} \sigma[\text{flujo}/\text{Å}]$ , escribimos la primera fracción de la Eq. 2.57 como

$$\frac{\sigma_{S_c}^2}{C^2(\lambda_c)} = \left( 1 - \frac{I_a}{\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}} \right)^2 \frac{\Theta^2}{(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})} \frac{\overline{\sigma_{c/\text{pixel}}^2}}{S_c^2}. \quad (2.61)$$

De forma inmediata se deduce que la segunda fracción en la Eq. 2.57 se expresa como

$$\frac{S_c^2}{C^2(\lambda_c)} = \left(1 - \frac{I_a}{\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}}\right)^2. \quad (2.62)$$

Desarrollar la tercera y última fracción de la Eq. 2.57 requiere algo más de álgebra. Teniendo en cuenta la definición de  $C(\lambda)$  (Eq. 2.5), y la forma de operar para desarrollar la primera fracción, no es difícil mostrar

$$\frac{\sigma_{C(\lambda_c)}^2}{C^2(\lambda_c)} = \left(\frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2 \frac{\Theta^2}{\lambda_{b_2} - \lambda_{b_1}} \frac{\overline{\sigma_{b/\text{A}}^2}}{S_b^2} + \left(\frac{\lambda_c - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2 \frac{\Theta^2}{\lambda_{r_2} - \lambda_{r_1}} \frac{\overline{\sigma_{r/\text{A}}^2}}{S_r^2}, \quad (2.63)$$

donde, nuevamente,  $S_b$  y  $S_r$  se refieren a la señal promedia por pixel en las bandas azul y roja, respectivamente, mientras que  $\overline{\sigma_{b/\text{A}}^2}$  y  $\overline{\sigma_{r/\text{A}}^2}$  corresponden al error medio por Å, en las mismas bandas.

Teniendo presente que [flujo/pixel] =  $\Theta$  [flujo/Å], entonces

$$\frac{\overline{\sigma_{p/\text{A}}^2}}{S_p^2} = \frac{1}{\Theta^2} \frac{\overline{\sigma_{p/\text{A}}^2}}{S_p^2} \approx \frac{1}{\Theta^2} \frac{1}{\text{SN}(\text{Å})}, \quad (2.64)$$

donde  $p$  se refiere indistintamente a las tres bandas  $b, c, r$  (azul, central y roja, respectivamente), y  $\text{SN}(\text{Å})$  es la relación señal/ruido por Å promedia en la banda considerada, es decir

$$\text{SN}(\text{Å}) = \frac{1}{N_{\text{pixels}} \sqrt{\Theta}} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixels}}} \frac{S(\lambda_i)}{\sigma(\lambda_i)}. \quad (2.65)$$

Reuniendo los resultados obtenidos en las Eqs. 2.61, 2.62, 2.63 y 2.64, y asumiendo que el valor de  $\text{SN}(\text{Å})$  para las tres bandas es aproximadamente el mismo, se obtiene

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma^2[I_a]}{(\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1})^2} = \\ & \left(1 - \frac{I_a}{\lambda_{c_2} - \lambda_{c_1}}\right)^2 \frac{1}{\text{SN}(\text{Å})^2} \left[ \frac{1}{\Delta\lambda_c} + \left(\frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_b}\right) \frac{1}{\Delta\lambda_b} + \left(\frac{\lambda_c - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b}\right) \frac{1}{\Delta\lambda_r} \right], \end{aligned} \quad (2.66)$$

siendo  $\Delta\lambda_p \equiv \lambda_{p_2} - \lambda_{p_1}$ , nuevamente con  $p = b, c, r$ .

Finalmente, podemos escribir

$$\sigma[I_a] \approx \frac{c_1 - c_2 I_a}{\text{SN}(\text{Å})}, \quad (2.67)$$

donde las dos constantes  $c_1$  y  $c_2$  se definen como

$$c_1 \equiv \Delta\lambda_c \quad c_2, \quad (2.68)$$

y

$$c_2 \equiv \sqrt{\frac{1}{\Delta\lambda_c} + \left(\frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2 \frac{1}{\Delta\lambda_b} + \left(\frac{\lambda_c - \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b}\right)^2 \frac{1}{\Delta\lambda_r}}. \quad (2.69)$$

Valores de  $c_1$  y  $c_2$  para los índices atómicos más habituales se muestran en la Tabla 2.1.

Tal y como ya intuimos al comienzo de esta sección, el error en los índices atómicos como función de la relación señal/ruido por Å depende también del valor absoluto del índice.

En la Fig. 2.6(a) se muestra la comparación en la determinación de los errores en la medida de índices atómicos para una muestra de 40 estrellas de la librería de Lick/IDS. Dado que, como acabamos de indicar, la estimación del error depende del valor del índice, en la figura hemos representado el resultado de aplicar la Eq. 2.43 al valor medio de los índices atómicos para las 40 estrellas representadas. Se puede comprobar que los errores estimados (Eq. 2.67) coinciden muy bien con los medidos utilizando la fórmula exacta (Eq. 2.43).

Por último, el efecto de la velocidad radial también puede considerarse en el cálculo de los coeficientes  $c_1$  y  $c_2$ . Resulta inmediato comprobar que

$$c_1|_z = (1+z)^{1/2} \quad c_1|_{z=0}, \quad (2.70)$$

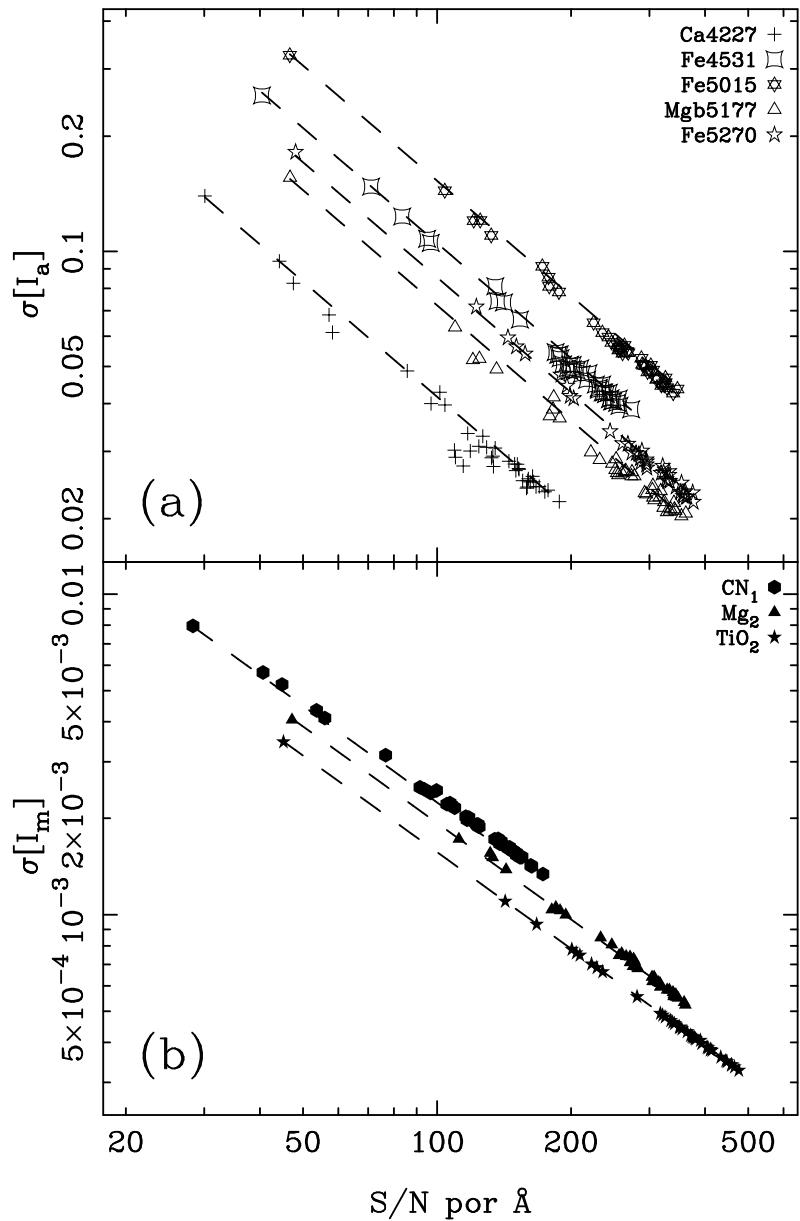
$$c_2|_z = (1+z)^{-1/2} \quad c_2|_{z=0}, \quad (2.71)$$

donde  $c_1|_z$  y  $c_2|_z$  son los coeficientes a utilizar para estimar el error en un espectro con un desplazamiento al rojo  $z$ , y  $c_1|_{z=0}$  y  $c_2|_{z=0}$  son los coeficientes calculados con velocidad radial nula (listados en la Tabla 2.1). Recordando que los índices atómicos varían con la velocidad radial mediante la expresión dada en la Eq. 2.47, el error esperado se puede escribir como

$$\sigma[I_a]_z \approx \frac{c_1|_z - c_2|_z I_a|_z}{SN(\text{Å})} = (1+z)^{1/2} \frac{c_1|_{z=0} - c_2|_{z=0} I_a|_{z=0}}{SN(\text{Å})}. \quad (2.72)$$

Finalmente, conviene señalar que aunque el error absoluto aumenta con el desplazamiento al rojo, sucede lo contrario con el error relativo, es decir

$$\left. \frac{\sigma[I_a]}{I_a} \right|_z = (1+z)^{-1/2} \left. \frac{\sigma[I_a]}{I_a} \right|_{z=0}. \quad (2.73)$$



**Figura 2.6** Errores absolutos en la medida de índices atómicos (panel a) y moleculares (panel b), medidos utilizando las Eqs. 2.43 y 2.50, como función de la relación señal/ruido por Å promedio. Los datos corresponden a 40 estrellas pertenecientes a la librería de Lick/IDS. Las predicciones de las Eqs. 2.67 y 2.78 se muestran como líneas de trazos (en el caso de los índices atómicos hemos representado el resultado de emplear el valor medio de los índices para las 40 estrellas empleadas). En general el acuerdo entre las fórmulas analíticas exactas y las estimaciones a partir de la relación S/N es bastante bueno.

## 2.8.2 Errores en los índices moleculares en función de la relación S/N por Å

Una vez encontrada la expresión aproximada para el error en los índices atómicos como función de la señal/ruido por Å, podemos utilizar este resultado para hallar, de forma muy sencilla, una expresión análoga para los índices moleculares.

Podemos simplificar la Eq. 2.4 como

$$I_m \approx -2.5 \log_{10} \left[ \frac{S_c}{C(\lambda_c)} \right], \quad (2.74)$$

por lo que el error puede estimarse mediante

$$\sigma[I_m] \approx 2.5 \frac{\log_{10} e}{10^{-0.4 I_m}} \sigma \left[ \frac{S_c}{C(\lambda_c)} \right]. \quad (2.75)$$

Pero, como ya vimos en la Eq. 2.56

$$\sigma \left[ \frac{S_c}{C(\lambda_c)} \right] = \frac{\sigma[I_a]}{\Delta \lambda_c}. \quad (2.76)$$

Sustituyendo para  $\sigma[I_a]$  el resultado obtenido en el apartado anterior (Eq. 2.67), y considerando que

$$I_a = \Delta \lambda_c \left( 1 - 10^{-0.4 I_m} \right), \quad (2.77)$$

se obtiene como expresión final

$$\sigma[I_m] \approx \frac{c_3}{\text{SN}(\text{Å})}, \quad (2.78)$$

quedando la constante  $c_3$  definida mediante

$$c_3 \equiv 2.5 c_2 \log_{10} e. \quad (2.79)$$

Los valores de  $c_3$  para todos los índices moleculares del sistema extendido de Lick se muestran en la Tabla 2.2.

Al contrario de lo que vimos para los índices atómicos, la expresión aproximada del error en los índices moleculares sólo depende del valor promedio de la relación señal/ruido por Å, y no del valor absoluto del índice.

En la Fig. 2.6(b) mostramos la comparación en la determinación de los errores en la medida de índices moleculares para la muestra de 40 estrellas de la librería

de Lick/IDS. Se puede comprobar que los errores estimados a partir de la Eq. 2.78 coinciden muy bien con los medidos utilizando la fórmula exacta (Eq. 2.50).

Por último, el efecto de la velocidad radial se determina mediante

$$c_3|_z = (1 + z)^{-1/2} \quad c_3|_{z=0}, \quad (2.80)$$

siendo  $c_3|_z$  el coeficiente a emplear en un espectro con desplazamiento al rojo  $z$ , y  $c_3|_{z=0}$  el coeficiente presentado en la Tabla 2.2. Los errores absoluto y relativo varían entonces con el desplazamiento al rojo según

$$\sigma[I_m]_z \approx (1 + z)^{-1/2} \quad \sigma[I_m]_{z=0} \quad (2.81)$$

y

$$\left. \frac{\sigma[I_m]}{I_m} \right|_z \approx (1 + z)^{-1/2} \quad \left. \frac{\sigma[I_m]}{I_m} \right|_{z=0}, \quad (2.82)$$

respectivamente.

### 2.8.3 Errores en el $D_{4000}$ en función de la relación S/N por $\text{\AA}$

Nuevamente, comenzando con la definición del índice  $D_{4000}$  (Eq. 2.8), realizamos algunas simplificaciones

$$\begin{aligned} D_{4000} &= \frac{\int_{4050}^{4250} S(\nu) d\lambda}{\int_{3750}^{3950} S(\nu) d\lambda} = \frac{\int_{4050}^{4250} \lambda^2 S(\lambda) d\lambda}{\int_{3750}^{3950} \lambda^2 S(\lambda) d\lambda} \approx \frac{4150^2 \int_{4050}^{4250} S(\lambda) d\lambda}{3850^2 \int_{3750}^{3950} S(\lambda) d\lambda} \approx \\ &\left( \frac{4150}{3850} \right)^2 \frac{\Theta \sum_{i=1}^{N_p^r} S(\lambda_i)}{\Theta \sum_{i=1}^{N_p^b} S(\lambda_i)} = \left( \frac{4150}{3850} \right)^2 \frac{\Delta\lambda_r S_r}{\Delta\lambda_b S_b} = \left( \frac{4150}{3850} \right)^2 \frac{S_r}{S_b}, \end{aligned} \quad (2.83)$$

siendo  $S_b$  y  $S_r$  la señal promedia (por pixel) en las bandas azul y roja (respectivamente). Hemos tenido en cuenta que la anchura de las dos bandas que definen el  $D_{4000}$  son iguales (es decir,  $\Delta\lambda_b = \Delta\lambda_r = 200 \text{ \AA}$ ).

Entonces el error en el índice vendrá dado por

$$\sigma^2[D_{4000}] \approx \left( \frac{4150}{3850} \right)^4 \sigma^2 \left[ \frac{S_r}{S_b} \right] = \left( \frac{4150}{3850} \right)^4 \left( \frac{\sigma_{S_r}^2}{S_b^2} + \frac{S_r^2}{S_b^2} \frac{\sigma_{S_b}^2}{S_b^2} \right). \quad (2.84)$$

Siguiendo un procedimiento análogo al ya empleado en la sección 2.8.1, se obtiene de manera sencilla

$$\sigma[D_{4000}] \approx \frac{D_{4000}}{\sqrt{200}} \sqrt{\frac{1}{SN(\text{\AA})_b^2} + \frac{1}{SN(\text{\AA})_r^2}}, \quad (2.85)$$

donde  $SN(\text{\AA})_b$  y  $SN(\text{\AA})_r$  son la señal/ruido por  $\text{\AA}$  promedia en las bandas azul y roja, respectivamente, que en general no coincidirán debido al gran intervalo en longitud de onda sobre el que se extiende el  $D_{4000}$ . Es interesante destacar que, en este caso, el error relativo no depende del valor absoluto del índice.

La última ecuación puede todavía simplificarse mucho más si se asume que  $SN(\text{\AA})_b \approx SN(\text{\AA})_r$ , con lo que obtenemos

$$\sigma[D_{4000}] \approx \frac{D_{4000}}{10} \frac{1}{SN(\text{\AA})}. \quad (2.86)$$

Sin embargo, como se muestra en la Fig. 2.7, los errores obtenidos utilizando esta fórmula sólo constituyen una cota inferior del valor real del error<sup>3</sup>.

También es inmediato obtener una expresión de la estimación del error en el  $D_{4000}$  que tenga en cuenta la velocidad radial de un objeto. En concreto

$$\sigma[D_{4000}]_z = (1+z)^{-1/2} \sigma[D_{4000}]_{z=0}, \quad (2.87)$$

---

<sup>3</sup>Este resultado es fácil de entender si se comparan las expresiones dadas en 2.85 y 2.86, y se tiene en cuenta que

$$\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \right]^{1/2} \geq \frac{2}{a+b}, \quad \forall a, b > 0.$$

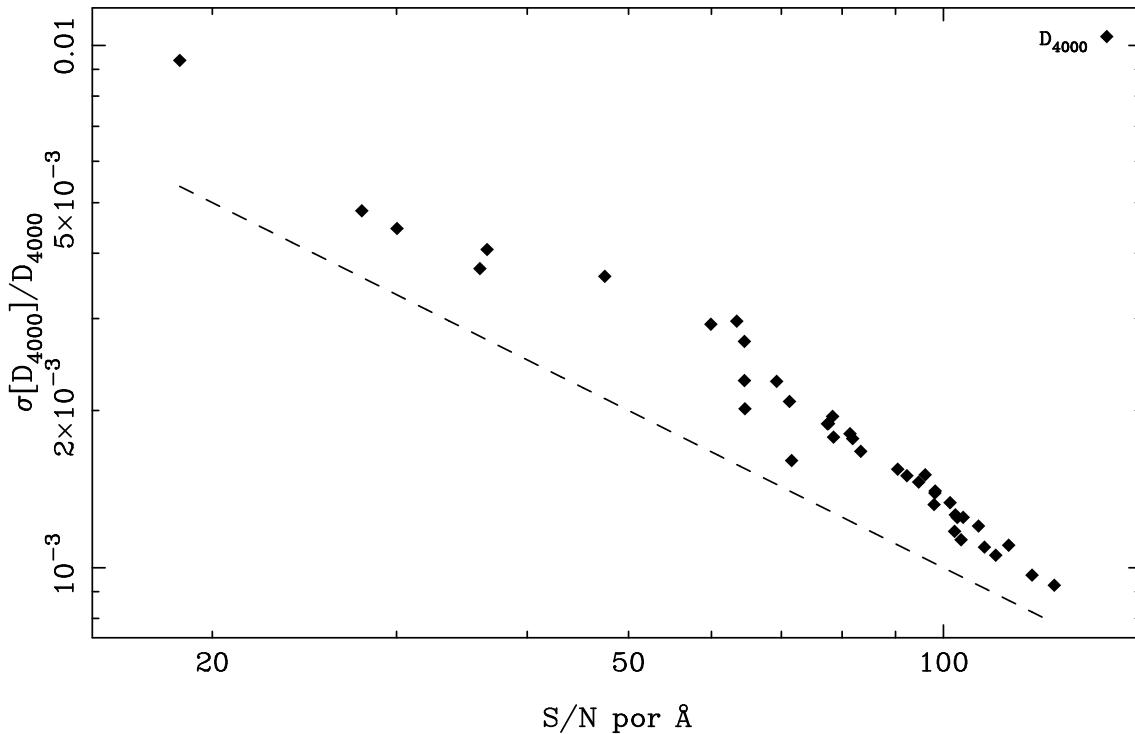
La desigualdad anterior es equivalente a

$$\frac{(a^2 + b^2)(a+b)^2}{a^2 b^2} \geq 8.$$

Operando un poco y definiendo  $x \equiv a/b$ , el primer término de la expresión anterior se reduce a

$$(x+1)^2 + \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^2 \equiv f(x).$$

Considerando solamente  $x > 0$ , no es difícil mostrar que la función  $f(x)$  tiene un único mínimo en  $x = 1$ , cuyo valor es  $f(x = 1) = 8$ . Por tanto, si en un caso general el valor de  $SN(\text{\AA})$  introducido en 2.86 es la media aritmética de  $SN(\text{\AA})_b$  y  $SN(\text{\AA})_r$  (con  $SN(\text{\AA})_b \neq SN(\text{\AA})_r$ ), la estimación con esta expresión del error relativo en el  $D_{4000}$  será siempre una cota inferior respecto al valor que se obtendría con la fórmula 2.85.



**Figura 2.7** Errores relativos en la medida del  $D_{4000}$ , medidos utilizando la Eq. 2.55, como función de la relación señal/ruido por  $\text{\AA}$  promedio. Los datos corresponden a 40 estrellas pertenecientes a la librería de Lick/IDS. La línea de trazos representa la predicción dada por la Eq. 2.86, la cual asume que la relación señal/ruido por  $\text{\AA}$  promedio en las bandas azul y roja coinciden. Como puede apreciarse, la fórmula aproximada sólo conduce a una cota inferior del error.

donde  $\sigma[D_{4000}]_z$  es el error estimado en un espectro con un desplazamiento al rojo  $z$ , y  $\sigma[D_{4000}]_{z=0}$  el error obtenido mediante la Eq. 2.85. Por último, el error relativo en el índice se estima mediante

$$\left. \frac{\sigma[D_{4000}]}{D_{4000}} \right|_z = (1+z)^{-1/2} \left. \frac{\sigma[D_{4000}]}{D_{4000}} \right|_{z=0}, \quad (2.88)$$

cuya dependencia con  $z$  es idéntica a la mostrada por los índices atómicos (Eq. 2.73) y moleculares (Eq. 2.82).

## 2.9 Resumen

Como resultados más sobresalientes de este capítulo podemos destacar los siguientes:

- Hemos resaltado la importancia de utilizar un procedimiento estándar para la medida de índices de intensidad de líneas.

- Ha quedado reflejada la necesidad de realizar una reducción en paralelo de imágenes de datos y errores si se desea obtener un control exhaustivo de la propagación de los errores aleatorios.
- Hemos derivado un conjunto de fórmulas analíticas que permiten calcular, de forma precisa, el efecto de los errores aleatorios en la medida de índices de intensidad de líneas. Las expresiones obtenidas constituyen una mejora sobre las fórmulas aproximadas utilizadas por otros autores y son una alternativa excelente al empleo de simulaciones numéricas o realización de observaciones múltiples de los mismos objetos.
- Como herramienta adicional también se han presentado, por vez primera, fórmulas aproximadas que predicen la relación señal/ruido necesaria para obtener unos errores determinados en los índices espectrales.

Con intención de obtener el máximo provecho de las fórmulas derivadas en este capítulo, se ha creado y desarrollado un paquete completo de reducción de imágenes espectroscópicas que incluye el adecuado tratamiento en paralelo de imágenes de datos y errores. Este paquete, bautizado con el nombre de RE<sup>u</sup>D<sub>m</sub>E, se describe con más detalle en el siguiente capítulo.



# Capítulo 3

## RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E: un nuevo paquete de reducción

Aunque existen diversos paquetes de reducción (MIDAS, FIGARO, VISTA, Iraf,...) que permiten realizar el procesado completo de imágenes astronómicas, y en particular de observaciones espectroscópicas, durante la realización del trabajo presentado en esta memoria se ha procedido a la creación de un nuevo paquete de reducción: RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E.

### 3.1 Introducción

Uno de los estudios pioneros encaminado al análisis detallado de gradientes de intensidad de líneas en galaxias de primeros tipos fue el desarrollado por Gorgas (1987) —ver también Efstathiou y Gorgas (1985), y Gorgas et al. (1990)—. El trabajo de Gorgas destaca por la cuidadosa reducción de los espectros, completamente imprescindible a la hora de obtener gradientes fiables. Este autor ya empleaba una técnica de reducción de datos mixta, basada en la utilización del paquete de reducción FIGARO y algunos programas propios escritos en FORTRAN. Esta misma filosofía de reducción fue la adoptada inicialmente para el procesado de las primeras observaciones de CCGs del presente trabajo. Sin embargo, muy pronto se puso de manifiesto que la velocidad de ejecución de los programas propios superaba claramente a la de los programas de FIGARO que realizaban la misma tarea. Teniendo en cuenta que la reducción de imágenes se realizaba inicialmente en máquinas de tipo VAX

(bajo sistema operativo VMS), mucho menos rápidas que las modernas estaciones de trabajo, la lentitud en el procesado se convertía en un grave inconveniente. Esto condujo paulatinamente a la sustitución de un importante número de comandos de FIGARO por programas externos en FORTRAN.

La disponibilidad de nuevas máquinas funcionando en el entorno del sistema operativo Unix, y el consiguiente abandono de las lentes máquinas VAX, nos enfrentó a la necesidad de tomar una importante decisión: ¿merecía la pena reunir todos los programas propios creados, integrarlos en el entorno Unix y convertirlos en un paquete de reducción auto-suficiente o, por el contrario, era más conveniente utilizar alguno de los paquetes de reducción estándar ya disponibles bajo dicho sistema operativo (Iraf, MIDAS)?

La creación de un nuevo paquete exigía que los beneficios de su desarrollo superasen claramente a la considerable inversión de tiempo inherente al diseño, programación y mantenimiento de los programas. Finalmente se apostó por la creación de RED<sub>m</sub>C. Las ventajas más destacables que se han obtenido como fruto de este importante esfuerzo pueden resumirse en los siguientes puntos:

**Evitar el efecto “caja negra”.** Este es, sin duda, uno de los problemas más importantes a la hora de reducir imágenes astronómicas. La utilización de un paquete de reducción estándar implica emplear programas que manipulan las imágenes siguiendo algoritmos a veces desconocidos para el usuario y, en muchas ocasiones, usando parámetros por defecto cuyas consecuencias en el resultado no siempre se conocen. La creación de RED<sub>m</sub>C ha implicado estudiar y conocer en profundidad *todos* los pasos del proceso de reducción, lo cual ha permitido en muchas ocasiones detectar, y sobre todo comprender, problemas asociados a la reducción que de otra forma habrían pasado inadvertidos. Esta circunstancia ha facilitado la posibilidad de incorporar modificaciones y mejoras en el tratamiento de las imágenes.

**Algoritmos eficaces.** Gorgas (1987) mostró la eficacia de varios algoritmos para la resolución de determinados pasos del proceso de reducción, en particular aquellos relacionados con la corrección de distorsiones bidimensionales de las imágenes y la calibración en longitud de onda. La creación de RED<sub>m</sub>C ha permitido incorporar dichos algoritmos ya comprobados.

**Cálculo de errores automático.** Todos los programas de RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E que manipulan aritméticamente las imágenes realizan el adecuado tratamiento de los errores aleatorios (descrito en el capítulo 2), mediante el procesado *en paralelo* de ficheros de datos y errores. Realizar rápidamente una tarea similar con otros paquetes de reducción exige programar empleando las subrutinas propias de cada paquete (por ejemplo, *Callable\_Figaro* en FIGARO, *Midas Environment* en MIDAS, *IMFORT* o *SPP/VOS* en Iraf), lo cual también requiere una inversión temporal para su aprendizaje y posterior programación.

**Fácil programación.** Los programas de RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E han sido escritos en FORTRAN 77, con recientes incorporaciones de programas en C. La universalidad de ambos lenguajes de programación facilita la inmediata alteración de cualquier programa o subrutina, así como su transporte a plataformas con diferentes versiones de sistemas operativos.

**Flexibilidad.** Si surge la necesidad de resolver problemas específicos del proceso de reducción, ya sea porque las imágenes presenten problemas especiales o porque se necesite un procesado no estándar de los espectros, los programas pueden crearse o modificarse fácilmente. La realización de tareas complejas en otros paquetes de reducción generalmente exige la creación de procedimientos de comandos, que en el caso de RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E se sustituyen por procedimientos de programas (escritos en el entorno Unix) o por la concatenación de algoritmos directamente en FORTRAN o en C.

**Portabilidad.** En cualquier caso, RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E permite leer y escribir imágenes en los formatos Iraf y FITS, garantizando la compatibilidad con los paquetes estándares de reducción de la comunidad astronómica.

**Rapidez y sencillez de manejo.** Varios de los programas más importantes incorporan una interfaz gráfica controlada por botones (ver apéndice C), haciendo posible que utilizar dichos programas se convierta en una tarea sencilla y rápida (con ayuda del ratón).

**Economía de recursos.** La instalación de RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E sólo requiere disponer de compiladores de FORTRAN y C, así como de la librería gráfica PGPlot<sup>1</sup>. Si las

---

<sup>1</sup>Si se desea instalar la posibilidad de leer y escribir imágenes en formato FITS, también es

necesidades del usuario se restringen a la reducción de espectros de rendija larga, no es necesario disponer de ningún paquete de reducción de imágenes astronómicas más general.  $\text{RED}_{\text{m}}^{\text{UC}}$  puede instalarse de forma sencilla en un PC bajo Linux, siendo necesario solamente espacio libre en disco duro para  $\sim 30$  Megabytes (más  $\sim 1.5$  Megabytes para las librerías PGPLOT y FITSIO).

**Medida de índices espectrales** Finalmente, la medida de índices espectrales en los espectros ya reducidos requiere la evaluación de expresiones del tipo mostrado en las Eqs. 2.3, 2.4 y 2.8. Estas fórmulas no están contempladas en los programas tradicionales de reducción (MIDAS, Iraf), por lo que su obtención siempre necesita algún tipo de programación.  $\text{RED}_{\text{m}}^{\text{UC}}$  cuenta con un programa especial para la medida de índices de intensidad de líneas y errores asociados.

## 3.2 Descripción general

### 3.2.1 Desarrollo

El punto de partida de  $\text{RED}_{\text{m}}^{\text{UC}}$  lo constituyeron los programas propios en FORTRAN ya escritos por el grupo investigador. Sin embargo, crear un paquete de reducción completamente auto-suficiente exigía establecer unos criterios de homogeneidad para los programas, entre los que destacaba emplear una interfaz de usuario común (incluyendo gráficos interactivos), así como definir un formato de trabajo y almacenamiento para las imágenes. Otro punto fundamental era la introducción de las nuevas fórmulas para el cálculo de la propagación de los errores aleatorios (capítulo 2). Asimismo, los programas propios disponibles eran todavía insuficientes para realizar una reducción completa. Todas estas circunstancias condujeron a la decisión de proceder a la creación, desde cero, de todos los programas del nuevo paquete. De esta forma, aunque existían algoritmos ya desarrollados en los programas propios disponibles, se procedió a su revisión y modificación, para así adaptarlos a los requisitos establecidos para el nuevo paquete de reducción.

$\text{RED}_{\text{m}}^{\text{UC}}$  ha sido desarrollado con la filosofía de emplear un programa distinto para realizar cada manipulación concreta sobre las imágenes. Ya desde un principio se decidió estructurar el paquete de reducción, creando para ello diferentes librerías.

---

necesario tener instalado el paquete de subrutinas FITSIO.

Esto ha permitido elaborar colecciones de subrutinas y funciones de uso frecuente, de forma que cualquier actualización realizada sobre las mismas se traslada a todos los programas que las utilizan. Conviene subrayar que RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E se encuentra disponible de forma completamente gratuita en:

<http://www.ucm.es/info/Astrof/reduceme/reduceme.html>.

Una descripción técnica más detallada de RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E se facilita en el apéndice B, excepto para la librería `libbutton.a`, que define un paquete independiente denominado BUTTON, y que se describe separadamente en el apéndice C.

Con la intención de facilitar la utilización de los programas a potenciales investigadores de la comunidad astronómica internacional, se eligió el idioma inglés como el lenguaje utilizado por todos los programas para comunicarse con los usuarios.

### 3.2.2 Programas disponibles

A continuación se listan, ordenados alfabéticamente, todos los programas disponibles con una breve descripción de sus funciones (en la Tabla 3.1 se muestran los programas clasificados por tareas). Como convenio utilizamos el término NSCAN para referirnos al tamaño de las imágenes en la dirección espacial (eje Y) y NCHAN para el tamaño de las mismas en la dirección espectral (eje X).

**addnf** Suma varias imágenes, teniendo en cuenta desplazamientos en la dirección espacial.

**adnch** Suma columnas (cortes en la dirección espacial) en una imagen, creando otra imagen con el mismo NSCAN que la imagen original.

**adnhand** Genera un espectro a partir de la suma de espectros de distintas imágenes, permitiendo un control interactivo de la relación señal/ruido.

**adnsc** Suma espectros en una imagen, creando otra imagen con el mismo NCHAN que la imagen original.

**airmass** Determina el valor de la masa de aire promedio para unas condiciones de observación dadas.

**autocos** Eliminación automática de rayos cósmicos utilizando varias imágenes similares.

**basicred** Determina el valor de *bias* en una imagen realizando estadística en las regiones de *under/overscan*. La región útil del detector es dividida por los

**Tabla 3.1:** Lista de programas clasificados por tareas.

TAREAS	PROGRAMAS DISPONIBLES
lectura/escritura de ficheros	leefits, portable, readfits, readiraf.e, sunalpha, writeascii, writefits, writeiraf.e
examen de imágenes y estadística	exhead, exheads, istat
manipulaciones aritméticas y geométricas	addnf, adnch, adnhand, adnsc, basicred, binning, broadima, broadsp, corfft, fit1dpol, fit2dpol, fit2dspl, genimage, glucos, growx, growy, ifilter, imath, interp, interpmove, irevxl, irvey, isubset, multfit, resample, rotate, shiftch, tfourier
distorsiones	cdisc, fitcdis, nortwi, sdistor
gráficos	plotfits, plotsp3d, plotsplus, stplot
manipulación de errores	generror, randsc, snratio
eliminación de rayos cósmicos	autocos, cleanest
calibración en longitud de onda	calambda, findarc, findmax, fitlin, rebincw, rvshift, shpol, testwc, wcnoarc
calibración en flujo	fcalspl, prfcal
corrección de extinción	airmass, corrext
sustracción del cielo	skysubm
medida de espectros	index, midelines, midez
miscelánea	chancoor, creahelp, ecugal, fitdata, fitshead, fitstext, interlines, leeposs, loglin, outfithead, plots, rvel, rvrelat, testrandom, vaucoul

*flatfields* (de alta y baja frecuencia), creando asimismo las imágenes de errores a partir de los valores conocidos de la ganancia y el ruido de lectura del detector.

**binning** Realiza un nuevo muestreado de una imagen sumando pixels en la dirección espacial y/o longitud de onda.

**broadima** Ensancha los espectros de una imagen realizando una convolución con una función de ensanchamiento gaussiana parametrizada por una dispersión de velocidades.

**broadsp** Ensancha espectros unidimensionales realizando una convolución con una función de ensanchamiento gaussiana parametrizada por una dispersión de velocidades.

**calambda** Determina la longitud de onda como función del número de pixel de un espectro, utilizando para ello el polinomio de calibración en longitud de onda generado por el programa fitlin.

**cdisc** Corrige una imagen de distorsión C empleando los ajustes polinómicos realizados por el programa fitcdis.

**chancoor** Corrige coordenadas ecuatoriales por efecto de precesión de una época cualquiera a otra.

**cleanest** Elimina, de forma automática, manual o mixta, rayos cósmicos en una imagen.

**correct** Corrige los espectros de extinción atmosférica e interestelar.

**corfft** Realiza correlación cruzada (mediante transformada rápida de Fourier) de un espectro problema frente a un numero variable de espectros de referencia.

**creahelp** Programa utilizado en la instalación de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E y encargado de extraer de las cabeceras de todos los programas, subrutinas y funciones la información necesaria para generar los ficheros de ayuda en formato ASCII, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X y HTML.

**ecugal** Transforma coordenadas ecuatoriales en galácticas (necesario para determinar excesos de color).

**exhead** Permite visualizar y alterar las cabeceras de las imágenes en el formato propio de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E. El contenido de las imágenes no se altera.

**exheads** Permite visualizar el contenido de las cabeceras sin posibilidad de alterarlas. Este programa es utilizado por el fichero RUN durante la ejecución múltiple de un programa.

**fcalspl** Calcula la calibración en flujo de un espectro, realizando ajustes mediante *splines*.

**findarc** Permite identificar líneas de arcos de comparación de forma interactiva.

**findmax** Detecta automáticamente picos en un espectro.

**fit1dpol** Ajusta polinomios unidimensionales a cortes de una imagen.

**fit2dpol** Ajusta polinomios bidimensionales a una imagen.

**fit2dspl** Ajusta *splines* bidimensionales (y polinomios) a una imagen.

**fitcdis** Determina la distorsión C en una imagen mediante ajustes polinómicos a las líneas de arcos de comparación.

**fitdata** Ajusta y representa gráficamente polinomios a datos tabulados en ficheros ASCII.

**fitlin** Realiza la calibración en longitud de onda mediante un ajuste polinómico a líneas de arcos de comparación.

**fitshead** Genera un fichero ASCII con información seleccionada de las cabeceras FITS de las imágenes.

**fitstex** Genera una tabla en formato L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X con el nombre de los objetos de las imágenes almacenados en el fichero generado con el programa fitshead.

**generror** Genera una imagen de errores a partir de una imagen inicial de datos, teniendo en cuenta los valores de ganancia y ruido de lectura del detector.

**genimage** Crea una imagen artificial, permitiendo insertar fragmentos de otras imágenes.

**gluesc** Genera una única imagen uniendo espectros unidimensionales almacenados previamente en ficheros independientes.

**growx** Expande un único espectro para generar una imagen bidimensional.

**growy** Expande un corte espacial para generar una imagen bidimensional.

**ifilter** Aplica un filtro de caja (media, moda, mediana) a una imagen.

**imath** Realiza manipulaciones aritméticas elementales (+, −, ×, ÷, potencias) con imágenes, espectros y cortes espaciales (respetando las condiciones dimensionales de los ficheros).

**index** Mide índices espectrales en imágenes calibradas en longitud de onda.

**interlines** Sustituye fragmentos de un espectro por otros de espectros similares, ajustando el número de cuentas.

**interp** Interpolación y extrapolación de datos de una imagen mediante ajustes polinómicos en la dirección espectral o en la dirección espacial.

**interpmove** Interpolación y extrapolación de datos en una imagen mediante ajuste polinómicos en direcciones arbitrarias, especificadas mediante un polinomio de referencia establecido interactivamente con la ayuda del ratón.

**irevx** Invierte una imagen en la dirección espectral.

**irevy** Invierte una imagen en la dirección espacial.

**istat** Realiza estadística sobre imágenes.

**isubset** Extrae una imagen subconjunto de otra imagen de mayor tamaño.

**leefits** Lee una imagen en formato FITS y genera otra imagen en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E.

**leeposs** Lee imágenes FITS generadas por el programa getimage (suministrado con el *Digital Sky Survey*), y permite determinar coordenadas precisas utilizando las constantes de placa almacenadas en la cabecera FITS de dichas imágenes.

**loglin** Transforma los espectros de una escala lineal en longitud de onda a una escala logarítmica.

**midelines** Permite medir anchuras equivalentes en un espectro, seleccionando las regiones interactivamente con ayuda del ratón.

**midez** Determina el desplazamiento al rojo de un espectro utilizando correlación cruzada con espectros de referencia (que además pueden ensancharse previamente).

**multfit** Realiza simultáneamente diferentes tipos de ajustes a un espectro.

**nortwi** Realiza la normalización en la dirección espectral de *flatfields* de crepúsculo corrigiendo para ello de distorsión C (determinada mediante correlación cruzada).

**outfitshead** Extrae toda la información contenida en la cabecera de una imagen FITS y la salva en un fichero ASCII.

**plotfits** Programa de dibujo general para imágenes en formato FITS.

**plots** Programa de dibujo general para imágenes en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (versión sencilla, restringido a sólo una imagen).

**plotsp3d** Programa para dibujar cortes espectrales sucesivos de una imagen, desplazados horizontalmente para dar la sensación de imagen 3D.

**plotsplus** Programa de dibujo general para imágenes en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (versión intermedia, permite representación simultánea de varias imágenes).

**portable** Transforma imágenes en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E a ficheros ASCII con todos los datos escritos secuencialmente.

**prfcal** Crea una curva promedio de calibración en flujo a partir de las curvas individuales obtenidas con el programa fcalspl. La imagen de salida, además de contener este espectro promedio como primer espectro, almacena en los espectros sucesivos todas las curvas individuales empleadas.

**randsc** Añade ruido gaussiano a una imagen.

**readfits** Lee una imagen FITS (BITPIX=16) y genera un fichero en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (aunque este programa ha sido reemplazado de forma práctica por el programa leefits, tiene la ventaja de que puede ser compilado sin necesitar la librería auxiliar FITSIO).

**readiraf.e** Lee una imagen en formato Iraf y genera un fichero en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E.

**rebincw** Realiza la calibración en longitud de onda de una imagen (empleando los ajustes polinómicos del programa fitlin) y la corrección de distorsión C (usando los polinomios creados con los programas fitcdis y cdisc).

**resample** Transforma una imagen calibrada en longitud de onda con determinadas longitud de onda inicial y dispersión a otra imagen con distintas longitud de onda inicial y dispersión.

**rotate** Rota una imagen.

**rvel** Calcula la velocidad de la Tierra para una determinada fecha, con el objeto de determina la corrección de velocidad radial del observador.

**rvrelat** Transforma velocidades radiales calculadas con la fórmula clásica a velocidades radiales determinadas con la expresión relativista (y viceversa).

**rvshift** Desplaza espectros en la dirección spectral aplicando una velocidad radial.

**sdistor** Determina y corrige la distorsión S de una imagen.

**shiftch** Desplaza espectros en la dirección longitud de onda aplicando un incremento constante en pixels.

**shpol** Determina cómo afecta un cambio de origen a los coeficientes de un polinomio.

**skysubm** Determina y sustrae una imagen de cielo a una imagen de cielo+objeto. Emplea ajustes polinómicos a cada columna de la imagen.

**snratio** Determina la variación de la relación señal/ruido en la medida de un índice espectral como función del número de espectros sumados.

**splotsplus** Programa de dibujo general para imágenes en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (versión extendida, permite representación simultánea de varias imágenes y su manipulación aritmética).

**stplot** Representa gráficamente los espectros tabulados de las estrellas estándar de flujo.

**sunalpha** Transforma imágenes en formato RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E escritas en máquinas con arquitectura SUN al formato de máquinas con arquitectura alfa/linux (y viceversa).

**testrandom** Comprueba el generador de números aleatorios.

**testwc** Comprueba la calibración en longitud de onda de una imagen determinando la posición de líneas de cielo.

**tfourier** Filtra un espectro utilizando una función de corte en el espacio de frecuencias.

**vaucooul** Ajusta un perfil de Vaucouleurs al corte espacial de una imagen.

**wcnoarc** Realiza la calibración en longitud de onda de una imagen sin arco empleando los ajustes polinómicos calculados con fitlin para arcos de comparación observados para otras imágenes.

**writeascii** Salva espectros calibrados en longitud de onda en una tabla ASCII.

**writefits** Lee una imagen en formato RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E y genera otra en formato FITS.

**writeiraf.e** Lee una imagen en formato RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E y genera un fichero en formato Iraf (este programa necesita la existencia de una imagen anterior en formato Iraf que es utilizada como imagen de referencia).

### 3.2.3 Esquema del proceso de reducción

La reducción de observaciones espectroscópicas de rendija larga requiere, además de las imágenes de los objetos de interés, la utilización de imágenes de calibración auxiliares. En la Fig. 3.1 se muestra esquemáticamente el proceso típico seguido en la reducción de observaciones de rendija larga con RED<sub>m</sub><sup>uc</sup>E. En él se especifican los diferentes programas empleados para el procesado de las imágenes, las cuales han sido clasificadas en 6 grupos diferentes:

- *BIAS*: imágenes sin exponer (tiempo de exposición 0 segundos), necesarias para determinar la existencia de una estructura bidimensional aditiva.
- *DARK*: imágenes no expuestas a fuentes de luz (tiempo de exposición > 0 segundos), utilizadas para determinar la aparición de señal adicional en el detector (corriente de oscuridad) a medida que aumenta el tiempo de exposición.
- *FLATFIELD*: imágenes obtenidas observando una fuente uniforme de luz (una lámpara de tungsteno o la cúpula del telescopio). Sin embargo, dado que la iluminación de la rendija puede no ser uniforme en estos casos, también es conveniente realizar exposiciones de cielo (crepúsculo o incluso cielo nocturno). Las observaciones de lámpara y cúpula son empleadas para corregir la

respuesta de alta frecuencia (variaciones pixel a pixel) del detector, mientras que las observaciones de cielo son necesarias para determinar las variaciones bidimensionales espaciales de baja frecuencia.

- ARCO: espectros de lámparas de comparación para la calibración en longitud de onda y la corrección de distorsión C.
- ESTÁNDAR DE FLUJO: observaciones de estrellas espectrofotométricas para realizar la calibración en flujo.
- OBJETO: imágenes objeto de investigación.

La reducción se inicia en la parte superior izquierda del diagrama (imágenes de *bias*) y finaliza en la parte inferior derecha (medida de índices y anchuras equivalentes de los espectros OBJETO). Las flechas indican la forma en que las distintas imágenes de calibración van siendo utilizadas en el proceso. Este esquema muestra también la nomenclatura empleada para nombrar los ficheros después de cada manipulación. Cuando el nombre del fichero incluye un asterisco (*file\**), el proceso indicado se realiza en paralelo sobre las imágenes de datos y errores.

Las manipulaciones esenciales aplicadas a las imágenes OBJETO (algunas de las cuales son comunes a las imágenes de calibración) pueden enumerarse como sigue:

1. Cambio de formato: FITS → RED<sub>IM</sub><sup>LLC</sup>E.
2. Cosmética del detector: recorte de las imágenes, sustracción de la señal de *bias* y corriente de oscuridad, división por *flatfield*, y eliminación de rayos cósmicos.
3. Generación de las imágenes de errores.
4. Corrección de distorsión C y calibración en longitud de onda.
5. Corrección de distorsión S.
6. Corrección de extinción atmosférica e interestelar.
7. Sustracción del cielo.
8. Extracción y medida de los espectros finales.

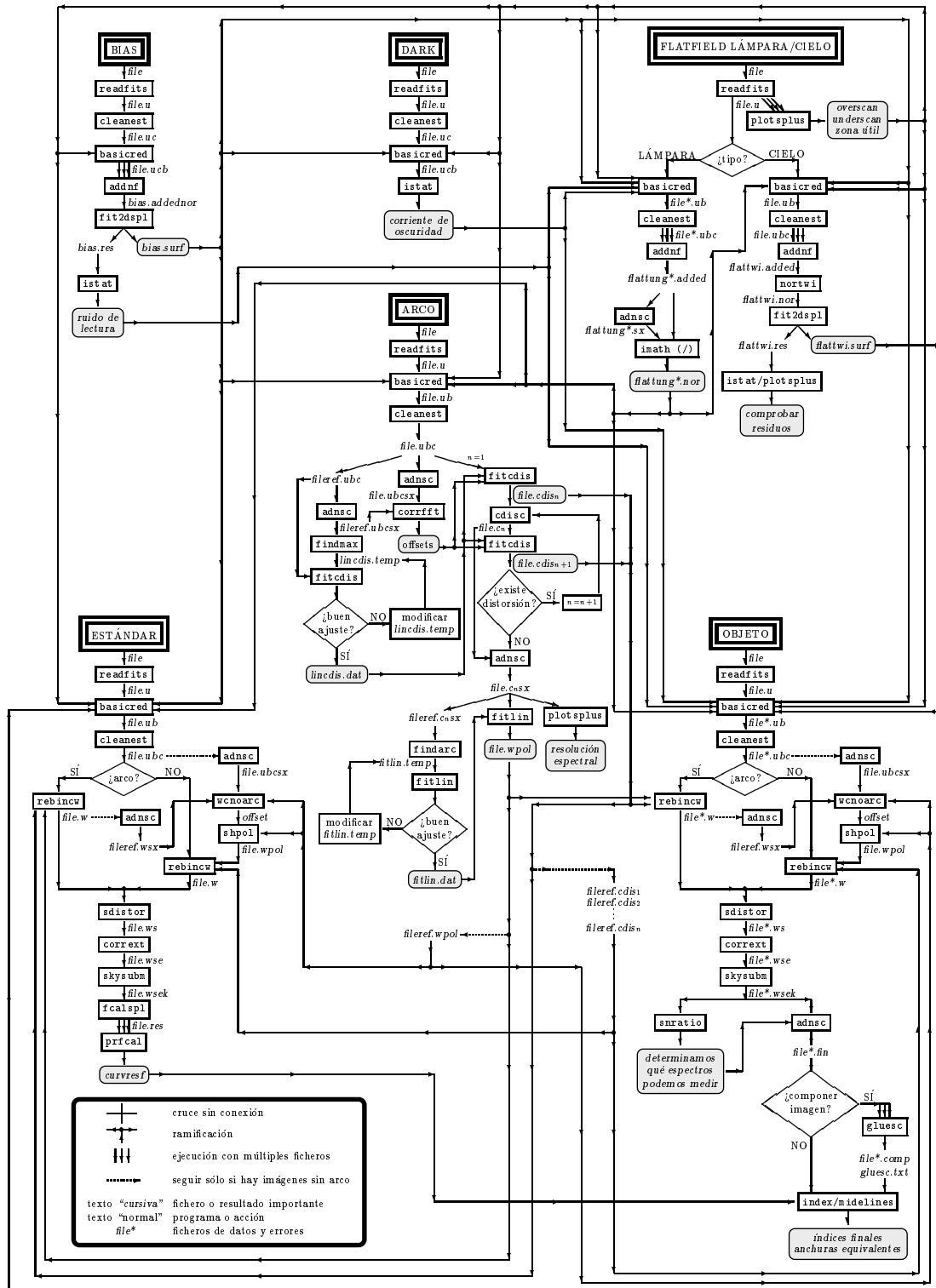


Figura 3.1 Esquema del proceso de reducción con RED<sub>m</sub>E. Ver explicación en 3.2.3.

### 3.3 Contribuciones originales al proceso de reducción

El proceso detallado en la Fig. 3.1 se basa en el esquema de reducción descrito por Gorgas (1987), al cual se han añadido nuevos algoritmos y programas. Estas modificaciones han supuesto mejoras notables en la calidad de la reducción. En esta sección vamos a describir brevemente sólo algunas de las aportaciones originales más importantes.

#### 3.3.1 Introducción de cálculo de errores

Este es sin duda uno de los cambios más sobresalientes en el proceso de reducción. Todos los programas de RED<sub>M</sub>C E que realizan manipulaciones aritméticas de los datos incorporan el adecuado tratamiento de los errores, haciendo uso para ello de las leyes de propagación de errores. Esto permite controlar en cada momento la influencia que cada paso de la reducción tiene en la variación de la relación señal/ruido.

Al final del procesado de las imágenes, el usuario obtiene los espectros finales calibrados y, además, espectros de desviaciones típicas en cada pixel. De esta forma, es inmediato utilizar las fórmulas analíticas derivadas en el capítulo 2 para el cálculo de los errores aleatorios en la medida de los índices de intensidad de líneas.

También se ha introducido el cálculo de errores en la medida de anchuras equivalentes. Para ello el programa `midelines` utiliza un método de Monte Carlo en el que se generan espectros sintéticos a partir del espectro a medir, añadiendo aleatoriamente ruido gaussiano con una distribución parametrizada por la desviación típica en cada pixel (Eq. 2.21). El error se halla a partir de la desviación típica de las medidas en cada una de los espectros sintéticos. De forma análoga se realizan los ajustes de perfiles gaussianos a líneas espectrales, lo que suministra una estimación de los errores en los parámetros ajustados.

#### 3.3.2 El problema de la discretización de la información

Un problema inevitable en el proceso experimental es la discretización espacial ypectral de la señal que se desea medir. En nuestro caso, almacenamos una imagen espectral bidimensional con la ayuda de un detector CCD. Por tanto, para escalas

inferiores al tamaño de un pixel se desconoce cómo se distribuye la señal sobre el detector. Esta limitación genera dificultades a la hora de trasladar la información, situación que se produce, por ejemplo, al calibrar los espectros en longitud de onda, al corregir deformaciones como la distorsión S de las imágenes, o al mover espectros en la direcciónpectral aplicando una velocidad radial, entre otras.

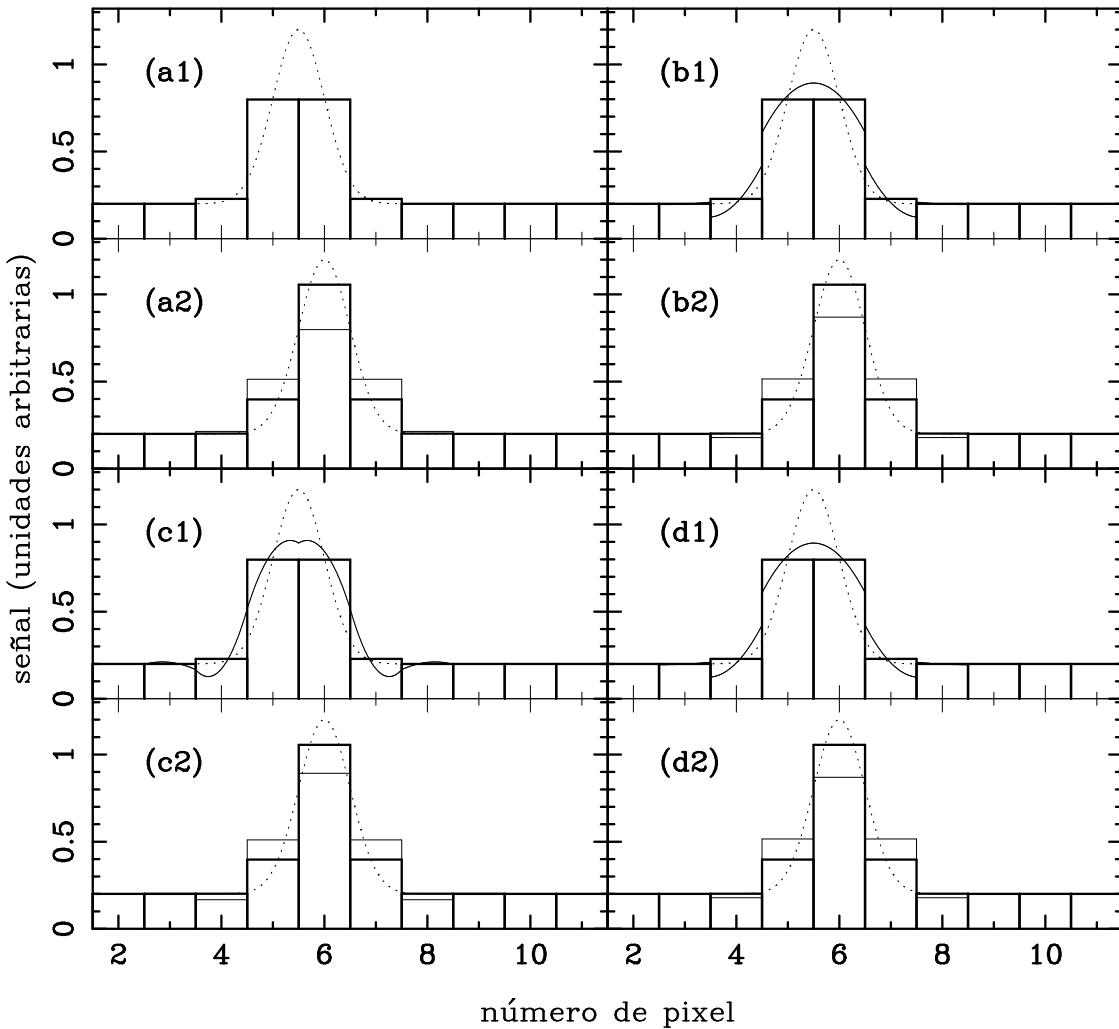
Como ejemplo de este problema, consideremos el corte espacial,  $A(i)$ , de una imagen espectral, donde  $i$  es el número de pixel. Si trasladamos este corte espacial  $\alpha$  pixels (con  $\alpha \in \mathbb{R}$  y  $\alpha > 0$ ), el nuevo corte espacial trasladado,  $B(i)$ , se puede obtener mediante la interpolación lineal:

$$B(i) = \beta \times A(i - j - 1) + (1 - \beta) \times A(i - j), \quad (3.1)$$

siendo  $j$  y  $\beta$  la parte entera y la parte decimal de  $\alpha$ , respectivamente. Al realizar una interpolación de este tipo se admite que la señal está repartida de forma homogénea dentro cada pixel. Sin embargo, esta aproximación puede conducir a errores importantes cuando, por ejemplo, queremos extraer un espectro de una imagen que sufre de distorsión S.

En la Fig. 3.2 se compara este método de trasladar la información con otros más sofisticados. El panel 3.2(a1) muestra la creación de un perfil espacial gaussiano sintético,  $y(x) = y_0 + a \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$ , con  $y_0 = 0.2$ ,  $a = 1$ ,  $\sigma = 0.5$  y  $x_0 = 5.5$ , donde la línea de puntos representa dicho perfil, y la línea continua se calcula como la integral definida de la función  $y(x)$  evaluada entre los límites de cada pixel. En el panel 3.2(a2) se muestra el mismo perfil desplazado +0.5 pixels. La línea continua en trazo grueso corresponde a la integral del perfil espacial trasladado ( $x_0 = 6.0$ ), mientras que en trazo delgado se representa el resultado de trasladar la información almacenada en cada pixel del panel 3.2(a1), empleando para ello la Eq. 3.1. Es fácil apreciar cómo en el pixel central (número 6) el valor correcto está subestimado, mientras que en los inmediatamente adyacentes (números 5 y 7) sucede lo contrario.

Una forma de mejorar la aproximación dada en la Eq. 3.1 consiste en intentar obtener una estimación de la distribución de la señal dentro de cada pixel, utilizando para ello la información disponible en los pixels adyacentes. Para ello se puede aproximar cada pixel mediante un polinomio de segundo grado, imponiendo que el área total (o señal recibida) se conserve. Este método se emplea en el paquete de reducción VISTA y se muestra gráficamente en los paneles 3.2(b1) y 3.2(b2). Dado un pixel cualquiera de coordenadas  $(0, y_0)$ , y teniendo en cuenta el valor de



**Figura 3.2** Diferentes aproximaciones polinómicas a la distribución de la señal. Las líneas de puntos corresponden a un perfil teórico establecido, las líneas continuas en trazo grueso son la integral definida de dicho perfil entre los límites de cada pixel, y las líneas continuas en trazo delgado son polinomios de segundo grado ajustados a cada pixel —paneles (b1), (c1) y (d1)— y la integral definida de dichos polinomios para cada pixel —paneles (b2), (c2) y (d2)—. Ver discusión en 3.3.2.

los dos pixels adyacentes,  $(-1, y_{-1})$  y  $(+1, y_{+1})$ , el polinomio de segundo grado  $y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  que conserva el área de los tres pixels viene dado por

$$a_2 = \frac{y_{-1} + y_{+1}}{2} - y_0, \quad a_1 = \frac{y_{+1} - y_{-1}}{2}, \quad a_0 = y_0 - \frac{a_2}{12}. \quad (3.2)$$

En el panel 3.2(b1) se representan estos polinomios mediante líneas continuas de trazo delgado, mientras que en el panel 3.2(b2) la señal trasladada se ha calculado mediante

$$B(i) = \int_{+0.5-\beta}^{+0.5} y_{i-j-1}(x) dx + \int_{-0.5}^{+0.5-\beta} y_{i-j}(x) dx, \quad (3.3)$$

donde  $y_k$  es el polinomio de segundo grado ajustado mediante la Eq. 3.2 al pixel número  $k$ . En este caso, dado que los polinomios son una mejor aproximación a la distribución real de la señal en cada pixel, el resultado obtenido después de trasladar la información es mejor que en el caso (a).

A pesar de la mejora del método al introducir el ajuste polinómico, los polinomios locales calculados para cada pixel en general no constituyen una función continua ni derivable en los bordes de los pixels, tal y como puede apreciarse en el panel 3.2(b1). Tomando como punto de partida el caso (b) (es decir, los polinomios ajustados mediante la Eq. 3.2), hemos analizado la utilidad de emplear polinomios de segundo grado con distintas restricciones. En los paneles 3.2(c1) y 3.2(c2) mostramos el resultado de ajustar polinomios locales a cada pixel, imponiendo que se conserve el área sólo del pixel central y que en los bordes de dicho pixel el polinomio tenga unos valores de frontera determinados. Estos valores se han elegido como el valor promedio en cada extremo de los polinomios ajustados en el caso (b). De esta forma se garantiza la continuidad de la aproximación polinómica. En este caso, los coeficientes del ajuste polinómico en cada pixel se convierten en

$$a_2 = 3(y_1 + y_2) - 6y_0, \quad a_1 = y_2 - y_1, \quad a_0 = \frac{3}{2}y_0 - \frac{y_1 + y_2}{4}, \quad (3.4)$$

donde  $y_0$  es el valor del pixel ajustado, e  $y_1$  e  $y_2$  los valores de frontera en los bordes de dicho pixel. Sin embargo, este método no asegura la derivabilidad de la aproximación polinómica en los bordes de cada pixel, tal y como se puede apreciar en el panel 3.2(c1). Esto puede conseguirse ajustando polinomios que conserven el área del pixel central e imponiendo que la derivada en las fronteras coincida con el valor promedio de las derivadas en los extremos de los polinomios ajustados en

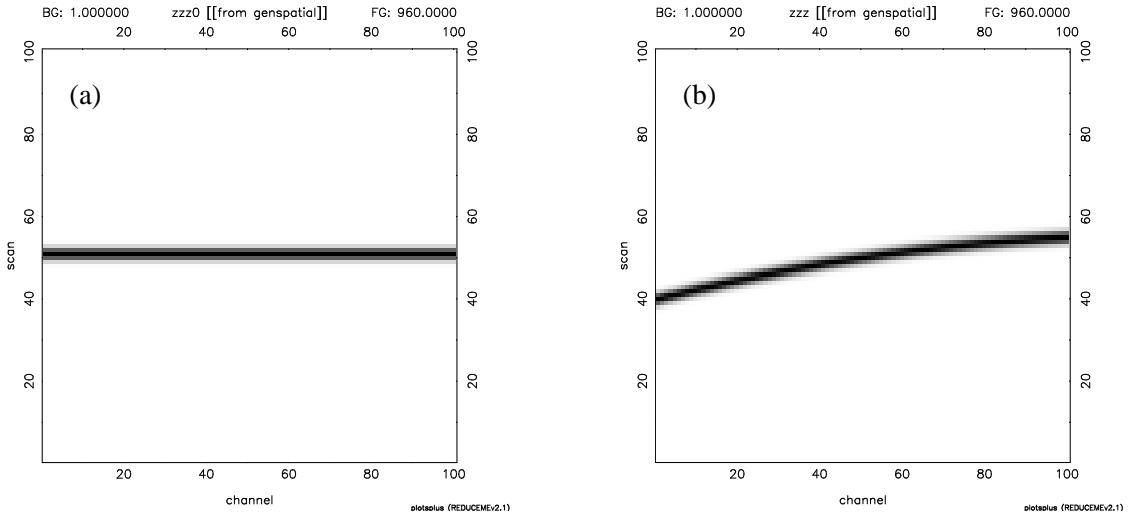
el caso (b). El resultado de esta aproximación se muestra en los paneles 3.2(d1) y 3.2(d2). Los coeficientes en este caso pueden escribirse como

$$a_2 = \frac{y'_2 - y'_1}{2}, \quad a_1 = \frac{y'_1 + y'_2}{2}, \quad a_0 = y_0 - \frac{y'_2 - y'_1}{24}, \quad (3.5)$$

siendo  $y_0$  el valor del pixel ajustado, e  $y'_1$  e  $y'_2$  los valores de las derivadas en los bordes de dicho pixel. Esta aproximación tiene el inconveniente de que no garantiza la continuidad de los polinomios al pasar de un pixel al siguiente y en el caso representado en la Fig. 3.2(d2) no conduce a un resultado mejor que el de la aproximación en el caso (b). Sin embargo, una forma de enfrentarse a este dilema consiste en realizar un proceso iterativo entre los polinomios calculados mediante las aproximaciones (c) y (d).

En la Fig. 3.3 se muestra la creación de una imagen espectral sintética en la cual se introduce una distorsión S para, posteriormente, corregirla y compararla con una imagen idéntica sin distorsión. Los residuos de la corrección se representan en la Fig. 3.4. El panel 3.4(a), que muestra el resultado de aplicar la Eq. 3.1, exhibe unos residuos muy importantes, mientras que en los demás paneles se ha utilizado la expresión Eq. 3.3 con polinomios de segundo grado. En particular, en el panel 3.4(b) se representan los residuos obtenidos tras aplicar únicamente un ajuste del tipo dado en la Eq. 3.2, mientras que en los paneles 3.4(c) y 3.4(d) se muestran los residuos tras aplicar, de forma encadenada, las Eqs. 3.2, 3.4 y 3.5 iterando 1 y 5 veces, respectivamente. Es patente la reducción de los residuos al imponer las condiciones de continuidad y derivabilidad de los polinomios. No obstante, el emplear el proceso encadenado de forma iterativa no conduce a residuos menores. De hecho, lo que se observa es que los residuos son inferiores cuando sólo se realiza una iteración. Una comparación de los paneles 3.4(c) y 3.4(d) permite comprobar que los residuos aparecen más extendidos (aunque menores) alrededor del pixel central al utilizar 1 iteración y que, al aumentar este número a 5, los residuos reducen su extensión pero se incrementan en las regiones centrales. Se llega aquí a una situación de compromiso en la que se trata de elegir entre unos residuos algo menores y extendidos, u otros mayores pero que afectan a menos espectros.

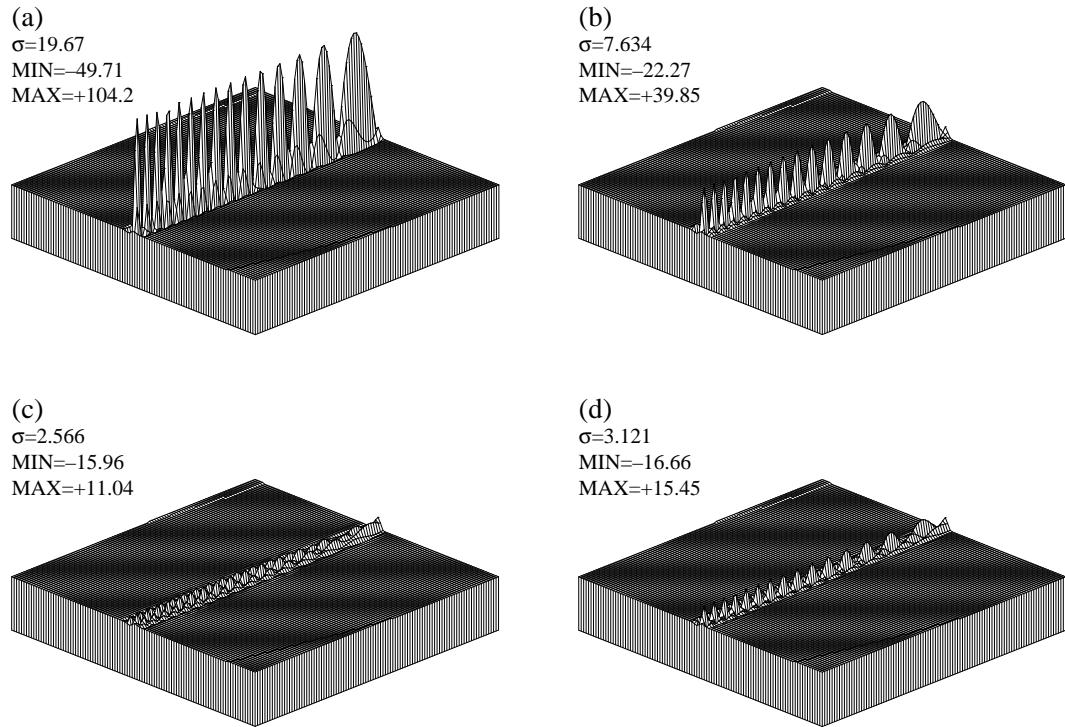
Como resumen final de este estudio, podemos concluir que los residuos se minimizan al realizar un procedimiento encadenado (Eqs. 3.2, 3.4 y 3.5), sin necesidad de repetir el proceso de forma iterativa. Teniendo presente la notable reducción de



**Figura 3.3** Creación de una imagen espectral sintética ( $100 \times 100$  pixels) con perfil espacial gaussiano (eje vertical) y perfil espectral constante (eje horizontal). La señal en cada pixel se ha calculado como la integral definida de la función  $y = y_0 + a \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$  evaluada entre los límites establecidos por los bordes de cada pixel, siendo  $y_0 = 1$ ,  $a = 1000$ , y  $\sigma = 1$ . En la imagen (a)  $x_0 = 51$  a lo largo de toda la dirección espectral, mientras que en la imagen (b)  $x_0$  es una función (polinomio de segundo grado) de la posición en la dirección longitud de onda. Utilizando el programa de RED<sub>m</sub>E `sdistor` y ajustando un polinomio de segundo grado a la distorsión observada en la imagen (b), se obtiene la imagen corregida de distorsión, cuyo aspecto es aparentemente idéntico al de la imagen del panel (a). Como ilustración, el polinomio aplicado para distorsionar los espectros en la imagen (b), cuya forma puede expresarse como  $x_0 = az^2 + bz + c$ , con  $z$  el número de pixel en la dirección espectral, tiene como coeficientes  $a = -1.051 \times 10^{-3}$ ,  $b = 0.2577$  y  $c = 39.74$ , mientras que el polinomio ajustado por el programa `sdistor`, para corregir de dicha distorsión, viene dado por  $a = -1.057 \times 10^{-3}$ ,  $b = 0.2581$  y  $c = 39.74$ . Los residuos de esta corrección se muestran en la Fig. 3.4.

los residuos al abandonar la aproximación dada en la Eq. 3.1, se ha introducido el nuevo método en los principales programas de RED<sub>m</sub>E que requieren la translación de información sobre el detector.

Es importante destacar que uno de los paquetes básicos de Iraf (en particular el paquete *apextract* —empleado por la tarea *doslit*—) realiza la extracción de espectros unidimensionales empleando la interpolación lineal mostrada en la Eq. 3.1. En el caso de trabajar con una estrella, cuyo espectro final se obtiene tras sumar varios espectros en la dirección espacial, el resultado no resulta seriamente afectado. Sin embargo, no se puede decir lo mismo cuando se trabaja con imágenes spectrales, en las cuales se requiere conservar la información espacial. Esto nos permite garantizar que RED<sub>m</sub>E es un paquete especialmente optimizado para la medida de gradientes



**Figura 3.4** Residuos en la corrección de distorsión S de la imagen sintética mostrada en la Fig. 3.3 empleando diferentes aproximaciones. Para cada imagen de residuos se indica la desviación típica  $\sigma$ , y los valores mínimo y máximo. Todos los paneles representan los residuos a la misma escala. Ver discusión en 3.3.2.

de intensidad de líneas en objetos extensos, como las galaxias.

### 3.3.3 Eliminación de rayos cósmicos

La eliminación de rayos cósmicos es una de las tareas más ingratas del proceso de reducción. La necesidad de obtener imágenes profundas de objetos débiles exige, sin embargo, la realización de exposiciones largas, inevitablemente acompañadas de numerosos rayos cósmicos (varios centenares en un detector TEK  $1024 \times 1024$  con un tiempo de integración de 1800 segundos).

El proceso de búsqueda de rayos cósmicos se realiza generalmente localizando pixels que destacan por mostrar una elevada señal. Los métodos clásicos de búsqueda, como los utilizados por la utilidad de FIGARO `bclean`, descansan en la detección de pixels que se alejan del valor promedio local, ya sea por un cierto número de veces la desviación típica local (`SIGCR`), estar por encima de un

valor crítico (**MINVCR**), o superar un cierto número de veces el valor promedio (**FACTCR**). La presencia de características espectrales convierte a la eliminación de rayos cósmicos en imágenes espectroscópicas en una tarea complicada. El programa de **RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E cleanest** incorpora numerosas estrategias que permiten trabajar de forma prácticamente automática, reduciendo enormemente el esfuerzo del usuario para realizar la eliminación de la señal espúrea.

Los pasos básicos empleados para la detección y eliminación de rayos cósmicos en **cleanest** son los siguientes:

1. Selección del criterio de búsqueda inicial: **SIGCR**, **MINVCR**, **FACTCR** o cualquier combinación de los mismos. En este último caso se considera como candidato a rayo cósmico aquellos pixels que verifiquen cualquiera de los tres criterios activados.
2. Establecimiento del tamaño del cuadrado de búsqueda inicial, sobre el cual se aplica el criterio anterior. Es decir, se fija las dimensiones de la región alrededor de cada pixel en la que se realizará la estadística necesaria.
3. El usuario define la región de la imagen que va ser examinada en búsqueda de rayos cósmicos. El programa procede entonces realizando un análisis estadístico de la señal alrededor de cada pixel, utilizando para ello sólo los pixels contenidos en el área definida por el cuadrado de búsqueda inicial.
4. Si así se desea, se elimina la formapectral y/o espacial promedio en el cuadrado de búsqueda antes de realizar la estadística. Este punto es fundamental en la búsqueda de rayos cósmicos en imágenes espectroscópicas, donde la presencia de líneas espectrales produce una sobre-estimación de la desviación típica de la señal que tiende a camuflar la presencia de pixels afectados. En cualquier caso, siempre se ignora el valor de la señal en los pixels que se encuentran en la misma fila y columna que el pixel examinado (evitando así la posible contaminación de un rayo cósmico en el pixel bajo estudio). Como resultado final de este análisis, se obtiene el valor de la señal promedio y la desviación típica.
5. Se aplica el criterio de búsqueda elegido y se comprueba si el pixel bajo estudio verifica alguna de las condiciones esperadas (**SIGCR**, **MINVCR** o **FACTCR**).

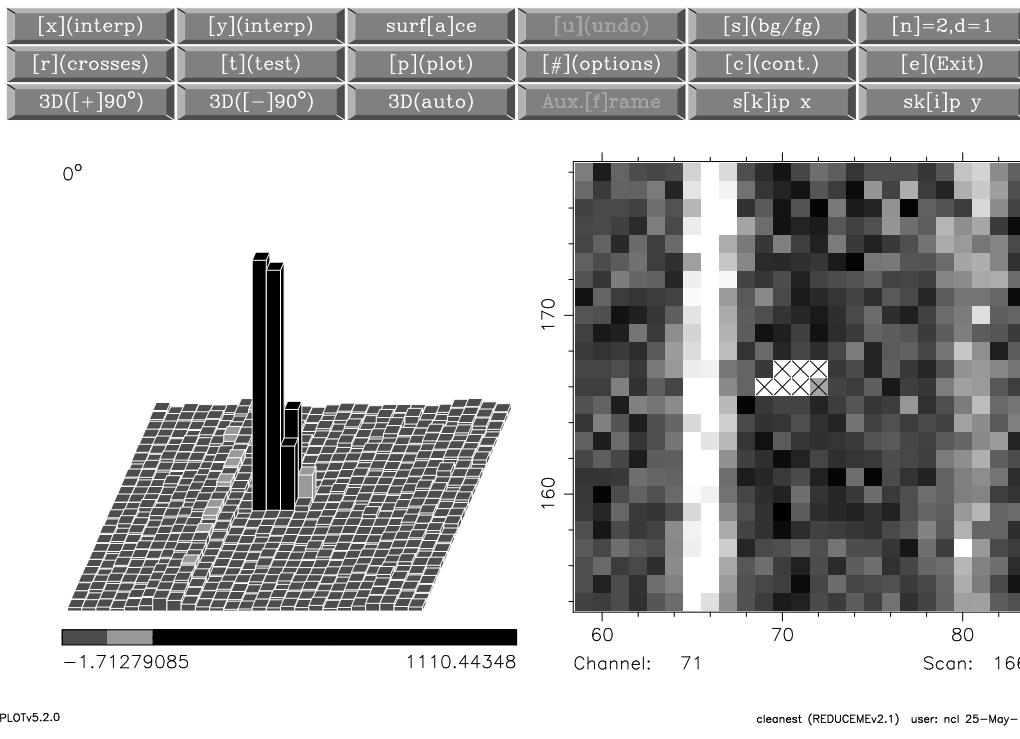
6. Si el pixel seleccionado verifica el punto anterior, se procede con un nuevo estudio estadístico más exhaustivo. Se establece un nuevo tamaño de región alrededor del pixel considerado. En esta nueva zona se ordenan todos los pixels por orden creciente de señal, calculándose un nuevo valor promedio y desviación típica. En este cálculo no se tienen en cuenta una fracción de pixels predeterminada con la señal más alta (candidatos a rayo cósmico, pixels calientes, líneas espectrales) así como tampoco una fracción también predeterminada de pixels con la menor señal (evitando de esta forma contaminación en la estadística de pixels fríos).
7. Comenzando por el pixel considerado, se inicia un proceso de búsqueda de pixels afectados por el posible rayo cósmico, en el que se emplea el criterio **SIGCR**, eliminando previamente la forma espacial y/opectral promedio si así se desea. En esta ocasión el valor umbral de **SIGCR** puede ser inferior al empleado en la búsqueda inicial, dado que el pixel bajo estudio ya ha sido detectado como candidato a rayo cósmico y la última estadística se ha realizado eliminando las alas en el histograma de señal de la segunda región de búsqueda. De esta forma, en esta fase no sólo es posible confirmar la naturaleza de pixel afectado de rayo cósmico, sino también comprobar si los pixels vecinos también lo son (de ser así, su señal normalmente ha sido eliminada en el corte del ala derecha del histograma antes de proceder con el segundo análisis estadístico).
8. La búsqueda de pixels vecinos afectados por el rayo cósmico se realiza en un proceso que recorre, de forma circular, los pixels que rodean al pixel central considerado. Antes de determinar si un nuevo pixel (vecino) es considerado rayo cósmico o no, se verifica si alguno de los 8 pixels que lo rodean de forma inmediata ya ha sido considerado como tal. De esta forma la región afectada por el rayo cósmico constituye una región conexa.
9. Asimismo, si el número de pixels afectados por el posible rayo cósmico es muy grande, el programa determina la fracción de estos pixels en la dirección espacial. Si el número obtenido es elevado, existen grandes posibilidades de que la región afectada sea una línea espectral (de cielo, por ejemplo), y los pixels sospechosos dejan de serlo. Este criterio, unido a la exigencia de que el rayo cósmico constituya un conjunto conexo de pixels, evita que la detección

de un rayo cósmico se extienda de forma errónea por una región de líneas de emisión o de cielo.

10. Cada vez que un nuevo pixel se convierte en sospechoso de haberse visto afectado por un rayo cósmico, se determina nuevamente la forma espacial y/o espectral promedio que es eliminada del segundo cuadrado de búsqueda.
11. Si la eliminación de los rayos cósmicos se realiza de forma supervisada, el programa muestra una imagen tridimensional y una imagen en escala de grises del segundo cuadrado de búsqueda. Los pixels sospechosos aparecen marcados por una cruz, de tal forma que el usuario sólo tiene que modificar, si así lo considera, la preseñalización automática realizada por el programa (ver Fig. 3.5).
12. Finalmente, el programa sustituye los pixels afectados mediante una interpolación polinómica en la dirección espacial, en la dirección espectral o en ambas direcciones simultáneamente.

Otras ventajas adicionales incorporadas al programa **cleanest** son:

- Posibilidad de comparar simultáneamente imágenes similares a la que se desea limpiar de rayos cósmicos. Esto permite tomar decisiones sobre pixels dudosos (por ejemplo, pixels calientes que se repiten de una imagen a otra).
- Realización de histogramas en señal y en **SIGCR**. Con esta opción es muy fácil determinar los valores más idóneos para la búsqueda de rayos cósmicos.
- Examen automático de la imagen y ordenación de los pixels por orden decreciente de factor **SIGCR**. Con esta opción el programa muestra al usuario solamente los pixels más sospechosos.
- Posibilidad de hacer una limpieza de rayos cósmicos seleccionada por regiones, permitiendo una eliminación automática en zonas con escasa información astronómica (regiones de cielo) y un tratamiento supervisado en las regiones importantes (spectros de los objetos astronómicos de interés).
- La inclusión de gráficos tridimensionales con rotación permite un análisis visual pormenorizado de regiones complejas (rayos cósmicos en pixels con líneas de emisión y/o perfiles espaciales compuestos).



**Figura 3.5** Eliminación de rayos cósmicos con `cleanest`. La figura de la derecha muestra la región correspondiente al cuadrado de búsqueda en escala de grises. La misma zona se representa con aspecto tridimensional en el panel de la izquierda. En el ejemplo considerado, el programa ha detectado que el rayo cósmico ha afectado a 7 pixels, los cuales aparecen marcados con el símbolo  $\times$ . Si el proceso de eliminación de rayos cósmicos se estuviera realizando de forma automática, el programa interpolaría los pixels señalados y continuaría la búsqueda. Por el contrario, si el proceso se llevara a cabo de forma supervisada, el usuario podría optar por marcar o desmarcar los pixels de la imagen, modificando la preseñalización realizada por el programa.

- El programa incluye asimismo un recorrido panorámico, en el que se desplaza una ventana de visualización de un determinado tamaño sobre toda la imagen, facilitando su cómoda inspección visual.

Comparado con programas similares en otros paquetes de reducción (FIGARO, Iraf), `cleanest` resulta mucho más fiable, especialmente en imágenes con una gran variación de niveles de iluminación (como por ejemplo imágenes obtenidas con espectrógrafos de fibras).

### 3.3.4 Calibración en longitud de onda de imágenes sin arco

Un esfuerzo observacional muy importante para el desarrollo del trabajo presentado en esta memoria fue la observación de varios centenares de estrellas pertenecientes a la librería de Lick/IDS (ver capítulo 4). Con intención de optimizar el tiempo de observación requerido, se desarrolló un nuevo programa, `wcnoarc`, que permite realizar automáticamente la calibración en longitud de onda de imágenes sin arco de comparación, haciendo uso para ello de imágenes de arco obtenidas para un reducido número de estrellas. De esta forma fue posible evitar realizar observaciones de arcos de comparación para la mayoría de las estrellas de la mencionada librería.

El método empleado consiste en una técnica de ensayo y error, basada en la hipótesis inicial de que la forma funcional del polinomio de calibración en longitud de onda no varía de forma considerable a lo largo de una campaña de observación, excepto desplazamientos constantes en longitud de onda. Dado que la aplicación de una velocidad radial se convierte en una deformación de escala como función de la longitud de onda, es preciso tener presente este efecto con la intención de poder utilizar el algoritmo en un caso general.

De forma esquemática, el problema se reduce a obtener un polinomio de calibración en longitud de onda, tomando como datos de partida un espectro problema sin calibrar, un espectro ya calibrado (y corregido de velocidad radial) y un polinomio de calibración en longitud de onda (que no ha de ser necesariamente el polinomio utilizado para calibrar el espectro calibrado). El proceso se realiza siguiendo este esquema:

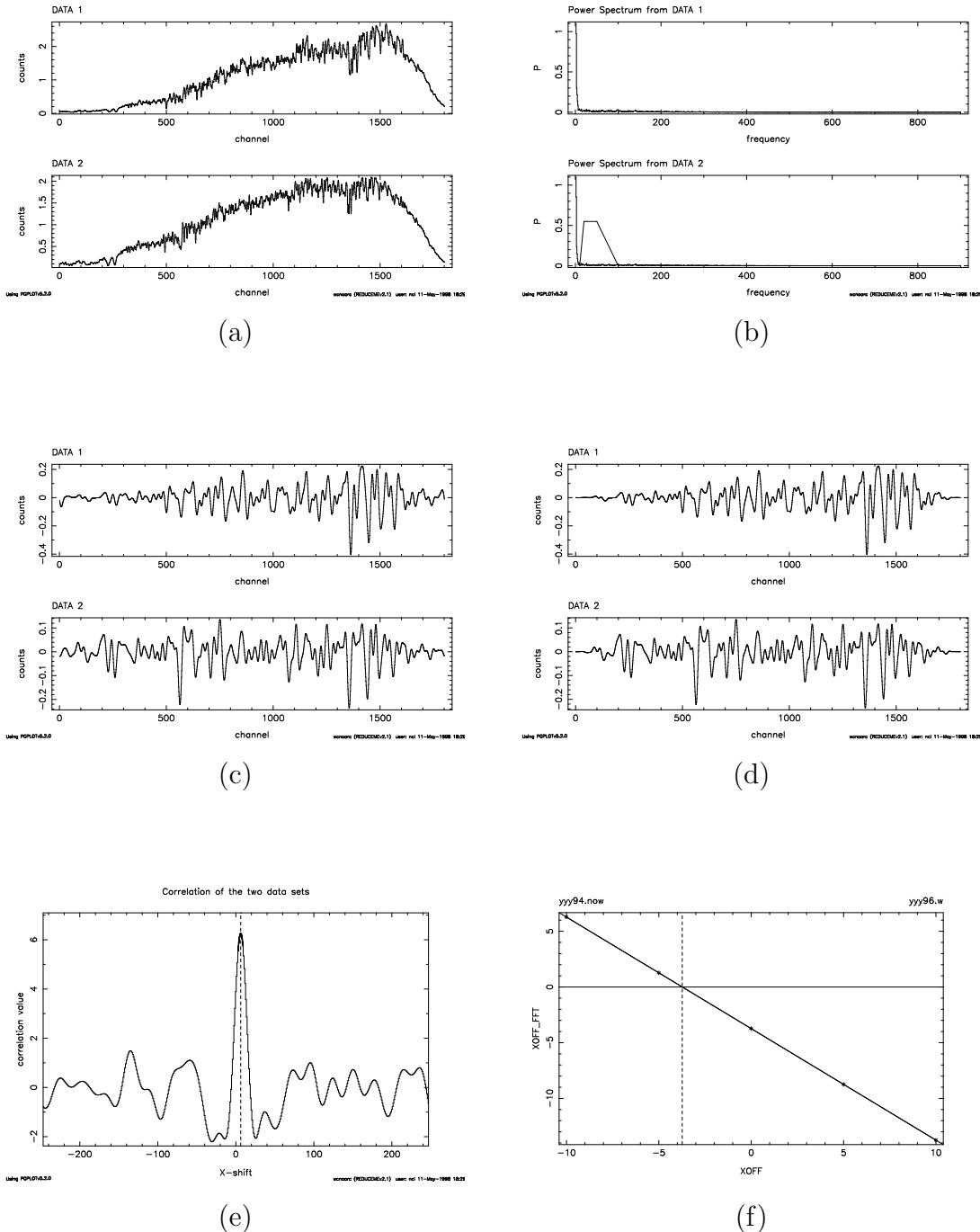
1. Introducimos un desplazamiento de prueba en el polinomio de calibración en longitud de onda, generando un nuevo polinomio.
2. Calibramos en longitud de onda el espectro problema, utilizando el polinomio de prueba anterior.
3. Corregimos el espectro problema de velocidad radial.
4. Realizamos correlación cruzada entre el espectro problema y el espectro de referencia ya calibrado, obteniendo un valor para el desplazamiento entre ambos espectros.

Si se representa gráficamente el desplazamiento en la correlación cruzada frente al desplazamiento de prueba introducido en el polinomio de calibración en longitud de onda, se obtiene una relación que puede ajustarse mediante un polinomio sencillo (de grado 1 ó 2). Resolviendo las raíces del polinomio ajustado, se halla el desplazamiento adecuado que hay que aplicar al polinomio de calibración en longitud de onda, para obtener un desplazamiento nulo en la comparación mediante correlación cruzada.

Diferentes pasos de este esquema se muestran gráficamente en la Fig. 3.6: (a) normalización de los espectros a comparar (espectro de referencia DATA 1 —calibrado en longitud de onda con arco propio— y espectro problema sin arco DATA 2 —calibrado con un polinomio al que se le ha introducido un desplazamiento inicial de prueba—); (b) obtención del espectro de potencias de los espectros y filtrado de frecuencias; (c) restauración de los espectros a partir de las frecuencias filtradas; (d) aplicación de una campana de coseno para eliminar efecto de borde en los espectros filtrados; (e) tras la introducción de ceros en el espectro para completar un número de pixels que sea una potencia de la forma  $2^m$  (con  $m$  entero), se obtiene la función de correlación, cuyo máximo es ajustado mediante una parábola, lo que permite calcular el desplazamiento de los espectros. Una vez repetidas las fases (a)–(e) para diferentes desplazamientos iniciales de prueba, se representan gráficamente los desplazamientos medidos mediante el método de correlación frente a los desplazamientos de prueba iniciales, (f), se ajusta un polinomio de segundo grado, y se halla el valor de desplazamiento inicial que produce un desplazamiento final nulo.

### 3.3.5 Ajuste de *splines* con uniones móviles

El ajuste de cortes unidimensionales de las imágenes mediante *splines* constituye una herramienta muy útil en el proceso de reducción. Esto es válido sobre todo a la hora de reproducir perfiles con variaciones muy rápidas, donde un ajuste polinómico tradicional no conduce a resultados satisfactorios. Sin embargo, un problema asociado al ajuste mediante *splines* es determinar el número y posición de los puntos de unión de los diferentes *splines* que intervienen en un ajuste determinado. Para solucionar este problema, se ha desarrollado una subrutina llamada **SPLFIT** que realiza ajuste mediante *splines*, variando la posición de los puntos de unión y encontrando la posición de éstos que conduce al mejor ajuste. Este problema se convierte entonces



**Figura 3.6** Calibración en longitud de onda de un espectro sin arco de calibración, con ayuda del programa de RED<sub>m</sub>E wcnoarc. Ver descripción en el texto.

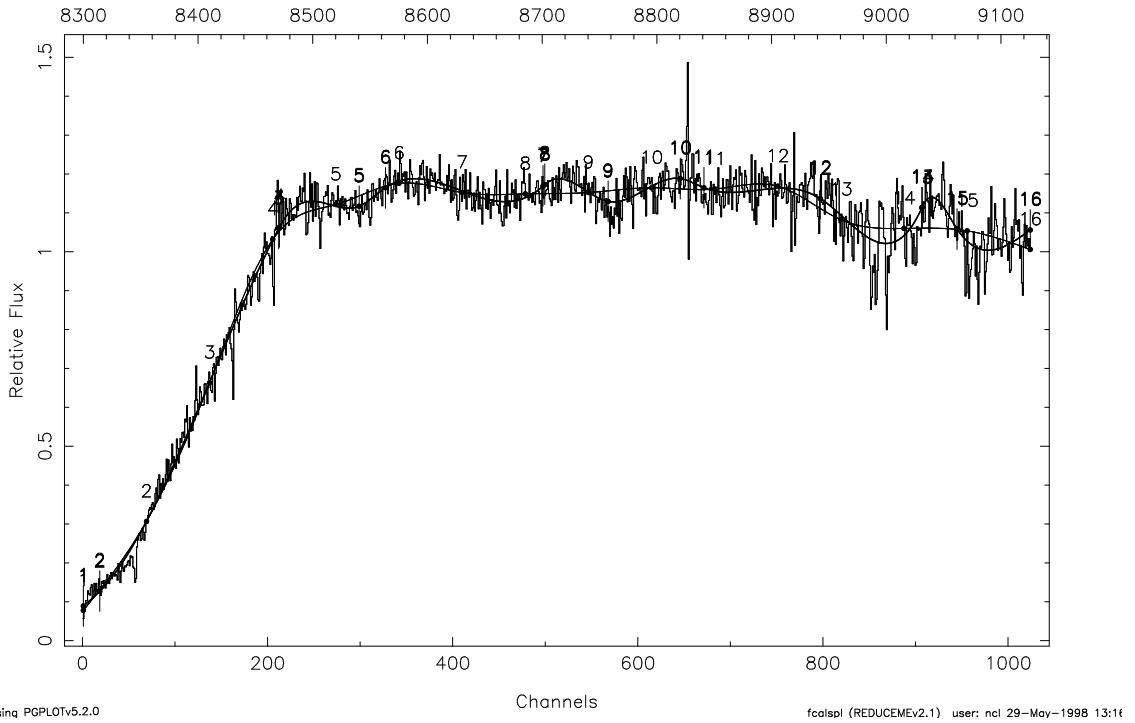
en encontrar el mínimo de una función con, potencialmente, numerosas variables. Para su resolución se decidió emplear el método conocido como DOWNHILL (Nelder y Mead 1965) que permite encontrar el mínimo de una función general a partir de una solución aproximada de partida.

Inicialmente SPLFIT realiza un ajuste tradicional empleando el número de *splines* y puntos de unión introducidos por el usuario. Posteriormente, la subrutina permite refinar las posiciones  $x$  e  $y$  de los puntos de unión (salvo en los extremos del intervalo de ajuste, donde sólo se permite variar la posición en  $y$ ). Este proceso se puede realizar de forma individual (primero con un punto de unión, luego con el siguiente, etc.) o colectiva (modificando de forma simultánea todos los puntos de unión, siguiendo para ello una selección aleatoria de dichos puntos). Si como fruto de este proceso dos puntos de unión se han aproximado tanto como para *colapsar* en uno solo, se tiene una clara evidencia de que el número de puntos de unión inicial estaba sobre-estimado. De esta forma, la táctica ideal consiste en introducir un número relativamente elevado de puntos de unión, ejecutar el ajuste mediante SPLFIT, determinar cuántos puntos de unión han *colapsado*, eliminar estos últimos y obtener el ajuste definitivo.

Un ejemplo de utilización de la subrutina SPLFIT se presenta en la Fig. 3.7, en la que se muestra el ajuste de la curva de calibración de una estrella estándar de flujo (realizado con el programa `fcalsp1`). La línea continua de trazo delgado muestra el ajuste inicial mediante *splines* realizado con 14 puntos de unión (numerados del 2 al 15), mientras que la línea continua de trazo grueso indica el ajuste final realizado por SPLFIT, en el que se han modificado las posiciones  $x$  e  $y$  de los 14 puntos de unión y las posiciones  $y$  de los 2 extremos, empleando para ello 30 iteraciones. El último ajuste es mucho mejor y, además, nos indica el *colapso* de los puntos de unión (3,4), (7,8), y (13,14), por lo que el número aconsejado de puntos de unión final es 11 (más 2 extremos).

### 3.3.6 Utilización de *flatfields* de cielo con distorsión C

La corrección de *flatfield* asociada a variaciones en el detector de baja frecuencia suele realizarse con exposiciones de cielo. Aunque es deseable emplear imágenes de cielo nocturno, también es posible utilizar observaciones de luz de crepúsculo, lo que permite obtener estas imágenes de calibración fuera del tiempo de observación en



**Figura 3.7** Ejemplo de ajuste unidimensional mediante *splines* con uniones móviles. La línea de trazo delgado indica el ajuste inicial, empleando 14 puntos de unión introducidos por el usuario. La línea de trazo grueso muestra el ajuste final, tras modificar las posiciones de todos los puntos de unión de forma colectiva. Asimismo se aprecia cómo las parejas de puntos de unión 3 y 4, 7 y 8, y 13 y 14 han colapsado, y se han convertido en un solo punto de unión en cada caso.

noche cerrada. Sin embargo, un problema asociado a la utilización de imágenes de crepúsculo es la normalización espectral de las imágenes, sobre todo cuando éstas presentan distorsión C. Dado que usualmente estas imágenes de *flatfield* se utilizan para obtener una superficie suave que proporciona las variaciones a gran escala en el detector, la corrección de este tipo de distorsión no suele ser un paso habitual en el proceso de reducción. Sin embargo, y dependiendo de la importancia de la distorsión C, conviene realizar el esfuerzo necesario para eliminar su presencia antes de proceder a la normalización de la imagen.

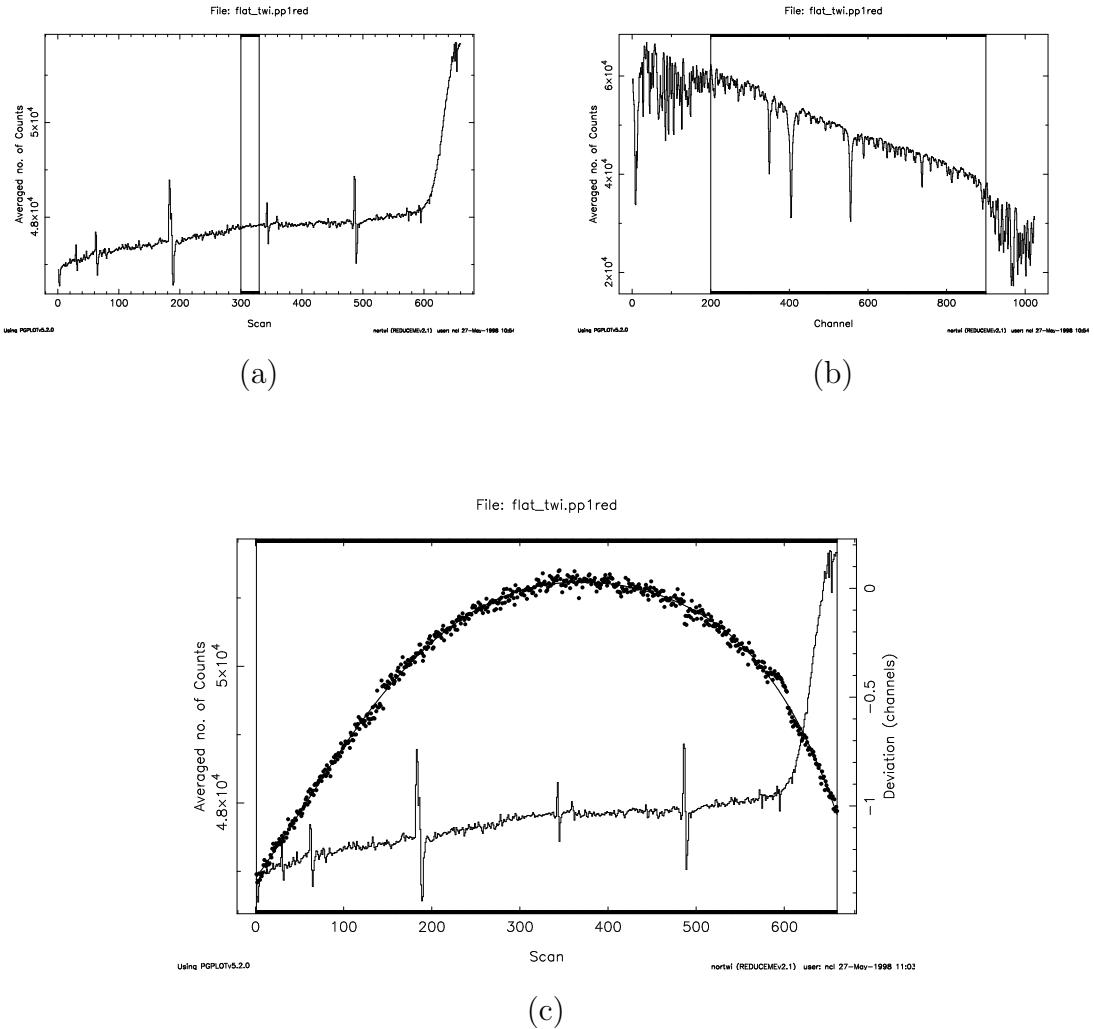
Para corregir este tipo de distorsión es necesario realizar observaciones de un arco de comparación con anterioridad y/o posterioridad a la obtención de la imagen de *flatfield*. Sin embargo, dado que la imagen espectral del cielo en crepúsculo contiene marcadas características espectrales, es posible aprovechar esta información para realizar la corrección de la distorsión C sin tener que utilizar imágenes de arco auxi-

liares. Con este motivo se desarrolló un nuevo programa, llamado **nortwi**, que permite realizar esta tarea. El proceso seguido por **nortwi** se representa gráficamente en la Fig. 3.8. Se parte de un espectro promedio obtenido normalmente de la región central del detector (paneles 3.8a y 3.8b). Realizando correlación cruzada de este espectro promedio con los espectros individuales de la imagen, se obtiene la forma de la distorsión C en función del número de pixel en la dirección espacial (panel 3.8c), la cual puede modelarse mediante un polinomio de bajo grado. Finalmente, y empleando el ajuste polinómico anterior, **nortwi** realiza la normalización espectral de la imagen original, utilizando para ello un nuevo espectro promedio (que incluso puede obtenerse sumando todos los espectros de la imagen). En los paneles (d) y (e) se muestra, a la misma escala, una región de una imagen final de *flatfield* de crepúsculo, tras normalizar la forma espectral sin corregir y corrigiendo de distorsión C, respectivamente. El efecto residual de las líneas espectrales desaparece prácticamente por completo al corregir de distorsión C, lo que facilita en gran medida el ajuste posterior a una superficie suave.

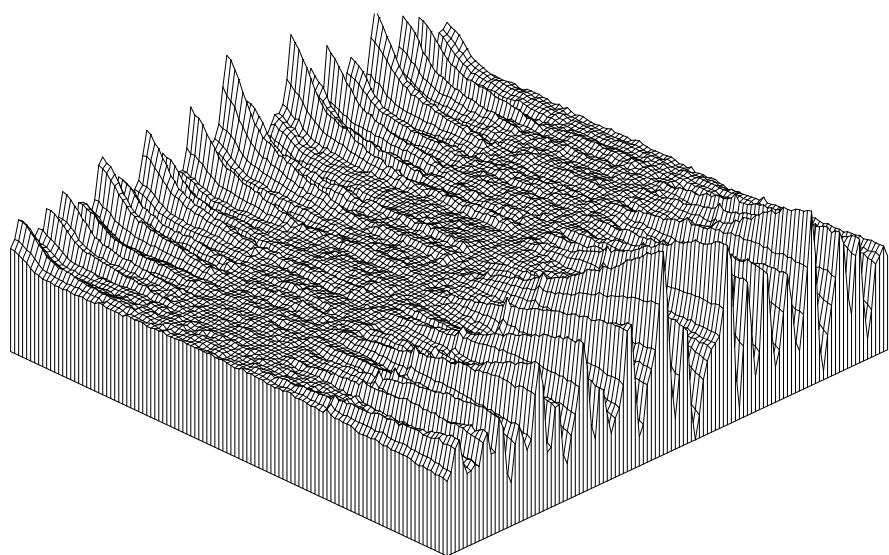
### 3.3.7 Ajuste polinómico móvil

Otro problema importante que se presenta en la reducción de imágenes espectroscópicas es la presencia de defectos de la rendija. Aunque normalmente estos defectos pueden eliminarse con ayuda de imágenes de *flatfield*, en ocasiones las flexiones del instrumento en el telescopio provocan que la posición de dichos defectos varíe apreciablemente de una imagen a otra. Una posible solución consiste en interpolar dicho defecto en las imágenes. Sin embargo, también es posible que las imágenes sufran de distorsión S, por lo que la interpolación de todos los espectros afectados se puede traducir en una intolerable pérdida de información.

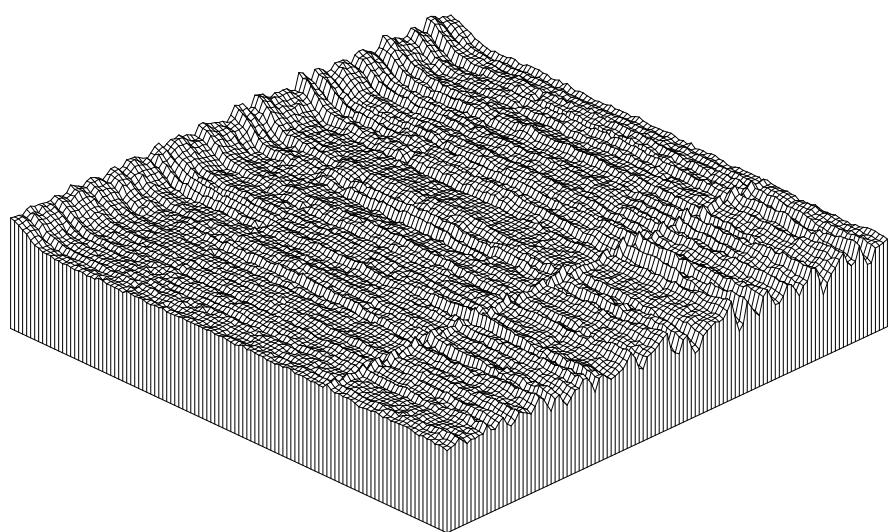
**RED<sub>M</sub><sup>LIC</sup>E** cuenta con un programa de interpolación especial, llamado **interpmove**, que permite realizar una interpolación polinómica cuyos límites dependen de una función polinómica auxiliar, definida por el usuario sobre la imagen con ayuda del ratón. En la Fig.3.9 se muestra un ejemplo de utilización de este programa, en el que se realiza la corrección de un defecto de rendija sobre una imagen de *flatfield* de cielo. El panel 3.9(a) muestra el aspecto general del programa, con la imagen de trabajo en escala de grises, y con un corte unidimensional en la dirección espacial. Se aprecia claramente la presencia del defecto (disminución de la señal)



**Figura 3.8** Obtención de un *flatfield* de cielo a partir de una imagen de crepúsculo con distorsión C. Tras analizar el perfil espacial promedio —panel (a)— se obtiene un espectro inicial promediando los espectros situados en un intervalo no demasiado grande (para evitar un posible ensanchamiento deformado debido a la distorsión C). En el ejemplo considerado se han promediado los espectros situados en el intervalo [300,330]. El examen de este espectro inicial —panel (b)— permite seleccionar el intervalo en longitud de onda sobre el cual se aplica el método de correlación cruzada (en este ejemplo [200,900]). El panel (c) muestra nuevamente el corte espacial promedio y, superpuestas a éste, las desviaciones (puntos negros) entre el espectro inicial y cada uno de los espectros de la imagen (medidas en pixels, escala vertical izquierda del panel). La distorsión queda perfectamente modelada ajustando un polinomio de quinto grado. Finalmente, se obtiene un espectro promedio sumando todos los espectros de la imagen (corregidos de distorsión C), con el cual se normaliza la imagen de *flatfield*. En los paneles (d) y (e) se muestra un fragmento del *flatfield* final, tras normalizar la forma espectral sin corregir y corrigiendo de distorsión C, respectivamente. La reducción de los efectos residuales de las líneas espectrales es notable.



(d)



(e)

**Figura 3.8** (*continuación*).

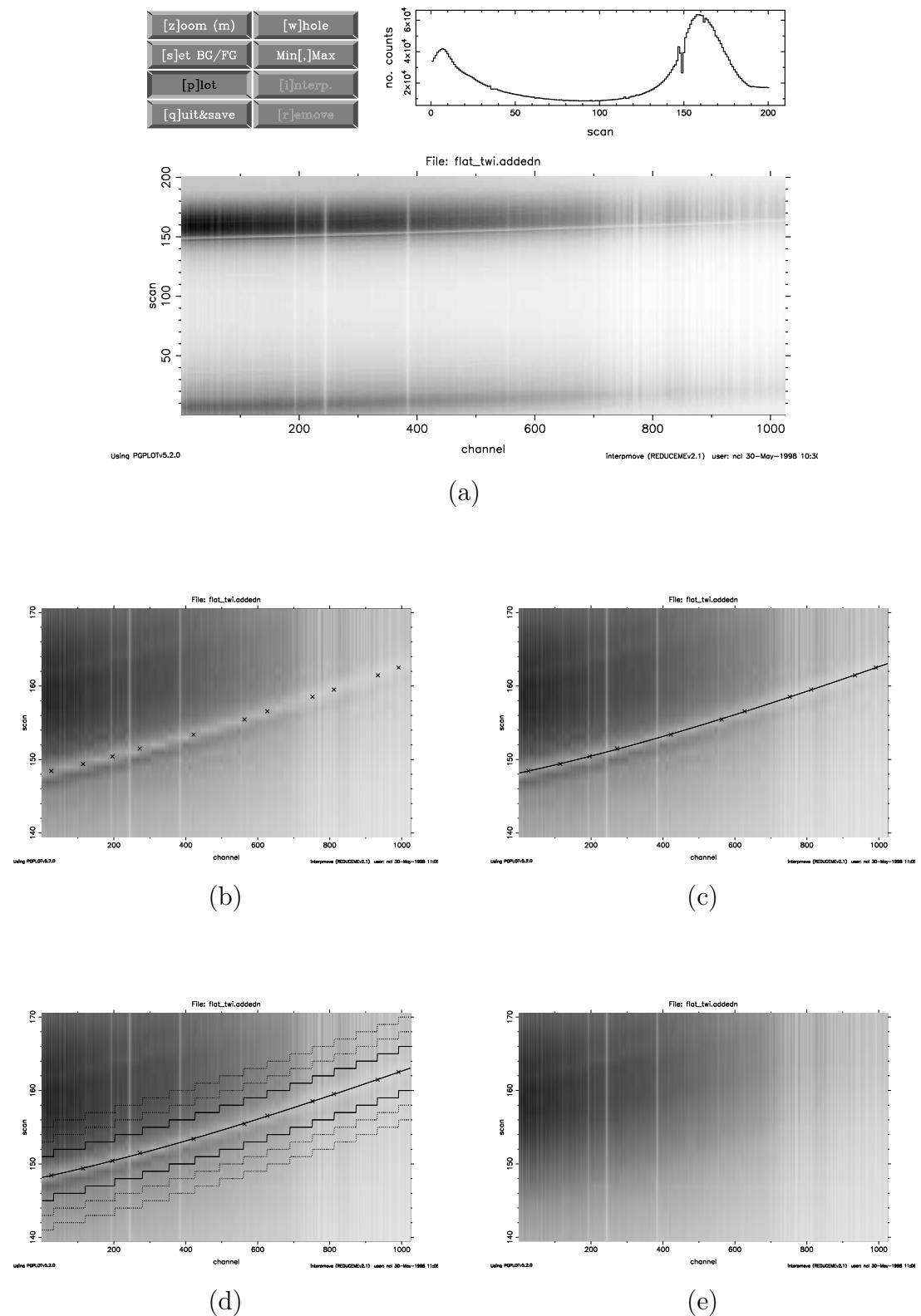
alrededor del espectro 150. Con ayuda del ratón, el usuario puede ubicar varias marcas sobre el defecto encontrado —panel 3.9(b)—, ajustar un polinomio a estas posiciones —panel 3.9(c)—, y establecer límites alrededor del polinomio ajustado —panel 3.9(d)—, que son utilizados para realizar la corrección del defecto mediante una interpolación en la dirección espacial, empleando en este caso polinomios de grado 2. El resultado final de la corrección se muestra en el panel 3.9(e).

### 3.3.8 Ajuste de superficies suaves

Como ya se ha comentado anteriormente, la determinación de la respuesta diferencial del detector en baja frecuencia constituye un paso crucial del proceso de reducción. Habitualmente esta respuesta se obtiene a partir de imágenes de *flatfield* de cielo, las cuales pueden ser suavizadas con filtros adecuados o, si esto no es posible, ajustarse mediante superficies suaves. Cuando las variaciones observadas son importantes, el ruido es elevado, o la distorsión C no ha sido bien eliminada, el primer método no resulta aconsejable. En ese caso, el ajuste de una superficie suave es claramente preferible. Sin embargo, a veces la forma geométrica de estas superficies requiere ajustes capaces de reproducir variaciones espaciales muy rápidas, sobre todo cuando se pretende obtener información espectral en toda la longitud de la rendija, incluso en zonas donde el viñeteo es importante.

Con intención de poder realizar ajustes bidimensionales de superficies complicadas, inicialmente se trató de utilizar una técnica de ajuste a *splines* bidimensionales mediante mínimos cuadrados, utilizando para ello el método de búsqueda de mínimos de funciones DOWNHILL, mencionado anteriormente. Sin embargo, el proceso de cálculo de una superficie  $1024 \times 1024$  con  $\sim 50$  puntos de unión, requería varias horas de cálculo, estando además el problema mal condicionado. Dependiendo de las soluciones iniciales de prueba, la superficie ajustada final podía resultar claramente diferente.

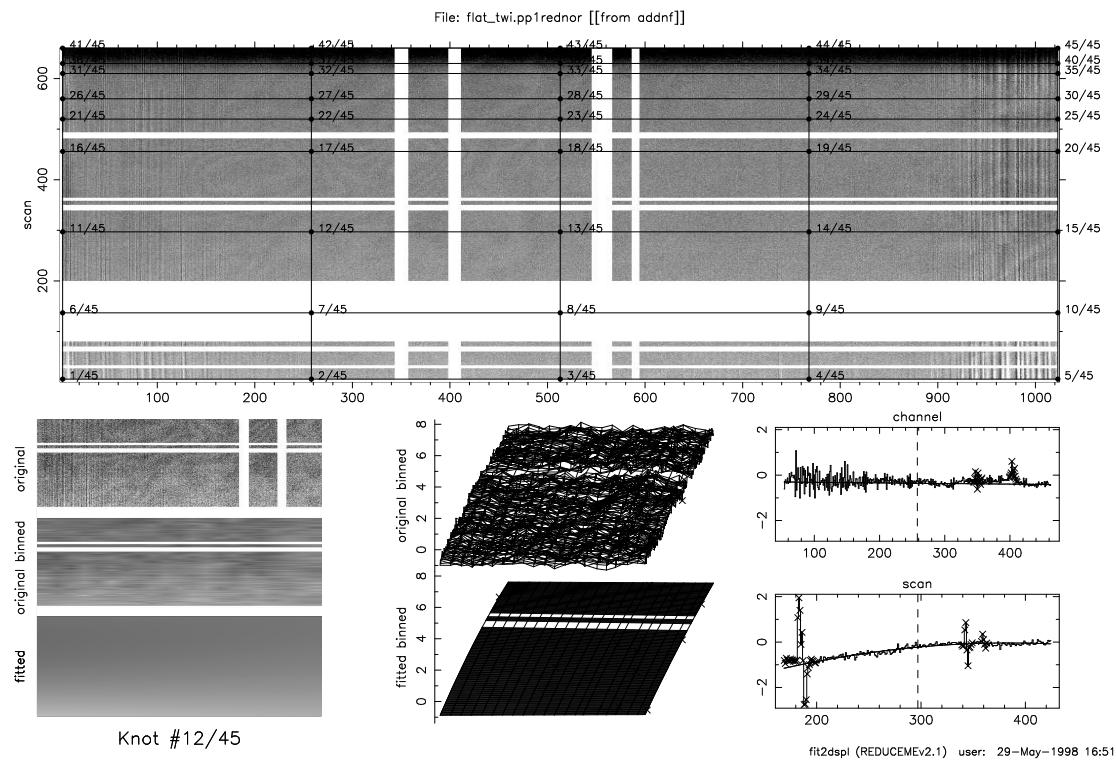
Con este resultado en mente, se decidió desarrollar un nuevo programa, llamado **fit2dsp1**, que utiliza una técnica mixta de ajuste mediante *splines* y polinomios ordinarios. Un ejemplo del trabajo de ajuste con **fit2dsp1** se muestra en la Fig. 3.10. En la parte superior se representa la imagen de un *flatfield* de cielo normalizada en la dirección espectral, que se pretende ajustar mediante una superficie suave. Se han eliminado de la imagen regiones defectuosas y aquellas con una deficiente corrección



**Figura 3.9** Utilización del programa `interpmove`. Ver explicación en 3.3.7.

de la distorsión C. Posteriormente se han realizado ajustes, mediante *splines* con uniones móviles (ver sección 3.3.5), a los cortes promedio en las direcciones espacial y espectral. Estos ajustes iniciales han permitido establecer las posiciones de una retícula de 45 puntos, determinada a partir de los puntos de unión de los *splines* en los ajustes a los cortes promedio. A continuación el programa recorre cada uno de estos 45 puntos, realizando un ajuste local a una superficie polinómica, empleando para ello los pixels contenidos en el rectángulo definido por los ocho puntos de unión vecinos (salvo en los bordes, donde este número es inferior). En la parte inferior izquierda de la Fig.3.10 se muestra dicho rectángulo para el punto número 12, con los datos originales (arriba), datos suavizados con un filtro de caja estrecho (centro), y resultado del ajuste polinómico local (abajo). Los cortes mostrados en la parte inferior derecha muestran los perfiles espectral y espacial promedio de la superficie local polinómica ajustada. En este ajuste se han eliminado, de forma iterativa, puntos demasiado alejados. Una vez realizados todos los ajustes polinómicos locales, las distintas superficies obtenidas solapan y, lógicamente, no constituyen una superficie global continua. Dada esta circunstancia, el paso final consiste en obtener una superficie total formada por la suma pesada de las superficies locales, de tal forma que para una superficie local dada, el peso es igual a uno para el punto de unión central, y cero cuando se alcanza cualquiera de los cuatro puntos de unión vecinos. La forma funcional de la variación de los pesos entre ambos extremos puede variarse como una potencia inversa de la distancia al punto central considerado. Conviene señalar que, para el ajuste de imágenes muy complejas, el programa permite realizar ajustes polinómicos diferentes en cada rectángulo local, variando asimismo el tipo de filtro de caja utilizado en cada caso.

Paralelamente a este proceso, también se procede al cálculo de los *splines* bidimensionales que pasan, exactamente, por los puntos de unión empleados. Como señal de los puntos de unión se toma el valor de la superficie polinómica local ajustada anteriormente. De esta forma, el programa `fit2dspl` proporciona dos superficies ajustadas distintas. Una comparación de ambos ajustes se muestra en la Fig. 3.11. En la gráfica superior se representa un corte espacial promedio de la imagen, en la que la línea de trazo fino corresponde a la superficie calculada mediante los *splines* que pasan por los 45 puntos de unión mostrados en la Fig. 3.10, mientras que la línea de trazo grueso corresponde a la superficie obtenida a partir de las 45 super-



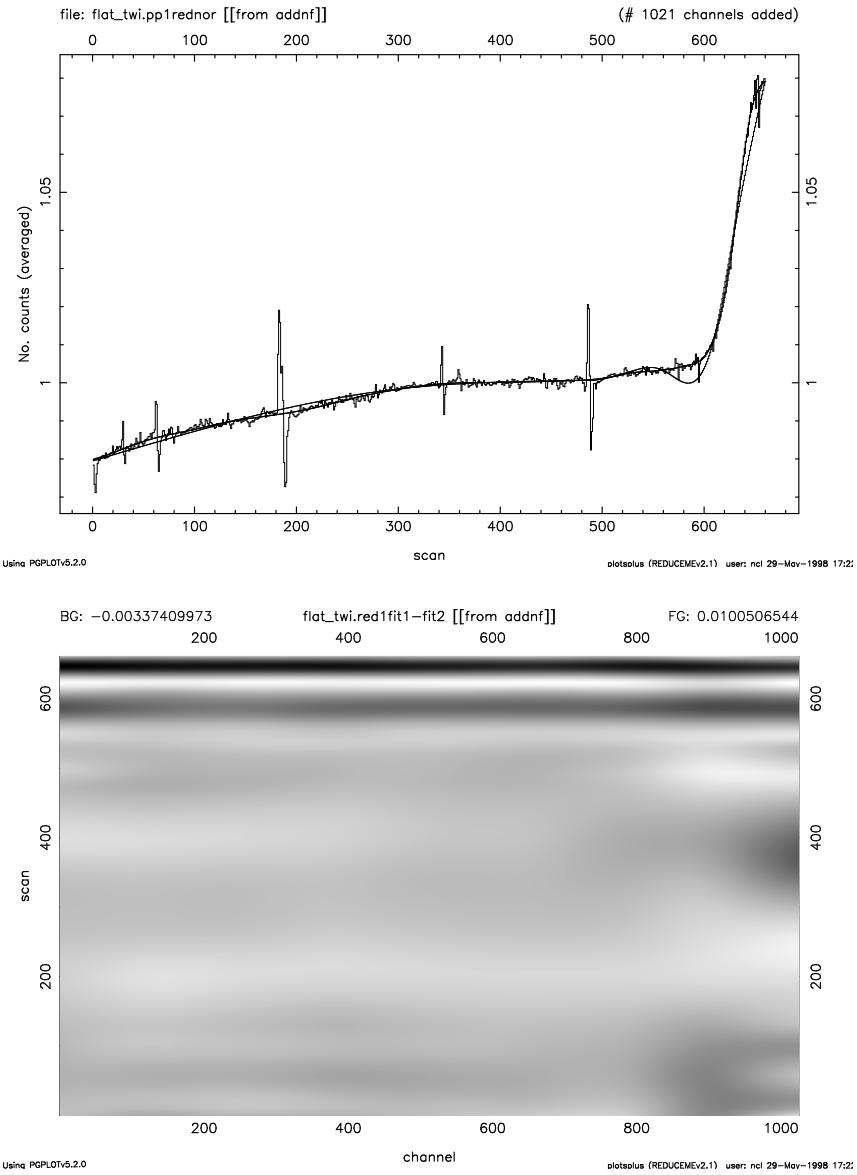
**Figura 3.10** Ajuste de una superficie suave con `fit2dspl`. Ver discusión en 3.3.8.

ficies polinómicas locales ajustadas. Se aprecia cómo este último ajuste reproduce mucho mejor el perfil representado. En la parte inferior de la Fig. 3.11 se representa, en escala de grises, la diferencia entre las dos imágenes ajustadas. Las diferencias observadas alcanzan  $\sim 1\%$  cerca del espectro 600, donde el perfil espacial presenta un “codo” prominente.

En resumen, el método expuesto permite realizar ajustes mejores que los obtenidos utilizando simplemente *splines* bidimensionales, dado que se lleva a cabo realmente una minimización por mínimos cuadrados a todos los pixels útiles de la imagen, aunque sea de una forma local.

### 3.3.9 Examen gráfico de las imágenes

Como ejemplo característico de la utilización extensiva de las librerías gráficas PGPLOT y BUTTON, REDmE cuenta con varios programas de visualización de imágenes. De entre éstos destaca `splotsplus`, que incorpora la utilización simultánea de varias imágenes y su manipulación aritmética. Una ventaja importante de este programa es



**Figura 3.11** Comparación de ajustes de una superficie suave con `fit2dspl`. Ver discusión en 3.3.8.

la posibilidad de combinar imágenes y cortes unidimensionales en la misma gráfica, así como poder comparar cortes unidimensionales de varias imágenes apretando sólo un botón. El empleo de botones gráficos permite al usuario examinar visualmente las imágenes de forma muy rápida y sencilla, así como obtener datos estadísticos de las representaciones gráficas y realizar ajustes unidimensionales. La Fig. 3.12 muestra algunos ejemplos de su utilización.

Al igual que todos los programas gráficos de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E, `splotsplus` permite

realizar los dibujos en varios dispositivos gráficos simultáneamente. De esta forma, el usuario puede crear interactivamente la gráfica deseada y, a la vez, obtener un fichero PostScript con la misma información.

### 3.3.10 Medida de índices espectrales

Dado que nuestro interés particular se centra en el estudio de características espectrales, un programa esencial de RED<sup>UC</sup>E es `index`, empleado para la medida de índices de intensidad de líneas. Estos índices, definidos en las Eqs. 2.3, 2.4 y 2.8, no se contemplan en los programas de reducción tradicionales, por lo que su evaluación requiere la utilización de un programa como `index`. Por otra parte, la obtención de errores en los índices exige realizar los cálculos descritos en el capítulo 2. Aparte de este cálculo, `index` también evalúa los errores introducidos por la calibración en flujo y por incertidumbres en la velocidad radial de los objetos. Como ejemplo, en la Fig. 3.13 se representa la medida del índice Mg<sub>2</sub> en el espectro central de la CCG del cúmulo Abell 85.

### 3.3.11 Otros programas

Otros programas que también merecen ser mencionados aquí, especialmente por incluir algoritmos y tácticas no contempladas en otros paquetes de reducción análogos, son los siguientes:

**autocos** Permite eliminar rayos cósmicos en imágenes similares obtenidas con el mismo tiempo de exposición, o bien escaladas al mismo tiempo de exposición. Utiliza el criterio, empleado por programas similares, basado en la comparación de la señal detectada en un mismo pixel de las diferentes imágenes. La comparación elimina siempre el pixel más brillante antes de realizar la estadística. Sin embargo, en lugar sustituir los pixels sospechosos mediante una medida de centralización (media, mediana) derivada a partir de la señal en los mismos pixels de las demás imágenes, este programa realiza un nuevo proceso de detección y eliminación de pixels defectuosos, utilizando una técnica similar a la descrita para el programa `cleanest`. En concreto, tras la detección inicial de los pixels sospechosos, el programa realiza un histograma del número de

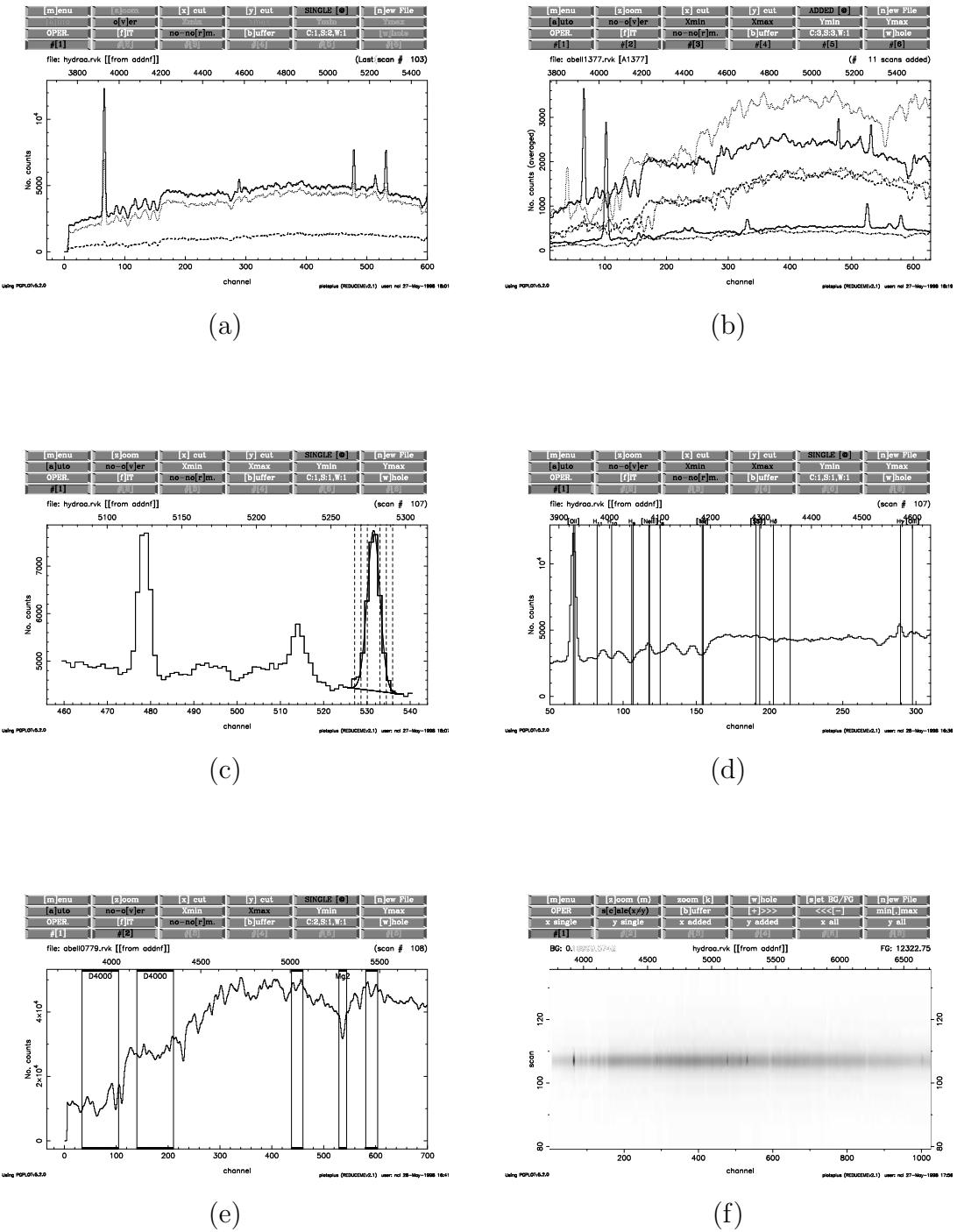
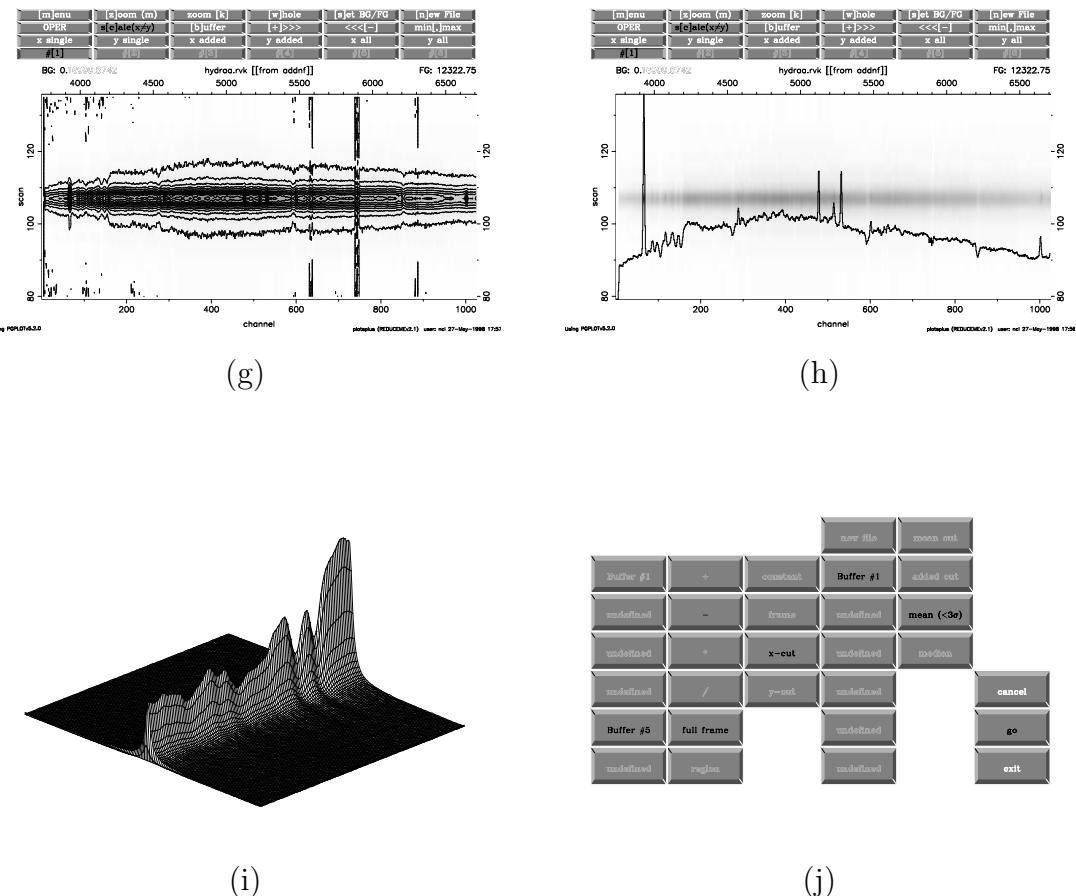
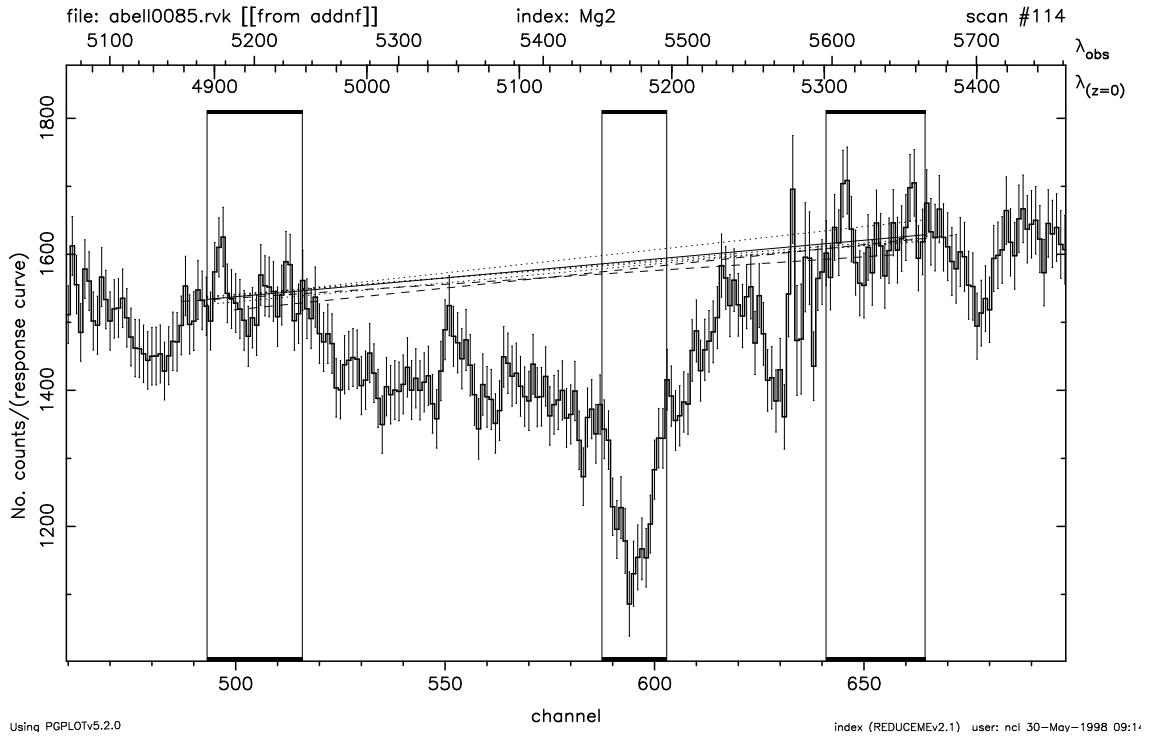


Figura 3.12 (continúa).



**Figura 3.12 (continuación)** Utilización del programa de visualización **splotsplus**. El empleo de botones gráficos convierte a este programa en una potente herramienta para el examen visual de las imágenes. Este programa permite comparar distintos cortes de una misma imagen (panel a), o de hasta seis imágenes distintas (panel b), realizar ajustes polinómicos y gaussianos (panel c), superponer las posiciones de líneas típicas —serie de Balmer, líneas prohibidas— (panel d) e índices de líneas (panel e), hacer representaciones bidimensionales en escala de grises (panel f) y contornos (panel g), superponer imágenes en escala de grises y cortes unidimensionales (panel h), realizar representaciones tridimensionales con superficies ocultas (panel i), así como realizar operaciones aritméticas entre imágenes (panel j).



**Figura 3.13** Medida del índice Mg<sub>2</sub> en un espectro de la CCG del cúmulo Abell 85 empleando el programa **index**. Se muestran las tres bandas utilizadas para la determinación de este índice, así como el error en cada pixel mediante barras de error. El continuo promedio se representa mediante una recta de trazo continuo. Las rectas dibujadas con líneas de puntos indican los continuos obtenidos con distintas curvas de calibración en flujo. Las dos rectas con trazos discontinuos muestran el cambio que se produce en el continuo al introducir un error de  $\pm 1000$  km/s en la velocidad radial de la galaxia.

pixels frente a variación en la señal (en unidades de la desviación típica), permitiendo seleccionar el valor umbral para la detección de los rayos cósmicos. A continuación, el usuario puede definir dos valores críticos de **SIGCR**, uno para la aceptación como pixel defectuoso de los pixels preseleccionados en la búsqueda inicial y otro para la aceptación de pixels adyacentes como también afectados. Este método tiene la enorme ventaja de que permite eliminar pixels ubicados en la vecindad de pixels claramente afectados por un rayo cósmico, y que no son detectados como tales en la comparación entre imágenes. De esta forma, también se elimina la incertidumbre introducida al comparar imágenes cuyo nivel de iluminación no pueda garantizarse que sea absolutamente homogéneo (por ejemplo, imágenes de *flatfield*).

**fcalspl** Programa para el cálculo de la curva respuesta (o calibración en flujo) de los espectros. Incorpora la subrutina que realiza ajustes mediante *splines* con uniones móviles (ver sección 3.3.5 y Fig. 3.7), permitiendo seleccionar de forma interactiva las regiones a utilizar. Como utilidad adicional presenta la ventaja de poder realizar ajustes independientes en intervalos distintos de longitud de onda y después unir dichos ajustes en un espectro final.

**fitcdis** Programa para determinar y corregir la distorsión C de una imagen espectral, utilizando para ello las posiciones de las líneas en imágenes de arcos de comparación. La posición de cada línea es determinada mediante el ajuste de un perfil gaussiano, lo que permite obtener mediante ajustes polinómicos en la dirección espacial, la desviación de cada línea respecto a su posición en un espectro tomado como referencia (normalmente en el centro de la imagen). Los valores de estos polinomios son, a su vez, ajustados en la dirección espectral mediante nuevos polinomios, suministrando una información precisa del efecto de la distorsión C en función del número de pixel de cada espectro. Esta información es posteriormente utilizada por el programa **rebincw** para corregir las imágenes astronómicas de interés de este efecto (a la vez que se realiza la calibración en longitud de onda).

**sdistor** Siguiendo el algoritmo descrito por Gorgas (1987), e introduciendo el método presentado en la sección 3.3.2 para trasladar la señal sobre el detector, este programa permite detectar y corregir la distorsión S en las imágenes espetrales (esta deformación puede aparecer, simplemente, debido al efecto de la refracción en la dirección de la rendija del espectrógrafo). El perfil espacial del objeto observado es ajustado mediante una función de Cauchy, siendo posible excluir regiones en dicho ajuste (lo que resulta especialmente útil a la hora de medir gradientes de intensidad de líneas en bulbos de galaxias espirales de canto). Las posiciones en la dirección espacial de los picos de dichas funciones son posteriormente ajustadas, mediante un polinomio, frente al número de pixel en la dirección espectral. Este polinomio permite, posteriormente, enderezar la imagen y ubicar el máximo de intensidad del objeto en el centro del pixel deseado. Este desplazamiento de la señal es necesario, incluso en ausencia de distorsión S, para garantizar que los gradientes de intensidad de líneas sean

simétricos respecto al centro del objeto estudiado.

**skysubm** Realiza la sustracción del cielo en las imágenes espectroscópicas, ajustando polinomios a cada columna (corte en la dirección espacial). Este programa incorpora el cálculo de errores aleatorios en los ajustes mediante simulaciones de Monte Carlo, lo cual constituye un punto esencial en el tratamiento de errores en la reducción de las imágenes. Un ejemplo de utilización de este programa se presenta en la Fig. 5.3.

**snratio** Una de las tareas más delicadas en el análisis de las imágenes espectroscópicas de objetos extensos es la extracción de los espectros finales a medir. Cuando la relación señal/ruido no es elevada se hace necesario sumar varios espectros para mejorar dicha relación. Realizar esta tarea, a la vez que conseguir obtener la máxima información en la dirección espacial, exige sumar el número mínimo de espectros para obtener los errores máximos admisibles en la medida de los índices espectrales. Este programa permite calcular, de forma interactiva, la relación señal/ruido en las bandas utilizadas en la medida de cualquier índice de intensidad de línea como función de cualquier combinación de espectros de la imagen. De esta forma, resulta muy fácil determinar el número de espectros a sumar, por ejemplo, cuando se desea medir el gradiente de una determinada característicapectral en una galaxia. En este caso, tomando como referencia el espectro central, el programa suministra la forma óptima de sumar y extraer los espectros para obtener el mayor número de puntos en la dirección espacial, a la vez que se garantiza un valor mínimo de la relación señal/ruido.

## 3.4 Resumen

Como resumen de este capítulo, podemos resaltar los siguientes resultados:

- Hemos desarrollado una potente herramienta de trabajo que permite realizar la reducción de imágenes espectroscópicas, con un control exhaustivo de la propagación de los errores.
- Se han depurado algoritmos que efectúan, de forma optimizada, algunos pasos particulares del proceso de reducción.

- Continuando con la filosofía de numerosos paquetes de reducción astronómicos, RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E y BUTTON son programas y subrutinas de acceso público gratuito.
- Se ha facilitado toda la información relativa a la utilización de las diversas funciones y subrutinas que constituyen las librerías de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E y BUTTON, de tal forma que resulta sencillo manipular y crear nuevos programas, según las necesidades del usuario.

Un paquete de reducción como el presentado es un instrumento extremadamente dinámico, al que continuamente se van añadiendo nuevos algoritmos y programas. Como parte del desarrollo futuro de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E, parte del cual ya está en marcha, caben destacar, entre otros, los siguientes objetivos:

- Utilizar directamente el formato FITS como el formato de trabajo de las imágenes.
- Desarrollar los programas necesarios para la medida de dispersión de velocidades y curvas de rotación.
- Crear las herramientas necesarias para la reducción sencilla de espectros obtenidos con espectrógrafos de fibras.
- Investigar y buscar soluciones a los problemas especiales que surgen al tratar la reducción de espectros obtenidos en el infrarrojo, especialmente la sustracción del cielo y la eliminación correcta de líneas telúricas.
- Introducir un sistema de ayuda completo en la página WWW de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E, incluyendo ejemplos para todos los programas disponibles.

Como ejemplo de la utilidad de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (y BUTTON), podemos citar que, aunque su existencia sólo ha sido dada a conocer muy recientemente —a través de una breve mención en Cardiel, Gorgas y Aragón-Salamanca (1998)— estos programas están siendo utilizados en la actualidad por investigadores de distintos centros (Observatorio Astronómico Nacional, Instituto de Astrofísica de París, Observatorio de París-Meudon, Instituto de la Ciencia del Telescopio Espacial, Universidad de Durham, Universidad de Tokio).

Las medidas que se presentan en las secciones siguientes, y que constituyen la base de la investigación desarrollada en esta memoria, han sido obtenidas mediante la reducción de observaciones con ayuda de RED<sub>m</sub><sup>uC</sup>E. Esto nos permite confiar plenamente en la calidad de los resultados derivados.



# Capítulo 4

## Calibración empírica del D<sub>4000</sub>

La discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ , D<sub>4000</sub>, es una de las dos características espectrales medidas en la muestra de CCGs de este trabajo. Al contrario de lo que sucede con los índices del sistema de Lick, como el Mg<sub>2</sub>, no existía una calibración empírica del D<sub>4000</sub> en función de los parámetros estelares temperatura efectiva, metalicidad y gravedad superficial. Esto conducía a importantes incertidumbres en los valores del D<sub>4000</sub> predichos por los modelos. En este capítulo presentamos el trabajo realizado para obtener la calibración empírica de este índice, para lo cual se ha realizado un importante esfuerzo observacional, con la obtención de espectros para 392 estrellas de diferentes tipos espectrales, clases de luminosidad y metalicidades. Por último, y como ejemplo de aplicación de la calibración obtenida, se muestran los resultados de la introducción de las funciones empíricas en los modelos de síntesis evolutiva de Bruzual y Charlot (1999).

### 4.1 Introducción

El estudio espectroscópico de las regiones azul y ultravioleta cercano próximas a 4000  $\text{\AA}$  ha demostrado ser una herramienta útil en el análisis de las poblaciones estelares en sistemas compuestos. Obviamente esta regiónpectral es especialmente sensible a la presencia de estrellas jóvenes y, por tanto, adecuada para el estudio de la historia de la formación estelar. Por otra parte, en un trabajo pionero, Morgan (1959) ya demostró que, en los espectros de cúmulos globulares, la diferencia en intensidad del continuo a ambos lados de la línea H $\zeta$  ( $\lambda 3889 \text{ \AA}$ ) se correlacionaba

bien con el contenido metálico.

Aunque diferentes índices de intensidad de líneas de absorción han sido ya definidos en esta zona del espectro con la intención de estudiar la composición estelar de objetos de primeros tipos (Faber 1973; Burstein et al. 1984; Rose 1984; Tripicco 1989; Worthey et al. 1994; Jones y Worthey 1995; Worthey y Ottaviani 1997; Vazdekis y Arimoto 1999), algunos de ellos son muy dependientes de la resolución espectral (y por tanto dispersión de velocidades) y, en muchos casos, su utilización requiere relaciones señal/ruido relativamente altas. En este sentido, la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  es un índice espectral que evita estos problemas. Ya hemos mostrado en el capítulo 2 (sección 2.8.3) que esta discontinuidad puede medirse con un error relativo de  $\sim 10\%$  en espectros con relaciones señal/ruido  $\sim 1$ . Por tanto la utilización del  $D_{4000}$  es apropiada para objetos débiles y en regiones de bajo brillo superficial. Obviamente esa ventaja, debida al amplio intervalo espectral utilizado normalmente en su medida, también se traduce en un problema: numerosas líneas de absorción están incluidas en las bandas que definen este índice. Es de esperar por ello que el comportamiento del  $D_{4000}$  con los parámetros atmosféricos sea complicado.

En este trabajo hemos empleado la definición adoptada por Bruzual (1983), quién definió este índice espectral como la relación entre los flujos promediados,  $F_\nu$  ( $\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ ), en dos bandas ubicadas a ambos lados de la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ . Es decir

$$D_{4000} = \frac{(\lambda_2^- - \lambda_1^-)}{(\lambda_2^+ - \lambda_1^+)} \frac{\int_{\lambda_1^+}^{\lambda_2^+} F_\nu \, d\lambda}{\int_{\lambda_1^-}^{\lambda_2^-} F_\nu \, d\lambda}, \quad (4.1)$$

donde  $(\lambda_1^-, \lambda_2^-, \lambda_1^+, \lambda_2^+) = (3750, 3950, 4050, 4250) \text{ \AA}$ . Excepto por la combinación de  $\nu$  y  $\lambda$  (debido al método de medida empleado por Bruzual, quién obtenía el  $D_{4000}$  a partir de espectros representados como  $F_\nu$  en función de  $\lambda$ ) y por no estar en unidades logarítmicas, la expresión anterior recuerda a la definición de un color. Es importante destacar que la definición del  $D_{4000}$  es la misma independientemente del desplazamiento al rojo del objeto considerado, teniendo solamente que modificar adecuadamente los límites de integración, y que además no es necesario disponer de flujos absolutos. Como expresión de trabajo podemos reescribir la definición del

$D_{4000}$  como

$$D_{4000} = \frac{\int_{4250(1+z)}^{4050(1+z)} \lambda^2 f_\lambda d\lambda}{\int_{3750(1+z)}^{3950(1+z)} \lambda^2 f_\lambda d\lambda}, \quad (4.2)$$

donde  $f_\lambda$  es el flujo por unidad de longitud de onda (en unidades arbitrarias) y  $z$  es el desplazamiento al rojo.

Numerosos autores han empleado el  $D_{4000}$  para estudiar el contenido estelar y la historia de la formación estelar de galaxias de primeros tipos (McClure y van den Bergh 1968; Spinrand 1980; 1986; Bruzual 1983; Laurikainen y Jaakkola 1985; Hamilton 1985; Dressler 1987; Dressler y Schectman 1987; Johnstone, Fabian y Nulsen 1987; Kimble, Davidsen y Sandage 1989; Dressler y Gunn 1990; Rakos, Schombert y Kreidl 1991; Charlot et al. 1993; Charlot y Silk 1994; Davidge y Clark 1994; Songaila et al. 1994; Belloni et al. 1995; Davidge y Grinder 1995; Cardiel, Gorgas y Aragón-Salamanca 1995, 1998; Abraham et al. 1996; Hammer et al. 1997; Barbaro y Poggianti 1997; Longhetti et al. 1998; Ponder et al. 1998). La interpretación de las medidas del  $D_{4000}$  se basa en su comparación con las predicciones de modelos de síntesis (por ejemplo, Worthey 1994; Bruzual y Charlot 1996). Hasta el momento, estas predicciones se han realizado empleando modelos de atmósferas o bien librerías estelares con un incompleto muestreo del espacio de parámetros estelares, especialmente en metalicidad.

En este capítulo vamos a obtener una calibración empírica del  $D_{4000}$  como función de los principales parámetros atmosféricos estelares (en particular temperatura efectiva, gravedad superficial y metalicidad), utilizando una amplia librería estelar que cubre apropiadamente el intervalo de parámetros y que permitirá, posteriormente, analizar poblaciones estelares relativamente viejas. Una de las ventajas principales de emplear funciones empíricas para describir el comportamiento de características espectrales es que facilitan, en los modelos de síntesis, el cálculo de la contribución de todas las estrellas requeridas mediante suaves interpolaciones en el espacio definido por los parámetros ajustados. La utilidad de esta aproximación ha sido demostrada por la sucesiva inclusión de función empíricas similares (Gorgas et al. 1993; Worthey et al. 1994) en los modelos más completos y recientes de síntesis de poblaciones (Worthey 1994; Vazdekis et al. 1996; Bressan, Chiosi y Tantalo 1996, Bruzual y Charlot 1996).

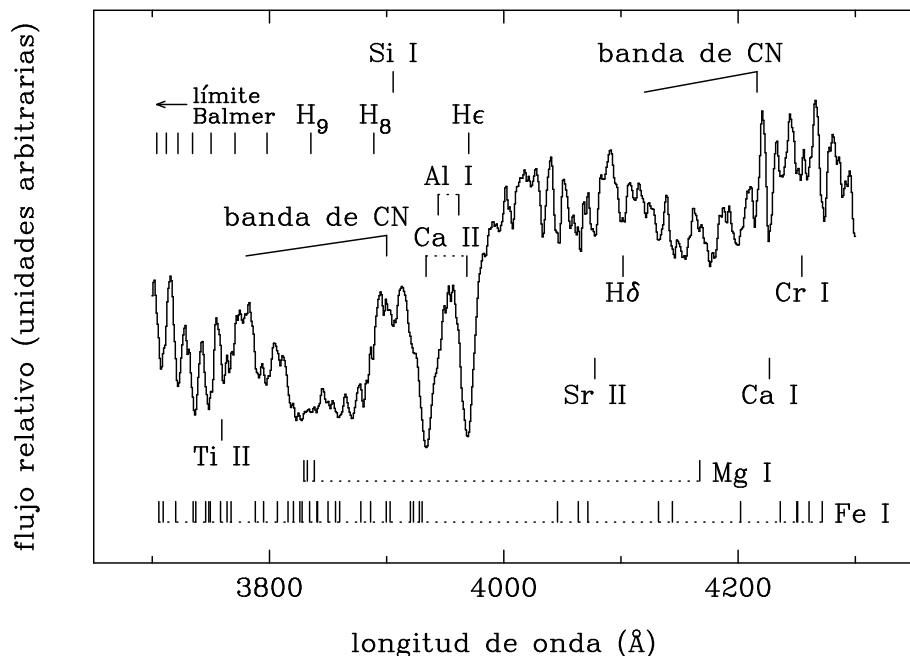
Es importante resaltar que la calibración empírica obtenida será sólo una representación matemática del comportamiento del  $D_{4000}$  como función de los parámetros atmosféricos y que no se pretende derivar ninguna justificación física de los coeficientes calculados en los ajustes.

## 4.2 Trabajos anteriores: entendiendo el $D_{4000}$

La discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  es un súbito incremento en el número de características de absorción por debajo de dicha longitud de onda, que empieza a ser claramente notable en los espectros de estrellas con tipos espectrales más fríos que G0 (ver Fig. 4.7). En la Fig. 4.1 mostramos el espectro típico de una estrella fría en la región del  $D_{4000}$ , en la cual también se identifican las características espectrales más importantes. Dada el ancho intervalo espectral empleado en la definición de este índice, es de esperar que su amplitud sea una función de la distribución de la luz del continuo (gobernada por la temperatura efectiva), modulada por las líneas de absorción (que en general dependen primariamente de la temperatura y la metalicidad, y secundariamente de la gravedad).

La importancia del bloqueo del flujo producido por las líneas (conocido como *line-blanketing* en la literatura inglesa) que se produce en los espectros estelares cerca de  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  fue objeto de un detallado estudio por parte de Wildey et al. (1962). Estos autores midieron la energía sustraída en el espectro de algunas estrellas debido a las líneas de Fraunhofer. Van den Bergh (1963), y van den Bergh y Sackmann (1965) definieron la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ ,  $\Delta$ , como la relación entre el valor del continuo (suavizado mediante un ajuste polinómico de bajo grado) a ambos lados de  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ . Estos autores midieron la discontinuidad en una muestra de 200 estrellas y concluyeron que  $\Delta$  dependía de la metalicidad y del color B–V. Definiciones análogas, como  $C(38–41)$  (McClure y van den Bergh 1968), y  $\Gamma(38–41)$  (Carbon et al. 1982) han sido también empleadas en el análisis espectroscópico de estrellas, cúmulos de estrellas y galaxias.

Empleando librerías espectrofotométricas, Bruzual (1983) y Hamilton (1985) derivaron la variación del  $D_{4000}$  en estrellas en función del tipo espectral y la clase de luminosidad (comparar la Fig. 3 en Bruzual con la Fig. 6 en Hamilton). Ambos autores concluyeron que, como función de la temperatura, el  $D_{4000}$  aumenta lenta-



**Figura 4.1** Espectro de la estrella HD 72324 (G9 III) en la región de la discontinuidad en  $\lambda 4000$  Å. Como referencia, también se han dibujado las posiciones de las líneas de Fraunhofer más intensas en el espectro del Sol ( $EW > 20$  mÅ, usando los datos tabulados por Lang 1974 —fuente original Moore et al. 1966—), junto con las líneas de la serie de Balmer y dos bandas moleculares de CN (la banda central del índice CN3883 definido por Pickles 1985, y la banda de absorción del índice S(4142) empleado por Smith et al. 1997). Se aprecia claramente cómo la contribución de las líneas metálicas, especialmente de Fe I y Mg I, es más importante para longitudes de onda inferiores a 4000 Å.

mente para tipos espectrales en el intervalo desde O5 hasta G0, más rápidamente para tipos espectrales desde G0 hasta M0, mientras que decrece para los tipos espectrales más tardíos, M0 hasta M5. Asimismo, mientras que el  $D_{4000}$  no depende de la gravedad para tipos espectrales más calientes que G0, aparece una clara dicotomía entre estrellas de la secuencia principal, de un lado, y estrellas gigantes y supergigantes, por otro, para temperaturas inferiores. Dado el escaso número de estrellas en las librerías consideradas, no pudo obtenerse dependencia con la metalicidad en estos trabajos.

A partir del análisis de espectros de resolución intermedia de 950 galaxias en 12 cúmulos ricos, Dressler y Shectman (1987) concluyeron que, en sistemas estelares compuestos, el  $D_{4000}$  es insensible a cambios en el contenido metálico, al menos en el intervalo de metalicidad representado en su muestra de galaxias. Este resultado fue utilizado más tarde por Munn (1992) para argüir que el diagrama CN– $D_{4000}$  es

efectivo a la hora de discriminar efectos de edad y metalicidad en el espectro integrado de galaxias de primeros tipos. Sin embargo, Kimble et al. (1989) obtuvieron que el  $D_{4000}$  se correlacionaba muy bien con indicadores metálicos, como el índice atómico Mgb.

Más recientemente, Poggianti y Barbaro (1997), trabajando con modelos de Kurucz, han obtenido una calibración teórica de la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  como función de los parámetros estelares típicos. Esto autores presentan (Fig. 1 de su artículo) el comportamiento del  $D_{4000}$  en los intervalos  $5500 < T_{\text{eff}} < 35000 \text{ K}$ ,  $0 < \log g < 5$ , y  $-2 < \log Z < 0$ . Este trabajo muestra claramente la fuerte dependencia del  $D_{4000}$  con la temperatura efectiva, tal y como se indicaba en los trabajos anteriores, y cuantifica, para un pequeño conjunto de temperaturas, la variación de esta discontinuidad en función de la metalicidad y la gravedad. El  $D_{4000}$  se muestra insensible al contenido metálico en estrellas calientes ( $T_{\text{eff}} = 9000 \text{ K}$ ), mientras que lo contrario sucede para estrellas de temperatura intermedia ( $T_{\text{eff}} = 5500 \text{ K}$ ). Además, utilizando los espectros estelares de Straizys y Sviderskiene (1972; notar que estos espectros son los mismos empleados por Bruzual 1983), estos autores obtienen que, para estrellas con  $3500 < T_{\text{eff}} < 5500 \text{ K}$ , la discontinuidad muestra valores siempre por encima de 2, con un máximo de 3 en  $T_{\text{eff}} = 4000 \text{ K}$ . Utilizando esta calibración teórica, Barbaro y Poggianti (1997) han elaborado también un modelo de síntesis evolutiva que predice, en el espectro integrado de una galaxia, la variación del  $D_{4000}$  como función de la tasa de formación estelar (SFR, del inglés *star formation rate*). Hay que destacar que estos autores concluyen que el  $D_{4000}$  puede emplearse para estimar la relación entre la SFR promediada durante los últimos 5 gigaaños y la SFR presente. Sin embargo, estos autores no modelizan adecuadamente las estrellas frías (de hecho, el  $D_{4000}$  para estrellas gigantes de  $T_{\text{eff}} \sim 3900 \text{ K}$  supera el valor 4 en muchos casos, como veremos más adelante).

A partir de todos estos trabajos previos es evidente que el  $D_{4000}$  es un índice adecuado para enfrentarse al estudio de sistemas estelares, en particular para investigar sus poblaciones estelares. Sin embargo, una calibración empírica, como la que se presenta en este capítulo, es necesaria para: *i*) evitar las incertidumbres inevitables asociadas a las calibraciones teóricas; y *ii*) extender nuestro conocimiento sobre el comportamiento del  $D_{4000}$  para estrellas con  $T_{\text{eff}} < 5500 \text{ K}$ . Conviene resaltar que estas estrellas tardías constituyen un ingrediente fundamental en la modelización de

poblaciones estelares viejas.

### 4.3 La muestra de estrellas

Con la intención de obtener una calibración empírica del  $D_{4000}$  fiable, se decidió medir esta característica espectral en todas las estrellas pertenecientes a la librería de Lick/IDS (Faber et al. 1985; Burstein, Faber y González 1986; Gorgas et al. 1993 —G93—; Worthey et al. 1994 —W94—). La idoneidad de esta librería para obtener funciones empíricas ha sido ampliamente demostrada por los trabajos de G93, W94, y Worthey y Ottaviani (1997), quienes en total han derivado funciones empíricas para 25 índices espectrales en el intervalo espectral entre 4000 y 6000 Å. Trager et al. (1998, y referencias citadas en este trabajo) han puesto claramente de manifiesto la enorme utilidad de este sistema de líneas de absorción, conocido como índices de Lick, en el estudio de poblaciones estelares viejas.

Brevemente, la librería de Lick/IDS contiene 460 estrellas de todos los tipos espectrales y clases de luminosidad. Aunque una gran fracción son estrellas de campo de la vecindad solar, la librería incluye también miembros de cúmulos abiertos (en un amplio intervalo de edades) y de cúmulos globulares (con diferentes metalicidades). La Tabla 4.1 presenta una descripción completa de la muestra observada, que comprende 392 estrellas de las 424 originales con parámetros atmosféricos publicados (las restantes 32 estrellas presentaban enormes incertidumbres en las medidas y fueron eliminadas del análisis para garantizar la calidad del resultado de este estudio). Las primeras dos columnas de la tabla indican, de existir, el número HD (correspondiente al catálogo de Henry Draper), y otra designación habitual de la estrella. El tipo espectral y clase de luminosidad se presentan en la tercera columna (ver referencias en la nota al final de la tabla). Las siguientes tres columnas muestran los parámetros atmosféricos adoptados en este trabajo. La mayoría de ellos son los listados en la tabla electrónica de W94. Dado que deseamos mantener la consistencia con las anteriores funciones empíricas derivadas a partir de la librería de Lick/IDS, hemos intentado evitar cambiar ningún parámetro atmosférico. No obstante, hemos introducido nuevos parámetros para algunas estrellas que carecían de ellos en el trabajo de W94 y, en algunos casos, se han modificado los parámetros originales por nuevos valores de la literatura más creíbles (ver descripción al final

de la tabla). En total, los parámetros temperatura efectiva, gravedad y metalicidad están disponibles para 383, 382 y 354 estrellas, respectivamente.

Para resumir, la librería final que hemos utilizado muestrea los siguientes intervalos de parámetros atmosféricos:  $T_{\text{eff}}$  entre 2747 y 21860 K,  $\log g$  entre 0 y 5.12, y  $[\text{Fe}/\text{H}]$  entre -2.70 y 0.46. Es importante destacar que la librería estelar no cubre homogéneamente todas estas regiones, encontrándose las estrellas más densamente distribuidas en el intervalo de metalicidad entre -1.0 dex y +0.5 dex, mientras que el intervalo de gravedad es más ancho para estrellas con metalicidad próxima al valor solar. Una deficiencia aún más importante de esta librería es la escasez de estrellas calientes. Dado que también estamos interesados en obtener un calibración empírica válida para la modelización de poblaciones estelares relativamente jóvenes, hemos aumentado la muestra incluyendo este tipo de estrellas. Con este propósito hemos utilizado la librería de Pickles (1998), la cual contiene espectros representativos para diferentes tipos espectrales y clases de luminosidad calibrados en flujo. En concreto se han incorporado a la muestra de Lick las medidas del  $D_{4000}$  de 43 espectros estelares con  $6720 < T_{\text{eff}} < 39800$  K. Conviene indicar que hemos comprobado que no existe ningún efecto sistemático entre las medidas del  $D_{4000}$  publicadas por Pickles y las nuestras. Para mostrar gráficamente el recubrimiento del espacio de parámetros atmosféricos cubierto por la librería de Lick/IDS más los espectros de Pickles, en la Fig. 4.2 presentamos un diagrama gravedad–temperatura, en la que se emplean símbolos distintos para diferentes intervalos de metalicidad.

## 4.4 Observaciones y reducción de los datos

La librería estelar fue completada en un total de 13 campañas de observación, que se extendieron entre 1991 y 1996. Se hizo uso de los telescopios de 1.0 m Jacobus Kapteyn, de 2.5 m Isaac Newton y de 4.2 m William Herschel, del Observatorio del Roque de los Muchachos (La Palma), el telescopio de 3.5 m del Observatorio Hispano-Alemán de Calar Alto (Almería) y el telescopio de 2.12 m del Observatorio San Pedro Mártir (Méjico). Una fracción muy importante de los espectros (320 de un total de 650) fueron obtenidos en la campaña 6, en la que se utilizó el espectrógrafo Richardson-Brealey (RBS), que proporcionaba espectros con una resolución de 2.8 Å en la región azul del intervalopectral. Una descripción detallada de todas

**Tabla 4.1:** Muestra de estrellas empleada en la calibración empírica del  $D_{4000}$ . Ver descripción al final de la tabla.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
	Coma A 3	G9 V	5100	4.530	-0.07	2.398	0.095	-0.075	6
	Coma A 13	K0 V	5357	4.540	-0.07	2.169	0.094	-0.009	6
	Coma A 14	G4 V	5196	4.320	-0.07	1.888	0.092	-0.467	6
	Coma A 21	G7 V	5147	4.410	-0.07	2.137	0.093	-0.277	6
107214	Coma T 65	G0 V	5960	4.300	-0.07	1.612	0.091	-0.094	6
107276	Coma T 68	A6 IV-V	8030	4.090	-0.07	1.456	0.090	-0.040	6
107513	Coma T 82	A9 V	7080	4.130	-0.07	1.435	0.064	-0.027	6(2)
107583	Coma T 85	G1 V	5960	4.380	-0.07	1.644	0.091	-0.062	6
107611	Coma T 86	F6 V	6395	4.270	-0.07	1.466	0.090	-0.045	6
107685	Coma T 90	F5 V	6359	4.280	-0.07	1.514	0.064	-0.005	6(2)
107793	Coma T 97	F9 V	5940	4.340	-0.07	1.583	0.091	-0.134	6
	Coma T 102	G1 V	5851	4.360	-0.07	1.701	0.091	-0.072	6
108154	Coma T 114	F8 V	6431	4.300	-0.07	1.476	0.064	-0.027	6(2)
	Coma T 132	G5 V	5659	4.470	-0.07	1.877	0.092	-0.032	6
	Coma T 150	G9 V	5291	4.300	-0.07	2.008	0.093	-0.239	6
25825	Hya vB 10	G0 V	5980	4.410	0.13	1.741	0.065	-0.013	6(2)
26736	Hya vB 15	G3 V	5800	4.340	0.13	1.873	0.065	-0.017	6(2)
26756	Hya vB 17	G5 V	5745	4.530	0.13	1.993	0.065	0.058	6(2)
26784	Hya vB 19	F8 V	6293	4.270	0.13	1.608	0.091	0.048	6
284253	Hya vB 21	K0 V	5273	4.570	0.13	2.315	0.067	-0.086	6(2)
27250	Hya vB 26	G9 V	5550	4.500	0.13	2.091	0.093	-0.020	6
27406	Hya vB 31	G0 V	6084	4.310	0.13	1.681	0.091	-0.003	6
27524	Hya vB 35	F5 V	6571	4.250	0.13	1.485	0.090	0.004	6
27534	Hya vB 36	F6 V	6536	4.240	0.13	1.519	0.090	0.028	6
27561	Hya vB 37	F5 V	6550	4.180	0.13	1.545	0.084	0.058	5
28068	Hya vB 63	G1 V	5586	4.220	0.13	1.956	0.086	-0.121	5
28099	Hya vB 64	G2 V	5667	4.390	0.13	1.917	0.065	-0.086	6(2)
28344	Hya vB 73	G2 V	5945	4.350	0.13	1.785	0.085	0.006	5
28483	Hya vB 81	F6 V	6432	4.300	0.13	1.538	0.090	0.019	6
28593	Hya vB 87	G8 V	5489	4.480	0.13	2.148	0.093	-0.023	6
28910	Hya vB 95	A8 V n	7395	3.790	0.13	1.437	0.090	-0.041	6
29375	Hya vB 103	F0 V	6988	4.050	0.13	1.474	0.090	0.017	6
29388	Hya vB 104	A6 V n	8380	3.870	0.13	1.489	0.064	0.028	6(2)
30034	Hya vB 111	F0 V	7395	4.030	0.13	1.472	0.090	-0.006	6
30210	Hya vB 112	Am	7970	4.150	0.13	1.493	0.090	-0.009	6
31236	Hya vB 126	F3 IV	7069	4.250	0.13	1.451	0.064	-0.011	6(2)
27935	Hya vB 140	G5 V	5261	4.480	0.13	2.130	0.093	-0.285	6
	M10 II-76	AGB	4544	1.470	-1.50	2.003	0.064	-0.362	6(3)
	M10 III-85	GB	4368	1.200	-1.50	2.651	0.084	0.010	6(3)
	M13 A 171	AGB	4401	1.070	-1.50	3.159	0.071	0.577	6(3)
	M13 B 786	GB	3963	0.620	-1.50	3.401	0.101	-0.377	6(3)
	M13 B 818	AGB	5089	1.890	-1.50	1.691	0.089	-0.180	7
	M3 398	GB	4512	1.440	-1.70	2.382	0.111	0.060	7
	M3 III-28	GB	4122	0.730	-1.70	2.708	0.072	-0.436	6(4)
	M3 IV-25	GB	4355	1.210	-1.70	2.516	0.122	-0.062	7
	M5 I-45	HB	5850	2.610	-1.30	1.518	0.087	-0.095	7
	M5 II-51	GB	4569	1.690	-1.30	2.444	0.117	0.021	7
	M5 II-53	HB	10460	3.660	-1.30	1.347	0.077	0.046	7
	M5 II-76	HB	6060	2.700	-1.30	1.422	0.060	-0.136	7(2)
	M5 III-03	GB	4095	0.660	-1.30	3.626	0.127	0.258	6(2)
	M5 IV-19	GB	4139	0.840	-1.30	3.204	0.102	-0.039	6(2)
	M5 IV-59	GB	4300	0.850	-1.30	3.056	0.105	0.193	6(2)
	M5 IV-86	HB	5429	2.460	-1.30	1.509	0.060	-0.253	7(2)
	M5 IV-87	HB	5950	2.630	-1.30	1.572	0.087	-0.014	7

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
	M67 F 084	<i>HB</i>	4763	2.320	-0.10	2.936	0.098	0.081	6
	M67 F 094	<i>SGB</i>	6103	4.070	-0.10	1.698	0.092	0.078	6
	M67 F 105	<i>GB</i>	4465	2.230	-0.10	3.411	0.102	0.158	6
	M67 F 108	<i>GB</i>	4258	1.830	-0.10	3.782	0.103	0.216	6
	M67 F 115	<i>SGB</i>	5959	3.890	-0.10	1.763	0.093	0.066	6
	M67 F 117	<i>SGB</i>	5210	3.790	-0.10	1.898	0.066	-0.421	6(2)
	M67 F 119	<i>SGB</i>	6031	3.940	-0.10	1.683	0.092	0.026	6
	M67 F 125	<i>SGB</i>	6066	4.340	-0.10	1.636	0.057	-0.003	6(3)
	M67 F 164	<i>HB</i>	4707	2.220	-0.10	3.013	0.098	0.088	6
	M67 F 170	<i>GB</i>	4294	1.830	-0.10	3.923	0.105	0.414	6
	M67 F 175	<i>SGB</i>	6000	4.340	-0.10	1.661	0.057	-0.013	6(3)
	M67 F 193	<i>GB</i>	4983	3.300	-0.10	2.736	0.060	0.125	6(3)
	M67 F 224	<i>GB?</i>	4717	2.530	-0.10	3.101	0.099	0.189	6
	M67 F 231	<i>GB</i>	4906	2.950	-0.10	2.885	0.071	0.196	6(2)
	M67 I-17	<i>GB</i>	4977	3.370	-0.10	2.751	0.061	0.131	6(3)
	M67 II-22	<i>SGB</i>	5070	3.650	-0.10	2.541	0.066	0.048	6(3)
	M67 IV-20	<i>GB</i>	4643	2.750	-0.10	2.942	0.070	-0.065	6(2)
	M67 IV-68	<i>SGB</i>	5128	3.730	-0.10	2.300	0.060	-0.118	6(3)
	M67 IV-77	<i>SGB</i>	5023	3.570	-0.10	2.567	0.066	0.009	6(3)
	M67 IV-81	<i>SGB</i>	5336	3.760	-0.10	2.186	0.056	0.005	6(3)
	M71 1-09	<i>AGB</i>	4697	1.670	-0.56	3.336	0.231	0.686	11
	M71 1-21	<i>GB</i>	4414	1.460	-0.56	2.874	0.191	-0.168	11
	M71 1-31					1.728	0.122	†	11
	M71 1-34	<i>HB</i>	5062	2.470	-0.56	1.933	0.135	-0.346	11
	M71 1-36					2.427	0.132	†	11
	M71 1-37	<i>GB</i>	4602	2.180	-0.56	2.008	0.153	-0.762	11
	M71 1-39	<i>HB</i>	5004	2.430	-0.56	1.732	0.141	-0.598	11
	M71 1-41	<i>HB</i>	5098	2.480	-0.56	1.840	0.124	-0.408	11
	M71 1-53	<i>GB</i>	4209	1.420	-0.56	4.260	0.292	0.855	11
	M71 1-59	<i>GB</i>	4660	2.440	-0.56	2.808	0.356	0.112	11
	M71 1-63	<i>AGB</i>	4717	1.820	-0.56	2.528	0.156	-0.099	11
	M71 1-64	<i>GB</i>	4321	1.510	-0.56	2.863	0.202	-0.335	11
	M71 1-65	<i>GB</i>	4640	2.200	-0.56	2.080	0.210	-0.641	11
	M71 1-66	<i>AGB</i>	4496	1.470	-0.56	3.492	0.355	0.575	11
	M71 1-71	<i>GB</i>	4443	1.810	-0.56	2.340	0.197	-0.657	11
	M71 1-73	<i>GB</i>	4846	2.520	-0.56	2.156	0.161	-0.327	11
	M71 1-95	<i>AGB</i>	4669	1.670	-0.56	3.117	0.180	0.433	11
	M71 1-107	<i>AGB</i>	4977	1.930	-0.56	2.587	0.163	0.233	11
	M71 1-109	<i>GB</i>	4760	2.570	-0.56	2.719	0.300	0.142	11
	M71 A2	<i>HB</i>	4940	2.370	-0.56	2.918	0.411	0.529	11
	M71 A4	<i>AGB</i>	4028	0.740	-0.56	3.632	0.184	-0.165	11
	M71 A6					5.645	0.801	†	11
	M71 A7					3.942	0.365	†	11
	M71 A9	<i>GB</i>	4156	1.390	-0.56	4.119	0.430	0.607	11
	M71 C	<i>HB</i>	4965	2.390	-0.56	2.177	0.186	-0.189	11
	M71 S	<i>GB</i>	4252	1.390	-0.56	3.824	0.352	0.501	11
	M71 X	<i>HB</i>	5240	2.490	-0.56	2.499	0.236	0.362	11
	M92 I-10	<i>HB</i>	9290	3.440	-2.20	1.327	0.076	-0.055	7
	M92 I-13	<i>HB</i>	5680	2.220	-2.20	1.498	0.083	0.022	7
	M92 II-23	<i>HB</i>	7510	3.050	-2.20	1.437	0.086	-0.046	7
	M92 III-13	<i>GB</i>	4228	0.580	-2.20	2.473	0.077	-0.188	6,7
	M92 IV-114	<i>GB</i>	4728	1.580	-2.20	1.702	0.090	-0.188	7
	M92 VI-74	<i>HB</i>	5950	2.210	-2.20	1.535	0.085	0.101	6(2)
	M92 IX-12	<i>AGB</i>	5477	1.930	-2.20	1.771	0.057	0.249	9,12

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
	M92 XII-8	<i>GB</i>	4488	1.000	-2.20	1.843	0.069	-0.316	6(2)
	M92 XII-24	<i>HB</i>	11100	3.750	-2.20	1.498	0.060	0.235	9,12
	NGC188 I-20					2.605	0.060	†	10
	NGC188 I-55	<i>SGB</i>	5440	3.910	0.00	2.076	0.043	-0.063	9,10
	NGC188 I-57	<i>GB</i>	4707	3.070	0.00	3.035	0.047	0.029	9,10
	NGC188 I-61	<i>GB</i>	4930	3.350	0.00	2.984	0.061	0.245	10
	NGC188 I-69	<i>GB</i>	4401	2.350	0.00	3.479	0.044	0.066	9,10
	NGC188 I-75	<i>GB</i>	4906	3.220	0.00	2.879	0.060	0.115	10
	NGC188 I-85	<i>GB</i>	4949	3.550	0.00	2.820	0.062	0.102	10
	NGC188 I-88	<i>SGB</i>	5285	3.850	0.00	2.358	0.046	0.059	9,10
	NGC188 I-97	<i>SGB</i>	5213	3.820	0.00	2.577	0.053	0.196	9,10
	NGC188 I-105	<i>HB</i>	4585	2.190	0.00	3.221	0.043	0.067	9,10
	NGC188 I-116	?	5070	3.230	0.00	2.135	0.042	-0.430	9,10
	NGC188 II-52	<i>SGB</i>	5532	3.940	0.00	2.137	0.061	0.085	10
	NGC188 II-64	<i>SGB</i>	5837	4.090	0.00	1.696	0.209	-0.113	13
	NGC188 II-67	<i>SGB</i>	5935	4.130	0.00	1.726	0.207	-0.017	13
	NGC188 II-69	<i>SGB</i>	5972	4.170	0.00	1.712	0.211	-0.007	13
	NGC188 II-72	<i>GB</i>	4387	2.410	0.00	3.507	0.234	0.074	13
	NGC188 II-76	<i>HB</i>	4553	2.180	0.00	3.276	0.220	0.078	13
	NGC188 II-79	<i>SGB</i>	5138	3.550	0.00	2.405	0.220	-0.065	13
	NGC188 II-88	<i>GB</i>	4520	2.710	0.00	2.165	0.219	-1.078	13
	NGC188 II-93	<i>SGB</i>	5503	3.930	0.00	2.025	0.219	-0.054	13
	NGC188 II-122	<i>GB</i>	4949	3.410	0.00	2.788	0.250	0.072	13
	NGC188 II-126	<i>GB</i>	4949	3.450	0.00	3.047	0.269	0.330	13
	NGC188 II-181	<i>GB</i>	4276	2.190	0.00	3.491	0.068	-0.107	9,13
	NGC188 II-187	<i>GB</i>	4949	3.330	0.00	3.007	0.067	0.294	9,13
	NGC6171 04	<i>HB</i>	6100	2.750	-0.99	2.915	0.932	1.313	12
	NGC6171 45	<i>HB</i>	5920	2.840	-0.99	1.627	0.649	-0.030	12
	NGC7789 338					2.635	0.079	†	6(2)
	NGC7789 415	<i>GB</i>	3859	1.060	-0.12	4.421	0.126	0.243	6(2)
	NGC7789 468	<i>GB</i>	4228	1.600	-0.12	3.941	0.142	0.339	6(2)
	NGC7789 489					3.157	0.086	†	6(2)
	NGC7789 501	<i>GB</i>	4085	1.380	-0.12	3.961	0.177	0.123	6(2)
	NGC7789 575	<i>GB</i>	4512	1.980	-0.12	2.907	0.219	-0.265	13
	NGC7789 669	<i>GB</i>	4216	1.570	-0.12	4.053	0.135	0.431	6(2)
	NGC7789 676	<i>HB</i>	4988	2.320	-0.12	2.696	0.216	0.108	13
	NGC7789 859	<i>GB</i>	4626	2.270	-0.12	2.517	0.212	-0.499	13
	NGC7789 875	<i>HB</i>	4965	2.360	-0.12	2.517	0.212	-0.095	13
	NGC7789 897	<i>HB</i>	4965	2.350	-0.12	2.064	0.208	-0.548	13
	NGC7789 971	<i>GB</i>	3831	1.030	-0.12	4.403	0.176	0.264	6(2)
1461	HR 0072	G0 V	5932	4.300	0.29 <sup>5</sup>	2.364	0.099	0.519	5
2665		G5 III	5000	2.500	-2.00	1.518	0.090	-0.243	6
2857	BD-06 0086	A2	7563 <sup>1</sup>	2.670 <sup>1</sup>	-1.58 <sup>1</sup>	1.629	0.091	0.144	6
3546	HR 0163	G8 III	4957	2.600	-0.66	2.247	0.055	-0.075	3
3567		F5 VI	6001	4.160	-1.44	1.499	0.084	0.120	5
3651	HR 0166	K0 V	5487	4.520 <sup>1</sup>	-0.18 <sup>1</sup>	2.741	0.093	0.749	5
4307	HR 0203	G0 V	5650	3.930	-0.52	1.864	0.090	0.144	5
4614	HR 0219	G0 V	5749	4.420 <sup>4</sup>	-0.20 <sup>4</sup>	2.000	0.134	0.211	4
4628	HR 0222	K2 V	4960	4.600 <sup>1</sup>	-0.29 <sup>1</sup>	2.758	0.091	0.209	5
4656	HR 0224	K5 III	3953	1.100	-0.07	4.784	0.113	0.713	3
5395	HR 0265	G8 III-IV	4819	2.400	-0.36	2.718	0.136	0.091	4
6203	HR 0296	K0 III-IV	4387	1.750	-0.48	2.951	0.139	-0.181	4
6695	HR 0328	A3 V	8390	4.300		1.531	0.090	0.071	6
7010		K0 IV				3.558	0.283	††	2

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	D <sub>4000</sub>	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
7927	HR 0382	F0 Ia	7300	0.400		1.523	0.090	0.053	6
8424	HR 0398	A0 Vnn	8455	4.100		1.400	0.090	-0.054	6
10307	HR 0483	G2 V	5898	4.380 <sup>4</sup>	0.04 <sup>4</sup>	2.132	0.086	0.351	5
10380	HR 0489	K3 III	4133	1.200	-0.11	4.323	0.095	0.561	3
10476	HR 0493	K1 V	5065	4.500 <sup>1</sup>	-0.20 <sup>5</sup>	2.387	0.137	-0.053	4
10700	HR 0509	G8 V	5200	4.560	-0.37	1.892	0.086	-0.276	5
10780	HR 0511	K0 V	5398	4.600 <sup>1</sup>	0.36 <sup>1</sup>	2.319	0.136	-0.109	4
11004		F7 V	4842			2.068	0.088	††	2,6
12929	HR 0617	K2 III	4480	2.100	-0.22	3.106	0.098	-0.046	6
13043		G2 V	5730	4.010	0.07	1.842	0.086	-0.078	5
13783		G8 V	5488	4.500	-0.55	2.272	0.136	0.463	4
13974	HR 0660	G0 V	5694	4.600	-0.33 <sup>5</sup>	1.630	0.091	-0.140	6
14802	HR 0695	G1 V	5630	3.920	-0.17	2.376	0.094	0.492	6
17378	HR 0825	A5 Ia	8530	1.350		1.480	0.090	0.237	6
17491	HR 0832	M4 III	3560	0.600		4.066	0.105	0.337	6
17709	HR 0843	K5 III	3905	1.100	-0.18	4.033	0.036	-0.107	6(7),8
18191	HR 0867	M6 III	3250	0.300		3.299	0.099	0.123	6
19373	HR 0937	G0 V	5984	4.000 <sup>2</sup>	0.02 <sup>2</sup>	1.872	0.133	0.154	4
19445		G5 VI	5830	4.230	-2.07	1.400	0.074	0.123	4,6
19476	HR 0941	K0 III	4965	2.550	0.22	2.826	0.137	-0.004	4
20041	HR 0964	A0 Ia	9560	2.130		1.369	0.090	0.237	6
20630	HR 0996	G5 V	5528	4.410 <sup>1</sup>	0.10 <sup>1</sup>	1.882	0.085	-0.232	5
20893	HR 1015	K3 III	4355	1.950	0.00	3.128	0.050	-0.352	1,4,6(2)
22484	HR 1101	F8 V	6294	4.010 <sup>1</sup>	-0.04 <sup>4</sup>	1.696	0.062	0.158	5,6
22879		F9 V	5780	4.270	-0.85	2.180	0.087	0.629	5
23249	HR 1136	K0+IV	4820	3.860	0.02	2.962	0.097	0.049	6
23439A		K1 V	5061	4.500 <sup>1</sup>	-1.02 <sup>1</sup>	2.285	0.135	0.252	4
23439B		K2 V	4771	4.500 <sup>1</sup>	-1.05 <sup>1</sup>	2.696	0.137	-0.047	4
25329		K1 Vsb	4862	4.770	-1.69 <sup>4</sup>	2.106	0.087	-0.138	5
26462	HR 1292	F4 V	6814	4.120	0.13	1.463	0.084	0.015	5
26690	HR 1309	F3 V	6925 <sup>8</sup>	4.210 <sup>8</sup>	0.01 <sup>8</sup>	1.521	0.062	0.067	5,6
26965	HR 1325	K1 V	5050	4.520	-0.03	1.916	0.204	-0.647	13
27371	HR 1346	K0 III	4970	2.600	0.13	2.614	0.078	-0.150	4,6
27697	HR 1373	K0 III	4983	2.650	0.13	2.689	0.078	-0.060	4,6
28307	HR 1411	K0 III	4997	2.690	0.13	2.473	0.136	-0.260	4
30455		G2 V	5671	4.450	-0.18 <sup>1</sup>	1.783	0.085	-0.067	5
30649		G1 V-VI	5640	4.320	-0.37 <sup>6</sup>	1.579	0.085	-0.208	5
30652	HR 1543	F6 V	6340	4.290	0.14	1.583	0.075	0.037	4,6
34334	HR 1726	K3 III	4234	2.150	-0.16	3.175	0.140	-0.395	4
34411	HR 1729	G0 V	5848	4.160 <sup>4</sup>	0.10 <sup>4</sup>	1.832	0.034	-0.008	5,6(6)
35620	HR 1805	K3 III	4156	1.200	0.21	3.873	0.143	-0.013	4
36003		K5 V	4465	4.610	0.09 <sup>12</sup>	3.179	0.070	0.063	6(2)
36162	HR 1832	A3 Vn	8260	4.280		1.427	0.064	-0.045	6(2)
37160	HR 1907	G8 IIIP	4751	2.900	-0.55	2.470	0.095	-0.123	6
38393	HR 1983	F6 V	6220	4.170	-0.07	2.081	0.092	0.513	6
38751	HR 2002	G8 III	4751	2.200	0.03	2.490	0.060	-0.468	6,11(2)
39587	HR 2047	G0 V	5814	4.400 <sup>1</sup>	0.08	1.671	0.091	-0.187	6
39970	HR 2074	A0 Ia	9400 <sup>15</sup>	1.430		1.112	0.059	-0.034	6,11(2)
41117	HR 2135	B2 Iave	17463	2.700		1.002	0.055	††	6(2),11
41636	HR 2153	G9 III	4690	2.500	-0.16	2.777	0.096	-0.130	6
43318	HR 2233	F6 V	6069	3.780	-0.30	1.756	0.061	0.165	6,11(2)
47205	HR 2429	K1 IV	4776	3.350	0.05	3.495	0.099	0.522	6
47914	HR 2459	K5 III	3999	1.400	0.05	4.097	0.066	0.067	6,11(2)
48433	HR 2478	K1 III	4465	1.500	-0.08	3.134	0.098	-0.132	6

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
48682	HR 2483	G0 V	5829	4.080	0.15 <sup>1</sup>	1.717	0.059	-0.158	6,11(2)
49161	HR 2503	K4 III	4276	1.850	0.23	3.535	0.100	-0.206	6
49293	HR 2506	K0 III	4635	1.850	-0.07	2.990	0.097	-0.048	6
50778	HR 2574	K4 III	4019	1.350	-0.13	4.413	0.107	0.466	6
51440	HR 2600	K2 III	4381	2.200	-0.35	3.227	0.061	0.007	6,11(2),13
54719	HR 2697	K2 III	4381	1.350	0.24	3.465	0.099	-0.142	6
54810	HR 2701	K0 III	4697	2.350	-0.30	2.650	0.095	-0.157	6
55575	HR 2721	G0 V	5640	4.280 <sup>6</sup>	-0.30 <sup>6</sup>	1.628	0.059	-0.190	6,11(2)
58207	HR 2821	K0 III	4776	2.350	-0.10	2.767	0.096	-0.073	6
58972	HR 2854	K3 III	4023	2.000	-0.30	3.534	0.101	-0.353	6
60522	HR 2905	M0 III-IIIb	3902	1.200	0.12	3.996	0.065	-0.170	6,11(2),13
61935	HR 2970	K0 III	4776	2.200	-0.02	2.917	0.096	0.024	6
62721	HR 3003	K5 III	3973	1.450	-0.01	3.948	0.075	-0.104	6,11(2)
64606		G8 V	5120	4.110	-0.92	1.974	0.060	-0.017	6,11(2)
66141	HR 3145	K2 III	4264	1.500	-0.23	3.435	0.100	-0.046	6
69267	HR 3249	K4 III	4032	1.600	-0.36	4.086	0.104	0.236	6
69897	HR 3262	F6 V	6156	4.150	-0.41 <sup>4</sup>	1.499	0.090	-0.037	6
70272	HR 3275	K5 III	3931	1.050	-0.11	4.116	0.105	0.015	6
72184	HR 3360	K2 III	4669	2.650	0.34	3.197	0.092	-0.097	2,6
72324	HR 3369	G9 III	4864	1.600	0.17	2.780	0.053	-0.137	6,11(3)
73471	HR 3418	K2 III	4480	1.700	0.09	3.473	0.062	0.110	6,11(2)
73593	HR 3422	G8 IV	4717	2.250	-0.12	2.695	0.049	-0.204	6,11(4)
73665	HR 3427	K0 III	4965	2.350	0.16	2.762	0.039	-0.028	1,8(2),11(2)
73710	HR 3428	K0 III	4864	2.100	0.24	2.853	0.045	-0.113	6,8,11(3)
74377		K3 V	4913	4.630	-0.07 <sup>12</sup>	2.757	0.062	0.022	6,8
74442	HR 3461	K0 III	4651	2.300	-0.04	2.997	0.097	-0.041	6
75732	HR 3522	G8 V	5139	3.700	0.13 <sup>1</sup>	2.608	0.078	0.051	6,11(2)
79211	BD+ 53 1321	M0 V	3769	4.710	-0.40 <sup>14</sup>	3.036	0.097	0.223	6
82328	HR 3775	F6 IV	6314	4.010	-0.10 <sup>4</sup>	1.503	0.059	-0.022	6,11(2)
83618	HR 3845	K3 III	4240	1.150	-0.05	3.813	0.063	0.190	6,11(2)
84937		F5 VI	6230	4.610	-2.10	1.265	0.049	-0.048	6(2),11(2)
85503	HR 3905	K2 III	4480	2.150	0.46	3.428	0.062	-0.213	6,11(2)
86728	HR 3951	G4 V	5675 <sup>3</sup>	4.280 <sup>3</sup>	0.11 <sup>3</sup>	1.977	0.092	-0.008	6
88230		K7 V	3917	4.680	0.28 <sup>1</sup>	2.961	0.097	0.038	6
88284	HR 3994	K0 III	4971	2.700	0.22	3.142	0.061	0.319	6,11(2)
89010	HR 4030	G2 IV	5670	3.920	-0.03 <sup>5</sup>	1.849	0.092	-0.071	6
89449	HR 4054	F6 IV	6334	4.060	-0.02	1.482	0.090	-0.050	6
90508	HR 4098	G1 V	5717	4.370	-0.23 <sup>1</sup>	1.706	0.060	-0.091	6,11(2)
94705	HR 4267	M5.5 III	3335	0.200		3.323	0.079	-0.015	6,11
95272	HR 4287	K0 III	4635	2.150	-0.06	3.636	0.100	0.591	6
97907	HR 4365	K3 III	4351	1.600 <sup>7</sup>	-0.10 <sup>7</sup>	2.736	0.095	-0.686	6
98230/1	HR 4374/5	G0 V	5670	4.410	-0.21 <sup>1</sup>	1.630	0.091	-0.207	6
101501	HR 4496	G8 V	5360	4.600 <sup>5</sup>	-0.16 <sup>5</sup>	1.999	0.045	-0.121	3,6
102328	HR 4521	K3 III	4457	2.350	0.41	3.669	0.068	0.038	6,11(2)
102870	HR 4540	F8 V	6030	4.050	0.18	1.602	0.091	-0.132	6
103095	HR 4550	G8 Vp	5069	4.600 <sup>4</sup>	-1.32 <sup>4</sup>	1.777	0.043	-0.122	3,6
106516	HR 4657	F5 V	6140	4.240	-0.82	1.492	0.090	0.021	6
108177		F5 VI	6050	5.040	-1.73	1.342	0.059	0.008	6,8
109995		A0 V	8300	3.500	-1.99	1.380	0.063	-0.089	6(2)
110897	HR 4845	G0 V	5898	4.290 <sup>6</sup>	-0.44 <sup>6</sup>	1.486	0.031	-0.141	3(2)
111721		G6 V	5103	2.870	-1.10	2.010	0.092	0.001	6
113226	HR 4932	G9 II-III	4994	2.100	0.08	2.588	0.051	-0.117	6(2),11(3)
113285		M8 III	2924 <sup>16</sup>	0.000		2.553	0.061	0.084	6,8
114710	HR 4983	G0 V	5900	4.340	0.15	1.657	0.037	-0.163	3,6(2)

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	D <sub>4000</sub>	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
114762		F9 V	5814	4.260	-0.75 <sup>4</sup>	1.379	0.042	-0.190	3
114946	HR 4995	G6 V	4930	3.610	-0.44	2.768	0.096	0.239	6
114961		M7 III	3014	0.000	-0.81	2.633	0.095	-0.046	6
115043		G1 V	6016	4.510	-0.08 <sup>1</sup>	1.705	0.046	0.034	3
115617	HR 5019	G6 V	5480	4.520	0.22	1.976	0.050	-0.262	3
117176	HR 5072	G5 V	5370	3.800	-0.21	1.990	0.033	-0.091	3,6(2),8(2)
120136	HR 5185	F7 V	6431	4.270	0.18 <sup>1</sup>	1.497	0.043	-0.027	3
120452	HR 5196	K0.5 III-IIIb	4760	2.600	0.03	3.126	0.098	0.179	6
121146	HR 5227	K2 IV	4428	3.000	-0.12	3.638	0.101	0.345	6
121370	HR 5235	G0 IV	6036	3.720	0.28 <sup>6</sup>	1.689	0.091	-0.069	6
122563	HR 5270	G0 VI	4626	1.500	-2.60	1.632	0.091	-0.226	6
124897	HR 5340	K2 IIIp	4276	2.100	-0.42	3.166	0.099	-0.188	6
125454	HR 5366	G9 III	4775	2.500	-0.10	2.780	0.042	-0.061	6,8(3)
125560	HR 5370	K3 III	4381	1.650	0.31	3.454	0.099	-0.203	6
126327		M7.5 III	2943 <sup>11</sup>	0.000	-0.58	2.402	0.048	-0.112	6,8(2)
129312	HR 5480	G8 III	4834	1.550	0.00	2.532	0.094	-0.304	6
131977	HR 5568	K4 V	4493	4.650 <sup>5</sup>	0.01 <sup>5</sup>	3.015	0.067	-0.103	3
132142		K1 V	5057	4.500 <sup>5</sup>	-0.55	2.386	0.049	0.126	3,11(2)
132345	HR 5582	K3 III-IVp	4374	1.600	0.42	3.928	0.102	0.182	6
134083	HR 5634	F5 V	6577	4.380	0.05 <sup>5</sup>	1.438	0.038	-0.039	3,6
134439		K0 V	4990	4.510	-1.40	2.291	0.094	0.282	6
135722	HR 5681	G8 III	4834	2.450	-0.44	2.553	0.078	-0.010	4,6
136028	HR 5690	K5 III	4040	1.900	0.14	4.301	0.106	0.298	6
136202	HR 5694	F8 III-IV	6030	3.890	-0.07	1.679	0.091	0.014	6
137391	HR 5733	F0 V	7190	4.140	0.28	1.450	0.090	-0.018	6
137471	HR 5739	M1 III	3810	1.100	0.07 <sup>14</sup>	3.708	0.102	-0.402	6
137759	HR 5744	K2 III	4504	2.050	0.12	3.714	0.101	0.363	6
139669	HR 5826	K5 III	3915	1.000	-0.10	4.504	0.107	0.375	6
140283		F3 VI	5650	4.240	-2.45	1.202	0.040	-0.025	3
140573	HR 5854	K2 III	4528	2.100	0.25	3.404	0.081	-0.010	4,6
141144	BD+01 3131	K0 III				3.006	0.097	††	6
141680	HR 5888	G8 III	4707	1.950	-0.30	2.807	0.091	0.012	2,6
142091	HR 5901	K0 III-IV	4751	2.850	0.02	2.875	0.079	-0.077	4,6
142373	HR 5914	F9 V	5718	4.140 <sup>4</sup>	-0.39 <sup>4</sup>	1.478	0.043	-0.255	3
142860	HR 5933	F6 V	6280	4.270	-0.25	1.479	0.090	-0.039	6
142980	HR 5940	K1 IV	4512	2.550	0.10	3.625	0.139	0.300	4
143107	HR 5947	K3 III	4318	1.700	-0.29	3.450	0.081	0.093	4,6
143761	HR 5968	G2 V	5835	4.080 <sup>4</sup>	-0.19 <sup>4</sup>	1.662	0.041	-0.078	3,6
144872		K3 V	4739	4.650	-0.25 <sup>10</sup>	2.880	0.069	-0.112	3
145148	HR 6014	K0 IV	4849	3.450	0.13	2.968	0.065	0.053	4,6,11
145328	HR 6018	K0 III	4687	2.500	0.01	2.790	0.056	-0.236	4,6,11(2)
145675		K0 V	5353	4.490 <sup>1</sup>	0.27 <sup>1</sup>	2.777	0.063	0.365	3
147379A	Gl 617 A	M0 V	3720	5.000 <sup>2</sup>	-1.50 <sup>2</sup>	2.730	0.059	-0.040	8(2)
147379B	Gl 617 B	M3 V	3247	4.840		2.023	0.137	-0.194	8
147677	HR 6103	K0 III	4893	2.350	0.01	2.626	0.139	-0.148	4
148513	HR 6136	K4 IIIp	4046	1.000	0.20	4.474	0.144	0.457	4
148783	HR 6146	M6 III	3250	0.200	-0.06	3.304	0.053	0.128	6(2),11(2)
148816		F9 V	5815	4.000	-0.72	1.534	0.090	-0.043	6
149161	HR 6159	K4 III	3940	1.450	-0.13	3.835	0.147	-0.248	4
149661	HR 6171	K0 V	5133	4.560 <sup>1</sup>	0.01 <sup>1</sup>	2.705	0.061	0.222	3
151203	HR 6227	M3 IIIab	3640	0.700	-0.10 <sup>14</sup>	3.852	0.103	-0.005	6
152792		G0 V	5647	4.120	-0.38 <sup>1</sup>	1.728	0.047	-0.051	3
153210	HR 6299	K2 III	4536	2.250	0.09	3.123	0.080	-0.162	4,6
157089		F9 V	5749	4.380	-0.57 <sup>4</sup>	1.557	0.045	-0.095	3

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}^b$	$\log g^b$	[Fe/H] <sup>b</sup>	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}^c$	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
157214	HR 6458	G1 V	5686	4.240 <sup>6</sup>	-0.41 <sup>6</sup>	1.655	0.041	-0.088	3,6
160693		G0 V	5733	4.220	-0.67 <sup>5</sup>	1.632	0.085	0.007	5
161797	HR 6623	G5 IV	5390	3.830	0.23	2.289	0.093	-0.053	6
161817		A2 VI	7450	2.930	-1.71	1.377	0.090	-0.103	6
163506	HR 6685	F2 Ibe	6400	1.200	-0.41	1.425	0.064	-0.164	6(2)
164259	HR 6710	F3 V	6750	4.100	-0.12 <sup>1</sup>	1.428	0.061	-0.017	5,6
165195		K3p	4475	1.200	-2.70	2.122	0.083	0.115	2,5
165760	HR 6770	G8 III-IV	4957	2.000	-0.05	2.689	0.030	0.026	4,5(2),6(7),7,12
165908	HR 6775	F7 V	5883	4.230	-0.50 <sup>6</sup>	1.481	0.090	-0.134	6
166620	HR 6806	K2 V	4941	4.650	-0.25 <sup>1</sup>	2.560	0.065	-0.041	5,6
167006	HR 6815	M3 III	3640	0.700	-0.17 <sup>14</sup>	4.157	0.106	0.300	6
167042	HR 6817	K1 III	4949	3.050	-0.06	2.804	0.106	0.136	2(3),4
168720	HR 6868	M1 III	3810	1.100	0.00 <sup>14</sup>	4.086	0.104	-0.024	6
168775	HR 6872	K2 III	4520	1.700	0.07	3.094	0.142	-0.199	4
170153	HR 6927	F7 V	5968	4.360	-0.33 <sup>1</sup>	1.521	0.062	-0.106	5,6
172958	HR 7030	B8 V	11300	3.750		1.162	0.059	-0.091	6,11(2)
175638	HR 7141	A5 V	8150	3.900		1.561	0.090	0.077	6
175743	HR 7148	K1 III	4635	2.450	-0.09	3.304	0.093	0.279	2,6
175751	HR 7149	K2 III	4697	2.200	0.03	3.035	0.142	0.008	4
175865	HR 7157	M5 III	3759 <sup>11</sup>	0.500	0.14 <sup>14</sup>	3.461	0.100	-0.575	6
176301	HR 7171	B7 III-IV	13100	3.500		1.129	0.090	-0.041	6
176411	HR 7176	K2 III	4687	2.100	0.17	2.880	0.069	-0.261	4,11(2)
180928	HR 7317	K4 III	3969	1.300	-0.35	4.641	0.103	0.655	2,6
181984	HR 7352	K3 III	4443	2.400	0.39	4.053	0.098	0.419	5
182572	HR 7373	G8 IV H $\delta$ 1	5555	3.380	0.38 <sup>5</sup>	2.571	0.095	0.297	6
184406	HR 7429	K3 III	4428	2.450	0.22	3.095	0.142	-0.433	4
185144	HR 7462	K0 V	5133	4.500 <sup>5</sup>	-0.24 <sup>5</sup>	2.468	0.088	0.142	5
185859	HR 7482	B0.5 Iae	21860	2.800		1.264	0.059	†††	6,11(2)
186408	HR 7503	G2 V	5831	4.060	0.12 <sup>5</sup>	1.761	0.085	-0.100	5
186427	HR 7504	G5 V	5639	4.060	0.07 <sup>5</sup>	2.161	0.061	0.165	5(2)
187691	HR 7560	F8 V	5968	3.990	0.10 <sup>6</sup>	1.546	0.084	-0.207	5
187923	HR 7569	G0 V	5665	4.210	0.06 <sup>1</sup>	1.998	0.086	0.029	5
188056	HR 7576	K3 III	4355	2.150	0.42	3.705	0.063	-0.065	3,6
188512	HR 7602	G8 IV	5062	3.700	-0.35	2.516	0.095	0.157	6
188727	HR 7609	G5 Ib var	5685	1.670	0.00	1.826	0.060	-0.224	6,11(2)
190360	HR 7670	G6 IV + M6 V	5248	3.890	0.26	2.330	0.094	-0.194	6
190406	HR 7672	G1 V	5989 <sup>8</sup>	4.350 <sup>8</sup>	-0.07 <sup>8</sup>	1.849	0.086	0.160	5
190603	HR 7678	B1.5 Iae	18800	2.410		1.495	0.090	†††	6
195593	HR 7847	F5 Iab	6600	1.950	0.12	2.169	0.093	0.648	6
195633		G0 V	5830	3.780	-1.12	1.842	0.085	0.376	5
197076	HR 7914	G5 V	5760	4.240	-0.08	1.944	0.086	0.113	5
198478	HR 7977	B3 Iae	16450 <sup>9</sup>	2.100 <sup>9</sup>	-0.23 <sup>9</sup>	1.123	0.089	†††	6
199478	HR 8020	B8 Iae	11200	1.900		1.186	0.089	†††	6
199580		K0 III-IV	5039	3.500	-0.10	2.778	0.042	0.243	1,2(2),3,6
201626		G9p	4941 <sup>7</sup>	2.000 <sup>7</sup>	-1.50 <sup>7</sup>	2.218	0.055	0.249	3
201891		F8 V-VI	5890	4.400	-1.23	1.658	0.085	0.228	5
203344	HR 8165	K0 III-IV	4669	2.600	-0.09	2.931	0.042	-0.049	1(2),2,3
205153		G0 IV	5910	3.700	-0.06	1.784	0.078	0.045	8
205650		F6 V	5810	4.450	-1.24	1.505	0.078	0.063	8
207260	HR 8334	A2 Ia	9450	2.090		1.582	0.090	0.440	6
208906		F8 V-VI	5930	4.280	-0.82	1.463	0.078	-0.052	8
210027	HR 8430	F5 V	6413	4.200	0.00 <sup>1</sup>	1.602	0.132	0.089	4
213470		A3 Ia	8700 <sup>15</sup>	1.380		1.345	0.090	0.124	6
215648	HR 8665	F7 V	6010	3.830	-0.40	1.623	0.132	0.032	4

**Tabla 4.1:** Continuación.

HD	Nombre	Tipo <sup>a</sup>	$T_{\text{eff}}$ <sup>b</sup>	$\log g$ <sup>b</sup>	[Fe/H] <sup>b</sup>	D <sub>4000</sub>	$\Delta D_{4000}$ <sup>c</sup>	Res. <sup>d</sup>	Campaña <sup>e</sup>
217476	HR 8752	G4 Ia	5100	1.500 <sup>7</sup>	0.07 <sup>1</sup>	1.635	0.091	-0.949	6
219734	HR 8860	M2 III	3730	0.900	0.27 <sup>14</sup>	3.990	0.104	-0.003	6
222368	HR 8969	F7 V	5959	3.940	-0.25 <sup>6</sup>	1.644	0.133	-0.009	4
232078		K4-5 III-II	4000	0.400	-1.60	3.989	0.100	0.384	6,11(2)
232979	Gl 172	K8 V	3769	4.700	-0.33 <sup>14</sup>	2.959	0.091	0.146	5
	BD+ 17 4708	F8 VI	5900	3.930	-1.90	1.368	0.078	0.064	8
	BD+ 19 5116A	M4 V	3200	4.910		2.310	0.070	0.158	6(2)
	BD+ 19 5116B	M6 V	2950	5.060		2.238	0.098	0.438	6
	BD+ 43 0044B	M6 V	3107	5.080		2.013	0.101	-0.007	6
	BD+ 44 2051A	M2 V	3544	4.850		2.360	0.049	-0.232	6,8,11(2)
	BD+ 56 1458	K7 V	4070	4.700	-0.18 <sup>13</sup>	3.098	0.063	0.089	6,8
	Gl 699	M5 V	3153	5.000		1.992	0.066	-0.093	6(2)
	Luyton 789-6	M7e	2747	5.090		1.360	0.078	-0.182	8
	Ross 248	M6e	2799	5.120		1.832	0.146	0.228	6

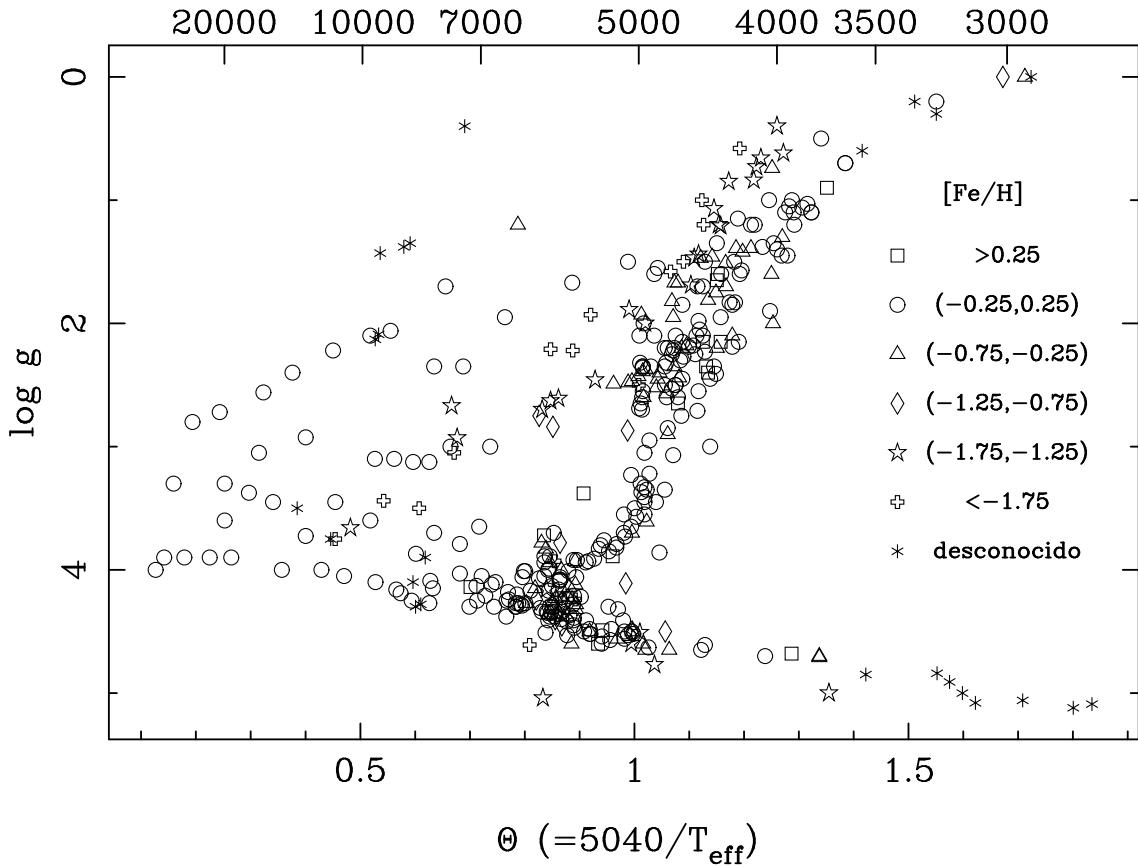
<sup>a</sup> Las fuentes de tipos espectrales son, por orden de preferencia: W94, G93, *The Bright Star Catalog* (Hoffleit 1982) y la base de datos SIMBAD. Para las estrellas de cúmulos (excepto Coma e Hyades) listamos su posición en el diagrama HR (*SGB*: rama de las subgigantes; *GB*: rama de las gigantes; *HB*: rama horizontal; *AGB*: rama asintótica de las gigantes).

<sup>b</sup> Los parámetros atmosféricos proceden de la tabla electrónica de W94, con la inclusión de las siguientes fuentes y modificaciones: (1) Cayrel de Strobel et al. (1997); (2) Alonso, Arribas y Martínez-Roger (1996); (3) Gratton, Carretta y Castelli (1996); (4) media de las referencias 1, 2 y 3; (5) media de las referencias 1 y 2; (6) media de las referencias 1 y 3; (7) Thevenin (1998); (8) Marsakov y Shevelev (1995); (9) Gies y Lambert (1992); (10) Zakhozhaj y Shaparenko (1996); (11) Dyck et al. (1996); (12) calculado a partir de los índices Fe5270 y Fe5335, usando las funciones empíricas de G93 (en términos de  $(V - K)$ ); (13) calculado a partir de los índices Fe5270 y Fe5335, empleando las funciones empíricas de W94 (en función de  $T_{\text{eff}}$ ); (14) calculado a partir del índice Fe5270 usando la función empírica de W94 (en función de  $T_{\text{eff}}$ ); (15) calculado a partir del tipo espectral, usando la tabla III de Johnson (1966); (16) extrapolación en la relación  $T_{\text{eff}}$  frente a tipo espectral de Ridgway et al. (1980) —estas temperaturas difieren de las dadas en W94—.

<sup>c</sup> Errores aleatorios totales en la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ , calculado con la Eq. 4.13.

<sup>d</sup> Residuos de las funciones empíricas (índice observado – predicho). Las estrellas no utilizadas en los ajustes están marcadas con los símbolos † (objetos que no pertenecen al cúmulo supuesto —ver G93—), †† (los parámetros atmosféricos necesarios no están disponibles) o ††† (supergigantes con líneas de emisión).

<sup>e</sup> Número identificativo de las campañas de observación en las cuales se observaron las estrellas. El número de observaciones repetidas dentro de cada campaña (de existir) se indica entre paréntesis.



**Figura 4.2** Diagrama gravedad–temperatura para la librería de estrellas empleada en la calibración empírica del  $D_{4000}$ . Se emplean símbolos distintos para indicar estrellas de diferentes metalicidades.

las campañas de observación, incluyendo parámetros observacionales relevantes, se muestra en la Tabla 4.2. El número de espectros obtenido en cada campaña,  $N_{\text{esp}}$ , es muy diferente dado que algunas de estas campañas no estaban dedicadas a la calibración empírica del  $D_{4000}$  (en esos casos sólo se observaron estrellas brillantes durante los crepúsculos). La última columna en la Tabla 4.1 indica en qué campañas de observación se observó cada estrella.

La reducción de las observaciones se realizó con RED<sub>III</sub>E, descrito en extensión en el capítulo 3 de esta memoria. Se siguió un proceso estándar de reducción de imágenes espectroscópicas: sustracción de la señal de *bias* y corriente de oscuridad, eliminación de rayos cósmicos, división de *flatfield*, calibración en longitud de onda y corrección de distorsión C, sustracción del cielo, corrección de extinción atmosférica y calibración en flujo (no se realizó una calibración absoluta en flujo dado que esto no es necesario para medir el  $D_{4000}$ ). Las estrellas de cúmulos fueron también corregidas

**Tabla 4.2:** Configuración observacional de las campañas utilizadas para la observación de las estrellas de la librería.

Campaña	Fechas	Telescopio <sup>a</sup>	Espectrógrafo	Detector	Dispersión <sup>b</sup>	$\Delta\lambda$ <sup>c</sup>	$N_{\text{esp}}^d$
1	1–3 Nov 1991	WHT 4.2m	ISIS brazo azul	EEV#6	2.70	3500–6850	5
2	8–10 Jun 1993	CAHA 3.5m	CTS	TEK#12	3.46	3750–7350	13
3	2–6 Jul 1994	INT 2.5m	IDS 235mm	TEK#3	3.30	3700–7100	34
4	9–10 Ago 1994	CAHA 3.5m	CTS	TEK#12	3.46	3700–7240	38
5	10–14 Sep 1994	INT 2.5m	IDS 235mm	TEK#3	3.30	3700–7100	40
6	13–19 Feb 1995	JKT 1.5m	RBS	TEK#4	0.91	3600–4530	320
7	15 Feb 1995	INT 2.5m	IDS 235mm	TEK#3	0.85	3634–4502	17
8	17–19 Dic 1995	WHT 4.2m	ISIS brazo azul	TEK#1	2.90	3740–6700	23
9	15–16 Ene 1996	CAHA 3.5m	CTS	TEK#11	0.88	3654–4554	11
10	4 Ago 1996	WHT 4.2m	ISIS brazo azul	TEK#2	1.53	3654–5219	12
11	28 Mar–1 Apr 1995	SPM 2.12m	B&Ch	TEK	4.00	3500–7592	112
12	3 Mar 1995	INT 2.5m	IDS 500mm	TEK#3	0.75	3670–4440	5
13	17–18 Nov 1996	CAHA 3.5m	CTS	SITe#6a	1.10	3569–5765	20

<sup>a</sup> JKT, INT y WHT (La Palma), CAHA (Calar Alto), SPM (San Pedro Mártir, México)

<sup>b</sup> dispersión ( $\text{\AA}/\text{pixel}$ )

<sup>c</sup> intervalo en longitud de onda ( $\text{\AA}$ )

<sup>d</sup> número total de espectros obtenidos en cada campaña

de extinción interestelar, para lo cual se utilizaron los excesos de color listados en las Tablas 4 y A3 de G93 y W94, respectivamente, y la curva de extinción publicada por Savage y Mathis (1979). Esta corrección no se realizó con las estrellas brillantes de campo dado que son objetos cercanos al Sol.

Con la intención de optimizar el número de estrellas observado en cada campaña, no se obtuvieron exposiciones de arcos de comparación para todas las estrellas. En lugar de esto, se realizaron exposiciones de arco exclusivamente para un subconjunto de estrellas especialmente seleccionado para cubrir adecuadamente los tipos espectrales y clases de luminosidad de todas las estrellas observadas en cada campaña. La calibración en longitud de onda de las estrellas sin arco fue realizada con la ayuda del programa `wcnoarc` de REDmE (ver sección 3.3.4). La repetición de este proceso con estrellas para las cuales sí se disponía de arcos de comparación, permite garantizar que la calibración en longitud de onda de los espectros sin arco se realiza siempre con errores  $\lesssim 0.2$  pixels.

## 4.5 Errores aleatorios y efectos sistemáticos

Dado que el objetivo de este capítulo es obtener una representación matemática del comportamiento del  $D_{4000}$  como función de la temperatura efectiva, gravedad superficial y metalicidad, los errores a considerar pueden agruparse en dos grupos. Por un lado, una importante fuente de incertidumbre procede de los errores existentes en los parámetros atmosféricos adoptados (ver discusión en G93 y W94). En este trabajo asumiremos que estos errores son aleatorios y que, por tanto, su efecto en las funciones empíricas se ve minimizado a través de la utilización de una librería que contiene un gran número de estrellas. El otro grupo que contribuye a los errores en los ajustes obtenidos está constituido por las medidas del  $D_{4000}$ . A estos últimos errores está dedicada esta sección. Sin duda, un conocimiento preciso de los errores es fundamental para poder garantizar la validez del producto final de los ajustes.

Dado que, aparte de los miembros de cúmulos, la mayoría de las estrellas de la librería de Lick/IDS son brillantes, y considerando la baja relación señal/ruido necesaria para la obtención de medidas precisas del  $D_{4000}$ , la mayor fuente de incertidumbre en este índice procederá de los errores sistemáticos.

### 4.5.1 Errores aleatorios

#### (i) Ruido fotónico y ruido de lectura

Como ya se ha explicado con anterioridad en esta memoria, la utilización de  $\text{RED}_{\text{m}}^{\text{UC}}$  permite trasladar todas las manipulaciones aritméticas realizadas sobre los espectros estelares a los espectros de errores. De esta forma, importantes procesos de la reducción como la división por imágenes de *flatfield*, la corrección de distorsiones geométricas, la calibración en longitud de onda y la sustracción del cielo, son tenidas en cuenta. Como ya mostramos en el capítulo 2, los errores en el  $D_{4000}$  pueden calcularse con la ayuda de la Eq. 2.55, la cual muestra un acuerdo excelente con las simulaciones numéricas (ver Fig. 2.5). El error promedio, debido a estas fuentes de ruido, para las diferentes campañas de observación se presenta en la Tabla 4.3. Para la muestra completa, el error de una observación típica (promedio pesado con el número de espectros de cada campaña) es  $\langle \Delta [D_{4000}]_{\text{fotónico}} \rangle = 0.038$ .

**Tabla 4.3:** Errores aleatorios típicos obtenidos en las diferentes campañas de observación. Se muestra el valor promedio del error fotónico,  $\langle \Delta[D_{4000}]_{\text{fotónico}} \rangle$ , el número de curvas respuesta para la calibración en flujo,  $N_{\text{flujo}}$ , el error aleatorio promedio de calibración en flujo,  $\langle \Delta[D_{4000}]_{\text{flujo}} \rangle$ , y la resolución espectral medida (promedio de medidas de anchura a media altura de líneas de arcos). El error fotónico de la campaña 1 no pudo calcularse dado que la reducción de dicha campaña no se efectuó con RED<sub>MCE</sub> y no se obtuvo una estimación de este tipo de error (esto no supone ningún problema dado que posteriormente se realiza un análisis de consistencia de errores que permite obtener dicho error a través del cálculo de los errores aleatorios residuales). El error en flujo de las campañas 11 y 12 tampoco pudo determinarse al haberse observado sólo una estrella estándar de flujo.

Campaña	$\langle \Delta[D_{4000}]_{\text{fotónico}} \rangle$	$N_{\text{flujo}}$	$\langle \Delta[D_{4000}]_{\text{flujo}} \rangle$	FWHM
1	—	3	0.073	16.0
2	0.002	2	0.012	7.2
3	0.030	15	0.050	5.2
4	0.005	4	0.045	8.1
5	0.063	10	0.036	5.8
6	0.023	15	0.034	2.8
7	0.027	7	0.067	2.1
8	0.013	4	0.018	12.3
9	0.036	2	0.001	2.5
10	0.019	2	0.007	4.9
11	0.088	1	—	8.3
12	0.167	1	—	4.2
13	0.063	3	0.077	3.4

## (ii) Calibración en flujo

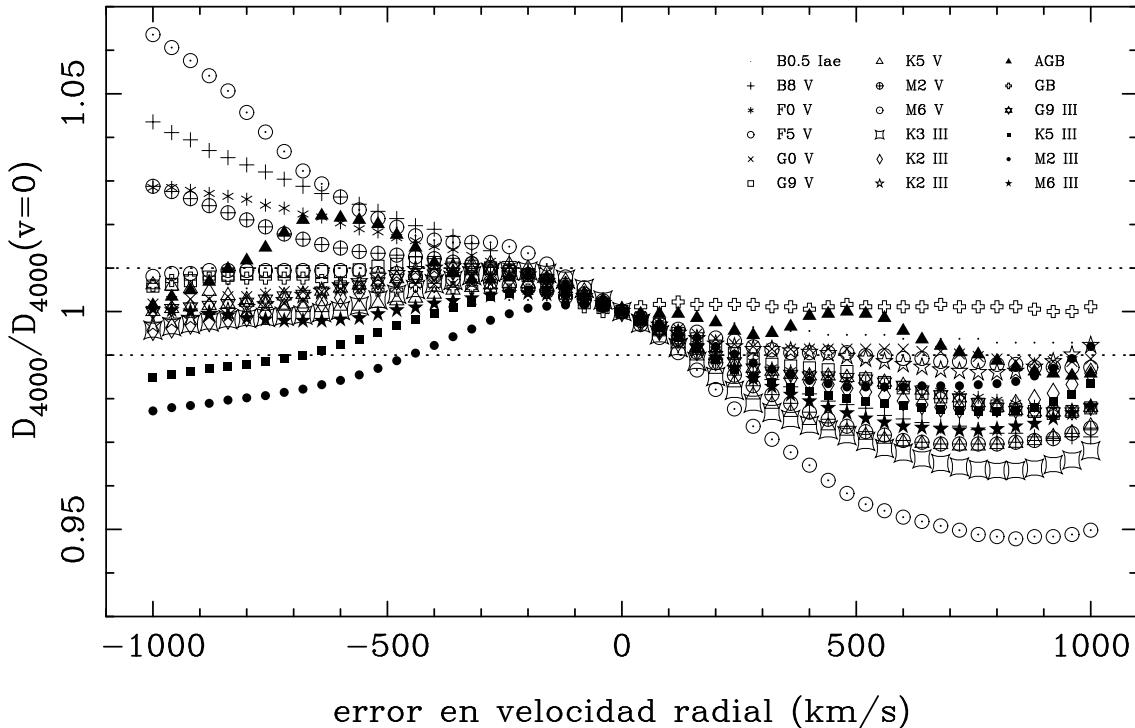
En cada campaña de observación se obtuvieron espectros de estrellas estándares espectrofotométricas de flujo de los catálogos publicados por Massey et al. (1988) y Oke (1990). El  $D_{4000}$  fue medido utilizando la curva de flujo promedio para cada campaña, mientras que el error se estimó como la desviación estándar de los distintos valores del índice obtenidos al emplear las diferentes curvas individuales disponibles. El número de curvas de calibración en flujo ( $N_{\text{flujo}}$ ) y el error promedio de cada campaña se detalla en la Tabla 4.3. Para toda la librería, el valor típico (promedio pesado con número de curvas disponibles, usando sólo campañas con  $N_{\text{flujo}} > 3$ ) resulta ser  $\langle \Delta [D_{4000}]_{\text{flujo}} \rangle = 0.034$ .

### (iii) Calibración en longitud de onda y corrección de velocidad radial

Estos dos pasos del proceso de reducción son fuentes potenciales de errores aleatorios en la obtención de un correcto escalado de los espectros en longitud de onda. Las velocidades radiales de las estrellas de campo fueron obtenidas del catálogo Hipparcos (Turon et al. 1992), el cual, en el peor de los casos, proporciona dichas velocidades con un error de  $\sim 5 \text{ km s}^{-1}$  ( $\sim 0.07 \text{ \AA}$  en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ ). Para los cúmulos se utilizaron valores publicados en la literatura de las estrellas individuales o, en su defecto, el valor promedio de velocidad radial de cada cúmulo (Hesser, Shawl y Meyer 1986: M3, M5, M10, M13, M71, M92, NGC 6171; Friel 1989: NGC 188; Friel y Janes 1993: M67, NGC 7789; Turon et al. 1992: Coma, Hyades). Los errores aleatorios típicos en velocidad radial para las estrellas de cúmulo son  $\leq 15 \text{ km s}^{-1}$  ( $\sim 0.2 \text{ \AA}$  en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ ). Con la intención de obtener una estimación del error aleatorio introducido por el efecto combinado de la calibración en longitud de onda y la corrección de velocidad radial, realizamos correlación cruzada de espectros completamente calibrados, correspondientes a estrellas de tipos espectrales similares. El error promedio resultante es  $20 \text{ km s}^{-1}$ , siendo siempre inferior a  $75 \text{ km s}^{-1}$ . Esto se traduce en un error en el índice  $\langle \Delta [D_{4000}]_{\text{ldo}} \rangle = 0.003$ , que resulta inferior a los errores debidos a las otras fuentes de incertidumbre examinadas. Este resultado no es sorprendente teniendo en cuenta la anchura de las bandas que definen el  $D_{4000}$ . Sin embargo es útil estimar la importancia de este efecto cuando la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  va a ser medida en galaxias con importantes errores en velocidad radial. Usando como referencia los 18 espectros representados en la Fig. 4.7, hemos medido el  $D_{4000}$  en estos espectros modificando previamente la escala en longitud de onda introduciendo variaciones en la velocidad radial adoptada. El resultado de este análisis se muestra gráficamente en la Fig. 4.3. Para errores en velocidad radial  $\leq 100 \text{ km s}^{-1}$  ninguna estrella muestra errores relativos en el  $D_{4000}$  superiores a un 1%. De forma más particular, y repitiendo el mismo proceso con las 14 estrellas K0 III de la campaña número 6, se obtiene la relación

$$\Delta [D_{4000}]_{\text{ldo}} \simeq 1.56 \times 10^{-4} \Delta v, \quad (4.3)$$

donde  $\Delta v$  es el error en velocidad radial en  $\text{km s}^{-1}$  (esta relación es válida para  $\Delta v \leq 150 \text{ km s}^{-1}$ ; para  $\Delta v$  en el intervalo entre 150 y  $1000 \text{ km s}^{-1}$  el error aumenta más lentamente y permanece siempre por debajo de 0.1).



**Figura 4.3** Relación entre el error relativo en la medida del  $D_{4000}$  y el error en velocidad radial. Se han utilizado los 18 espectros de la Fig. 4.7, los cuales se han desplazado en longitud de onda aplicando un error en velocidad radial variable (se ha empleado un símbolo diferente para cada estrella). Para errores en velocidad inferior a  $100 \text{ km s}^{-1}$  ninguna estrella muestra un error relativo superior a un 1% (líneas punteadas).

#### (iv) Fuentes adicionales de error aleatorio

El error aleatorio inicial en cada medida del  $D_{4000}$  puede obtenerse sumando, cuadráticamente, la contribución de los tres tipos de error mencionados anteriormente, es decir

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{inicial}} = \Delta^2[D_{4000}]_{\text{fotónico}} + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{flujo}} + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{ldo}}. \quad (4.4)$$

Sin embargo, es posible que fuentes de error aleatorio adicionales, y de origen desconocido, puedan haber contribuido al error aleatorio total en el  $D_{4000}$ . Con la intención de cuantificar este efecto hemos realizado un análisis de consistencia de errores en el que se compara, dentro de cada campaña de observación, la desviación estándar de las medidas del  $D_{4000}$  en estrellas repetidas, con el error inicial determinado a partir de las fuentes de error conocidas ( $\Delta[D_{4000}]_{\text{inicial}}$ ). En particular, es

posible escribir el error aleatorio esperado en el  $D_{4000}$  como

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}} = \Delta^2[D_{4000}]_{\text{inicial}} + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{residual(1)}}, \quad (4.5)$$

donde  $\Delta^2[D_{4000}]_{\text{residual(1)}}$  es un error residual que considera fuentes de error aleatorio no incluidas en  $\Delta^2[D_{4000}]_{\text{inicial}}$ .

El valor final del índice adoptado para cada estrella es un promedio pesado con los errores, es decir

$$D_{4000}(\text{star}, \text{run}) = \frac{\sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})} \left[ \frac{D_{4000}(\text{star}, obs, run)}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right]}{\sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right]}, \quad (4.6)$$

donde  $D_{4000}(\text{star}, obs, run)$  y  $\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)$  son, respectivamente, el índice y el error aleatorio esperado correspondientes a la estrella  $\text{star}$ , en la observación  $obs$  de la campaña  $run$ , y  $N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})$  el número total de observaciones repetidas de la estrella  $\text{star}$  en la campaña  $run$  considerada. El error en este valor medio se determina mediante

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{valor medio}}(\text{star}, \text{run}) = \left( \sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right] \right)^{-1/2}. \quad (4.7)$$

Es posible estimar el error esperado en una medida individual a partir de las diferencias entre los índices promedio y los valores individuales empleados para su cálculo, es decir

$$\begin{aligned} & \Delta^2[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(\text{star}, \text{run}) = \\ & \frac{N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})}{[N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run}) - 1]} \sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run})} \left[ \frac{[D_{4000}(\text{star}, obs, run) - D_{4000}(\text{star}, \text{run})]^2}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Esta fórmula proporciona valores razonables cuando  $N_{\text{obs}}(\text{star}, \text{run}) \gg 1$ . Cuando esto no es así, es posible obtener estimaciones mejores del error utilizando para ello todas las estrellas disponibles con observaciones repetidas, es decir

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(run) = \frac{N_{\text{total}}(run) \sum_{star=1}^{N_{\text{rep}}(run)} \sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, run)} \left[ \frac{[D_{4000}(\text{star}, obs, run) - D_{4000}(\text{star}, run)]^2}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right]}{[N_{\text{total}}(run) - 1] \sum_{star=1}^{N_{\text{rep}}(run)} \sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, run)} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}}(\text{star}, obs, run)} \right]}, \quad (4.9)$$

donde  $N_{\text{rep}}(run)$  es el número total de estrellas diferentes con observaciones repetidas en la campaña  $run$ , y

$$N_{\text{total}}(run) = \sum_{star=1}^{N_{\text{rep}}(run)} N_{\text{obs}}(\text{star}, run) \quad (4.10)$$

es el número total de medidas del  $D_{4000}$  disponibles en dicha campaña. Conviene subrayar que aunque la Eq. 4.9 es una estimación mejor del error que la Eq. 4.8, el precio a pagar es el haber perdido la información individual de cada estrella.

Teniendo en cuenta que también es posible estimar el error esperado en una observación típica utilizando las fuentes de error conocidas mediante

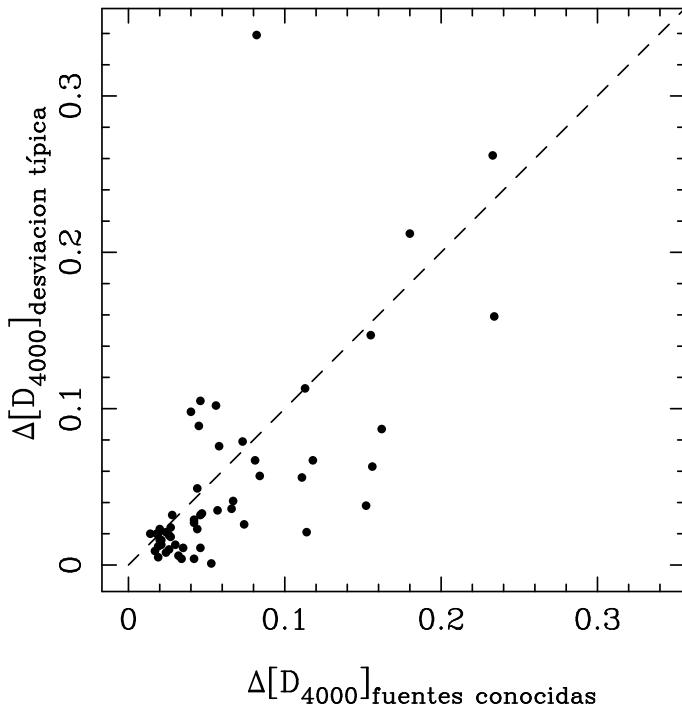
$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(run) = \frac{N_{\text{total}}(run)}{\sum_{star=1}^{N_{\text{rep}}(run)} \sum_{obs=1}^{N_{\text{obs}}(\text{star}, run)} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{inicial}}(\text{star}, obs, run)} \right]}, \quad (4.11)$$

el error residual  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(1)}$  en cada campaña puede calcularse como

$$\begin{aligned} \Delta^2[D_{4000}]_{\text{residual}(1)}(run) &= \\ &= \max(\Delta^2[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(run) - \Delta^2[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(run), 0). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Si el resultado es distinto de cero, esta primera estimación de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(1)}(run)$  se introduce nuevamente en la Eq. 4.5 y el proceso se repite iterativamente hasta alcanzar un grado de precisión predeterminado.

Este método ha sido aplicado a todas las campañas de observación con observaciones repetidas de estrellas. Los resultados se muestran en la Tabla 4.4. Antes de adoptar los valores deducidos de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(1)}$  se realizó un test  $\chi^2$  para compro-



**Figura 4.4** Comparación de errores internos para las 54 estrellas de la campaña 6 con medidas de estrellas repetidas. Solo 15 de las 54 estrellas (28% de los objetos) muestran errores aleatorios individuales  $\Delta[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(\text{star}, \text{run} = 6)$  mayores que los esperados  $\Delta[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(\text{star}, \text{run} = 6)$ . De hecho, utilizando las 136 medidas disponibles de estrellas repetidas se deduce que para toda la campaña  $\Delta[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(\text{run} = 6) = 0.030$ , mientras que  $\Delta[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(\text{run} = 6) = 0.034$ , que son perfectamente compatibles.

bar si el error deducido a partir de las diferencias de los índices  $\Delta[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}$  era significativamente mayor que el error esperado  $\Delta[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}$ , supuesto este último correcto. En cada caso se dedujo el nivel de significación  $\alpha$  de la hipótesis  $\Delta[D_{4000}]_{\text{desviación típica}} < \Delta[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}$  ( $\alpha$  es la probabilidad de equivocarse al rechazar la hipótesis planteada). Es interesante indicar que el error residual fue sólo necesario para algunas campañas (última columna en Tabla 4.4). En el caso particular de la campaña número 6, con un gran número de estrellas con observaciones repetidas (54), el acuerdo entre  $\Delta[D_{4000}]_{\text{desviación típica}}$  y  $\Delta[D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}$  es muy bueno (ver Fig. 4.4).

Es importante resaltar que el proceso descrito se realiza dentro de cada campaña de observación. Como se mostrará en la sección 4.5.3, la existencia de observaciones repetidas de las mismas estrellas en diferentes campañas también proporciona un método para refinar, aún más, el cálculo de los errores aleatorios.

**Tabla 4.4:** Errores internos en la medida del  $D_{4000}$ , calculados para aquellas campañas con observaciones repetidas de estrellas. Los errores indicados en las columnas  $\Delta[D_{4000}]$ desviación típica y  $\Delta[D_{4000}]$ fuentes conocidas corresponden a los valores iniciales antes de realizar el proceso iterativo descrito en el texto. De ahí que el error residual final, mostrado en la última columna, no coincida con la diferencia de los anteriores (lo cual es claramente apreciable por ejemplo en la campaña 11). También se indica el número de grados de libertad y el nivel de significación,  $\alpha$ , del test  $\chi^2$  que contrasta la hipótesis  $\Delta[D_{4000}]$ desviación típica  $< \Delta[D_{4000}]$ fuentes conocidas.

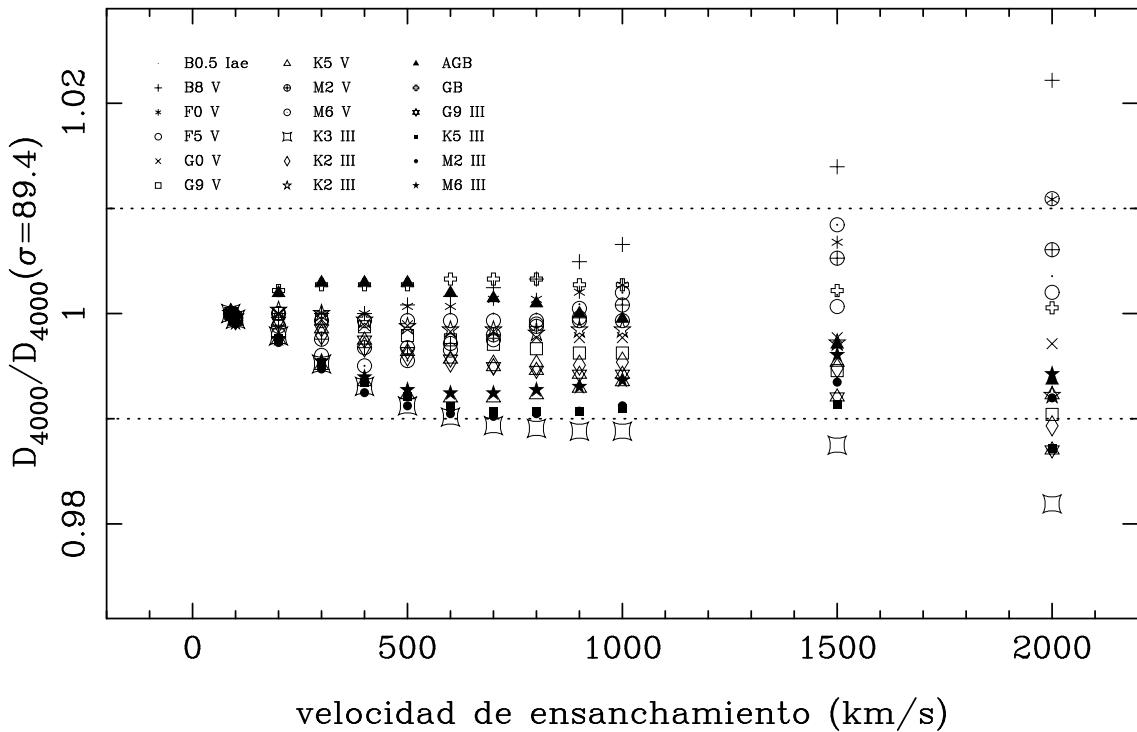
campaña	$N_{\text{rep}}$	$\Delta[D_{4000}]$ desviación típica	$\Delta[D_{4000}]$ fuentes conocidas	grados de libertad <sup>†</sup>	$\alpha$	$\Delta[D_{4000}]$ residual(1)
1	1	0.037	0.072	1	0.61	0.000
2	2	0.299	0.012	3	0.00	0.267
3	1	0.010	0.030	1	0.75	0.000
4	0	—	—	—	—	—
5	2	0.090	0.032	2	0.00	0.080
6	54	0.030	0.034	82	0.90	0.000
7	2	0.084	0.061	2	0.16	0.058
8	5	0.014	0.021	6	0.87	0.000
9	0	—	—	—	—	—
10	0	—	—	—	—	—
11	38	0.022	0.008	43	0.00	0.060
12	0	—	—	—	—	—
13	0	—	—	—	—	—

<sup>†</sup>El número de grados de libertad se calcula como el número total de observaciones de estrellas repetidas menos  $N_{\text{rep}}$ , dado que en la determinación del error residual se utilizan  $N_{\text{rep}}$  valores promedio de los índices (los correspondientes a cada estrella repetida).

### 4.5.2 Efectos sistemáticos

#### (i) Resolución espectral

El efecto de la resolución espectral se ha examinado mediante el ensanchamiento de los 18 espectros de la Fig. 4.7, realizando para ello la convolución de dichos espectros con una función de ensanchamiento de anchura variable. El resultado de este proceso se muestra en la Fig. 4.5. Tal y como cabía esperar, el  $D_{4000}$  es muy insensible a la resolución espectral. Como se aprecia en la figura, el error relativo en el índice es  $\lesssim 1\%$  para una resolución espectral de  $\text{FWHM}=31 \text{ \AA}$  (equivalente a  $1000 \text{ km s}^{-1}$ ). Por tanto, considerando las resoluciones espectrales empleadas en las diferentes campañas de observación (última columna de la Tabla 4.3) no es necesario realizar ninguna corrección de los índices.



**Figura 4.5** Efecto de la resolución espectral en la medida del  $D_{4000}$ , utilizando los 18 espectros de la Fig. 4.7. Todas las estrellas fueron observadas en la campaña 6, cuya resolución espectral es  $\text{FWHM} = 2.8 \text{ \AA}$  (que equivale a  $\sim 89.4 \text{ km s}^{-1}$  en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ ). Los espectros fueron ensanchados convolucionándolos con una gaussiana de anchura variable. Se muestra el error relativo, normalizado al valor del  $D_{4000}$  en la resolución de la campaña 6, frente al ensanchamiento (en unidades de velocidad). Las líneas de puntos limitan la región en la que el error relativo es  $\leq 1\%$ .

## (ii) Sustracción del cielo

Dado que las estrellas de campo de la librería son brillantes, los tiempos de exposición fueron suficientemente cortos como para despreciar el pequeño error sistemático introducido por una sustracción anómala del cielo. Sin embargo esta situación es completamente diferente para las estrellas de cúmulos, algunas de las cuales fueron observadas con tiempos de integración de hasta 1800 segundos. Además, especialmente en estrellas de cúmulos globulares, las observaciones se realizaron con la inevitable presencia de otras estrellas en la rendija. El efecto de una mala determinación de la señal de cielo se estudiará en profundidad en el capítulo 5 (sección 5.4.2), por lo que no vamos a repetir aquí los detalles. Baste indicar que, aunque no existe una receta simple para detectar este tipo de efecto sistemático, valores inexplicablemente altos del  $D_{4000}$  pueden aparecer en estrellas individuales debido a este problema.

### (iii) Calibración en flujo

A pesar de haber realizado una calibración relativa en flujo para todos los espectros de la librería, pueden existir pequeñas diferencias entre los sistemas espectrofotométricos adoptados en cada campaña de observación. Esto se traduce en diferencias sistemáticas en los valores del  $D_{4000}$  determinados en cada una de dichas campañas. Como además el número total de campañas de observación empleadas para completar la librería estelar ha sido elevado, un estudio detallado de las estrellas en común entre las distintas campañas es esencial para garantizar la homogeneidad del sistema espectrofotométrico final adoptado. Teniendo en cuenta que durante la campaña 6 se observó el mayor número de estrellas (incluyendo observaciones repetidas de los mismos objetos) y recordando que los errores aleatorios de sus estrellas están, inicialmente, muy bien determinados, decidimos adoptar el sistema espectrofotométrico de dicha campaña como el sistema de referencia. Por tanto, para las demás campañas se procedió a la determinación de las diferencias promedio en los índices,  $\delta D_{4000}$ , respecto al sistema definido por la campaña 6, empleando para ello las estrellas en común. Dado que este proceso está íntimamente ligado a la determinación de los errores aleatorios finales en el  $D_{4000}$ , la descripción detallada del método seguido se postpone hasta el próximo apartado. Por último, es importante subrayar que pueden existir diferencias entre el sistema espectrofotométrico adoptado y el sistema *real*, dado que la elección del sistema de la campaña 6 no garantiza que las medidas finales del  $D_{4000}$  estén completamente libres de un efecto sistemático. Por tanto, cualquier comparación futura de las predicciones de las funciones empíricas derivadas en este capítulo con observaciones de objetos reales, debe hacerse incluyendo un subconjunto representativo de estrellas de la librería aquí utilizada, para poder así comparar las medidas del  $D_{4000}$  en esas estrellas con las presentadas en la Tabla 4.1.

#### 4.5.3 Errores finales

La comparación de medidas de las mismas estrellas en distintas campañas también proporciona un método para refinar los errores aleatorios obtenidos en la Eq. 4.5. De forma práctica, podemos expresar el error aleatorio final en el  $D_{4000}$  en cada

campaña como

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}} = \Delta^2[D_{4000}]_{\text{esperado}} + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{residual(2)}}, \quad (4.13)$$

donde  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual(2)}}$  es un nuevo término que incluye la contribución de fuentes de error aleatorio no consideradas hasta el momento, ni siquiera a través de la comparación de medidas repetidas de estrellas dentro de cada campaña de observación.

Como ya se ha explicado más arriba, los valores del  $D_{4000}$  determinados en la campaña 6 se han utilizado para definir el sistema de referencia espectrofotométrico. Los índices de las demás campañas fueron comparados, de forma sucesiva, con los índices en el sistema espectrofotométrico correcto, lo que proporciona  $\delta D_{4000}$  mediante

$$\begin{aligned} \delta D_{4000}(run) = & \\ & \sum_{star=1}^{N_{\text{común}}(run)} \left[ \frac{D_{4000}(star, run) - D_{4000}(star, run\_ref)}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run) + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run\_ref)} \right] \\ & \sum_{star=1}^{N_{\text{común}}(run)} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run) + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run\_ref)} \right], \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde  $D_{4000}(star, run)$  y  $D_{4000}(star, run\_ref)$  son los índices correspondientes a la estrella  $star$  en las campañas  $run$  y  $run\_ref$ , respectivamente,  $run\_ref$  es la campaña de referencia,  $\Delta[D_{4000}]_{\text{final}}$  el error aleatorio final en los índices, y  $N_{\text{común}}(run)$  el número de estrellas en común entre las campañas  $run$  y  $run\_ref$ . Como acabamos de mencionar,  $run\_ref$  coincide inicialmente con la campaña 6. Sin embargo, a medida que las comparaciones entre campañas van proporcionando los valores de  $\delta D_{4000}(run)$ , las estrellas de las campañas corregidas pasan a engrosar la lista de objetos en el sistema espectrofotométrico correcto, por lo que el índice  $run\_ref$  en realidad engloba a todas las estrellas corregidas en cada momento. Por otro lado,  $\Delta[D_{4000}]_{\text{final}}$  es inicialmente considerado igual a  $\Delta[D_{4000}]_{\text{esperado}}$ , ignorando la contribución de errores residuales del tipo  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual(2)}}$  (para las estrellas con observaciones repetidas dentro de una misma campaña, el índice promedio y su error  $\Delta[D_{4000}]_{\text{esperado}}$  se calculan mediante las Eqs. 4.6 y 4.7, respectivamente). Esta situación conlleva a que los valores iniciales de  $\delta D_{4000}(run)$  no sean definitivos. Por otro lado, como veremos a continuación, la determinación de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual(2)}}(run)$  depende también de los valores calculados de  $\delta D_{4000}(run)$ , por lo que nos encontra-

mos en la necesidad de realizar un proceso iterativo que, afortunadamente, converge en pocos pasos.

El error esperado en  $\delta D_{4000}(run)$ , a partir de las fuentes conocidas de error, puede obtenerse mediante

$$\Delta^2[\delta D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(run) = \frac{N_{\text{común}}(run)}{\sum_{star=1}^{N_{\text{común}}(run)} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run) + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run\_ref)} \right]}. \quad (4.15)$$

Por otro lado también es posible determinar la desviación típica de los índices alrededor del valor de  $\delta D_{4000}$  calculado anteriormente, empleando

$$\Delta^2[\delta D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(run) = \frac{N_{\text{común}}(run) \sum_{star=1}^{N_{\text{común}}(run)} \left[ \frac{[D_{4000}(star, run) - D_{4000}(star, run\_ref) - \delta D_{4000}(run)]^2}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run) + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run\_ref)} \right]}{[N_{\text{común}}(run) - 1] \sum_{star=1}^{N_{\text{común}}(run)} \left[ \frac{1}{\Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run) + \Delta^2[D_{4000}]_{\text{final}}(star, run\_ref)} \right]}. \quad (4.16)$$

Asumiendo como correcto el valor de  $\Delta[\delta D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}$ , se puede realizar un test  $\chi^2$ , con  $(N_{\text{común}}(run) - 1)$  grados de libertad, para comprobar la hipótesis

$$\Delta[\delta D_{4000}]_{\text{desviación típica}} < \Delta[\delta D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}. \quad (4.17)$$

En aquellos casos en que esta hipótesis puede rechazarse con un nivel de significación aceptable ( $\alpha \lesssim 0.1$ ), se obtiene una estimación del error residual mediante

$$\Delta^2[D_{4000}]_{\text{residual(2)}}(run) = \Delta^2[\delta D_{4000}]_{\text{desviación típica}}(run) - \Delta^2[\delta D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(run). \quad (4.18)$$

Finalmente, antes de adoptar los valores de  $\delta D_{4000}(run)$  como válidos, y teniendo en cuenta la estimación de  $\Delta[\delta D_{4000}]_{\text{fuentes conocidas}}(run)$ , es posible realizar un test  $t$ , con  $(N_{\text{común}}(run) - 1)$  grados de libertad, para verificar si la hipótesis  $\delta D_{4000}(run) = 0$  puede rechazarse con un nivel de significación pequeño ( $\alpha \lesssim 0.1$ ). En los casos estadísticamente significativos se procedió a la aplicación de la corrección

$$D_{4000}(star, run)_{\text{corregido}} = D_{4000}(star, run)_{\text{inicial}} - \delta D_{4000}(run) \quad (4.19)$$

para todas las estrellas pertenecientes a la campaña  $run$ . Una vez realizada esta corrección, es necesario introducir  $D_{4000}(star, run)_{\text{corregido}}$  en lugar de  $D_{4000}(star, run)$  en la Eq. 4.14 y repetir todo el proceso hasta que los nuevos valores de  $\delta D_{4000}(run)$  y  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(2)}(run)$  calculados dejan de ser estadísticamente significativos.

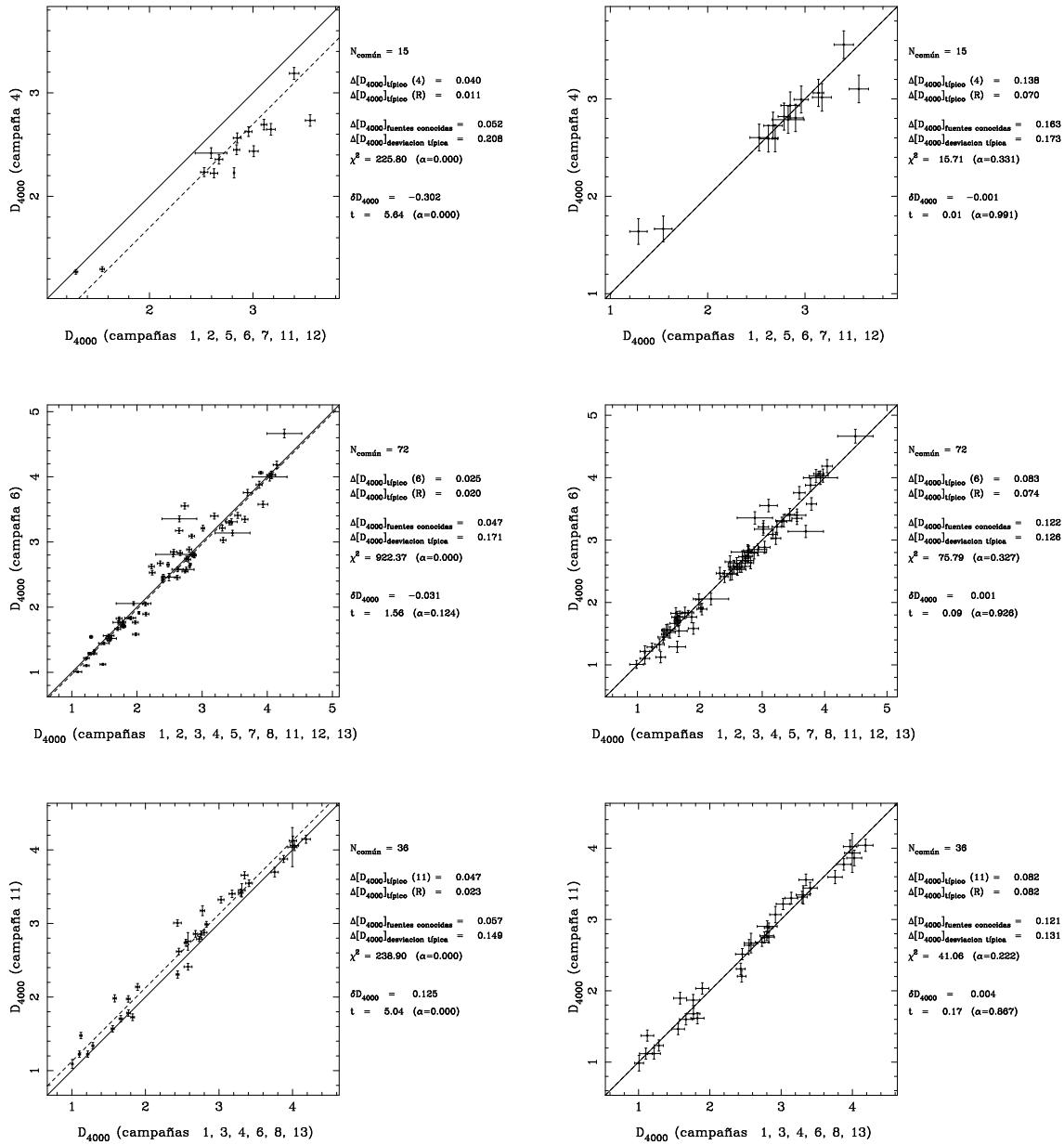
En la Tabla 4.5 se presentan los valores finales de  $\delta D_{4000}$  y  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(2)}$  obtenidos para cada campaña. Asimismo, en la Fig. 4.6 se muestran algunos ejemplos de comparación de medidas de estrellas repetidas en diferentes campañas.

Conviene indicar que la aplicación del método descrito no es una tarea sencilla. Inicialmente se asume que el valor de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(2)}$  es igual a cero para la campaña 6, lo cual no tiene porque ser totalmente cierto (a pesar de que como vimos con anterioridad  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}(1)} = 0$ ). A medida que se calculan las correcciones de sistema fotométrico y los errores aleatorios adicionales son añadidos a las nuevas campañas, la comparación externa de esas campañas (es decir, sin utilizar las estrellas en común con la campaña 6), proporciona una manera de comprobar que dichos parámetros son consistentes. Finalmente, el proceso exigió la introducción de un error residual en la campaña 6, no detectado en la comparación interna de errores. Este resultado no es sorprendente teniendo en cuenta que las observaciones de estrellas dentro de una misma campaña necesariamente no contempla la variación de condiciones de observación que conducen a ciertos errores que, por el contrario, sí pueden detectarse en la comparación de medidas realizadas en campañas distintas.

## 4.6 Medidas del $D_{4000}$

La Tabla 4.1 (columnas 7 y 8) contiene los valores finales del  $D_{4000}$  y error aleatorio determinados siguiendo el método descrito en la sección anterior. Como ya se ha explicado previamente, la muestra de estrellas fue aumentada incluyendo 43 espectros representativos de estrellas calientes de la librería de Pickles (1998). Los valores del  $D_{4000}$  de estos espectros ya fueron publicados en el artículo de Pickles, por lo que no se repiten aquí. Los errores aleatorios de estas medidas fueron estimados a partir de la varianza residual del ajuste a una línea recta por mínimos cuadrados, empleando para ello todas las estrellas (excepto supergigantes) con  $T_{\text{eff}} > 8400$  K. El error típico obtenido fue 0.036.

La Fig. 4.7 muestra una selección de espectros, correspondientes a estrellas con



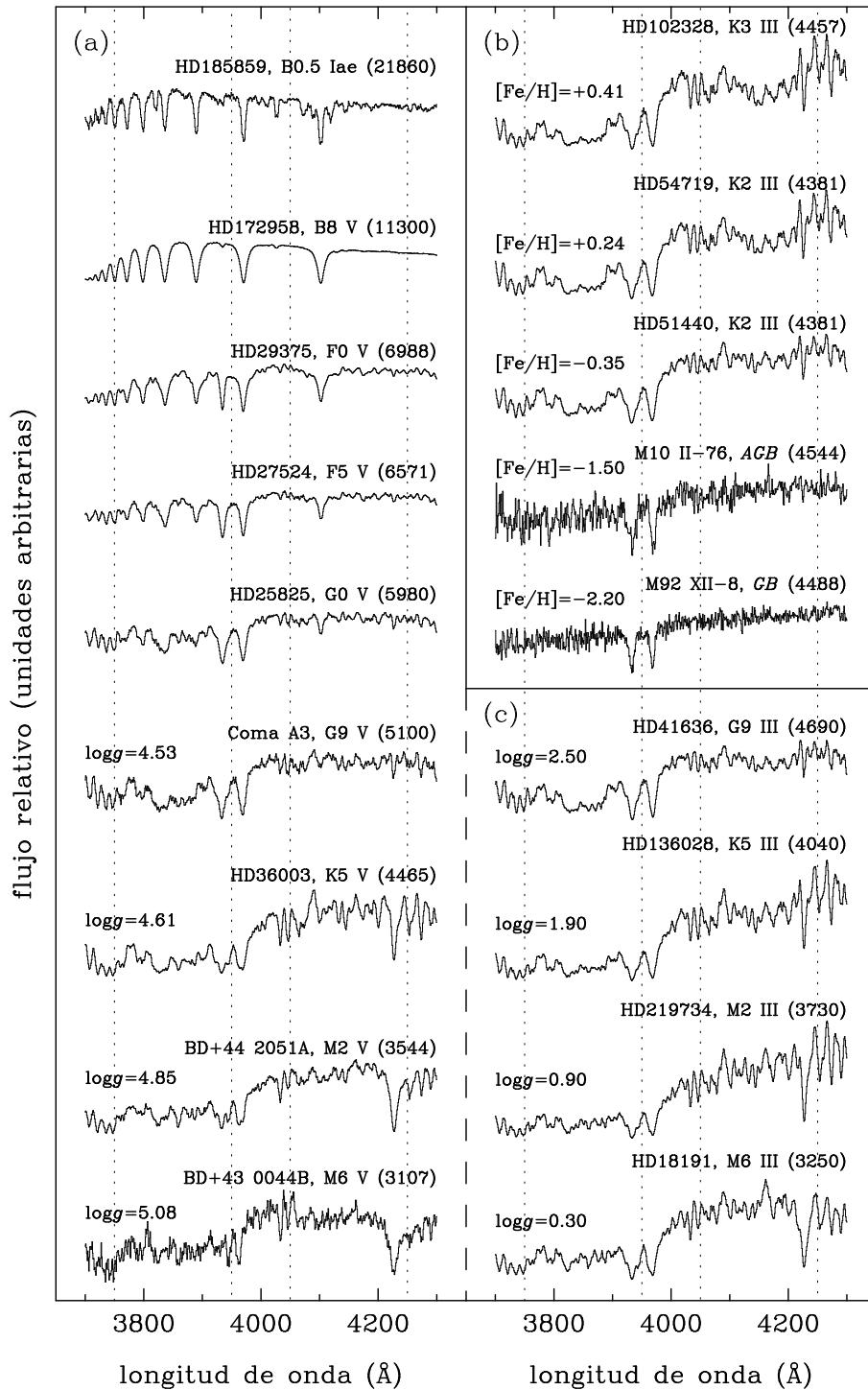
**Figura 4.6** Comparación de medidas del  $D_{4000}$  en las tres campañas con mayor número de estrellas en común con las demás (de arriba a abajo campañas 4, 6 y 11, respectivamente). Los paneles de la izquierda muestran la comparación inicial, antes de la inclusión de ningún valor de  $\delta D_{4000}$  ni de  $\Delta[D_{4000}]_{residual(2)}$ . Los paneles de la derecha muestran el resultado final tras el proceso iterativo descrito en el texto. En cada panel se indica, a título informativo, el número de estrellas en común entre la campaña considerada y todas las demás  $N_{común}$ , y los errores típicos en la campaña examinada y en las campañas que definen el sistema de referencia espectrofotométrico. También se muestran los valores  $\Delta[D_{4000}]_{fuentes conocidas}$  y  $\Delta[D_{4000}]_{desviación típica}$ , así como el estadístico  $\chi^2$  y el nivel de significación  $\alpha$  correspondientes al contraste de la hipótesis  $\Delta[D_{4000}]_{desviación típica} < \Delta[D_{4000}]_{fuentes conocidas}$ . Finalmente se presenta el valor de  $\delta D_{4000}$ , a la vez que el estadístico  $t$  y el nivel de significación  $\alpha$  del contraste de la hipótesis  $\delta D_{4000} = 0$ .

**Tabla 4.5:** Errores finales en la medida del  $D_{4000}$ . Para cada campaña se indica  $N_{\text{obs}}$ ,  $N_{\text{est}}$  y  $N_{\text{común}}$ , que corresponden al número total de observaciones disponibles en cada campaña, número total de estrellas diferentes y número de estrellas en común con las demás campañas, respectivamente. El error típico  $\Delta[D_{4000}]_{\text{típico}}(1)$  se obtiene como  $\Delta^2[D_{4000}]_{\text{típico}}(1) = N_{\text{est}} / \sum_{i=1}^{N_{\text{est}}} \Delta^{-2}[D_{4000}]_{\text{valor medio}}(i)$ , para cuyo cálculo se han utilizado los valores de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{esperado}}$  que incluyen el error residual  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}}(1)$ . El cálculo de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{típico}}(2)$  se realiza de forma análoga, pero calculando  $\Delta[D_{4000}]_{\text{valor medio}}(i)$  con ayuda de  $\Delta[D_{4000}]_{\text{final}}$  que incluye además el error residual  $\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}}(2)$ .

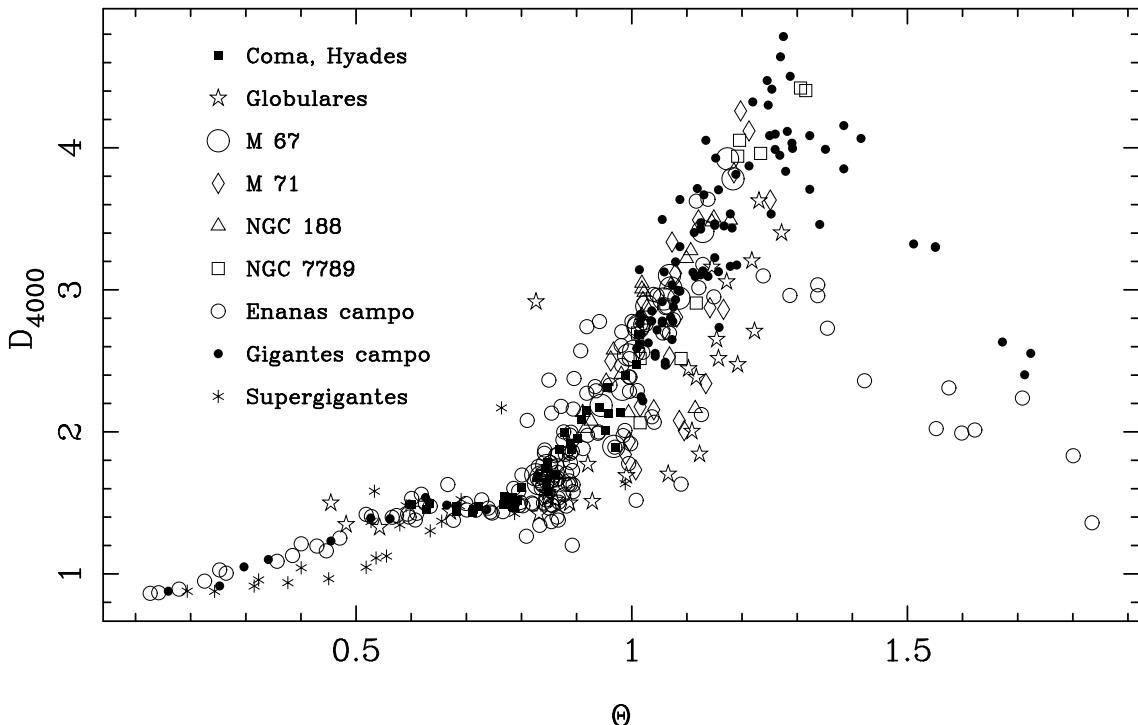
campaña	$N_{\text{obs}}$	$N_{\text{est}}$	$N_{\text{común}}$	$\Delta[D_{4000}]_{\text{típico}}(1)$	$\Delta[D_{4000}]_{\text{residual}}(2)$	$\Delta[D_{4000}]_{\text{típico}}(2)$	$\delta[D_{4000}]$
1	5	4	4	0.065	0.025	0.069	0.014
2	13	10	9	0.234	0.094	0.248	-0.231
3	34	33	11	0.040	0.031	0.053	0.145
4	38	38	15	0.040	0.130	0.138	-0.369
5	40	38	8	0.083	0.029	0.085	0.080
6	320	238	72	0.026	0.088	0.085	0.000
7	17	15	2	0.085	0.000	0.085	0.005
8	23	17	11	0.015	0.077	0.069	-0.007
9	11	11	11	0.028	0.055	0.066	-0.318
10	12	12	7	0.020	0.057	0.061	0.098
11	112	69	36	0.059	0.092	0.100	0.105
12	5	5	3	0.007	0.645	0.683	-0.239
13	20	20	4	0.092	0.195	0.221	0.236

diferentes tipos espectrales, metalicidades y gravedades, observadas en la campaña 6. Por otro lado, en la Fig. 4.8 se han representado las medidas finales del  $D_{4000}$  frente al inverso de la temperatura efectiva,  $\theta = 5040/T_{\text{eff}}$ , para la muestra completa de estrellas (librería de Lick/IDS y estrellas de Pickles). Es evidente, a partir de estas figuras, que la temperatura es el parámetro estelar que gobierna, esencialmente, el comportamiento del  $D_{4000}$ . El efecto de la metalicidad se aprecia con facilidad en el panel 4.7(b) y por la posición de las estrellas de cúmulos globulares en la Fig. 4.8. También es posible detectar diferencias en gravedad, especialmente entre estrellas gigantes y enanas calientes, de un lado, y estrellas supergigantes, por otro, así como entre enanas y gigantes frías.

Como ya se ha mencionado al comienzo de este capítulo, la definición del  $D_{4000}$  dada en la Eq. 4.1 recuerda mucho a la de un color. Sin embargo, la peculiar combinación de  $\nu$  y  $\lambda$  en la fórmula se traduce en la introducción de un peso que depende de la longitud de onda al cuadrado (Eq. 4.2). Con la intención de facilitar



**Figura 4.7** Espectros correspondientes a estrellas con diferentes parámetros atmosféricos, observadas en la campaña 6. La temperatura efectiva se indica entre paréntesis. El panel (a) es una secuencia de tipos espectrales para estrellas, en su mayoría, de la secuencia principal. El panel (b) contiene estrellas con temperatura similar pero con diferencias importantes en metalicidad. Por último, el panel (c) muestra una secuencia de tipos espectrales para estrellas gigantes, que puede ser comparado con la parte inferior de la secuencia de estrellas enanas del panel (a).



**Figura 4.8**  $D_{4000}$  como función de  $\theta = 5040/T_{\text{eff}}$  para la muestra completa de estrellas (librería de Lick/IDS y espectros de Pickles). Las estrellas se han representado utilizando los mismos símbolos que en G93 y W94.

el cómputo del  $D_{4000}$  hemos estudiado el efecto de simplificar la definición de este índice utilizando

$$B_{4000} \equiv \frac{\int_{4050(1+z)}^{4250(1+z)} f_\lambda d\lambda}{\int_{3750(1+z)}^{3950(1+z)} f_\lambda d\lambda}. \quad (4.20)$$

En la Fig. 4.9 se representa el resultado de medir el cociente  $D_{4000}/B_{4000}$  frente a  $\theta$ , utilizando todas las estrellas observadas en la campaña 6, la cual define nuestro sistema de referencia espetrofotométrico. La línea discontinua corresponde al valor predicho de dicho cociente asumiendo que  $f_\lambda$  es constante, es decir

$$\left. \frac{D_{4000}}{B_{4000}} \right|_{f_\lambda=\text{cte}} = 1.1619. \quad (4.21)$$

Todas las estrellas medidas muestran cocientes alrededor de este valor, con una dispersión inferior al 1%. Como caso más particular, el cociente promedio para las estrellas K0 III en este diagrama es 1.1627 (con una dispersión de 0.0009), lo cual representa una diferencia del 0.07% respecto a la línea discontinua. Este resultado

indica que la conversión entre el D<sub>4000</sub> y el B<sub>4000</sub> puede realizarse con un error despreciable en espectros de poblaciones estelares viejas, mientras que este error no supera nunca el 1% para cualquier composición estelar.

## 4.7 Las funciones empíricas

El objetivo esencial de este capítulo es la obtención de una calibración empírica del D<sub>4000</sub> en función de los parámetros atmosféricos temperatura efectiva, metalicidad y gravedad superficial. Después de un análisis preliminar se decidió utilizar  $\theta = 5040/T_{\text{eff}}$  como el parámetro de temperatura, mientras que [Fe/H] y log  $g$  fueron adoptados como los indicadores de metalicidad y gravedad. Siguiendo el ejemplo de los trabajos de G93 y W94, las funciones empíricas se han expresado como polinomios en los parámetros atmosféricos, utilizando dos formas funcionales diferentes:

$$D_{4000}(\theta, [\text{Fe}/\text{H}], \log g) = p(\theta, [\text{Fe}/\text{H}], \log g) \quad (4.22)$$

y

$$D_{4000}(\theta, [\text{Fe}/\text{H}], \log g) = \text{const.} + e^p(\theta, [\text{Fe}/\text{H}], \log g), \quad (4.23)$$

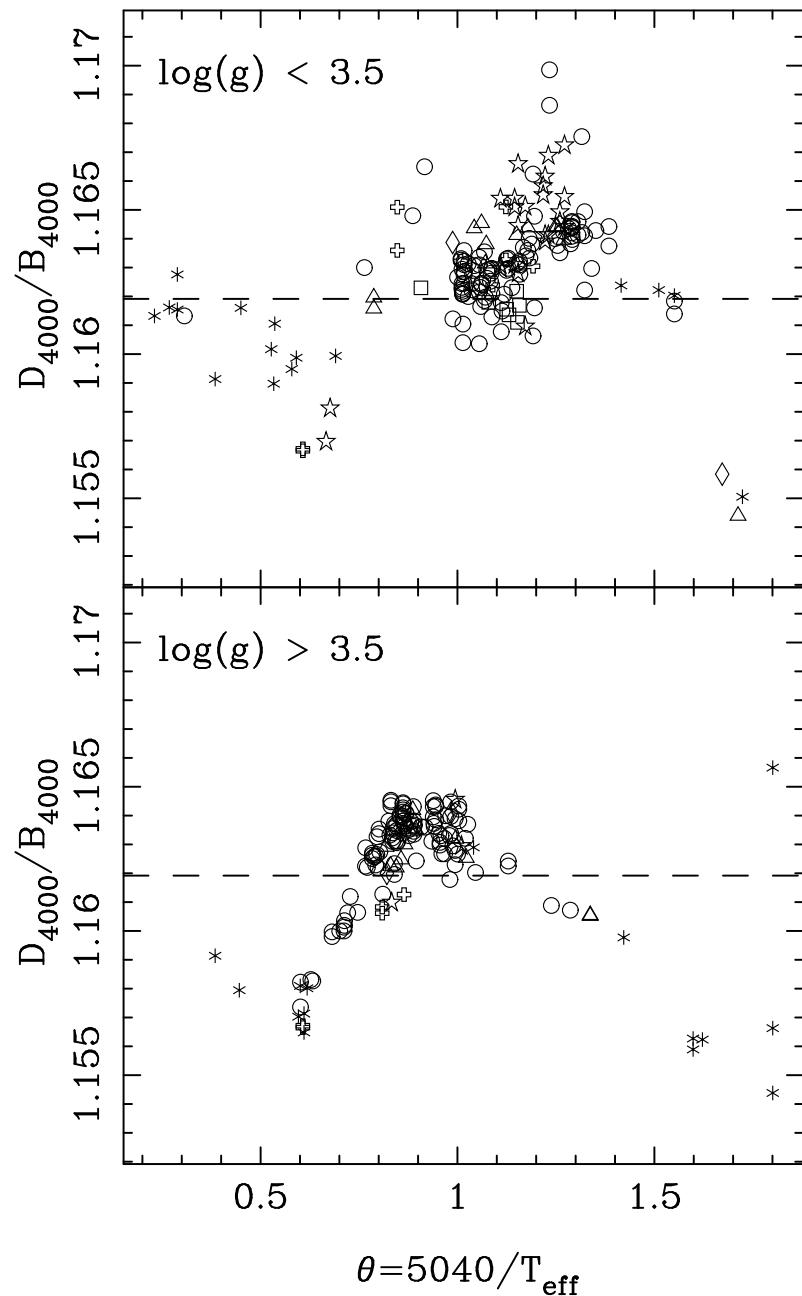
donde  $p$  es un polinomio con potencias de hasta tercer grado, incluyendo todos los términos cruzados posibles entre los parámetros, es decir

$$p(\theta, [\text{Fe}/\text{H}], \log g) = \sum_{k=0}^{19} c_k \theta^i [\text{Fe}/\text{H}]^j \log^l g, \quad (4.24)$$

con  $0 \leq i + j + l \leq 3$ .

Los coeficientes de los polinomios fueron determinados a partir de ajustes por mínimos cuadrados, donde todas las estrellas fueron pesadas de acuerdo con los errores finales listados en la Tabla 4.1. Es importante subrayar que la introducción de los pesos constituye una mejora respecto al método empleado por G93 y W94 en la determinación de las funciones empíricas para los índices de Lick.

Como cabe esperar, no todos los coeficientes  $c_k$  son necesarios, por lo que la estrategia adoptada para determinar el ajuste final se ha basado en la inclusión sucesiva de términos, comenzando con las potencias más bajas. En cada paso, la significación estadística de cada nuevo posible término era testeada, buscando aquel que proporcionase una varianza residual menor. Antes de adoptar ningún



**Figura 4.9** Variación del cociente  $D_{4000}/B_{4000}$  frente a  $\theta$  para estrellas gigantes (panel superior) y enanas (panel inferior), observadas en la campaña 6. Los diferentes símbolos indican distintas metalicidades, siguiendo el criterio empleado en la Fig. 4.10. La línea discontinua es el valor predicho cuando  $f_\lambda$  es constante en las Eqs. 4.2 y 4.20.

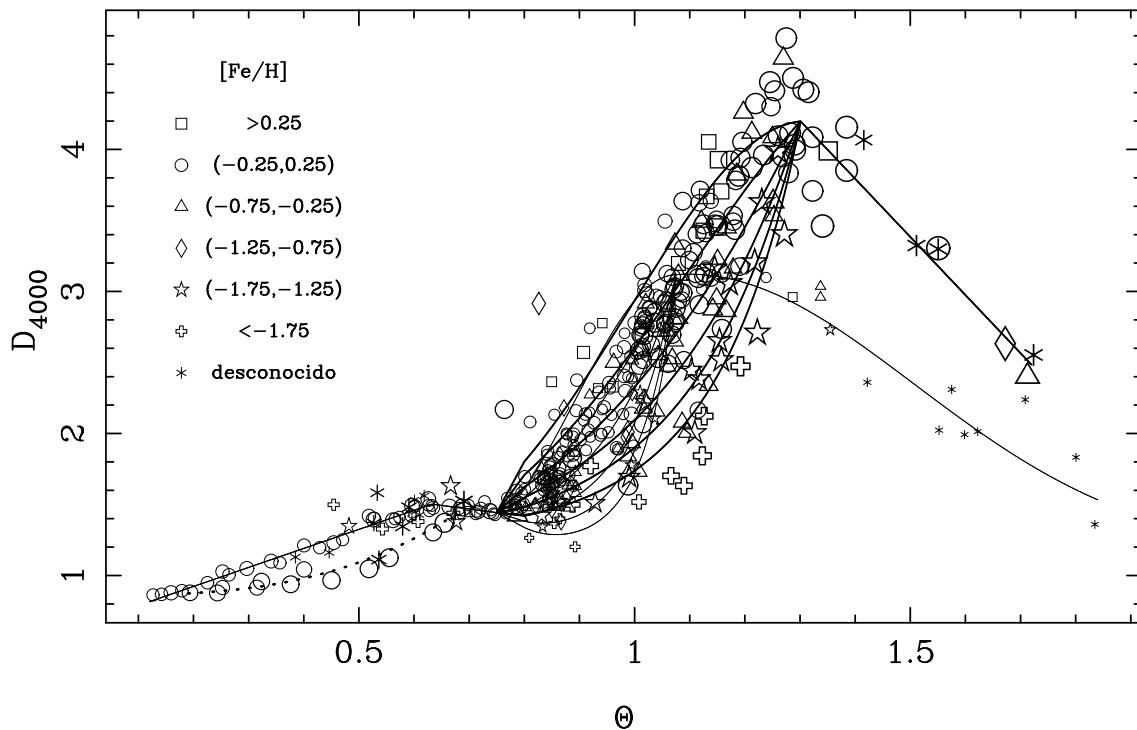
nuevo término, su relevancia estadística, así como la de los términos anteriores ya adoptados, era verificada mediante un test-*t*, en el que se comprobaba si los coeficientes eran significativamente distintos de cero, teniendo en cuenta sus errores. Este análisis estadístico es equivalente a utilizar un test-*F*, verificando si la varianza residual no sesgada se reduce significativamente con la inclusión del nuevo término. Siguiendo esta estrategia sólo se retuvieron los términos estadísticamente significativos, utilizando para ello un nivel de significación  $\alpha = 0.10$ . Afortunadamente los ajustes están bien condicionados y, típicamente, la varianza residual final es alcanzada asintóticamente tras la inclusión de unos pocos términos. Simultáneamente este método también permite comprobar que los residuos no muestran comportamientos sistemáticos para los distintos grupos de estrellas (especialmente aquellas correspondientes a un mismo cúmulo, o a un intervalo en algún parámetro estelar).

Después de algunos ensayos iniciales, quedó patente que la temperatura es el principal parámetro que determina el comportamiento del  $D_{4000}$ , corroborando el resultado cualitativo obtenido al examinar la Fig. 4.8. Desafortunadamente, dicho comportamiento no puede reproducirse mediante una única función en todo el intervalo de temperatura cubierto por la librería. Por esta razón decidimos dividir dicho intervalo en varias regiones, con ajustes en temperatura independientes aunque permitiendo interpolaciones suaves en los puntos de transición. El ajuste final completo se muestra en la Fig. 4.10, mientras que en la Tabla 4.6 se listan los coeficientes ajustados y sus errores, junto con el error típico de las  $N$  estrellas empleadas en cada región ( $\sigma_{\text{tip}} = N / \sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2}$ ), la varianza residual no sesgada ( $\sigma_{\text{std}}^2$ ) y el coeficiente de determinación ( $r^2$ ). Examinemos en detalle los tres intervalos de temperatura principales.

- *1<sup>er</sup> intervalo ( $\theta \leq 0.75$ )*. Existe una dicotomía entre el comportamiento de las estrellas enanas y gigantes, de un lado, y el de las supergigantes, por otro. Hemos derivado por tanto ajustes independientes para ambos grupos de gravedad. Para el primero, el  $D_{4000}$  es lineal con la temperatura (aunque el intervalo ha sido reproducido mediante dos rectas unidas en  $T_{\text{eff}} = 8000$  K para obtener un mejor ajuste). Las supergigantes se reproducen bien con un simple polinomio cúbico en  $\theta$ . La independencia en metalicidad encontrada era esperable, aunque conviene indicar que una importante fracción de estrellas en este intervalo de temperatura no posee una estimación de [Fe/H], o bien ésta se restringe a valores solares.

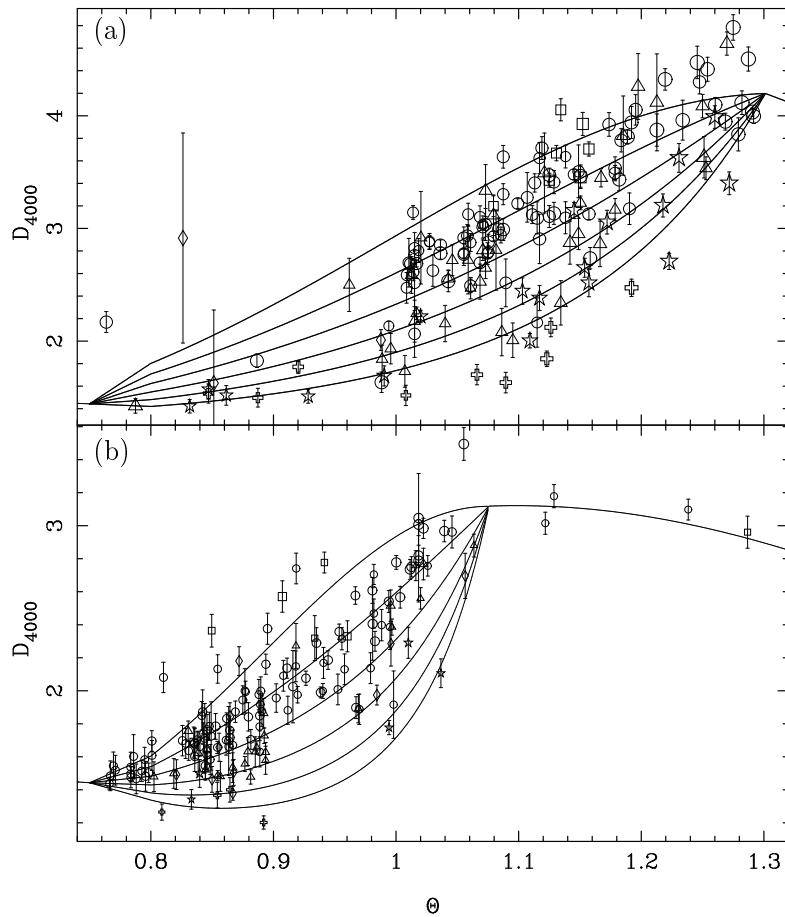
**Tabla 4.6:** Parámetros finales ajustados en la obtención de la calibración empírica del  $D_{4000}$ .

<b>Estrellas calientes</b>		$0.12 < \theta < 0.63$	$3 < \log g < 4.5$
ajuste polinómico			$N = 39$
$c_0$	:	0.6548 $\pm$ 0.0222	$\sigma_{\text{típ}} = 0.041$
$\theta$	:	1.340 $\pm$ 0.049	$\sigma_{\text{std}} = 0.046$
			$r^2 = 0.96$
<b>Estrellas templadas</b>		$0.63 < \theta < 0.75$	$3 < \log g < 4.5$
ajuste polinómico			$N = 23$
$c_0$	:	1.823 $\pm$ 0.140	$\sigma_{\text{típ}} = 0.051$
$\theta$	:	-0.5068 $\pm$ 0.2030	$\sigma_{\text{std}} = 0.034$
			$r^2 = 0.35$
<b>Supergigantes calientes</b>		$0.19 < \theta < 0.69$	$0 < \log g < 3$
ajuste polinómico			$N = 18$
$c_0$	:	0.8613 $\pm$ 0.0328	$\sigma_{\text{típ}} = 0.041$
$\theta^3$	:	1.849 $\pm$ 0.211	$\sigma_{\text{std}} = 0.079$
			$r^2 = 0.87$
<b>Enanas intermedias</b>		$0.75 < \theta < 1.08$	$3 < \log g < 5.1$
ajuste exponencial (const. = 0.9)			$N = 161$
$c_0$	:	-8.154 $\pm$ 2.007	$\sigma_{\text{típ}} = 0.068$
$\theta$	:	13.45 $\pm$ 4.28	$\sigma_{\text{std}} = 0.178$
[Fe/H]	:	-17.06 $\pm$ 7.28	$r^2 = 0.88$
$\theta$ [Fe/H]	:	38.12 $\pm$ 15.80	
$\theta^2$	:	-4.769 $\pm$ 2.269	
$\theta^2$ [Fe/H]	:	-20.69 $\pm$ 8.52	
<b>Gigantes intermedias</b>		$0.75 < \theta < 1.30$	$0 < \log g < 3.5$
ajuste exponencial (const. = 0.9)			$N = 176$
$c_0$	:	-5.665 $\pm$ 1.563	$\sigma_{\text{típ}} = 0.081$
$\theta$	:	9.279 $\pm$ 2.766	$\sigma_{\text{std}} = 0.261$
[Fe/H]	:	-3.273 $\pm$ 2.274	$r^2 = 0.85$
$\theta$ [Fe/H]	:	7.322 $\pm$ 4.266	
$\theta^2$	:	-3.080 $\pm$ 1.218	
$\theta^2$ [Fe/H]	:	-3.694 $\pm$ 1.986	
<b>Enanas frías</b>		$1.08 < \theta < 1.83$	$4.5 < \log g < 5.2$
ajuste exponencial (const. = 1.15)			$N = 15$
$c_0$	:	-2.908 $\pm$ 2.949	$\sigma_{\text{típ}} = 0.078$
$\theta$	:	6.535 $\pm$ 4.243	$\sigma_{\text{std}} = 0.194$
$\theta^2$	:	-2.976 $\pm$ 1.506	$r^2 = 0.83$
<b>Gigantes frías</b>		$1.30 < \theta < 1.72$	$0 < \log g < 1.2$
ajuste polinómico			$N = 15$
$c_0$	:	9.525 $\pm$ 0.742	$\sigma_{\text{típ}} = 0.083$
$\theta$	:	-4.094 $\pm$ 0.486	$\sigma_{\text{std}} = 0.211$
			$r^2 = 0.92$



**Figura 4.10**  $D_{4000}$  como función de  $\theta$  para la muestra completa de estrellas, junto con las funciones empíricas finales ajustadas. Se emplean símbolos distintos para indicar estrellas de diferentes metalicidades, siendo el tamaño de los símbolos una indicación de la gravedad (símbolos mayores para gravedades menores). En el intervalo de temperaturas altas ( $\theta$  pequeño) la línea continua corresponde a la función empírica para estrellas gigantes y enanas, mientras que la discontinua se utiliza para el ajuste a las supergigantes. Para temperaturas inferiores, las líneas gruesa y delgada se utilizan para indicar los ajustes de las estrellas gigantes y enanas, respectivamente. Para cada uno de estos grupos en el intervalo de temperaturas intermedia, las diferentes líneas representan distintas metalicidades:  $[Fe/H]=+0.5, 0.0, -0.5, -1.0, -1.5$  y  $-2.0$ , de arriba a abajo.

- 2º intervalo ( $0.75 \leq \theta \leq 1.08$  para enanas;  $0.75 \leq \theta \leq 1.30$  para gigantes). El comportamiento de las estrellas de temperatura intermedia es más complejo, siendo necesario introducir términos en  $[Fe/H]$ . Por otro lado, aunque los coeficientes en gravedad no son necesarios en este intervalo de temperatura, el comportamiento de las estrellas gigantes y enanas es claramente distinto. Por ello se ha realizado un ajuste independiente para ambos tipos de estrellas (con una transición suave para  $\log g \in [3.0, 3.5]$ ), que proporcionaba menor varianza residual que un ajuste único. Este comportamiento dual del  $D_{4000}$  tampoco es sorprendente si se tiene en cuenta la influencia que las bandas de CN (ver Fig. 4.1) pueden tener en este índice. G93 y W94 ya mostraron que los índices  $CN_1$  y  $CN_2$  muestran un comportamiento similar,



**Figura 4.11** Ampliación del ajuste de las funciones empíricas para temperaturas intermedias. En el panel superior se muestran las estrellas gigantes y en el inferior las enanas. También se representan, mediante barras de error, los errores aleatorios individuales en el  $D_{4000}$ .

probablemente debido al inicio de los procesos de dragado en la parte inferior de la rama de las gigantes. En la Fig. 4.11 se muestra, en detalle, el ajuste en este intervalo de temperatura, para ambos grupos en gravedad.

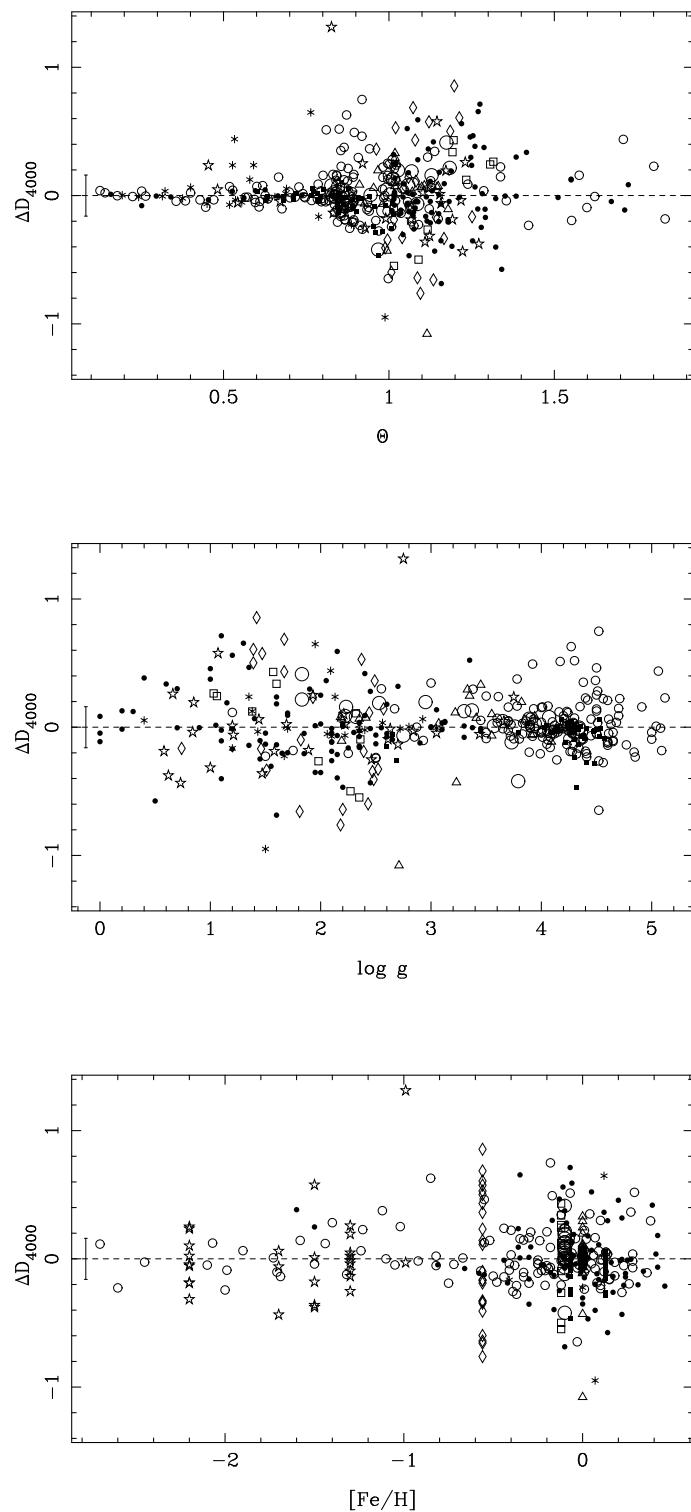
- 3<sup>er</sup> intervalo ( $1.08 \leq \theta$  para enanas;  $1.30 \leq \theta$  para gigantes). En las estrellas frías la diferencia entre estrellas enanas y gigantes es muy clara, y también dos funciones independientes han sido ajustadas. Los términos en metalicidad vuelven a no ser necesarios, aunque esto puede deberse en parte a la escasez de metalicidades conocidas en este intervalo de temperatura.

En la Fig. 4.12 se representan los residuos de todos los ajustes como función de los tres parámetros atmosféricos utilizados, no apreciándose ninguna tendencia sistemática con ninguno de ellos. También hemos comprobado que no existen residuos

sistemáticos dentro de los diferentes cúmulos estelares. Excepto una inexplicada variación en el  $D_{4000}$  para las estrellas del cúmulo de Coma ( $\delta D_{4000} = 0.09$ , que no es debida a un posible error en la metalicidad adoptada), no existen variaciones sistemáticas en la muestra.

En total, para las 420 estrellas empleadas en los ajustes, la desviación estándar residual no sesgada es  $\sigma_{\text{std}} = 0.160$ . Este error puede compararse con el error típico en el índice,  $\sigma_{\text{típ}} = 0.064$ . Por tanto, los residuos son, en media, un factor 2.5 veces mayores de lo que debería esperarse a partir de los errores en los índices. Dado que estos últimos errores han sido cuidadosamente estimados y parecen ser realistas (ver sección 4.5), y aunque cierta dispersión debe aparecer debido a que las funciones empíricas no son capaces de reproducir completamente el complejo comportamiento del  $D_{4000}$ , la mayor parte del error inexplicado debe proceder de los parámetros atmosféricos adoptados para las estrellas. Por ejemplo, la desviación típica residual,  $\sigma_{\text{res}}^2 = \sigma_{\text{std}}^2 - \sigma_{\text{típ}}^2$ , de 0.248 para las estrellas enanas de temperatura intermedia (en particular  $\theta = 1.0$  y  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.0$ ), queda completamente explicada mediante el efecto combinado de un error aleatorio de 166 K en temperatura efectiva y de 0.29 dex en  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , ambos consistentes con los errores típicos encontrados por Soubiran, Katz y Cayrel (1998) al comparar parámetros atmosféricos de la literatura. Otra medida cuantitativa de la calidad de las funciones empíricas ajustadas proviene del coeficiente de determinación, que para la muestra completa resulta ser  $r^2 = 0.96$ . Esto significa que el 96% de la variación original observada en el  $D_{4000}$  puede explicarse mediante las funciones empíricas.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es predecir valores creíbles del  $D_{4000}$  para una triada de parámetros atmosféricos determinada, también hemos investigado los errores aleatorios en las predicciones, usando para ello las matrices de covarianza de los ajustes. En la Tabla 4.7 se indican, para algunas triadas de parámetros atmosféricos representativas, los errores estimados por este método. Tal y como cabe esperar, las incertidumbres son menores para metalicidades cercanas al valor solar. Curiosamente, aunque la librería estelar no incluye un gran número de estrellas de tipos espectrales O–B, los índices predichos para temperaturas elevadas no poseen errores demasiado grandes. Es importante resaltar que el cálculo de errores en la determinación del  $D_{4000}$  permite, a su vez, la determinación de errores en las predicciones de los modelos de síntesis de poblaciones. Esta es una posibilidad



**Figura 4.12** Residuos de las funciones empíricas (índices observados – predichos) frente a los tres parámetros atmosféricos de entrada. Los símbolos son los mismos que en la Fig. 4.8. La longitud total de la barra de error indica el valor de la varianza residual no sesgada multiplicada por dos.

que no ha sido contemplada en ninguna calibración empírica similar realizada hasta la fecha.

Conviene indicar que, dado que el D<sub>4000</sub> puede estar contaminado por emisión nebulosa en galaxias con activa formación estelar, es necesario incluir este efecto en el modelo de síntesis utilizado para predecir valores correctos de este índice. También conviene resaltar que las funciones empíricas derivadas son correctas siempre y cuando las abundancias relativas de elementos de la población estelar que se desea modelar coincidan con las de las estrellas de la librería.

Con la intención de facilitar la utilización de las funciones empíricas presentadas en este trabajo, hemos escrito una subrutina en FORTRAN, disponible en:

<http://www.ucm.es/info/Astrof/D4000/D4000.html>.

La subrutina calcula el valor del D<sub>4000</sub> a partir de los parámetros atmosféricos  $T_{\text{eff}}$ , [Fe/H] y log  $g$ , realizando interpolaciones suaves para los intervalos de temperatura y gravedad necesarios, y proporciona una estimación del error en la predicción del índice.

## 4.8 Predicciones de los modelos de síntesis evolutiva

### 4.8.1 Modelos de síntesis evolutiva

La finalidad última de la obtención de una calibración empírica del D<sub>4000</sub> es su inserción en modelos de síntesis evolutiva de poblaciones estelares. Como veremos en esta sección, esto permite la predicción del índice en el espectro integrado de una población estelar compuesta, como función de la edad y para diferentes escenarios de formación estelar.

Los modelos de síntesis evolutiva parten de un marco teórico que determina la historia de la formación estelar de un objeto compuesto. Los ingredientes básicos son la función inicial de masas (IMF, del inglés *Initial Mass Function*), el ritmo de formación estelar (SFR, del inglés *Star Formation Rate*), y las trazas evolutivas, que fijan la evolución de las estrellas como función de la masa y composición química. Por último, una librería estelar (empírica o teórica), que proporciona las distribuciones espectrales de energía de las estrellas en cada estado evolutivo y como

**Tabla 4.7:** Incertidumbres en los valores del  $D_{4000}$  predichos por las funciones empíricas. Los cálculos se han realizado para algunos conjuntos de parámetros estelares representativos.

$T_{\text{eff}}$	[Fe/H]	enanas–gigantes	supergigantes
30000		0.015	0.032
12000		0.008	0.023
7500		0.010	0.044
		enanas	gigantes–supergigantes
6000	0.5	0.045	0.156
6000	0.0	0.024	0.099
6000	-1.0	0.031	0.075
6000	-2.0	0.043	0.105
5000	0.5	0.103	0.079
5000	0.0	0.044	0.043
5000	-1.0	0.082	0.053
5000	-2.0	0.119	0.073
4000	0.5		0.167
4000	0.0	0.125	0.088
4000	-1.0		0.173
4000	-2.0		0.322
3200		0.094	0.082

función también de la masa y de la metalicidad, permite obtener el espectro final de la población modelizada como suma de las distintas componentes estelares pesadas con el número de estrellas de cada tipo. Modelos de este tipo fueron desarrollados inicialmente por Tinsley y Gunn (1976), Tinsley (1978) y Gunn, Stryker y Tinsley (1981). Desde entonces, numerosos investigadores han creado modelos cada vez más refinados: Bruzual (1983), Arimoto y Yoshii (1986, 1987); Aragón, Gorgas y Rego (1987), Guiderdoni y Rocca-Volmerange (1987), Bruzual y Charlot (1993, 1996), Worthey (1994), Vazdekis et al. (1996), y Bressan et al. (1996), entre otros.

Aunque inicialmente es posible predecir el valor de índices espectrales con ayuda de este tipo de modelos, el hecho de que las librerías estelares, tanto empíricas como teóricas, presenten algunos problemas (sobre todo carencia de estrellas con metalicidad no solar para todas las combinaciones necesarias de temperaturas efectivas y gravedades), conduce a importantes incertidumbres en dichas predicciones. Por ello, la utilización de funciones empíricas particulares para los índices espectra-

les, realizadas generalmente con librerías que contienen estrellas que cubren extensos intervalos en el espacio de parámetros estelares, permite solventar este problema. Como ya se ha mencionado con anterioridad, este tipo de funciones permiten, mediante sencillas y fiables interpolaciones, la modelización del índice espectral considerado para todas las estrellas que los modelos van calculando en cada momento, cualesquiera que sean sus parámetros atmosféricos representativos.

Sin embargo, y dado que la calibración empírica de los índices espetrales, y en particular del  $D_{4000}$ , sólo predice el valor de los índices para un conjunto de parámetros estelares determinados, la forma del espectro que conduce a dichos índices es desconocida. Para poder insertar las funciones empíricas en los modelos de síntesis evolutiva es necesario utilizar la información de la forma del continuo espectral predicho por los modelos para cada tipo de estrella y pesar así su contribución, en el intervalo espectral del índice considerado, a la luminosidad total del objeto en estudio. Veamos como se realiza este proceso, de forma práctica, en el caso del  $D_{4000}$ .

En la modelización de una población estelar, el modelo de síntesis predice el número de estrellas de cada tipo como función del tiempo. Para cada uno de estos tipos de estrellas, las funciones empíricas establecen el valor del índice  $D_{4000}$ . Por otro lado, la librería estelar permite obtener un espectro para cada tipo de estrella (ya sea porque dicho tipo de estrella esté presente en la librería, o bien tomando el espectro de la estrella más parecida o realizando interpolaciones entre espectros), en el cual puede determinarse el flujo en las bandas que definen el  $D_{4000}$ . Si, por ejemplo, se determina el flujo en la banda azul,  $f_a$ , puede obtenerse el flujo esperado en la banda roja,  $f_r$ , utilizando el valor del  $D_{4000}$  predicho por la calibración empírica, mediante

$$f_r \simeq f_a \frac{D_{4000}}{1.1619}, \quad (4.25)$$

donde hemos hecho uso de la relación dada en la Eq 4.21, que como vimos es una aproximación que produce errores siempre inferiores al 1%. El valor del  $D_{4000}$  de la población integrada se obtiene sumando la contribución de todas las estrellas al

flujo en las dos bandas, es decir

$$D_{4000} \simeq 1.1619 \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{estrellas}}} f_r(i) w(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\text{estrellas}}} f_a(i) w(i)} \simeq \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{estrellas}}} f_a(i) D_{4000}(i) w(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\text{estrellas}}} f_a(i) w(i)}, \quad (4.26)$$

Aquí nuevamente hemos empleado la relación de la Eq. 4.21, siendo  $N_{\text{estrellas}}$  el número de estrellas diferentes presentes en el estado evolutivo considerado, y  $w(i)$  es un peso que corresponde al número de estrellas de cada tipo. En definitiva, este método permite promediar los valores individuales del  $D_{4000}$  de cada componente estelar, pesándolos con su contribución a la luminosidad total del objeto integrado.

#### 4.8.2 Predicciones de los modelos de Bruzual y Charlot

Uno de los modelos de síntesis evolutiva más extendidos en la actualidad es el inicialmente presentado por Bruzual (1983), posteriormente revisado y mejorado en varias ocasiones (Charlot y Bruzual 1991; Bruzual y Charlot 1993, 1996). Actualmente (Bruzual y Charlot 1999), una nueva versión se está poniendo a punto, con la incorporación de la recopilación de espectros empíricos publicada por Pickles (1998) y de modelos de atmósferas presentada por Lejeune, Cuisinier y Buser (1997, 1998). Conviene indicar que estos últimos han unificado distintos modelos de atmósferas (ver referencias en Lejeune et al. ), produciendo dos librerías diferentes. Una de ellas contiene los espectros teóricos originales, re-muestreados a una resolución espectral uniforme, mientras que la segunda versión de la librería es idéntica a la primera, salvo que se han realizado correcciones de baja frecuencia en los espectros para que los colores sintéticos U, B, V, R, I, J, H, K y L coincidan con valores empíricos en las relaciones color–temperatura. En esta sección nos referiremos a ambas librerías teóricas como LBC sin corregir y corregida, respectivamente.

La calibración del  $D_{4000}$  presentada en este capítulo ha sido ya incorporada a los nuevos modelos<sup>1</sup>, permitiendo obtener, por vez primera, predicciones de este índice basadas en funciones empíricas. Las Figs. 4.13 y 4.14 muestran, para un brote instantáneo y una formación estelar continua respectivamente, la variación del  $D_{4000}$  frente al logaritmo de la edad de la población estelar, para diferentes metalicidades.

---

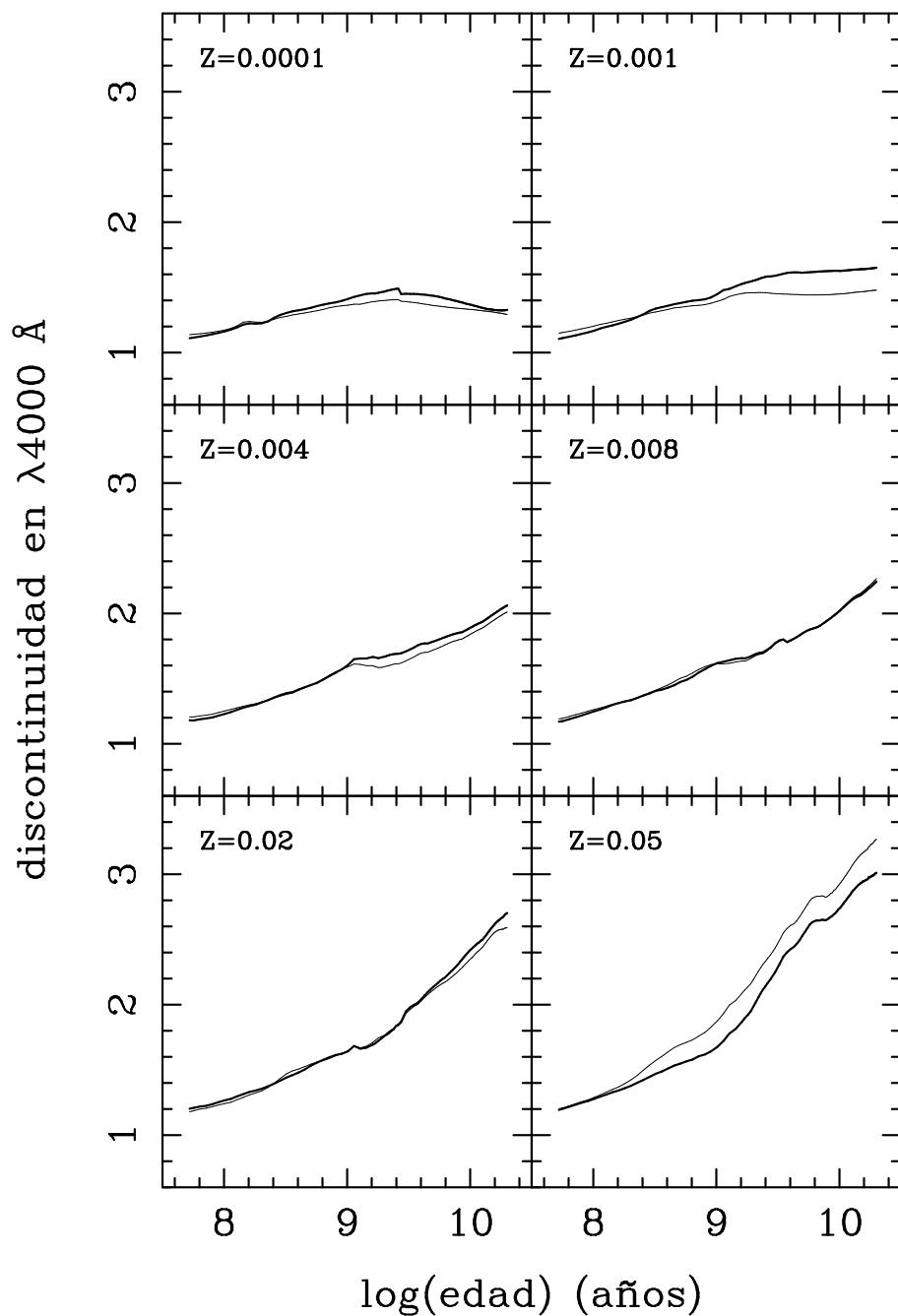
<sup>1</sup>G. Bruzual, comunicación privada.

Las líneas de trazo fino indican los valores del índice medidos directamente sobre el espectro resultante del modelo, mientras que las de trazo grueso muestran las predicciones del  $D_{4000}$  utilizando las funciones empíricas. Conviene indicar que salvo para metalicidad solar, donde la librería estelar corresponde a la recopilación de espectros empíricos de Pickles (1998), en los demás casos la librería estelar corresponde a los modelos LBC sin corregir. El acuerdo entre ambas predicciones es muy bueno para las metalicidades  $Z = 0.008$  y  $Z = 0.02$ , apareciendo diferencias sistemáticas en los demás casos. Dado que las únicas calibraciones que pueden considerarse realistas son las empíricas, este resultado pone de manifiesto la existencia de diferencias no despreciables entre las predicciones de los modelos de atmósferas y los índices reales. La situación es especialmente extrema en el caso de metalicidad mayor que la solar,  $Z = 0.05$ , donde los modelos de atmósferas conducen a valores sistemáticamente altos.

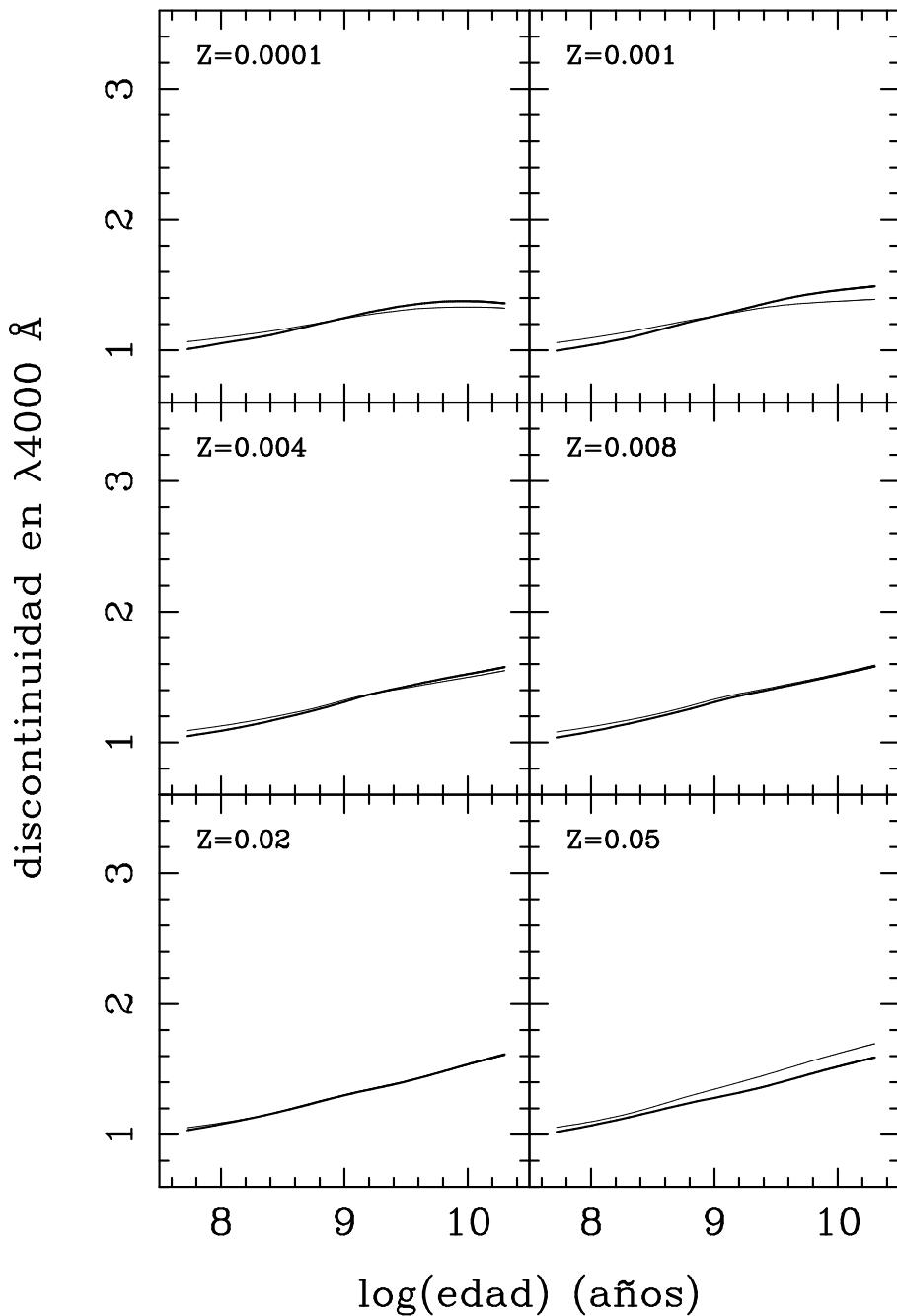
Con la intención de investigar en más detalle el efecto de las librerías utilizadas en los modelos, en la Fig. 4.15 se muestran diversas predicciones de modelos con metalicidad solar, utilizando la librería estelar de Pickles (1998) y las librerías teóricas LBC sin corregir y corregida. Nuevamente, en esta figura se utiliza trazo fino y grueso para distinguir entre los valores del  $D_{4000}$  medidos en los espectros producidos por los modelos y los obtenidos a partir de las funciones empíricas, respectivamente. Es interesante destacar que las diferencias entre los índices predichos debido al uso de diferentes librerías son inferiores a las que se producen al usar o no la calibración empírica del  $D_{4000}$ .

También hemos analizado el efecto en los índices al utilizar dos funciones iniciales de masa diferentes. En la Fig. 4.16 se muestran las predicciones de los modelos, para un brote instantáneo de formación estelar con tres metalicidades distintas. Las líneas de trazo fino indican modelos que han utilizado una IMF de tipo Salpeter (1955), mientras que las de trazo grueso han sido determinadas con una IMF de tipo Scalo (1986). Se aprecia que las diferencias debidas al empleo de las dos funciones iniciales de masa no son importantes. Interesantemente, los valores del  $D_{4000}$  permanecen casi independientes de la metalicidad para edades inferiores a 1 gigaaño.

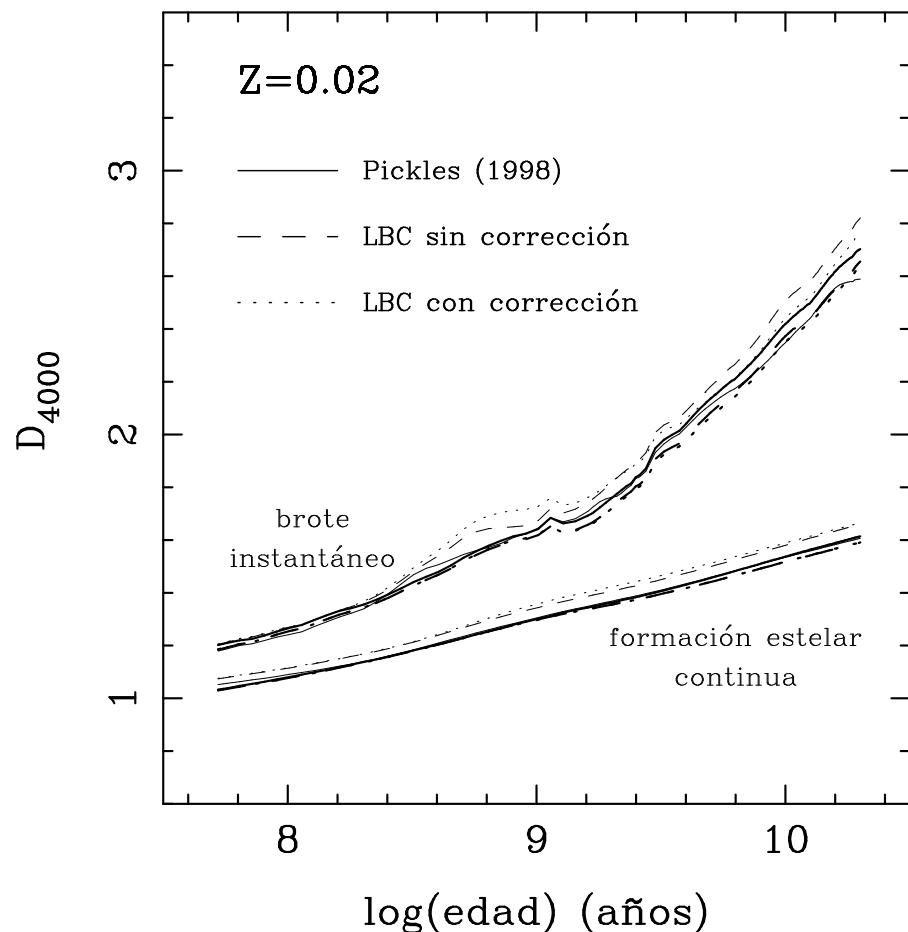
En la Fig. 4.17 se presenta una comparación similar a la anterior, en el caso de una formación estelar continua. La escala en el eje vertical en esta figura ha sido ampliada respecto a la utilizada en las figuras anteriores. Se aprecian diferencias



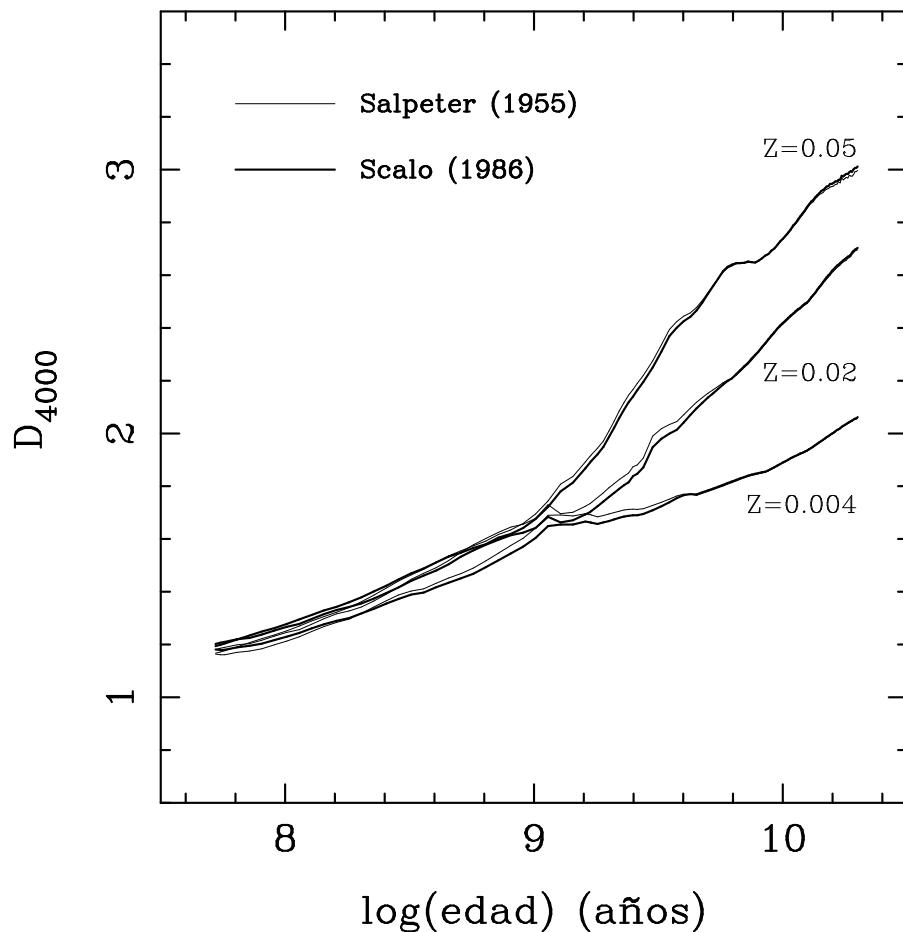
**Figura 4.13** Variación del  $D_{4000}$  frente a al logaritmo de la edad para un brote instantáneo de formación estelar con diferentes metalicidades (IMF de tipo Scalo). Las líneas de trazo fino corresponden a los valores del  $D_{4000}$  calculados directamente en los espectros predichos por los modelos sin emplear la calibración empírica, mientras que las líneas de trazo grueso son las predicciones de los modelos empleando las funciones empíricas derivadas en este capítulo. En la esquina superior izquierda de cada panel se indica el valor de la metalicidad adoptada en cada caso.



**Figura 4.14** Variación del  $D_{4000}$  frente al logaritmo de la edad para una formación estelar continua con diferentes metalicidades (IMF de tipo Scalo). Las líneas delgadas y gruesas siguen el mismo criterio que en la Fig. 4.13.



**Figura 4.15** Variación del  $D_{4000}$  frente al logaritmo de la edad para diferentes modelos de metalicidad solar. La línea continua indica las predicciones del  $D_{4000}$  producidas por el modelo que emplea la librería estelar de Pickles (1998). Las líneas de trazos y puntos corresponden a modelos que utilizan el atlas estelar de Lejeune, Cuisinier y Buser (1997) sin corregir y corregido, respectivamente. Por otro lado, se emplea trazo fino y grueso para discernir entre las predicciones del  $D_{4000}$  que no utilizan las funciones empíricas de las que sí lo hacen (al igual que en las Figs. 4.13 y 4.14). También se muestran los resultados obtenidos al asumir un brote instantáneo de formación estelar, por un lado, y una formación continua, por otro.

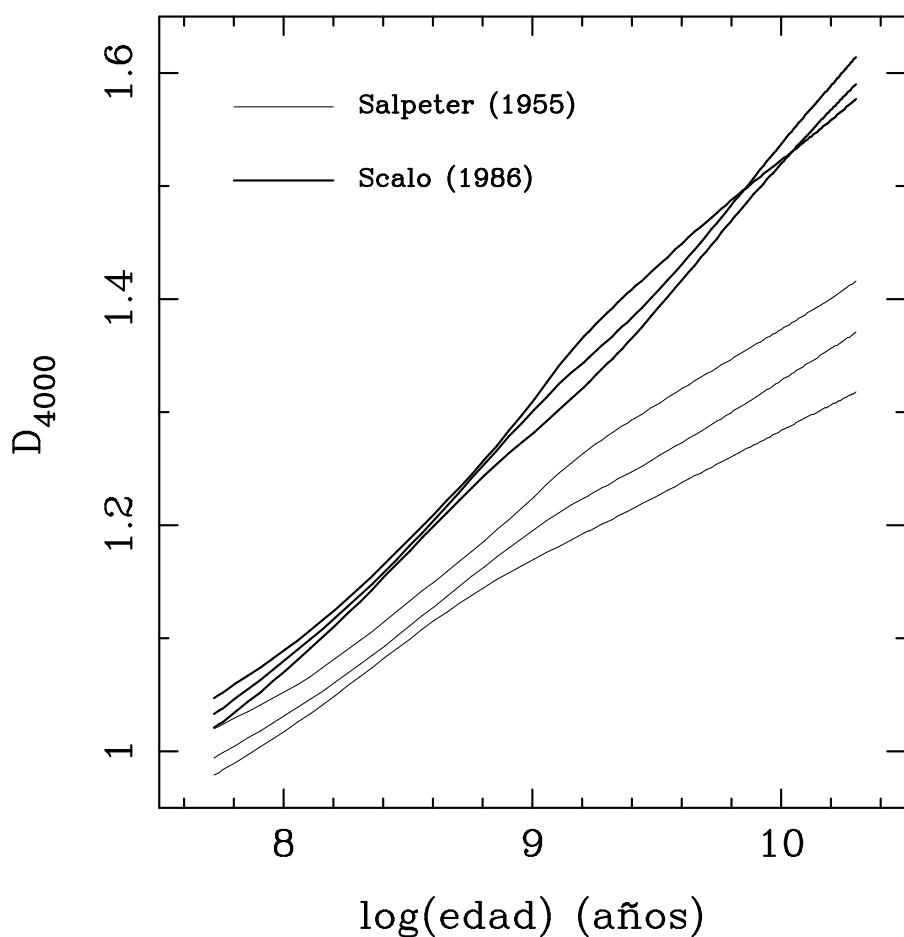


**Figura 4.16** Variación del  $D_{4000}$  frente al logaritmo de la edad para dos funciones iniciales de masa diferentes, en el caso de un brote instantáneo de formación estelar. La línea de trazo fino indica modelos que emplean una IMF de Salpeter (1955), mientras que las de trazo grueso utilizan Scalo (1986). Se indica también el valor de la metalicidad en los tres casos considerados. Las librerías utilizadas son Pickles (1998) para  $Z= 0.02$ , y LBC sin corregir para  $Z= 0.004$  y  $Z= 0.05$ .

entre las predicciones realizadas con IMF de tipo Salpeter y Scalo del orden de  $\sim 0.1$ , análogas a las observadas en los modelos de brotes instantáneos. Los modelos son poco sensibles a la metalicidad, especialmente cuando se utiliza una IMF de tipo Scalo. Este resultado implica que el  $D_{4000}$ , en el caso de una formación estelar continua, puede utilizarse como un excelente indicador de edad.

En la Tabla 4.8 se presentan los valores del  $D_{4000}$  predichos para un brote de formación estelar y una formación estelar continua, como función de la edad, para distintas metalicidades y con funciones iniciales de masa de tipo Salpeter y Scalo.

La utilidad de emplear una calibración empírica, como la mostrada en este



**Figura 4.17** Variación del  $D_{4000}$  frente al logaritmo de la edad para dos funciones iniciales de masa diferentes, en el caso de una formación estelar continua. Las metalicidades representadas son  $Z=0.004$ ,  $Z=0.02$  y  $Z=0.05$  (de abajo a arriba). Conviene destacar que la escala vertical en esta figura es muy diferente a la empleada en las figuras anteriores.

capítulo, queda plenamente demostrada al encontrar importantes diferencias en las estimaciones de la edad de una población estelar a partir del valor del  $D_{4000}$ . Por ejemplo, seleccionando las predicciones en el caso de metalicidad solar (que son las únicas para las cuales los modelos emplean una librería estelar como fuente de espectros) de un brote instantáneo, un índice  $D_{4000} = 2.4$  corresponde a edades de 11.3 y 9.6 gigaaños, para los modelos sin y con la calibración empírica, respectivamente, lo que equivale a un error relativo  $\sim 15\%$ . El mismo valor del índice conduce, para metalicidad  $Z=0.05$ , a edades de 2.8 y 3.7 gigaaños (error relativo  $\sim 24\%$ ). Para esta última metalicidad y  $D_{4000} = 3.0$ , las edades son 11.4 y 19.2 gigaaños (error relativo  $\sim 40\%$ ). Estos errores, importantes *incluso* al comparar los índices predichos con la

librería estelar de Pickles, evidencian la necesidad de utilizar calibraciones empíricas con un recubrimiento adecuado del espacio de los parámetros estelares.

## 4.9 Resumen

El trabajo presentado en esta sección nos ha permitido obtener, entre otros, los siguientes resultados:

- Hemos derivado una calibración empírica de la discontinuidad en  $\lambda 4000\text{\AA}$ , no existente hasta la fecha, como función de los parámetros atmosféricos estelares característicos: temperatura efectiva, metalicidad y gravedad superficial. Para ello se ha observado una muestra de 392 estrellas, lo que constituye la librería estelar más completa en el intervalo espectral de este índice en la actualidad.
- Esta calibración puede ser incorporada, de forma sencilla, en los modelos de síntesis de poblaciones, proporcionando predicciones precisas del  $D_{4000}$  (esta tarea se ve además facilitada por la creación de una subrutina, de acceso público, que permite calcular de forma inmediata el índice y una estimación de su error). Teniendo presente el espacio de parámetros estelares cubierto por la librería estelar utilizada, las predicciones son fiables para metalicidades en el intervalo  $-1 \leq [\text{Fe}/\text{H}] \leq +0.5$  dex.
- La calibración empírica obtenida ha sido incorporada a los modelos de síntesis evolutiva de Bruzual y Charlot (1999). Esto permite utilizar, simultáneamente, predicciones de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  obtenidas ambas mediante el uso de funciones empíricas (derivadas además a partir de la misma librería estelar).
- La caracterización completa de este índice, por un lado, y la baja exigencia en relación señal/ruido para obtener una medida fiable, por otro, convierten al  $D_{4000}$  en una característica espectral idónea para su observación en galaxias con elevado desplazamiento al rojo (ya vimos en el capítulo 2, que el error en el  $D_{4000}$  disminuye con el desplazamiento al rojo según la Eq. 2.87). Instrumentos de nueva generación, como el Espectrógrafo Multiobjeto Infraarrojo (EMIR), propuesto como instrumento de primera luz del Gran Telescopio Canarias (GTC), permitirán realizar exploraciones profundas de galaxias de

**Tabla 4.8:** Predicciones de la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$  proporcionadas por los modelos de Bruzual y Charlot (1999).  $D_{4000}$  y  $C_{4000}$  son los valores predichos por los modelos aplicando y sin aplicar las funciones empíricas derivadas en este capítulo, respectivamente. Para metalicidad solar ( $Z=0.02$ ) se indican los valores proporcionados por los modelos que utilizan el atlas estelar de Lejeune et al. (1997) sin corregir ( $\dagger$ ), corregido ( $\ddagger$ ) y el atlas empírico de Pickles (1998) ( $\ddagger\ddagger$ ). Para metalicidad no solar, se emplea el atlas de Lejeune et al. sin corregir.

Brote Instantáneo —IMF: Salpeter (1955)—									
	Z=0.0001		Z=0.0004		Z=0.004		Z=0.008		
log(edad)	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$	
6.00000	0.823	0.926	0.827	0.930	0.842	0.934	0.846	0.939	
7.02000	0.893	0.978	0.913	0.990	0.998	1.043	0.981	1.025	
8.00655	1.146	1.146	1.145	1.174	1.213	1.228	1.232	1.238	
9.00655	1.420	1.360	1.457	1.388	1.641	1.619	1.654	1.648	
9.30103	1.480	1.401	1.562	1.461	1.695	1.615	1.713	1.700	
9.47712	1.409	1.381	1.593	1.453	1.727	1.653	1.799	1.795	
9.60206	1.408	1.374	1.612	1.446	1.770	1.701	1.806	1.804	
9.69897	1.395	1.364	1.611	1.442	1.780	1.716	1.846	1.847	
9.77815	1.380	1.357	1.617	1.443	1.808	1.749	1.878	1.881	
9.84510	1.366	1.351	1.621	1.443	1.832	1.777	1.905	1.908	
9.90309	1.354	1.346	1.625	1.444	1.847	1.796	1.943	1.947	
9.95424	1.343	1.342	1.627	1.447	1.864	1.815	1.980	1.985	
10.00000	1.334	1.338	1.627	1.450	1.888	1.840	2.015	2.023	
10.07918	1.318	1.330	1.633	1.458	1.925	1.880	2.083	2.096	
10.14613	1.306	1.321	1.639	1.466	1.964	1.919	2.125	2.143	
10.20412	1.300	1.313	1.642	1.470	2.001	1.956	2.159	2.180	
10.25527	1.298	1.305	1.648	1.476	2.034	1.988	2.200	2.224	
10.30103	1.300	1.296	1.653	1.482	2.060	2.013	2.242	2.270	

Brote Instantáneo —IMF: Salpeter (1955)—								
	Z=0.02†		Z=0.02††		Z=0.02†††		Z=0.05	
log(edad)	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$	$D_{4000}$	$C_{4000}$
6.00000	0.855	0.940	0.855	0.940	0.857	0.920	0.863	0.938
7.02000	1.015	1.051	1.016	1.055	1.024	1.040	0.990	1.008
8.00655	1.231	1.235	1.231	1.235	1.246	1.214	1.252	1.244
9.00655	1.650	1.705	1.653	1.761	1.678	1.679	1.695	1.894
9.30103	1.754	1.849	1.747	1.852	1.794	1.793	2.009	2.221
9.47712	1.943	2.049	1.932	2.031	1.990	1.969	2.275	2.466
9.60206	2.017	2.120	2.004	2.089	2.071	2.054	2.445	2.633
9.69897	2.098	2.202	2.081	2.158	2.152	2.127	2.533	2.719
9.77815	2.153	2.260	2.135	2.209	2.202	2.168	2.627	2.815
9.84510	2.202	2.315	2.183	2.259	2.250	2.206	2.646	2.838
9.90309	2.260	2.382	2.240	2.322	2.308	2.254	2.654	2.838
9.95424	2.321	2.452	2.300	2.388	2.367	2.303	2.690	2.881
10.00000	2.369	2.508	2.347	2.441	2.414	2.347	2.735	2.930
10.07918	2.428	2.574	2.408	2.509	2.480	2.421	2.828	3.038
10.14613	2.489	2.643	2.469	2.579	2.550	2.497	2.905	3.131
10.20412	2.551	2.715	2.532	2.653	2.615	2.555	2.938	3.180
10.25527	2.597	2.770	2.580	2.711	2.656	2.574	2.971	3.235
10.30103	2.650	2.828	2.634	2.771	2.697	2.585	2.997	3.277

**Tabla 4.8:** Continuación.

## Brote Instantáneo —IMF: Scalo (1986)—

log(edad)	Z=0.0001		Z=0.0004		Z=0.004		Z=0.008	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.870	0.969	0.873	0.971	0.883	0.971	0.887	0.975
7.02000	0.927	1.012	0.941	1.019	1.013	1.061	0.999	1.045
8.00655	1.163	1.173	1.167	1.203	1.230	1.252	1.249	1.263
9.00655	1.411	1.363	1.447	1.392	1.604	1.591	1.619	1.615
9.30103	1.467	1.399	1.551	1.458	1.668	1.591	1.681	1.667
9.47712	1.450	1.391	1.589	1.452	1.709	1.636	1.772	1.766
9.60206	1.445	1.375	1.614	1.446	1.766	1.696	1.793	1.789
9.69897	1.435	1.361	1.612	1.442	1.784	1.719	1.847	1.846
9.77815	1.420	1.352	1.617	1.442	1.812	1.751	1.882	1.883
9.84510	1.405	1.345	1.621	1.442	1.835	1.779	1.908	1.909
9.90309	1.391	1.339	1.625	1.443	1.850	1.797	1.946	1.948
9.95424	1.378	1.335	1.627	1.446	1.866	1.815	1.982	1.986
10.00000	1.367	1.331	1.626	1.449	1.890	1.840	2.018	2.023
10.07918	1.348	1.323	1.632	1.456	1.927	1.879	2.086	2.096
10.14613	1.333	1.315	1.637	1.464	1.966	1.918	2.129	2.143
10.20412	1.326	1.308	1.640	1.468	2.003	1.955	2.163	2.179
10.25527	1.323	1.300	1.645	1.474	2.036	1.987	2.204	2.223
10.30103	1.327	1.292	1.650	1.479	2.062	2.011	2.245	2.266

## Brote Instantáneo —IMF: Scalo (1986)—

log(edad)	Z=0.02†		Z=0.02††		Z=0.02†††		Z=0.05	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.886	0.966	0.885	0.967	0.887	0.940	0.887	0.960
7.02000	1.031	1.069	1.031	1.073	1.037	1.051	1.013	1.036
8.00655	1.255	1.270	1.255	1.272	1.267	1.242	1.278	1.289
9.00655	1.619	1.674	1.621	1.728	1.642	1.645	1.676	1.875
9.30103	1.725	1.817	1.719	1.821	1.759	1.762	1.986	2.193
9.47712	1.907	2.008	1.897	1.992	1.948	1.932	2.250	2.435
9.60206	1.992	2.090	1.980	2.061	2.042	2.029	2.426	2.608
9.69897	2.083	2.182	2.067	2.140	2.136	2.113	2.529	2.708
9.77815	2.150	2.253	2.132	2.203	2.199	2.165	2.632	2.815
9.84510	2.206	2.315	2.186	2.260	2.255	2.209	2.647	2.832
9.90309	2.263	2.381	2.243	2.322	2.312	2.256	2.655	2.831
9.95424	2.325	2.450	2.303	2.387	2.371	2.305	2.693	2.875
10.00000	2.373	2.506	2.351	2.441	2.419	2.348	2.738	2.924
10.07918	2.432	2.570	2.411	2.507	2.484	2.422	2.834	3.031
10.14613	2.494	2.638	2.473	2.578	2.555	2.499	2.910	3.121
10.20412	2.556	2.709	2.537	2.651	2.622	2.558	2.950	3.175
10.25527	2.605	2.765	2.587	2.710	2.665	2.578	2.984	3.228
10.30103	2.656	2.821	2.639	2.768	2.703	2.589	3.012	3.271

**Tabla 4.8:** Continuación.

Formación Estelar Continua —IMF: Salpeter (1955)—								
log(edad)	Z=0.0001		Z=0.0004		Z=0.004		Z=0.008	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.826	0.929	0.827	0.930	0.842	0.934	0.846	0.939
7.02000	0.973	1.026	0.913	0.981	0.982	1.019	0.944	1.004
8.00655	1.024	1.064	1.000	1.054	1.053	1.087	1.042	1.079
9.00655	1.181	1.180	1.184	1.191	1.225	1.239	1.217	1.240
9.30103	1.231	1.216	1.238	1.231	1.279	1.284	1.263	1.282
9.47712	1.257	1.237	1.269	1.252	1.304	1.304	1.285	1.303
9.60206	1.275	1.253	1.290	1.264	1.321	1.319	1.301	1.318
9.69897	1.287	1.264	1.305	1.272	1.334	1.330	1.313	1.329
9.77815	1.295	1.272	1.316	1.279	1.344	1.339	1.323	1.339
9.84510	1.301	1.278	1.326	1.284	1.353	1.347	1.331	1.347
9.90309	1.305	1.283	1.334	1.288	1.361	1.354	1.339	1.355
9.95424	1.308	1.287	1.340	1.292	1.367	1.360	1.346	1.362
10.00000	1.310	1.290	1.346	1.295	1.373	1.365	1.353	1.368
10.07918	1.311	1.295	1.356	1.300	1.384	1.375	1.364	1.380
10.14613	1.311	1.298	1.364	1.305	1.393	1.384	1.374	1.390
10.20412	1.311	1.300	1.371	1.309	1.401	1.392	1.383	1.398
10.25527	1.309	1.301	1.376	1.312	1.409	1.399	1.391	1.406
10.30103	1.308	1.301	1.382	1.316	1.416	1.405	1.398	1.414

Formación Estelar Continua —IMF: Salpeter (1955)—								
log(edad)	Z=0.02†		Z=0.02††		Z=0.02†††		Z=0.05	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.853	0.941	0.853	0.941	0.855	0.919	0.861	0.940
7.02000	0.925	0.986	0.925	0.986	0.920	0.973	0.915	0.972
8.00655	1.029	1.068	1.030	1.069	1.032	1.051	1.018	1.048
9.00655	1.197	1.236	1.196	1.242	1.196	1.205	1.170	1.217
9.30103	1.234	1.276	1.233	1.284	1.235	1.245	1.203	1.259
9.47712	1.254	1.298	1.253	1.306	1.257	1.266	1.223	1.282
9.60206	1.269	1.315	1.268	1.322	1.273	1.281	1.238	1.298
9.69897	1.281	1.328	1.280	1.335	1.286	1.294	1.249	1.311
9.77815	1.291	1.338	1.291	1.345	1.297	1.304	1.258	1.321
9.84510	1.300	1.348	1.299	1.354	1.306	1.313	1.266	1.329
9.90309	1.307	1.356	1.307	1.362	1.314	1.320	1.272	1.337
9.95424	1.314	1.363	1.314	1.370	1.321	1.327	1.278	1.343
10.00000	1.320	1.370	1.320	1.376	1.328	1.333	1.284	1.349
10.07918	1.331	1.382	1.331	1.387	1.339	1.344	1.293	1.359
10.14613	1.340	1.391	1.340	1.397	1.348	1.352	1.300	1.367
10.20412	1.348	1.400	1.348	1.405	1.357	1.360	1.307	1.374
10.25527	1.355	1.408	1.355	1.413	1.364	1.367	1.313	1.381
10.30103	1.361	1.415	1.362	1.419	1.371	1.373	1.318	1.386

**Tabla 4.8:** Continuación.

## Formación Estelar Continua —IMF: Scalo (1986)—

log(edad)	Z=0.0001		Z=0.0004		Z=0.004		Z=0.008	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.874	0.973	0.874	0.972	0.883	0.971	0.887	0.975
7.02000	0.971	1.033	0.927	0.999	0.992	1.033	0.964	1.024
8.00655	1.054	1.096	1.041	1.096	1.090	1.127	1.085	1.121
9.00655	1.249	1.244	1.262	1.262	1.311	1.325	1.310	1.332
9.30103	1.310	1.287	1.332	1.312	1.388	1.387	1.376	1.390
9.47712	1.339	1.307	1.373	1.336	1.424	1.414	1.410	1.422
9.60206	1.355	1.319	1.399	1.349	1.449	1.434	1.435	1.446
9.69897	1.365	1.324	1.417	1.357	1.468	1.450	1.454	1.464
9.77815	1.371	1.327	1.430	1.363	1.483	1.463	1.470	1.480
9.84510	1.374	1.329	1.439	1.367	1.496	1.474	1.484	1.493
9.90309	1.376	1.330	1.447	1.370	1.506	1.483	1.496	1.505
9.95424	1.376	1.330	1.454	1.373	1.515	1.491	1.507	1.516
10.00000	1.376	1.330	1.459	1.375	1.523	1.499	1.517	1.526
10.07918	1.374	1.330	1.468	1.379	1.537	1.512	1.534	1.543
10.14613	1.371	1.329	1.475	1.382	1.548	1.523	1.548	1.557
10.20412	1.367	1.327	1.481	1.385	1.559	1.533	1.561	1.570
10.25527	1.363	1.325	1.486	1.388	1.568	1.542	1.572	1.581
10.30103	1.359	1.322	1.490	1.390	1.577	1.550	1.582	1.592

## Formación Estelar Continua —IMF: Scalo (1986)—

log(edad)	Z=0.02†		Z=0.02††		Z=0.02†††		Z=0.05	
	D <sub>4000</sub>	C <sub>4000</sub>						
6.00000	0.889	0.972	0.889	0.972	0.891	0.942	0.889	0.964
7.02000	0.945	1.004	0.945	1.005	0.940	0.985	0.936	0.990
8.00655	1.078	1.115	1.078	1.117	1.081	1.091	1.071	1.100
9.00655	1.299	1.344	1.298	1.358	1.302	1.306	1.282	1.349
9.30103	1.355	1.406	1.355	1.422	1.363	1.368	1.343	1.426
9.47712	1.390	1.444	1.390	1.460	1.401	1.405	1.385	1.474
9.60206	1.418	1.475	1.418	1.489	1.431	1.435	1.417	1.510
9.69897	1.441	1.499	1.441	1.512	1.456	1.459	1.442	1.537
9.77815	1.461	1.520	1.461	1.532	1.477	1.479	1.464	1.560
9.84510	1.478	1.538	1.478	1.549	1.495	1.496	1.481	1.579
9.90309	1.493	1.554	1.493	1.564	1.511	1.511	1.496	1.594
9.95424	1.506	1.568	1.506	1.577	1.525	1.523	1.509	1.608
10.00000	1.517	1.580	1.518	1.589	1.537	1.535	1.520	1.620
10.07918	1.537	1.602	1.538	1.610	1.558	1.554	1.539	1.640
10.14613	1.553	1.619	1.554	1.626	1.575	1.570	1.555	1.657
10.20412	1.567	1.635	1.568	1.641	1.590	1.584	1.568	1.672
10.25527	1.580	1.648	1.580	1.654	1.603	1.596	1.580	1.685
10.30103	1.591	1.660	1.591	1.665	1.614	1.607	1.590	1.696

primeros tipos a desplazamientos al rojo tan elevados como  $z = 4.5$ . Esto facilitará encontrar respuesta a la pregunta de si ya existían poblaciones estelares viejas en épocas tan tempranas del Universo.

La calibración empírica presentada, y más concretamente las predicciones de los modelos de síntesis evolutiva de Bruzual y Charlot (1999), nos van a permitir enfrentarnos al estudio de las CCGs con la seguridad de que los índices de intensidad de líneas, nuestra herramienta de trabajo, están perfectamente calibrados y en el mismo sistema espectrofotométrico que las predicciones de los modelos.



# Capítulo 5

## Observaciones espectroscópicas de CCGs

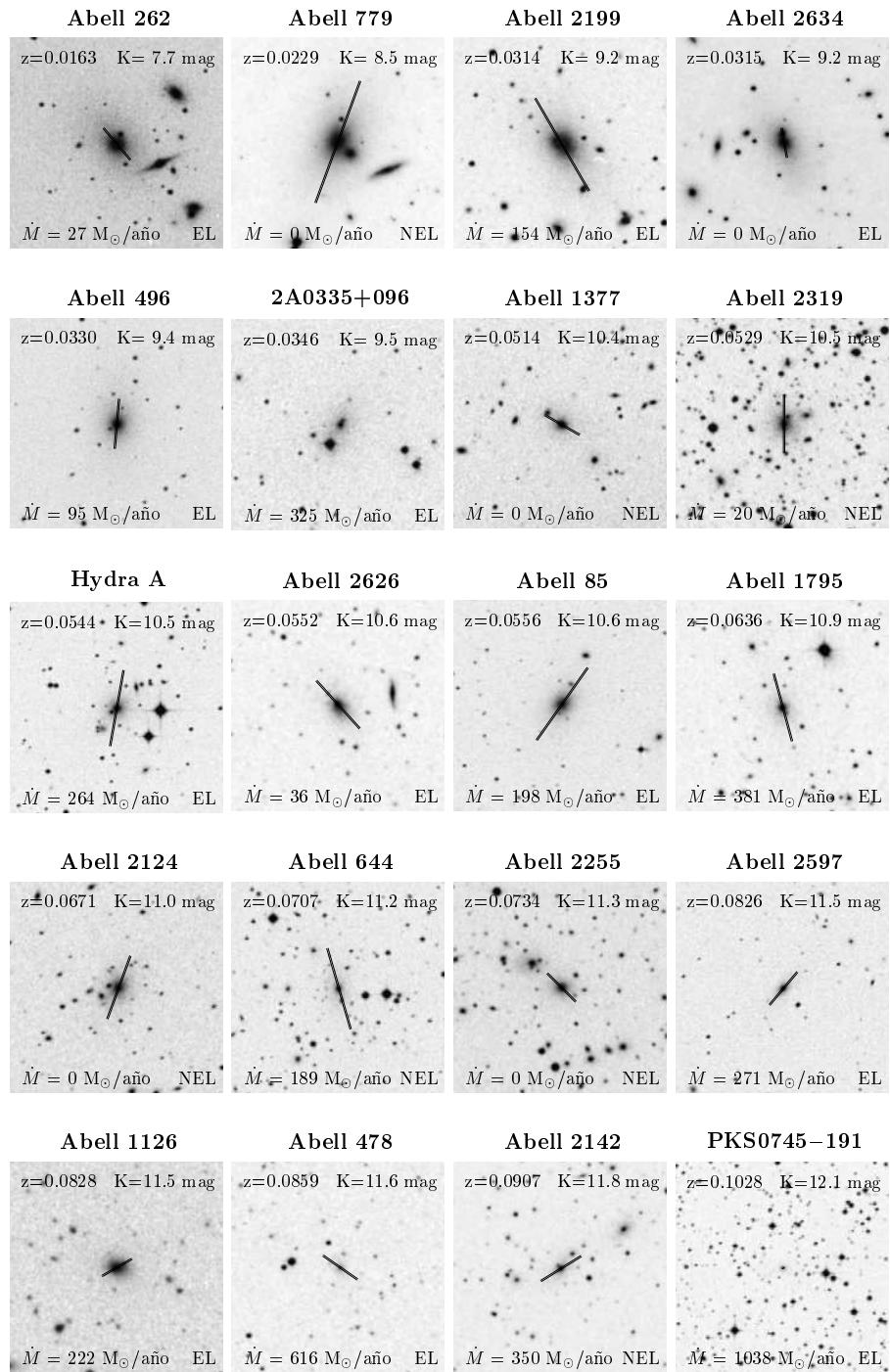
En este capítulo se describe la muestra de galaxias dominantes de cúmulo que constituye la base observacional del presente trabajo, así como las campañas de observación realizadas para completar dicha muestra. Para la reducción de las observaciones se ha empleado el paquete de reducción RED<sub>m</sub>E<sup>UC</sup>, descrito ya de forma general en el capítulo 3 de esta memoria. Aquí se presenta una discusión más particular de los detalles específicos de la reducción, en especial aquellos concernientes a la medida de gradientes de intensidad de líneas en galaxias, haciéndose hincapié en el cálculo de errores aleatorios y efectos sistemáticos. El análisis de la muestra se realiza a través del estudio de dos importantes características espectrales, el D<sub>4000</sub> (definido por Bruzual 1983) y el Mg<sub>2</sub> (ver definición en Faber et al. 1985). Ambos índices se observan como absorciones muy importantes en los espectros de galaxias elípticas, por lo que constituyen una excelente herramienta para estudiar las poblaciones estelares en galaxias de primeros tipos. Por último, se realiza una comparación entre los índices D<sub>4000</sub> y Mg<sub>2</sub> medidos con los valores publicados, por otros autores, para algunas galaxias de la muestra.

## 5.1 Muestra de objetos y campañas de observación

Dado que el objetivo de este trabajo es estudiar la posible existencia de formación estelar en CCGs y su relación con la presencia de *cooling flows* en los cúmulos que las albergan, se realizaron observaciones espectroscópicas de rendija larga en una amplia muestra de este tipo de galaxias. Asimismo, para obtener además información de la distribución espacial de dicha formación estelar, las observaciones exigieron la utilización de telescopios de gran diámetro y tiempos de integración elevados. En total se observaron 20 galaxias, siendo necesarias cinco campañas de observación en las que se emplearon dos telescopios distintos. Las observaciones fueron realizadas en noches grises y oscuras para facilitar la medida de gradientes. En la Tabla 5.1 se muestra una descripción detallada de cada campaña de observación, incluyendo los parámetros instrumentales más relevantes.

La selección de la muestra a observar se llevó a cabo siguiendo un criterio básico, el ritmo de deposición de masa, cuyo valor nos era conocido a partir de las medidas en rayos X realizadas y publicadas por otros autores. En el momento de iniciar este trabajo las mejores fuentes disponibles sobre ritmos de deposición de masa eran el catálogo de Arnaud (1988) y la pequeña recopilación de Heckman et al. (1989). Se seleccionaron, por tanto, CCGs en cúmulos que cubrían adecuadamente el intervalo observado de ritmos de deposición de masa, con valores tan elevados como el mostrado por la CCG del cúmulo PKS 0745–191, con  $\dot{M} \leq 1000 \text{ M}_\odot/\text{año}$ , e incluyendo, como objetos de comparación, 5 CCGs en cúmulos sin *cooling flow* ( $\dot{M} = 0 \text{ M}_\odot/\text{año}$ ). En la Tabla 5.2 se detalla la muestra completa de las 20 CCGs observadas, junto con algunos parámetros importantes de las galaxias y cúmulos que las albergan, así como las condiciones de observación. Por otro lado, en la Fig. 5.1 se presentan imágenes de  $5' \times 5'$  para todas las galaxias, obtenidas del *Digital Sky Survey*.

Aparte de las imágenes espectroscópicas de las CCGs, también se obtuvieron las correspondientes imágenes de calibración: *bias*, *darks*, *flatfields* y arcos de comparación. Asimismo se realizaron observaciones de estrellas estándares, para facilitar la calibración relativa en flujo, y estrellas brillantes de la librería de Lick/IDS (ver capítulo 4), especialmente gigantes de tipos espectrales G–K, para garantizar



**Figura 5.1** Imágenes de la muestra de CCGs extraídas del *Digital Sky Survey*. Cada imagen tiene unas dimensiones de  $5' \times 5'$ . Se ha superpuesto la posición de la rendija del espectrógrafo, cuya longitud indica la distancia máxima hasta la cual se ha medido el gradiente de  $D_{4000}$  en cada caso. El símbolo EL señala que la CCG muestra líneas de emisión en las regiones centrales, mientras que NEL indica lo contrario. Las galaxias se han ordenado por valor creciente del desplazamiento al rojo.

**Tabla 5.1:** Descripción de las campañas de observación en las que se obtuvieron los espectros de rendija larga de la muestra de CCGs. Se incluyen parámetros instrumentales relevantes, así como la resolución espectral resultante, obtenida a través de la medida de las anchuras a media altura de líneas aisladas en las imágenes de arcos de calibración.

	campaña 1	campaña 2
fechas de observación	16 feb. 1991	1–3 nov. 1991
telescopio	WHT 4.2m	WHT 4.2m
espectrógrafo	ISIS brazo azul	ISIS brazo rojo
detector	IPCS II	CCD EEV2
dispersión	1.21 Å/pixel	2.72 Å/pixel
intervalo en $\lambda$	3450–6650 Å	4600–7700 Å
resolución espectral	17 Å (FWHM)	16.0 Å (FWHM)
anchura rendija	2.1 "	2.0 "
escala espacial	1.20 "/pixel	0.34 "/pixel

	campaña 3	campaña 4	campaña 5
fechas de observación	8–10 jun. 1993	9–10 ago. 1994	17–19 dic. 1995
telescopio	CAHA 3.5m	CAHA 3.5m	WHT 4.2m
espectrógrafo	CTS	CTS	ISIS brazo azul
detector	CCD TEK 12	CCD TEK 12	CCD TEK 1
dispersión	3.46 Å/pixel	3.46 Å/pixel	2.90 Å/pixel
intervalo en $\lambda$	3750–7350 Å	3700–7240 Å	3740–6700 Å
resolución espectral	7.2 Å (FWHM)	8.1 Å (FWHM)	12.3 Å (FWHM)
anchura rendija	2.1 "	2.1 "	2.0 "
escala espacial	1.79 "/pixel	0.9 "/pixel	1.1 "/pixel

la conversión de los índices espetrales a un sistema fotométrico consistente con el de los modelos.

## 5.2 Reducción de las observaciones

La reducción de las observaciones se realizó con ayuda del paquete RED<sub>m</sub>E, descrito con anterioridad en esta memoria (capítulo 3). El tratamiento sufrido por las distintas imágenes durante el proceso de reducción se ha mostrado gráficamente en la Fig. 3.1. A grandes rasgos, los pasos seguidos con las imágenes de galaxias son los tradicionales en una reducción estándar de espectros de rendija larga:

(i) *Sustracción de la señal de bias y corriente de oscuridad.* La señal de *bias* se midió en las regiones de *over-* y *under-scan*, utilizando para ello el valor promedio en

**Tabla 5.2:** Descripción de la muestra de CCGs observadas. Se indica el nombre del cúmulo, la designación de la CCG (cuando ésta existe con una denominación común), las coordenadas medidas sobre las imágenes de las galaxias en el *Digital Sky Survey*, el desplazamiento al rojo, la magnitud en la banda K (estimada mediante la relación entre magnitud en K y desplazamiento al rojo, de Aragón-Salamanca, Baugh y Kauffmann 1998), el número de campaña de observación en la cual se observó la galaxia, el tiempo de exposición total y el ángulo de posición de la rendija del espectrógrafo. El símbolo † en la última columna indica que las observaciones fueron obtenidas entre nubes, mientras que el símbolo ‡ señala observaciones realizadas en noches grises.

nombre cúmulo	nombre CCG	a.r. (1950)	dec. (1950)	$z$	K (mag)	campaña	t. exp. (segundos)	A.P. (°)
A 85	...	00 39 18.7	-09 34 41	0.0556	10.6	5	7000	145
A 262	N 708	01 49 50.0	+35 54 22	0.0163	7.7	2	9000	40
2A 0335+096	...	03 35 57.0	+09 48 28	0.0346	9.5	2	10800	144†
A 478	...	04 10 40.7	+10 20 20	0.0859	11.6	5	14000	55
A 496	...	04 31 18.7	-13 21 56	0.0330	9.4	5	9000	175
PKS 0745-191	...	07 45 18.0	-19 10 14	0.1028	12.1	1	2000	55
A 644	...	08 14 59.0	-07 21 23	0.0704	11.2	2	6355	16†
						5	9000	16
Hydra A	...	09 15 41.2	-11 53 05	0.0544	10.5	5	8575	170
A 779	N 2832	09 16 44.0	+33 57 40	0.0229	8.5	5	7500	160
A 1126	...	10 51 11.0	+17 07 01	0.0828	11.5	1	6750	120†
						1	3000	120
A 1377	...	11 44 41.6	+56 00 28	0.0514	10.4	5	1800	60
A 1795	...	13 46 34.2	+26 50 25	0.0636	10.9	3	12570	15
A 2124	...	15 43 05.7	+36 15 54	0.0671	11.0	3	12200	160‡
A 2142	...	15 56 16.0	+27 22 33	0.0907	11.8	4	15000	122
A 2199	N 6166	16 26 55.7	+39 39 39	0.0314	9.2	3	9600	30‡
A 2255	...	17 12 09.7	+64 07 06	0.0734	11.3	4	12700	45
A 2319	...	19 19 36.7	+43 51 00	0.0529	10.5	3	12521	0‡
A 2597	...	23 22 43.7	-12 24 00	0.0826	11.5	5	3000	140
A 2626	...	23 33 59.5	+20 52 08	0.0552	10.6	4	12000	42
A 2634	N 7720	23 36 00.0	+26 45 01	0.0315	9.2	2	3285	10

esa zona y eliminando de la estadística los pixels cuya señal excedía 3 veces la desviación típica medida. La corriente de oscuridad se determinó utilizando exposiciones de imágenes sin iluminación, con tiempos de exposición variables entre 0 segundos (imágenes de *bias*) y 1800 segundos (que constituye el tiempo de exposición máximo utilizado). Tal y como pudo constatarse, los valores de corriente de oscuridad encontrados fueron muy pequeños (el valor máximo,  $2.4 \times 10^{-3}$  cuentas/segundo, se obtuvo para la campaña 1, con el detector EEV2).

(ii) *Eliminación de rayos cósmicos.* Esta tarea se efectuó con ayuda del programa `cleanest`, descrito en la sección 3.3.3. Dado que las exposiciones empleadas para las galaxias eran típicamente de 1800 segundos, el número de pixels afectados por rayos cósmicos es muy elevado (típicamente varios centenares). Dada la gran importancia de una correcta eliminación de este defecto en los espectros de las galaxias, la limpieza de rayos cósmicos se realizó de forma manual (con la ayuda de las opciones de búsqueda automática de `cleanest`) en las zonas del detector con señal de las galaxias, y de forma automática (aunque supervisada) en las regiones de cielo libres de señal de objetos de interés.

(iii) *División por imágenes de flatfield.* Se utilizaron exposiciones de *flatfield* de lámparas de tungsteno (y en algunas ocasiones exposiciones de cúpula), en las cuales es posible obtener un nivel de cuentas suficientemente elevado para realizar las correcciones necesarias para compensar la diferencia de respuesta a la iluminación entre pixel y pixel (corrección de alta frecuencia espacial). Asimismo, en todas las campañas se obtuvieron exposiciones de luz de crepúsculo para, tras la eliminación de la formapectral, utilizar la imagen suavizada resultante como corrección de las variaciones a gran escala (baja frecuencia espacial) de la respuesta del detector.

(iv) *Calibración en longitud de onda y corrección de distorsión C.* Simultáneamente a la calibración en longitud de onda, y utilizando la información bidimensional de la posición de las líneas de los arcos (ver descripción del programa `fitcdis` en la sección 3.3.11), se realizó la corrección de distorsión C de las imágenes. Típicamente, esta distorsión suele producir deformaciones en la posición de las líneas del orden de 1 pixel. Ajustando con polinomios la posición en la dirección espacial de cada una de las líneas de los arcos, esta deformación puede corregirse hasta garantizar deformaciones en las posiciones de las líneas por debajo de 0.1 pixels. La calibración en longitud de onda se realizó ajustando, mediante polinomios de 5º ó 7º grado, la posición de las líneas identificadas de los arcos en función de la longitud de onda.

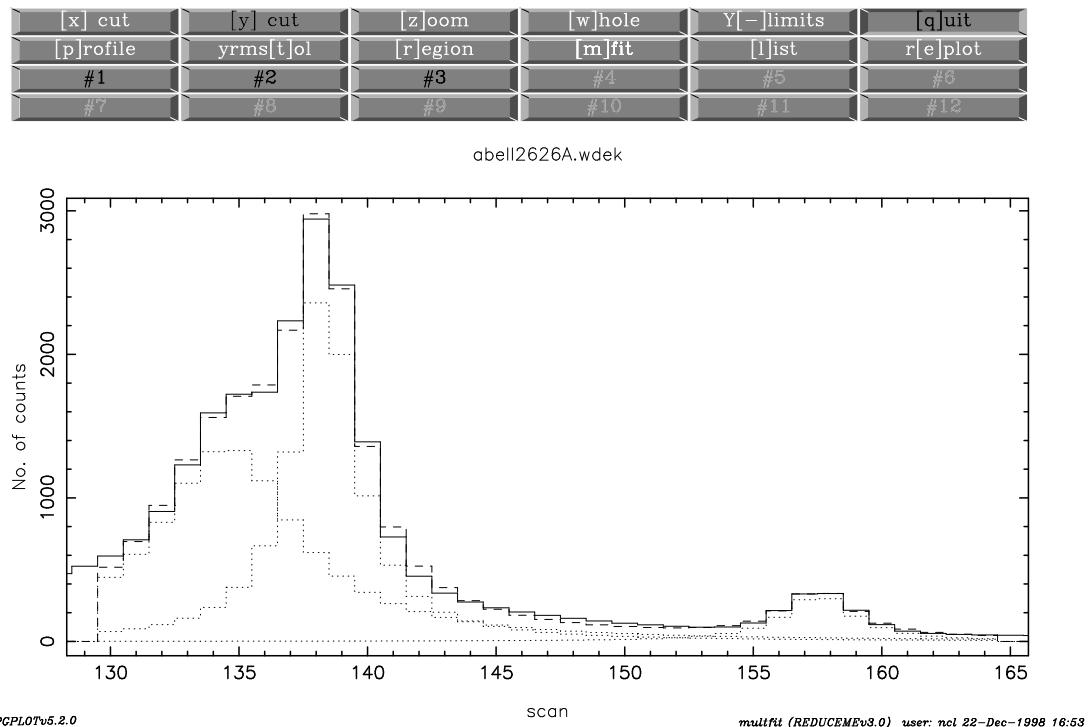
(v) *Corrección de extinción atmosférica e interestelar.* La corrección de extinción atmosférica fue realizada utilizando la curva de extinción de King (1985) para las campañas 1, 2 y 5, y la curva de extinción de Calar Alto para las campañas 3 y 4. El efecto de esta corrección es despreciable para el Mg<sub>2</sub> y generalmente pequeño para el D<sub>4000</sub> (como veremos en la sección 5.3.2, esta corrección es una fuente potencial de error sistemático en el D<sub>4000</sub>). Para la corrección de extinción interestelar se em-

**Tabla 5.3:** Coordenadas galácticas para la muestra de 20 CCGs y excesos de color, E(B–V), adoptados para cada objeto. Como puede apreciarse, el exceso de color es completamente despreciable, y la corrección de extinción interestelar innecesaria, en 7 galaxias.

nombre cúmulo	<i>l</i> (1950)	<i>b</i> (1950)	E(B–V) (mag)
A 85	115.24	−72.03	0.00
A 262	136.57	−25.09	0.05
2A 0335+096	176.26	−35.06	0.24
A 478	182.44	−28.29	0.21
A 496	209.59	−36.49	0.03
PKS 0745−191	236.44	+3.03	0.38
A 644	229.93	+15.29	0.09
Hydra A	242.93	+25.09	0.03
A 779	191.09	+44.39	0.03
A 1126	227.51	+60.96	0.00
A 1377	140.57	+59.15	0.00
A 1795	33.80	+77.18	0.00
A 2124	57.76	+52.30	0.00
A 2142	44.23	+48.69	0.03
A 2199	62.93	+43.69	0.00
A 2255	93.94	+34.96	0.03
A 2319	75.69	+13.51	0.09
A 2597	65.35	−64.85	0.00
A 2626	100.45	−38.43	0.03
A 2634	103.50	−33.08	0.05

pleó la curva promedio de extinción publicada por Savage y Mathis (1979), mientras que los excesos de color E(B–V) se extrajeron de los mapas de Burstein y Heiles (1982) —excepto para la CCG del cúmulo PKS 0745–191, que se encuentra muy cerca del plano galáctico y cuyo exceso de color se tomó de Romanishin (1987)—. Nuevamente, el índice de Mg<sub>2</sub> no se ve afectado por esta corrección, mientras que el D<sub>4000</sub> puede verse modificado alrededor de un 1% (en el caso extremo de la CCG de PKS 0745–191 el efecto de esta corrección es  $\Delta D_{4000} \simeq -0.20$  y  $\Delta Mg_2 \simeq -0.001$ ). En la Tabla 5.3 se muestran los valores de exceso de color adoptados para cada galaxia.

(vi) *Centrado espacial de los espectros.* Con la intención de obtener perfiles espaciales simétricos en la medida de los gradientes de D<sub>4000</sub> y Mg<sub>2</sub>, cada corte en la dirección espacial de las imágenes espectroscópicas de galaxias fueron desplazadas, en general por una fracción de pixel, en dicha dirección. La realización de este des-



**Figura 5.2** Obtención del centro de la CCG del cúmulo Abell 2626, con ayuda del programa **multfit**. El perfil de la galaxia (línea continua), ha sido reproducido (línea de trazos) como suma de tres perfiles de Cauchy (líneas de puntos). El perfil de la izquierda corresponde a la galaxia dominante del cúmulo.

plazamiento asegura, además, que la suma de diferentes exposiciones de los mismos objetos se realiza sin introducir una degradación en la resolución espacial. Este proceso se realizó con ayuda del programa **sdistor** (ver descripción en sección 3.3.11), que localiza el pico correspondiente al centro de la galaxia en función de la longitud de onda, ajusta dicha posición mediante un polinomio de grado bajo y, finalmente, traslada los espectros empleando la técnica descrita en detalle en la sección 3.3.2. En el caso de la CCG de cúmulo Abell 2626 este proceso no pudo realizarse directamente porque dos núcleos secundarios están presentes cerca del núcleo principal (el más próximo a tan sólo  $\sim 3.4''$ ). Por ello en esta galaxia, tras corregir la distorsión S de la imagen utilizando el núcleo secundario más brillante, se procedió a un ajuste simultáneo de tres perfiles de Cauchy (con ayuda del programa **multfit**), lo que nos permitió estimar la posición del núcleo de la CCG con una precisión de 0.1 pixel (error estimado teniendo en cuenta las variaciones obtenidas al variar las regiones utilizadas en el ajuste), suficiente para nuestros propósitos (ver Fig. 5.2).

(vii) *Sustracción del cielo.* Para cada imagen total de galaxia (obtenida tras sumar todas las imágenes individuales disponibles) se obtuvo una imagen de cielo mediante el ajuste, a los diferentes cortes espaciales de la imagen (correspondientes a cada pixel en dirección longitud de onda), de un polinomio de bajo grado (generalmente una constante o una recta), utilizando una o varios regiones libres de señal de galaxia. Como se discutirá en la sección 5.4.2, este paso puede constituir una importante fuente de error sistemático.

(viii) *Extracción de los espectros finales.* En las partes exteriores de las galaxias se sumaron los espectros necesarios para garantizar errores aleatorios máximos de  $\Delta D_{4000} \simeq 0.15$  y  $\Delta Mg_2 \simeq 0.025$  mag. Esta labor se realizó con ayuda del programa **snratio** (ver sección 3.3.11).

(ix) *Calibración en flujo.* Aunque la medida de índices espectrales como el  $D_{4000}$  y el  $Mg_2$  no requieren una calibración en flujo absoluta, estas características espectrales son sensibles a la forma del continuo, por lo que una calibración en flujo relativa es imprescindible. Con tal propósito, en cada campaña se observaron estrellas estándares espectrofotométricas de las librerías de Massey et al. (1988) y Oke (1990). Los espectros obtenidos fueron reducidos, divididos por los espectros calibrados y publicados en la literatura, y las curvas resultantes se ajustaron mediante *splines* (ver descripción del programa **fcalspl** en sección 3.3.11), que finalmente se utilizaron como curva respuesta.

(x) *Medida de índices espectrales.* Las medidas finales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  se obtuvieron con la ayuda del programa **index** (ver sección 3.3.10), el cual, además de la medida de los índices, realiza el cálculo de los errores aleatorios debido a la propagación del ruido fotónico y ruido de lectura durante la reducción, y estima los errores aleatorios generados por errores en la calibración en flujo y por incertidumbres en la velocidad radial.

Dado que el proceso descrito se ha realizado con un tratamiento en paralelo de imágenes de datos y errores, esto ha permitido obtener una estimación muy precisa de la propagación del ruido fotónico y del ruido de lectura durante la manipulación de las imágenes. Este punto es fundamental, sobre todo cuando se pretende obtener información de las regiones exteriores de las galaxias, donde la relación señal/ruido es baja.

## 5.3 Errores aleatorios

### 5.3.1 Ruido fotónico y ruido de lectura

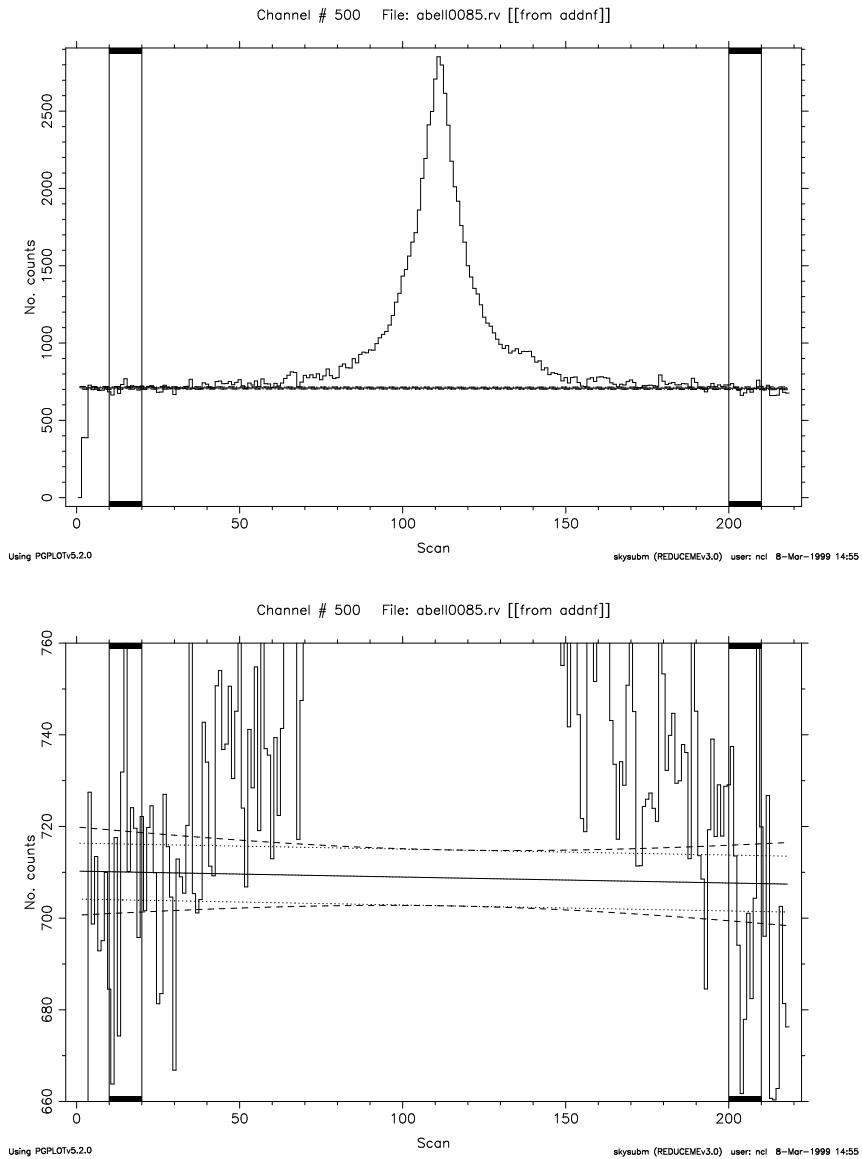
Salvo en las regiones centrales de las galaxias observadas con mayor tiempo de exposición, los errores aleatorios en la medida del  $D_{4000}$  y del  $Mg_2$  están dominados por esta fuente de error, como se comprobará más abajo. El ruido fotónico y el ruido de lectura son considerados desde el inicio del proceso de reducción. Con este fin, para cada imagen de datos se construye una imagen auxiliar de errores, utilizando para ello la Eq. 2.14. Desde ese momento, todas las manipulaciones aritméticas efectuadas sobre las imágenes de datos son trasladadas adecuadamente (utilizando la ley de propagación de errores) a las imágenes de errores. RED<sub>m</sub>E facilita esta tarea porque los programas que realizan operaciones aritméticas permiten el tratamiento en paralelo de las imágenes de datos y errores. Un ejemplo de esta técnica se muestra en la Fig. 5.3.

### 5.3.2 Calibración en longitud de onda y distorsión C

Los espectros fueron transformados a una escala lineal en longitud de onda empleando típicamente  $\sim 35$  líneas de arcos de comparación. Las desviaciones típicas residuales en los ajustes de las posiciones de estas líneas mediante polinomios fueron  $0.5\text{--}1.0$  Å. Sin embargo, considerando el gran número de líneas ajustadas, la calibración en longitud de onda y corrección de distorsión C se ha realizado siempre con errores  $\lesssim 0.2$  Å. Estas desviaciones coinciden plenamente con las diferencias obtenidas al realizar correlación cruzada de los espectros centrales de exposiciones independientes de las mismas galaxias. Las incertidumbres mencionadas tienen un efecto despreciable en los índices, dado que se traducen en errores  $\Delta D_{4000} < 0.01$  y  $\Delta Mg_2 < 0.001$  para las cinco campañas de observación.

### 5.3.3 Cálculo de velocidades radiales

Las velocidades radiales de las galaxias fueron calculadas realizando correlación cruzada de los espectros centrales de las propias galaxias con espectros de estrellas de referencia. Estas estrellas, generalmente gigantes de tipos espetrales G y K, fueron corregidas de su propia velocidad radial (generalmente muy pequeña) antes de ser



**Figura 5.3** Ejemplo de propagación de errores aleatorios aplicado a la sustracción del cielo. El programa `skysubm`, utilizado en este paso de la reducción, realiza un ajuste polinómico a cada corte espacial de la imagen (correspondiente a cada pixel en la dirección longitud de onda), trasladando este ajuste a las imágenes de errores, teniendo en cuenta el error en cada pixel. En esta figura se muestra el caso particular de la sustracción del cielo en la CCG del cúmulo Abell 85 (se dibuja el corte espacial para  $\lambda = 5187.1 \text{ \AA}$ ). Se han seleccionado dos regiones para determinar la señal de cielo (región 1: pixels 10–20; región 2: pixels 200–210), y se ha elegido un polinomio de grado 1 para ajustar dicha señal. En la imagen inferior se muestra una ampliación del ajuste, en el que la línea continua es la señal de cielo determinada para la longitud de onda representada, mientras que las líneas de puntos y discontinua corresponden al error calculado ( $\pm 1\sigma$ ) utilizando una fórmula aproximada y simulaciones numéricas, respectivamente. Conviene destacar que el error en el ajuste del cielo se traduce en un error variable en la dirección espacial, teniendo un mínimo cerca de la posición del centro de la galaxia.

utilizadas. El empleo de diferentes estrellas ha permitido derivar una estimación del error aleatorio introducido por el método. Las desviaciones típicas obtenidas fueron  $\sim 20 \text{ km s}^{-1}$ , que conducen a errores en los índices tan pequeños como los correspondientes a la calibración en longitud de onda. Como indicación, un error de  $200 \text{ km s}^{-1}$  se convierte típicamente en  $\Delta D_{4000} \simeq 0.02$  y  $\Delta Mg_2 \simeq 0.004$  mag.

### 5.3.4 Calibración en flujo

Como ya se ha mencionado con anterioridad, en cada campaña de observación se obtuvieron varios espectros de estrellas estándar con medidas espectrofotométricas disponibles en la literatura (salvo en la campaña 1, en la cual sólo se observó 1 estrella estándar). Las distintas curvas de calibración en flujo derivadas fueron promediadas para obtener una curva de calibración única para cada campaña de observación. Las diferencias en las medidas de los índices, obtenidas al utilizar las curvas individuales, fueron utilizadas para estimar (a partir de la desviación típica de dichas medidas) el error aleatorio introducido por la calibración el flujo. Aunque estos errores varían de objeto a objeto (debido a la distinta velocidad radial de las galaxias), los valores promedio para cada campaña resultan ser: campaña 2 (con 3 estándares observadas),  $\Delta D_{4000} \simeq 0.01$ ,  $\Delta Mg_2 \simeq 0.004$ ; campaña 3 (7 estándares),  $\Delta D_{4000} \simeq 0.04$ ,  $\Delta Mg_2 \simeq 0.008$ ; campaña 4 (4 estándares),  $\Delta D_{4000} \simeq 0.03$ ,  $\Delta Mg_2 \simeq 0.004$ ; y campaña 5 (4 estándares),  $\Delta D_{4000} \simeq 0.02$ ,  $\Delta Mg_2 \lesssim 0.001$ .

## 5.4 Efectos sistemáticos

Desafortunadamente los errores sistemáticos constituyen una fuente muy importante de incertidumbre en la medida de características spectrales. Al contrario de lo que sucede con los errores aleatorios, su evaluación y eliminación resultan mucho más difíciles.

### 5.4.1 Resolución espectral y dispersión de velocidades

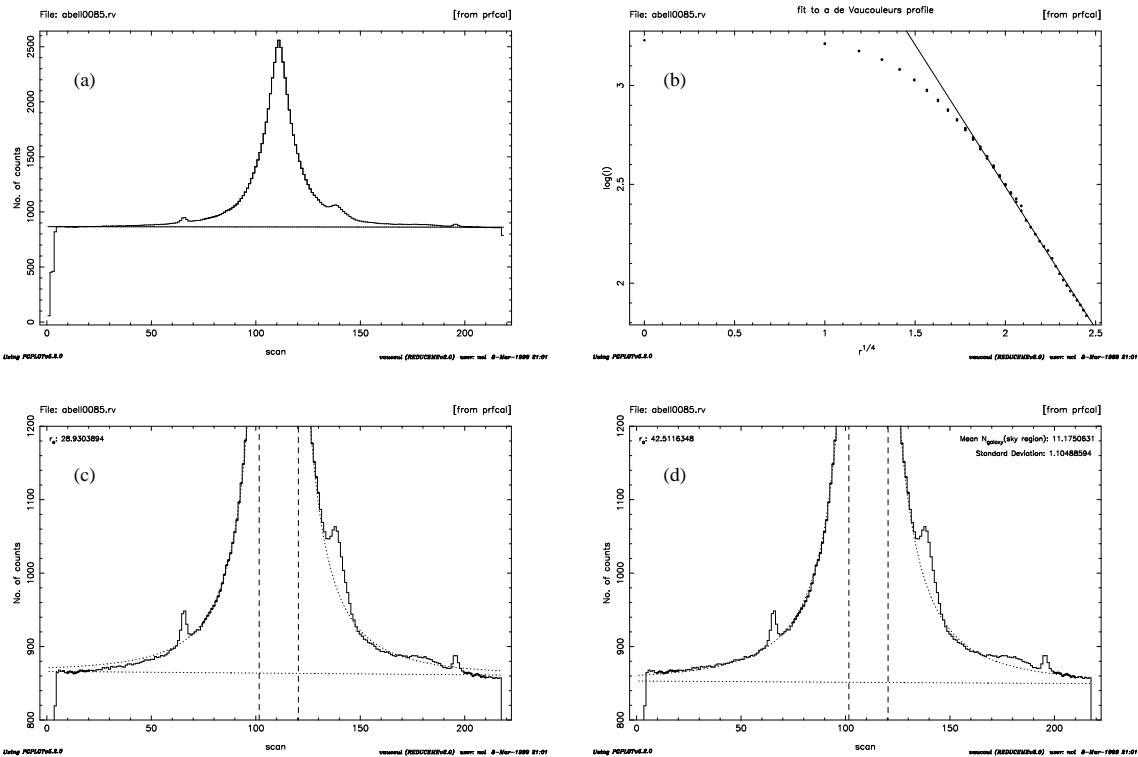
El  $D_{4000}$ , definido utilizando bandas muy anchas, es completamente insensible a este tipo de efecto (ver sección 4.5.2). El  $Mg_2$  es bastante insensible a correcciones de resolución espectral y de dispersión de velocidades, tal y como han mostrado Gorgas,

Efstathiou y Aragón-Salamanca (1990), González (1993), y Carollo, Danziger y Buson (1993). Por tanto, en este trabajo no hemos realizado ninguna corrección de este tipo a las medidas del  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ .

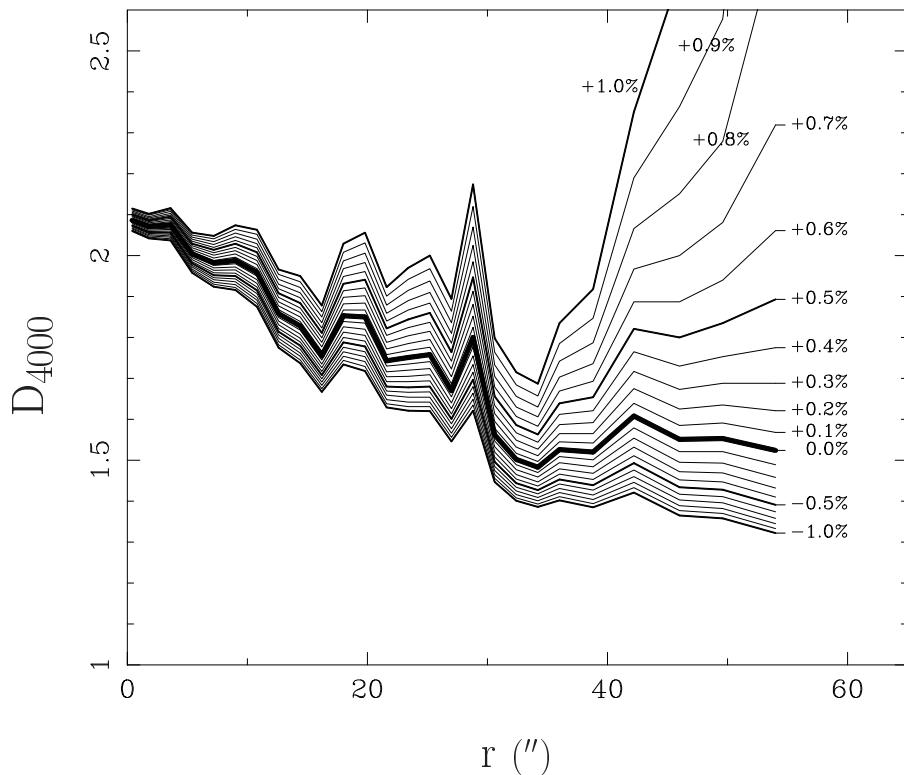
### 5.4.2 Sustracción del cielo

Dado que en la medida de gradientes los índices espectrales se obtienen en regiones alejadas del centro de las galaxias, donde la señal representa tan sólo una pequeña fracción del fondo del cielo, la sustracción de éste constituye una de las más importantes fuentes de error sistemático. Asimismo, y considerando el gran tamaño de las CCGs y la limitada longitud de la rendija de los espectrógrafos empleados, las regiones utilizadas para estimar el nivel de cielo se encuentran suficientemente cerca de las galaxias como para que en dichas regiones pueda tener importancia la señal de dichos objetos. Este efecto ha sido corregido utilizando ajustes de leyes de *de Vaucouleurs* (de Vaucouleurs 1948) a los perfiles de las galaxias. En los casos necesarios, a la imagen inicial de cielo se le ha sustraído un espectro promedio de la galaxia (típicamente obtenido de regiones alejadas del centro de los objetos), escalado al número de cuentas esperado de la galaxia en las regiones donde se midió el cielo (ver Fig. 5.4). El efecto de esta corrección ha sido siempre relativamente pequeño ( $\sim 10\text{--}20\%$  del error aleatorio).

Aunque es imposible obtener, a priori, una buena determinación de la calidad de la sustracción del cielo, es posible determinar una cota superior de este error mediante la utilización de imágenes de cielo multiplicadas por factores cercanos a la unidad. Cuando estos factores son excesivamente grandes, las líneas de cielo, deficientemente eliminadas, aparecen en los espectros de las galaxias. De esta forma, podemos garantizar que la sustracción del cielo se ha realizado con un error relativo máximo inferior a un 1% por ciento. Con la intención de visualizar cuál es el efecto de errores de este orden de magnitud, en la Fig. 5.5 mostramos la medida del  $D_{4000}$  a lo largo del radio en la CCG del cúmulo Abell 2199, y el efecto que en dicha medida tiene el variar la señal de cielo  $\pm 1\%$ , utilizando un paso constante de 0.1%. Tal y como cabe esperar, la sobre-estimación del cielo conduce a índices muy altos, mientras que éstos son tan sólo moderadamente bajos cuando el cielo es subestimado. El mismo resultado se obtiene al realizar este proceso con el índice  $Mg_2$ . Por tanto, y como receta de trabajo, índices anormalmente elevados en las partes exteriores de



**Figura 5.4** Estimación de la señal de la galaxia en las regiones en las que se mide el cielo con la ayuda del programa `vaucoul` (en este ejemplo se muestra el caso de la CCG del cúmulo Abell 85). En el panel (a) se representa el corte espacial promedio de la imagen antes de la sustracción del cielo. Inicialmente se calcula el número de cuentas del cielo utilizando las regiones definidas entre los pixels [10,20] y [200,210] (ver también Fig. 5.3). A continuación se realiza un ajuste por mínimos cuadrados a un perfil de *de Vaucouleurs*,  $I(r) = I_0 10^{-3.33} [(r/r_e)^{1/4} - 1]$ , excluyendo puntos cercanos al centro de la galaxia —panel (b), donde la línea continua es el ajuste a los puntos con  $r^{1/4} > 1.75$  pixels—. Esta primera estimación del perfil, sumada al valor inicial de la señal de cielo, conduce a una sobre-estimación de la señal total en las regiones exteriores de la galaxia —panel (c)—. Usando este ajuste inicial como punto de partida, es posible obtener, por mínimos cuadrados, el mejor ajuste a los datos de la suma de un perfil  $r^{1/4}$  más una recta —panel (d)—. En este ajuste refinado se excluyen las regiones de la galaxia con señal alterada debido a la presencia de otros objetos (como núcleos secundarios), así como el núcleo de la galaxia (delimitado por las líneas de trazos verticales). Finalmente se deduce el número promedio de cuentas en la región que va a utilizarse para la sustracción del cielo. Posteriormente se utiliza esta información para escalar un espectro de la galaxia que será sustraído a la imagen de cielo.



**Figura 5.5** Efecto de la existencia de un error sistemático en la sustracción del cielo en la medida del gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2199. La línea de trazo más grueso indica el gradiente medido (promediado a ambos lados de la galaxia). Las líneas de trazo intermedio y fino representan el gradiente que se obtiene al variar la señal del cielo en  $\pm 1\%$ , con un paso constante de 0.1%.

las galaxias pueden indicar la utilización de un nivel de cielo erróneamente alto.

### 5.4.3 Transformación de los índices a un mismo sistema espectrofotométrico

Dado que el objetivo de este trabajo es comparar las medidas de índices espectrales con predicciones de modelos de síntesis evolutiva, hemos de garantizar que tanto las observaciones como los valores de los modelos están dados en un mismo sistema espectrofotométrico.

**(i) El índice D<sub>4000</sub>**

Como las predicciones del D<sub>4000</sub> que vamos a utilizar en este trabajo se obtienen aplicando la calibración empírica descrita en detalle en el capítulo 4, el sistema espectrofotométrico adecuado para este índice es precisamente el definido por nosotros al realizar dicha calibración. De las cinco campañas involucradas en la observación de CCGs, cuatro de ellas lo fueron también de estrellas de la librería de Lick/IDS utilizadas para la determinación de la mencionada calibración empírica. En la sección 4.5.3 (ver también Tabla 4.5) ya calculamos las diferencias sistemáticas en la medida del D<sub>4000</sub> en estrellas para las distintas campañas ( $\delta D_{4000} = +0.014, -0.231, -0.369$  y  $-0.007$  para las campañas 2, 3, 4 y 5, respectivamente). Una de las posibles fuentes de estas diferencias reside en la corrección de extinción atmosférica, especialmente importante en el caso del D<sub>4000</sub>. Dicha corrección se efectuó utilizando las curvas de extinción promedio de cada observatorio, con lo que probablemente los espectros corregidos de extinción presenten errores sistemáticos de calibración en flujo, especialmente en la banda azul del índice. Como las galaxias presentan velocidades radiales que desplazan las bandas del D<sub>4000</sub> a longitudes de onda mayores, cabe esperar que las diferencias espectrofotométricas entre campañas sean inferiores en el caso de las galaxias que en el de las estrellas. Para verificar esta hipótesis, se procedió a la obtención de curvas de corrección de calibración en flujo mediante la división de los espectros de estrellas en común entre las campañas de observación de CCGs y la campaña de referencia en la calibración empírica del D<sub>4000</sub>. Efectivamente, las curvas iniciales obtenidas muestran claras diferencias sistemáticas en la región más azul del espectro, como puede apreciarse en la Fig. 5.6. La aplicación de la curva promedio como corrección de segundo orden a la calibración en flujo de las propias estrellas conduce a unos índices en perfecta consonancia con los valores medidos en la campaña de referencia. Una vez garantizada la calidad de la corrección de errores sistemáticos en la calibración en flujo de las estrellas, es posible utilizar las curvas obtenidas para derivar una estimación del error sistemático en la medida del D<sub>4000</sub> en las galaxias, considerando el desplazamiento al rojo de las bandas del índice debido a la velocidad radial de estos objetos. Para ello basta con aplicar las velocidades radiales de cada galaxia a espectros de estrellas, y obtener la variación de los índices al utilizar las curvas correctoras de la calibración en flujo. Como cabía esperar, las variaciones en los índices,  $\delta D_{4000}$ , resultan inferiores a las derivadas para

**Tabla 5.4:** Correcciones en  $D_{4000}$  para transformar los índices de las campañas 3 y 4 a un sistema espectrofotométrico homogéneo. La última columna indica el error en el factor de corrección.

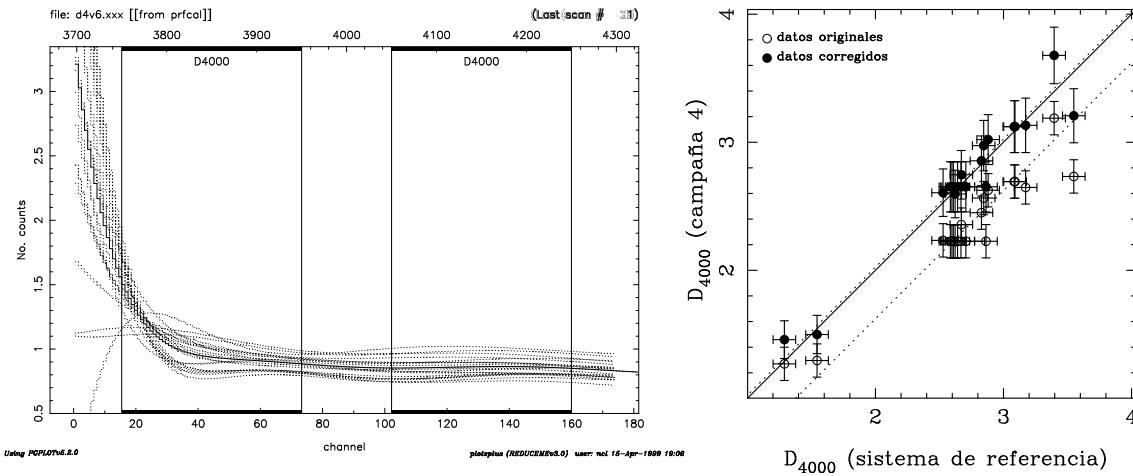
campaña	objeto	$\delta D_{4000}$	$\Delta[\delta D_{4000}]$
3	A 1795	-0.11	0.04
3	A 2124	-0.14	0.05
3	A 2199	-0.15	0.06
3	A 2319	-0.14	0.05
4	A 2142	-0.12	0.02
4	A 2255	-0.14	0.02
4	A 2626	-0.11	0.02

las estrellas a velocidad radial cero. De hecho, en las campañas 2 y 5 los valores de  $\delta D_{4000}$  son consistentes con cero, por lo que no se aplicará ninguna corrección a las galaxias observadas en ellas. Para las otras dos campañas, los valores deducidos para corregir los índices de  $D_{4000}$  para cada galaxia se dan en la Tabla 5.4.

Estas diferencias sistemáticas han sido aplicadas a todas las medidas de las galaxias correspondientes. Asimismo, el error  $\Delta[\delta D_{4000}]$  ha sido añadido cuadráticamente al error aleatorio final de los índices. Como, desafortunadamente, en la campaña 1 no se observó ninguna estrella de referencia, no es posible obtener el valor de  $\delta D_{4000}$  para las CCGs de los cúmulos Abell 1126 y PKS 0745–191, por lo que en estos objetos existirá una incertidumbre extra en el valor absoluto del  $D_{4000}$ .

## (ii) El índice $Mg_2$

En el caso del  $Mg_2$  los modelos que vamos a utilizar (ver sección 6.1.2) emplean las funciones empíricas derivadas por Gorgas et al. (1993) y Worthey et al. (1994) a partir de observaciones de la librería de Lick/IDS. Es importante recordar que los espectros estelares de esta librería fueron calibrados en flujo utilizando una lámpara de tungsteno como referencia y, por tanto, es de esperar que exista alguna diferencia entre los valores de  $Mg_2$  publicados en dicha librería y las medidas obtenidas mediante una calibración en flujo a partir de estrellas estándar espectrofotométricas. Por otro lado, y al contrario de lo que sucede con el índice  $D_{4000}$ , la corrección de extinción produce incertidumbres mucho menores en la calibración en flujo. Esto es debido a que esta corrección se traduce en un cambio aproximadamente lineal en la



**Figura 5.6 Izquierda:** Ajustes polinómicos (grado 5°–7°) a los cocientes de espectros de estrellas en común entre la campaña 4 y la campaña de referencia espectrofotométrica (campaña 6 del capítulo 4). Se dibujan asimismo las bandas que definen el índice  $D_{4000}$ . La curva continua es el promedio de las 20 curvas individuales disponibles. Se aprecia un claro efecto sistemático en la región más azul del espectro, lo que se traduce en un error, también sistemático, en la medida del  $D_{4000}$ . **Derecha:** Medidas del  $D_{4000}$  en las estrellas de la campaña 4, antes y después de aplicar la curva promedio mostrada en la figura de la izquierda. La corrección de los índices resulta completa dentro de los errores aleatorios (las diferencias en el  $D_{4000}$  antes y después de corregir son  $\delta D_{4000} = -0.38 \pm 0.04$  y  $\delta D_{4000} = +0.02 \pm 0.05$ , respectivamente).

calibración en flujo del espectro<sup>1</sup>. Dado que es de esperar que las discrepancias entre los índices de  $Mg_2$  en la librería de Lick/IDS y los medidos en este trabajo tampoco sean muy grandes, vamos a utilizar las diferencias sistemáticas promedio, derivadas

<sup>1</sup>Es fácil comprobar que los índices moleculares y atómicos son insensibles a cambios en la calibración en flujo provocados por un polinomio de primer grado. En concreto, en el caso de los índices moleculares podemos escribir éstos de forma aproximada mediante

$$I_m \approx -2.5 \log_{10} \left[ \frac{F_{\text{cent}}}{F_{\text{cont}}} \right],$$

donde  $F_{\text{cent}}$  y  $F_{\text{cont}}$  son, respectivamente, el flujo del espectro y del continuo, evaluados en el centro de la banda central. Si el cociente entre dos espectros es una línea recta,

$$F(\lambda)_1/F(\lambda)_2 = a + b\lambda, \quad \forall \lambda, \quad \text{con } a \text{ y } b \text{ constantes,}$$

se deduce fácilmente que las medidas de un mismo índice molecular en ambos espectros verifican

$$\frac{I_{m,1} - I_{m,2}}{-2.5} \approx \log_{10} \left[ \frac{F_{\text{cent},1}/F_{\text{cent},2}}{F_{\text{cont},1}/F_{\text{cont},2}} \right] = \log_{10} \left[ \frac{a + b\lambda_c}{a + b\lambda_c} \right] = 0,$$

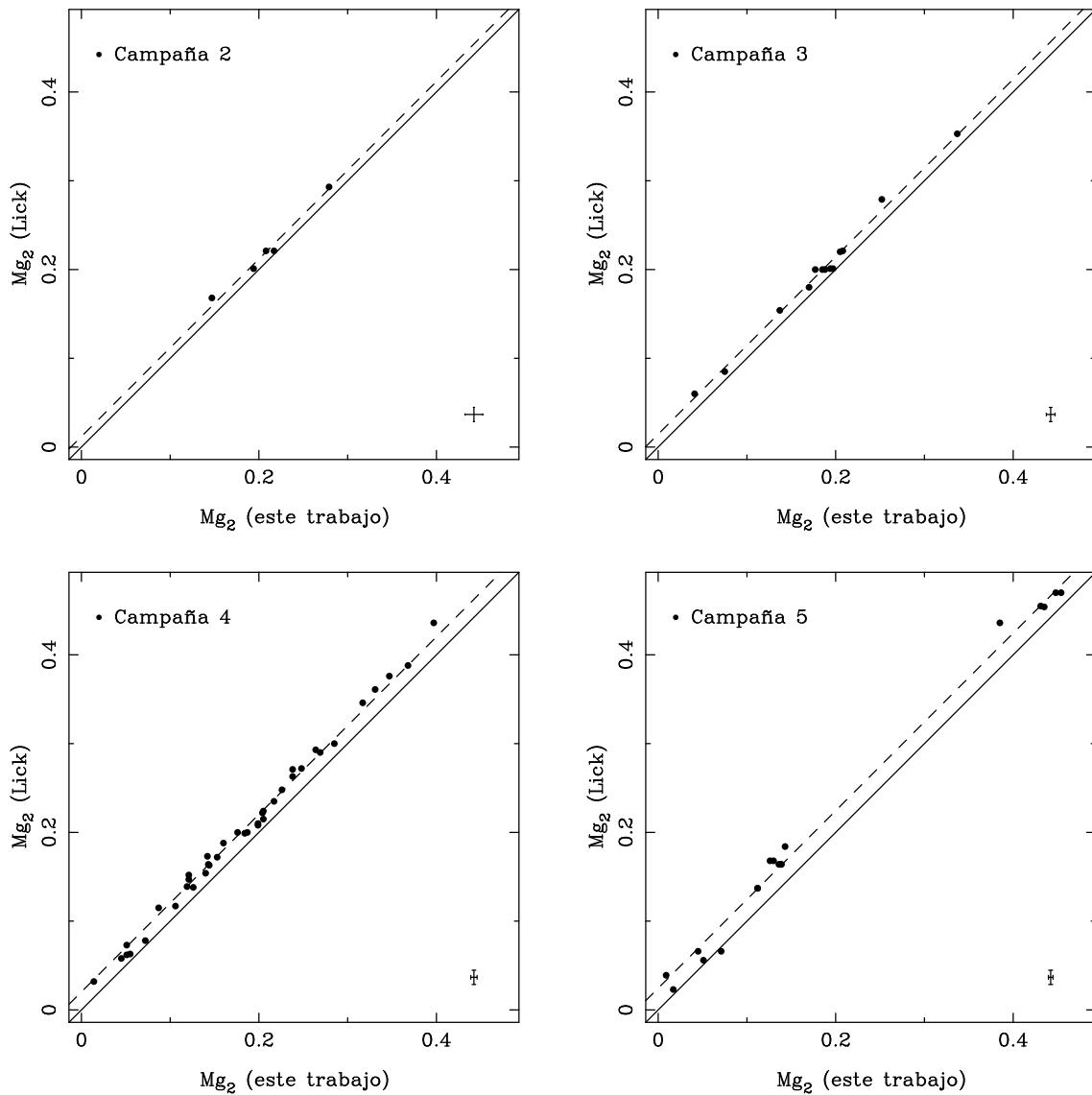
con  $\lambda_c$  la longitud de onda central de la banda central. Por tanto,  $I_{m,1} = I_{m,2}$ .

**Tabla 5.5:** Correcciones en Mg<sub>2</sub> para transformar los índices de las diferentes campañas a un sistema espectrofotométrico homogéneo. Se indica el número de estrellas de la librería de Lick/IDS observadas en cada caso, las diferencias promedio en el índice, la desviación típica y el error en la media.

campaña	número de estrellas	$\langle \text{Mg}_2^{\text{Lick}} - \text{Mg}_2 \rangle$	desviación típica	error en $\langle \text{Mg}_2^{\text{Lick}} - \text{Mg}_2 \rangle$
2	5	0.012	0.007	0.003
3	13	0.014	0.006	0.002
4	39	0.020	0.008	0.001
5	18	0.024	0.014	0.003
1	—	0.019	—	0.003

a través de la comparación de estrellas en común, para corregir los valores de Mg<sub>2</sub> en las galaxias, independientemente de su velocidad radial.

Salvo en la campaña 1, en las demás se midió el índice Mg<sub>2</sub> en un gran número de estrellas incluidas en la librería de Lick/IDS (en concreto 5, 13, 39 y 18 estrellas en las campañas 2, 3, 4 y 5, respectivamente). Tal y como es fácil de apreciar en la Fig. 5.7, existen diferencias sistemáticas entre las medidas de Mg<sub>2</sub> realizadas y los datos publicados por Gorgas et al. (1993). En particular, encontramos las diferencias medias mostradas en la Tabla 5.5. Considerando el número de estrellas disponibles y la desviación típica obtenida en cada caso, las diferencias encontradas son todas estadísticamente distintas de cero con un nivel de significación  $\alpha < 0.05$  (aplicando un contraste de hipótesis con un test *t* de Student). Las diferencias obtenidas en Mg<sub>2</sub> respecto al sistema de Lick son similares a las encontradas por otros autores: por ejemplo 0.017 mag (Davies, Sadler y Peletier 1993; González 1993), ó 0.010 mag (Carollo y Danziger 1994). Para la campaña 1 se ha realizado un promedio pesado con errores de los valores de  $\langle \text{Mg}_2^{\text{Lick}} - \text{Mg}_2 \rangle$  de las restantes 4 campañas. Los índices de Mg<sub>2</sub> presentados más adelante en este capítulo estarán corregidos de estas diferencias (y los errores aleatorios incrementados cuadráticamente por el error en  $\langle \text{Mg}_2^{\text{Lick}} - \text{Mg}_2 \rangle$  correspondiente).



**Figura 5.7** Comparación de medidas de  $Mg_2$  en estrellas de la librería de Lick/IDS en diferentes campañas de observación, frente a los valores publicados por el grupo de Lick (Gorgas et al. 1993). Las barras de error en la esquina inferior derecha muestran los errores aleatorios típicos (notar que se ha empleado la misma escala en los cuatro paneles). Las líneas de trazo indican la diferencia sistemática promedio en cada caso (ver Tabla 5.5). En la Tabla 5.6 se presentan las medidas individuales de todas las estrellas mostradas en esta figura.

**Tabla 5.6:** Comparación de medidas de Mg<sub>2</sub> en estrellas de referencia con índices publicados por Gorgas et al. (1993) (Mg<sub>2</sub><sup>Lick</sup>). Algunas estrellas fueron observadas varias veces en la misma campaña y en campañas diferentes. Esta comparación se muestra gráficamente en la Fig.5.7.

Nombre de la estrella	campaña	Mg <sub>2</sub> <sup>Lick</sup>	Mg <sub>2</sub>	Mg <sub>2</sub> <sup>Lick</sup> –Mg <sub>2</sub>
HD 4614	4	0.078	0.072 ± 0.005	0.006
HD 5395	4	0.152	0.121 ± 0.003	0.031
HD 6203	4	0.200	0.187 ± 0.003	0.013
HD 7010	3	0.180	0.170 ± 0.005	0.010
HD 10476	4	0.271	0.238 ± 0.004	0.033
HD 10780	4	0.208	0.199 ± 0.004	0.009
HD 11004	3	0.085	0.075 ± 0.005	0.010
HD 13783	4	0.138	0.126 ± 0.004	0.012
HD 17709	5	0.436	0.385 ± 0.002	0.051
HD 19373	4	0.115	0.087 ± 0.003	0.028
HD 19445	4	0.032	0.014 ± 0.003	0.018
HD 19476	4	0.188	0.160 ± 0.003	0.028
HD 20893	2	0.293	0.279 ± 0.010	0.014
"	4	"	0.264 ± 0.004	0.029
HD 23439A	4	0.215	0.205 ± 0.003	0.010
HD 23439B	4	0.376	0.347 ± 0.005	0.029
HD 27371	4	0.164	0.143 ± 0.003	0.021
HD 27697	4	0.173	0.142 ± 0.003	0.031
HD 28307	4	0.163	0.144 ± 0.003	0.019
HD 30652	4	0.062	0.051 ± 0.003	0.011
HD 34411	4	0.117	0.106 ± 0.003	0.011
HD 35620	4	0.361	0.331 ± 0.005	0.030
HD 72184	3	0.279	0.252 ± 0.005	0.027
HD 73665	2	0.168	0.147 ± 0.010	0.021
"	5	"	0.126 ± 0.001	0.042
"	5	"	0.130 ± 0.001	0.038
HD 73710	5	0.184	0.143 ± 0.001	0.041
HD 74377	5	0.454	0.435 ± 0.007	0.019
HD108177	5	0.039	0.009 ± 0.004	0.030
HD117176	5	0.137	0.112 ± 0.002	0.025
"	5	0.137	0.112 ± 0.002	0.025
HD125454	5	0.164	0.138 ± 0.005	0.026
"	5	0.164	0.139 ± 0.003	0.025
"	5	0.164	0.136 ± 0.001	0.028
HD135722	4	0.147	0.121 ± 0.003	0.026
HD140573	4	0.272	0.248 ± 0.004	0.024
HD141680	3	0.154	0.137 ± 0.004	0.017
"	4	"	0.140 ± 0.003	0.014
HD142091	4	0.235	0.217 ± 0.003	0.018
HD142980	4	0.300	0.285 ± 0.003	0.015
HD143107	4	0.248	0.226 ± 0.004	0.022
HD145148	4	0.290	0.269 ± 0.004	0.021
HD145328	4	0.222	0.204 ± 0.004	0.018

**Tabla 5.6:** (*continuación*)

Nombre de la estrella	campaña	$Mg_2^{\text{Lick}}$	$Mg_2$	$Mg_2^{\text{Lick}} - Mg_2$
HD147379A	5	0.470	$0.448 \pm 0.002$	0.022
"	5	0.470	$0.454 \pm 0.004$	0.016
HD147677	4	0.172	$0.153 \pm 0.003$	0.019
HD148513	4	0.388	$0.368 \pm 0.004$	0.020
HD149161	4	0.436	$0.397 \pm 0.004$	0.039
HD153210	4	0.263	$0.238 \pm 0.004$	0.025
HD165195	3	0.060	$0.041 \pm 0.005$	0.019
HD165760	4	0.139	$0.119 \pm 0.003$	0.020
HD167042	3	0.200	$0.188 \pm 0.005$	0.012
"	3	"	$0.177 \pm 0.005$	0.023
"	3	"	$0.185 \pm 0.005$	0.015
"	4	"	$0.176 \pm 0.003$	0.024
HD168775	4	0.224	$0.205 \pm 0.003$	0.019
HD175743	3	0.220	$0.205 \pm 0.005$	0.015
HD175751	4	0.199	$0.184 \pm 0.004$	0.015
HD176411	4	0.210	$0.199 \pm 0.003$	0.011
HD180928	3	0.353	$0.337 \pm 0.005$	0.016
HD184406	4	0.346	$0.317 \pm 0.005$	0.029
HD199580	2	0.201	$0.194 \pm 0.010$	0.007
"	3	"	$0.194 \pm 0.005$	0.007
"	3	"	$0.197 \pm 0.005$	0.004
HD203344	2	0.221	$0.217 \pm 0.010$	0.004
"	2	"	$0.208 \pm 0.010$	0.013
"	3	"	$0.208 \pm 0.005$	0.013
HD205153	5	0.066	$0.071 \pm 0.002$	-0.005
HD205650	5	0.056	$0.051 \pm 0.002$	0.005
HD208906	5	0.066	$0.045 \pm 0.001$	0.021
HD210027	4	0.073	$0.051 \pm 0.003$	0.022
HD215648	4	0.058	$0.045 \pm 0.003$	0.013
HD222368	4	0.063	$0.055 \pm 0.003$	0.008
BD+17 4708	5	0.023	$0.017 \pm 0.002$	0.006
BD+44 2051	5	0.455	$0.431 \pm 0.005$	0.024

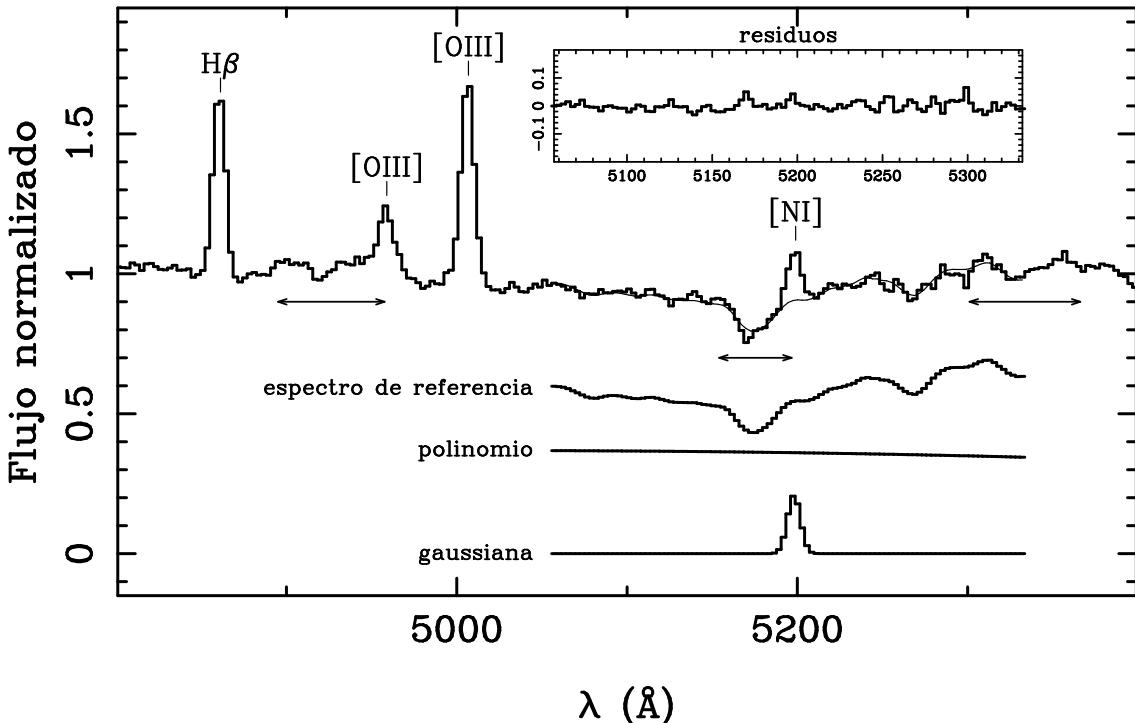
#### 5.4.4 Contaminación por líneas nebulares

Algunas CCGs de la muestra presentan líneas de emisión, como [Ne III]  $\lambda 3869$ , [S II]  $\lambda\lambda 4069, 4076$ , H $\delta$ , [O III]  $\lambda 4959$ , [N I]  $\lambda 5199$ , entre otras. Estas líneas deben ser eliminadas de los espectros antes de medir los índices D<sub>4000</sub> y Mg<sub>2</sub>, dado que su inclusión puede conducir a importantes efectos sistemáticos en los gradientes. Con este fin, hemos realizado una interpolación de las líneas de emisión utilizando un ajuste simultáneo a un espectro de referencia (sin líneas de emisión), un polinomio de

grado pequeño y una función gaussiana. El espectro de referencia se ha obtenido de las regiones centrales de CCGs sin líneas de emisión. El polinomio permite corregir diferencias en la forma del continuo, mientras que la función gaussiana ajusta la línea de emisión que se desea eliminar (ver Fig. 5.8). Este proceso se ha realizado manualmente sobre todos los espectros afectados por líneas de emisión. En algunas galaxias estas correcciones no son despreciables:  $\delta D_{4000} = 0.06$ ,  $\delta Mg_2 = 0.100$  en el espectro central de la CCG de Abell 2597;  $\delta D_{4000} = 0.02$ ,  $\delta Mg_2 = 0.040$  en la CCG de Abell 478;  $\delta D_{4000} = 0.02$ ,  $\delta Mg_2 = 0.026$  en la CCG de Abell 1795;  $\delta D_{4000} = 0.01$ ,  $\delta Mg_2 = 0.010$  en la CCG de Hydra A;  $\delta D_{4000} = 0.01$ ,  $\delta Mg_2 = 0.009$  en la CCG de Abell 2199; donde  $\delta Indice = Indice_{nel} - Indice_{el}$ , siendo  $Indice_{nel}$  e  $Indice_{el}$  los índices medidos sin y con líneas de emisión, respectivamente. Obviamente, la omisión de estas correcciones conduce a un error sistemático en la medida de los índices. Un efecto de este tipo ha sido estudiado anteriormente por Goudfrooij y Emsellem (1996).

## 5.5 Índices centrales

Con la intención de evitar efectos de abertura, los índices centrales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  se han obtenido midiendo en cada galaxia una región de tamaño lineal constante, en concreto 2.6 kpc. Dicha extensión se eligió por coincidir con la correspondiente a la proyección de 4 segundos de arco a la distancia del cúmulo de galaxias de Coma. La elección de esta abertura tuvo su origen en facilitar la comparación inicial de los índices de  $Mg_2$  medidos con los valores publicados por Davies et al. (1987) para una gran muestra de galaxias elípticas. Los espectros centrales resultantes, obtenidos tras sumar los espectros necesarios en la dirección espacial para cubrir la región de 2.6 kpc (en general la suma hubo de realizarse teniendo en cuenta también fracciones de pixel), se muestran gráficamente en el apéndice D. Finalmente, y con la intención de permitir la comparación con los modelos de síntesis evolutiva, hemos modificado las medidas obtenidas introduciendo las diferencias sistemáticas entre las campañas de observación y el sistema de Lick derivadas en la sección 5.4.3. En la Tabla 5.7 se presentan las medidas finales de los índices centrales y sus errores. Estos últimos incluyen el efecto del ruido fotónico y ruido de lectura, errores en velocidad radial y en flujo, así como las incertidumbres en las diferencias sistemáticas respecto a los



**Figura 5.8** Espectro central de la CCG del cúmulo Hydra A, que presenta importantes líneas de emisión. Las flechas horizontales indican la localización de las bandas utilizadas para la medida del índice  $Mg_2$ . Se ha realizado un ajuste simultáneo a un espectro de referencia, un polinomio de segundo grado y una función gaussiana. La línea en trazo fino indica el resultado de considerar la suma del espectro de referencia más el polinomio. La desviación típica de los residuos (mostrados en la caja pequeña) es 0.017, completamente consistente con el error aleatorio promedio en el mismo intervalo espectral, 0.016. Los pixels afectados por la emisión de  $[N\ I]\ \lambda 5199$  son sustituidos por el ajuste combinado (sin gaussiana). La emisión producida por  $[O\ III]\ \lambda 4959$  en la banda azul del  $Mg_2$  es eliminada de la misma forma.

sistemas de referencia espectrofotométricos. En la misma tabla se muestra información relevante a la presencia de *cooling flows* en los cúmulos: ritmo de deposición de masa,  $\dot{M}$ , y radio de enfriamiento,  $r_{\text{cool}}$  (ver descripción en sección 1.2.2). Estos dos parámetros han sido extraídos de las siguientes referencias: [1] Peres et al. (1997, datos del PSPC), [2] Edge, Stewart y Fabian (1992), [3] MO92, [4] Heckman et al. (1989), y [5] Arnaud (1988). Los valores tabulados corresponden a la mediana, y los percentiles 10 y 90. También se han calculado los ritmos de deposición de masa en las regiones centrales ( $r = 2.6$  kpc), asumiendo  $\dot{M}(< r) \propto r$  (es decir,  $\dot{M}(r < 2.6 \text{ kpc}) = 2.6/r_{\text{cool}} \dot{M}(r < r_{\text{cool}})$ , donde  $r_{\text{cool}}$  se expresa en kpc). El valor de  $r_{\text{cool}}$  para Abell 1126 es una estimación obtenida a partir del valor promedio para

cuatro galaxias con valores similares del ritmo de deposición de masa (en particular Abell 85, Abell 644, Hydra A y Abell 2597).

## 5.6 Gradiéntes

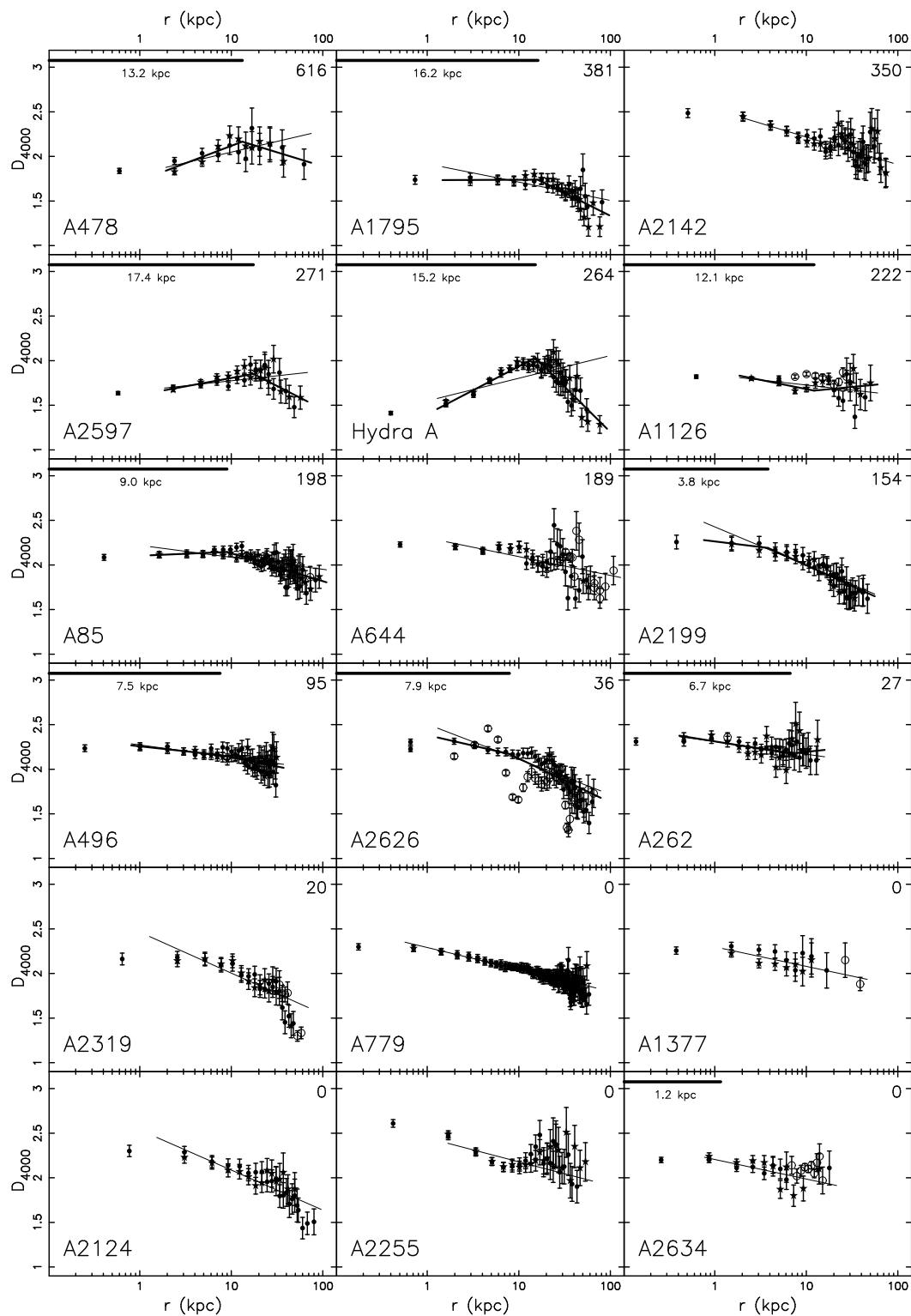
Las observaciones espectroscópicas de rendija larga permiten obtener medidas de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en función de la distancia radial al centro de las galaxias. De la muestra inicial de 20 CCGs, se midieron gradiéntes en 18 galaxias y sólo en dos casos no fue posible obtenerlos (en particular, la observación de la CCG del cúmulo 2A0335+096 fue realizada entre nubes, mientras que la CCG de PKS0745–191 fue observada con un tiempo de exposición demasiado corto para este fin).

Los índices obtenidos a lo largo del radio para cada galaxia se listan en las tablas del apéndice E. Dado que en algunos de los objetos se han observado núcleos secundarios en la rendija del espectrógrafo, se procedió a realizar un ajuste simultáneo de varios perfiles de *de Vaucouleurs* a todos los núcleos presentes, con la intención de determinar la región espacial en la que los núcleos secundarios predominaban en la luz de la galaxia. Estos puntos, que no se utilizarán más adelante para el ajuste de los gradiéntes, se denotan en las tablas con el símbolo  $\dagger$ . Asimismo en la Figs. 5.9 y 5.10 se representan gráficamente los gradiéntes, donde las galaxias han sido ordenadas por orden decreciente de ritmo de deposición de masa (indicado en la parte superior derecha de cada panel, en  $M_\odot/\text{año}$ ). Se han empleado círculos y estrellas llenas para representar los índices a cada lado de las galaxias. Los círculos vacíos corresponden a núcleos secundarios. La línea horizontal gruesa en la parte superior izquierda de cada panel muestra la extensión espacial de las líneas de emisión, cuando éstas están presentes (definimos la región de emisión como aquella en la que las líneas de emisión fueron detectables por encima de  $1\sigma$ ). El límite de estas regiones es abrupto, por lo que el criterio adoptado para su definición no es crítico.

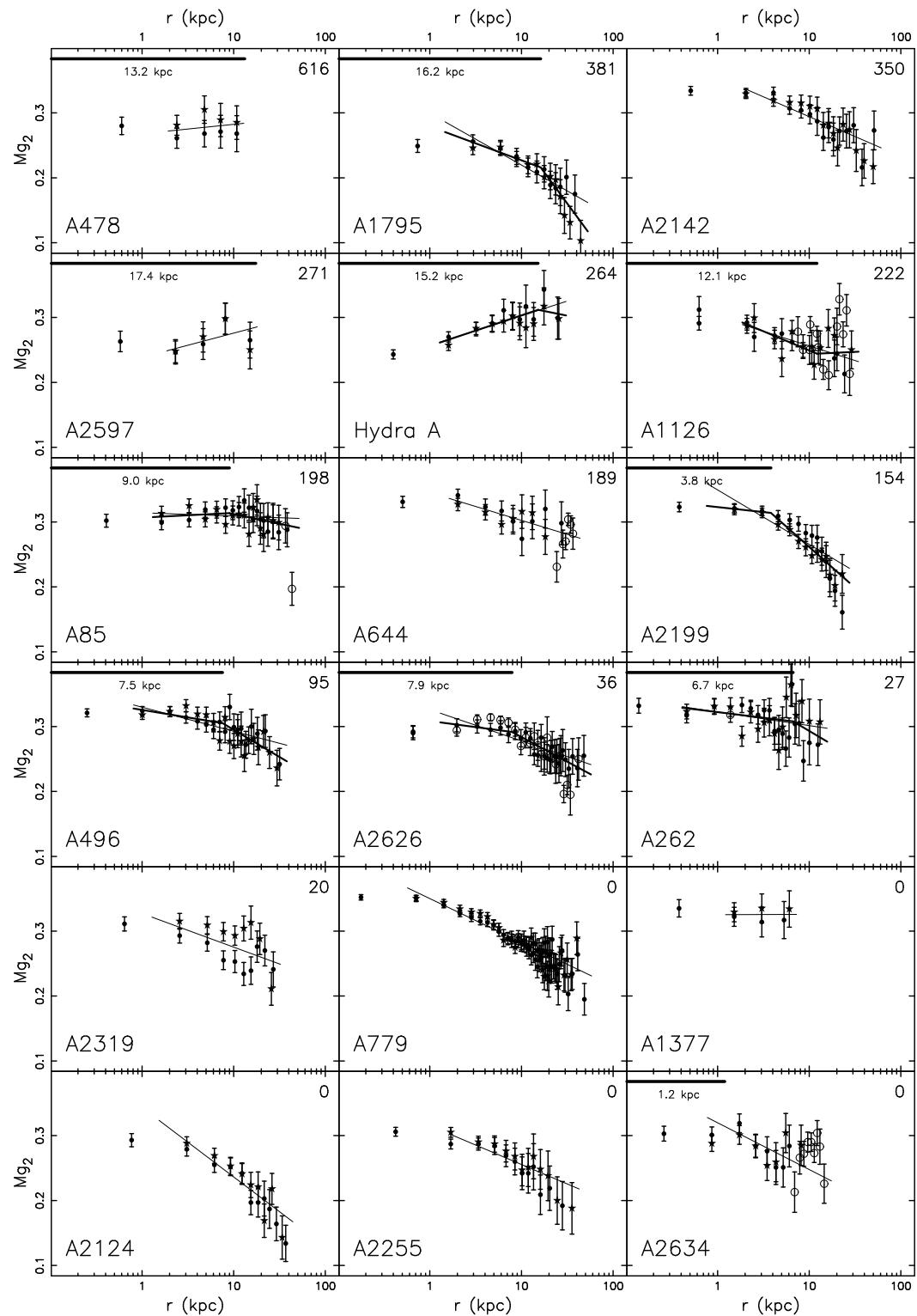
Debido a su mayor cobertura espectral (y por tanto menor requerimiento en la relación señal/ruido), el  $D_{4000}$  puede medirse hasta distancias radiales mayores que el  $Mg_2$ . En la mayoría de los casos, los índices obtenidos a ambos lados de las galaxias coinciden dentro de las barras de error, lo cual es una prueba de la fiabilidad del proceso de reducción. Se han realizado ajustes por mínimos cuadrados (pesando con los errores en cada punto) a todos los puntos disponibles, excluyendo índices

**Tabla 5.7:** Índices de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ , y errores finales, correspondientes a la región central de las CCGs de la muestra (se indica el nombre del cúmulo para referenciar la galaxia dominante).

Cúmulo	$D_{4000}$	$Mg_2$ (mag)	$\dot{M}$ ( $M_\odot/\text{año}$ )	$r_{\text{cool}}$ (kpc)	$\dot{M}_{\text{central}}$ ( $M_\odot/\text{año}$ )	fuente $\dot{M}, r_{\text{cool}}$
A 85	$2.09 \pm 0.03$	$0.303 \pm 0.009$	$198^{+53}_{-52}$	$146^{+41}_{-41}$	$1.75^{+0.68}_{-0.67}$	1
A 262	$2.34 \pm 0.04$	$0.328 \pm 0.009$	$27^{+4}_{-3}$	$104^{+11}_{-10}$	$0.33^{+0.06}_{-0.05}$	1
2A 0335+096	$2.08 \pm 0.04$	$0.291 \pm 0.009$	$325^{+32}_{-43}$	$215^{+29}_{-29}$	$1.95^{+0.32}_{-0.37}$	1
A 478	$1.84 \pm 0.03$	$0.280 \pm 0.013$	$616^{+63}_{-76}$	$204^{+27}_{-38}$	$3.89^{+0.65}_{-0.87}$	1
A 496	$2.25 \pm 0.04$	$0.321 \pm 0.004$	$95^{+13}_{-12}$	$110^{+12}_{-15}$	$1.11^{+0.19}_{-0.20}$	1
PKS 0745-191	$1.31 \pm 0.04$	$0.135 \pm 0.045$	$1038^{+116}_{-68}$	$214^{+49}_{-25}$	$6.26^{+1.59}_{-0.84}$	1
A 644	$2.23 \pm 0.03$	$0.332 \pm 0.008$	$189^{+106}_{-35}$	$141^{+62}_{-18}$	$1.73^{+1.23}_{-0.39}$	1
Hydra A	$1.44 \pm 0.02$	$0.249 \pm 0.005$	$264^{+81}_{-60}$	$162^{+56}_{-68}$	$2.10^{+0.97}_{-1.00}$	1
A 779	$2.28 \pm 0.04$	$0.350 \pm 0.004$	0	...	...	3
A 1126	$1.82 \pm 0.03$	$0.299 \pm 0.009$	222	$150^{+50}_{-50}$	$1.91^{+0.64}_{-0.64}$	4
A 1377	$2.26 \pm 0.04$	$0.324 \pm 0.009$	0	...	...	5
A 1795	$1.74 \pm 0.05$	$0.249 \pm 0.010$	$381^{+41}_{-23}$	$177^{+19}_{-6}$	$2.78^{+0.42}_{-0.19}$	1
A 2124	$2.30 \pm 0.06$	$0.293 \pm 0.009$	0	...	...	5
A 2142	$2.48 \pm 0.05$	$0.334 \pm 0.006$	$350^{+66}_{-133}$	$150^{+18}_{-49}$	$3.01^{+0.67}_{-1.51}$	1
A 2199	$2.25 \pm 0.08$	$0.322 \pm 0.007$	$154^{+18}_{-8}$	$143^{+17}_{-6}$	$1.39^{+0.23}_{-0.09}$	1
A 2255	$2.56 \pm 0.04$	$0.306 \pm 0.017$	0	...	...	2
A 2319	$2.16 \pm 0.06$	$0.311 \pm 0.011$	$20^{+61}_{-20}$	$53^{+59}_{-53}$	$0.47^{+1.58}_{-0.67}$	1
A 2597	$1.64 \pm 0.02$	$0.263 \pm 0.016$	$271^{+41}_{-41}$	$152^{+67}_{-58}$	$2.30^{+1.07}_{-0.94}$	1
A 2626	$2.27 \pm 0.04$	$0.291 \pm 0.013$	$36^{+16}_{-36}$	$119^{+60}_{-60}$	$0.38^{+0.26}_{-0.43}$	5
A 2634	$2.21 \pm 0.02$	$0.298 \pm 0.008$	0	...	...	5



**Figura 5.9** Gradientes de  $D_{4000}$  en la muestra de CCGs. Ver descripción en el texto.



**Figura 5.10** Gradientes de  $Mg_2$  en la muestra de CCGs. Ver descripción en el texto.

correspondientes a núcleos secundarios y puntos dentro de los 1.5 segundos de arco centrales (afectados por *seeing*). Estos ajustes se representan con líneas finas. Asimismo, en aquellas galaxias en las que se observan líneas de emisión en las regiones centrales, se han realizado ajustes similares, utilizando por separado las regiones afectadas y no afectadas por dichas líneas, obteniendo lo que denominaremos como gradientes *internos* y *externos*, respectivamente. Estos gradientes, que se representan con líneas gruesas, han sido realizados forzando que ambas líneas coincidan en el radio donde las líneas de emisión dejan de ser detectables (ver sección 6.2). El resultado de todos estos ajustes se muestra en la Tabla 5.8 (los errores indicados en los gradientes son los errores formales de los ajustes).

## 5.7 Comparación con trabajos previos

Una forma de estudiar la calidad de las medidas obtenidas consiste en compararlas con índices disponibles en la literatura. Aunque medidas nucleares del  $D_{4000}$  ya han sido publicadas por varios autores para algunas CCGs de la muestra observada en este trabajo, no puede decirse lo mismo con respecto a los gradientes. Por el contrario, existen gradientes de  $Mg_2$  para 4 CCGs, lo que nos va a permitir un estudio comparativo más detallado para este índice.

### 5.7.1 $D_{4000}$

Se ha realizado una comparación de los índices centrales de  $D_{4000}$ , mostrados en la Tabla 5.7, con datos publicados en la literatura. En la Fig. 5.11(a) representamos medidas del  $D_{4000}$  de Johnstone, Fabian y Nulsen (1987, JFN87), y McNamara y O'Connell (1989, MO89), frente a nuestros valores, apreciándose la existencia de diferencias sistemáticas significativas ( $\delta D_{4000}[\text{MO89}] = 0.14 \pm 0.01$  y  $\delta D_{4000}[\text{JFN87}] = 0.27 \pm 0.03$ ). El origen de estas discrepancias probablemente reside en variaciones en el sistema espectrofotométrico adoptado: mientras que nuestras medidas han sido transformadas al mismo sistema con la ayuda de estrellas de referencia, esta tarea no ha sido llevada por los autores de los otros trabajos, por lo que fácilmente pueden aparecer discrepancias como las observadas. Una vez corregidos los índices del efecto de  $\delta D_{4000}$ , el acuerdo entre las medidas es excelente (la desviación típica de las diferencias entre los índices corregidos y nuestros valores es 0.05), por lo que este

**Tabla 5.8:** Gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  ( $G_{D_{4000}} = dD_{4000}/d \log r$ ,  $G_{Mg_2} = dMg_2/d \log r$ ), medidos en la muestra de CCGs. La emisión en la CCG de Abell 2634 es poco importante y muy concentrada, por lo que sólo se ha calculado un gradiente total.

Cúmulo	emisión	$G_{D_{4000}}$ total	$G_{D_{4000}}$ <i>interno</i>	$G_{D_{4000}}$ <i>externo</i>
A85	sí	$-0.134 \pm 0.031$	$+0.044 \pm 0.025$	$-0.312 \pm 0.025$
A262	sí	$-0.142 \pm 0.037$	$-0.166 \pm 0.039$	$+0.111 \pm 0.298$
A478	sí	$+0.239 \pm 0.109$	$+0.389 \pm 0.137$	$-0.313 \pm 0.168$
A496	sí	$-0.139 \pm 0.023$	$-0.112 \pm 0.023$	$-0.205 \pm 0.043$
A644	no	$-0.211 \pm 0.063$	...	...
Hydra A	sí	$+0.254 \pm 0.094$	$+0.536 \pm 0.036$	$-1.018 \pm 0.063$
A779	no	$-0.246 \pm 0.010$	...	...
A1126	sí	$-0.114 \pm 0.067$	$-0.206 \pm 0.074$	$+0.099 \pm 0.088$
A1377	no	$-0.219 \pm 0.097$	...	...
A1795	sí	$-0.206 \pm 0.045$	$+0.004 \pm 0.044$	$-0.514 \pm 0.049$
A2124	no	$-0.449 \pm 0.049$	...	...
A2142	no	$-0.310 \pm 0.034$	...	...
A2199	sí	$-0.432 \pm 0.034$	$-0.126 \pm 0.129$	$-0.465 \pm 0.028$
A2255	no	$-0.268 \pm 0.070$	...	...
A2319	no	$-0.460 \pm 0.059$	...	...
A2597	sí	$+0.112 \pm 0.068$	$+0.189 \pm 0.053$	$-0.523 \pm 0.123$
A2626	sí	$-0.395 \pm 0.057$	$-0.235 \pm 0.027$	$-0.493 \pm 0.033$
A2634	sí	$-0.219 \pm 0.130$	...	...
Cúmulo	emisión	$G_{Mg_2}$ total	$G_{Mg_2}$ <i>interno</i>	$G_{Mg_2}$ <i>externo</i>
A85	sí	$-0.005 \pm 0.007$	$+0.007 \pm 0.014$	$-0.030 \pm 0.015$
A262	sí	$-0.021 \pm 0.011$	$-0.017 \pm 0.013$	$-0.084 \pm 0.067$
A478	sí	...	$+0.014 \pm 0.025$	...
A496	sí	$-0.037 \pm 0.008$	$-0.023 \pm 0.010$	$-0.084 \pm 0.016$
A644	no	$-0.043 \pm 0.013$	...	...
Hydra A	sí	$+0.046 \pm 0.010$	$+0.047 \pm 0.010$	$-0.029 \pm 0.098$
A779	no	$-0.068 \pm 0.004$	...	...
A1126	sí	$-0.045 \pm 0.011$	$-0.059 \pm 0.014$	$+0.006 \pm 0.047$
A1377	no	$+0.001 \pm 0.020$	...	...
A1795	sí	$-0.080 \pm 0.012$	$-0.052 \pm 0.009$	$-0.191 \pm 0.032$
A2124	no	$-0.107 \pm 0.014$	...	...
A2142	no	$-0.061 \pm 0.009$	...	...
A2199	sí	$-0.084 \pm 0.013$	$-0.015 \pm 0.006$	$-0.126 \pm 0.008$
A2255	no	$-0.060 \pm 0.013$	...	...
A2319	no	$-0.052 \pm 0.021$	...	...
A2597	sí	...	$+0.037 \pm 0.024$	...
A2626	sí	$-0.048 \pm 0.007$	$-0.019 \pm 0.008$	$-0.076 \pm 0.012$
A2634	sí	$-0.072 \pm 0.032$	...	...

resultado nos permite confiar en la calidad de nuestras medidas.

Por otro lado, en la Fig.5.11(b) se comprueba la existencia de una correlación aceptable entre los colores nucleares ( $U-b$ ) de McNamara y O'Connell (1992, MO92) y nuestras medidas centrales del  $D_{4000}$ . Una correlación de este estilo, ya mostrada por MO89, es esperable dado que el color ( $U-b$ ) mide esencialmente la misma región que la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ , aunque con bandas más anchas. La línea de trazos es un ajuste, por mínimos cuadrados, a los datos representados, en concreto

$$10^{0.4(U-b)_{\text{nuc}}} = -0.617(\pm 0.300) + 1.18(\pm 0.15) D_{4000}. \quad (5.1)$$

Este ajuste lineal será utilizado más adelante para estimar valores centrales del  $D_{4000}$  a partir de colores ( $U-b$ ) nucleares de MO92.

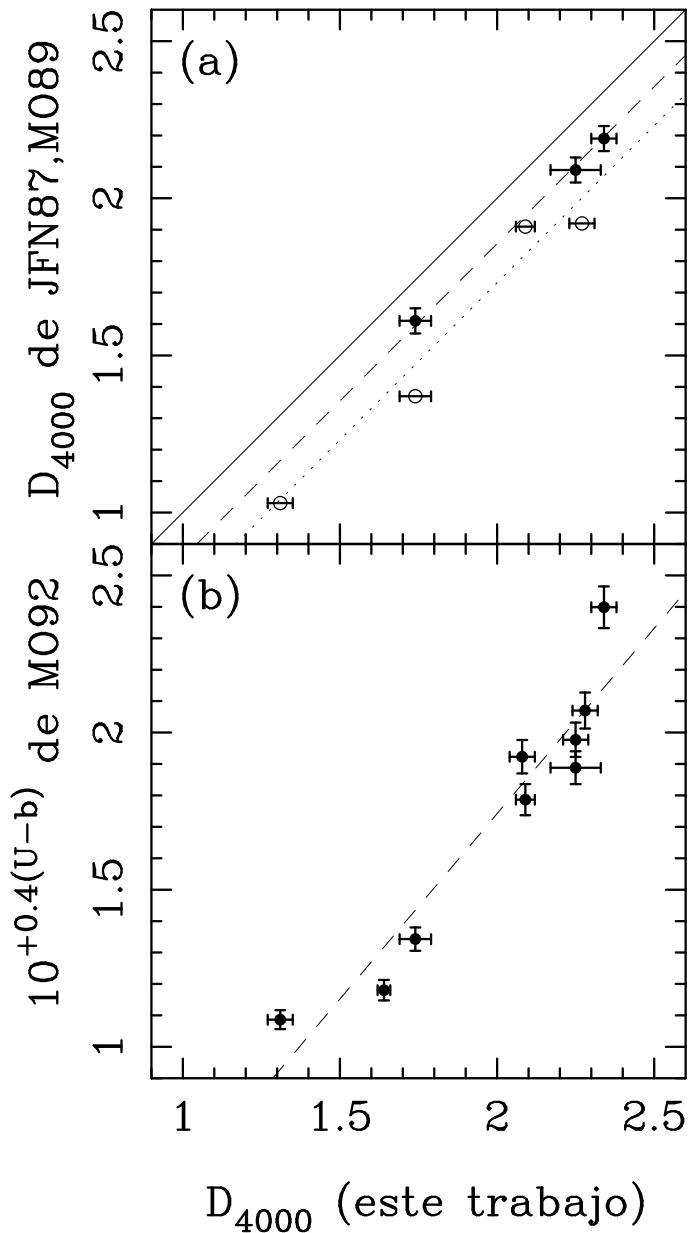
### 5.7.2 $Mg_2$

Gradientes de intensidad de Mgb en CCGs ya han sido previamente publicados por Fisher, Franx e Illingworth (1995, FFI95). Nuestra muestra de galaxias contiene 4 objetos en común con la suya, en concreto N 2832 (Abell 779), N 6166 (Abell 2199), N 7720 (Abell 2634), y la CCG del cúmulo Abell 496. Con la intención de poder realizar una comparación entre las medidas de Mgb de estos autores con nuestras medidas de  $Mg_2$ , hemos transformado sus valores de Mgb en  $Mg_2$ . González y Gorgas (1995) han mostrado que el índice atómico Mgb se correlaciona muy bien con el índice molecular  $Mg_2$  en galaxias de primeros tipos, presentando la siguiente relación

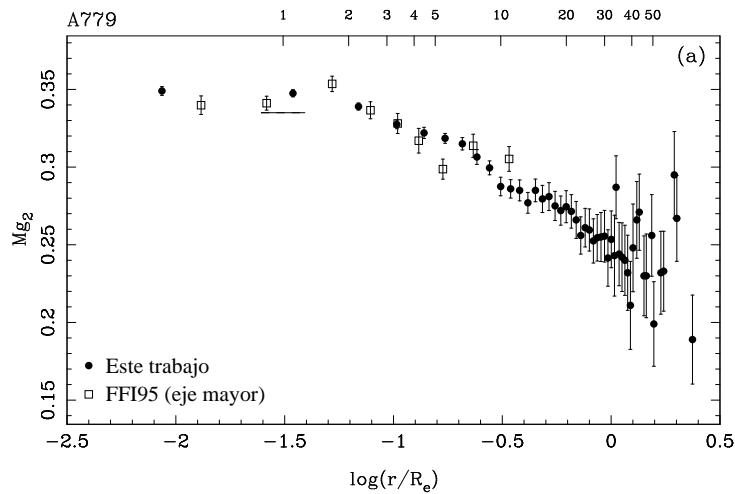
$$Mg_2(\text{mag}) \simeq 0.066 \text{ Mgb(EW)}. \quad (5.2)$$

La comparación de nuestras medidas con las de FFI95 se muestra gráficamente en la Fig. 5.12. Nótese como, debido a los altos tiempos de exposición utilizados, nuestras medidas son, en general, mucho más profundas que la de estos autores. Comprobamos que, aunque los valores de  $Mg_2$  correspondientes a la CCG del cúmulo Abell 779 muestran un excelente acuerdo, lo mismo no puede decirse de las tres CCGs restantes.

Las discrepancias en las CCGs de Abell 496 y Abell 2199 son fácilmente comprensibles cuando se tiene en cuenta el efecto de la línea de emisión [N I]  $\lambda 5199$ . Desafortunadamente, esta línea está localizada en la banda roja que define el continuo empleado en la medida de Mgb y su presencia se traduce en una sobre-estimación



**Figura 5.11** Comparación de nuestras medidas del  $D_{4000}$  con medidas realizadas por otros autores. En el panel (a) mostramos valores centrales del  $D_{4000}$  medidos por JFN87 —círculos vacíos— y por MO89 —círculos llenos—, frente a nuestros valores, en 4 y 3 galaxias en común, respectivamente. Las líneas de puntos y de trazos indican la diferencia sistemática promedio en cada caso. En el panel (b) mostramos la relación existente entre el color ( $U-b$ ) nuclear y el  $D_{4000}$  para 9 galaxias en común con MO92.



**Figura 5.12** Comparación de los gradientes de  $Mg_2$  para cuatro CCGs en común con FFI95. Los símbolos vacíos (cuadrados: eje mayor; triángulos: eje menor) corresponden a las medidas de FFI95, mientras que los símbolos llenos corresponden a nuestros datos (eje mayor, promediando los valores a ambos lados de las galaxias). Las medidas a lo largo del eje menor de FFI95 han sido re-escaladas para reproducir la misma extensión espacial que las obtenidas a lo largo del eje mayor. La escala horizontal superior de cada panel indica distancia radial en segundos de arco. Las líneas horizontales continuas dibujadas en  $r \sim 1''$  en los paneles (a), (b) y (d) corresponden a medidas centrales de  $Mg_2$  publicadas por Trager (1997). Análogamente, las líneas horizontales discontinuas en los paneles (b) y (d) indican los valores centrales obtenidos por Lucey et al. (1997). Ver en el texto el significado de las flechas punteadas.

del valor del índice debido al aumento de la altura de dicho continuo. El efecto de esta línea de emisión ha sido estudiado en detalle por Goudfrooij y Emsellem (1996). Teniendo en cuenta que en la Fig. 5.12 hemos estimado el índice  $Mg_2$  a partir de las medidas de  $Mgb$  de FFI95, estos valores de  $Mg_2$  también están sobre-estimados. Aunque no podemos corregir los índices de FFI95 por la presencia de la línea de emisión, podemos reproducir sus medidas midiendo  $Mgb$  en nuestros espectros sin evitar la contaminación de  $[N\ I]\ \lambda 5199$ , y transformando entonces estos valores de  $Mgb$  en  $Mg_2$ . El resultado de este procedimiento se muestra en los paneles 5.12(b) y 5.12(c) como flechas punteadas. Queda claro a partir de estos cálculos que, en este caso, el acuerdo entre las medidas de FFI95 y las nuestras es entonces también muy bueno para las CCGs de Abell 478 y Abell 2199.

Es importante resaltar que el efecto de la línea  $[N\ I]\ \lambda 5199$  en  $Mg_2$  es mucho más pequeño que en  $Mgb$ . Goudfrooij y Emsellem (1996) mostraron que una emisión relativamente intensa de esta línea, por ejemplo  $EW \sim 1.8\text{\AA}$ , se convierte en

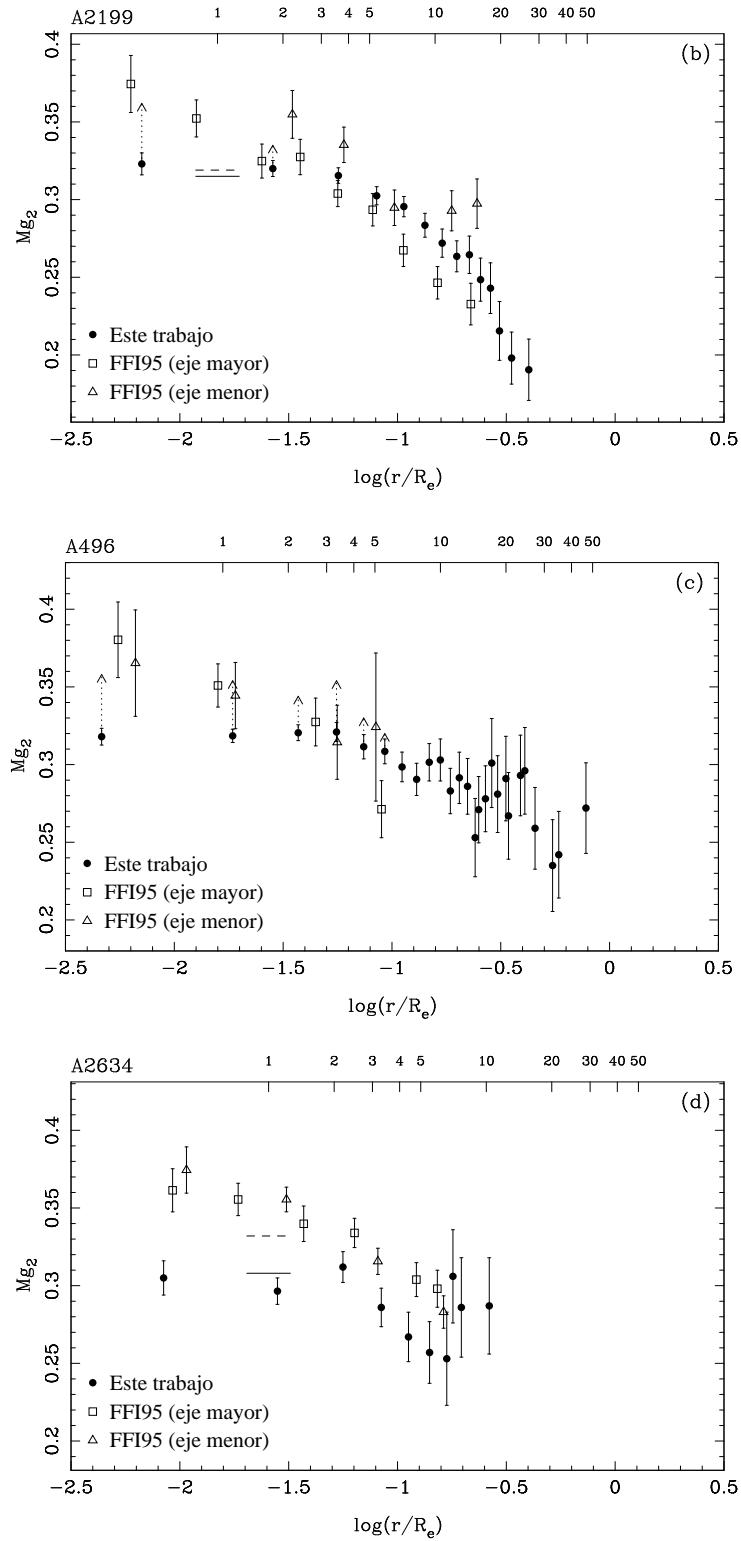


Figura 5.12 (continuación)

$\Delta\text{Mgb} \sim 2\text{\AA}$ , pero sólo en  $\Delta\text{Mg}_2 \sim 0.03$  mag (transformando ese valor de  $\Delta\text{Mgb}$  en  $\Delta\text{Mg}_2$ , usando la relación dada en la Eq. 5.2, se traduce en  $\Delta\text{Mg}_2 \sim 0.13$  mag, que es cuatro veces mayor).

Desafortunadamente, el gradiente de  $\text{Mg}_2$  en la CCG de Abell 2634 no muestra el acuerdo encontrado con las 3 galaxias anteriores (en este caso, el efecto de la emisión es completamente despreciable). Nuestras medidas aparecen claramente debajo de las medidas de FFI95. Medidas centrales de  $\text{Mg}_2$  para las CCGs de Abell 779, Abell 2199 y Abell 2634 también han sido publicadas por Trager (1997) —dibujadas como una línea horizontal continua— y por Lucey et al. (1997) —línea horizontal discontinua—. Estos índices centrales coinciden con nuestras medidas para las CCGs de Abell 779 y Abell 2199, confirmando nuestra conclusión anterior. Además, los valores centrales de  $\text{Mg}_2$  para la CCG de Abell 2634 se muestran centrados entre las medidas de FFI95 y las nuestras. La discrepancia en esta galaxia, que parece afectar solamente a la escala absoluta de las medidas y no a la pendiente del gradiente, no queda, por tanto, resuelta. Por ello las medidas obtenidas en esta galaxia serán utilizadas con precaución en el análisis posterior.

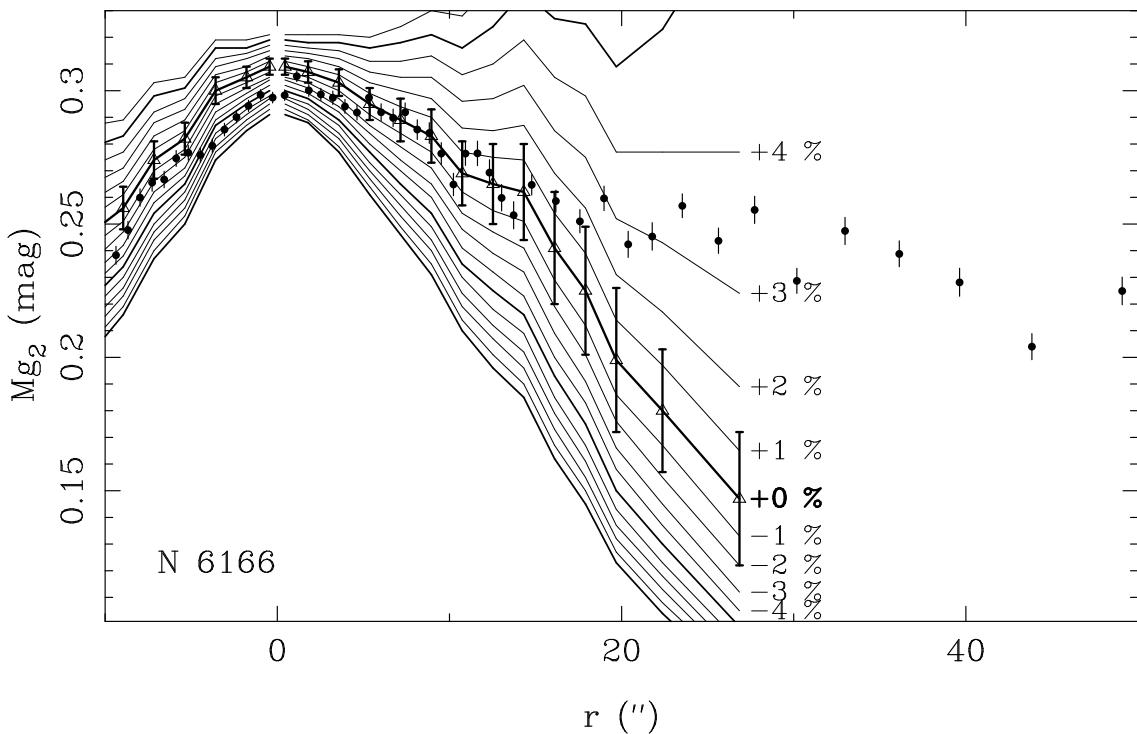
Mención especial merece un trabajo muy reciente, aún sin publicar, de Carter, Bridges y Hau (1999), en el cual se ha realizado una observación espectroscópica muy profunda (18.75 horas en el telescopio Isaac Newton, La Palma) de la CCG del cúmulo Abell 2199, N 6166. Carter et al. han medido el gradiente de  $\text{Mg}_2$ , utilizando un ángulo de posición de la rendija de  $41^\circ$ . Dado que este ángulo de posición es muy parecido al adoptado por nosotros ( $30^\circ$ ), comparamos directamente sus medidas con las nuestras en la Fig. 5.13. Simultáneamente, en la Fig. 5.14 se muestra la imagen de esta galaxia, extraída del *Digital Sky Survey*, en la que se han superpuesto las rendijas utilizadas por Carter et al. y por nosotros en la observación de N 6166, a la vez que la posición de dos núcleos secundarios (marcados con sendos cuadrados) cuyas posiciones hemos determinado a partir de una imagen publicada por Lachieze-Rey, Vigroux y Souviron (1985). Nótese cómo la rendija empleada por Carter et al. pasa mucho más cerca de los núcleos secundarios. Esto provoca, seguramente, la discrepancia observada en el gradiente de  $\text{Mg}_2$  entre sus datos y los nuestros en la parte izquierda de la Fig. 5.13 (correspondiente al extremo NE de N 6166).

Por el contrario, en el extremo SW ambos gradientes muestran un acuerdo muy bueno hasta una distancia radial de  $15''$ , a partir de donde sus medidas se

encuentran sistemáticamente por encima de las nuestras. Carter et al. argumentan que dado que sus medidas han sido derivadas a partir de espectros con mejor relación señal/ruido, y considerando que valores de  $Mg_2 < 0.2$  no se encuentran en ninguna galaxia elíptica estudiada por Davies et al. (1993), su gradiente de  $Mg_2$  es más creíble que el medido por nosotros. Sin embargo, consideramos que la argumentación de Carter et al. no es correcta, porque las diferencias entre sus datos y los nuestros se debe a un efecto sistemático, no a una deficiencia de relación señal/ruido en nuestras medidas. En caso contrario, deberíamos observar que ambos gradientes coinciden dentro de las barras de error. Consideramos que, en nuestro caso, el proceso de reducción ha sido realizado con un exquisito tratamiento de los errores aleatorios, por lo que las barras de error deducidas son correctas.

Ya mostramos en la sección 5.4.2 como la sustracción del cielo puede constituir una fuente importante de error sistemático. En este sentido, hemos estudiado, también en la Fig. 5.13, cuál debería ser el error en la estimación del cielo para, partiendo del gradiente medido por nosotros, obtener el gradiente presentado por Carter et al. Observamos que dicho error sería  $\sim 3.5\%$  en las partes exteriores. Dado que las variaciones en los índices son muy asimétricas entre subestimar y sobre-estimar la señal del cielo, deberíamos haber cometido un error mucho mayor para haber obtenido el gradiente medido por nosotros, siendo el de Carter et al. correcto. Desafortunadamente, en el trabajo de estos autores no se menciona ninguna información sobre el proceso seguido para sustraer el cielo. La asimetría en la extensión espacial de sus medidas a ambos lados del centro de la galaxia indica que dicho centro fue desplazado para conseguir medir el cielo en la región más alejada posible. Sin embargo, este método obliga a extrapolar el ajuste del cielo, lo que constituye una fuente de incertidumbre, a la vez que requiere en confiar en una corrección excelente de *flatfield*. Tal y como se ha explicado en la sección 5.4.2, nuestras medidas han sido realizadas sobre imágenes en las que se ha corregido el efecto de la señal de las galaxias en las regiones donde se mide el cielo.

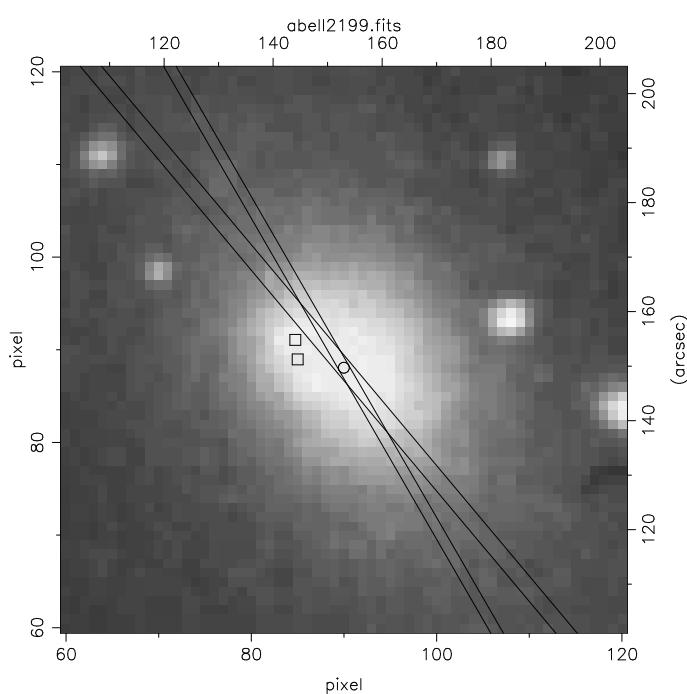
Finalmente, conviene recordar que valores de  $Mg_2 < 0.2$  no son tan infrecuentes como parece dudarse de la afirmación de Carter et al. y, de hecho, uno de los primeros gradientes profundos publicados de una galaxia elíptica, el correspondiente a N 5813 (Efstathiou y Gorgas 1985), mostraba que índices tan bajos son observados en las regiones exteriores de las galaxias de primeros tipos (nótese que el trabajo



**Figura 5.13** Comparación del gradiente de  $Mg_2$  medido por Carter, Bridges y Hau (1999) —círculos rellenos—, frente a nuestras medidas —triángulos vacíos—, para la CCG del cúmulo Abell 2199. Ambos conjuntos de medidas no han sido transformados al sistema espectrofotométrico de Lick. Se ha superpuesto el efecto que produciría en nuestras medidas un error sistemático en la determinación de la señal del cielo (se indica el error relativo).

de Davies et al. incluye sólo valores nucleares). Además, otras CCGs de nuestra muestra también exhiben índices de  $Mg_2$  tan bajos como los medidos en N 6166, en particular, las CCGs de los cúmulos Abell 1795, Abell 2124 y Abell 2255.

En definitiva, no consideramos que exista ninguna evidencia razonable para considerar que nuestras medidas en las partes exteriores de N 6166 posean un error tan elevado como sugieren Carter et al.



**Figura 5.14** Imagen extraída del *Digital Sky Survey* de la CCG N 6166. Se indica la posición de dos núcleos secundarios (cuadrados), así como la rendija utilizada por Carter et al. (1999) (rendija ancha,  $3''$ ) y por nosotros (rendija estrecha,  $2''$ ).

# Capítulo 6

## Análisis de los índices de intensidad de líneas en CCGs

En este capítulo presentamos el análisis detallado de las medidas realizadas en la muestra de 20 CCGs. El haber incluido galaxias en cúmulos con y sin *cooling flow*, el estudio de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  nos permitirá encontrar interesantes diferencias entre ambos tipos de objetos. Iniciaremos la discusión analizando los índices centrales y comparándolos con los ritmos de deposición de masa deducidos a partir de observaciones en rayos X. Esto nos proporcionará las primeras evidencias sobre la conexión entre una posible formación estelar en las regiones centrales de las CCGs y el fenómeno de los *cooling flows*. Posteriormente analizaremos la extensión espacial de dicha formación estelar, empleando para ello los gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  presentados en el capítulo 5. La utilización de información adicional, procedente del estudio de las líneas de emisión y de las características en radio de las CCGs, nos facilitará el análisis de un escenario evolutivo que puede explicar la fenomenología observada en este tipo de galaxias.

### 6.1 Índices centrales

#### 6.1.1 Correlaciones con el ritmo de deposición de masa

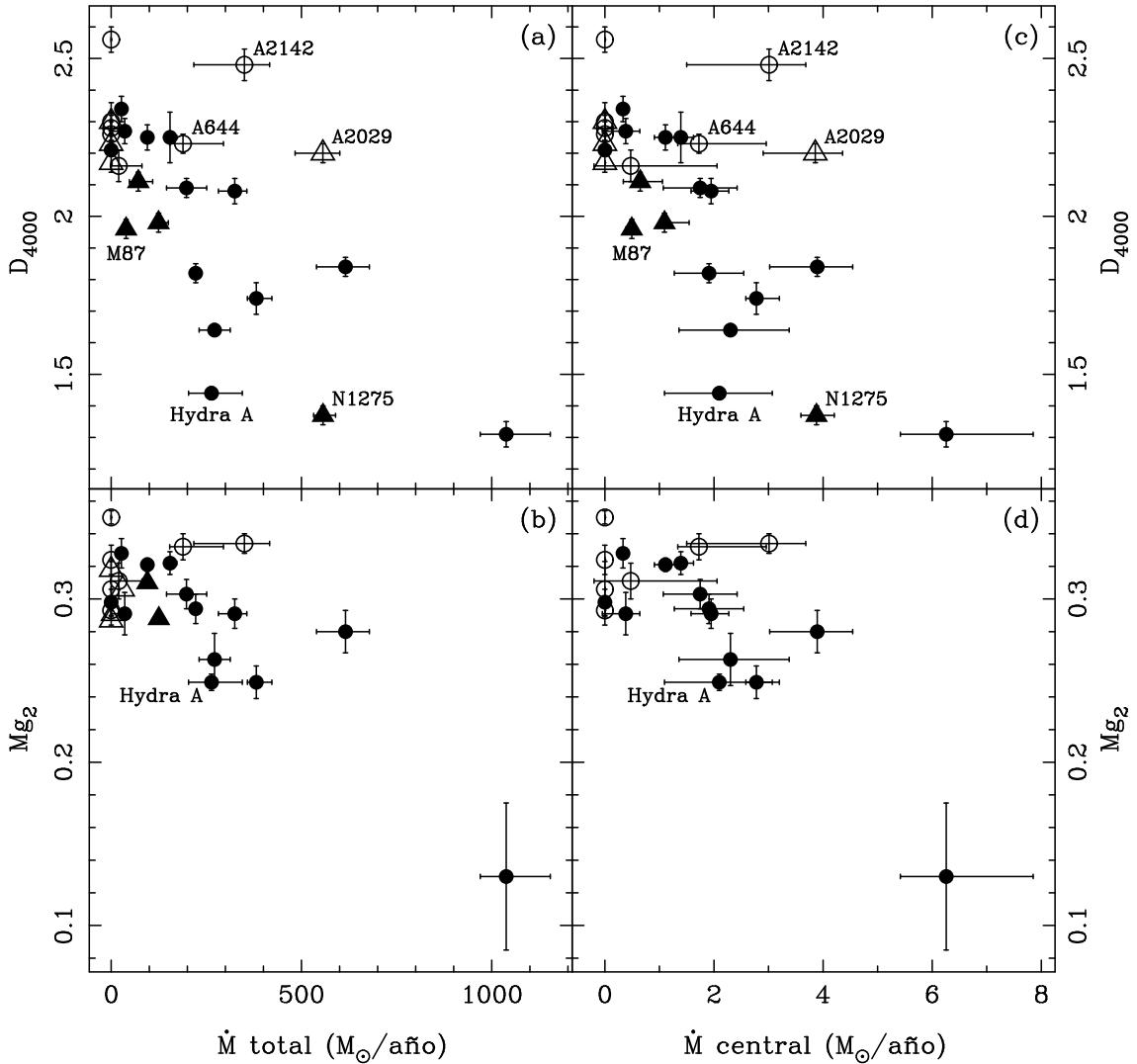
Diferentes autores han mostrado la existencia de relaciones entre características espectrales en la región azul del espectro y los ritmos de deposición de masa. En

concreto, Johnstone, Fabian y Nulsen (1987 —JFN87—) encontraron una posible correlación entre el  $D_{4000}$  y  $\dot{M}_V$ , el ritmo de deposición de masa dentro de la rendija de su espectrógrafo. McNamara y O'Connell (1989 —MO89—, 1992 —MO92—) y McNamara (1997) señalan que excesos de color (U–B) en las regiones centrales de CCGs inmersas en cúmulos con elevados ritmos de deposición de masa parecen relacionarse con  $\dot{M}$  (ver Fig.1.12).

En la Fig. 6.1 se representan los índices centrales medidos en este trabajo y listados en la Tabla 5.7, frente a los ritmos de deposición de masa (extraídos de la literatura y mostrados en la misma tabla). En los paneles 6.1(a) y (b) se emplean los valores totales de  $\dot{M}$ , mientras que en los paneles (c) y (d) se utilizan los ritmos de deposición de masa calculados en la misma región espacial en la que se han medido los índices centrales (asumiendo que  $\dot{M}(< r) \propto r$ ). También se han añadido en los paneles 6.1(a) y (c) estimaciones de los valores centrales del  $D_{4000}$  para 8 galaxias, deducidas a partir de los colores (U–b) nucleares publicados por MO92. En este caso se ha empleado la relación mostrada con anterioridad en la Eq. 5.1. Los índices deducidos para estos 8 nuevos objetos se muestran en la Tabla 6.1. Por último, en el panel 6.1(b) se han incluido los índices centrales de  $Mg_2$  publicados por Gorgas, Efstathiou y Aragón-Salamanca (1990 —GEA90—) para una muestra de 6 CCGs en cúmulos con ritmos de deposición de masa conocidos.

Como ya se ha discutido en la sección 1.2.5, la correlación entre el  $D_{4000}$  y el ritmo de deposición de masa encontrada por JFN87 podía estar afectada por un efecto de abertura. Este problema ha sido eliminado en la representación de la Fig. 6.1, dado que hemos empleado medidas nucleares obtenidas en una abertura constante de  $\sim 2.6$  kpc. La figura muestra claramente como el  $D_{4000}$  y el  $Mg_2$  parecen relacionarse bien con el ritmo de deposición de masa, disminuyendo ambos índices a medida que este ritmo aumenta. Sin embargo es importante destacar cómo algunas galaxias en cúmulos con *cooling flow*, pero sin líneas de emisión, como las CCGs de Abell 644, Abell 2029 y Abell 2142, aparecen por encima de la relación y sus índices son consistentes con los de las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*. Un análisis estadístico de esta figura (utilizando un test de ordenación de *Spearman*) revela que el comportamiento cuantitativo del  $D_{4000}$  con el ritmo de deposición de masa es totalmente compatible con el observado en el índice  $Mg_2$ . En particular:

- En CCGs *con líneas de emisión*, la probabilidad de no correlación entre los



**Figura 6.1** Índices centrales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  frente al ritmo de deposición de masa. Los índices centrales fueron obtenidos empleando una abertura fija de 4 segundos de arco a la distancia del cúmulo de galaxias de Coma. Los ritmos de deposición de masa centrales también han sido calculados empleando el mismo tamaño proyectado sobre la galaxia, y asumiendo  $\dot{M}(< r) \propto r$ . Las barras de error en los ritmos de deposición corresponden a los percentiles 10 y 90. Los símbolos llenos y vacíos son CCGs con y sin líneas de emisión en sus regiones centrales, respectivamente. Los triángulos indican valores del  $D_{4000}$  derivados a partir de medidas nucleares de colores ( $U-b$ ) de MO92, e índices de  $Mg_2$  centrales publicados por GEA90.

**Tabla 6.1:** Índices centrales de  $D_{4000}$  para ocho galaxias de la muestra de MO92, deducidos empleando la conversión entre este índice y el color ( $U-b$ ) encontrada en la sección 5.7.1. Los errores en  $D_{4000}$  se han obtenido a partir de los errores en ( $U-b$ ). Las fuentes de  $\dot{M}$  y  $r_{\text{cool}}$  son las mismas listadas en la Tabla 5.7.

Cúmulo	Galaxia	$D_{4000}$	$\dot{M}$ ( $M_\odot/\text{año}$ )	$r_{\text{cool}}$ (kpc)	$\dot{M}$ central ( $M_\odot/\text{año}$ )	fuente $\dot{M}, r_{\text{cool}}$
A 119	...	$2.17 \pm 0.03$	$0^{+2}_{-0}$	$0^{+62}_{-0}$	$0.00^{+0.00}_{-0.00}$	1
A 426	NGC 1275	$1.37 \pm 0.03$	$556^{+33}_{-24}$	$185^{+11}_{-11}$	$3.88^{+0.23}_{-0.17}$	1
MKW 1	NGC 3090	$2.30 \pm 0.03$	0	...	...	3
Virgo	M 87	$1.96 \pm 0.03$	$39^{+2}_{-9}$	$102^{+6}_{-4}$	$0.49^{+0.03}_{-0.11}$	1
MKW 5	NGC 5400	$2.23 \pm 0.03$	0	...	...	3
A 1991	NGC 5778	$2.11 \pm 0.03$	$71^{+38}_{-23}$	$142^{+48}_{-48}$	$0.65^{+0.34}_{-0.21}$	5
A 2029	IC 1101	$2.20 \pm 0.03$	$556^{+44}_{-73}$	$186^{+19}_{-39}$	$3.86^{+0.31}_{-0.51}$	1
A 2052	...	$1.98 \pm 0.03$	$125^{+26}_{-6}$	$147^{+53}_{-3}$	$1.09^{+0.22}_{-0.05}$	1

índices y  $\dot{M}$  es suficientemente pequeña como para garantizar la existencia de correlación entre ambas magnitudes:  $p_{\text{no correlación}} = 0.00012, 0.0037, 0.00016$  y  $0.0066$  para los paneles (a), (b), (c) y (d), respectivamente.

- Por el contrario, para las CCGs *sin líneas de emisión* las correlaciones no son significativas, con probabilidades de no correlación:  $p_{\text{no correlación}} = 0.33, 0.22, 0.40$  y  $0.22$  para los paneles (a), (b), (c) y (d), respectivamente.
- El análisis conjunto de las galaxias *con y sin líneas de emisión* conduce, como cabe esperar, a probabilidades intermedias entre los valores anteriores:  $p_{\text{no correlación}} = 0.00033, 0.017, 0.00058$  y  $0.027$  para los paneles (a), (b), (c) y (d), respectivamente.

En definitiva, parece claro que podemos segregar las CCGs en dos grupos distintos, en función en la presencia o no de líneas de emisión en sus regiones centrales.

Considerando que las líneas de emisión son una característica local, resulta interesante estudiar más en detalle si la correlación entre los índices y el ritmo de deposición, en CCGs con dichas líneas de emisión, varía al pasar de utilizar valores

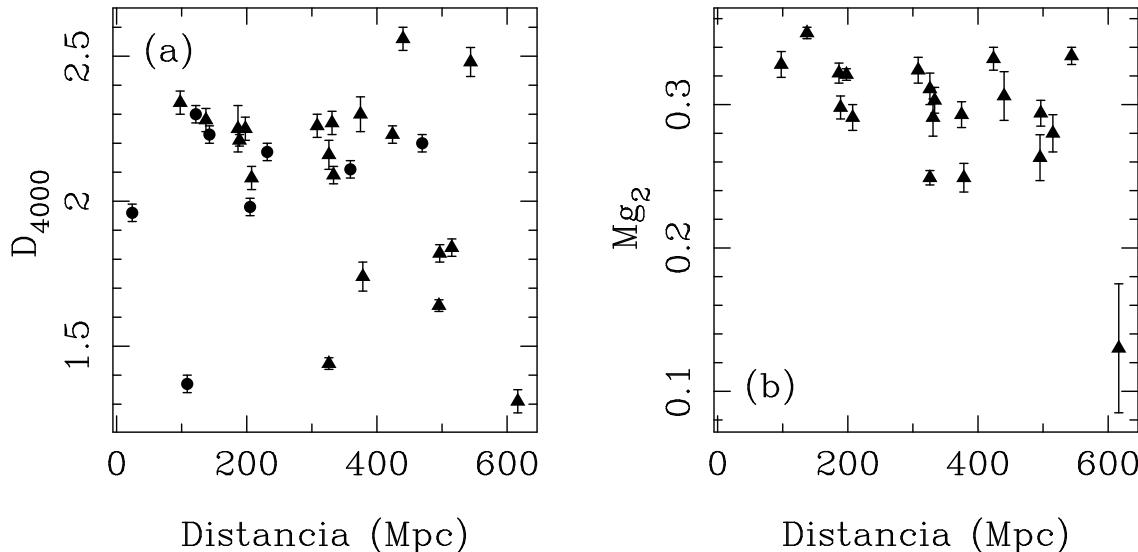
de  $\dot{M}$  totales a valores centrales. Desafortunadamente, dado que en el cálculo de  $\dot{M}_{\text{central}}$  es necesario utilizar las estimaciones del radio de enfriamiento  $r_{\text{cool}}$  de cada cúmulo, las cuales introducen una nueva fuente de error adicional, las correlaciones de los índices con los ritmos de deposición de masa centrales son algo peores, por lo que de esta comparación no podemos extraer ninguna conclusión.

Por último, también hemos representado gráficamente los valores centrales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  frente a la distancia de las CCGs (Fig. 6.2). Los índices mostrados exhiben una correlación mucho menos acusada con la distancia de lo que se observa en la muestra de JFN87 (ver Fig. 1.13). Un test de ordenación de *Spearman* indica  $p_{\text{no correlación}} = 0.171$  —panel (a)— y  $p_{\text{no correlación}} = 0.027$  —panel (b)— (la eliminación del valor de  $Mg_2$  correspondiente a la CCG del cúmulo PKS 0745–191, el más bajo de este panel, conduce a  $p_{\text{no correlación}} = 0.090$ ). Por tanto, el efecto observado en las galaxias de JFN87 es un sesgo provocado por el hecho de que a grandes distancias sólo se detectan los *cooling flows* con mayores ritmos de deposición de masa. Como se discutirá en el próxima sección, los gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en las regiones centrales de una gran parte de las CCGs son más planos de lo observado en galaxias elípticas gigantes. Esto conduce a que un efecto de abertura tiene consecuencias menos acusadas y, por tanto, la correlación mostrada por JFN87 entre el  $D_{4000}$  y el ritmo de deposición de masa es real (como han demostrado nuestras medidas realizadas sobre una distancia lineal sobre las galaxias constante).

### 6.1.2 El diagrama $D_{4000}$ – $Mg_2$

#### (i) La secuencia de CCGs

Con el objetivo de estudiar la variación simultánea de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  con la presencia o no de *cooling flow* y líneas de emisión, en la Fig. 6.3 se presenta un diagrama índice–índice. En el panel 6.3(a) se muestran los índices centrales con sus barras de error para la muestra de 20 CCGs (por claridad, la designación de las galaxias y las barras de error no aparecen en los restantes paneles). Dado que las CCGs parecen seguir una secuencia relativamente estrecha en este plano índice–índice ( $p_{\text{no correlación}} = 0.00011$ ), en el panel 6.3(b) comparamos esta secuencia con la mostrada por galaxias de primeros tipos. Los puntos pequeños en este panel corresponden a 135 galaxias elípticas y lenticulares, observadas por Kimble, Davidsen



**Figura 6.2** Índices centrales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  frente a distancia a las CCGs. En el panel (a) se han incluido (círculos rellenos) las medidas de  $D_{4000}$  derivadas a partir de los colores (U–b) nucleares de MO92.

y Sandage (1989) —como estos autores publicaron medidas de  $Mgb$  y  $D_{4000}$ , hemos transformado  $Mgb$  en  $Mg_2$  empleando la relación dada en la Eq. 5.2—. Las CCGs en cúmulos con *cooling flow* se han representado con círculos rellenos (galaxias con líneas de emisión) y con estrellas abiertas (galaxias sin líneas de emisión), y con un tamaño proporcional a  $\dot{M}$ . Los círculos vacíos son CCGs en cúmulos sin *cooling flow*. Se pueden extraer varios resultados de este análisis.

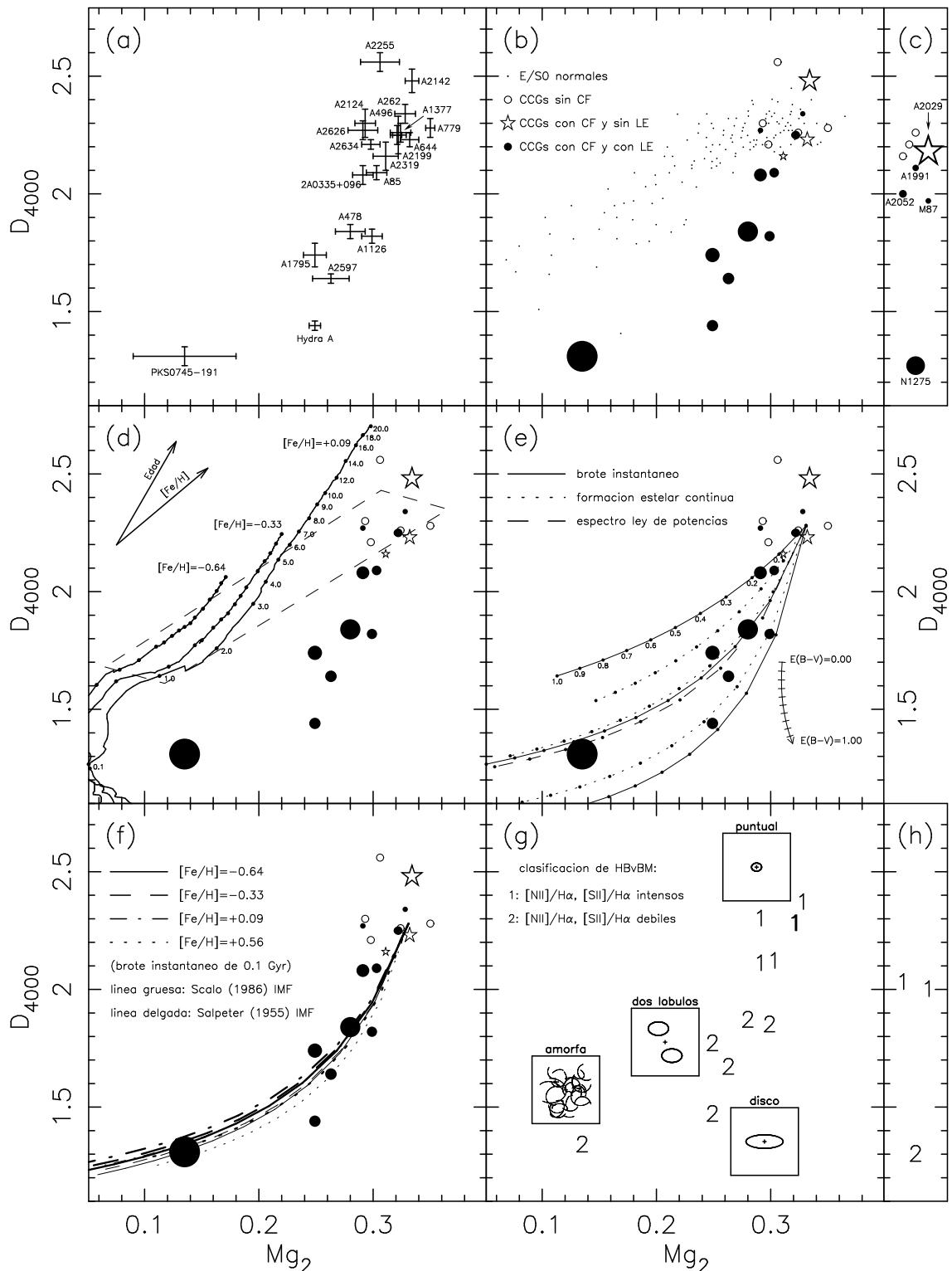
- Las CCGs en cúmulos sin *cooling flow* aparecen en la misma región que la ocupada por galaxias elípticas gigantes (aquellas de la muestra de Kimble et al. con mayores valores de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ ).
- Las CCGs en cúmulos con *cooling flow*, pero que no presentan líneas de emisión en sus regiones centrales, también son compatibles con la posición de las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*, incluso objetos con elevados ritmos de deposición de masa como las CCG de Abell 2142 y Abell 644.
- Por otro lado, las CCGs en cúmulos con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión, pueblan el plano  $D_{4000}$ – $Mg_2$  siguiendo una secuencia que se separa claramente de la mostrada por las galaxias elípticas normales.

Empleando los mismos símbolos, en el panel 6.3(c) hemos añadido las estimaciones del  $D_{4000}$  obtenidas a partir de los colores ( $U-b$ ) nucleares de MO92 (Tabla 6.1). Aunque no disponemos de medidas de  $Mg_2$  para estos objetos, las valores de  $D_{4000}$  confirman los resultados mencionados anteriormente. En particular, nótese la posición de la CCG de Abell 2029, una galaxia sin líneas de emisión en un cúmulo con un notable *cooling flow*. Analizando la información combinada de los paneles 6.3(b) y (c) destaca que la posición de las CCGs con líneas de emisión no constituyen una simple familia uniparamétrica en función del ritmo de deposición de masa, como demuestra la posición de la CCG del cúmulo Abell 478.

### (ii) Modelos de síntesis: edad y metalicidad

Con la intención de interpretar las variaciones espectrales medidas, vamos a utilizar las predicciones de modelos de síntesis evolutiva para poder así estudiar el efecto que una formación estelar tendría en este tipo de galaxias. Como paso previo, primeramente investigamos cómo es la dependencia del  $D_{4000}$  y el  $Mg_2$  con la edad y la metalicidad de la nueva población estelar. En este trabajo hemos empleado los modelos de Bruzual y Charlot (1999), descritos con anterioridad en esta memoria (sección 4.8.2). Estos modelos utilizan las funciones empíricas de Gorgas et al. (1993) y Worthey et al. (1994) para predecir los índices del sistema de Lick (entre ellos el  $Mg_2$ ), mientras que el  $D_{4000}$  es calculado con la ayuda de la calibración empírica de este índice presentada en el capítulo 4. Dado que los índices espectrales medidos en las galaxias han sido adecuadamente transformados a los sistemas spectrofotométricos correspondientes (ver sección 5.4.3), podemos garantizar la fiabilidad de la comparación entre los modelos y las medidas observacionales.

En el panel 6.3(d) se representa la evolución de tres brotes instantáneos de formación estelar (líneas continuas) con diferentes metalicidades:  $[Fe/H]=-0.64$ ,  $-0.33$  y  $0.09$ . La secuencia de los modelos ha sido etiquetada con unos pequeños círculos, en los cuales se indica la edad del brote en gigaaños. Para simplificar, hemos representado de forma aproximada la secuencia de galaxias elípticas de Kimble et al. (1989) por un polígono en línea discontinua. Examinando los modelos, hemos dibujado dos vectores que indican las direcciones en las que se producen los cambios medios en edad y metalicidad en este diagrama  $D_{4000}-Mg_2$  (para edades mayores de 1 gigaaño). Afortunadamente, ambos parámetros no se encuentran completamente



**Figura 6.3** Diagrama  $D_{4000}$ – $Mg_2$  con medidas centrales. Ver explicación en el texto.

degenerados en esta figura. Con ayuda de estas predicciones, puede interpretarse que las variaciones de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en las galaxias elípticas (muestra de Kimble et al.) sugieren una secuencia en metalicidad, mientras que las CCGs en cúmulos con *cooling flow* ocupan una región más paralela a una evolución en edad. Por tanto, podemos concluir que las variaciones en las propiedades espectrales de las CCGs y su relación con el ritmo de deposición de masa pueden entenderse como consecuencia de formación estelar. Es interesante destacar la imposibilidad de los modelos para reproducir los índices de  $Mg_2$  de las galaxias elípticas gigantes. Este resultado, ya encontrado por otros autores, refleja el hecho de que las galaxias elípticas con dispersión de velocidades mayores de  $\sim 200 \text{ km/s}^{-1}$  exhiben una sobreabundancia de Mg/Fe en relación con la razón solar (Peletier 1989, 1999; Worthey, Faber y González 1992; Worthey 1998).

### (iii) Formación estelar en CCGs

Hemos modelado las variaciones esperadas en los valores centrales de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  cuando una CCG, inicialmente no afectada por la presencia de un *cooling flow*, sufre un proceso de formación estelar. Es fácil comprobar que, dada una galaxia con índices  $D_{4000}(G)$  y  $Mg_2(G)$ , si superponemos una nueva población estelar con índices  $D_{4000}(\text{CF})$  y  $Mg_2(\text{CF})$ , los índices finales resultantes pueden calcularse como

$$D_{4000}(G + \text{CF}) \approx \frac{f_V (\alpha - \beta) + \beta}{\alpha f_V D_{4000}^{-1}(\text{CF}) + \beta (1 - f_V) D_{4000}^{-1}(G)}, \quad (6.1)$$

con

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv 10^{-0.4 (B - V)_{\text{CF}}}, \\ \beta &\equiv 10^{-0.4 (B - V)_G} \end{aligned} \quad (6.2)$$

y

$$Mg_2(G + \text{CF}) \approx -2.5 \log_{10} \left[ f_V 10^{-0.4 Mg_2(\text{CF})} + (1 - f_V) 10^{-0.4 Mg_2(G)} \right], \quad (6.3)$$

siendo  $f_V$  la fracción de luz en la banda  $V$  que procede de las nuevas estrellas.

El resultado de esta modelización se muestra en el panel 6.3(e). Todos los modelos representan el efecto que la formación estelar tendría al superponerse en una galaxia cuyos índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  coinciden con los valores medios (pesados con errores) obtenidos en nuestra submuestra de cinco CCGs en cúmulos sin *cooling flow* ( $\langle D_{4000} \rangle = 2.28$  y  $\langle Mg_2 \rangle = 0.331$ , típicos de una población estelar vieja). Las líneas

de puntos indican el efecto de una formación estelar continua durante los últimos 0.1, 1.0 y 10.0 gigaaños (de abajo a arriba). Las líneas continuas corresponden a brotes instantáneos de formación estelar que ocurrieron hace 0.01, 0.1 y 1.0 gigaaños (también de abajo a arriba). En todos estos modelos se ha utilizado una función inicial de masas del tipo dado por Scalo (1986) y metalicidad solar. Finalmente, la línea discontinua indica el efecto de añadir un espectro continuo con forma de ley de potencias ( $F_\lambda \propto \lambda^{\alpha-2}$ , con  $\alpha = 2.5$ )<sup>1</sup>. En estos cálculos no se ha considerado la existencia de enrojecimiento interno. Los pequeños círculos en las líneas de los modelos indican la fracción de luz en la banda V,  $f_V$ , que proviene de la nueva formación estelar (o del continuo con forma de ley de potencias). En el caso de considerar una formación estelar continua, esta fracción  $f_V$  puede relacionarse con la tasa de formación estelar (SFR) mediante la expresión

$$\text{SFR} = \frac{f_V L_V (M/L)_{\text{CF}}}{t}, \quad (6.6)$$

donde  $L_V$  es la luminosidad total en la banda V,  $(M/L)_{\text{CF}}$  es la relación masa-luminosidad de las nuevas estrellas (dada por los modelos), y  $t$  es el tiempo durante el cual la formación estelar tiene lugar. Análogamente, la parametrización de los modelos que consideran brotes instantáneos de formación estelar viene dada por

$$M_{\text{estrellas}} = f_V L_V (M/L)_{\text{CF}}, \quad (6.7)$$

con  $M_{\text{estrellas}}$  es la masa total de estrellas formadas.

---

<sup>1</sup>En el caso de un espectro con forma de ley de potencias del tipo  $F_\lambda \propto \lambda^{\alpha-2}$ , los índices pueden estimarse mediante

$$D_{4000}(\text{LP}) \approx \frac{4250^{\alpha+1} - 4050^{\alpha+1}}{3950^{\alpha+1} - 3750^{\alpha+1}} \quad (6.4)$$

y

$$\text{Mg}_2(\text{LP}) \approx -2.5 \log_{10} \left( \frac{F_c}{F_{\text{cont}}} \right), \quad (6.5)$$

$$F_{\text{cont}} = 0.5 (F_a + F_r) + 0.5 (F_r - F_a) \frac{2\lambda_c - \lambda_a - \lambda_r}{\lambda_r - \lambda_a},$$

$$\lambda_p = (\lambda_{p1} + \lambda_{p2})/2,$$

$$F_p = \begin{cases} \frac{\ln(\lambda_{p2}) - \ln(\lambda_{p1})}{\lambda_{p2} - \lambda_{p1}} & \text{para } \alpha = 1 \\ \frac{\lambda_{p2}^{\alpha-1} - \lambda_{p1}^{\alpha-1}}{\lambda_{p2} - \lambda_{p1}} & \text{para } \alpha \neq 1 \end{cases},$$

donde el índice  $p$  se refiere indistintamente a las bandas azul, central y roja ( $p=a,c,r$  respectivamente), y  $\lambda_{p1}$  y  $\lambda_{p2}$  son los límites en longitud de onda de cada banda.

El panel 6.3(e) revela que la secuencia de CCGs en cúmulos con *cooling flow* no parece explicarse mediante una formación estelar continua durante los últimos 10 gigaaños. Por el contrario, una *reciente* ( $\lesssim 1.0$  gigaaños) formación estelar continua, o simplemente un brote instantáneo ( $\lesssim 0.1$  gigaaños), pueden reproducir los índices centrales medidos. Es importante subrayar que los modelos representados en la figura no indican el camino seguido por las CCGs en su evolución pasiva por el diagrama  $D_{4000}-Mg_2$ . De hecho, al considerar brotes instantáneos, la edad de tales brotes puede ser muy diferente de una galaxia a otra. Sin embargo, la observación de que la secuencia de CCG con líneas de emisión sea bastante parecida a la trayectoria de los modelos representados es una indicación de que, durante la evolución de un brote, el valor de  $f_V$  disminuye muy rápidamente con la edad, haciendo que la dispersión de la secuencia de CCGs no se destruya. Como comprobación de tal efecto, hemos calculado la variación en función del tiempo de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en una CCG en la que hemos superpuesto un brote instantáneo<sup>2</sup>. Los resultados

<sup>2</sup>Los modelos de Bruzual y Charlot (1999) proporcionan la magnitud absoluta en la banda V de un brote de  $1 M_\odot$ , en función del tiempo. La fracción de luz azul  $f_V$  puede calcularse como

$$f_V(t) = \frac{\text{masa}_{\text{CF}}}{\text{masa}_G} 10^{-0.4[M_V^{\text{CF}}(t) - M_V^G(t)]}, \quad (6.8)$$

donde  $\text{masa}_{\text{CF}}$  es la masa de gas procedente del *cooling flow* que se ha transformado en estrellas (brote), y  $\text{masa}_G$  es la masa de la CCG subyacente. Fijado el valor de  $f_V$  para un instante concreto  $t_0$ , se determina la relación entre la masa del brote y la masa de la CCG. Conocido este valor, la variación del parámetro  $f_V$  en función del tiempo, correspondiente a la evolución pasiva del conjunto brote+CCG, queda establecida mediante la expresión anterior. Como punto de partida consideramos que la edad del brote es  $t_0$  y, para dicho brote y en ese instante de tiempo, el modelo nos proporciona  $M_V^{\text{CF}} = M_V(t_0)$ ,  $D_{4000}(\text{CF}) = D_{4000}(t_0)$ ,  $Mg_2(\text{CF}) = Mg_2(t_0)$  y  $(B-V)_{\text{CF}} = (B-V)(t_0)$ . Para instantes de tiempo posteriores,  $t_0 + \delta t$ , tenemos asimismo  $M_V^{\text{CF}} = M_V(t_0 + \delta t)$ ,  $D_{4000}(\text{CF}) = D_{4000}(t_0 + \delta t)$ ,  $Mg_2(\text{CF}) = Mg_2(t_0 + \delta t)$ , y  $(B-V)_{\text{CF}} = (B-V)(t_0 + \delta t)$ . Como el modelo de síntesis evolutiva es incapaz de reproducir la sobreabundancia de magnesio, hemos considerado que los índices  $D_{4000}(G)$  y  $Mg_2(G)$  de la galaxia elíptica subyacente corresponden a los índices medios de las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*, a los que hemos añadido las variaciones

$$\begin{aligned} \delta D_{4000} &= D_{4000}(t = 15 \text{ gigaaños} + \delta t) - D_{4000}(t = 15 \text{ gigaaños}) \quad \text{y} \\ \delta Mg_2 &= Mg_2(t = 15 \text{ gigaaños} + \delta t) - Mg_2(t = 15 \text{ gigaaños}), \end{aligned}$$

correspondientes al incremento en cada índice entre las predicciones del modelo para un brote después de 15 gigaaños y el mismo brote transcurrido un tiempo adicional  $\delta t$ . La magnitud en

para varios casos diferentes se representan en la Fig. 6.4. Como puede apreciarse, la evolución temporal restaura muy rápidamente las galaxias a la región del diagrama  $D_{4000}$ – $Mg_2$  correspondiente a las CCGs en cúmulos sin *cooling flow* (ver descripción en pie de figura).

En la esquina inferior derecha del panel 6.3(e) se representa el efecto del enrojecimiento interno en las medidas<sup>3</sup>. Como ejemplo se muestran las correcciones para un objeto hipotético, con  $D_{4000}=1.70$  y  $Mg_2 = 0.310$  mag, como función de un exceso de color  $E(B-V)$  comprendido entre 0.0 a 1.0, a intervalos de 0.1 magnitudes. Como podría esperarse, el efecto en el índice molecular  $Mg_2$  es prácticamente desprecia-

---

la banda V de la galaxia elíptica subyacente se toma directamente de los modelos,

$$M_V^G(t_0 + \delta t) = M_V(t = 15 \text{ gigaaños} + \delta t),$$

y lo mismo se hace con el índice de color (B–V). Con todos estos parámetros se obtiene finalmente  $f_V(t_0 + \delta t)$  y, con la ayuda de las Eqs. 6.1 y 6.3, obtenemos los índices resultantes de la evolución temporal del brote considerado más la galaxia elíptica subyacente.

<sup>3</sup>El efecto de la extinción interna puede estimarse de manera sencilla para el  $D_{4000}$  empleando

$$D_{4000}^{\text{corregido}} = D_{4000}^{\text{observado}} 10^{0.4 (A_r - A_a)}, \quad (6.9)$$

donde  $A_r$  y  $A_a$  son los coeficientes de extinción medios para las bandas roja y azul del  $D_{4000}$ . Aplicando la curva de extinción interestelar de Savage y Mathis (1979) y utilizando las longitudes de onda centrales de las bandas (notar que el enrojecimiento interno se produce con los límites en longitud de onda no afectados de velocidad radial de la galaxia) se obtiene

$$\left. \frac{A_\lambda}{E(B-V)} \right|_{\lambda_a=3850\text{\AA}} = 4.534 \text{ mag} \quad \text{y} \quad \left. \frac{A_\lambda}{E(B-V)} \right|_{\lambda_r=4150\text{\AA}} = 4.287 \text{ mag},$$

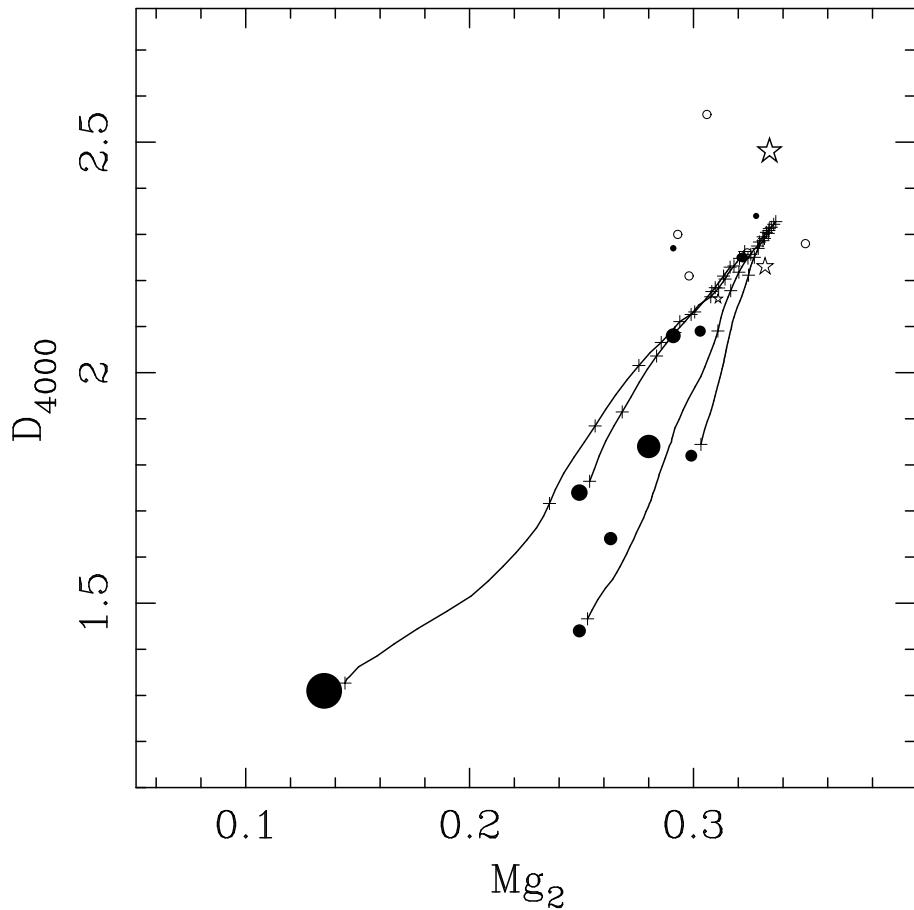
lo que se traduce en

$$D_{4000}^{\text{corregido}} = D_{4000}^{\text{observado}} 10^{-0.0988 E(B-V)}. \quad (6.10)$$

Los índices moleculares pueden corregirse mediante

$$I_m^{\text{observado}} - I_m^{\text{corregido}} = A_c - 2.5 \log_{10} \left[ \frac{10^{0.4 A_a} \frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_a} + \beta 10^{0.4 A_r} \frac{\lambda_c - \lambda_a}{\lambda_r - \lambda_a}}{\frac{\lambda_r - \lambda_c}{\lambda_r - \lambda_a} + \beta \frac{\lambda_c - \lambda_a}{\lambda_r - \lambda_a}} \right], \quad (6.11)$$

donde los subíndices  $a$ ,  $c$  y  $r$  se refieren a los centros de las bandas azul, central y roja, respectivamente. En el caso del  $Mg_2$  se obtiene  $A_a = 3.621$  mag,  $A_c = 3.395$  mag y  $A_r = 3.251$  mag. Dado que los índices moleculares se definen con ayuda de 3 bandas, en la expresión anterior aparece un parámetro libre,  $\beta$ , que es un factor que indica la relación entre los flujos medios en las bandas roja y azul. Para espectros de galaxias de primeros tipos  $\beta \sim 1.07$ .



**Figura 6.4** Diagrama  $D_{4000}$ - $Mg_2$  en el que se emplean los mismos símbolos que en la Fig. 6.3. Las líneas continuas indican la evolución temporal de los índices en CCGs que albergan brotes instantáneos de diferentes edades (asumiendo evolución pasiva tanto para el brote como para la galaxia elíptica subyacente). Las cruces sobre las líneas indican instantes de tiempo separados por 0.2 gigaaños. Los modelos representados comienzan en las proximidades de algunas CCGs seleccionadas: (de izquierda a derecha) la CCG de PKS0745–191 (edad del brote 0.05 gigaaños,  $f_V = 0.65$ ), Abell 1795 (edad 0.20 gigaaños,  $f_V = 0.28$ ), Hydra A (edad 0.01 gigaaños,  $f_V = 0.29$ ) y Abell 1126 (edad 0.01 gigaaños,  $f_V = 0.10$ ). Aunque la evolución total se extiende 2.0 gigaaños, se aprecia claramente que las CCGs de Hydra A y Abell 1126 alcanzan la región ocupada por las CCGs en cúmulos sin *cooling flow* en poco más de 0.2 gigaaños. Los dos modelos restantes llegan a dicha región en  $\sim 1.0$  gigaaños. Esta rápida transición facilita que la secuencia de CCGs en cúmulos con *cooling flow*, y con líneas de emisión, no se vea destruida por el efecto de envejecimiento del brote, que tendería a mover los puntos más hacia arriba en este diagrama —ver Fig. 6.3(e)—.

ble, mientras que lo contrario es cierto para la discontinuidad en  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ . Aunque Hansen et al. (1995) han publicado que  $E(B-V) \leq 0.1$  para la CCG de Hydra A, otros autores encuentran enrojecimientos no despreciables,  $E(B-V) \approx 0.1-0.6$ , para varias CCGs (Hu 1992; Donahue y Voit 1993; Allen et al. 1995; Allen 1995; Voit y Donahue 1997). En cualquier caso, la existencia de enrojecimiento interno favorece más aún la interpretación de que el proceso de formación estelar tiene lugar en un brote reciente en lugar de en forma continuada durante varios gigaaños. Por otro lado, es importante recordar que el efecto del enrojecimiento en el continuo estelar es normalmente inferior que en las líneas de emisión. Por ejemplo, Calzetti (1997) encuentra

$$E(B-V)_{\text{estrellas}} = 0.44 E(B-V)_{\text{gas}} \quad (6.12)$$

en regiones típicas de formación estelar, por lo que el efecto del enrojecimiento interno no afecta seriamente a las conclusiones derivadas más arriba.

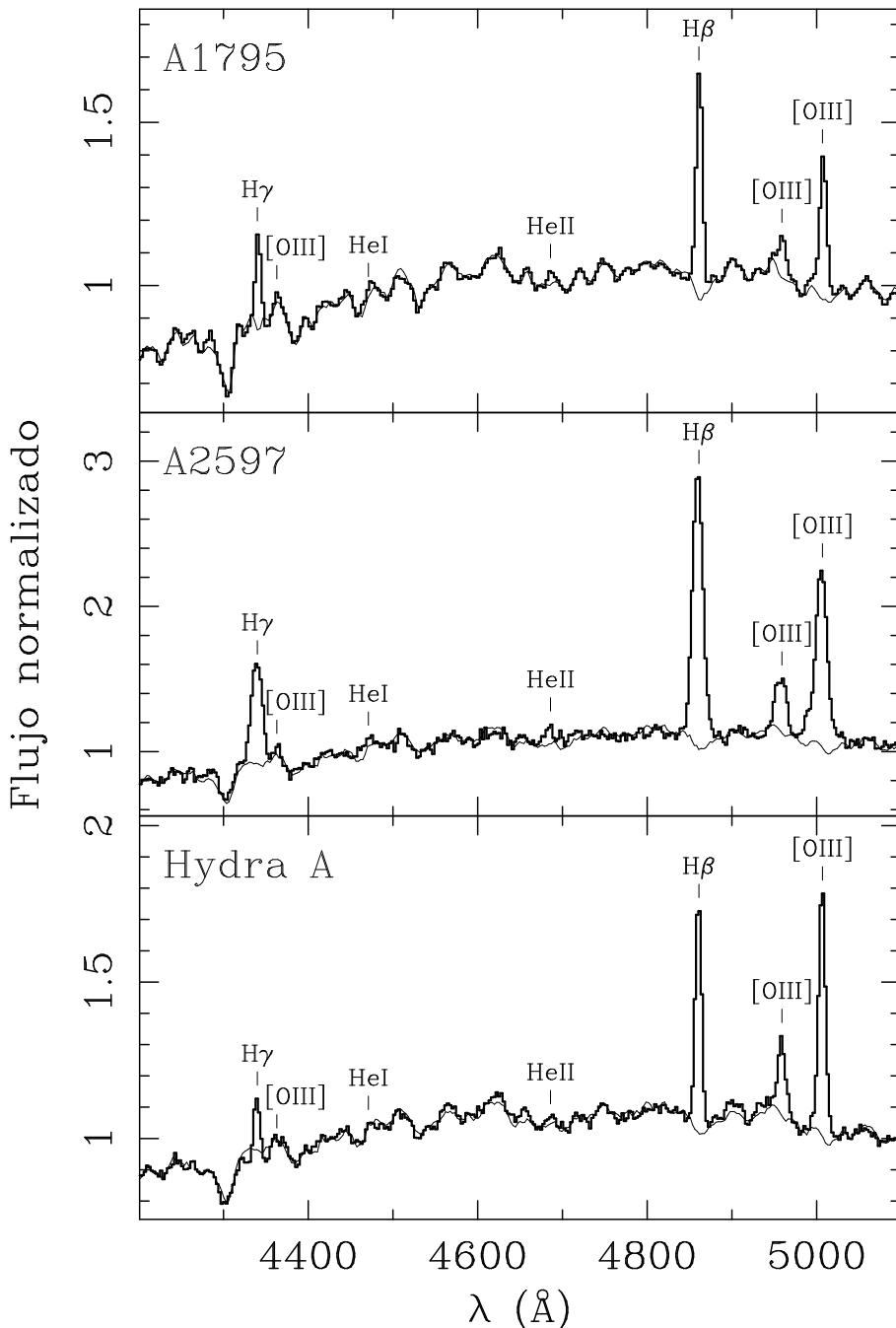
A parte de la falta de un conocimiento preciso del enrojecimiento interno en estos objetos, otras fuentes de incertidumbre están presente en los modelos calculados. Por un lado hemos tomado un único punto de partida en los modelos. Dado que las galaxias elípticas gigantes muestran cierta dispersión en  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  —apreciable en la muestra de Kimble et al. representada en el panel 6.3(b)—, y posiblemente esta dispersión es real, es de esperar que en realidad tengamos una red de líneas de modelos partiendo de posiciones diferentes. Esto introduciría cierta dispersión en la secuencia de CCGs en cúmulos con *cooling flow*. Por otro lado, hemos empleado modelos con metalicidad solar y relación de elementos también solar. Si existe una sobreabundancia de  $[\text{Mg}/\text{Fe}]$  en el material depositado por el *cooling flow*, los índices de  $Mg_2$  predichos estarían subestimados.

Por otra parte, dado que el intervalo en longitud de onda entre los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  no es excesivamente grande, la contribución de un continuo con forma de ley de potencias puede también reproducir los cambios espectrales observados. Este resultado no es sorprendente dado que, en un pequeño intervalo en longitud de onda, el espectro continuo de una estrella caliente puede aproximarse muy bien mediante una ley de potencias (Crawford y Fabian 1993). Sin embargo, la ausencia de luz azul polarizada en las CCGs de los cúmulos Abell 1795 y Abell 2597 (McNamara et al. 1996b, 1999), permite descartar esta posibilidad. Además, varias CCGs muestran características de absorción correspondientes a la serie de Balmer

(como NGC 1275, Crawford y Fabian 1993; la CCG de Hydra A, Hansen, Jorgensen y Norgaard-Nielsen 1995; Melnick, Gopal-Krishna y Terlevich 1997). Allen (1995) ha encontrado también que el intenso continuo UV/azul en los espectros de una pequeña muestra de CCGs se ajusta mejor con la participación de estrellas jóvenes que con un espectro continuo con forma de ley de potencias. Este autor también ha presentado la detección de características espectrales típicas de estrellas Wolf-Rayet en dos CCGs (las galaxias dominantes de Abell 1068 y Abell 1835), lo cual es una evidencia importante a favor de la presencia de estrellas jóvenes y masivas. En este sentido, Voit y Donahue (1997) han presentado también la medida de una débil emisión correspondiente a He II  $\lambda 4686$  en el espectro central de la CCG de Abell 2597. Con los espectros disponibles, podemos confirmar una detección marginal de esta línea,  $\text{flujo}_{\text{línea}}/\Delta\text{flujo}_{\text{línea}} > 3$ , en la misma galaxia, así como en la CCG de Abell 1795 (ver Fig. 6.5).

Hemos examinado las influencias de la metalicidad y la función inicial de masas en las predicciones mostradas en el panel 6.3(e), calculando modelos con diferentes metalicidades y dos IMF distintas —ver panel 6.3(f)—. Los nuevos modelos han sido calculados para un brote instantáneo después de 0.1 gigaaños. Las metalicidades adoptadas son las indicadas en la leyenda del panel. Como funciones iniciales de masa hemos empleado Salpeter (1955) —líneas delgadas— y Scalo (1986) —líneas gruesas—. Como se aprecia en la figura, las predicciones de los distintos modelos son muy parecidas y no dependen fuertemente ni del valor de [Fe/H] ni de la IMF adoptadas.

Con la intención de restringir aún más el conjunto de modelos posibles, hemos explorado en detalle el resultado de las distintas predicciones cuando se examina un intervalo en longitud de onda mayor que el considerado hasta el momento. Para ello se han empleado medidas en el ultravioleta y en el infrarrojo cercano de la literatura. Esta información se muestra gráficamente en la Fig. 6.6. Una formación estelar continua durante los últimos 10 gigaaños —panel 6.6(a)— no puede reproducir simultáneamente el flujo en el infrarrojo cercano y en el ultravioleta, confirmando el resultado obtenido con los índices centrales de D<sub>4000</sub> y Mg<sub>2</sub>. En el caso representado ( $f_V = 0.30$ ) sería necesario aumentar el valor de  $f_V$  para poder ajustar los flujos en el ultravioleta, lo cual sobre-estimaría el flujo en el infrarrojo. Brotes instantáneos de formación estelar con edades  $\sim 0.1\text{--}0.2$  gigaaños —asumiendo  $f_V = 0.25$ , que



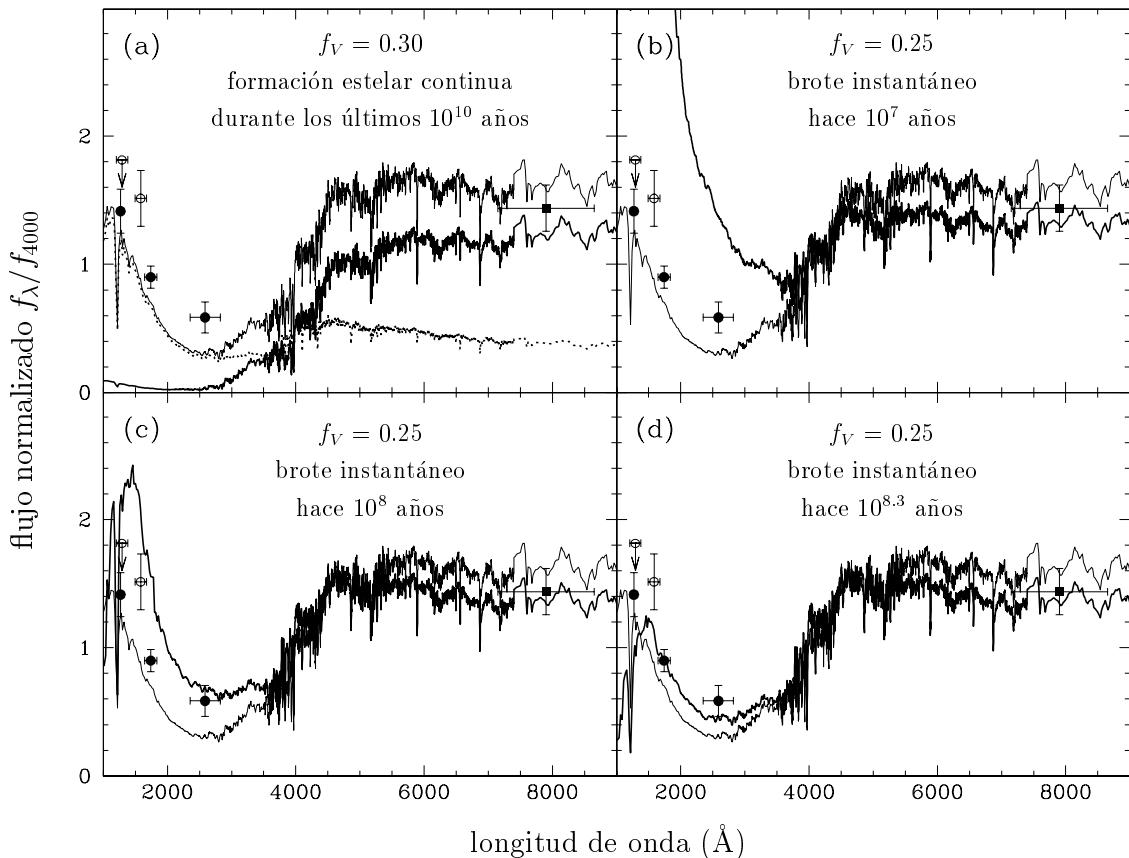
**Figura 6.5** Espectros centrales de tres CCGs con líneas de emisión de nuestra muestra. Superpuesto al espectro de las galaxias consideradas (trazo grueso), se ha dibujado un espectro de referencia (línea delgada), calculado mediante el mejor ajuste al espectro de una CCG sin líneas de emisión (en concreto, el espectro central de las CCGs de Abell 2124 —panel superior— y Abell 644 —paneles central e inferior—) más un polinomio de grado bajo. Se encuentra una detección marginal de He II  $\lambda 4686$  en las CCGs de Abell 1795 y Abell 2597,  $\text{flujo}_{\text{línea}}/\Delta\text{flujo}_{\text{línea}} = 4.2$  y  $4.1$ , respectivamente. En la CCG de Hydra A este valor es solamente  $1.7$ .

es aproximadamente el valor de este factor para las CCGs de Abell 1795 y Abell 2597, como puede leerse en la Fig. 6.3(e)— son compatibles, simultáneamente, con los flujos UV e IR, y con los índices espectrales  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ . Es importante destacar, sin embargo, que en el ultravioleta los efectos de extinción interna pueden ser dramáticos, incluso para moderados valores de  $E(B-V)$ . Por ejemplo, empleando la curva de extinción interestelar de Savage y Mathis (1979), y asumiendo  $E(B-V)=0.2$  y  $0.4$ , los flujos UV representados en la Fig. 6.6 deben multiplicarse por factores  $\sim 5-6$  y  $\sim 20-30$ , respectivamente. En estos casos es obvio que el continuo ultravioleta impondría un límite superior para la edad del brote  $< 0.1$  gigaaños. Este resultado coincide con las variaciones del  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  con  $E(B-V)$  mostradas en la Fig. 6.3(e).

#### (iv) Líneas de emisión

Una fuente de información importante para entender el comportamiento de los índices espectrales en CCGs proviene del estudio de las líneas de emisión. Utilizando diagramas de relaciones entre líneas, Heckman et al. (1989 —HBvBM—) clasificaron las nebulosas de emisión en los centros de las CCGs en dos tipos. El tipo I corresponde a objetos con cocientes  $[N\text{ II}]\ \lambda 6584/\text{H}\alpha \sim 2.0$  y  $[S\text{ II}]\ \lambda 6717/\text{H}\alpha \sim 0.7$ , relativamente elevados, mientras que los objetos tipo II exhiben relaciones menores,  $[N\text{ II}]\ \lambda 6584/\text{H}\alpha \sim 0.9$  y  $[S\text{ II}]\ \lambda 6717/\text{H}\alpha \sim 0.4$ . En los paneles 6.3(g) y (h) hemos indicado esta clasificación (con símbolos “1” y “2” para los tipos I y II respectivamente) para las CCGs con relación entre líneas conocidas (HBvBM: CCGs de Abell 262, Abell 426, Abell 496, PKS 0745–191, Hydra A, Virgo, Abell 1126, Abell 1795, Abell 2052 y Abell 2597; JFN87: Abell 85; White et al. 1994: Abell 478; para las CCGs de 2A 0335+096, Abell 2199 y Abell 2626 hemos estimado la relación  $[N\text{ II}]\ \lambda 6584/\text{H}\alpha$  mediante un ajuste simultáneo de tres perfiles gaussianos). Hay una clara dicotomía en la forma en que las galaxias de los distintos tipos pueblan el diagrama  $D_{4000}-Mg_2$ . Conviene subrayar que los objetos de tipo I están asociados a cúmulos con bajas luminosidades en rayos X y en  $\text{H}\alpha$ , pequeñas nebulosidades y bajos ritmos de deposición de masa, mientras que lo contrario es cierto para los objetos de tipo II (HBvBM; Baum 1992a,b; Donahue y Voit 1997).

En relación con la existencia de líneas de emisión, conviene estudiar la posible importancia de un continuo nebuloso al exceso de luz azul en las regiones centrales



**Figura 6.6** Modelización de flujos ultravioleta e infrarrojo por los distintos modelos de formación estelar. Los círculos representan flujos ultravioleta publicados por Crawford y Fabian (1993) —círculos llenos: CCG de Abell 1795; círculos vacíos: CCG de Abell 2597—, mientras que el cuadrado lleno indica una estimación del flujo IR cercano estimado a partir del color promedio nuclear (U—I) de las CCGs de los cúmulos Abell 1795 y Abell 2597, publicado por MO92. El panel (a) muestra la distribuciónpectral de energía correspondiente a una población estelar vieja (15 gigaaños) —línea gruesa—, una formación estelar continua durante los últimos 10 gigaaños (línea punteada), y el resultado final suma de ambas componentes (línea delgada), asumiendo que la fracción de luz en la banda V procedente de la formación estelar continua es  $f_V = 0.3$ . Esta predicción es comparada en los siguientes paneles (línea delgada), con los espectros finales obtenidos al superponer un brote instantáneo de formación estelar en el espectro de la misma población vieja. En concreto, se representa el espectro resultante (línea gruesa = población de 15 gigaaños + brote instantáneo,  $f_V = 0.25$ ) cuando han transcurrido 0.01, 0.1 y 0.2 gigaaños desde que el brote tuvo lugar —paneles (b), (c) y (d), respectivamente—.

de las CCGs. La contribución de un continuo de este tipo al exceso de color (U–B) puede estimarse a través de la anchura equivalente de H $\beta$  mediante (ver McNamara et al. 1999)

$$\Delta(U - B) \simeq -2.5 \log_{10} \left[ 1 + \frac{\epsilon(T, \Delta\lambda_U) \text{EW}(H\beta)}{\Delta\lambda_U} \right], \quad (6.13)$$

donde  $\Delta\lambda_U \simeq 600$  Å es la anchura efectiva de la banda U, y  $\epsilon(T, \Delta\lambda_U)$  es la relación entre la intensidad del continuo nebuloso promediado sobre la banda U respecto al flujo de la línea H $\beta$ . Teniendo en cuenta el gradiente en la anchura equivalente de H $\beta$  medido por nosotros en la CCG del cúmulo Abell 2597, y asumiendo  $\epsilon = 2.8$ , McNamara et al. (1999) concluye que el efecto del continuo nebuloso en esta galaxia equivale a  $\Delta(U - B) \gtrsim -0.11$  magnitudes, lo que se traduce en tan sólo  $\sim 10\text{--}15\%$  del exceso de color azul observado. Este resultado no es sorprendente, si tenemos en cuenta que los brotes de formación estelar que parecen reproducir la posición de las CCGs en el diagrama D<sub>4000</sub>–Mg<sub>2</sub> tienen edades superiores a 0.01 gigaaños. La modelización de la relación entre el continuo nebuloso y la luminosidad total, como función de la edad de un brote, realizada por García-Vargas, Mollá y Bressan (1998) indica que la contribución del continuo nebuloso es despreciable para edades del brote superiores a 0.005 gigaaños.

#### (v) Morfología del exceso de luz azul

Otra referencia importante en el estudio de las CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* procede del análisis de la morfología de los excesos de luz azul. Recientemente McNamara (1997) ha establecido una clasificación morfológica basada en la distribución de brillo superficial de dichos excesos de luz azul. Esta clasificación contiene 4 categorías ordenadas por complejidad geométrica creciente:

1. Fuente puntual (por ejemplo las CCGs de Abell 2199 y Abell 2052): poseen núcleos azules y emisión nebulosa no resuelta, baja luminosidad nebulosa, con pequeñas anomalías geométricas.
2. Disco (CCG de Hydra A): geometría poco frecuente en CCGs en cúmulos con *cooling flow*. Está caracterizada por un disco de gas y estrellas jóvenes en rotación alrededor del núcleo.

3. Emisión en lóbulos (como las CCGs de Abell 1795 y Abell 2597): presenta lóbulos brillantes en el azul y en el óptico, a varios kiloparsecs del núcleo.
4. Irregular: de morfología amorfa (por ejemplo, NGC 1275 es un objeto en transición entre tipos 3 y 4).

En la Fig. 6.3(g) hemos dibujado los cuatro tipos morfológicos en la vecindad de las galaxias que los muestran. Teniendo en cuenta el valor del  $D_{4000}$  de NGC 1275, hemos situado, tentativamente, la morfología de tipo 4 cerca de la CCG de PKS0745–191. Conviene resaltar de forma especial que McNamara (1997) ha sugerido la posibilidad de que estos cuatro tipos morfológicos reflejen una secuencia evolutiva. Este punto será discutido con más detalle en la sección 6.5.

## 6.2 Gradiéntes de $D_{4000}$ y $Mg_2$

### 6.2.1 Ajuste de los gradiéntes

Aunque los gradiéntes de  $Mg_2$  (Faber 1977; GEA90; González 1993; Davies, Sadler y Peletier 1993; Carollo, Danziger y Buson 1993; Fisher, Franx e Illingworth 1995; González y Gorgas 1995) y de  $D_{4000}$  (Munn 1992; Davidge y Grinder 1995), son típicamente lineales en galaxias elípticas (cuando se representan frente al logaritmo del radio), podemos apreciar en las Figs. 5.9 y 5.10 como los gradiéntes en algunas CCGs muestran un claro cambio de pendiente en radios intermedios. La extensa muestra de galaxias estudiadas en este trabajo nos permite relacionar este cambio de pendiente con la presencia de líneas de emisión en las regiones centrales de las CCGs.

Para determinar de forma objetiva el radio en el cual tiene lugar el cambio de pendiente, hemos realizado ajustes, por mínimos cuadrados pesado con errores, a dos rectas unidas por un punto<sup>4</sup>. El radio en el cual se produce la unión de las dos rectas,  $r_{\text{break}}$ , se ha dejado como parámetro libre y, utilizando un método numérico

<sup>4</sup>Este tipo de ajuste es fácil de calcular empleando la técnica de los multiplicadores de Lagrange.

En este caso, dadas dos ecuaciones de una recta de la forma  $y_1 = a_1 + b_1 x$  e  $y_2 = a_2 + b_2 x$ , introducimos la restricción  $y_1|_{x=x_0} = y_2|_{x=x_0}$ , de tal forma que la expresión a minimizar se convierte en

$$\Phi(a_1, b_1, a_2, b_2, \lambda) =$$

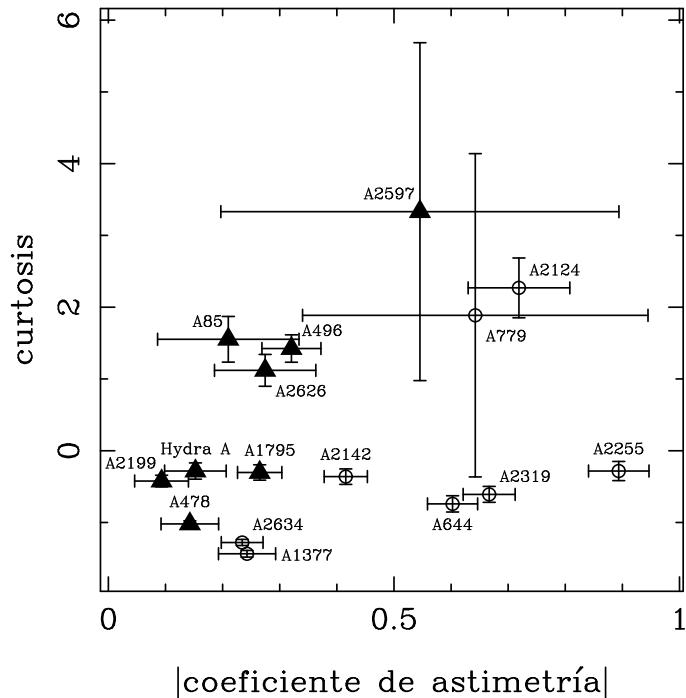
(DOWNHILL —ver sección 3.3.5—), se ha obtenido el valor de  $r_{\text{break}}$  que producía la menor varianza residual. La incertidumbre en  $r_{\text{break}}$  se ha determinado siguiendo un método de Monte Carlo, en el cual se tuvo en cuenta los errores aleatorios finales en las medidas de los índices (típicamente se realizaron  $\sim 1000$  simulaciones por gradiente). Por otro lado, hemos comprobado que las diferencias en las determinaciones de  $r_{\text{break}}$  obtenidas al utilizar los gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  no son estadísticamente significativas.

El estudio de la distribución de valores de  $r_{\text{break}}$  obtenidos en las simulaciones añade, a su vez, un nuevo criterio para caracterizar la existencia real de un cambio de pendiente apreciable. Con esta intención, el método del ajuste simultáneo de las dos rectas también se aplicó a las CCGs sin líneas de emisión. En la Fig. 6.7 se representan los valores de los coeficientes de asimetría y de apuntamiento (o curtosis) de las distribuciones de  $r_{\text{break}}$  obtenidas en las simulaciones de Monte Carlo para las galaxias con líneas de emisión y gradientes creíbles más allá de la región de emisión (todas las CCGs con emisión salvo las de los cúmulos Abell 262 y Abell 1126), y todas las galaxias sin emisión. La figura revela que se produce una clara segregación del tipo de distribución en función de la existencia o no de líneas de emisión. Los ajustes simultáneos de dos rectas a los gradientes de CCGs sin emisión conducen a distribuciones de  $r_{\text{break}}$  sistemáticamente más planas (valores inferiores del coeficiente de aplanamiento), para un valor dado del coeficiente de asimetría, que las obtenidas con los gradientes de CCGs con líneas de emisión, como cabe esperar si el cambio de pendiente en las galaxias con emisión es real.

Los valores finales de  $r_{\text{break}}$  derivados para las CCGs con líneas de emisión se comparan, en la Fig. 6.8, con los radios donde termina la emisión en dichos objetos (empleando el criterio ya descrito en la sección 5.6). Aunque se aprecia una tendencia de los valores de  $r_{\text{break}}$  a superar el radio donde se observan líneas de emisión ( $r_{\text{break}} \approx 1.25 \times r_{\text{líneas emisión}}$ , —línea de puntos en la figura—), teniendo en cuenta las barras de error, ambos radios son compatibles entre sí con un nivel de significación  $\alpha = 0.05$

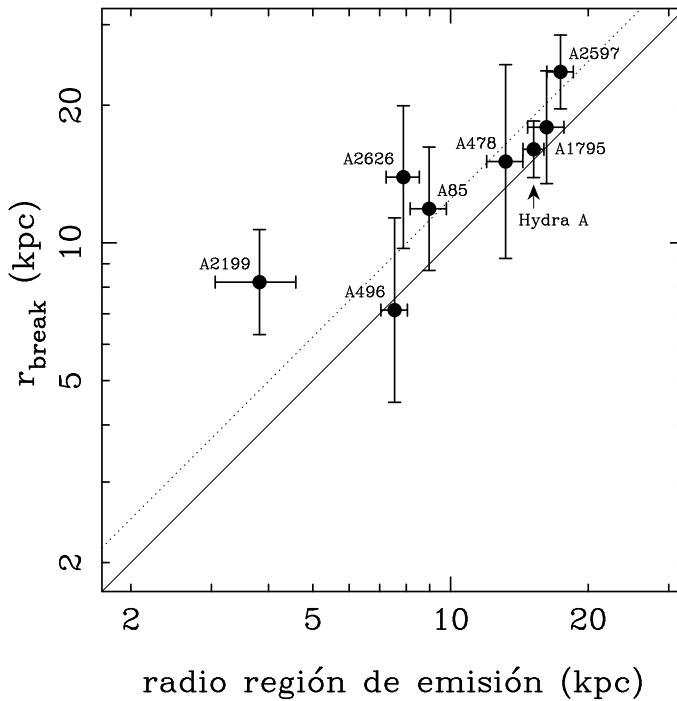
$$\sum_{i=1}^{N_{\text{puntos1}}} \left( \frac{y_{1i} - a_1 - b_1 x_i}{\sigma_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N_{\text{puntos2}}} \left( \frac{y_{2i} - a_2 - b_2 x_i}{\sigma_i} \right)^2 + \lambda (a_1 + b_1 x_0 - a_2 - b_2 x_0), \quad (6.14)$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange,  $\sigma_i$  el error en  $y_{1,2,i}$ ,  $x_0$  el punto en el que se hacen coincidir ambas rectas, y  $N_{\text{puntos1}}$  y  $N_{\text{puntos2}}$  los puntos empleados para el ajuste de las rectas  $y_1$  e  $y_2$  respectivamente. Tomando derivadas parciales en  $\Phi$  se obtiene un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas, cuya resolución proporciona el ajuste buscado.



**Figura 6.7** Comparación entre los coeficientes de asimetría (momento de orden 3 —representado en valor absoluto—) y de apuntamiento (curtosis o momento de orden 4 —se ha utilizado la definición que proporciona un valor cero para una distribución normal—) de las distribuciones de  $r_{\text{break}}$  obtenidas en las simulaciones de Monte Carlo empleadas para estimar el error en dicho radio. Los errores en los coeficientes se han determinado, a su vez, repitiendo 100 veces cada bloque de 1000 simulaciones de ajustes a cada gradiente. Los triángulos llenos y los círculos vacíos corresponden, respectivamente, a CCGs con y sin líneas de emisión en sus regiones centrales. Cuando los gradientes en  $D_{4000}$  y  $\text{Mg}_2$  son fiables (ver texto) se ha determinado el valor promedio de los coeficientes para ambos ajustes.

(es decir, dentro de un efecto  $2.4\sigma$ ). Curiosamente, los dos puntos que más se desvían de la relación, las CCGs de Abell 2199 y Abell 2626, son dos galaxias que se encuentran muy cerca del origen de los modelos en la Fig. 6.3(e). Si este resultado se relaciona con la existencia de una conexión entre formación estelar y las alteraciones espectrales observadas (tanto en la variación de las características de absorción como la presencia de líneas de emisión), podría interpretarse que las regiones de emisión se encuentran en recesión respecto a la zona en la que las líneas de absorción se hayan diluidas.



**Figura 6.8** Comparación entre  $r_{\text{break}}$  y el radio de la región ocupada por líneas de emisión. La línea de puntos indica la diferencia sistemática media (calculada pesando con los errores en cada punto) entre ambos radios. Las barras de error en el radio de la región de emisión indican la discretización espacial ( $\pm 1$  pixel), mientras que en  $r_{\text{break}}$  corresponden a la desviación típica en las simulaciones.

### 6.2.2 Gradientes frente a los ritmos de deposición de masa

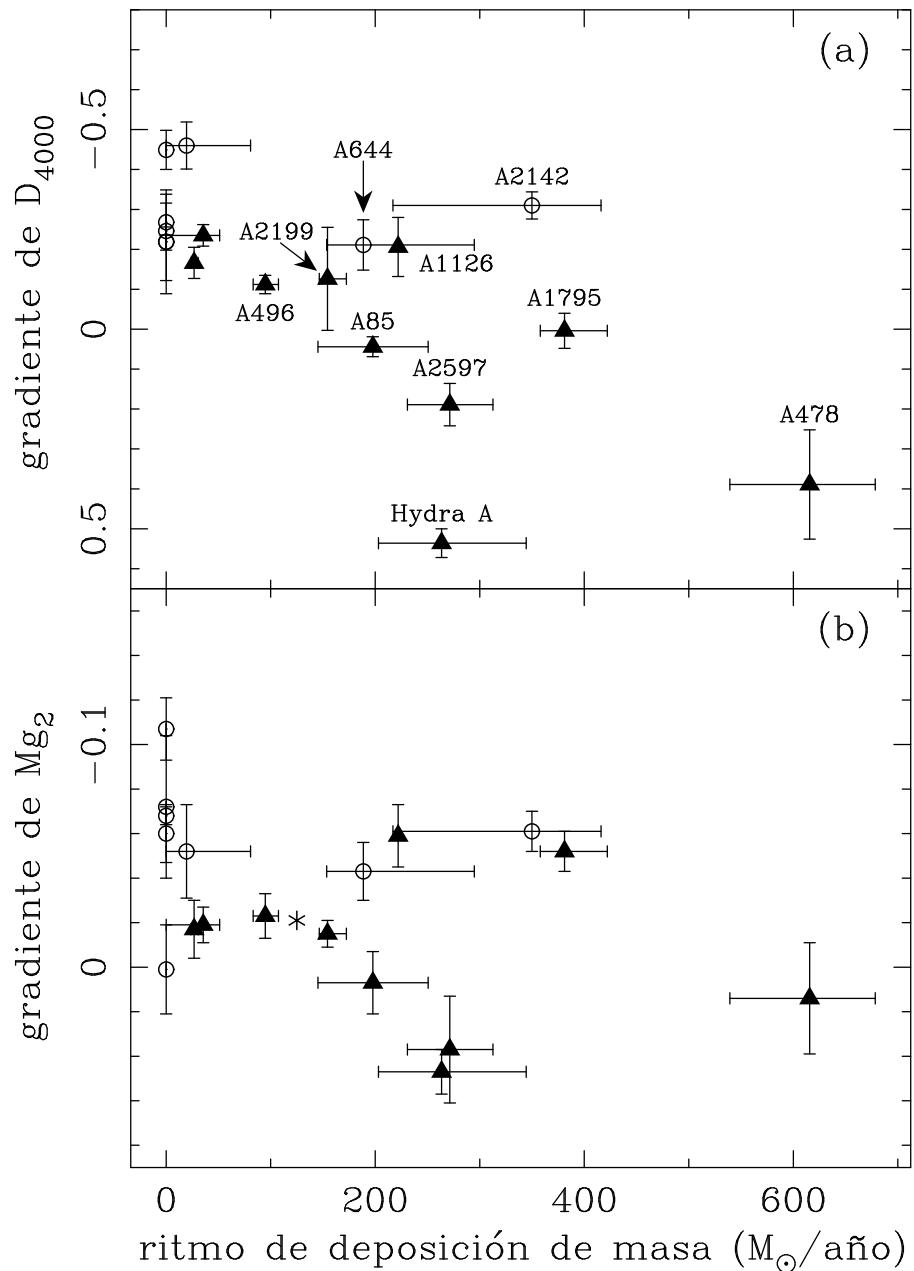
El examen de las Figs. 5.9 y 5.10 (ver también los gradientes ajustados y tabulados en la Tabla 5.8), pone de manifiesto que las CCGs en cúmulos con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión muestran gradientes planos, e incluso positivos, en las regiones donde dicha emisión está presente (por ejemplo, las CCGs de Abell 478, Abell 1795, Abell 2597, Hydra A, Abell 85, Abell 2199). De hecho, los gradientes *internos* (medidos en la región de emisión) parecen correlacionarse con el ritmo de deposición de masa. Efectivamente, en la Fig. 6.9 se han representado los gradientes de  $D_{4000}$  —panel (a)— y  $Mg_2$  —panel (b)— en función de  $\dot{M}$ . Para las CCGs con líneas de emisión se utilizan los gradientes *internos*, mientras que para los objetos sin emisión se emplean los gradientes *globales*. Se aprecia la existencia de una clara tendencia, en el sentido de que los gradientes se hacen más positivos a medida que aumenta el ritmo de deposición. El efecto es más notable en el  $D_{4000}$ , probablemente debido a la mejor calidad de los gradientes —usando un test de *Spearman* con todas

**Tabla 6.2:** Niveles de significación (utilizando un test  $t$  de igualdad de medias) en la comparación de los gradientes medios representados en la Fig. 6.11, tomando como referencia los gradientes medios para las galaxias elípticas.

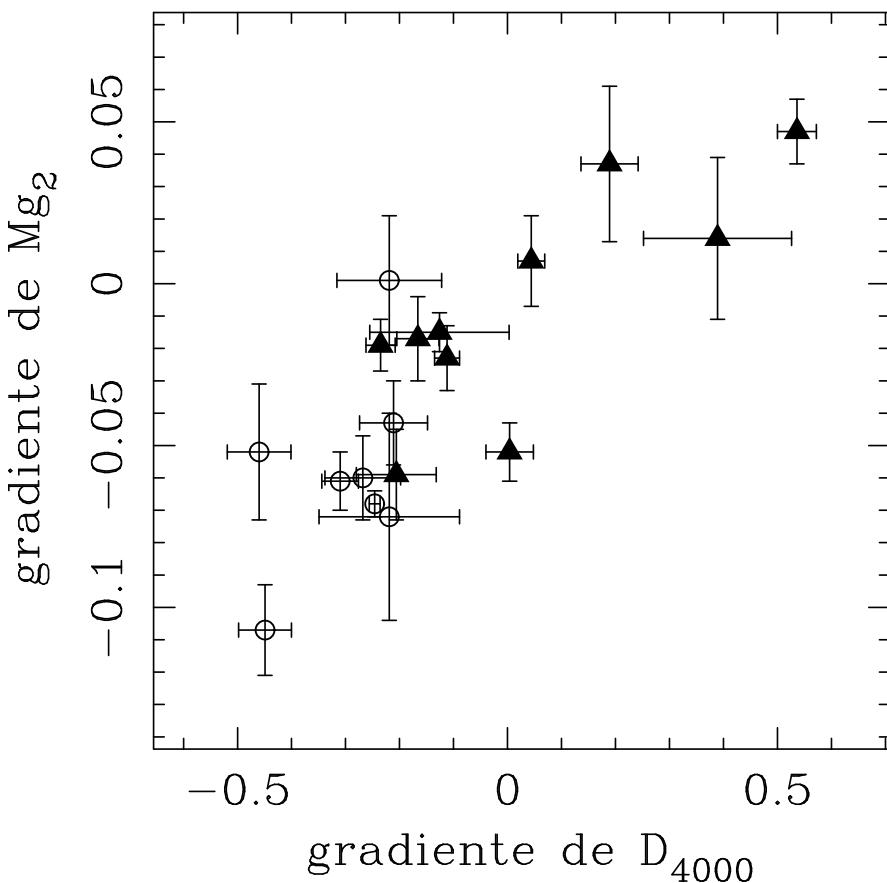
índice	CCGs	CFGs	CFGs con LE	
	sin CF	sin LE	internos	externos
D <sub>4000</sub>	0.097	0.906	0.0027	0.183
Mg <sub>2</sub>	0.188	0.976	0.0019	0.028

las galaxias se obtiene  $p_{\text{no correlación}} = 0.0050$  para el panel (a), y  $p_{\text{no correlación}} = 0.0543$  para el panel (b)—. En cualquier caso, parece claro que los gradientes en ambos índices manifiestan el mismo comportamiento frente al ritmo de deposición de masa, como queda reflejado en la Fig. 6.10, donde hacemos una representación gradiente—gradiente.

En la Fig. 6.11 hemos representado los gradientes medios para diferentes tipos de galaxias: elípticas normales (Es), CCGs en cúmulos sin *cooling flow* (CCGs sin CF), y CCGs en cúmulos con *cooling flow* (CFGs), sin y con líneas de emisión (sin/con LE) —en estas últimas distinguimos los gradientes *internos* y *externos*—. El gradiente promedio de D<sub>4000</sub> para galaxias elípticas ( $-0.315$ ,  $\sigma = 0.090$ ) ha sido calculado usando una media de los gradientes de un total de 10 galaxias publicados por Munn (1992), y Davidge y Clark (1994). El gradiente promedio de Mg<sub>2</sub> ( $-0.055$ ,  $\sigma = 0.025$ ) es el derivado por González y Gorgas (1999), empleando datos publicados y sin publicar para 109 galaxias elípticas con perfiles de Mg<sub>2</sub> de buena calidad. El resto de los valores se han obtenido realizando un promedio (pesado con errores) de los gradientes medidos en la muestra de 18 CCGs listados en la Tabla 5.8. Se observa que el comportamiento global de los gradientes medios es similar en ambos índices. Para comprobar si dichos valores son estadísticamente compatibles dentro de las dispersiones observadas, hemos realizado un test  $t$  de igualdad de medias, tomando los promedios de las galaxias elípticas como referencia. Los niveles de significación  $\alpha$  derivados de estas comparaciones se resumen en la Tabla 6.2. Como era de esperar tras el examen visual de la figura, los gradientes medios claramente distintos ( $\alpha \lesssim 0.05$ ) son los *internos* en CFGs con líneas de emisión, y de forma más marginal el gradiente *externo* de Mg<sub>2</sub> en CFGs (también con emisión central).



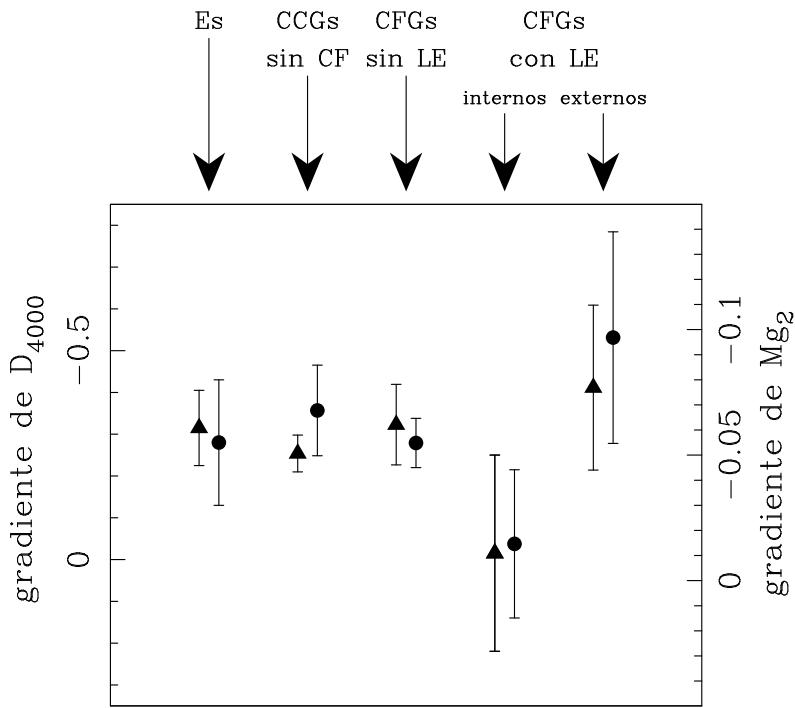
**Figura 6.9** Gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  como función del ritmo de deposición de masa. Los círculos vacíos corresponden a gradientes globales en CCGs sin líneas de emisión, mientras que los triángulos rellenos indican gradientes *internos* (aquellos medidos en la región donde se observa la emisión). Las barras de error en el ritmo de deposición marcan los percentiles 10 y 90. El asterisco en el panel (b) es el valor medido por GEA90 para la CCG del cúmulo PKS 2354–35.



**Figura 6.10** Comparación entre los gradientes en  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ . Los círculos vacíos corresponden a los gradientes *globales* en CCGs sin líneas de emisión, mientras que los triángulos rellenos indican gradientes *internos* en CCGs con líneas de emisión en sus regiones centrales. Un test de *Spearman* con los datos de esta figura conduce a  $p_{\text{no correlación}} = 0.00083$ .

Podemos resumir las conclusiones más importantes que se deducen del examen de los gradientes en los siguientes puntos:

- Las CCGs en cúmulos sin *cooling flow* (que recordemos no presentan líneas de emisión), presentan gradientes consistentes con los observados en galaxias elípticas normales.
- Los gradientes en CCGs en cúmulos con *cooling flow*, pero que no presentan líneas de emisión (como las galaxias dominantes de Abell 644 y Abell 2142), también son compatibles con los de las galaxias elípticas (y, por tanto, con los de las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*).
- Los gradientes *internos* (es decir, en la región de emisión) de las CCGs en



**Figura 6.11** Gradientes medios en función del tipo de galaxia: Es, elípticas normales; CCGs sin CF, CCGs en cúmulos sin *cooling flow*; CFGs sin LE: CCGs en cúmulos con *cooling flow* y que no presentan líneas de emisión; CFGs con EL, CCGs en cúmulos con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión (en este último tipo distinguimos entre gradientes *internos* y *externos*). Los triángulos corresponden a los gradientes de  $D_{4000}$  (escala vertical izquierda) y los círculos a los gradientes de  $Mg_2$  (escala vertical derecha). Las barras de error indican la desviación típica alrededor de los valores medios. Ver discusión en 6.2.2.

cúmulos con *cooling flow* son notablemente más positivos que los encontrados en las galaxias elípticas y en CCGs sin emisión. A su vez, estos gradientes *internos* se correlacionan con los ritmos de deposición de masa.

- El gradiente promedio en las partes externas de CFGs con líneas de emisión (especialmente en  $Mg_2$ ) parece ser marginalmente más pendiente que el gradiente promedio para elípticas normales, aunque la mayor dispersión de las medidas no permite garantizar esta conclusión (en contra de este resultado tenemos dos objetos, las CCGs de Abell 1126 y Abell 262, que exhiben gradientes ligeramente más pendientes en las partes internas que en las externas, aunque este hecho no parece significativo dada la escasa relación señal/ruido en los espectros de las regiones exteriores de estas galaxias).

### 6.2.3 Intensidad y extensión de la formación estelar

Si admitimos que los cambios de pendiente en los gradientes de intensidad de líneas son provocados por procesos de formación estelar en las partes centrales, podemos emplear esta información, junto con las predicciones de los modelos ya mencionados, para estimar la cantidad y el perfil espacial de la formación estelar inducida por el *cooling flow*. Como hipótesis de trabajo vamos a asumir que los gradientes en las partes exteriores representan el gradiente de la población estelar subyacente (es decir, aquella correspondiente a las CCGs antes de la formación de estrellas a partir del material depositado por el *cooling flow*). Esta asunción parece justificada dado que no existe una diferencia significativa entre estos gradientes exteriores (especialmente en  $D_{4000}$ ) con los determinados en las galaxias elípticas normales y las CCGs en cúmulos sin *cooling flow*. En el análisis que sigue sólo vamos a utilizar los gradientes de  $D_{4000}$ , por ser éstos los de mayor calidad.

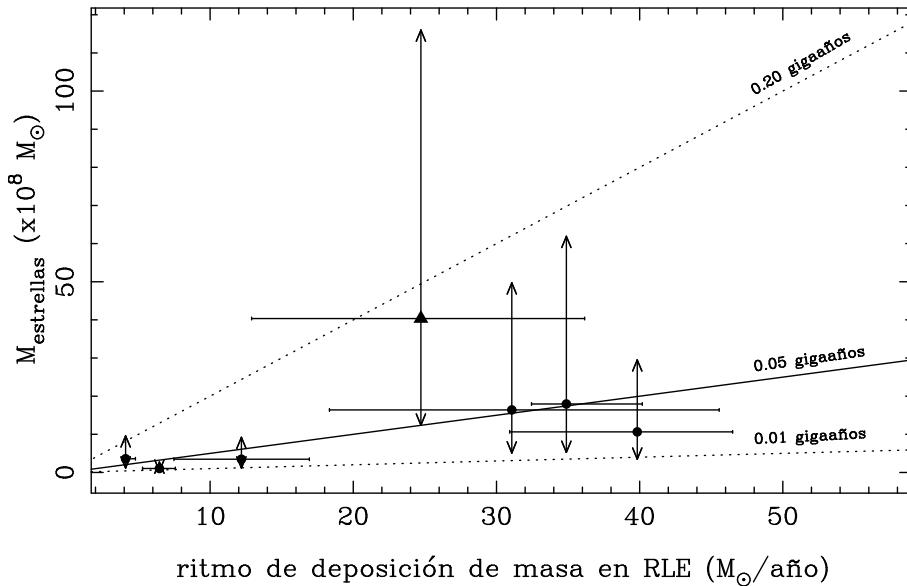
Como se ha discutido anteriormente, un brote instantáneo de formación estelar con una edad  $\lesssim 0.1$  gigaaños, metalicidad solar y una IMF de tipo Scalo, es capaz de reproducir las propiedades espectrales observadas en la secuencia de CCGs en cúmulos con *cooling flow*. Hemos empleado varios modelos de este tipo, con edades de 0.01, 0.05 y 0.2 gigaaños, para obtener, de forma tentativa, el perfil espacial de la población estelar formada a partir del material depositado (la justificación de la elección de estos modelos se discutirá en detalle en la sección 6.3.2). En primer lugar, para cada galaxia hemos calculado el índice promedio dentro de toda la región de emisión (simulando una abertura circular —para lo cual es necesario pesar los índices medidos a lo largo de la rendija con la luz en cada pixel y la distancia al centro de la galaxia—), utilizando para ello tanto el gradiente *interno* ajustado (que nos proporciona el índice promedio en la zona de emisión), como la extrapolación del gradiente *externo* a la región de las líneas de emisión (que nos permite estimar cuál sería el valor del índice si no se hubiera producido formación estelar a partir del *cooling flow*). Posteriormente hemos empleado el modelo de formación estelar considerado para obtener los valores medios de  $f_V$  de la nueva población, necesarios para reproducir los cambios observados en los índices sintéticos calculados (es decir, la diferencia entre el valor medido y el estimado a partir de la extrapolación del gradiente de la región exterior). Asumiendo que la magnitud absoluta correspondiente a la población estelar subyacente en la zona de las líneas de

emisión es  $\langle M_V \rangle \sim -22.3$  mag<sup>5</sup>, el valor promedio de  $f_V$  es entonces utilizado para calcular la luminosidad total en la banda V,  $L_V$ , de la población subyacente más el brote de formación estelar. Empleando la Eq. 6.7, y la relación masa/luminosidad de la población estelar del brote (dada por los modelos), se obtiene la masa total de las estrellas que componen el brote de formación estelar. Es evidente que, dado que la luz en el azul está dominada por las estrellas más jóvenes, este método es, en primera aproximación, sensible esencialmente a las estrellas formadas en el brote más reciente, en caso de haberse producido más de uno durante la vida de la CCG.

En la Fig. 6.12 hemos representado la estimación de la cantidad total de masa transformada en estrellas en la región de las líneas de emisión, frente al ritmo de deposición de masa en la misma zona (asumiendo que  $\dot{M}(< r) \propto r$ ), para los tres modelos mencionados. Los símbolos indican las predicciones del modelo de un brote instantáneo hace 0.05 gigaaños, mientras que las flechas en el eje vertical señalan las predicciones de los modelos de 0.01 y 0.2 gigaaños (extremos inferior y superior, respectivamente). Las líneas rectas corresponden a la cantidad total de gas acumulado en función del ritmo de deposición de masa, durante un tiempo equivalente a la edad indicada. Es interesante apreciar que esta masa total acumulada resulta ser muy similar a la masa transformada en nuevas estrellas para los tres modelos. Independientemente de la edad del brote considerada, se observa un incremento en la masa de estrellas formadas a medida que aumenta  $\dot{M}$ , siendo la CCG de Hydra A (representada con un triángulo) una excepción en esta relación.

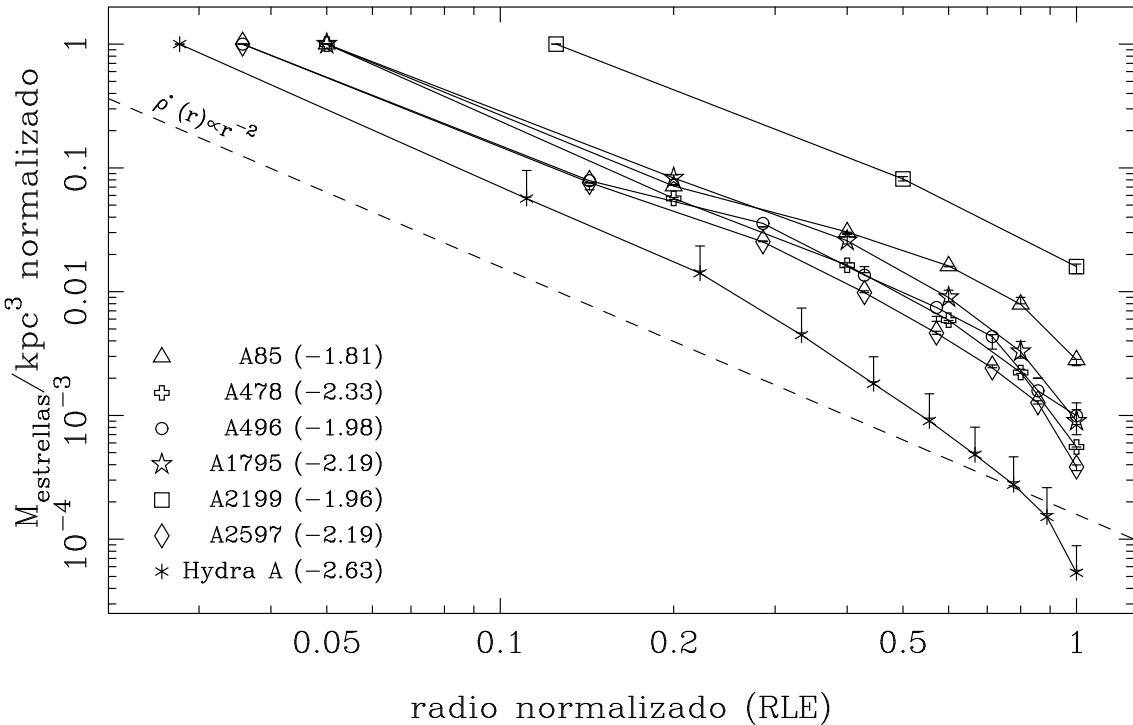
Asumiendo una geometría esférica, es posible aplicar la misma técnica para obtener la cantidad total de masa transformada en estrellas en distintas capas concéntricas, como función del radio. Utilizando un algoritmo de reconstrucción del perfil tridimensional (ver apéndice F), hemos derivado los perfiles espaciales de la

<sup>5</sup>Hoessel, Gunn & Thuan (1980) encontraron que la magnitud promedio de una muestra de CCGs dentro de una abertura de radio  $16/h_{60}$  kpc es  $\langle M_V \rangle = -22.68 \pm 0.03$  mag. Por otro lado, Hoessel (1980) mostró que las regiones centrales de las CCGs pueden describirse adecuadamente mediante un perfil modificado de Hubble, de la forma  $I(r) = I_c/(1 + r^2/r_c^2)$ , donde  $I_c$  es la intensidad central,  $r_c$  un radio característico y  $r$  la distancia radial al centro de la galaxia. Asumiendo este perfil de intensidad, la luminosidad integrada dentro de un radio  $r$  viene dada por  $L(r) = \pi I_c r_c^2 \ln(1 + r^2/r_c^2)$ . Introduciendo el valor de la constante de Hubble adoptada en este trabajo ( $H = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ), y el radio característico derivado por Hoessel (1980),  $\langle r_c \rangle = 2.23/h_{60}$  kpc, se obtiene  $\langle M_V \rangle \sim -22.3$  mag dentro de un radio  $r \sim 11/h_{50}$  kpc, que es el radio promedio de la región de emisión de las CCGs de nuestra muestra.



**Figura 6.12** Masa total transformada en estrellas en la región de líneas de emisión (RLE) de aquellas CCGs con buenos gradientes de  $D_{4000}$  en las regiones exteriores. Los valores representados han sido calculados empleando la Eq. 6.7 y asumiendo que brotes instantáneos de formación estelar después de 0.01 gigaaños (extremos inferiores de las flechas), 0.05 gigaaños (símbolos) y 0.2 gigaaños (extremos superiores de las flechas) han producido, en la RLE, el cambio en  $D_{4000}$  correspondiente a la diferencia entre el gradiente *interno* ajustado y el gradiente *externo* extrapolado en la región de las líneas de emisión. El triángulo corresponde a la CCG del cúmulo Hydra A. Las líneas rectas señalan la cantidad total de gas acumulado en el periodo de tiempo indicado en cada caso.

densidad de masa transformada en estrellas (ver Fig. 6.13). En este cálculo hemos empleado los mismos tres modelos considerados anteriormente. Los distintos resultados también se representan utilizando barras de error, aunque en este caso las diferencias son muy pequeñas y a veces imperceptibles. En esta misma figura también se ha representado (línea de trazos) el perfil esperado de la densidad espacial del ritmo de deposición de masa, asumiendo que  $\dot{M}(< r) \propto r$  (línea de trazos con pendiente 2). Los perfiles obtenidos resultan ser bastante paralelos al perfil esperado. En concreto, la pendiente media para las galaxias representadas, excluyendo la CCG de Hydra A, resulta ser  $-2.08$ , con  $\sigma = 0.19$  (la galaxia excluida muestra una pendiente mayor,  $-2.63$ ). Conviene indicar que las diferencias encontradas en las pendientes al utilizar los modelos con tres edades distintas (0.01, 0.05 y 0.2 gigaaños) son típicamente  $\pm 0.03$ . Este nuevo resultado apoya fuertemente la conexión entre el ritmo de deposición de masa y los perfiles de formación estelar. De hecho, las Figs. 6.12 y 6.13 evidencian la existencia de un nexo entre la formación estelar y



**Figura 6.13** Perfil espacial de la densidad de masa transformada en estrellas, utilizando la técnica de reconstrucción del perfil tridimensional descrita en el apéndice F y empleando los gradientes de  $D_{4000}$  de las CCGs con buena señal en las regiones exteriores. La línea de trazos indica el perfil esperado de la densidad del ritmo de deposición de masa,  $\dot{\rho}(r)$ , asumiendo que  $\dot{M}(< r) \propto r$ . Los números entre paréntesis indican la pendiente de los perfiles individuales, obtenida mediante ajuste lineal por mínimos cuadrados. Las barras de error corresponden a los resultados obtenidos con los modelos de brotes instantáneos con edades de 0.01 y 0.2 gigaaños, mientras que los símbolos representan el resultado de utilizar el modelo de brote con una edad de 0.05 gigaaños.

el proceso de *cooling flow*. Tal relación sería muy difícil de entender sin asumir que la mayor parte del gas depositado por el *cooling flow* en la región de las líneas de emisión es convertido en estrellas.

#### 6.2.4 Influencia de la formación estelar en la magnitud integrada de las CCGs

Finalmente, y dado que las CCGs son utilizadas comúnmente como indicadores de distancia (ver por ejemplo Aragón-Salamanca, Baugh y Kauffmann 1998), resulta importante evaluar cuál es la influencia de la formación estelar propuesta en la

magnitud absoluta integrada de estos objetos. Sandage (1976) encontró

$$\langle M_V \rangle_{\text{cD}} = -23.7 + 5 \log_{10} h_{50} \quad (6.15)$$

para una abertura de  $43/h_{50}$  kpc. El incremento de magnitud en la banda V, esperado en la región de líneas de emisión de las CCGs debido al proceso de formación estelar, puede estimarse mediante

$$\Delta \text{mag}_{\text{RLE}} = -2.5 \log_{10} \left( \frac{1}{1 - f_V(\text{RLE})} \right). \quad (6.16)$$

De forma análoga, el incremento de magnitud calculado sobre toda la CCG, se obtiene mediante

$$\Delta \text{mag}_{\text{CCG}} = -2.5 \log_{10} \left( \frac{L_{\text{estrellas}} + L_{\text{CCG}}}{L_{\text{CCG}}} \right), \quad (6.17)$$

donde  $L_{\text{estrellas}}$  y  $L_{\text{CCG}}$  son las luminosidades en la banda V correspondientes a la formación estelar procedente del *cooling flow* y a la CCG subyacente, respectivamente. Ambas luminosidades pueden expresarse en función de la luminosidad de la CCG sólo en la región con líneas de emisión a través de

$$L_{\text{estrellas}} = \frac{f_V(\text{RLE})}{1 - f_V(\text{RLE})} L_{\text{CCG en RLE}} \quad (6.18)$$

y

$$L_{\text{CCG}} = 10^{-0.4(M_{\text{CCG}} - M_{\text{CCG en RLE}})} L_{\text{CCG en RLE}}, \quad (6.19)$$

siendo  $M_{\text{CCG}}$  y  $M_{\text{CCG en RLE}}$  las magnitudes absolutas en la banda V correspondientes a toda la galaxia y a la región de emisión, respectivamente. Usando como valor de  $M_{\text{CCG}}$  el obtenido por Sandage (1976), y para  $M_{\text{CCG en RLE}}$  el derivado anteriormente por nosotros ( $-22.3$  mag), la expresión 6.17 se escribe finalmente como

$$\Delta \text{mag}_{\text{CCG}} \simeq -2.5 \log_{10} \left( \frac{\frac{f_V(\text{RLE})}{1 - f_V(\text{RLE})} + 3.63}{3.63} \right), \quad (6.20)$$

siendo  $f_V(\text{RLE})$  el valor promedio correspondiente a toda la región de emisión. El procedimiento descrito en el apéndice F permite estimar este valor como un subproducto del cálculo de la densidad de formación estelar en función del radio (de hecho se calcula el valor de  $f_V$  para cada capa concéntrica y posteriormente se suman

**Tabla 6.3:** Valores medios de  $f_V$  en la región de líneas de emisión (para las CCGs con buenos gradientes de  $D_{4000}$  en las partes exteriores) y variaciones en magnitud en la banda V esperadas, debido al proceso de formación estelar, determinadas mediante la Eq. 6.20. Se muestran las predicciones obtenidas usando modelos de brote instantáneo de formación estelar con edades de 0.01, 0.05 y 0.2 gigaaños.

nombre del cúmulo	brote 0.01 gigaaños $f_V(\text{RLE})$	$\Delta\text{mag}_{\text{CCG}}$	brote 0.05 gigaaños $f_V(\text{RLE})$	$\Delta\text{mag}_{\text{CCG}}$	brote 0.2 gigaaños $f_V(\text{RLE})$	$\Delta\text{mag}_{\text{CCG}}$
A85	0.016	-0.005	0.022	-0.007	0.031	-0.010
A478	0.047	-0.015	0.065	-0.021	0.094	-0.031
A496	0.005	-0.002	0.007	-0.002	0.009	-0.003
Hydra A	0.152	-0.052	0.211	-0.077	0.291	-0.116
A1795	0.069	-0.022	0.103	-0.034	0.173	-0.061
A2199	0.016	-0.005	0.023	-0.007	0.032	-0.010
A2597	0.068	-0.022	0.096	-0.031	0.147	-0.050

las diferentes contribuciones, introduciendo los pesos adecuados en luminosidad y distancia radial). Las determinaciones de  $f_V(\text{RLE})$  para las CCGs con buenos gradientes de  $D_{4000}$  en las regiones exteriores se presentan en la Tabla 6.3, junto con la variación esperada en magnitud, determinada mediante la relación dada en la Eq. 6.20, para tres modelos de brote de formación estelar, con edades de 0.01, 0.05 y 0.2 gigaaños. Como puede comprobarse, la variación en la luminosidad total de la galaxia en la banda V no es muy importante y, salvo en la CCG del cúmulo Hydra A, la magnitud absoluta varía en unas pocas centésimas. Estas variaciones son claramente inferiores a la dispersión observada en las magnitudes absolutas de las CCGs ( $\sim 0.3$  mag, Sandage 1976).

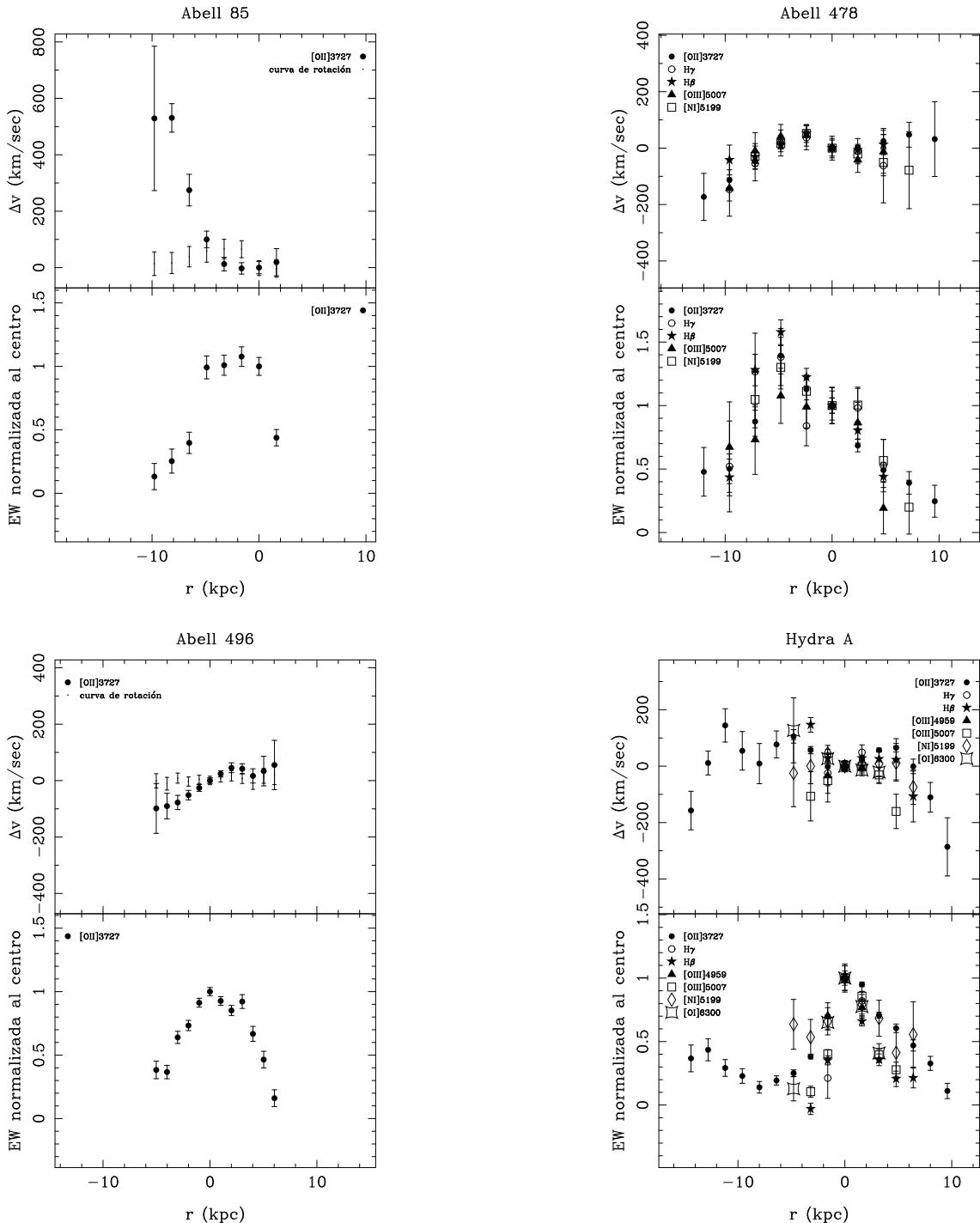
Por último, hemos estudiado en detalle cuál es la importancia de la formación estelar asociada a las regiones centrales de las CCGs en cúmulos con *cooling flow*, en comparación con la tasa de formación estelar en el universo local. Este análisis se presenta de forma detallada en el apéndice G.

## 6.3 Líneas de emisión

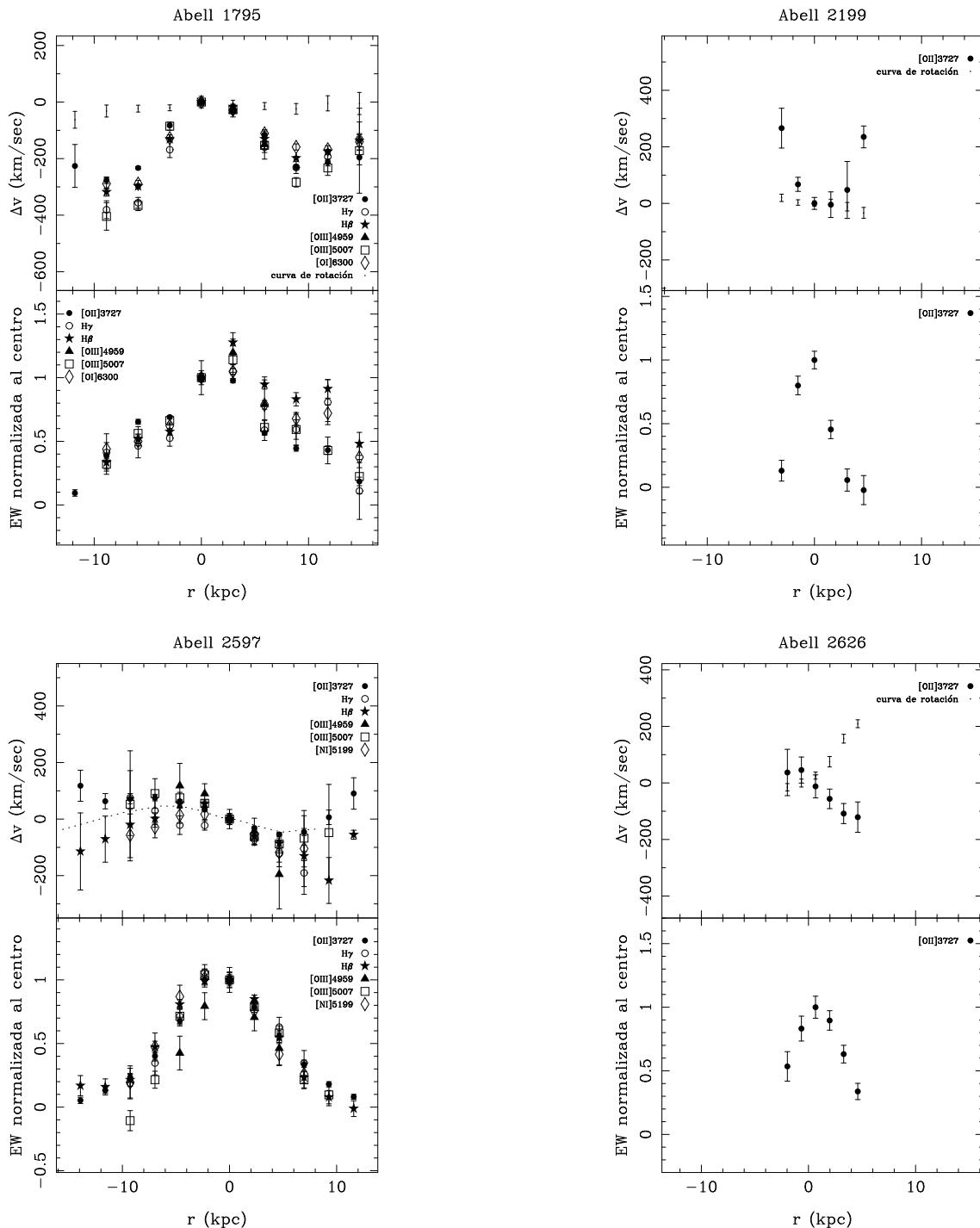
### 6.3.1 Cinemática y anchuras equivalentes

Como ya se comentó en la sección 1.2.4, los espectros de muchas CCGs presentan líneas de emisión de tipo LINER en sus regiones centrales. Aunque la configuración instrumental utilizada para la obtención de gradientes de características de absorción no es la más apropiada para examinar líneas de emisión, se ha procedido a la medida de posiciones y anchuras equivalentes de dichas líneas en las tres campañas con mejor resolución espectral (campañas 3, 4 y 5). Los resultados de este estudio se muestran en la Fig. 6.14 y en la Tabla 6.4. Destaca la similitud de los perfiles obtenidos en aquellas CCGs en las que se ha podido medir varias líneas de emisión diferentes. Se aprecia que las líneas de emisión se extienden en regiones espaciales del orden de  $\sim 10\text{kpc}$ , especialmente  $[\text{O II}]\ \lambda 3727$ . En aquellas CCGs en las que fue posible seleccionar un intervalo espectral suficientemente libre de líneas de emisión, también se obtuvo la curva de rotación utilizando las líneas de absorción. Para ello se realizó correlación cruzada de los diferentes espectros de cada galaxia con el espectro central. Se observa que el comportamiento cinemático de las líneas de emisión no está relacionado con el perfil de velocidad de la población estelar subyacente.

Siguiendo la línea de trabajo de HBvBM, hemos cuantificado el comportamiento cinemático del gas utilizando los parámetros  $\Delta$  (semi-diferencia entre el promedio en velocidad radial a ambos lados del centro de la galaxia) y  $\Sigma$  (dispersión típica de la velocidad a lo largo de la rendija). Para un disco en rotación  $\Delta$  es una indicación de la velocidad de rotación, y el cociente  $\Delta/\Sigma$  es del orden de la unidad. Para un gas con movimientos desordenados,  $\Delta/\Sigma < 1$ . En la Tabla 6.5 se presentan los parámetros derivados a partir de la línea  $[\text{O II}]\ \lambda 3727$ . En general, y en acuerdo con los resultados de HBvBM, no observamos claras evidencias de rotación organizada (salvo en la CCG de Abell 496). Aunque la CCG de Hydra A sí presenta un disco en rotación (McNamara 1995; Melnick et al. 1997), éste está orientado con un ángulo de posición de  $\sim 90^\circ$ , mientras que nuestras observaciones se realizaron con la rendija prácticamente perpendicular a dicha posición. Por ello no observamos tal rotación en las líneas de emisión de esta galaxia.



**Figura 6.14** *Paneles superiores:* variación de la velocidad radial, derivada a partir de las líneas de emisión, a lo largo de la rendija del espectrógrafo,  $\Delta v$ , relativas al valor en el centro de la galaxia (los puntos pequeños en algunas CCGs indican la curva de rotación obtenida a partir de las líneas de absorción). *Paneles inferiores:* anchuras equivalentes normalizadas al valor en el centro de la galaxia. En ambos paneles las barras de error han sido obtenidas considerando los errores aleatorios en cada pixel de los espectros a través de simulaciones de Monte Carlo.



**Figura 6.14 (continuación)** La línea punteada en la CCG de Abell 2597 indica el perfil medido por HBvBM para un ángulo de posición de la rendija de  $140^\circ$  (nuestras medidas se realizaron con un ángulo de posición de  $130^\circ$  ).

**Tabla 6.4:** Anchuras equivalentes (en Å) de las líneas de emisión en el espectro central de las CCGs. En el caso de las CCGs de las campañas 3, 4 y 5, estos valores han sido los utilizados para normalizar los perfiles de anchuras equivalentes representados en la Fig. 6.14. Los huecos en la tabla corresponden a líneas muy débiles ( $\text{EW} \lesssim 1 \text{ \AA}$ ) o indistinguibles dentro del ruido, por lo que no se ha tratado de medir con ellas velocidades radiales. Las anchuras equivalentes en  $\text{H}\gamma$  y  $\text{H}\beta$  no han sido corregidas de la absorción correspondiente a la población estelar subyacente.

nombre del cúmulo	[O II] $\lambda 3727$	$\text{H}\gamma$ $\lambda 4340$	$\text{H}\beta$ $\lambda 4861$	[O III] $\lambda 4959$	[O III] $\lambda 5007$	[N I] $\lambda 5199$	[O I] $\lambda 6300$
Abell 85	$14.0 \pm 1.0$						
Abell 262	$22.5 \pm 1.1$						
2A0335+096	$112.9 \pm 4.3$						
Abell 478	$73.0 \pm 4.0$	$5.5 \pm 0.8$	$8.9 \pm 0.5$		$3.9 \pm 0.6$	$4.4 \pm 0.5$	
Abell 496	$25.9 \pm 0.8$						
PKS0745-191	$122.5 \pm 2.5$		$6.0 \pm 0.4$		$4.6 \pm 0.4$		
Hydra A	$40.7 \pm 0.6$	$2.0 \pm 0.2$	$6.5 \pm 0.2$	$2.2 \pm 0.2$	$7.9 \pm 0.3$	$2.4 \pm 0.2$	$5.8 \pm 0.3$
Abell 1126	$22.0 \pm 1.1$		$2.8 \pm 0.4$	$0.5 \pm 0.3$	$1.5 \pm 0.3$	$1.0 \pm 0.3$	$1.1 \pm 0.2$
Abell 1795	$77.6 \pm 1.2$	$3.2 \pm 0.2$	$5.8 \pm 0.1$	$0.9 \pm 0.1$	$4.0 \pm 0.1$		$6.5 \pm 0.1$
Abell 2199	$17.8 \pm 1.2$						
Abell 2597	$229.7 \pm 6.1$	$11.2 \pm 0.6$	$25.4 \pm 0.7$	$6.7 \pm 0.7$	$18.0 \pm 0.7$	$10.4 \pm 0.6$	
Abell 2626	$12.9 \pm 1.1$						
Abell 2634	$12.1 \pm 1.7$						

**Tabla 6.5:** Parámetros cinemáticos relativos al gas que produce las líneas de emisión en las regiones nucleares de las CCGs. Ver descripción en 6.3.1.

cúmulo	$\Delta$ (km s $^{-1}$ )	$\Sigma$ (km s $^{-1}$ )	$\Delta/\Sigma$
Abell 85	110	218	0.51
Abell 478	40	70	0.58
Abell 496	52	54	0.97
Hydra A	38	103	0.36
Abell 1795	24	92	0.26
Abell 2199	37	108	0.34
Abell 2597	39	54	0.72
Abell 2626	58	65	0.89

### 6.3.2 Relación entre las líneas de emisión y la formación estelar

Un resultado inmediato que puede extraerse del examen de las medidas anteriores es que, en el intervalo espectral examinado, las CCGs con emisión de tipo I (en el esquema de HBvBM) sólo muestran claramente emisión en [O II]  $\lambda 3727$ , mientras que las galaxias con emisión de tipo II exhiben, entre otras, apreciables líneas de H $\gamma$ , H $\beta$ , [O III]  $\lambda\lambda 4959, 5007$ , [N I]  $\lambda 5199$  y [O I]  $\lambda 6300$ . Teniendo en cuenta el resultado mostrado en los paneles 6.3(g) y (h), esta segregación en el tipo de emisión puede interpretarse como una diferencia en la importancia de la formación estelar a partir del material depositado por el *cooling flow*. Para investigar este punto en más profundidad, hemos obtenido, para todas la muestra de CCGs, la fracción de luz en la banda V procedente de las nuevas estrellas,  $f_V$ , utilizando para ello el modelo de formación estelar que mejor reproduce los índices centrales. Con esta intención, hemos definido la *distancia* en el diagrama índice–índice entre un punto de coordenadas ( $D_{4000}, Mg_2$ ) y un punto cualquiera de los modelos ( $D_{4000}^{\text{modelo}}, Mg_2^{\text{modelo}}$ ), mediante la expresión

$$\text{distancia}^2 = \left[ \frac{D_{4000} - D_{4000}^{\text{modelo}}}{D_{4000}^{\text{elíptica}} - D_{4000}^{\text{PKS0745-191}}} \right]^2 + \left[ \frac{Mg_2 - Mg_2^{\text{modelo}}}{Mg_2^{\text{elíptica}} - Mg_2^{\text{PKS0745-191}}} \right]^2, \quad (6.21)$$

donde el superíndice “elíptica” se refiere a los índices utilizados como origen de los modelos ( $D_{4000}^{\text{elíptica}} = 2.28$ ,  $Mg_2^{\text{elíptica}} = 0.331$ ), y el superíndice “PKS0745–191” indica los valores medidos en la CCG de dicho cúmulo. Por tanto, los numeradores en las fracciones anteriores son la distancia en unidades de cada índice, y los denominadores se utilizan como factores de escala que determinan el posible recorrido de las variables en los intervalos de los índices que nos interesan. Establecida esta definición, es inmediato determinar qué modelo de formación estelar minimiza el ajuste simultáneo a todos los índices centrales medidos<sup>6</sup>. Sin embargo, el resultado de este ajuste es muy sensible a la decisión de utilizar los errores aleatorios como pesos en dicho ajuste o no (ver Fig. 6.15 y discusión en pie de figura). Una vez realizados estos ajustes se procedió, para cada CCG, a la determinación del parámetro  $f_V$  que se

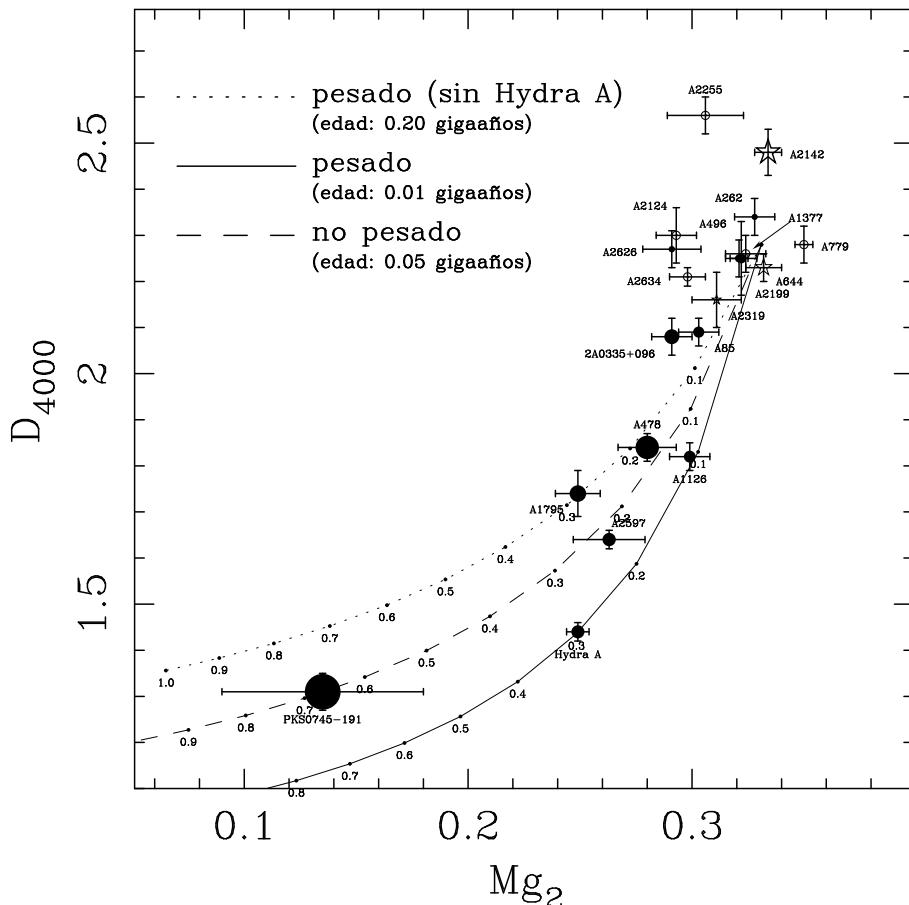
<sup>6</sup>Aunque, como ya se ha explicado en detalle en la sección 6.1.2, las CCGs representadas en el diagrama  $D_{4000}$ – $Mg_2$  pueden estar albergado brotes instantáneos de formación estelar de edades diferentes, el ajuste de un modelo que reproduzca lo mejor posible los puntos representados, conduce a la obtención de una edad promedio de dichos brotes.

**Tabla 6.6:** Determinaciones del parámetro  $f_V$  para las CCGs, utilizando el ajuste sin pesar con errores y los ajustes pesados con errores, con y sin Hydra A, respectivamente.

Cúmulo	$f_V$ (sin pesos)	$f_V$ (con pesos)	$f_V$ (con pesos, sin Hydra A)
A85	$0.053 \pm 0.006$	$0.039 \pm 0.004$	$0.073 \pm 0.009$
A262	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$
2A0335+096	$0.063 \pm 0.008$	$0.045 \pm 0.006$	$0.089 \pm 0.012$
A478	$0.144 \pm 0.012$	$0.112 \pm 0.009$	$0.186 \pm 0.016$
A496	$0.009 \pm 0.005$	$0.006 \pm 0.004$	$0.013 \pm 0.007$
PKS0745–191	$0.669 \pm 0.080$	$0.706 \pm 0.095$	$0.744 \pm 0.083$
A644	$0.009 \pm 0.004$	$0.007 \pm 0.003$	$0.012 \pm 0.006$
Hydra A	$0.321 \pm 0.008$	$0.297 \pm 0.009$	$0.376 \pm 0.009$
A779	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.001$	$0.000 \pm 0.000$
A1126	$0.130 \pm 0.009$	$0.105 \pm 0.007$	$0.165 \pm 0.011$
A1377	$0.006 \pm 0.005$	$0.004 \pm 0.003$	$0.009 \pm 0.008$
A1795	$0.222 \pm 0.018$	$0.176 \pm 0.017$	$0.280 \pm 0.020$
A2124	$0.009 \pm 0.007$	$0.003 \pm 0.004$	$0.018 \pm 0.012$
A2142	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$
A2199	$0.009 \pm 0.008$	$0.006 \pm 0.005$	$0.013 \pm 0.011$
A2255	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$	$0.000 \pm 0.000$
A2319	$0.032 \pm 0.009$	$0.024 \pm 0.007$	$0.045 \pm 0.013$
A2597	$0.233 \pm 0.016$	$0.197 \pm 0.014$	$0.285 \pm 0.019$
A2626	$0.016 \pm 0.007$	$0.009 \pm 0.005$	$0.028 \pm 0.011$
A2634	$0.027 \pm 0.004$	$0.018 \pm 0.003$	$0.041 \pm 0.006$

obtiene a partir de la *distancia* mínima desde la posición de cada galaxia al modelo considerado. Los resultados se listan en la Tabla 6.6.

Llegados a este punto, estamos en disposición de comparar la importancia del proceso de formación estelar y la relevancia de las líneas de emisión, para lo cual representamos, en la Fig. 6.16(a), la anchura equivalente medida en la línea [O II]  $\lambda 3727$  frente a las determinaciones anteriores de  $f_V$  (obtenidas en el ajuste no pesado con errores). Se observa una clara tendencia en el sentido de que son las galaxias con mayores anchuras equivalentes las que poseen valores más altos de  $f_V$ . Una relación similar aparece al utilizar la luminosidad en H $\alpha$  como indicador de las líneas de emisión —panel 6.16(b)—, donde los valores de luminosidad han sido extraídos de HBvBM. Esta similitud en ambas relaciones se debe al hecho de que la anchura equivalente de [O II]  $\lambda 3727$  exhibe una buena correlación con la luminosidad H $\alpha$  —panel 6.16(c)—. Podemos concluir que existe una clara relación entre la formación estelar y las líneas de emisión y que, por tanto, las nuevas estrellas



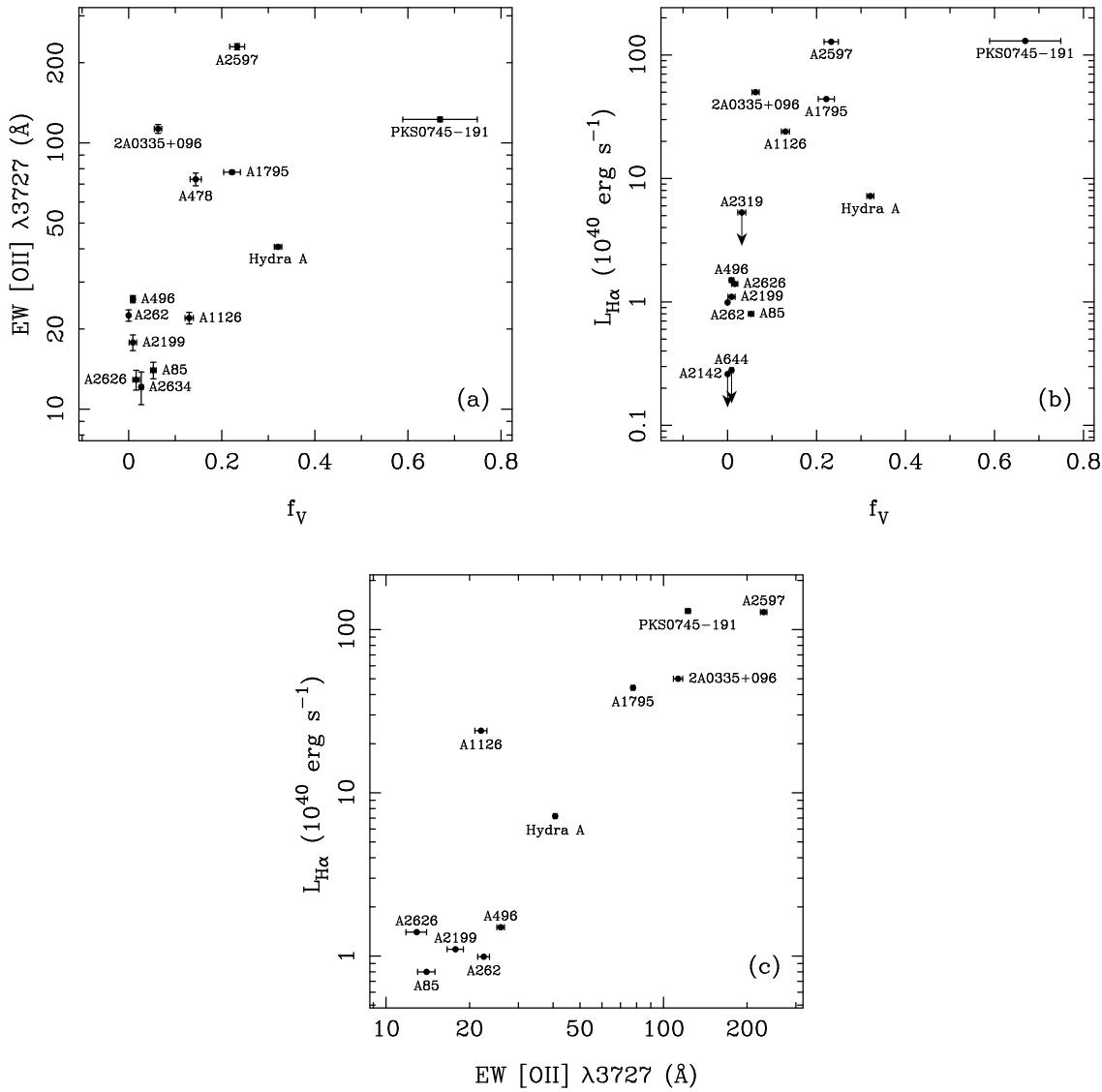
**Figura 6.15** Diagrama índice–índice en el que se emplean los mismos símbolos que en la Fig. 6.3. Las líneas indican los mejores ajustes obtenidos al minimizar la *distancia* (definida en la Eq. 6.21) entre las CCGs y las predicciones de los modelos correspondientes a un brote instantáneo de formación estelar, con IMF de tipo Salpeter (1986) y metalicidad solar (en la leyenda de la figura se indica la edad del brote). Las líneas continua y de puntos son los modelos seleccionados por el ajuste pesado con los errores en los índices, usando o no los índices centrales de la CCG del cúmulo Hydra A, respectivamente. La línea de trazos indica el modelo resultante de un ajuste no pesado con errores. Como los errores en los índices varían mucho de unas galaxias a otras, los ajustes pesados se ven extremadamente dominados por los objetos con errores más pequeños. Por eso el modelo que mejor ajusta a todos los puntos está determinado por los índices de la CCG del cúmulo Hydra A. Como en particular esta galaxia posiblemente no es del todo representativa del efecto de los *cooling flows* en las galaxias dominantes de cúmulos (ver sección 6.5.2), y dado que sólo queremos obtener unas estimaciones aproximadas de los valores de  $f_V$  para cada galaxia, hemos adoptado finalmente el modelo resultante de realizar un ajuste no pesado con los errores en los índices. En cualquier caso, como se muestra en la Tabla 6.6, la elección de cualquiera de los tres modelos representados no conduce a diferencias importantes en las determinaciones de  $f_V$ .

han de ser responsables, al menos en parte, de la ionización del gas que produce dicha emisión. Este punto es tratado en mayor profundidad en la sección 6.5.

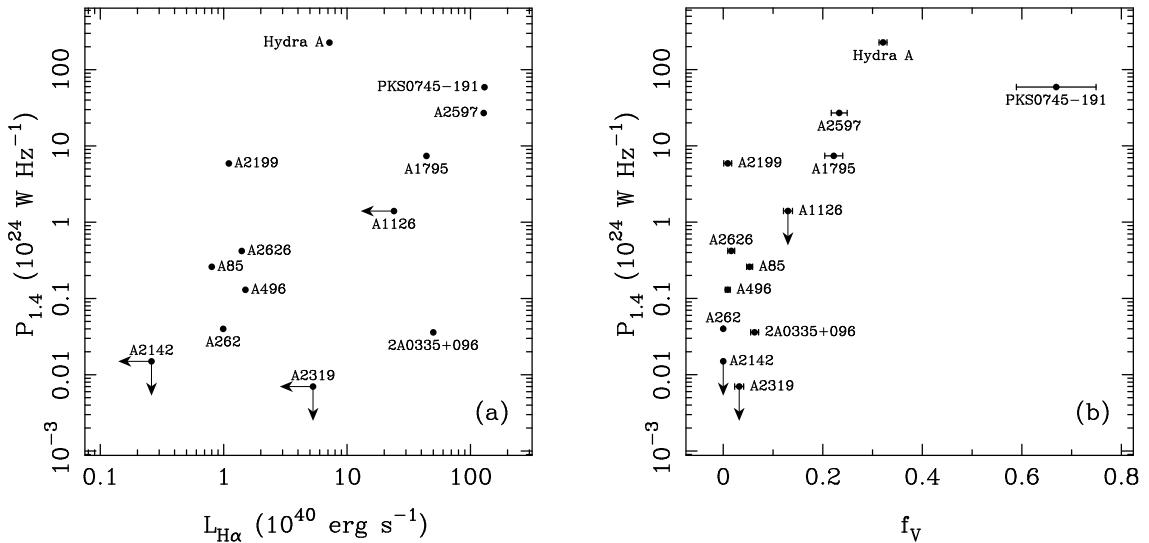
## 6.4 CCGs y emisión radio

Resulta interesante destacar que una gran parte de las galaxias dominantes de cúmulos son también importantes radiofuentes (por ejemplo Virgo A, Perseus A y Cygnus A, entre otras). Mientras que la probabilidad de una galaxia elíptica de cúmulo de ser radiofuentे es de un 14%, una CCG en un cúmulo sin *cooling flow* posee una probabilidad algo mayor, un 20%. Sin embargo, este valor aumenta hasta un 60–70% si la CCG se halla en un cúmulo con *cooling flow* (ver resumen en Burns et al. 1997). La mayor parte de las fuentes radio asociadas a las CCGs en cúmulos con *cooling flow* son de tipo Fanaroff-Riley I, FR I, aunque una excepción es Cygnus A, de tipo FR II. Las radiofuentes asociadas a las CCGs suelen ser pequeñas (< 50 kpc de diámetro), algunas presentan la típica morfología de chorros colimados y radiolóbulos (por ejemplo las radiofuentes en las CCGs de Abell 1795 y Abell 2199), mientras que otras tienen una estructura más amorfа (NGC 1275 y las CCG de 2A0335+096 y PKS0745–191). Curiosamente, la comparación de imágenes detalladas de las regiones centrales de estas galaxias revela una anticorrelación entre la emisión en rayos X y la posición de los radiolóbulos (sin embargo, en las fuentes amorfas ambas emisiones son coespaciales).

La comparación de la emisión radio frente a la luminosidad en H $\alpha$  condujo a HBvBM a postular la existencia de una cierta relación entre ambos parámetros, en el sentido de que las CCGs con mayor L $_{\text{H}\alpha}$  tienden a mostrar una emisión en radio más elevada. Sin embargo, la relación entre ambos parámetros no es perfecta dado que existen CCGs con emisión radio que no poseen líneas de emisión (por ejemplo la CCG del cúmulo Abell 2029). En la Fig. 6.17(a) representamos la comparación de la emisión radio en 1.4 GHz frente a L $_{\text{H}\alpha}$  para las CCGs de nuestra muestra (los datos han sido extraídos de HBvBM). Simultáneamente, también hemos estudiado el comportamiento de la emisión radio frente al parámetro  $f_V$  en la Fig. 6.17(b). El examen estadístico de ambas representaciones parece indicar la existencia de una mejor correlación de la emisión radio frente a la formación de nuevas estrellas que frente a las líneas de emisión. Esto puede considerarse como la evidencia de



**Figura 6.16** Comparaciones entre la emisión nebulosa (anchura equivalente de [O II] λ3727 —panel (a)— y luminosidad H $\alpha$  —panel (b)— frente a la importancia de la formación estelar,  $f_V$ . Ambas representaciones son similares dada la buena relación existente entre los dos parámetros utilizados para cuantificar las líneas de emisión —panel (c)—. Las probabilidades de no correlación son:  $p_{\text{no correlación}} = 0.0061, 0.0002$  y  $0.0004$ , para los paneles (a), (b) y (c), respectivamente.



**Figura 6.17** Panel (a): Comparación entre la emisión radio en 1.4 GHz y la luminosidad en H $\alpha$  (ambos parámetros han sido extraídos de HBvBM). Panel (b): Comparación entre la misma emisión radio y el parámetro  $f_V$ . Las probabilidades de no correlación son  $p_{\text{no correlación}} = 0.0354$  y 0.0023, para los paneles (a) y (b) respectivamente.

una conexión física directa entre la aparición de una radiofuentre y la formación de estrellas, mientras que en la generación de las líneas de emisión, la fotoionización por estrellas jóvenes no es el único mecanismo que contribuye energéticamente a la nebulosa emisora.

## 6.5 Hacia un escenario único

### 6.5.1 Reuniendo las piezas del puzzle

Dado que durante los años transcurridos en el desarrollo del trabajo presentado en esta memoria diversos investigadores han realizado también contribuciones al conocimiento de los *cooling flows* y su relación con las CCGs, contamos ahora de una gran cantidad de información adicional, no disponible en el instante de iniciar nuestra línea de investigación. Resulta interesante presentar a continuación, de forma resumida, las ideas más importantes, incluyendo tanto los hallazgos de otros autores como los resultados ya descritos en esta memoria. Esto facilitará la tarea de enfrentarnos a la búsqueda de un escenario único que describa, de la forma más completa posible, la fenomenología observada.

1. Los índices centrales  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* se correlacionan con los ritmos de deposición de masa sólo cuando también se observan líneas de emisión en sus regiones centrales (sección 6.1.1).
2. Los índices centrales de las CCGs en cúmulos con *cooling flow*, pero que no presentan líneas de emisión, no siguen la correlación con  $\dot{M}$ . Los índices centrales de este tipo de galaxias, así como los de CCGs en cúmulos sin *cooling flow*, son compatibles con los índices observados en galaxias elípticas gigantes (sección 6.1.1).
3. Las galaxias elípticas definen una secuencia relativamente estrecha en el plano  $D_{4000}-Mg_2$ . Las CCGs en cúmulos con *cooling flow* muestran en este mismo diagrama una secuencia distinta, que se separa de la exhibida por las galaxias elípticas para objetos en cúmulos con elevados ritmos de deposición de masa. Cuando este distinto comportamiento es interpretado a la luz de modelos de síntesis evolutiva, se obtiene una fuerte evidencia a favor de la presencia de procesos de formación estelar, en las regiones centrales de las CCGs, como resultado de la deposición de nuevo material procedente de los *cooling flows* (sección 6.1.2).
4. Aunque normalmente se encuentra que en galaxias elípticas los gradientes de intensidad de líneas son lineales con  $\log(r)$ , los gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en CCGs con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión muestran un claro cambio de pendiente en la región donde la emisión es detectada. De hecho, estos gradientes *internos* parecen correlacionarse con el ritmo de deposición. En las partes exteriores, donde no se observa emisión, los gradientes medios obtenidos son consistentes con los medidos en galaxias elípticas (sección 6.2).
5. Los gradientes medios de las CCGs en cúmulos con *cooling flow*, pero sin líneas de emisión, son similares a los de CCGs en cúmulos sin *cooling flow* y a los de las galaxias elípticas gigantes (sección 6.2).
6. Dado que la luminosidad en  $H\beta$  (JFN87) y en  $H\alpha$  (HBvBM; Donahue y Voit 1997) se correlacionan con el ritmo de deposición de masa, la presencia de líneas de emisión debe estar relacionada de alguna forma con el fenómeno de los

*cooling flow*. Sin embargo, considerando la enorme dispersión en luminosidad para un valor dado de  $\dot{M}$ , esta relación no debe ser sencilla (Baum 1992a,b).

7. Cualquiera que sea el mecanismo responsable de la disminución de los índices espectrales medidos, las correlaciones de los índices centrales y de los gradientes con el ritmo de deposición de masa en la región de las líneas de emisión añade un gran peso a la idea de la existencia de una relación entre los excesos de luz azul y los *cooling flows*. En cualquier caso, como Crawford y Fabian (1993) ya señalaron, el hecho de que existan CCGs en cúmulos con elevados ritmos de deposición de masa pero sin exceso de luz azul revela que los *cooling flows* en solitario no son los responsables de la luz azul. En particular, estos autores indicaron la existencia de CCGs en cúmulos con importantes valores de  $\dot{M}$  que no mostraban este exceso de luz azul: la CCG de Abell 478, una galaxia con líneas de emisión, y la CCG de Abell 2029, una galaxia sin líneas de emisión. La existencia de objetos como la CCG de Abell 478 introducía una nueva complicación al problema dado que, aparentemente, indicaba que la presencia de líneas de emisión no estaba relacionada con la existencia de exceso de luz azul. Sin embargo, nuestras cuidadosas medidas de esta galaxia han revelado la presencia de gradientes *internos* positivos, clara evidencia de la existencia de exceso de luz azul. Este descubrimiento nos permite introducir nuevamente las líneas de emisión en el escenario de los *cooling flow*. Por tanto, la cuestión de si existe alguna CCG en un cúmulo con *cooling flow* que presente líneas de emisión y no posea exceso de luz azul, o viceversa, de momento, examinando las galaxias disponibles en la literatura y en nuestra muestra, recibe una respuesta negativa.
8. Mediante el análisis detallado de las líneas de emisión en las regiones centrales de la CCG del cúmulo Abell 2597, Voit y Donahue (1997) concluyen que la fuente más probable de ionización del gas es el efecto combinado de estrellas jóvenes y la transmisión de energía mecánica del gas intracumular a la nebulosa gaseosa. La ausencia de emisión en [O III]  $\lambda$ 4363 hace inviable los modelos que utilizan choques como origen de la ionización del gas, mientras que la debilidad de la línea He II  $\lambda$ 4686 elimina fuentes ionizantes duras como podrían ser un núcleo activo o el propio gas intracumular. Sin embargo, las características

físicas de la nebulosa conducen a que incluso las estrellas más calientes de tipo espectral O no son capaces de producir la temperatura observada. Voit y Donahue han mostrado que, en dichas condiciones, la existencia de un medio que confina el gas nebuloso permite que exista una transferencia de energía desde dicho medio a la nebulosa, especialmente en el caso de ionizaciones tan bajas como las observadas en el gas nebuloso asociado a este tipo de galaxias.

9. Con los datos disponibles en nuestra muestra, existe una clara dicotomía en la forma en que CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* ocupan el plano  $D_{4000}-\text{Mg}_2$ , dependiente de las características de las líneas de emisión, siguiendo la clasificación en dos tipos establecida por HBvBM (sección 6.1.2). La posición relativa de los objetos de tipo I y II en dicho plano sugiere que formación estelar reciente (y por tanto fotoionización por estrellas calientes) es la clave para entender esta dicotomía, si admitimos que dicha formación estelar tiene una contribución mayor en el origen de la emisión de los objetos de tipo II. Esta idea se ve fuertemente apoyada por el hecho de que las líneas de emisión sean coespaciales con la región en la que los gradientes son planos e incluso positivos (Fig. 6.8).
10. El exceso de luz azul (es decir, disminución de los índices espectrales) en el espectro continuo de CCGs es consistente con procesos de formación estelar recientes (Bertola et al. 1986; JFN87; Shields y Filippenko 1990; Crawford y Fabian 1993; Hansen et al. 1995; Allen 1995; Melnick et al. 1997; Crawford et al. 1999). Nosotros encontramos que, además, la necesidad de hacer compatibles la variaciones del continuo espectral (incluyendo los dominios ultravioleta e infrarrojo cercano) con la disminución de los índices espectrales, conduce a que la formación estelar ha debido producirse en un brote instantáneo y no de forma continuada durante una fracción importante de la edad de las CCGs (sección 6.1.2).
11. Si las variaciones observadas en los índices son debidas a procesos de formación estelar, la existencia de una correlación entre los índices centrales y los gradientes *internos* con el ritmo de deposición de masa implica que el gas enfriado debe ser transformado en estrellas con una eficacia similar en todas las galaxias. Asimismo, los perfiles radiales de la densidad de formación estelar

son paralelos al perfil esperado de densidad de ritmo de deposición de masa (Fig. 6.13). Ambos resultados son muy difíciles de entender salvo que se admite que una gran fracción del gas depositado por el *cooling flow*, posiblemente todo, es convertido en estrellas.

12. Un número importante de CCGs en cúmulos con *cooling flow* son fuertes emisoras radio (sección 6.4). Dado que la energía cinética del plasma expulsado por la radiofuentे puede constituir una fracción significativa de la energía térmica en el *cooling flow*, la relación entre la emisión radio y la presencia de *cooling flow* probablemente indica la existencia de interacciones entre el plasma radio y los centros de dichos *cooling flows*. Sin embargo, es importante destacar que sólo existe una débil correlación entre las emisiones radio en 1.4 GHz (HBvBM) y 6 cm (Burns 1990), con el ritmo de deposición de masa. Por otro lado, la presencia de una radiofuentе en una CCG no está siempre acompañada de emisión nebulosa (CCGs en Abell 2029, Abell 2147), ni todas las CCGs con líneas de emisión exhiben emisión radio intensa (CCG de 2A0335+096, Donahue y Voit 1997).
13. Las CCGs de los cúmulos Abell 1795 y Abell 2597 albergan lóbulos azules en el continuo óptico, localizados en los límites de los radiolóbulos (McNamara y O'Connell 1993; Sarazin et al. 1995; McNamara et al. 1996a,b). Mediante la realización de simulaciones numéricas, De Young (1995) ha mostrado que el continuo azul puede ser producido por estrellas jóvenes cuya creación es inducida por los radiochorros. Este autor sugiere que el escenario más plausible consiste en la existencia de radiochorros de corta duración ( $\sim 10^7$  años), siendo los *cooling flows* responsables de la destrucción posterior de estos chorros.
14. Empleando una técnica de reconstrucción de colores en rayos X, Allen y Fabian (1997a,b) han probado que todos las CCGs en cúmulos con *cooling flow* de su muestra exhiben concentraciones de gas frío en las regiones centrales. Estos autores encuentran que los excesos de absorción en rayos X aumentan a medida que disminuye el radio y que este tipo de absorción no está presente en CCGs en cúmulos sin *cooling flow*. Los tiempos estimados para la acumulación de las cantidades observadas de gas son típicamente  $\sim 10^8$  años.

### 6.5.2 Una secuencia evolutiva

Los resultados anteriores sugieren que, muy probablemente, la presencia de *cooling flows*, líneas de emisión, exceso de luz azul, emisión radio, absorción de rayos X blandos y formación estelar, son aspectos diferentes de un mismo fenómeno. Como ya mencionamos con anterioridad —sección 6.1.2, Fig. 6.3(g)—, McNamara (1997) ha sugerido que la clasificación morfológica del exceso de luz azul en CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow*, refleja la existencia de una secuencia evolutiva. El escenario propuesto por este autor es el siguiente:  $\sim 10^8 M_\odot$  de gas procedente de la deposición de un *cooling flow* (o por la fusión de una galaxia enana gaseosa) alcanzan las regiones centrales de una galaxia dominante de cúmulo; parte de este material dispara y alimenta una radiofuentre que, posteriormente, induce un brote de formación estelar debido al rápido colapso de nubes de gas frío comprimidas por el efecto de la presión ejercida por los radiochorros, dando lugar a objetos con una morfología de tipo 3 (*emisión en lóbulos*). En  $\sim 10^7$  años los lóbulos de luz azul se dispersan (morfología de tipo 4, *irregular*), conduciendo finalmente a objetos con excesos de luz azul menor y espacialmente más compactos (morfología de tipo 1, *fuentepuntual*). Los objetos con morfología de tipo 2 (*disco*) no caerían dentro de esta secuencia evolutiva y, como en el caso de la CCG de Hydra A, constituirían un ejemplo de captura de gas procedente de restos de marea. En este sentido, Melnick et al. (1997) han mostrado que las líneas de emisión nucleares en esta galaxia se originan en un disco gaseoso con una velocidad de rotación de  $\sim 300 \text{ km s}^{-1}$ . Bajo esta hipótesis, no es de extrañar el comportamiento de la CCG de Hydra A en las Figs. 6.1(a), 6.1(c), 6.3(e), 6.9(a), 6.12, y 6.13.

La investigación presentada en este trabajo proporciona importantes evidencias a favor del escenario anterior. En la Fig. 6.18 hemos resumido los fenómenos principales que participan en la variación de las características de absorción en los espectros centrales de las CCGs. Hemos utilizado líneas continuas para indicar los procesos que conducen de forma directa a la existencia de correlación entre los índices espectrales  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  (y sus gradientes) con el ritmo de deposición de masa. Las líneas de trazos señalan los procesos que introducen dispersión en dichas relaciones. Como apreciamos en esta figura, la deposición de masa procedente de un *cooling flow* en las regiones centrales de una CCG conduce a la activación de una radiofuentre que, a su vez, induce procesos de formación estelar. Sin embargo,

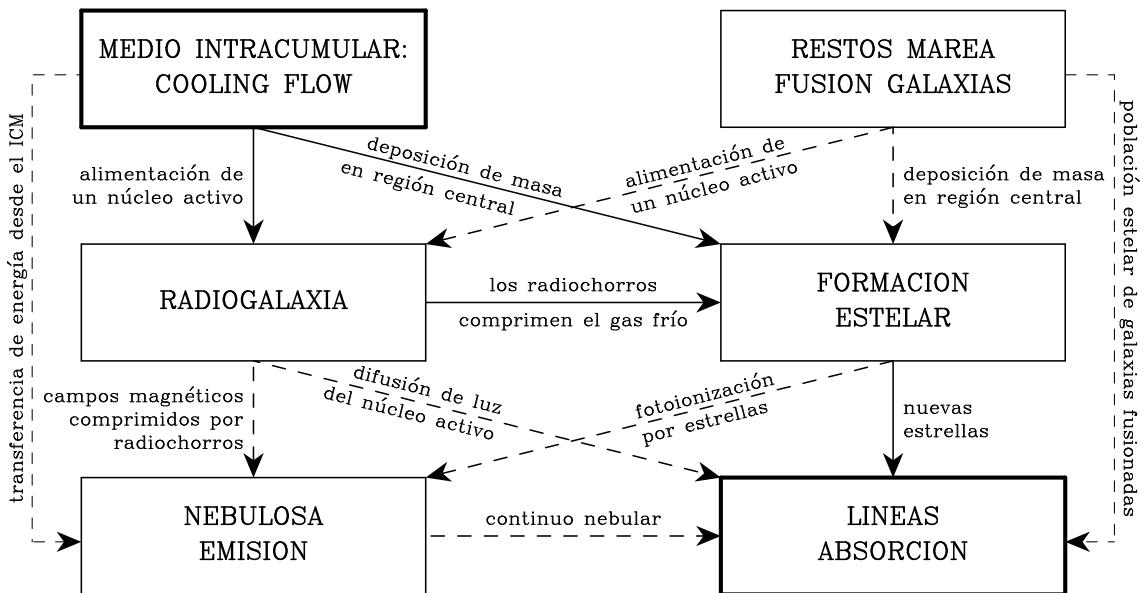
la fusión de galaxias enanas con gas y la deposición de restos de marea pueden dar lugar a los mismos resultados, por lo que las correlaciones entre  $\dot{M}$ , emisión radio y  $f_V$  pueden no cumplirse para algunas galaxias (como la CCG de Hydra A y NGC 1275<sup>7</sup>). La formación estelar conduce a la alteración de las características espetrales de absorción, las cuales a su vez también pueden verse modificadas por difusión de luz procedente del núcleo activo, un continuo nebuloso, e incluso por la población estelar procedente de una galaxia enana fusionada. Aunque hemos visto que este tipo de alteraciones son, en general, poco importantes, puede darse el caso de que en galaxias concretas su influencia no sea del todo despreciable. Por otro lado, hemos encontrado (Fig. 6.17) que la emisión radio parece correlacionarse mejor con  $f_V$  que con la luminosidad en H $\alpha$ . Este resultado no es sorprendente si tenemos en cuenta que la formación estelar se produce básicamente por la interacción de los radiochorros con el material depositado por el *cooling flow*, mientras que en la generación de las líneas de emisión puede existir una contribución muy importante del medio intracumular.

En definitiva, el examen del esquema mostrado en la Fig. 6.18 evidencia la compleja mezcla de mecanismos que pueden jugar un papel importante en la distribución espectral de una galaxia dominante de cúmulo. Por tanto, no es de extrañar que las relaciones entre los parámetros observacionales (ritmos de deposición de masa, emisión radio, rotación Faraday, valores nucleares y gradientes de las líneas de absorción y de emisión) muestren las dispersiones encontradas.

Si el escenario evolutivo propuesto es correcto, resulta necesario responder por qué observamos tantos objetos con evidencias de formación estelar en nuestra muestra de CCGs. Teniendo en cuenta el número de objetos con morfología de tipo 3 (dos: las CCGs de Abell 1795 y Abell 2597), y considerando el tiempo durante el cual

---

<sup>7</sup>La posición de esta galaxia en la Fig. 6.1 —paneles (a) y (c)—, también parece indicar un valor del índice D<sub>4000</sub> inferior a lo esperado a partir de la correlación entre dicho índice y el ritmo de deposición de masa. Sin embargo este objeto exhibe propiedades tan singulares que diversos autores han propuesto que se trata de un sistema en colisión (Baade y Minkowski 1954; Minkowski 1957; Rubin et al. 1977; Hu et al. 1983; Holtzman et al. 1992), dos galaxias superpuestas sin interacción (De Young, Roberts y Saslaw 1973), o incluso una galaxia en “explosión” (Burbidge, Burbidge y Sandage 1963; Burbidge y Burbidge 1965). Por tanto, la morfología mostrada por esta galaxia es más compleja de la esperada simplemente a partir de la influencia de un *cooling flow*.



**Figura 6.18** Resumen de fenómenos principales que influyen en la variación de las líneas de absorción en los espectros de CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow*. Ver descripción en el texto.

un objeto transita por esta fase ( $\lesssim 10^7$  años), el esquema propuesto por McNamara (1997) no es consistente salvo que los procesos de formación estelar inducidos por las radiofuentes tengan lugar de forma recurrente durante la historia de las CCGs. Una indicación de que ésta puede ser la situación procede del trabajo realizado por Allen (1995). Este autor encontró que la relación entre el número de estrellas de distintos tipos espectrales que son necesarias para reproducir simultáneamente el continuo azul y ultravioleta en CCGs con líneas de emisión, sólo es consistente con la acumulación en el tiempo de distintos brotes de formación estelar. Como, por otra parte, las colisiones cúmulo-cúmulo pueden destruir la presencia de un *cooling flow* (Burns et al. 1997), es posible que la secuencia de brotes de formación estelar tenga lugar sólo de forma esporádica. Crawford (1997) ha señalado que, si los cúmulos se construyen de forma jerárquica, las fusiones intermedias de los subcúmulos habrán interrumpido también el desarrollo de *cooling flows* en el entorno de radiofuentes a alto desplazamiento al rojo (Bremer, Fabian y Crawford 1997). Por tanto, *cooling flows* intensos podrían haber existido tan sólo durante los últimos  $10^9$  años, permitiendo exclusivamente unos pocos brotes de formación estelar, espaciados  $\lesssim 10^8$  años.

Con un enfoque diferente, Tucker y David (1997) han estudiado el efecto de la

interacción entre electrones relativistas producidos en un núcleo activo alimentado por un *cooling flow* y el propio *cooling flow*. Como conclusión de su estudio, estos autores indican que la interacción puede reducir, e incluso detener, la deposición de materia, conduciendo a un estado oscilatorio con episodios de expansión y deposición del gas, en escalas de tiempo de  $\sim 3 \times 10^8$  años.

El escenario propuesto permite explicar el destino final del gas depositado por un *cooling flow* en la región donde se observan las líneas de emisión ( $\sim 20$  kpc centrales). El gas se acumula en periodos de  $10^8$  años y se consume, probablemente de forma completa, en la creación de estrellas (nótese que el tiempo estimado por Allen y Fabian (1997a,b) para poder acumular la cantidad de gas necesaria para producir la absorción en rayos X blandos es tan sólo unas pocas veces  $10^8$  años). Sin embargo, fuera de la región de emisión no se observan evidencias de formación estelar. Quizá la radiofuente no es capaz de inducir dicha formación de estrellas a esas distancias. De hecho, se observa que los radiochorros son dispersados, probablemente por el *cooling flow*, a distancias de unos pocos kpc del centro de la CCG (Soker y Sarazin 1988; Sumi, Norman y Smarr 1988; Loken et al. 1993; Owen y Eilek 1998). En cualquier caso, el destino de ese gas, parte del cual se ha observado como material frío hasta distancias  $\sim 100$  kpc (Allen y Fabian 1997a,b) es, por ahora, una incógnita por resolver. El conocimiento incompleto de los procesos físicos que envuelven los procesos de formación estelar no nos permite responder por qué no se forman estrellas masivas en esas regiones.

No obstante, es importante subrayar que una formación estelar con una IMF truncada para masas grandes sería indetectable en los intervalos espectrales investigados. Kroupa y Gilmore (1994) estudiaron esta situación y concluyeron que observaciones del índice de CO en  $2.3 \mu\text{m}$  permitirían discriminar una población estelar de estrellas poco masivas (límite superior de la IMF,  $M_U = 0.5 M_\odot$ ). Por otro parte, Friaça y Jafelice (1999) han estudiado el efecto de los campos magnéticos en nubes frías de gas, concluyendo que la existencia de una masa magnética crítica  $M_B$  (además de la masa de Jeans), puede conducir a una formación estelar con una IMF normal en las regiones centrales de las CCGs, mientras que en las regiones más alejadas el límite superior de la IMF puede disminuir ( $M_B \sim 10 M_\odot$  para  $r \sim 100$  kpc), provocando una formación ineficiente de estrellas masivas.

El esquema presentado también proporciona una explicación de por qué existen

CCGs en cúmulos con *cooling flow* que no muestran indicios de formación estelar. Como hemos comentado, en el escenario planteado es necesaria la participación de una radiofuente que dispare la formación de las estrellas. La dispersión existente en las correlaciones entre la emisión radio y los indicadores de emisión (flujo H $\alpha$ ), frente a la formación estelar ( $f_V$ ), pueden entenderse no sólo como alteraciones provocadas por la participación de otros fenómenos físicos (Fig. 6.18), sino como diferencias en las escalas de tiempo involucradas en el fenómeno radio ( $\sim 10^7$  años) y el tiempo de acumulación del gas ( $\sim 10^8$  años). También puede producirse algún retraso entre el encendido de la radiofuente y el comienzo de la formación estelar, lo que podría explicar la existencia de galaxias con emisión radio sin indicios de excesos de luz azul.

Por último, resulta interesante discutir aquí los modelos evolutivos de *cooling flows* desarrollados por Tabor y Binney (1993), y Binney y Tabor (1995). Estos autores han estudiado en detalle la existencia de *cooling flows* en galaxias elípticas. La conclusión principal de su trabajo es que los *cooling flows* no son estacionarios, sino que sufren procesos catastróficos eventuales que conducen a la deposición de materia, de forma rápida y concentrada, en las regiones centrales de dichas galaxias. En sus modelos, la deposición de masa no se realiza de forma distribuida a lo largo del radio de enfriamiento. La reacción de un núcleo activo a la caída del gas<sup>8</sup> provoca la detención del *cooling flow* hasta que, transcurrido un tiempo durante el cual el motor del núcleo activo se apaga y comienza de nuevo el enfriamiento del gas, una nueva caída de gas puede tener lugar de forma catastrófica. Esta situación puede trasladarse al escenario de los *cooling flows* en cúmulos de galaxias<sup>9</sup>. En este caso, el efecto de la formación estelar podría alterar las escalas de tiempo derivadas en el caso de los *cooling flows* galácticos ( $\sim 0.5$  gigaaños), aunque el resultado final seguiría siendo la ocurrencia de fenómenos episódicos de caída de gas de forma catastrófica en el centro de las CCGs. Esta visión del fenómeno *cooling flow* es muy interesante porque evita la necesidad de explicar el destino final de enormes cantidades de gas ( $\sim 90\%$  del  $\dot{M}$ ) depositadas más allá de los  $\sim 20$  kpc centrales en los que se detecta la formación estelar. No obstante, resulta intrigante el hecho de que los perfiles

---

<sup>8</sup>Estos autores indican que la mayor parte de la energía de los radiochorros se reconduce al calentamiento del medio intergaláctico en lugar de en emisión sincrotón.

<sup>9</sup>J. Binney, comunicación privada.

radiales de densidad de formación estelar (Fig. 6.13) coincidan con lo esperado a partir de la relación  $\dot{M}(< r) \propto r$ . Quizá este perfil siga siendo correcto, aunque sólo para  $r \lesssim 10$  kpc, en el caso de los *cooling flow* catastróficos.



# Capítulo 7

## Conclusiones

Hemos presentado un estudio espectroscópico detallado de una amplia muestra de galaxias dominantes de cúmulos. Este trabajo ha permitido verificar la existencia de procesos de formación estelar en las regiones centrales de dichas galaxias.

En el desarrollo de esta investigación se han creado, además, diversas herramientas, cuya utilidad se extiende más allá de lo reflejado en la memoria. Las citadas herramientas y sus propiedades más importantes pueden resumirse en los siguientes puntos:

- Hemos derivado un conjunto de fórmulas analíticas que permiten calcular, de forma precisa, el efecto de los errores aleatorios en la medida de índices de intensidad de líneas. Las expresiones obtenidas constituyen una mejora sobre las fórmulas aproximadas utilizadas por otros autores y son una alternativa excelente al empleo de simulaciones numéricas o realización de observaciones múltiples de los mismos objetos. Hemos demostrado, asimismo, la importancia de realizar una reducción en paralelo de imágenes de datos y errores para obtener un control exhaustivo de la propagación de los errores aleatorios.
- Hemos creado un nuevo paquete de reducción de imágenes astronómicas, llamado RED<sub>M</sub><sup>IC</sup>E, que realiza de forma automática el procesado en paralelo de imágenes de datos y errores. Se han desarrollado y optimizado diversos algoritmos del proceso de reducción, con especial atención a las manipulaciones de las imágenes relacionadas con la medida de índices de intensidad de líneas. El paquete de reducción se encuentra disponible de forma gratuita, para uso no comercial, a través de internet.

- Hemos obtenido, por vez primera, una calibración empírica de la discontinuidad en  $\lambda 4000\text{\AA}$  como función de los parámetros atmosféricos estelares temperatura efectiva, metalicidad y gravedad superficial. Para ello se ha observado una muestra de 392 estrellas, lo que constituye la librería estelar más completa en este intervalo espectral hasta la fecha. Esta calibración puede ser incorporada, de forma sencilla, en los modelos de síntesis de poblaciones, proporcionando predicciones precisas del  $D_{4000}$ . Finalmente, la calibración empírica obtenida ha sido incorporada a los modelos de síntesis evolutiva de Bruzual y Charlot (1999), lo que nos ha permitido obtener, simultáneamente, predicciones realistas de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en poblaciones estelares compuestas.

Una vez desarrolladas estas herramientas, se procedió al estudio espectroscópico de una muestra de 20 galaxias dominantes de cúmulos, 15 de ellas en cúmulos con *cooling flow* y 5 en cúmulos sin *cooling flow*. El análisis de los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  en las regiones centrales de estas galaxias nos ha permitido establecer los siguientes resultados:

- Los índices centrales de las galaxias dominantes en cúmulos con *cooling flow* se correlacionan con el ritmo de deposición de masa cuando dichas galaxias presentan líneas de emisión en las regiones nucleares.
- Las galaxias dominantes en cúmulos con *cooling flow* y que no muestran líneas de emisión, poseen índices centrales similares a los medidos en galaxias dominantes en cúmulos sin *cooling flow* y en galaxias elípticas gigantes.
- Las galaxias dominantes en cúmulos con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión exhiben una secuencia en el diagrama  $D_{4000}-Mg_2$  diferente a la secuencia definida por las galaxias elípticas. La utilización de modelos de síntesis evolutiva permite reproducir dichos índices como resultado de procesos de formación estelar en brotes recientes (edad  $\lesssim 0.1$  gigaaño).

Estas conclusiones se han visto corroboradas por el estudio de los gradientes de intensidad de líneas, cuyos resultados más sobresalientes son los siguientes:

- Tanto las galaxias dominantes en cúmulos sin *cooling flow*, como las galaxias dominantes en cúmulos con *cooling flow* pero que no presentan líneas de

emisión, poseen gradientes de  $D_{4000}$  y de  $Mg_2$  compatibles con los gradientes medidos en galaxias elípticas.

- Sin embargo, los gradientes de las galaxias dominantes en cúmulos con *cooling flow* y que presentan líneas de emisión, muestran un cambio de pendiente en la zona en la que se detecta la emisión. Además, los gradientes ajustados empleando solamente los índices medidos en la región de emisión, se correlacionan con el ritmo de deposición de masa.
- La modelización de la variación radial de la diferencia entre la extrapolación de los gradientes ajustados en las regiones libres de emisión hacia las regiones centrales, y los gradientes ajustados en la región de emisión, nos ha permitido deducir los perfiles espaciales de densidad de formación estelar. La pendiente de dichos perfiles coincide con el valor esperado para la densidad de deposición de masa en *cooling flows* inhomogéneos. Este resultado indica que la conversión de gas a estrellas se realiza con la misma eficacia, posiblemente del 100%, en todas las galaxias dominantes de cúmulo.

Todos los resultados mencionados, unidos a la existencia de correlaciones entre la emisión radio, por un lado, y la intensidad de las líneas de emisión y la fracción de luz procedente de los brotes de formación estelar, por otro, han permitido por vez primera confirmar la existencia de un escenario único que explica toda la fenomenología observada. En particular, el encendido ocasional de una radiofuentе actúa como desencadenante de la formación estelar, la cual a su vez consume, posiblemente de forma completa, el gas depositado por los *cooling flows* en las regiones nucleares de las galaxias dominantes de cúmulo.

En resumen, las medidas presentadas y analizadas en esta memoria han permitido confirmar que *cooling flows*, líneas de emisión, exceso de luz azul, emisión radio, absorción de rayos X blandos y formación estelar, son aspectos diferentes de un mismo fenómeno, lo cual ha constituido un interrogante no resuelto durante más de quince años.



# Apéndice A

## La estadística de electrones

Como punto de partida en el tratamiento de errores aleatorios de imágenes CCD es común asumir que, al igual que ocurre con la llegada de fotones al detector, los electrones generados en cada pixel siguen una estadística de Poisson.

Sabemos que el número promedio de electrones generados en un pixel viene determinado por el número de fotones incidentes,  $N_\gamma$ , y la eficacia cuántica,  $q$ , mediante

$$N_e = q N_\gamma. \quad (\text{A.1})$$

Se podría pensar, erróneamente, que el error en el número de electrones puede calcularse directamente, derivando la relación anterior, es decir

$$\sigma_e = q \sigma_\gamma = q \sqrt{N_\gamma} = q \sqrt{\frac{N_e}{q}} = \sqrt{q N_e}. \quad (\text{A.2})$$

Sin embargo, esta deducción no es correcta. En realidad

$$\sigma_e = \sqrt{N_e}. \quad (\text{A.3})$$

Esto se entiende porque, dado un número de fotones que inciden en el detector, cada uno tiene una cierta probabilidad de convertirse o no en electrón (probabilidad que viene dada por  $q$ ). En otras palabras, no podemos decir que, de manera exacta, el número de electrones es  $q N_\gamma$ , sino que esta relación sólo se verifica para los valores medios. En realidad hay que partir del número de fotones recibidos y convertirlos en electrones de una manera más real (que no es multiplicando por la eficacia cuántica). La verdadera simulación es tomar cada uno de los fotones y, con una probabilidad  $q$ , transformarlos o no en electrones (siguiendo un proceso probabilístico). Esto añade

más dispersión al resultado y, en ese caso, las simulaciones numéricas (ver Fig. A.1) muestran que  $\sigma_e \approx \sqrt{N_e}$ , es decir, la distribución de electrones también sigue una estadística de Poisson.

Dado que el carácter poissoniano de los electrones constituye también el punto de partida del cálculo de errores desarrollado en el capítulo 2, y aunque dicho carácter es bien conocido, no hemos encontrado en la bibliografía consultada ninguna demostración rigurosa de esta propiedad. Por ello se ha creído interesante incluir en este apéndice una demostración formal de este comportamiento.

Sea  $\tilde{p}(x_e; N_\gamma, q)$  la probabilidad de que se generen  $x_e$  electrones en un pixel, cuando el número promedio de fotones incidentes por pixel es  $N_\gamma$ , y la eficacia cuántica es  $q$ . Esta probabilidad puede escribirse como

$$\tilde{p}(x_e; N_\gamma, q) = \sum_{x_\gamma=x_e}^{\infty} p(x_\gamma; N_\gamma) b(x_e; x_\gamma, q), \quad (\text{A.4})$$

donde

$$p(x_\gamma; N_\gamma) = \frac{N_\gamma^{x_\gamma}}{x_\gamma!} e^{-N_\gamma} \quad (\text{A.5})$$

es la probabilidad de recibir  $x_\gamma$  fotones cuando la incidencia media es de  $N_\gamma$  fotones (que viene dada por una distribución de Poisson), y

$$b(x_e; x_\gamma, q) = \frac{x_\gamma!}{x_e! (x_\gamma - x_e)!} q^{x_e} (1-q)^{x_\gamma - x_e} \quad (\text{A.6})$$

es la probabilidad de obtener  $x_e$  electrones cuando el número de fotones es  $x_\gamma$  y la probabilidad de que cada fotón se convierta en un electrón es  $q$  (que sigue una distribución binomial). El sumatorio en la Eq. A.4 se extiende en todos los casos en los que  $x_\gamma \geq x_e$ , condición imprescindible para obtener, al menos,  $x_e$  electrones.

El número promedio de electrones se calcula entonces como

$$\begin{aligned} \mu_e &= \sum_{x_e=0}^{\infty} x_e \tilde{p}(x_e; N_\gamma, q) = \\ &= \sum_{x_e=1}^{\infty} x_e \sum_{x_\gamma=x_e}^{\infty} \frac{N_\gamma^{x_\gamma}}{x_\gamma!} e^{-N_\gamma} \frac{x_\gamma!}{x_e! (x_\gamma - x_e)!} q^{x_e} (1-q)^{x_\gamma - x_e} = \\ &= N_\gamma q \sum_{x_e=1}^{\infty} \frac{(q N_\gamma)^{x_e} - 1}{(x_e - 1)!} e^{-N_\gamma} \sum_{x_\gamma=x_e}^{\infty} \frac{[N_\gamma(1-q)]^{x_\gamma - x_e}}{(x_\gamma - x_e)!}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Teniendo en cuenta que  $e^x = \sum_{i=0}^{\infty} x^i / i!$ , y que además  $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i / i! e^{-\lambda} = 1$ , se obtiene finalmente

$$\mu_e = N_\gamma q \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(q N_\gamma)^v}{v!} e^{-N_\gamma} e^{N_\gamma} (1-q) = N_\gamma q. \quad (\text{A.8})$$

De forma análoga se deriva el valor de la varianza

$$\sigma_e^2 = \sum_{x_e=0}^{\infty} x_e^2 \tilde{p}(x_e; N_\gamma, q) - \mu_e^2. \quad (\text{A.9})$$

Desarrollando el sumatorio de la última expresión se obtiene

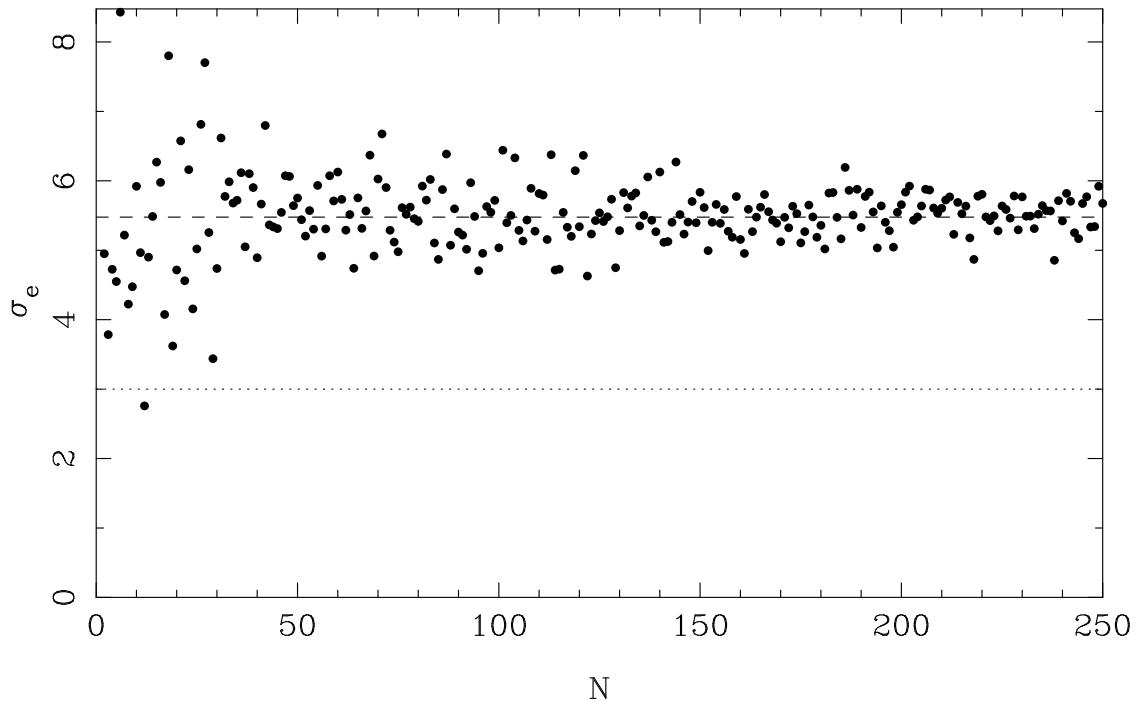
$$\begin{aligned} & \sum_{x_e=0}^{\infty} x_e^2 \tilde{p}(x_e; N_\gamma, q) = \\ & = N_\gamma q \sum_{x_e=1}^{\infty} \frac{x_e (N_\gamma q)^{x_e} - 1}{(x_e - 1)!} e^{-N_\gamma} \sum_{x_\gamma=x_e}^{\infty} \frac{[N_\gamma (1-q)]^{x_\gamma} - x_e}{(x_\gamma - x_e)!}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

donde el sumatorio de la derecha vuelve a ser el desarrollo en serie de la función exponencial. Sumando y restando 1 a  $x_e$  en el numerador de la primera fracción, y volviendo a recordar que  $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i / i! e^{-\lambda} = 1$ , se puede escribir

$$\begin{aligned} & \sum_{x_e=0}^{\infty} x_e^2 \tilde{p}(x_e; N_\gamma, q) = N_\gamma q \sum_{x_e=1}^{\infty} \frac{(x_e - 1 + 1) (N_\gamma q)^{x_e} - 1}{(x_e - 1)!} e^{-N_\gamma} q = \\ & = N_\gamma q \left[ N_\gamma q \sum_{x_e=2}^{\infty} \frac{(N_\gamma q)^{x_e} - 2}{(x_e - 2)!} e^{-N_\gamma} q + \sum_{x_e=1}^{\infty} \frac{(N_\gamma q)^{x_e} - 1}{(x_e - 1)!} e^{-N_\gamma} q \right] = \\ & = N_\gamma q (1 + N_\gamma q), \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

por lo que finalmente obtenemos

$$\sigma_e^2 = N_\gamma q (1 + N_\gamma q) - \mu_e^2 = N_\gamma q = \mu_e. \quad (\text{A.12})$$



**Figura A.1** Error en el número de electrones detectados en un pixel,  $\sigma_e$ , por efecto del ruido fotónico, en función del número de exposiciones  $N$  realizadas. Hemos simulado que el número promedio de fotones que inciden en cada pixel del detector en una exposición es 100, siendo la eficacia cuántica  $q = 0.3$ . Es decir, generamos paquetes de  $100 + \delta\epsilon_\gamma$  fotones/pixel, donde  $100 + \delta\epsilon_\gamma$  se obtiene probabilísticamente siguiendo una distribución de Poisson (para ello hemos usado el método descrito en la sección 2.5.1). Para cada conjunto de  $N$  exposiciones se obtiene el número promedio de electrones/pixel y su desviación estándar. Si el número de electrones/pixel fuera exactamente igual a la eficacia cuántica por el número de fotones/pixel recibidos, obtendríamos  $\sigma_e = \sqrt{q N_e} = 3 e^-$  (línea de puntos), lo cual es erróneo. En las simulaciones hemos transformado cada uno de los fotones en electrones siguiendo un proceso probabilístico dependiente de la eficacia cuántica. Así, para  $N = 250$  simulaciones, el número promedio de electrones es 30.26 (valor esperado 30.00), mientras que el error medido es  $\sigma_e = 5.68$  (el error poissoniano esperado es  $\sqrt{0.3 \times 100} \simeq 5.48$  —línea de trazos—).

# Apéndice B

## Descripción técnica de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E

Este apéndice constituye una descripción técnica, aunque de carácter general, del paquete de reducción RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E. Esta información, junto con descripciones más detalladas de las diferentes funciones y subrutinas que constituyen las librerías desarrolladas, puede encontrarse en la página WWW (del inglés *World Wide Web*) de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E (ver Fig. B.1):

<http://www.ucm.es/info/Astrof/reduceme/reduceme.html>

### B.1 Instalación de RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E

#### B.1.1 Condiciones de distribución

RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E es un paquete de reducción de distribución gratuita para fines no comerciales. Los derechos pertenecen a N. Cardiel y J. Gorgas, del Departamento de Astrofísica de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid.

RED<sub>m</sub><sup>UC</sup>E se proporciona COMO ES, sin garantía de ningún tipo. Este software puede ser redistribuido y/o modificado bajo los términos establecidos por la GNU General Public License, tal y como ha sido publicada por la Free Software Foundation, ya sea la versión 2 de dicha licencia o cualquier versión posterior. Una copia íntegra del texto de esta licencia se adjunta en el fichero de distribución<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Ver también <http://www.gnu.ai.mit.edu/> para más información.

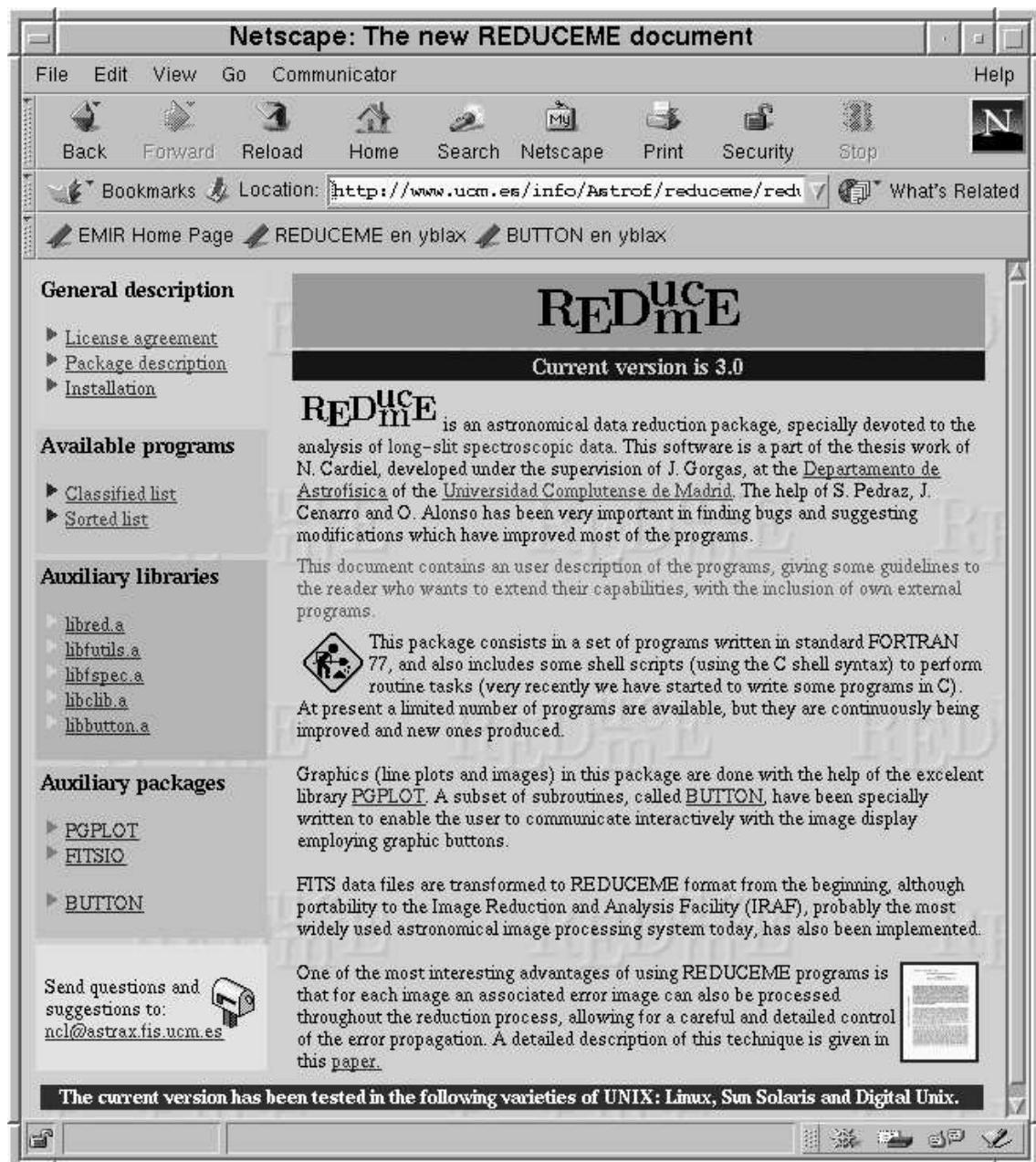


Figura B.1 Página WWW de REDUCmE.

### B.1.2 Requisitos

Antes de instalar RED<sup>u</sup><sub>m</sub>E hay que asegurarse que PGPLOT (versión 5.1.0 o superior) se encuentra ya instalado en el ordenador<sup>2</sup>. Si esto no es así, la última versión disponible de PGPLOT puede obtenerse en:

<http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/>

o mediante ftp anónimo en:

<ftp://astro.caltech.edu/pub/pgplot/>

Si también se desea utilizar los programas que permiten leer y escribir imágenes en formato FITS, es necesario tener instalada la librería de subrutinas FITSIO. Esta librería está disponible en:

<http://heasarc.gsfc.nasa.gov/fitsio/>

### B.1.3 Instalación

La instalación de RED<sup>u</sup><sub>m</sub>E en una máquina con sistema operativo Unix se realiza mediante los siguientes pasos:

1. Obtener el fichero de distribución de RED<sup>u</sup><sub>m</sub>E (`reduceme.tar.gz`). La última versión disponible se encuentra en:

<http://www.ucm.es/info/Astrof/reduceme/reduceme.html>

2. Crear el directorio en el que instalaremos el paquete, e.g.

`% mkdir reduceme`

3. Convertir el nuevo directorio en el directorio actual:

`% cd reduceme`

4. Copiar el fichero de distribución en este nuevo directorio

5. Descomprimir el fichero de distribución:

`% gunzip reduceme.tar.gz`

6. Extraer los contenidos del fichero tar:

`% tar xvf reduceme.tar`

En este punto, los siguientes ficheros y subdirectorios deben aparecer en el

---

<sup>2</sup>En el momento de escribir esta memoria, la última versión disponible de PGPLOT es la 5.2.0.

directorio actual:

- ficheros: `create_c`, `create_clibrary`, `create_flibrary`, `create_pgp`,  
`create_pgpdirect`, `create_reduceme`, `gnu-public-license.txt`
- subdirectorios: `bin`, `button`, `clib`, `files`, `fspec`, `futils`, `help`, `red`,  
`specials`, `src`

7. Moverse al directorio `red`:

```
% cd red
```

8. Editar el fichero `redlib.inc` y establecer los parámetros `NSMAX` y `NCMAX` al número máximo esperado de pixels en la dirección espacial y longitud de onda, respectivamente <sup>3</sup>.

9. Retornar al directorio superior:

```
% cd ..
```

10. Ejecutar el fichero `create_reduceme` con tres argumentos:

```
% create_reduceme f77 cc /usr/lib
```

El primer y segundo argumentos indican los compiladores de FORTRAN y C a utilizar, respectivamente. El tercer argumento es el directorio donde se encuentra la librería Xwindow `libX11.a` (necesaria para la utilización de ventanas gráficas).

11. El proceso anterior compila todos los programas excepto `readiraf.f` y `writeiraf.f`, los dos programas que aseguran la compatibilidad con Iraf. Estos dos ficheros, escritos con la ayuda de la interfaz IMFORT, deben ser compilados dentro del entorno de Iraf. Con este propósito, es necesario entrar en dicho entorno:

```
% cl
```

moverse al subdirectorio de `REDMCE` que contiene los ficheros, por ejemplo:

```
cl> cd /usr/local/reduceme/src
```

---

<sup>3</sup>Desafortunadamente el FORTRAN 77 estándar no permite re-dimensionar las matrices dinámicamente (en tiempo de ejecución). Por esta razón nos vemos obligados a declarar estos dos parámetros, que son utilizados en todos los programas, para establecer un valor por exceso de las dimensiones de las matrices. Cualquier variación de estos parámetros exige, lógicamente, volver a compilar todos los programas.

compilar los ficheros:

```
cl> fc readiraf.f Lred.a Lfutils.a
cl> fc writeiraf.f Lred.a Lfutils.a
```

**Nota:** si el comando `fc` no funciona, hay que comprobar que la tarea `fc` en el fichero `login.cl` ha sido definida adecuadamente:

```
task $fc = ("$" // envget("iraf") // "unix/hlib/fc.csh"
           // " -h $* -limfort -lsys -lvops -los")
```

salir de Iraf:

```
cl> logout
```

retornar al directorio con los ficheros fuente, por ejemplo:

```
% cd /usr/local/reduceme/src
```

eliminar los módulos objeto y mover los ficheros al directorio donde RED<sup>UCE</sup> almacena los programas ejecutables:

```
% rm readiraf.o writeiraf.o
% mv readiraf.e ../bin/
% mv writeiraf.e ../bin/
```

#### B.1.4 Variables de entorno

El último paso necesario para trabajar con RED<sup>UCE</sup> consiste en definir una variable que almacene el directorio donde se encuentra el paquete de reducción, por ejemplo:

```
% setenv reduceme_dir /usr/local/reduceme
```

así como introducir la ubicación de los programas ejecutables en el camino de búsqueda, por ejemplo:

```
% set path=($reduceme_dir/bin $path)
```

También es útil definir una salida gráfica por defecto para PGPLOT (si no se encuentra ya definida), que permita emplear el ratón, por ejemplo:

```
% setenv PGPLOT_DEV /XSERVE
```

**Tabla B.1:** Ejemplos de la nomenclatura asumida por RED<sub>m</sub>E para el nombre de los ficheros de errores.

nombre del fichero de datos	nombre esperado para el fichero de errores
file001	file001e
file398_xi.biased	file398_xie.biased
xxx001.new.u	xxx001.newe.u

## B.2 Descripción general

### B.2.1 Notación: parámetros y variables

Los programas han sido escritos intentando conservar los mismos nombres para los parámetros y variables más comunes. Con este propósito, las declaraciones de los parámetros y de algunas variables importantes han sido recopiladas en el fichero común `redlib.inc`, el cual es utilizado por todos los programas, subrutinas y funciones a través de una sentencia `INCLUDE`. Este fichero también contiene sentencias `COMMON` que convierten a algunas de dichas variables en variables globales. Un listado completo del fichero `redlib.inc` aparece en la Fig. B.2.

### B.2.2 Convenios

Todos los programas de RED<sub>m</sub>E asumen que las imágenes están orientadas de tal forma que el eje X corresponde a la dirección longitud de onda, y el eje Y a la dirección espacial.

Cuando la reducción se realiza incluyendo el cálculo de errores, los programas asumen que el nombre del fichero de errores coincide con el fichero asociado de datos, introduciendo el carácter “e” delante del último punto presente en el nombre. Si no existe ningún punto en el nombre del fichero de datos, el carácter “e” es añadido al final. No obstante, este convenio no es de obligado cumplimiento, y los ficheros de errores pueden tener cualquier nombre. En cualquier caso, la utilización de una nomenclatura constante ayuda a reconocer, rápidamente, los ficheros de datos de los de errores. En la tabla B.1 se muestran unos ejemplos del convenio mencionado.

```

C----- File: redlib.inc
C Version 11-February-1998
C @ ncl & fjt
C----- !maximum NSCAN
INTEGER NSMAX
PARAMETER (NSMAX=1200)
C----- !maximum NCHAN
INTEGER NCMAX
PARAMETER (NCMAX=1200)
C----- !maximum no. of Buffers in plotsplus
INTEGER NMAXBUFF
PARAMETER (NMAXBUFF=6)
C----- !fixed identification for REDUCEME files
CHARACTER*12 CLAVE_RED
PARAMETER (CLAVE_RED='abcdefghijkl')
C----- !maximum no. of indices defined
INTEGER NINDMAX
PARAMETER (NINDMAX=100) !see subroutine selindex.f
C----- !maximum no. of lines defined
INTEGER NLINMAX
PARAMETER (NLINMAX=40) !see subroutine sellines.f
C----- !maximum no. of points to define a bandpass
INTEGER NPBANDMAX
PARAMETER (NPBANDMAX=40) !see subroutine selband.f
C----- !maximum number of simultaneous graphic devices
INTEGER MAX_ID_RED
PARAMETER (MAX_ID_RED=8)
C----- !current version
CHARACTER*12 CREDUCEVERSION
PARAMETER (CREDUCEVERSION='REDUCEMEv2.1')
C----- !image dimension in the spatial direction
INTEGER NSCAN
!image dimension in the wavelength direction
INTEGER NCHAN
REAL STWV
!central wavelength of the first pixel
REAL DISP
!dispersion (Angs/pixel) in the wavelength direction
C----- !airmass
REAL AIRMASS
!exposure time
REAL TIMEXPOS
CHARACTER*255 OBJECT
!name of the observed object
CHARACTER*255 FITSFILE
!file name of the original FITS file
CHARACTER*255 COMMENT
!comment to be included in the image header
CHARACTER*20 THISPROGRAM
!current program being executed
C NOTE: if OBJECT, FITSFILE or COMMENT are redimensioned, the changes must
C also be performed in basicred.f and imath.f
C----- !airmass
COMMON/BLKREDO1/AIRMASS
COMMON/BLKREDO2/TIMEXPOS
COMMON/BLKREDO3/OBJECT
COMMON/BLKREDO4/FITSFILE
COMMON/BLKREDO5/COMMENT
COMMON/BLKREDO6/THISPROGRAM
C----- !formatting
100 FORMAT(A,$)
101 FORMAT(A)
110 FORMAT(A,I6)
C-----
```

Figura B.2 Listado del fichero *redlib.inc*.

**Tabla B.2:** Descripción de las librerías incluidas en el paquete de reducción REDmE.

librería	directorio	funciones básicas
<code>libred.a</code>	<code>\$reduceme_dir/red/</code>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• declaración de parámetros, variables globales y de uso común</li> <li>• funciones para abrir y cerrar ficheros con formato REDmE</li> <li>• apertura de dispositivos gráficos</li> </ul>
<code>libfutils.a</code>	<code>\$reduceme_dir/futils/</code>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• interfaz de usuario en modo texto</li> <li>• manipulación de cadenas de caracteres</li> </ul>
<code>libfspec.a</code>	<code>\$reduceme_dir/fspec/</code>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• colección general de funciones y subrutinas para realizar ajustes, ordenar matrices, encontrar las soluciones de sistemas de ecuaciones algebraicas, minimización de funciones,...</li> </ul>
<code>libclib.a</code>	<code>\$reduceme_dir/clib/</code>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• generador de números aleatorios</li> </ul>
<code>libbutton.a</code>	<code>\$reduceme_dir/button/</code>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• interfaz de usuario en modo gráfico, con la ayuda de botones seleccionables con ratón (ver apéndice C)</li> </ul>

### B.2.3 Programas, librerías y procedimientos

Como ya se mencionó en el Capítulo 3, REDmE ha sido desarrollado con la filosofía de emplear un programa distinto para realizar cada manipulación particular sobre las imágenes. Los ficheros con las fuentes de los programas se encuentran en `$reduceme_dir/src`, mientras que los ejecutables se ubican en `$reduceme_dir/bin` (la inclusión de este último directorio en la variable `path` del usuario permite ejecutar los programas de forma directa, escribiendo simplemente el nombre del programa a utilizar en la línea de comandos).

Distintas subrutinas y funciones de uso frecuente han sido reunidas en varias librerías, de forma que cualquier actualización realizada sobre las mismas se traslada a todos los programas que las utilizan. Actualmente REDmE cuenta con cinco librerías distintas, cuyas características principales se recogen en la tabla B.2. Una descripción más detallada de la librería `libbutton.a` se describe en el apéndice C.

### B.2.4 Formato de las imágenes en RED<sup>UC</sup><sub>m</sub>E

Los programas de RED<sup>UC</sup><sub>m</sub>E utilizan un formato particular para leer y escribir las imágenes. El criterio utilizado consiste en almacenar la información en ficheros binarios sin formato. Con intención de facilitar el proceso de reducción, los ficheros contienen una cabecera en la que se almacena información básica de cada imagen. En las Figs. B.3 y B.4 reproducimos el listado de dos programas muy sencillos, que permiten leer y escribir imágenes en el formato RED<sup>UC</sup><sub>m</sub>E.

El primer elemento de la cabecera es una cadena de doce caracteres que es utilizada para identificar las imágenes escritas con el formato de RED<sup>UC</sup><sub>m</sub>E. Esta cadena ha de coincidir con el contenido del parámetro `CLAVE_RED`, definida en el fichero `redlib.inc` (Fig. B.2). A continuación la cabecera contiene las dimensiones de la imagen, la calibración en longitud de onda (`STWV` y `DISP`), la masa de aire y el tiempo de exposición. Finalmente tres cadenas de caracteres opcionales indican el nombre de la imagen, el nombre del fichero FITS original y un comentario libre (cada una de estas tres cadenas está precedida por un número entero que indica el número de caracteres que contiene).

Con la intención de poder distinguir fácilmente las imágenes de datos y errores, se ha decidido añadir la cadena de caracteres `@ERROR@` al nombre del objeto incluido de la cabecera de los ficheros de errores. De esta forma los programas pueden detectar, automáticamente, el tipo de información (datos o errores) contenida en una imagen cualquiera, mostrando un aviso en pantalla en caso de que el tipo de fichero abierto no corresponda con el esperado en cada momento.

### B.2.5 Cabeceras de los programas

Todos los ficheros en RED<sup>UC</sup><sub>m</sub>E han sido creados con una cabecera de comentarios que explica la función desarrollada por el programa, función o subrutina correspondiente. Las cabeceras han sido escritas con un formato homogéneo, de forma que la información en ellas contenida puede ser fácilmente extraída con la ayuda del programa auxiliar `creahelp.f`, también incluido en el paquete de distribución (Fig. B.5). Este programa genera, de forma automática, los siguientes ficheros:

- `helpred.txt`: contiene un listado de todos los programas con una breve descripción de los mismos (clasificados por tareas).

```

PROGRAM SIMPLE_READ
IMPLICIT NONE
C
INTEGER NCHAR
INTEGER NSCAN,NCHAN
REAL STWV,DISP
REAL AIRMASS,TIMEXPOS
REAL SPECTRA(1124,1124)
CHARACTER*12 IDENTIFICATION
CHARACTER*255 OBJECT
CHARACTER*255 FITSFILE
CHARACTER*255 COMMENT
C
C open file
OPEN(10,FILE='file000.dat',STATUS='OLD',FORM='UNFORMATTED')
C read header information
READ(10) IDENTIFICATION
READ(10) NSCAN,NCHAN
READ(10) STWV,DISP
READ(10) AIRMASS
READ(10) TIMEXPOS
READ(10) NCHAR
IF(NCHAR.GT.0) READ(10) OBJECT(1:NCHAR)
READ(10) NCHAR
IF(NCHAR.GT.0) READ(10) FITSFILE(1:NCHAR)
READ(10) NCHAR
IF(NCHAR.GT.0) READ(10) COMMENT(1:NCHAR)
C read data frame
DO I=1,NSCAN
  READ(10) (SPECTRA(J,I),J=1,NCHAN)
END DO
CLOSE(10)
C end of program
STOP
END

```

**Figura B.3** Ejemplo de programa para realizar lectura de imágenes en formato RED<sub>M</sub>E. El fichero file000.dat es abierto sin formato, se leen las variables que constituyen la cabecera del fichero y, finalmente, la imagen propiamente dicha es almacenada en la matriz bidimensional SPECTRA.

- **helpred.html**: similar al fichero anterior pero en formato HTML (utilizado en la página WWW del paquete de reducción).
- **allfiles.tex**: fichero en formato L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X con un listado alfabético de todos los programas y un breve descripción. Este fichero se incluye directamente en el borrador del manual.
- **Lbutton.tex, Lred.tex, Lfutils.tex, Lfspec.tex y Lclib.tex**: ficheros en formato L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X de las funciones y subrutinas de las librerías empleadas por RED<sub>M</sub>E, incluyendo una descripción de los parámetros requeridos en cada

```

|           PROGRAM SIMPLE_WRITE
|           IMPLICIT NONE
|
|           C
|           INTEGER NCHAR
|           INTEGER NSCAN,NCHAN
|           REAL STWV,DISP
|           REAL AIRMASS,TIMEXPOS
|           REAL SPECTRA(1124,1124)
|           CHARACTER*12 IDENTIFICATION
|           CHARACTER*255 OBJECT
|           CHARACTER*255 FITSFILE
|           CHARACTER*255 COMMENT
|
|           C
|           C open file
|           OPEN(10,FILE='file000.dat',STATUS='NEW',FORM='UNFORMATTED')
|
|           C write header information
|           IDENTIFICATION='abcdefghijkl'
|           WRITE(10) IDENTIFICATION
|           WRITE(10) NSCAN,NCHAN
|           WRITE(10) STWV,DISP
|           WRITE(10) AIRMASS
|           WRITE(10) TIMEXPOS
|           NCHAR=TRUELEN(OBJECT)
|           WRITE(10) NCHAR
|           IF(NCHAR.GT.0) WRITE(10) OBJECT(1:NCHAR)
|           NCHAR=TRUELEN(FITSFILE)
|           WRITE(10) NCHAR
|           IF(NCHAR.GT.0) WRITE(10) FITSFILE(1:NCHAR)
|           NCHAR=TRUELEN(COMMENT)
|           WRITE(10) NCHAR
|           IF(NCHAR.GT.0) WRITE(10) COMMENT(1:NCHAR)
|
|           C write data frame
|           DO I=1,NSCAN
|               WRITE(10) (SPECTRA(J,I),J=1,NCHAN)
|           END DO
|           CLOSE(10)
|
|           C end of program
|           STOP
|           END
|
|           C-----
|
|           C return the "true" LEN of CADENA (ignoring control and blank characters)
|           INTEGER FUNCTION TRUELEN(CADENA)
|           IMPLICIT NONE
|           CHARACTER*(*) CADENA
|           INTEGER I,L
|
|           C
|           L=LEN(CADENA)
|           DO I=L,1,-1
|               IF(ICHAR(CADENA(I:I)).GT.32)THEN
|                   TRUELEN=I
|                   RETURN
|               END IF
|           END DO
|           TRUELEN=0
|           END

```

Figura B.4 Ejemplo de programa para realizar escritura de imágenes en formato RED<sup>uc</sup>E.

caso.

El procedimiento de instalación de RED<sub>m</sub>E, `create_reduceme`, se encarga de ejecutar el programa `creahelp` una vez terminada la compilación de todos los programas, así como de ubicar los ficheros descritos en el directorio `$reduceme_dir/help`.

## B.3 Ejecución de los programas

### B.3.1 Ejecución directa

Esta es la forma más sencilla de ejecutar un programa del paquete RED<sub>m</sub>E. Si el directorio `$reduceme_dir\bin` ha sido introducido en la variable `path` del usuario, basta con introducir el nombre del programa deseado en la línea de comandos. Por ejemplo:

```
% istat
Work with error images (y/n) [n] ? ↵
Input file name? file001.u
>>> NSCAN : 660
>>> NCHAN : 1024
>>> STWV : 3654.000
>>> DISP : 1.530000
>>> OBJECT: N188 I-61 B
Valid region is: 1,660
1st & Last Scan (0,0=EXIT) [0,0] ? 200,300
1st & Last Scan (0,0=EXIT) [0,0] ? 0,0
Valid region is: 1,1024
1st & Last Channel (0,0=EXIT) [0,0] ? 1,1024
1st & Last Channel (0,0=EXIT) [0,0] ? 0,0
Thinking... ...OK!

* Number of pixels employed/Total number: 103424/675840
> Maximum.....: 476.8485      in pixel (x,y): 286,300
> Minimum.....: -1.183068     in pixel (x,y): 2,233
> Mean.....: 40.10461
> Sigma.....: 22.52277
> Median.....: 39.63927
> Mean (removing pixels > 3 sigma): 37.86604

(1) change file
(2) change limits
(0) STOP
Option [0] ? 0
```

```

C-----  

○ | C Version 28-November-1996                               file: addnf.f | ○  

○ | C-----  

○ | C Copyright N. Cardiel & J. Gorgas, Departamento de Astrofisica | ○  

○ | C Universidad Complutense de Madrid, 28040-Madrid, Spain | ○  

○ | C E-mail: ncl@astrax.fis.ucm.es or ffg@astrax.fis.ucm.es | ○  

○ | C-----  

○ | C This program is free software; you can redistribute it and/or modify it | ○  

○ | C under the terms of the GNU General Public License as published by the Free | ○  

○ | C Software Foundation; either version 2 of the License, or (at your option) any | ○  

○ | C later version. See the file gnu-public-license.txt for details. | ○  

○ | C-----  

○ | Comment  

○ | C  

○ | C Program: addnf  

○ | C Classification: arithmetic & manipulations  

○ | C Description: Adds several images, taking into account offsets in the spatial  

○ | C direction.  

○ | C  

○ | Comment  

○ | C  

○ | PROGRAM ADDNF  

○ | .  

○ | .  

○ | .  

/*-----*/  

○ | /*Version 26-March-1997                                     File: sunalpha.c*/ | ○  

○ | /*-----*/  

○ | /* Copyright N. Cardiel & J. Gorgas, Departamento de Astrofisica */ | ○  

○ | /* Universidad Complutense de Madrid, 28040-Madrid, Spain */ | ○  

○ | /* E-mail: ncl@astrax.fis.ucm.es or ffg@astrax.fis.ucm.es */ | ○  

○ | /*-----*/  

○ | /* This program is free software; you can redistribute it and/or modify it */ | ○  

○ | /* under the terms of the GNU General Public License as published by the Free */ | ○  

○ | /* Software Foundation; either version 2 of the License, or (at your option) */ | ○  

○ | /* any later version. See the file gnu-public-license.txt for details. */ | ○  

○ | /*-----*/  

○ | /*Comment  

○ | /*  

○ | /*Program: sunalpha  

○ | /*Classification: input/output  

○ | /*Description: Transforms REDUCEME images from sun architecture to alpha  

○ | /*architecture (and viceversa).  

○ | /*  

○ | /*Comment  

○ | /*-----*/  

○ | #include <stdio.h>  

○ | .  

○ | .

```

**Figura B.5** Ejemplos de cabeceras de ficheros con programas en FORTRAN (arriba) y en C (abajo). Los comentarios situados entre las dos líneas encabezadas por la cadena de texto **Comment** son utilizados por el programa **creahelp.f** para crear ficheros de ayuda.

### B.3.2 Usando ficheros de comandos

Otra forma de ejecutar un programa es emplear un fichero de comandos, en el cual se introducen de antemano las entradas solicitadas por el programa. Un fichero general de este tipo es de la forma:

```
program_name<<string
parameter1
parameter2
.....
.....
string
```

donde **program\_name** es el nombre del programa, **string** es cualquier cadena de caracteres utilizada para delimitar el final de la lista de parámetros, y **parameter1**, **parameter2**,..., son las entradas requeridas por el programa.

Por ejemplo, un fichero de comandos para ejecutar el mismo programa **istat** mostrado más arriba se puede escribir como:

```
istat<<endistat
n
file001.u
200,300
0,0
1,1024
0,0
0
endistat
```

Si este fichero se almacena con el nombre **istat.com** (la extensión **.com** es arbitraria), el comando:

```
% source istat.com
...
```

ejecutaría el programa **istat** utilizando la lista de argumentos dada en el fichero. La cadena **endistat** señala el final de dicha lista.

También puede darse al fichero de comandos el atributo de fichero ejecutable, e introducir el nombre de dicho fichero directamente como comando de ejecución:

```
% chmod +x istat.com
% ./istat.com
...
```

Una ventaja muy importante de los ficheros de comandos es que permiten introducir variables en la lista de argumentos. El fichero **istat.com** anterior también podría escribirse como:

```

istat<<endistat
n
$1
200,300
0,0
1,1024
0,0
0
endistat

```

En este caso, ejecutando:

```
% istat.com file001.u
```

se obtiene el mismo resultado que en los ejemplos anteriores. La variable \$1 es sustituida por el primer argumento en la línea de comandos (*file001.u*). Un fichero de comandos aun más general sería:

```

istat<<endistat
n
$1
$2
0,0
$3
0,0
0
endistat

```

que puede ser utilizado con diversos argumentos variables:

```
% istat.com file001.u 200,300 1,1024
...
% istat.com file013.u 11,80 1,1024
...
% istat.com file034.u 54,319 101,101
...
```

El número total de variables que pueden pasarse a un fichero de comandos es muy grande. Asimismo, un fichero de comandos puede realizar llamadas a varios programas, de forma sucesiva.

Existe, sin embargo, un problema importante relacionado con la utilización de ficheros de comandos. Las entradas realizadas en los programas, durante su ejecución, no son visibles en la terminal. Con objeto de evitar esta situación, todas las funciones y subrutinas encargadas de facilitar la interfaz de usuario en modo texto pueden provocar una salida extra en la terminal de los parámetros introducidos por el usuario. Para ello es necesario que, durante la ejecución de cualquier programa, en el directorio de trabajo exista un fichero llamado:

**.running\_RUN**

El contenido de este fichero no tiene ninguna importancia. Es sólo su existencia la que activa este mecanismo.

### B.3.3 Ejecución múltiple con RUN

Con la intención de simplificar el proceso de reducción, especialmente cuando se trabaja con un programa (o grupo de programas) cuya ejecución va ser repetida sobre varias imágenes, se ha creado un procedimiento de comandos especial llamado **RUN**. Este procedimiento permite ejecutar cualquier fichero de procedimientos sobre todas las imágenes especificadas de forma genérica.

Para utilizar el procedimiento **RUN** es necesario crear, previamente, un procedimiento específico para la ejecución del programa de REDM<sub>M</sub>E deseado. Por ejemplo, podemos retomar el fichero **istat.com** previamente descrito:

```
istat<<endistat
n
$1
200,300
0,0
1,1024
0,0
0
endistat
```

En esta versión del procedimiento sólo existe una variable **\$1**. Si se desea ejecutar el programa **istat** con varios ficheros **file001**, **file002**,..., **file0??**, una posibilidad es ejecutar dicho procedimiento sobre cada uno de los ficheros individuales:

```
% istat.com file001
...
% istat.com file002
...
...
% istat.com file0??
```

Sin embargo, es mucho más cómodo utilizar el procedimiento **RUN**:

```
% RUN istat.com
#> Script file ./istat.com found. OK.
#> Enter file specification.....: file0??
#> Verify before running ([y]/n).....: n
...
          (script istat.com is executed with all files file0??)...
...
#> End of script /usr/local/reduceme/bin/RUN
```

El primer argumento en la línea de comandos de RUN es el nombre del procedimiento que se desea ejecutar repetidamente. La respuesta introducida en:

#### **Enter file specification**

determina los nombres de los ficheros sobre los cuales se ejecutar el procedimiento *istat.com*. RUN pregunta finalmente si se desea introducir confirmación antes de ejecutar *istat.com* con cada fichero. Por ejemplo:

```
...
#> Verify before running ([y]/n).....: y

Number of files found with current specifications: 14

File No. 1 out of 14
---> FILE FOUND -----> ? file001
Image size (NSCAN,NCHAN): 660,1024
Object : BIAS
#> Run program istat.com with this file ([y]/n/x/g)? y
#> Work in progress...
...
```

La pregunta

#> Run program *istat.com* with this file ([y]/n/x/g)?

tiene cuatro posibles respuestas: [y]es, [n]o, e[x]it (termina la ejecución de RUN) y [g]o (continua la ejecución sobre los ficheros restantes sin pedir confirmación con anterioridad).

Asimismo, el procedimiento RUN admite más de un argumento en la línea de comandos. Por ejemplo:

```
|| % RUN istat.com 1,660 1,1024 ||
```

tiene tres argumentos: \$1=*istat.com*, \$2=1,660, y \$3=1,1024. Los argumentos adicionales (\$2, \$3,...) son pasados al procedimiento *istat.com* de la siguiente forma:

```
|| % istat.com file??? 1,660 1,1024 ||
```

En este último caso, el procedimiento *istat.com* debe ser de la forma:

```
  istat<<endistat
  n
  $1
  $2
  0,0
  $3
  0,0
  0
endistat
```

Por último, es importante subrayar que el procedimiento RUN genera, durante su ejecución, un fichero llamado `.running_RUN`, de forma que todos los parámetros introducidos a los programas son mostrados en pantalla.

En la Fig. B.6 se muestra un listado completo del procedimiento RUN.

```

|   # Version 14-October-1996                                     File: RUN
|   # Execute a Script file over several files
|   #-----
|   # verify whether the name of the script has been passed from the command line
|   if ($1 == "") then
|       echo "#> ERROR: no script file has been given."
|       goto final
|   endif
|   if ($11 != "") then
|       echo "#> ERROR: No. of parameters in prompt line too large."
|       echo "           You must change this script file."
|       goto final
|   endif
|   # verify if the script file exist
|   if (-e ./ARGV[1]) then
|       echo "#> Script file ./ARGV[1] found. OK."
|   else
|       echo "#> ERROR: script $ARGV[1] has not been found in current directory"
|       goto final
|   endif
|   # enter basename and verification
|   echo -n "#> Enter file specification.....: "
|   set basename = $<
|   pideverify:
|   echo -n "#> Verify before running ([y]/n).....: "
|   set verify = $<
|   if ($verify == "") then
|       set verify = "y"
|   endif
|   if ($verify != "y" & $verify != "n") then
|       echo "#> ERROR: Invalid option. Try again."
|       goto pideverify
|   endif
|   set runprograma = "y"
|   set ficheros = `ls $basename'
|   @ n = $#ficheros + 1
|   if ($n == 0) then
|       echo "#> ERROR: No file name has been found."
|       goto final
|   else
|       echo "Number of files found with current specifications: $#ficheros"
|   endif
|   set i = 0
|   #-----
|   # establish RUNNING mode through file .running_RUN
|   echo ${0} > .running_RUN
|   #-----
|   # loop in number of files
|   bucle:
|   @ i = $i + 1
|   if ($i == $n) goto final
|   set filename = "$ficheros[$i]"
|   #-----
|   # check whether the file exist or not (again)
|   buscafile:
|   if (-e $filename) then
|       echo " "

```

Figura B.6 (*continúa*).

```

○ | echo "File No. $i out of $#ficheros"
○ | echo -n "---> FILE FOUND -----> "
○ | source $reduceme_dir/bin/exheads.com $filename
○ | if ($verify == "y") then
○ |   if ($runprograma == "y") then
○ |     echo "#> Run program $1 with this file ([y]/n/x/g)? "
○ |     set runprograma = $<
○ |     if ($runprograma == "") then
○ |       set runprograma = "y"
○ |     endif
○ |   else
○ |     echo "#> Run program $1 with this file (y/[n]/x/g)? "
○ |     set runprograma = $<
○ |     if ($runprograma == "") then
○ |       set runprograma = "n"
○ |     endif
○ |   endif
○ |   endif
○ |   if ($runprograma != "y" & $runprograma != "n") then
○ |     if ($runprograma != "x" & $runprograma != "g") then
○ |       echo "a#> ERROR: invalid entry. Try again."
○ |       goto buscafile
○ |     endif
○ |   endif
○ |   if ($runprograma == "x") then
○ |     goto final
○ |   endif
○ |   if ($runprograma == "g") then
○ |     set runprograma = "y"
○ |     set verify = "n"
○ |   endif
○ |   if ($runprograma == "y" | $verify == "n") then
○ |     echo "#> Work in progress..."
○ |     source ./$argv[1] $filename $2 $3 $4 $5 $6 $7 $8 $9 $10
○ |     echo " "
○ |   endif
○ | else
○ |   echo "#> The file $filename does not exist"
○ | endif
○ | goto bucle
○ | #-----
○ | # end of loop
○ | final:
○ | # end of RUNNING mode deleting .running_RUN
○ | rm -f .running_RUN
○ | # unset Script variables
○ | unset n
○ | unset i
○ | unset basename
○ | unset verify
○ | unset runprograma
○ | unset filename
○ | unset ficheros
○ | echo " "
○ | echo "#> End of script ${0}"
○ | echo " "
○ | exit

```

**Figura B.6 (continuación)** Listado del procedimiento RUN.

## Apéndice C

# Botones con PGPlot: la librería BuTTON

Con la intención de crear programas interactivos en FORTRAN, mediante una interfaz de usuario gráfica y controlada con ratón, se ha desarrollado la librería BuTTON que se describe en este apéndice. La información que aquí se presenta también está disponible en la página WWW (del inglés *World Wide Web*) de BuTTON (ver Fig. C.1):

<http://www.ucm.es/info/Astrof/button/button.html>

El conjunto de subrutinas que constituyen esta librería permite dibujar botones gráficos con etiquetas, cuya pulsación con el ratón por parte del usuario puede ser fácilmente detectada y utilizada como método de selección de opciones dentro de un programa. En la mayoría de los casos, la utilización de botones gráficos permite al usuario de un programa “comunicarse” con el mismo de una forma más rápida y sencilla.

BuTTON ha sido construido utilizando como funciones y subrutinas elementales las facilitadas por el excelente paquete general de dibujo PGPlot (desarrollado por T. J. Pearson; ver <http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/>). Este apéndice ha sido redactado en forma de manual de usuario y se asume por parte del lector un conocimiento básico de PGPlot. El manual de PGPlot versión 4.9 (Pearson 1989) constituye un buen documento introductorio, aunque algo obsoleto. Es más recomendable el nuevo manual provisional de PGPlot, disponible sólo en formato HTML y ubicado en <http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/contents.html>.

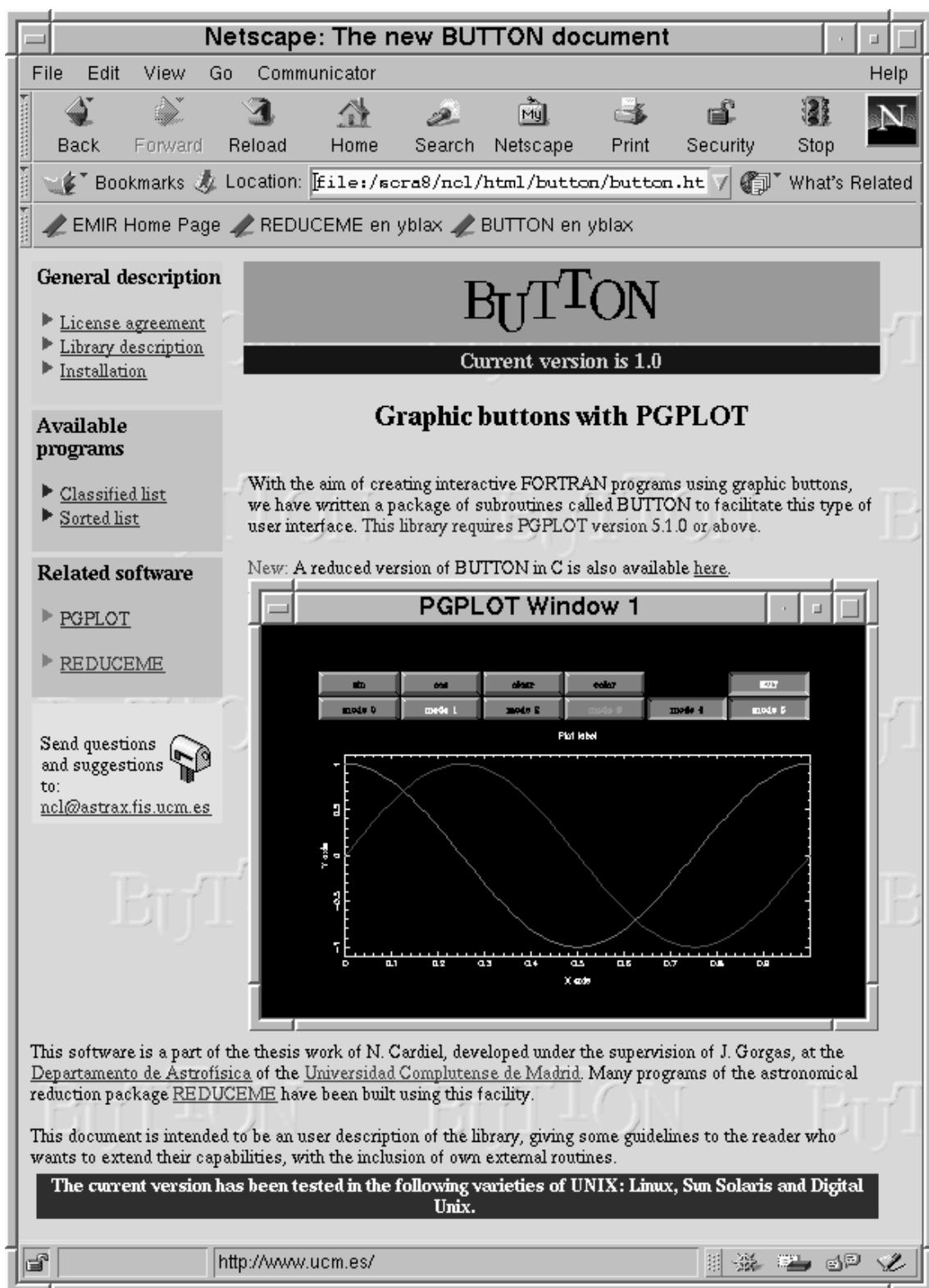


Figura C.1 Página WWW de BuTTON.

La subrutina PGBAND(MODE, POSN, XREF, YREF, XC, YC, CH) de PGPlot constituye el núcleo de la librería BUTTON. Esta subrutina, que gobierna la utilización de un dispositivo de ratón, retorna la posición del cursor (XC,YC) en coordenadas mundiales<sup>1</sup>, y el carácter (CH) pulsado por el usuario en el teclado o el botón del ratón apretado (un ratón de tres botones retorna CH='A' con el botón izquierdo, CH='D' con el botón central, y CH='X' con el botón derecho). Una descripción detallada de los demás parámetros de PGBAND puede verse en el manual de PGPlot.

Las subrutinas de la librería BUTTON son completamente compatibles con las suministradas en PGPlot, excepto con la subrutina PGBEGIN, que debe ser sustituida por la versión modificada en BUTTON llamada RPGBEGIN. Otras subrutinas de PGPlot, como PGENV, PGBAND y PGERAS no son recomendables, y sus análogas RPGENV, RPGBAND, y RGERAS deberían ser utilizadas en su lugar. Como puede apreciarse, la convención utilizada para nombrar estas subrutinas ha consistido en añadir como prefijo el carácter extra "R", para así facilitar su distinción de las subrutinas análogas en PGPlot. Un conjunto adicional de subrutinas permite la manipulación de los botones, su representación en diferentes modos, así como la detección de su selección.

## C.1 Instalación de la librería

### C.1.1 Condiciones de distribución

BUTTON es una librería de distribución gratuita para fines no comerciales. Los derechos pertenecen a N. Cardiel y J. Gorgas, del Departamento de Astrofísica de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid.

BUTTON se proporciona COMO ES, sin garantía de ningún tipo. Este software puede ser redistribuido y/o modificado bajo los términos establecidos por la GNU General Public License, tal y como ha sido publicada por la Free Software Foundation, ya sea la versión 2 de dicha licencia o cualquier versión posterior. Una copia íntegra del texto de esta licencia se adjunta en el fichero de distribución<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Se entiende por coordenadas mundiales aquellas definidas por el usuario en el área de dibujo, y que en PGPlot se establecen con las subrutinas PGSWIN y PGENV.

<sup>2</sup>Ver también <http://www.gnu.ai.mit.edu/> para más información.

### C.1.2 Requisitos

Antes de instalar BUTTON, hay que asegurarse que PGPLOT (versión 5.1.0 o superior) se encuentra ya instalado en el ordenador<sup>3</sup>. Si esto no es así, la última versión disponible de PGPLOT puede obtenerse en:

<http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/>

o mediante ftp anónimo en:

<ftp://astro.caltech.edu/pub/pgplot/>

### C.1.3 Instalación

La instalación de BUTTON, en una máquina con sistema operativo Unix, se realiza mediante los siguientes pasos:

1. Obtener el fichero de distribución de BUTTON (`button.tar.gz`). La última versión disponible, junto con un manual en inglés, se encuentra en:

<http://www.ucm.es/info/Astrof/button/button.html>

2. Crear el directorio en el que instalaremos la librería, por ejemplo

% `mkdir button`

3. Convertir el nuevo directorio en el directorio actual:

% `cd button`

4. Copiar el fichero de distribución en este nuevo directorio

5. Descomprimir el fichero de distribución:

% `gunzip button.tar.gz`

6. Extraer los contenidos del fichero tar:

% `tar xvf button.tar`

7. Editar el fichero `Makefile` y definir el compilador de FORTRAN disponible, por ejemplo

`COMPILER = f77`

---

<sup>3</sup>En el momento de escribir esta memoria, la última versión disponible de PGPLOT es la 5.2.0.

- 
8. Ejecutar el fichero `Makefile`

```
% make
```

En este proceso debe producirse la creación de la librería `libbutton.a`

9. Eliminar los módulos objeto:

```
% make clean
```

10. Moverse al directorio que contiene el programa de ejemplo:

```
% cd sample
```

11. Compilar el programa de ejemplo:

```
% f77 -o sample sample.f ../../libbutton.a -L$PGPLOT_DIR -lpgplot -lX11
```

12. Ejecutar el programa de ejemplo:

```
% sample
```

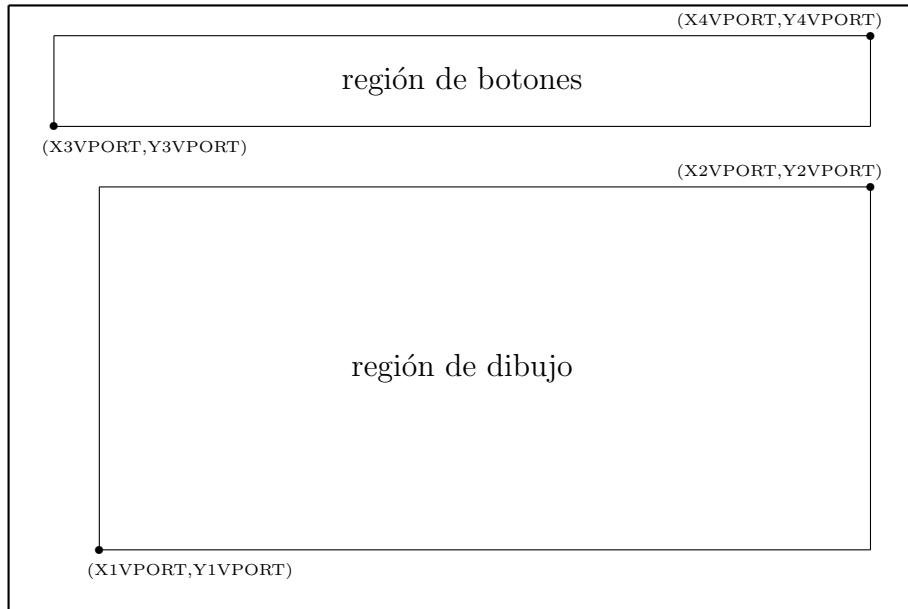
## C.2 Utilización práctica de los botones gráficos

### C.3 Descripción general

BUTTON divide la región de dibujo del dispositivo gráfico seleccionado en dos regiones distintas: una reservada a los botones y otra a los gráficos propiamente dichos (Fig. C.2). La posición, tamaño y aspecto de los botones, así como el área reservada para los dibujos de línea e imágenes, pueden modificarse de forma sencilla, variando el contenido de unas variables de entorno (globales para todas las subrutinas de BUTTON) definidas en el fichero `button.inc`. La llamada forzosa inicial a la subrutina `RPGBEGIN` inicializa dichas variables de entorno a unos valores por defecto (Tabla C.1), mientras que su contenido se altera con la utilización de llamadas a subrutinas<sup>4</sup>. Los valores iniciales de las variables globales permiten desarrollar fácilmente un programa con botones gráficos, utilizando para ello un número muy reducido de subrutinas BUTTON (básicamente `RPGBEGIN`, `RPGENV`, `RPGBAND`, `BUTTON`, `IFBUTTON` y `RPPERAS`).

---

<sup>4</sup>El tener que alterar el valor de las variables globales de BUTTON mediante llamadas a subrutinas evita que el programador tenga que definir dichas variables o incluir el fichero `button.inc`. Un conjunto análogo de subrutinas retorna el valor actual de dichas variables en cualquier momento.



**Figura C.2** El dispositivo gráfico seleccionado se divide en dos regiones rectangulares distintas: una reservada para el dibujo de los botones gráficos, y otra para la realización de los dibujos de línea y representación de imágenes. Aunque ambas regiones pueden solapar, los valores por defecto establecidos en la llamada a la subrutina RPGBEGIN son  $(X1VPORT, Y1VPORT)=(0.10, 0.10)$ ,  $(X2VPORT, Y2VPORT)=(0.95, 0.70)$ ,  $(X3VPORT, Y3VPORT)=(0.05, 0.80)$  y  $(X4VPORT, Y4VPORT)=(0.95, 0.95)$ . Las coordenadas anteriores se dan en unidades normalizadas del dispositivo gráfico, que varían en el intervalo [0,1] en ambos ejes.

Las regiones reservadas a los botones y dibujos tienen forma rectangular, pueden solapar, y quedan definidas por las siguientes ocho variables de entorno:

región de dibujo: `X1VPORT, X2VPORT, Y1VPORT, Y2VPORT`  
 región de botones: `X3VPORT, X4VPORT, Y3VPORT, Y4VPORT`

cuyos valores vienen expresados en unidades normalizadas del dispositivo gráfico (recorren el intervalo [0,1]).

Cualquier llamada a la subrutina RPGENV producirá un gráfico en la región de dibujo. El rectángulo destinado a los botones se divide en `MAX_XBUTT` columnas y `MAX_YBUTT` filas, definiendo el hueco para  $MAX\_XBUTT \times MAX\_YBUTT$  posibles botones (de idéntico tamaño). El número máximo de botones está limitado a 1000, aunque este valor puede cambiarse de forma sencilla modificando el parámetro `MAX_NBUTT` en el fichero `button.inc` (antes de compilar la librería). Otras variables de entorno que establecen el aspecto del texto en los propios botones son: `PGSCF_BUTT` (de

**Tabla C.1:** Variables de entono (globales para todas las subrutinas de BUTTON), definidas por defecto en las llamadas a RPGBEGIN.

variable	valor por defecto	descripción
MAX_XBUTT	6	número de botones en el eje X
MAX_YBUTT	2	número de botones en el eje Y
PGSCF_BUTT	2	letra empleado en el texto de los botones
PGSCH_BUTT	1.0	tamaño del letra en los botones
YTEXT_BUTT	0.35	posición relativa (en el eje Y) de la base del texto en los botones
X1VPORT	0.10	coordenada X del borde inferior izquierda del área reservada a dibujo
Y1VPORT	0.10	coordenada Y del borde inferior izquierda del área reservada a dibujo
X2VPORT	0.95	coordenada X del borde superior derecha del área reservada a dibujo
Y2VPORT	0.70	coordenada Y del borde superior derecha del área reservada a dibujo
X3VPORT	0.05	coordenada X del borde inferior izquierda del área reservada a los botones
Y3VPORT	0.80	coordenada Y del borde inferior izquierda del área reservada a los botones
X4VPORT	0.95	coordenada X del borde superior derecha del área reservada a los botones
Y4VPORT	0.95	coordenada Y del borde superior derecha del área reservada a los botones

tipo INTEGER) que define el tipo de letra empleado por PGPLOT para el texto, PGSCH\_BUTT (de tipo REAL) que establece el tamaño de dicho letra, y YTEXT\_BUTT (de tipo REAL) que determina el tipo la posición vertical relativa de la base del texto en los botones.

Las subrutinas BUTTON e IFBUTTON son las responsables de dibujar los botones y detectar su pulsación. El conjunto de subrutinas BUTTQ– permite obtener el valor actual de cualquier variable de entorno, mientras que las subrutinas BUTTS– alteran dichos valores.

De forma práctica, un programa que utilice los botones gráficos deberá contener una llamada inicial RPGBEGIN que determinará el(los) dispositivo(s) gráfico(s) a utilizar y establecerá los valores por defecto de las variables de entorno. A partir de este momento pueden utilizarse todas las subrutinas de PGPLOT (excepto PGBEGIN, obviamente), además de las propias de BUTTON (especialmente aquellas ya señaladas).

das como alternativas recomendables: **RPGENV**, **RPPERAS**, **RPPERASB**, **RPPERASW**). Una vez dibujados los botones, la detección de su selección requiere la utilización concatenada de las siguientes dos subrutinas:

```
CALL RPGBAND(MODE, POSN, XREF, YREF, XC, YC, CH)
CALL IFBUTTON(XC, YC, NB)
```

Como ya describimos más arriba, **RPGBAND** devuelve la posición del cursor (**XC,YC**) y el botón del ratón o carácter pulsado (**CH**). **IFBUTTON** utiliza las coordenadas anteriores para determinar si el cursor se halla sobre alguno de los botones. Si éste es el caso, **NB** retorna con el número de botón seleccionado, o cero si el cursor no se halla sobre ningún botón. A partir de este momento es tarea del programador decidir las acciones a seguir en función del botón elegido. Finalmente, y como en todos los programas de dibujo con PGPLLOT, es necesario cerrar todas las salidas gráficas con una (única) llamada a la subrutina **PGEND**. Este esquema puede verse aplicado, de forma sencilla, en el programa de ejemplo (sección C.5.2).

## C.4 Subrutinas disponibles en la librería

- Subrutinas de PGPLLOT modificadas:
  - **RPGBAND**: similar a **PGBAND**, con los mismos argumentos.
  - **RPGBEGIN**: similar a **PGBEGIN**, con diferentes argumentos.
  - **RPGENV**: similar a **PGENV**, con los mismos argumentos.
  - **RPPERAS**: borra la región de dibujo (como una llamada a esta subrutina sólo borra la región de dibujo, las etiquetas dibujadas fuera de esta región —por ejemplo mediante **RPGENV**— no son borradas; en este caso es más recomendable emplear **RPPERASW**).
  - **RPPERASB**: borra la región de botones.
  - **RPPERASW**: borra cualquier región.
- Control de los botones:
  - **BUTTON**: dibuja los botones, y el texto que en ellos aparece, en diferentes modos.
  - **IFBUTTON**: determina si algún botón activo ha sido pulsado.

- Subrutinas para establecer los valores de las variables de entorno:
  - BUTTSBR: determina los límites de la región de botones.
  - BUTTSCF: establece el tipo de letra empleado por PGPLOT para el texto de los botones.
  - BUTTSCH: establece el tamaño del letra para el texto de los botones.
  - BUTTSEX: establece si un botón se encuentra activo (puede ser pulsado) o no.
  - BUTTSIT: determina si las marcas de los ejes (*tick marks* en inglés), se dibujan hacia afuera del área de dibujo, en lugar de hacia adentro.
  - BUTTSPR: determina los límites de la región de dibujo.
  - BUTTSXB: establece el valor de MAX\_XBUTT.
  - BUTTSYB: establece el valor de MAX\_YBUTT.
  - BUTTSYTEXT: determina la posición vertical relativa (con respecto a la altura del botón) en que aparece la base del texto.
- Subrutinas que devuelven los valores actuales de las variables de entorno:
  - BUTTQBR: retorna los límites de la región de botones.
  - BUTTQCF: retorna el tipo de letra empleado por PGPLOT para el texto de los botones.
  - BUTTQCH: retorna el tamaño del letra para el texto de los botones.
  - BUTTQEX: retorna si un botón se encuentra activo (puede ser pulsado) o no.
  - BUTTQIT: retorna si las marcas de los ejes (*tick marks* en inglés), se dibujan hacia afuera del área de dibujo, en lugar de hacia adentro.
  - BUTTQPR: retorna los límites de la región de dibujo.
  - BUTTQXB: retorna el valor de MAX\_XBUTT.
  - BUTTQYB: retorna el valor de MAX\_YBUTT.
  - BUTTQYTEXT: retorna la posición vertical relativa (con respecto a la altura del botón) en que aparece la base del texto.

Los parámetros de trabajo de cada una de estas subrutinas se describen en detalle en la página WWW de BUTTON (esta información también está disponible en los comentarios de la cabecera de los ficheros de cada subrutina).

## C.5 Fichero de ejemplo

El fichero de distribución de BUT<sup>T</sup>ON incluye un programa de ejemplo, llamado `sample.f`, que muestra de forma sencilla algunas de las posibilidades de la librería.

El programa `sample.f` incorpora asimismo un algoritmo que permite repetir el mismo dibujo en varios dispositivos gráficos simultáneamente<sup>5</sup>. Es importante subrayar que en el caso de utilizar más de una única salida gráfica en este programa, los botones sólo aparecen dibujados en el primer dispositivo seleccionado. De esta forma es posible, por ejemplo, realizar un dibujo interactivamente *con botones* y, a la vez, estar repitiendo el mismo dibujo en un fichero PostScript *sin botones*.

A continuación se muestra la salida (tanto en la terminal de texto como en el dispositivo gráfico —ver Fig. C.3—) que se produce durante la ejecución de este programa de ejemplo.

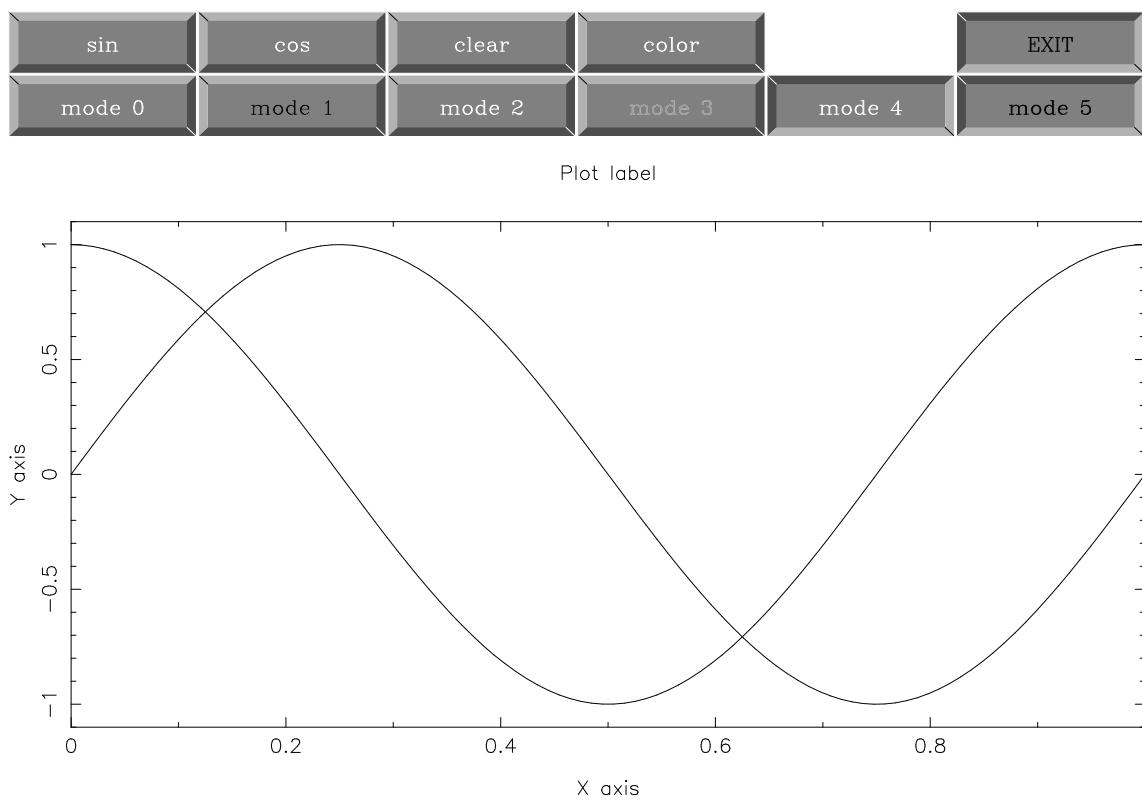
```
% sample
Are you using graphic buttons.....(y/n) [y] ? y
Graphic device #1 (? to see list) [/XSERVE] ? /XSERVE
Graphic device #2 (NONE=EXIT) (? to see list) [NONE] ? NONE
.
.
.
Press <CR> to EXIT
```

### C.5.1 Trabajando sin ratón

Dado que la idea original de BUT<sup>T</sup>ON es utilizar una interfaz gráfica, la salida gráfica seleccionada debe permitir la utilización del ratón. No obstante, se ha introducido la posibilidad de emular los botones gráficos en modo texto, de forma que el ratón no se convierte en un dispositivo totalmente imprescindible.

<sup>5</sup>El número máximo de diferentes salidas gráficas que pueden utilizarse simultáneamente es ocho.

Este límite viene impuesto por PGPLOT y se ha introducido en la subrutina RPGBEGIN, de tal forma que no es posible intentar sobrepasarlo.



**Figura C.3** Salida gráfica del programa de ejemplo `sample.f`. Este programa emplea los valores por defecto de las variables de entorno definidos en la llamada a la subrutina RPGBEGIN (comparar esta figura con la Fig. C.2). Los botones de fila superior permiten dibujar funciones trigonométricas sencillas, borrar la región de dibujo, cambiar el color de las líneas y terminar la ejecución del programa. En la fila inferior se muestran los botones en los diferentes modos disponibles.

```
% sample
Are you using graphic buttons.....(y/n) [y] ? n
Do you want to plot the buttons anyway...(y/n) [y] ? n
Graphic device #1 (? to see list) [/XSERVE] ? /XSERVE
Graphic device #2 (NONE=EXIT) (? to see list) [NONE] ? NONE

Are you pressing a button (y/n) [y] ? y
Button number [0] ? 1
.
.

Are you pressing a button (y/n) [y] ? y
Button number [0] ? 6

Press <CR> to EXIT
```

En este caso, los botones aparecen en la terminal de texto (tipo VT), en lugar de en el dispositivo gráfico. Si **MAX\_XBUTT=6**, que es el valor por defecto tras una llamada a **RPGBEGIN**, es necesario cambiar la anchura de la terminal a 132 caracteres por línea.

### C.5.2 Listado del programa de ejemplo

```

|      |      PROGRAM SAMPLE
|      |      IMPLICIT NONE
|      |
|      |      C
|      |      INTEGER I,NB,NCOLOR
|      |      INTEGER NTERM, IDN(8), ITERM
|      |      REAL XC,YC
|      |      REAL XX(100),YY(100)
|      |      REAL XV3,XV4,YV3,YV4
|      |      LOGICAL LCOLOR(8)
|      |      CHARACTER*1 CH
|      |      -----
|      |      C Open graphic output
|      |      CALL RPGBEGIN(NTERM, IDN,LCOLOR)
|      |      C Plot buttons
|      |      5      CALL BUTTON(1,'sin',0)
|      |      CALL BUTTON(2,'cos',0)
|      |      CALL BUTTON(3,'clear',0)
|      |      CALL BUTTON(4,'color',0)
|      |      CALL BUTTON(6,'EXIT',0)
|      |      CALL BUTTON(7,'mode 0',0)
|      |      CALL BUTTON(8,'mode 1',0)
|      |      CALL BUTTON(8,'mode 1',1)
|      |      CALL BUTTON(9,'mode 2',0)
|      |      CALL BUTTON(10,'mode 3',0)
|      |      CALL BUTTON(10,'mode 3',3)
|      |      CALL BUTTON(11,'mode 4',4)
|      |      CALL BUTTON(12,'mode 5',5)
|      |      C Plot box
|      |      DO ITERM=NTERM,1,-1
|      |          CALL PGSLCT(IDN(ITERM))
|      |          IF(ITERM.EQ.1)THEN
|      |              CALL RPGENV(0.,1.,-1.1,1.1,0,0)
|      |          ELSE
|      |              CALL PGENV(0.,1.,-1.1,1.1,0,0)
|      |          END IF
|      |          CALL PGLABEL('X axis','Y axis','Plot label')
|      |      END DO
|      |      NCOLOR=1
|      |      C
|      |      10     CONTINUE           !main loop: button handle
|      |          CALL RPGBAND(0,0,0.,0.,XC,YC,CH)
|      |          CALL IFBUTTON(XC,YC,NB)
|      |          C.....
|      |          IF(NB.EQ.0)THEN
|      |              WRITE(*,100)'Cursor at:'
|      |              WRITE(*,*)XC,YC
|      |          C.....
|      |          ELSEIF(NB.EQ.6)THEN
|      |              CALL BUTTON(6,'EXIT',5)
|      |              WRITE(*,100)'Press <CR> to EXIT'
|      |              READ(*,*)
|      |              GOTO 20
|      |          C.....
|      |          ELSEIF(NB.EQ.1)THEN      !plot sine function
|      |              CALL BUTTON(1,'sin',5)
|      |              DO I=1,100

```

```

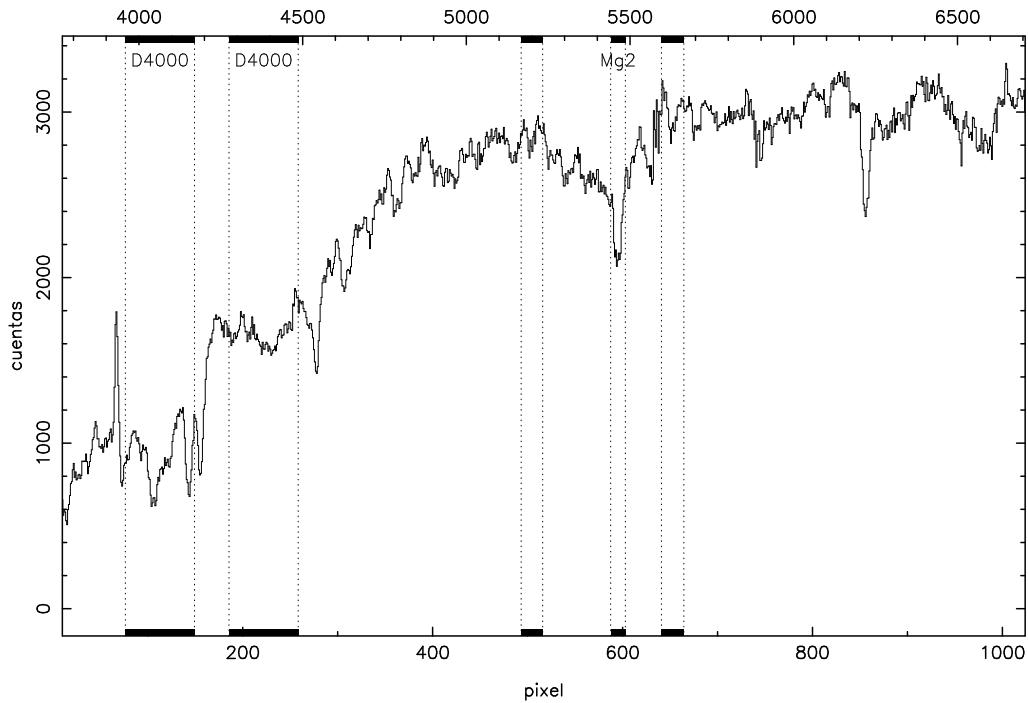
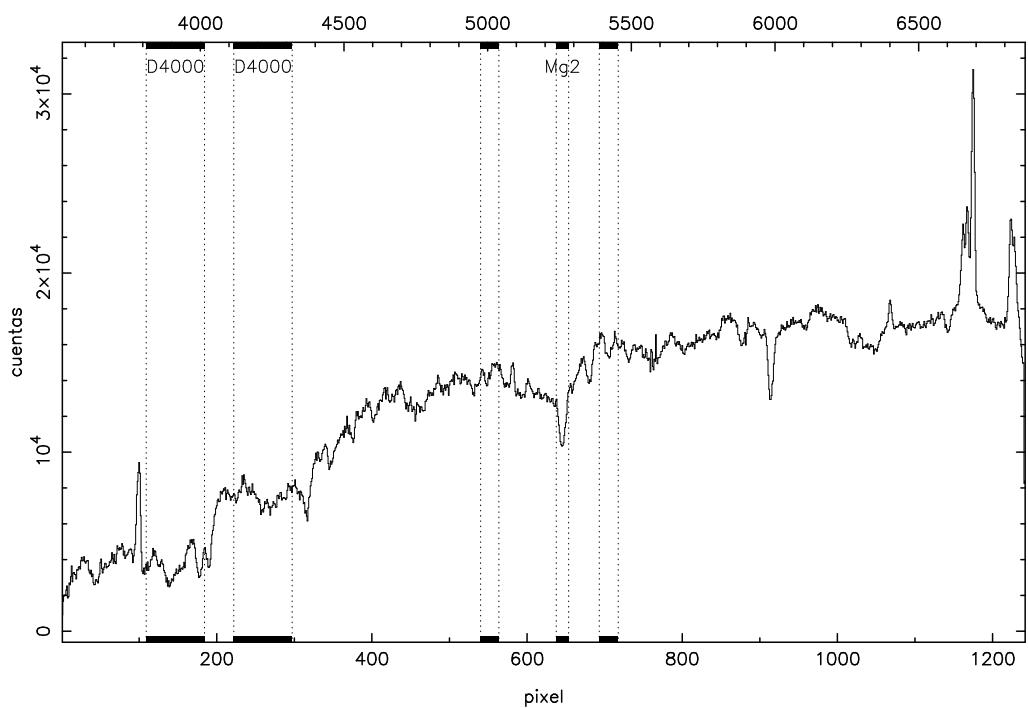
|           XX(I)=REAL(I-1)/99.*2.*3.141593
|           YY(I)=SIN(XX(I))
|           XX(I)=XX(I)/(2.*3.141593)
|           END DO
|           DO ITERM=NTERM,1,-1
|               CALL PGSLCT(IDN(ITERM))
|               IF((NCOLOR.NE.1).AND.(LCOLOR(ITERM))) CALL PGSCI(NCOLOR)
|               CALL PGLINE(100,XX,YY)
|               IF((NCOLOR.NE.1).AND.(LCOLOR(ITERM))) CALL PGSCI(1)
|           END DO
|           CALL BUTTON(1,'sin',0)
|
| C.....      ELSEIF(NB.EQ.2)THEN          !plot cosine function
|             CALL BUTTON(2,'cos',5)
|             DO I=1,100
|                 XX(I)=REAL(I-1)/99.*2.*3.141593
|                 YY(I)=COS(XX(I))
|                 XX(I)=XX(I)/(2.*3.141593)
|             END DO
|             DO ITERM=NTERM,1,-1
|                 CALL PGSLCT(IDN(ITERM))
|                 IF((NCOLOR.NE.1).AND.(LCOLOR(ITERM))) CALL PGSCI(NCOLOR)
|                 CALL PGLINE(100,XX,YY)
|                 IF((NCOLOR.NE.1).AND.(LCOLOR(ITERM))) CALL PGSCI(1)
|             END DO
|             CALL BUTTON(2,'cos',0)
|
| C.....      ELSEIF(NB.EQ.3)THEN          !clear plot
|             CALL BUTTON(3,'clear',5)
|             DO ITERM=NTERM,1,-1
|                 CALL PGSLCT(IDN(ITERM))
|                 CALL BUTTQBRC(XV3,XV4,YV3,YV4)
|                 CALL RPGERASW(0.,1.,0.,YV3)
|             END DO
|             GOTO 5
|
| C.....      ELSEIF(NB.EQ.4)THEN          !change color
|             CALL BUTTON(4,'color',5)
|             WRITE(*,100)'Current PGPlot color is number: '
|             WRITE(*,*)NCOLOR
|             WRITE(*,100)'Enter new PGPlot color number: '
|             READ(*,*) NCOLOR
|             CALL BUTTON(4,'color',0)
|         END IF
|
| C           GOTO 10
| C-----20  CONTINUE                      !end of main loop: button handle
| C
|           CALL PGEND
| C
|           STOP
| 100  FORMAT(A,$)
|           END

```

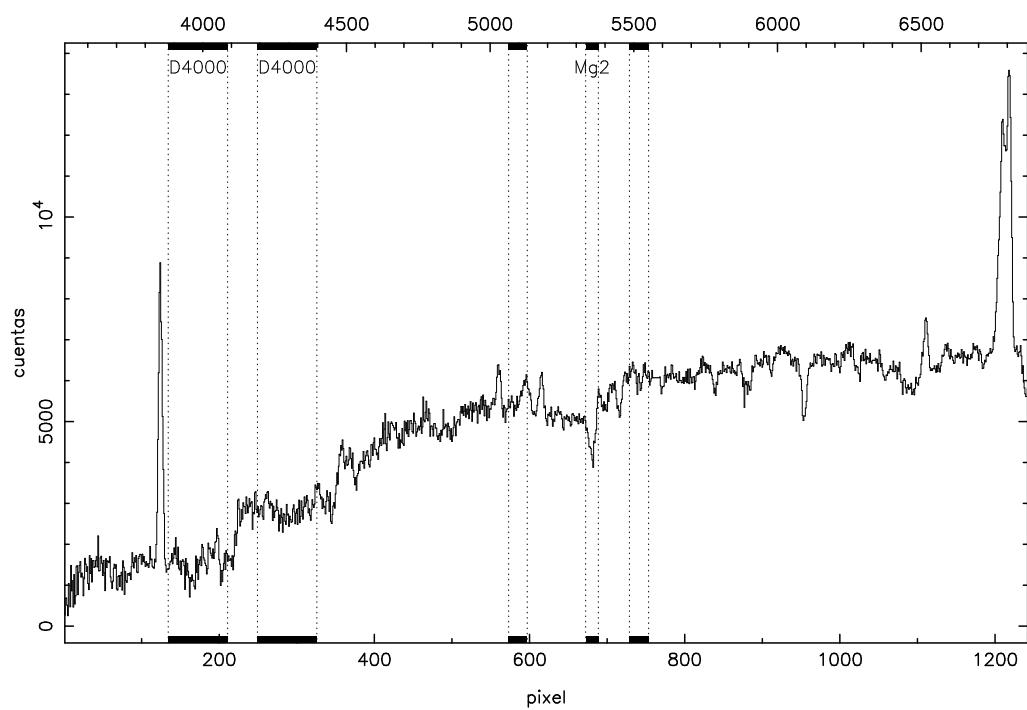
## Apéndice D

### Espectros centrales de las galaxias dominantes de cúmulos

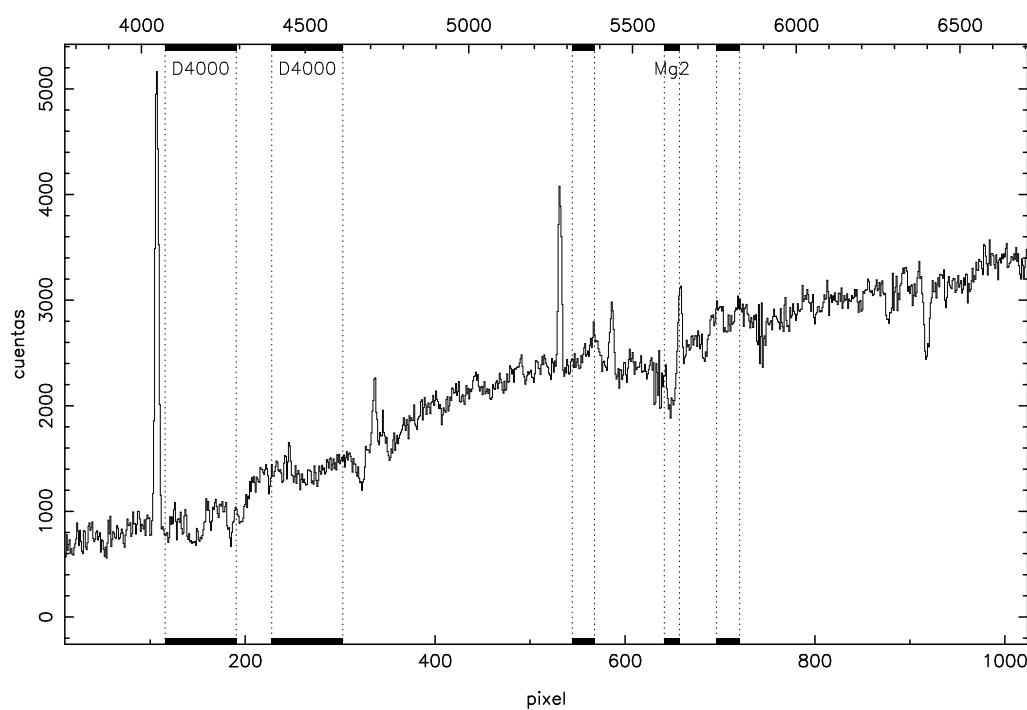
En este apéndice se muestran los espectros correspondientes a la abertura constante de  $\sim 2.6$  kpc elegida para la obtención de los índices centrales mostrados en la Tabla 5.7. Los espectros han sido calibrados en flujo y se indica la posición de las bandas que definen los índices  $D_{4000}$  y  $Mg_2$ . En algunos espectros se han interpolado líneas de cielo mal eliminadas solamente a efectos de representación en estas figuras. Las líneas de emisión, claramente visibles en varios de los espectros, fueron cuidadosamente eliminadas antes de la medida de los índices centrales, siguiendo el proceso descrito en la sección 5.4.4. Las escalas horizontales inferior y superior indican el número de pixel y la longitud de onda, respectivamente.

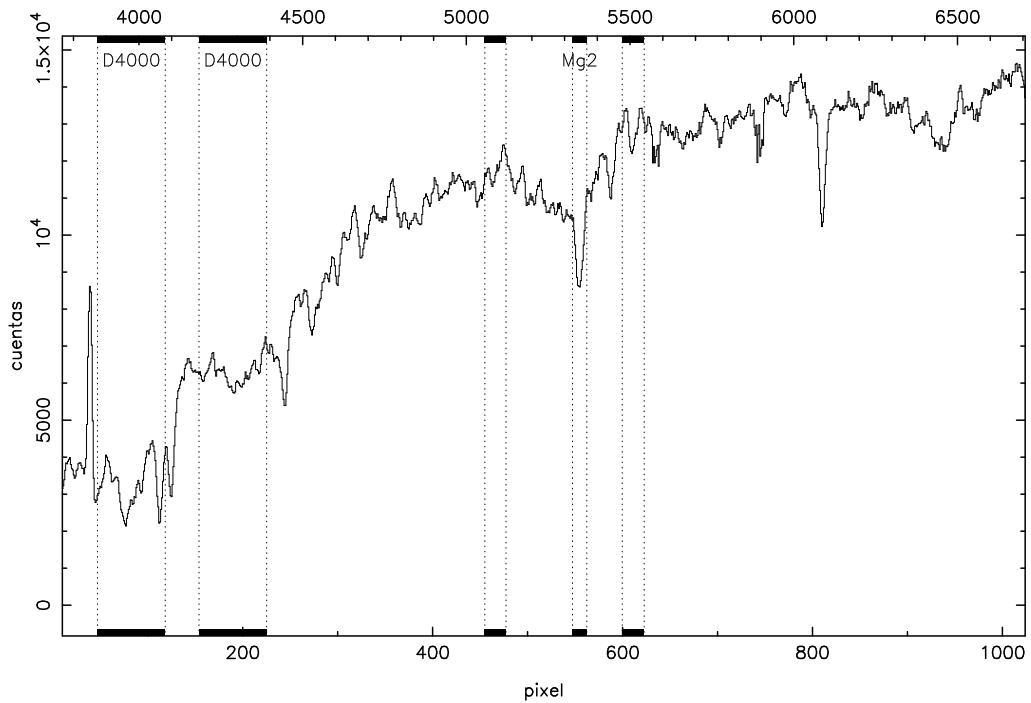
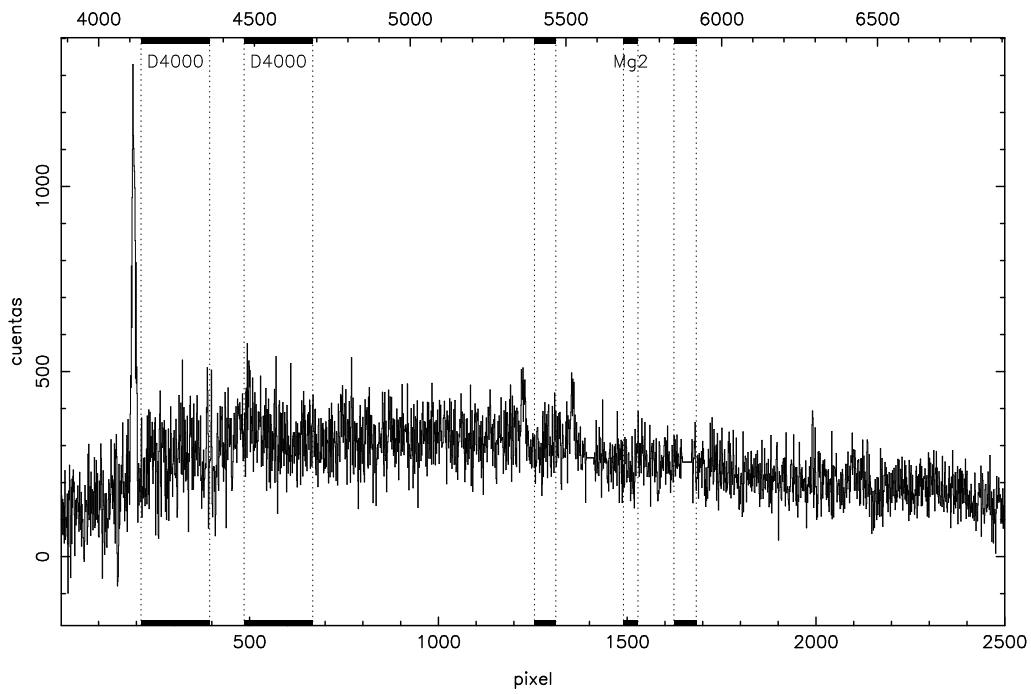
**Abell 85****Abell 262**

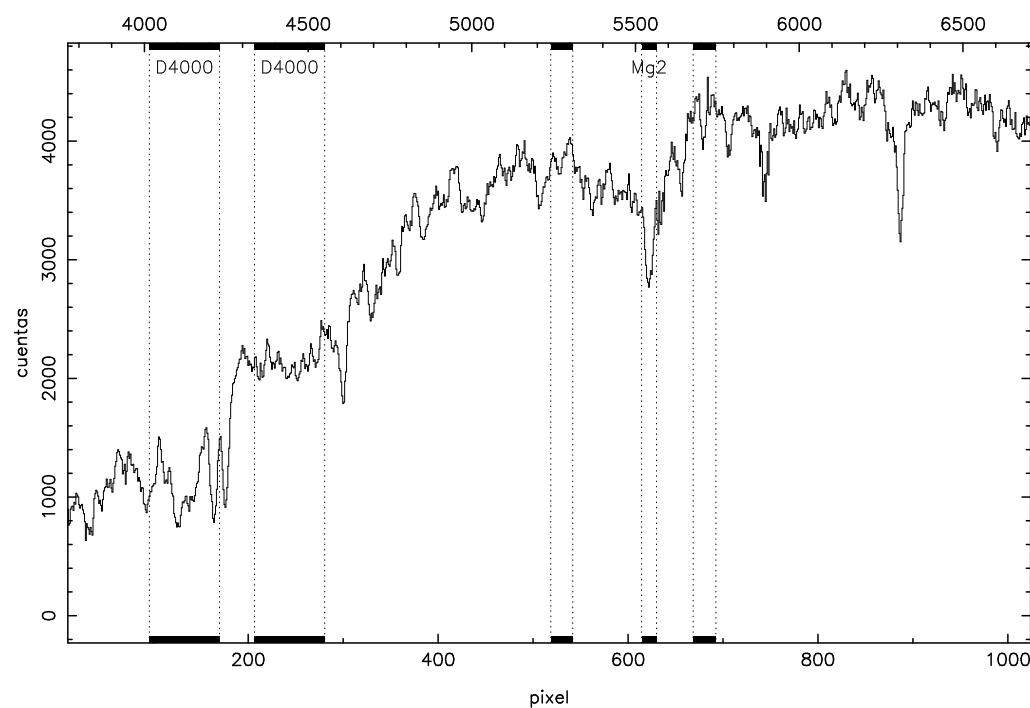
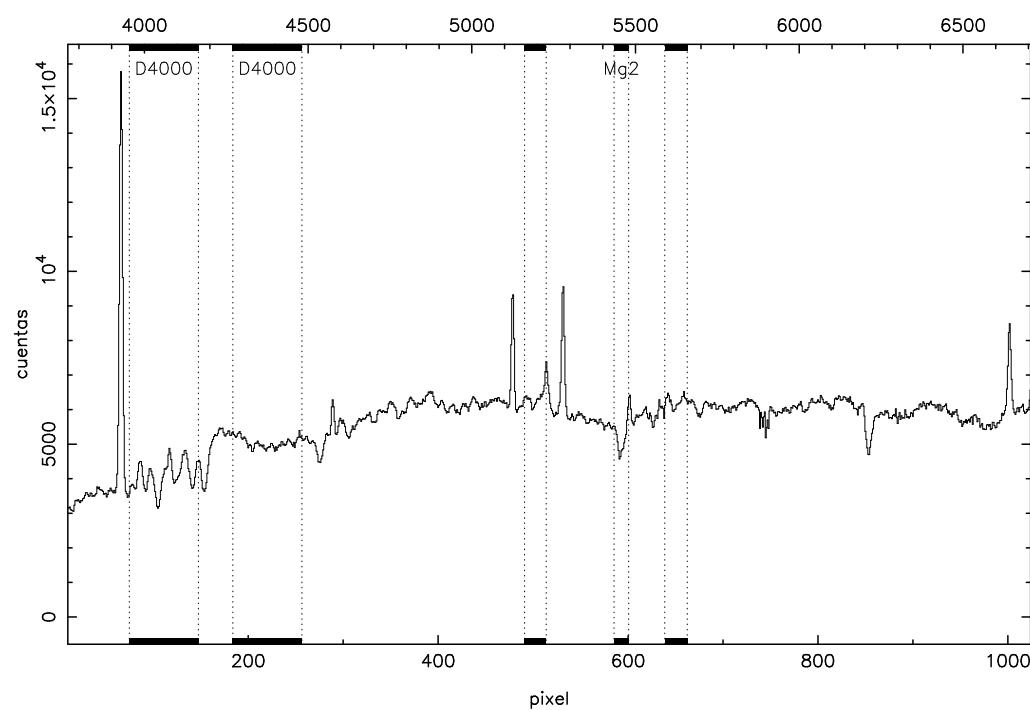
**2A0335+096**

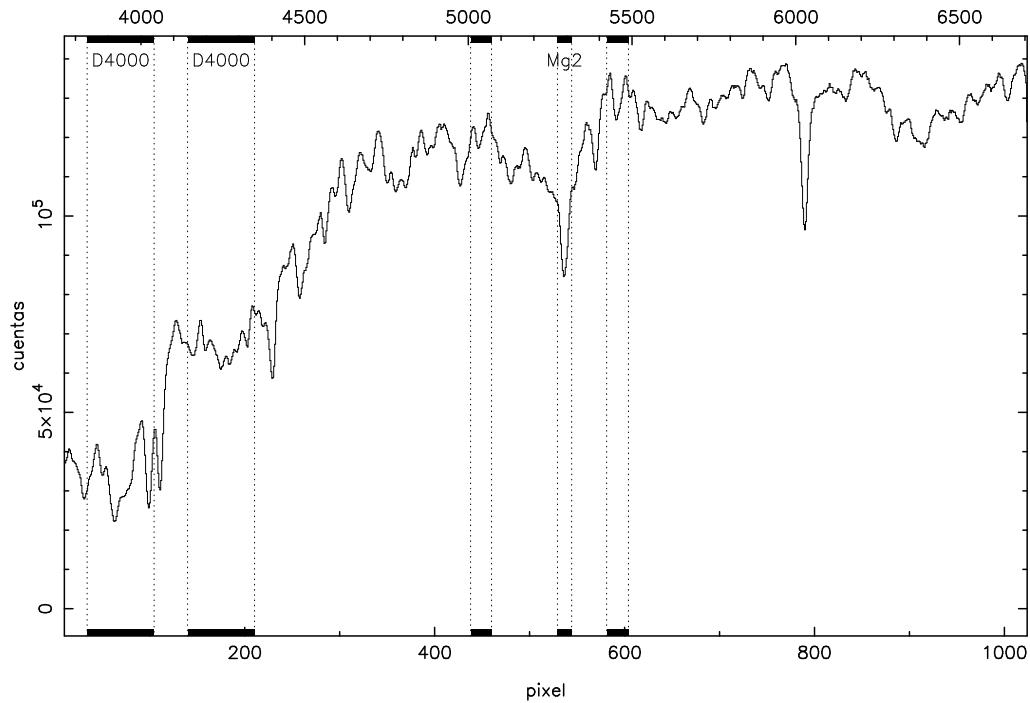
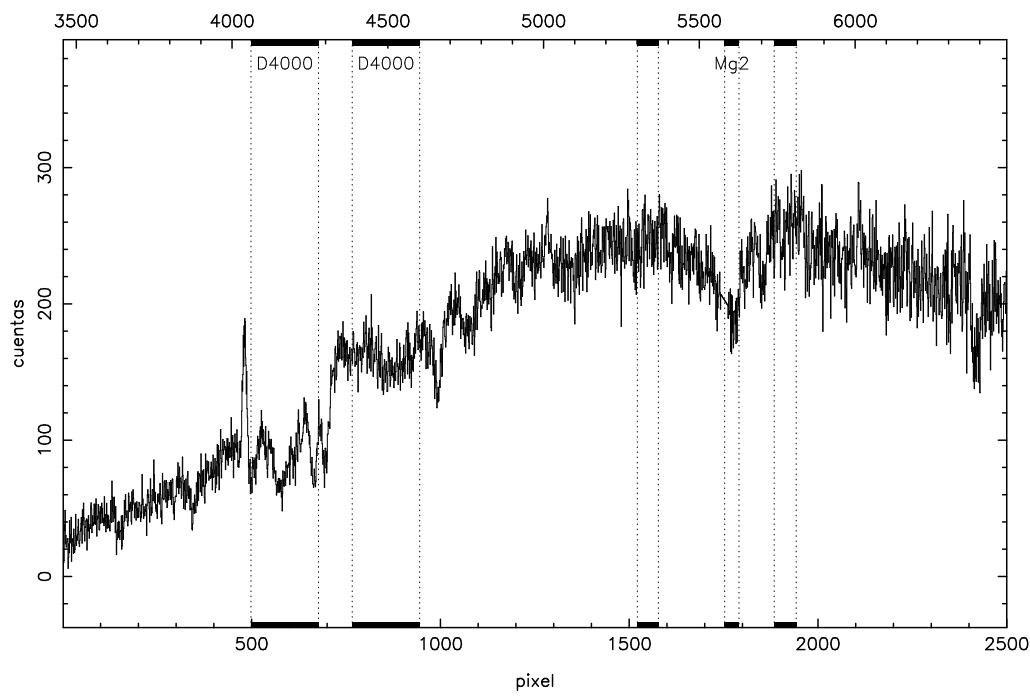


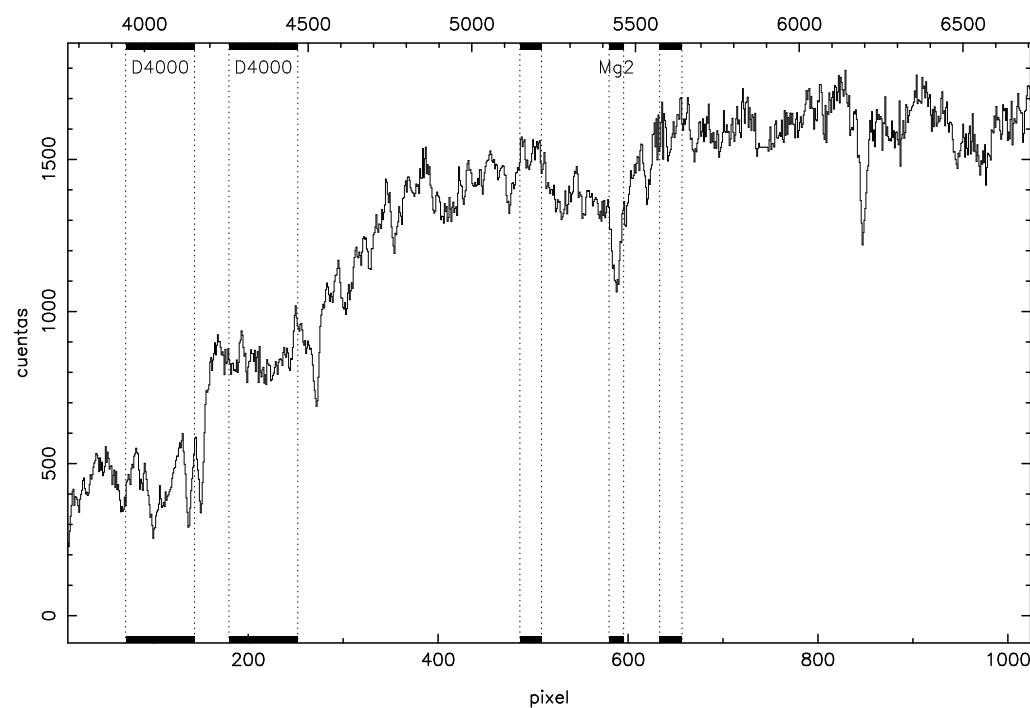
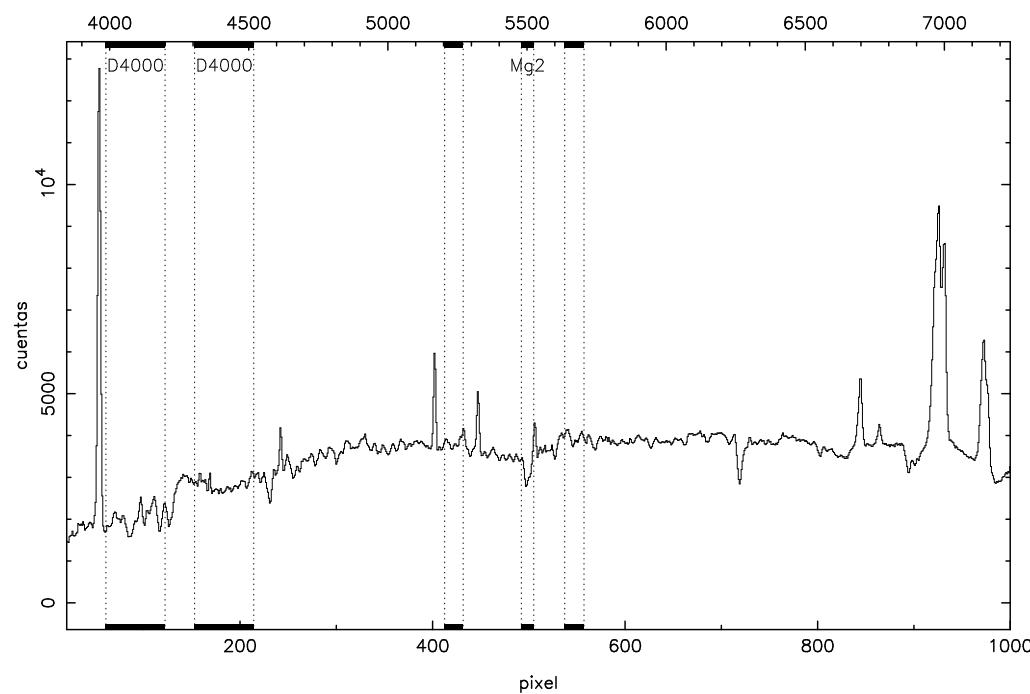
**Abell 478**

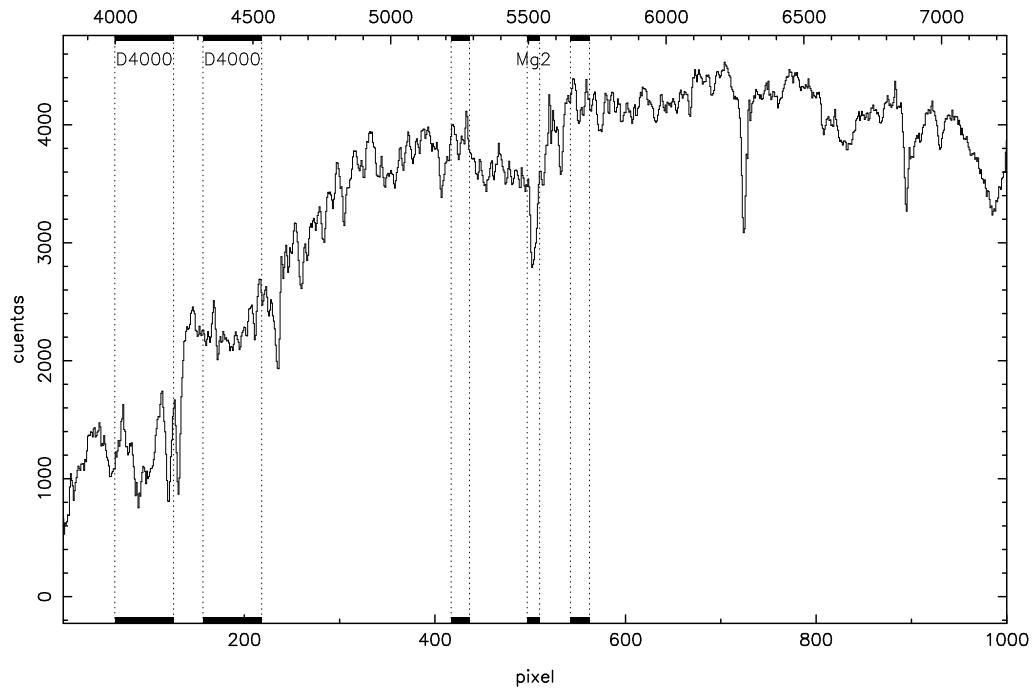
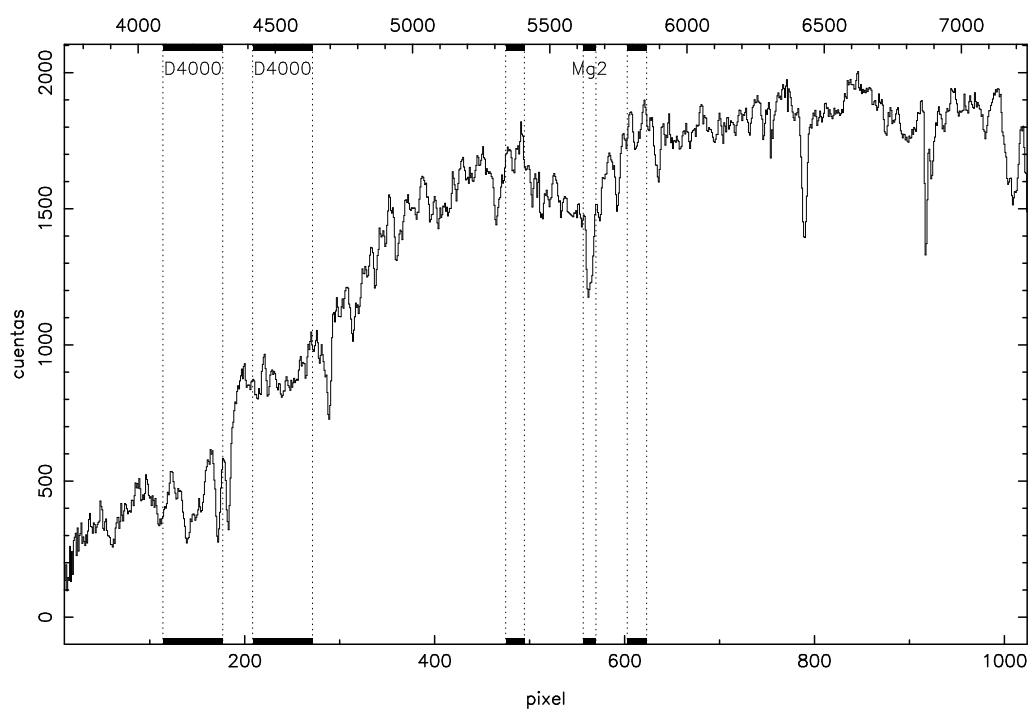


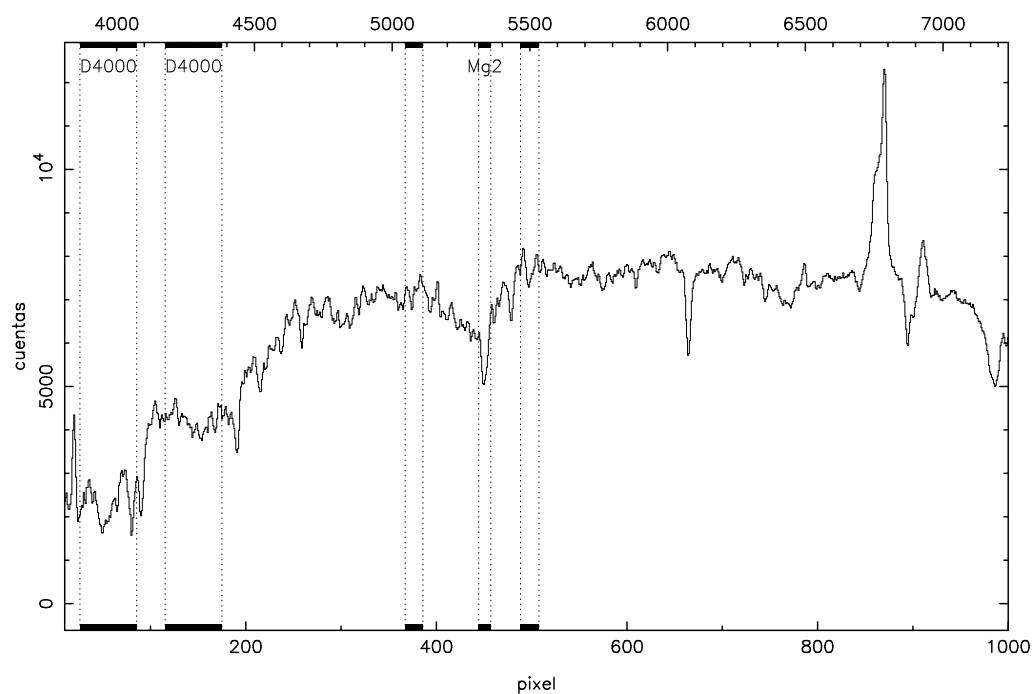
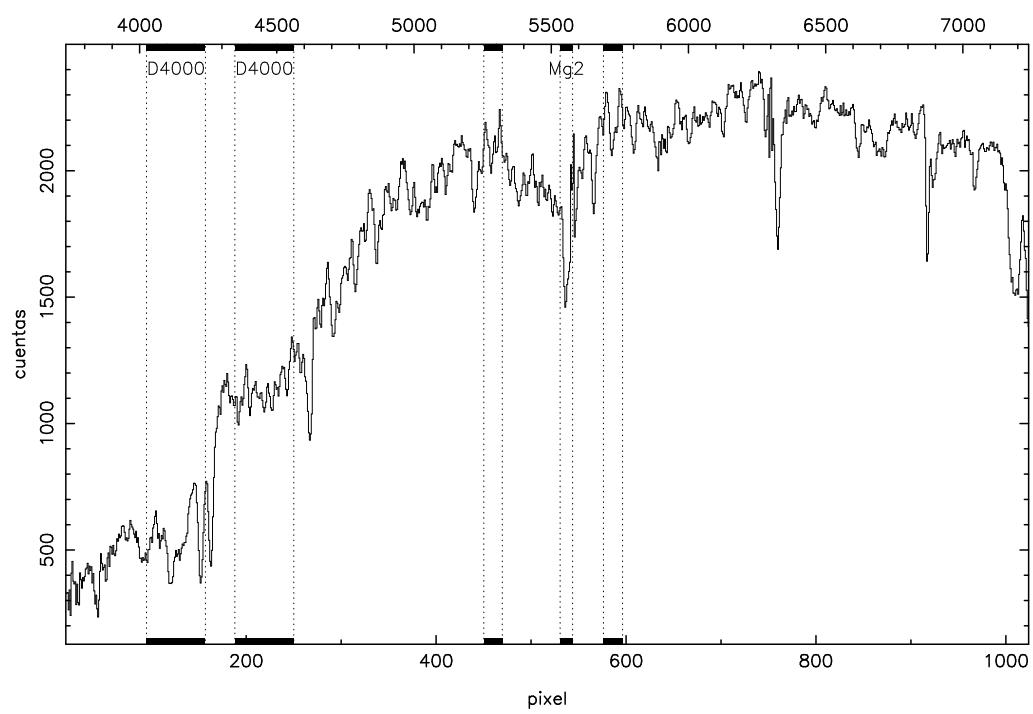
**Abell 496****PKS 0745–191**

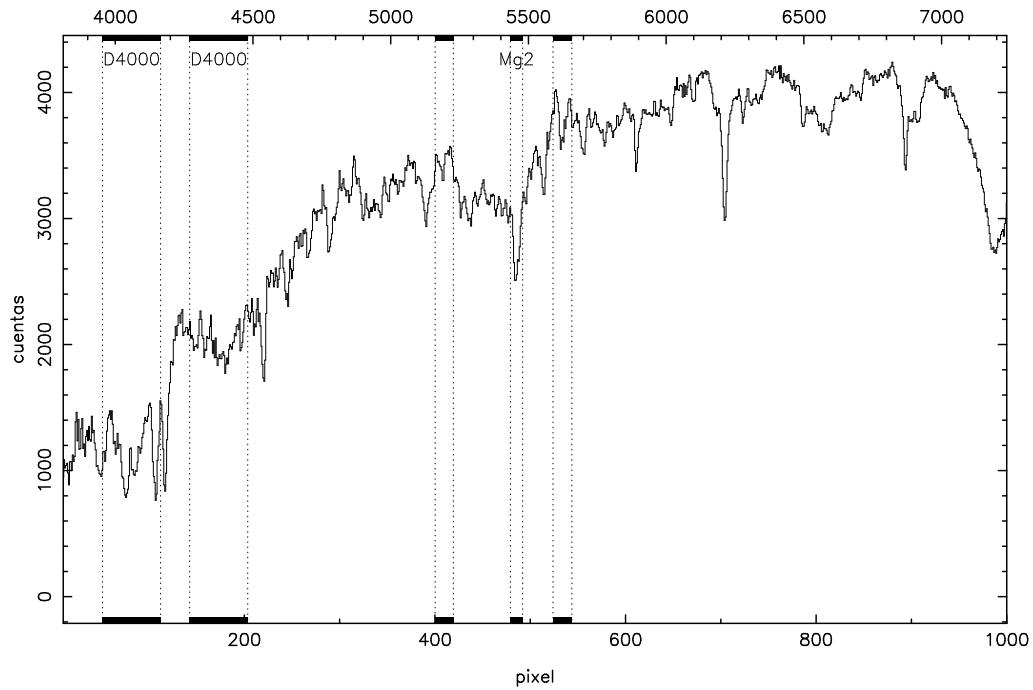
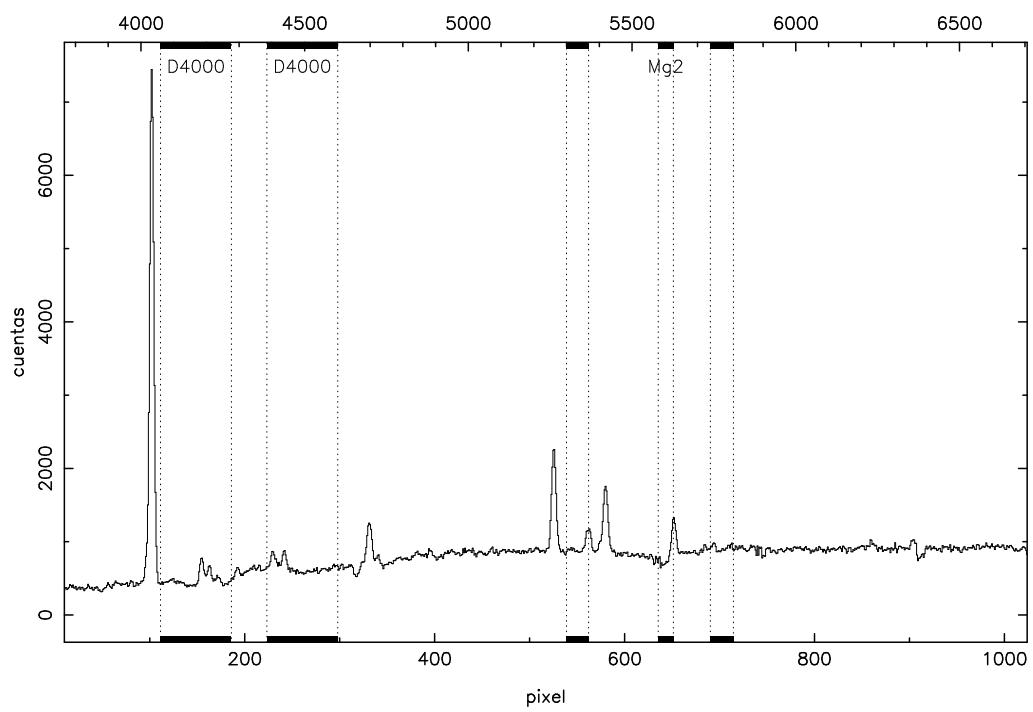
**Abell 644****Hydra A**

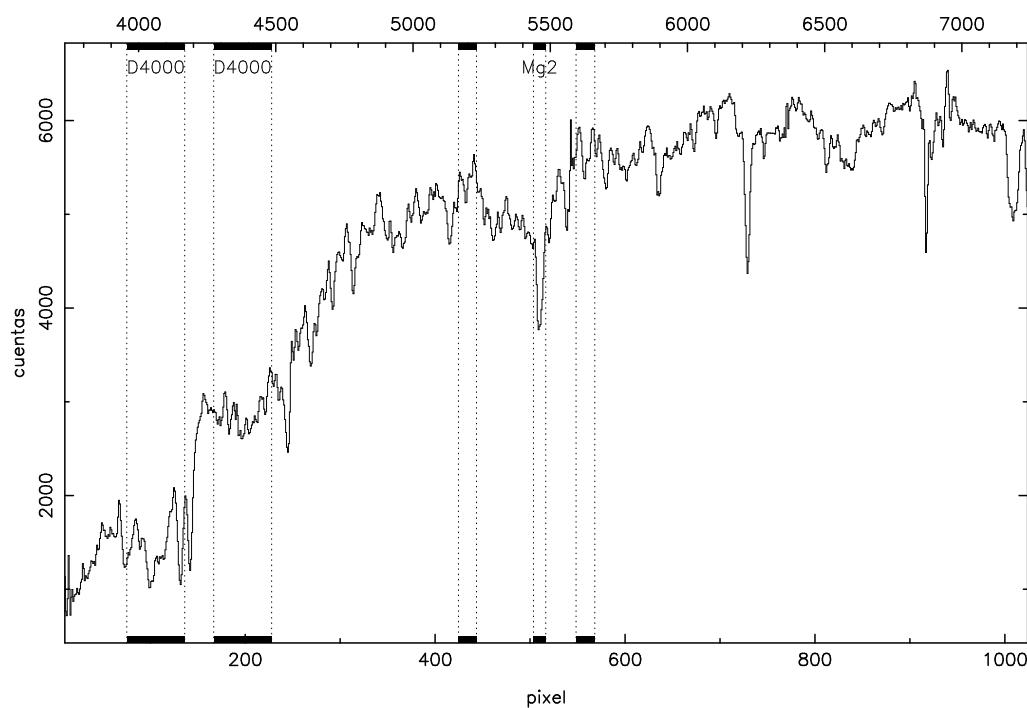
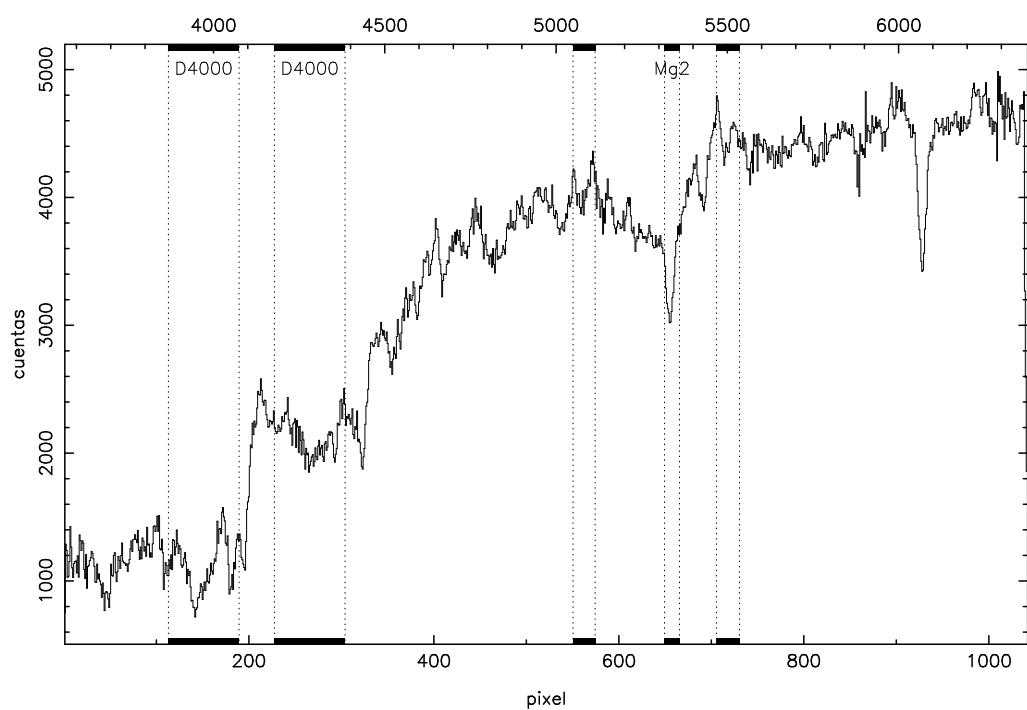
**Abell 779****Abell 1126**

**Abell 1377****Abell 1795**

**Abell 2124****Abell 2142**

**Abell 2199****Abell 2255**

**Abell 2319****Abell 2597**

**Abell 2626****Abell 2634**



## Apéndice E

### Gradientes de $D_{4000}$ y $Mg_2$ en las galaxias dominantes de cúmulos

Este apéndice contiene las tablas con los gradientes de  $D_{4000}$  y  $Mg_2$  medidos en las 18 galaxias dominantes de cúmulos representadas en las Figs. 5.9 y 5.10. Se indica el radio (en segundos de arco y en kpc), así como los índices y los errores aleatorios finales. Las medidas correspondientes a núcleos secundarios se señalan con un símbolo  $\dagger$  en el valor del radio.

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 85.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
56.6	83.2	1.83	0.13	2.2	3.3	2.12	0.03
49.4 <sup>†</sup>	72.6	1.86	0.12	3.3	4.9	2.12	0.04
45.0	66.1	1.68	0.12	4.4	6.5	2.14	0.04
41.1	60.4	1.95	0.15	5.5	8.2	2.11	0.04
38.3	56.3	1.76	0.14	6.7	9.8	2.13	0.04
36.1	53.0	1.74	0.12	7.8	11.4	2.08	0.04
33.9	49.8	1.92	0.13	8.9	13.1	2.12	0.05
32.2	47.3	2.05	0.18	10.0	14.7	2.09	0.05
31.1	45.7	2.01	0.16	11.1	16.3	2.12	0.05
30.0	44.1	1.92	0.14	12.2	17.9	2.09	0.05
28.9	42.4	1.87	0.12	13.3	19.6	2.11	0.06
27.8	40.8	1.75	0.09	14.4	21.2	2.05	0.06
26.6	39.2	1.75	0.10	15.5	22.8	2.07	0.07
25.5	37.5	1.94	0.12	16.6	24.5	2.08	0.07
24.4	35.9	1.97	0.11	17.8	26.1	2.04	0.07
23.3	34.3	1.89	0.10	18.9	27.7	1.95	0.08
22.2	32.6	2.03	0.10	20.0	29.4	1.99	0.08
21.1	31.0	2.14	0.10	21.1	31.0	1.95	0.08
20.0	29.4	2.13	0.09	22.2	32.6	2.04	0.10
18.9	27.7	2.06	0.08	23.3	34.3	1.91	0.09
17.8	26.1	2.03	0.08	24.4	35.9	1.94	0.10
16.6	24.5	2.11	0.07	25.5 <sup>†</sup>	37.5	2.01	0.12
15.5	22.8	2.00	0.06	26.6 <sup>†</sup>	39.2	2.05	0.12
14.4	21.2	1.98	0.06	27.8 <sup>†</sup>	40.8	1.98	0.11
13.3	19.6	2.00	0.05	28.9 <sup>†</sup>	42.4	2.09	0.11
12.2	17.9	2.02	0.05	30.0 <sup>†</sup>	44.1	2.05	0.11
11.1	16.3	2.07	0.05	31.1 <sup>†</sup>	45.7	2.05	0.12
10.0	14.7	2.10	0.05	32.2 <sup>†</sup>	47.3	1.93	0.11
8.9	13.1	2.21	0.05	33.3 <sup>†</sup>	49.0	1.91	0.12
7.8	11.4	2.20	0.04	34.4 <sup>†</sup>	50.6	1.87	0.13
6.7	9.8	2.17	0.04	35.5 <sup>†</sup>	52.2	1.85	0.13
5.5	8.2	2.17	0.04	36.6 <sup>†</sup>	53.8	1.94	0.16
4.4	6.5	2.17	0.04	38.3 <sup>†</sup>	56.3	1.99	0.14
3.3	4.9	2.12	0.04	40.5	59.6	1.85	0.15
2.2	3.3	2.13	0.03	43.8	64.5	1.80	0.13
1.1	1.6	2.11	0.03	49.9	73.4	1.73	0.12
0.3	0.4	2.09	0.03	62.2	91.4	1.87	0.13
1.1	1.6	2.12	0.03				

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 85.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
26.1	38.3	0.288	0.026
21.1	31.0	0.284	0.027
18.3	26.9	0.300	0.026
16.1	23.7	0.285	0.022
14.4	21.2	0.302	0.026
13.3	19.6	0.304	0.025
12.2	17.9	0.317	0.023
11.1	16.3	0.304	0.020
10.0	14.7	0.322	0.019
8.9	13.1	0.333	0.018
7.8	11.4	0.323	0.016
6.7	9.8	0.318	0.014
5.5	8.2	0.322	0.013
4.4	6.5	0.311	0.013
3.3	4.9	0.319	0.012
2.2	3.3	0.303	0.011
1.1	1.6	0.299	0.011
0.3	0.4	0.302	0.010
1.1	1.6	0.313	0.011
2.2	3.3	0.325	0.010
3.3	4.9	0.304	0.012
4.4	6.5	0.319	0.013
5.5	8.2	0.296	0.013
6.7	9.8	0.310	0.015
7.8	11.4	0.312	0.018
8.9	13.1	0.310	0.019
10.0	14.7	0.281	0.019
11.1	16.3	0.322	0.022
12.2	17.9	0.334	0.023
13.3	19.6	0.290	0.024
14.4	21.2	0.281	0.026
16.1	23.7	0.307	0.022
18.3	26.9	0.302	0.027
21.1	31.0	0.299	0.027
25.0 <sup>†</sup>	36.7	0.294	0.026
29.4 <sup>†</sup>	43.2	0.197	0.025

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 262.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
28.0	12.9	2.10	0.16
24.1	11.1	2.10	0.16
21.6	9.9	2.18	0.17
19.8	9.1	2.21	0.17
18.3	8.4	2.13	0.16
17.1	7.9	2.31	0.19
16.1	7.4	2.15	0.16
15.1	7.0	2.27	0.16
14.1	6.5	2.29	0.15
13.1	6.0	2.22	0.12
12.1	5.6	2.15	0.10
11.1	5.1	2.24	0.10
10.1	4.7	2.25	0.09
9.1	4.2	2.18	0.07
8.0	3.7	2.24	0.07
7.0	3.2	2.22	0.06
6.0	2.8	2.29	0.06
5.0	2.3	2.25	0.05
4.0	1.8	2.31	0.05
3.0 <sup>†</sup>	1.4	2.36	0.05
2.0	0.9	2.34	0.05
1.0	0.5	2.31	0.05

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 262.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
27.0	12.4	0.272	0.032
21.8	10.0	0.275	0.034
18.8	8.7	0.247	0.031
16.8	7.7	0.305	0.034
15.2	7.0	0.304	0.031
14.1	6.5	0.365	0.034
13.1	6.0	0.283	0.030
12.1	5.6	0.266	0.027
11.1	5.1	0.289	0.024
10.1	4.7	0.295	0.022
9.1	4.2	0.293	0.020
8.0	3.7	0.325	0.018
7.0	3.2	0.325	0.016
6.0	2.8	0.318	0.014
5.0	2.3	0.328	0.012
4.0	1.8	0.333	0.011
3.0 <sup>†</sup>	1.4	0.318	0.011
2.0	0.9	0.331	0.011
1.0	0.5	0.317	0.011

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 478.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
28.9	62.4	1.91	0.17
16.6	36.0	2.10	0.20
12.2	26.4	2.13	0.19
9.4	20.4	2.08	0.17
7.8	16.8	2.32	0.23
6.7	14.4	1.97	0.14
5.5	12.0	2.05	0.12
4.4	9.6	2.12	0.10
3.3	7.2	2.01	0.07
2.2	4.8	2.04	0.06
1.1	2.4	1.95	0.04
0.3	0.6	1.84	0.03
1.1	2.4	1.83	0.03
2.2	4.8	1.94	0.05
3.3	7.2	2.11	0.07
4.4	9.6	2.23	0.11
5.5	12.0	2.19	0.14
6.7	14.4	2.12	0.16
7.8	16.8	2.10	0.18
9.4	20.4	2.17	0.16
12.2	26.4	2.15	0.18
17.2	37.2	1.94	0.17

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 478.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
5.0	10.8	0.268	0.028
3.3	7.2	0.271	0.025
2.2	4.8	0.268	0.020
1.1	2.4	0.261	0.015
0.3	0.6	0.280	0.013
1.1	2.4	0.281	0.015
2.2	4.8	0.305	0.021
3.3	7.2	0.289	0.026
5.0	10.8	0.285	0.026

Gradiente de Mg<sub>2</sub> en la CCG del cúmulo Abell 496.Gradiente de D<sub>4000</sub> en la CCG del cúmulo Abell 496.

r('')	r(kpc)	D <sub>4000</sub>	ΔD <sub>4000</sub>	r('')	r(kpc)	D <sub>4000</sub>	ΔD <sub>4000</sub>
33.9	30.7	1.82	0.13	2.2	2.0	2.21	0.04
31.6	28.7	1.97	0.14	3.3	3.0	2.20	0.04
30.0	27.2	2.09	0.18	4.4	4.0	2.21	0.04
28.9	26.2	1.96	0.16	5.5	5.0	2.15	0.04
27.8	25.1	1.94	0.15	6.7	6.0	2.15	0.05
26.6	24.1	2.14	0.16	7.8	7.0	2.14	0.05
25.5	23.1	2.11	0.15	8.9	8.0	2.13	0.05
24.4	22.1	2.08	0.14	10.0	9.1	2.10	0.05
23.3	21.1	1.97	0.13	11.1	10.1	2.15	0.06
22.2	20.1	2.13	0.13	12.2	11.1	2.15	0.06
21.1	19.1	2.00	0.11	13.3	12.1	2.14	0.07
20.0	18.1	2.02	0.11	14.4	13.1	2.14	0.07
18.9	17.1	2.12	0.11	15.5	14.1	2.11	0.08
17.8	16.1	2.12	0.10	16.6	15.1	2.24	0.09
16.6	15.1	2.04	0.09	17.8	16.1	2.09	0.09
15.5	14.1	2.07	0.08	18.9	17.1	2.01	0.09
14.4	13.1	2.24	0.09	20.0	18.1	2.05	0.09
13.3	12.1	2.21	0.08	21.1	19.1	2.03	0.10
12.2	11.1	2.17	0.07	22.2	20.1	2.08	0.10
11.1	10.1	2.20	0.07	23.3	21.1	2.14	0.11
10.0	9.1	2.23	0.06	24.4	22.1	1.98	0.10
8.9	8.0	2.25	0.06	25.5	23.1	1.92	0.10
7.8	7.0	2.17	0.05	26.6	24.1	2.07	0.12
6.7	6.0	2.23	0.05	27.8	25.1	2.07	0.13
5.5	5.0	2.17	0.04	28.9	26.2	2.03	0.13
4.4	4.0	2.16	0.04	30.0	27.2	2.07	0.14
3.3	3.0	2.20	0.04	31.1	28.2	2.24	0.17
2.2	2.0	2.26	0.04	32.2	29.2	2.22	0.17
1.1	1.0	2.26	0.04	33.3	30.2	2.05	0.16
0.3	0.3	2.23	0.04	34.4	31.2	2.13	0.17
1.1	1.0	2.24	0.04				

r('')	r(kpc)	Mg <sub>2</sub>	ΔMg <sub>2</sub>
35.0	31.7	0.242	0.024
24.4	22.1	0.293	0.025
20.0	18.1	0.289	0.025
17.2	15.6	0.300	0.027
15.0	13.6	0.272	0.021
13.3	12.1	0.297	0.025
12.2	11.1	0.295	0.024
11.1	10.1	0.299	0.020
10.0	9.1	0.330	0.019
8.9	8.0	0.292	0.017
7.8	7.0	0.307	0.015
6.7	6.0	0.295	0.014
5.5	5.0	0.303	0.012
4.4	4.0	0.308	0.012
3.3	3.0	0.314	0.009
2.2	2.0	0.323	0.008
1.1	1.0	0.324	0.007
0.3	0.3	0.321	0.006
1.1	1.0	0.318	0.007
2.2	2.0	0.323	0.008
3.3	3.0	0.332	0.009
4.4	4.0	0.319	0.011
5.5	5.0	0.318	0.012
6.7	6.0	0.306	0.014
7.8	7.0	0.278	0.014
8.9	8.0	0.314	0.017
10.0	9.1	0.277	0.018
11.1	10.1	0.270	0.019
12.2	11.1	0.289	0.022
13.3	12.1	0.277	0.024
14.4	13.1	0.255	0.024
16.1	14.6	0.279	0.020
18.3	16.6	0.281	0.024
20.5	18.6	0.268	0.027
23.3	21.1	0.292	0.025
27.2	24.6	0.260	0.025
32.7	29.7	0.236	0.027

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 644.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
42.2 <sup>†</sup>	76.9	1.72	0.14
36.6 <sup>†</sup>	66.8	1.80	0.13
33.3 <sup>†</sup>	60.7	1.83	0.16
30.0	54.6	1.83	0.15
27.2	49.6	2.09	0.19
25.0	45.5	1.72	0.13
22.8	41.5	1.62	0.11
20.5	37.4	1.87	0.13
18.9	34.4	1.63	0.13
17.8	32.4	1.92	0.16
16.6	30.4	2.12	0.18
15.5	28.3	2.21	0.18
14.4	26.3	2.23	0.17
13.3	24.3	2.45	0.18
12.2	22.3	2.15	0.14
11.1	20.2	2.03	0.12
10.0	18.2	1.99	0.10
8.9	16.2	2.01	0.09
7.8	14.2	2.08	0.08
6.7	12.1	2.02	0.07
5.5	10.1	2.20	0.06
4.4	8.1	2.19	0.05
3.3	6.1	2.18	0.04
2.2	4.0	2.15	0.03
1.1	2.0	2.21	0.03
0.3	0.5	2.23	0.03
1.1	2.0	2.20	0.03

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
2.2	4.0	2.16	0.03
3.3	6.1	2.21	0.04
4.4	8.1	2.18	0.05
5.5	10.1	2.20	0.06
6.7	12.1	2.17	0.07
7.8	14.2	2.05	0.08
8.9	16.2	2.01	0.09
10.0	18.2	2.02	0.10
11.1	20.2	1.96	0.10
12.2 <sup>†</sup>	22.3	2.04	0.11
13.3 <sup>†</sup>	24.3	2.04	0.09
14.4 <sup>†</sup>	26.3	2.02	0.07
15.5 <sup>†</sup>	28.3	2.04	0.05
16.6 <sup>†</sup>	30.4	2.09	0.03
17.8 <sup>†</sup>	32.4	2.15	0.03
18.9 <sup>†</sup>	34.4	2.09	0.03
20.0 <sup>†</sup>	36.4	2.08	0.05
21.1 <sup>†</sup>	38.5	2.08	0.09
22.2 <sup>†</sup>	40.5	1.87	0.11
23.3 <sup>†</sup>	42.5	2.38	0.22
25.0 <sup>†</sup>	45.5	2.28	0.19
27.8	50.6	1.82	0.14
31.6	57.7	1.75	0.14
36.6 <sup>†</sup>	66.8	1.74	0.13
42.2 <sup>†</sup>	76.9	1.63	0.11
48.3 <sup>†</sup>	88.0	1.76	0.15
59.4 <sup>†</sup>	108.3	1.94	0.16

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Hydra A.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
38.3	55.2	1.45	0.12
32.7	47.2	1.66	0.14
28.9	41.6	1.67	0.14
26.1	37.6	1.50	0.12
23.9	34.4	1.54	0.11
22.2	32.0	1.74	0.16
21.1	30.4	1.76	0.15
20.0	28.8	1.75	0.14
18.9	27.2	1.75	0.13
17.8	25.6	1.77	0.12
16.6	24.0	1.82	0.11
15.5	22.4	1.93	0.11
14.4	20.8	1.96	0.10
13.3	19.2	1.93	0.09
12.2	17.6	1.90	0.08
11.1	16.0	1.94	0.08
10.0	14.4	1.95	0.07
8.9	12.8	1.95	0.06
7.8	11.2	1.96	0.05
6.7	9.6	1.94	0.05
5.5	8.0	1.91	0.04
4.4	6.4	1.85	0.04
3.3	4.8	1.77	0.03
2.2	3.2	1.61	0.02
1.1	1.6	1.50	0.02
0.3	0.4	1.41	0.02

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
1.1	1.6	1.54	0.02
2.2	3.2	1.64	0.02
3.3	4.8	1.78	0.03
4.4	6.4	1.88	0.04
5.5	8.0	1.91	0.04
6.7	9.6	1.96	0.05
7.8	11.2	1.89	0.08
8.9	12.8	1.93	0.06
10.0	14.4	1.98	0.07
11.1	16.0	2.00	0.08
12.2	17.6	1.89	0.08
13.3	19.2	1.96	0.09
14.4	20.8	2.01	0.11
15.5	22.4	2.00	0.12
16.6	24.0	2.10	0.14
17.8	25.6	2.00	0.14
18.9	27.2	1.96	0.15
20.0	28.8	1.86	0.15
21.1	30.4	1.81	0.16
22.8	32.8	1.77	0.13
25.0	36.0	1.80	0.14
27.2	39.2	1.56	0.12
30.0	43.2	1.82	0.16
33.9	48.8	1.36	0.10
39.4	56.8	1.31	0.10
53.3	76.8	1.28	0.10

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 644.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
15.0	27.3	0.298	0.033
10.0	18.2	0.320	0.029
7.2	13.2	0.301	0.027
5.5	10.1	0.274	0.026
4.4	8.1	0.301	0.019
3.3	6.1	0.317	0.015
2.2	4.0	0.323	0.012
1.1	2.0	0.341	0.010
0.3	0.5	0.331	0.009
1.1	2.0	0.327	0.010
2.2	4.0	0.315	0.012

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
3.3	6.1	0.296	0.015
4.4	8.1	0.305	0.020
5.5	10.1	0.316	0.026
7.2	13.2	0.314	0.026
10.0	18.2	0.277	0.027
13.3 <sup>†</sup>	24.3	0.231	0.023
15.5 <sup>†</sup>	28.3	0.266	0.021
16.6 <sup>†</sup>	30.4	0.270	0.013
17.8 <sup>†</sup>	32.4	0.304	0.010
18.9 <sup>†</sup>	34.4	0.296	0.013
20.0 <sup>†</sup>	36.4	0.282	0.024

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Hydra A.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
17.2	24.8	0.299	0.032
12.2	17.6	0.343	0.029
9.4	13.6	0.297	0.026
7.8	11.2	0.317	0.033
6.7	9.6	0.297	0.025
5.5	8.0	0.302	0.022
4.4	6.4	0.311	0.017
3.3	4.8	0.291	0.013
2.2	3.2	0.282	0.010
1.1	1.6	0.270	0.008
0.3	0.4	0.243	0.007

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
1.1	1.6	0.257	0.008
2.2	3.2	0.283	0.010
3.3	4.8	0.290	0.013
4.4	6.4	0.294	0.017
5.5	8.0	0.302	0.020
6.7	9.6	0.291	0.025
7.8	11.2	0.284	0.031
9.4	13.6	0.290	0.025
12.2	17.6	0.317	0.029
17.8	25.6	0.298	0.031

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 779.

r('')	r(kpc)	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
91.0	58.2	1.77	0.12
86.0	55.0	1.66	0.11
83.8	53.6	1.74	0.10
81.6	52.2	1.79	0.10
79.4	50.8	1.81	0.10
77.1	49.4	1.73	0.10
74.9	47.9	1.96	0.12
72.7	46.5	2.06	0.13
70.5	45.1	1.95	0.13
68.3	43.7	1.92	0.12
66.6	42.6	1.95	0.16
65.5	41.9	1.91	0.16
64.4	41.2	1.96	0.15
63.3	40.5	1.84	0.13
62.2	39.8	1.78	0.13
61.1	39.1	1.83	0.13
59.9	38.3	1.87	0.13
58.8	37.6	1.74	0.10
57.7	36.9	1.68	0.08
56.6	36.2	1.73	0.10
55.5	35.5	1.90	0.12
54.4	34.8	2.16	0.14
53.3	34.1	2.04	0.13
52.2	33.4	1.93	0.11
51.1	32.7	1.89	0.10
49.9	32.0	1.90	0.10
48.8	31.2	1.89	0.10
47.7	30.5	1.99	0.10
46.6	29.8	1.92	0.09
45.5	29.1	1.99	0.09
44.4	28.4	1.94	0.08
43.3	27.7	1.88	0.08
42.2	27.0	1.87	0.08
41.1	26.3	2.01	0.08
40.0	25.6	1.98	0.08
38.8	24.9	1.98	0.08
37.7	24.1	1.89	0.07
36.6	23.4	1.95	0.07
35.5	22.7	1.97	0.07
34.4	22.0	1.96	0.06

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 779 (continuación).

r('')	r(kpc)	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
33.3	21.3	1.95	0.06
32.2	20.6	1.97	0.06
31.1	19.9	2.00	0.06
30.0	19.2	1.94	0.05
28.9	18.5	1.94	0.05
27.8	17.8	1.97	0.05
26.6	17.0	1.96	0.05
25.5	16.3	1.99	0.05
24.4	15.6	2.04	0.05
23.3	14.9	2.00	0.04
22.2	14.2	2.02	0.04
21.1	13.5	2.04	0.04
20.0	12.8	2.07	0.04
18.9	12.1	2.05	0.04
17.8	11.4	2.08	0.04
16.6	10.7	2.09	0.04
15.5	9.9	2.07	0.04
14.4	9.2	2.08	0.04
13.3	8.5	2.08	0.04
12.2	7.8	2.09	0.04
11.1	7.1	2.10	0.04
10.0	6.4	2.12	0.03
8.9	5.7	2.12	0.03
7.8	5.0	2.13	0.03
6.7	4.3	2.16	0.03
5.5	3.6	2.19	0.03
4.4	2.8	2.21	0.03
3.3	2.1	2.23	0.03
2.2	1.4	2.25	0.03
1.1	0.7	2.29	0.04
0.3	0.2	2.31	0.04
1.1	0.7	2.29	0.04
2.2	1.4	2.25	0.03
3.3	2.1	2.20	0.03
4.4	2.8	2.18	0.03
5.5	3.6	2.16	0.03
6.7	4.3	2.13	0.03
7.8	5.0	2.12	0.03
8.9	5.7	2.10	0.03
10.0	6.4	2.08	0.03
11.1	7.1	2.06	0.03
12.2	7.8	2.09	0.04
13.3	8.5	2.08	0.04
14.4	9.2	2.08	0.04
15.5	9.9	2.07	0.04
16.6	10.7	2.09	0.04
17.8	11.4	2.08	0.04
18.9	12.1	2.08	0.04
20.0	12.8	2.05	0.04
21.1	13.5	2.04	0.04
22.2	14.2	1.99	0.04
23.3	14.9	2.01	0.04
24.4	15.6	2.04	0.05
25.5	16.3	2.04	0.05
26.6	17.0	2.02	0.05
27.8	17.8	2.00	0.05
28.9	18.5	1.99	0.05
30.0	19.2	1.99	0.05
31.1	19.9	1.98	0.05
32.2	20.6	2.00	0.06
33.3	21.3	1.99	0.06
34.4	22.0	1.99	0.06
35.5	22.7	1.94	0.06
36.6	23.4	1.93	0.06
37.7	24.1	1.98	0.07
38.8	24.9	1.92	0.07
40.0	25.6	1.94	0.07
41.1	26.3	1.95	0.08
42.2	27.0	1.97	0.08

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 779.

$r(")$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(")$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
76.0	48.6	0.195	0.024	0.3	0.2	0.352	0.004
64.4	41.2	0.264	0.025	1.1	0.7	0.350	0.005
56.1	35.9	0.234	0.024	2.2	1.4	0.344	0.005
50.5	32.3	0.203	0.025	3.3	2.1	0.334	0.006
46.6	29.8	0.232	0.026	4.4	2.8	0.329	0.005
43.3	27.7	0.270	0.024	5.5	3.6	0.327	0.005
40.5	25.9	0.249	0.027	6.7	4.3	0.322	0.007
38.3	24.5	0.234	0.024	7.8	5.0	0.310	0.007
36.1	23.1	0.244	0.021	8.9	5.7	0.305	0.007
33.9	21.7	0.287	0.020	10.0	6.4	0.286	0.010
32.2	20.6	0.264	0.026	11.1	7.1	0.288	0.009
31.1	19.9	0.264	0.025	12.2	7.8	0.290	0.010
30.0	19.2	0.283	0.024	13.3	8.5	0.275	0.010
28.9	18.5	0.269	0.023	14.4	9.2	0.285	0.011
27.8	17.8	0.282	0.021	15.5	9.9	0.282	0.013
26.6	17.0	0.270	0.020	16.6	10.7	0.280	0.012
25.5	16.3	0.259	0.018	17.8	11.4	0.279	0.013
24.4	15.6	0.255	0.017	18.9	12.1	0.277	0.013
23.3	14.9	0.245	0.017	20.0	12.8	0.290	0.015
22.2	14.2	0.256	0.016	21.1	13.5	0.282	0.015
21.1	13.5	0.266	0.014	22.2	14.2	0.280	0.017
20.0	12.8	0.263	0.015	23.3	14.9	0.270	0.017
18.9	12.1	0.271	0.014	24.4	15.6	0.271	0.017
17.8	11.4	0.276	0.015	25.5	16.3	0.264	0.018
16.6	10.7	0.286	0.014	26.6	17.0	0.240	0.019
15.5	9.9	0.283	0.012	27.8	17.8	0.230	0.020
14.4	9.2	0.290	0.011	28.9	18.5	0.245	0.021
13.3	8.5	0.284	0.010	30.0	19.2	0.231	0.022
12.2	7.8	0.285	0.010	31.1	19.9	0.223	0.025
11.1	7.1	0.289	0.009	32.2	20.6	0.246	0.024
10.0	6.4	0.294	0.008	33.3	21.3	0.245	0.025
8.9	5.7	0.299	0.007	35.0	22.4	0.246	0.020
7.8	5.0	0.309	0.007	37.2	23.8	0.242	0.022
6.7	4.3	0.313	0.006	39.4	25.2	0.214	0.028
5.5	3.6	0.315	0.005	42.2	27.0	0.266	0.024
4.4	2.8	0.321	0.006	45.5	29.1	0.232	0.024
3.3	2.1	0.327	0.005	49.4	31.6	0.256	0.025
2.2	1.4	0.340	0.004	54.4	34.8	0.233	0.025
1.1	0.7	0.351	0.004	62.7	40.1	0.289	0.025

 Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 1126.

$r(")$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(")$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
21.0	44.0	1.59	0.15	2.4	5.0	1.75	0.03
16.2	33.9	1.37	0.13	3.6	7.5	1.66	0.03
14.4	30.1	1.76	0.21	4.8	10.0	1.69	0.04
13.2	27.6	1.85	0.18	6.0	12.6	1.75	0.06
12.0	25.1	1.55	0.11	7.2	15.1	1.77	0.06
10.8	22.6	1.58	0.09	8.4	17.6	1.80	0.06
9.6	20.1	1.67	0.07	9.6 <sup>†</sup>	20.1	1.73	0.05
8.4	17.6	1.78	0.05	10.8 <sup>†</sup>	22.6	1.76	0.04
7.2 <sup>†</sup>	15.1	1.81	0.04	12.0 <sup>†</sup>	25.1	1.87	0.05
6.0 <sup>†</sup>	12.6	1.83	0.03	13.2 <sup>†</sup>	27.6	1.82	0.07
4.8 <sup>†</sup>	10.0	1.85	0.02	14.4	30.1	1.75	0.10
3.6 <sup>†</sup>	7.5	1.82	0.02	15.6	32.7	1.91	0.16
2.4	5.0	1.80	0.03	16.8	35.2	1.68	0.18
1.2	2.5	1.80	0.02	18.6	38.9	1.62	0.17
0.3	0.6	1.82	0.02	24.0	50.2	1.75	0.20
1.2	2.5	1.80	0.02				

 Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 1126.

$r(")$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(")$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
11.6	24.3	0.213	0.029	1.0	2.1	0.287	0.011
9.6	20.1	0.244	0.026	1.2	2.5	0.299	0.022
9.0	18.8	0.237	0.028	2.0	4.2	0.266	0.014
7.8 <sup>†</sup>	16.3	0.211	0.022	2.4	5.0	0.236	0.027
6.8 <sup>†</sup>	14.2	0.220	0.015	3.1	6.5	0.278	0.017
6.0 <sup>†</sup>	12.6	0.254	0.025	4.1	8.6	0.255	0.018
5.8 <sup>†</sup>	12.1	0.275	0.011	5.1	10.7	0.255	0.025
4.9 <sup>†</sup>	10.3	0.289	0.012	5.4	11.3	0.227	0.022
4.8 <sup>†</sup>	10.0	0.250	0.022	6.3	13.2	0.253	0.026
4.1 <sup>†</sup>	8.6	0.250	0.011	7.7	16.1	0.283	0.029
3.6 <sup>†</sup>	7.5	0.278	0.023	9.0	18.8	0.272	0.027
3.1	6.5	0.262	0.013	9.6 <sup>†</sup>	20.1	0.286	0.028
2.4	5.0	0.275	0.023	10.2 <sup>†</sup>	21.4	0.328	0.024
2.0	4.2	0.272	0.012	11.2 <sup>†</sup>	23.4	0.274	0.019
1.2	2.5	0.270	0.022	12.2 <sup>†</sup>	25.5	0.311	0.024
1.0	2.1	0.292	0.011	13.2 <sup>†</sup>	27.6	0.213	0.033
0.3	0.6	0.312	0.020	13.8	28.9	0.250	0.029
0.3	0.6	0.291	0.010				

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 1795.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
49.2	81.1	1.49	0.14	1.8	2.9	1.72	0.05
34.0	56.0	1.43	0.13	3.6	5.9	1.74	0.05
32.2	53.1	1.55	0.15	5.4	8.8	1.73	0.05
30.4	50.1	1.85	0.18	7.2	11.8	1.78	0.05
28.6	47.2	1.64	0.14	9.0	14.7	1.80	0.06
26.8	44.2	1.53	0.12	10.7	17.7	1.75	0.06
25.1	41.3	1.55	0.11	12.5	20.6	1.74	0.06
23.3	38.3	1.53	0.09	14.3	23.6	1.74	0.07
21.5	35.4	1.68	0.10	16.1	26.5	1.68	0.07
19.7	32.4	1.60	0.08	17.9	29.5	1.63	0.07
17.9	29.5	1.62	0.08	19.7	32.4	1.57	0.07
16.1	26.5	1.64	0.07	21.5	35.4	1.62	0.08
14.3	23.6	1.66	0.07	23.3	38.3	1.60	0.10
12.5	20.6	1.66	0.06	25.1	41.3	1.62	0.11
10.7	17.7	1.75	0.06	26.8	44.2	1.50	0.12
9.0	14.7	1.72	0.06	28.6	47.2	1.41	0.12
7.2	11.8	1.68	0.05	31.3	51.6	1.32	0.09
5.4	8.8	1.72	0.05	34.9	57.5	1.21	0.10
3.6	5.9	1.73	0.05	39.4	64.9	1.48	0.14
1.8	2.9	1.76	0.05	46.5	76.7	1.21	0.11
0.4	0.7	1.74	0.05				

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 1377.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
28.3 <sup>†</sup>	38.7	1.88	0.07
19.4 <sup>†</sup>	26.6	2.15	0.19
12.2	16.7	2.04	0.20
8.3	11.4	2.19	0.20
6.7	9.1	2.23	0.19
5.5	7.6	2.04	0.12
4.4	6.1	2.15	0.10
3.3	4.6	2.25	0.08
2.2	3.0	2.27	0.06
1.1	1.5	2.31	0.04
0.3	0.4	2.26	0.04
1.1	1.5	2.23	0.04
2.2	3.0	2.11	0.05
3.3	4.6	2.11	0.07
4.4	6.1	2.07	0.09
5.5	7.6	2.10	0.13
6.7	9.1	2.02	0.16
8.3	11.4	2.15	0.19

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 1795.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
23.3	38.3	0.175	0.029	1.8	2.9	0.246	0.010
18.8	31.0	0.201	0.026	3.6	5.9	0.247	0.011
16.1	26.5	0.186	0.029	5.4	8.8	0.229	0.012
14.3	23.6	0.184	0.024	7.2	11.8	0.220	0.014
12.5	20.6	0.189	0.021	9.0	14.7	0.221	0.016
10.7	17.7	0.213	0.019	10.7	17.7	0.201	0.018
9.0	14.7	0.209	0.017	12.5	20.6	0.202	0.020
7.2	11.8	0.216	0.014	14.3	23.6	0.197	0.023
5.4	8.8	0.233	0.012	16.1	26.5	0.171	0.026
3.6	5.9	0.245	0.011	17.9	29.5	0.142	0.028
1.8	2.9	0.256	0.010	20.6	33.9	0.131	0.025
0.4	0.7	0.249	0.010	26.8	44.2	0.103	0.031

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 1377.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
3.9	5.3	0.317	0.029
2.2	3.0	0.314	0.023
1.1	1.5	0.322	0.015
0.3	0.4	0.335	0.013
1.1	1.5	0.329	0.015
2.2	3.0	0.335	0.022
4.4	6.1	0.334	0.028

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2142.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
32.4	73.4	1.81	0.17	1.8	4.1	2.35	0.05	32.4	73.4	1.81	0.17
27.9	63.2	1.97	0.17	2.7	6.1	2.29	0.05	27.9	63.2	1.97	0.17
24.3	55.0	2.11	0.19	3.6	8.2	2.20	0.06	24.3	55.0	2.11	0.19
22.1	49.9	2.27	0.22	4.5	10.2	2.17	0.06	22.1	49.9	2.27	0.22
20.2	45.9	1.97	0.16	5.4	12.2	2.14	0.07	20.2	45.9	1.97	0.16
18.4	41.8	2.16	0.18	6.3	14.3	2.14	0.08	18.4	41.8	2.16	0.18
17.1	38.7	2.02	0.18	7.2	16.3	2.09	0.08	17.1	38.7	2.02	0.18
16.2	36.7	2.00	0.16	8.1	18.3	2.07	0.09	16.2	36.7	2.00	0.16
15.3	34.6	1.89	0.14	9.0	20.4	2.18	0.11	15.3	34.6	1.89	0.14
14.4	32.6	2.05	0.16	9.9	22.4	2.36	0.14	14.4	32.6	2.05	0.16
13.5	30.6	2.25	0.18	10.8	24.5	2.25	0.14	13.5	30.6	2.25	0.18
12.6	28.5	2.09	0.15	11.7	26.5	2.16	0.14	12.6	28.5	2.09	0.15
11.7	26.5	2.18	0.14	12.6	28.5	2.22	0.16	11.7	26.5	2.18	0.14
10.8	24.5	2.21	0.13	13.5	30.6	2.15	0.16	10.8	24.5	2.21	0.13
9.9	22.4	2.13	0.12	14.4	32.6	2.13	0.17	9.9	22.4	2.13	0.12
9.0	20.4	2.21	0.11	15.3	34.6	1.95	0.15	9.0	20.4	2.21	0.11
8.1	18.3	2.11	0.09	16.2	36.7	1.89	0.15	8.1	18.3	2.11	0.09
7.2	16.3	2.05	0.08	17.1	38.7	2.00	0.17	7.2	16.3	2.05	0.08
6.3	14.3	2.22	0.08	18.0	40.8	2.06	0.20	6.3	14.3	2.22	0.08
5.4	12.2	2.20	0.07	18.9	42.8	1.93	0.19	5.4	12.2	2.20	0.07
4.5	10.2	2.23	0.07	19.8	44.8	1.91	0.18	4.5	10.2	2.23	0.07
3.6	8.2	2.21	0.06	21.1	47.9	1.98	0.15	3.6	8.2	2.21	0.06
2.7	6.1	2.28	0.05	23.0	52.0	2.31	0.23	2.7	6.1	2.28	0.05
1.8	4.1	2.34	0.05	24.7	56.0	2.20	0.23	1.8	4.1	2.34	0.05
0.9	2.0	2.45	0.05	26.6	60.1	2.28	0.24	0.9	2.0	2.45	0.05
0.2	0.5	2.48	0.05	28.8	65.2	1.87	0.16	0.2	0.5	2.48	0.05
0.9	2.0	2.44	0.05	32.8	74.4	1.82	0.15	0.9	2.0	2.44	0.05

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2124.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
46.5	80.0	1.51	0.15	5.4	9.2	2.14	0.07
39.4	67.7	1.49	0.13	3.6	6.2	2.18	0.07
34.9	60.0	1.44	0.12	1.8	3.1	2.29	0.07
31.3	53.9	1.64	0.14	0.4	0.8	2.30	0.06
30.4	52.3	1.69	0.18	1.8	3.1	2.23	0.06
28.6	49.3	1.80	0.19	3.6	6.2	2.17	0.07
26.8	46.2	1.76	0.17	5.4	9.2	2.08	0.07
25.1	43.1	1.71	0.15	7.2	12.3	2.07	0.08
23.3	40.0	1.84	0.16	9.0	15.4	2.01	0.09
21.5	36.9	1.80	0.14	10.7	18.5	1.91	0.09
19.7	33.9	1.79	0.13	12.5	21.6	1.94	0.11
17.9	30.8	1.99	0.14	14.3	24.6	2.08	0.13
16.1	27.7	1.96	0.12	16.1	27.7	2.05	0.15
14.3	24.6	1.96	0.11	17.9	30.8	1.96	0.16
12.5	21.6	2.07	0.11	19.7	33.9	1.98	0.18
10.7	18.5	2.06	0.10	21.5	36.9	2.06	0.22
9.0	15.4	2.05	0.09	24.2	41.6	1.87	0.16
7.2	12.3	2.13	0.08	28.6	49.3	1.87	0.18

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2142.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
21.5	36.9	0.134	0.028	0.4	0.8	0.293	0.010	22.5	50.9	0.273	0.030
17.0	29.2	0.164	0.026	1.8	3.1	0.288	0.010	16.6	37.7	0.216	0.028
14.3	24.6	0.187	0.030	3.6	6.2	0.269	0.012	13.5	30.6	0.281	0.027
12.5	21.6	0.203	0.027	5.4	9.2	0.253	0.014	11.2	25.5	0.272	0.026
10.7	18.5	0.197	0.022	7.2	12.3	0.241	0.016	9.4	21.4	0.272	0.022
9.0	15.4	0.197	0.019	9.0	15.4	0.224	0.019	8.1	18.3	0.259	0.025
7.2	12.3	0.242	0.016	10.7	18.5	0.221	0.023	7.2	16.3	0.278	0.024
5.4	9.2	0.252	0.014	12.5	21.6	0.169	0.026	6.3	14.3	0.262	0.020
3.6	6.2	0.255	0.012	15.2	26.2	0.218	0.024	5.4	12.2	0.287	0.022
1.8	3.1	0.279	0.010	19.7	33.9	0.143	0.033	4.5	10.2	0.298	0.015
								3.6	8.2	0.304	0.012
								2.7	6.1	0.307	0.009
								1.8	4.1	0.331	0.009
								0.9	2.0	0.331	0.007
								0.2	0.5	0.334	0.007
								9.0	20.4	0.246	0.027
								10.3	23.4	0.282	0.025
								12.1	27.5	0.274	0.028
								14.4	32.6	0.242	0.032
								17.5	39.7	0.226	0.027
								22.1	49.9	0.217	0.026

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2124.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
21.5	36.9	0.134	0.028
17.0	29.2	0.164	0.026
14.3	24.6	0.187	0.030
12.5	21.6	0.203	0.027
10.7	18.5	0.197	0.022
9.0	15.4	0.197	0.019
7.2	12.3	0.242	0.016
5.4	9.2	0.252	0.014
3.6	6.2	0.255	0.012
1.8	3.1	0.279	0.010

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2199.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
54.6	46.6	1.62	0.16	1.8	1.5	2.25	0.08
48.3	41.3	1.69	0.16	0.4	0.4	2.26	0.08
43.9	37.5	1.71	0.17	1.8	1.5	2.23	0.08
40.3	34.4	1.68	0.14	3.6	3.1	2.17	0.08
37.6	32.1	1.68	0.17	5.4	4.6	2.12	0.08
35.8	30.6	1.68	0.15	7.2	6.1	2.13	0.08
34.0	29.1	1.63	0.13	9.0	7.6	2.10	0.08
32.2	27.5	1.64	0.13	10.7	9.2	2.03	0.08
30.4	26.0	1.70	0.13	12.5	10.7	2.05	0.08
28.6	24.5	1.93	0.15	14.3	12.2	2.06	0.09
26.8	22.9	1.85	0.13	16.1	13.8	1.98	0.09
25.1	21.4	1.90	0.12	17.9	15.3	1.99	0.10
23.3	19.9	1.90	0.12	19.7	16.8	1.97	0.11
21.5	18.3	1.89	0.11	21.5	18.3	1.82	0.11
19.7	16.8	1.99	0.11	23.3	19.9	1.76	0.11
17.9	15.3	2.01	0.10	25.1	21.4	1.89	0.13
16.1	13.8	1.92	0.09	26.8	22.9	1.69	0.13
14.3	12.2	1.97	0.09	28.6	24.5	1.84	0.16
12.5	10.7	2.01	0.09	30.4	26.0	1.72	0.15
10.7	9.2	2.11	0.09	32.2	27.5	1.79	0.18
9.0	7.6	2.15	0.08	34.9	29.8	1.65	0.14
7.2	6.1	2.15	0.08	39.4	33.6	1.63	0.14
5.4	4.6	2.17	0.08	49.2	42.0	1.71	0.17
3.6	3.1	2.24	0.08				

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2255.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
23.0	43.3	1.90	0.18	1.8	3.4	2.30	0.04
20.2	38.2	1.93	0.19	2.7	5.1	2.18	0.04
18.4	34.8	2.26	0.23	3.6	6.8	2.12	0.05
16.6	31.4	2.12	0.19	4.5	8.5	2.15	0.06
14.8	28.0	2.06	0.18	5.4	10.2	2.12	0.07
13.5	25.4	2.37	0.26	6.3	11.9	2.15	0.08
12.6	23.7	2.41	0.26	7.2	13.6	2.16	0.10
11.7	22.0	2.17	0.18	8.1	15.3	2.19	0.12
10.8	20.4	2.21	0.18	9.0	17.0	2.29	0.14
9.9	18.7	2.16	0.15	9.9	18.7	2.19	0.15
9.0	17.0	2.48	0.16	10.8	20.4	2.22	0.17
8.1	15.3	2.35	0.13	11.7	22.0	2.35	0.19
7.2	13.6	2.27	0.11	12.6	23.7	2.12	0.17
6.3	11.9	2.19	0.09	13.5	25.4	2.36	0.24
5.4	10.2	2.15	0.07	14.4	27.1	2.31	0.25
4.5	8.5	2.13	0.06	15.8	29.7	2.11	0.17
3.6	6.8	2.12	0.05	17.5	33.1	2.51	0.28
2.7	5.1	2.18	0.04	19.4	36.5	1.97	0.19
1.8	3.4	2.29	0.04	21.6	40.7	2.35	0.24
0.9	1.7	2.47	0.04	24.7	46.6	2.11	0.20
0.2	0.4	2.61	0.04	28.3	53.4	2.18	0.22
0.9	1.7	2.49	0.04				

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2199.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
26.8	22.9	0.161	0.026	1.8	1.5	0.319	0.008
22.4	19.1	0.194	0.024	3.6	3.1	0.314	0.007
19.7	16.8	0.213	0.028	5.4	4.6	0.296	0.008
17.9	15.3	0.239	0.024	7.2	6.1	0.288	0.009
16.1	13.8	0.255	0.022	9.0	7.6	0.270	0.011
14.3	12.2	0.276	0.019	10.7	9.2	0.261	0.013
12.5	10.7	0.279	0.016	12.5	10.7	0.248	0.012
10.7	9.2	0.283	0.013	14.3	12.2	0.253	0.015
9.0	7.6	0.297	0.011	16.1	13.8	0.242	0.018
7.2	6.1	0.303	0.010	17.9	15.3	0.247	0.022
5.4	4.6	0.309	0.008	19.7	16.8	0.218	0.026
3.6	3.1	0.317	0.007	22.4	19.1	0.202	0.024
1.8	1.5	0.321	0.007	26.8	22.9	0.220	0.030
0.4	0.4	0.323	0.007				

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2255.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
14.8	28.0	0.192	0.037	0.9	1.7	0.305	0.008
10.8	20.4	0.219	0.034	1.8	3.4	0.290	0.009
8.6	16.1	0.209	0.030	2.7	5.1	0.287	0.012
7.2	13.6	0.252	0.036	3.6	6.8	0.276	0.017
6.3	11.9	0.242	0.031	4.5	8.5	0.268	0.021
5.4	10.2	0.242	0.025	5.4	10.2	0.247	0.024
4.5	8.5	0.260	0.021	6.3	11.9	0.251	0.029
3.6	6.8	0.269	0.017	7.2	13.6	0.268	0.034
2.7	5.1	0.284	0.013	8.6	16.1	0.248	0.031
1.8	3.4	0.287	0.009	10.3	19.5	0.238	0.038
0.9	1.7	0.287	0.008	13.0	24.6	0.200	0.037
0.2	0.4	0.306	0.007	18.9	35.6	0.188	0.040

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2319.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
40.3 <sup>†</sup>	57.9	1.33	0.07
36.7 <sup>†</sup>	52.8	1.30	0.06
33.1	47.6	1.44	0.13
29.5	42.5	1.52	0.12
26.8	38.6	1.45	0.13
25.1	36.1	1.62	0.14
23.3	33.5	1.80	0.16
21.5	30.9	1.91	0.15
19.7	28.3	1.85	0.12
17.9	25.8	1.89	0.11
16.1	23.2	1.83	0.10
14.3	20.6	1.83	0.10
12.5	18.0	1.99	0.09
10.7	15.5	1.97	0.08
9.0	12.9	1.98	0.08
7.2	10.3	2.11	0.08
5.4	7.7	2.09	0.07
3.6	5.2	2.16	0.07
1.8	2.6	2.18	0.07

 Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2597.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
23.3	48.7	1.48	0.12
18.9	39.4	1.66	0.14
16.1	33.6	1.87	0.16
13.9	29.0	1.68	0.12
12.2	25.5	1.85	0.16
11.1	23.2	1.95	0.15
10.0	20.9	1.80	0.11
8.9	18.6	1.90	0.10
7.8	16.2	1.96	0.09
6.7	13.9	1.78	0.07
5.5	11.6	1.80	0.06
4.4	9.3	1.71	0.04
3.3	7.0	1.76	0.04
2.2	4.6	1.72	0.03
1.1	2.3	1.70	0.02
0.3	0.6	1.63	0.02

 Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2319.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
18.8	27.0	0.241	0.027
15.2	21.9	0.270	0.024
12.5	18.0	0.276	0.024
10.7	15.5	0.239	0.021
9.0	12.9	0.234	0.018
7.2	10.3	0.253	0.017
5.4	7.7	0.255	0.014
3.6	5.2	0.282	0.013
1.8	2.6	0.293	0.011
0.4	0.6	0.311	0.011
1.8	2.6	0.315	0.012
3.6	5.2	0.309	0.013
5.4	7.7	0.299	0.014
7.2	10.3	0.293	0.015
9.0	12.9	0.304	0.019
10.7	15.5	0.313	0.025
13.4	19.3	0.288	0.024
17.9	25.8	0.211	0.025

 Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2597.

$r(^{\prime \prime})$	$r(kpc)$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
7.2	15.1	0.265	0.028
3.9	8.1	0.298	0.024
2.2	4.6	0.259	0.024
1.1	2.3	0.246	0.018
0.3	0.6	0.263	0.016
1.1	2.3	0.248	0.018
2.2	4.6	0.270	0.023
3.9	8.1	0.298	0.024
7.2	15.1	0.250	0.029

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2626.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
43.2	63.1	1.63	0.15	1.3	2.0	2.31	0.03
40.0	58.5	1.40	0.12	0.4	0.7	2.31	0.03
37.4	54.5	1.54	0.13	0.4	0.7	2.23	0.03
35.1	51.3	1.52	0.13	1.3 <sup>†</sup>	2.0	2.14	0.03
33.3	48.6	1.65	0.13	2.2 <sup>†</sup>	3.3	2.27	0.03
31.5	46.0	1.76	0.13	3.1 <sup>†</sup>	4.6	2.46	0.03
30.1	44.0	1.58	0.14	4.0 <sup>†</sup>	5.9	2.33	0.03
29.3	42.7	1.59	0.13	4.9 <sup>†</sup>	7.2	1.96	0.03
28.3	41.4	1.79	0.15	5.9 <sup>†</sup>	8.5	1.69	0.03
27.4	40.1	1.87	0.15	6.8 <sup>†</sup>	9.9	1.66	0.03
26.6	38.8	1.85	0.15	7.6 <sup>†</sup>	11.2	1.79	0.04
25.6	37.5	1.87	0.15	8.6 <sup>†</sup>	12.5	1.92	0.06
24.7	36.1	1.74	0.13	9.4 <sup>†</sup>	13.8	1.97	0.07
23.8	34.8	1.79	0.12	10.3 <sup>†</sup>	15.1	1.90	0.07
23.0	33.5	1.82	0.12	11.2 <sup>†</sup>	16.4	1.87	0.07
22.1	32.2	1.91	0.12	12.1 <sup>†</sup>	17.7	1.84	0.08
21.1	30.9	1.77	0.10	13.0 <sup>†</sup>	19.1	1.88	0.09
20.2	29.6	1.88	0.11	13.9 <sup>†</sup>	20.4	1.86	0.10
19.4	28.3	1.94	0.10	14.8 <sup>†</sup>	21.7	1.90	0.11
18.4	26.9	1.93	0.10	15.8 <sup>†</sup>	23.0	2.03	0.14
17.5	25.6	1.96	0.09	16.6 <sup>†</sup>	24.3	1.95	0.13
16.6	24.3	2.05	0.09	17.5 <sup>†</sup>	25.6	1.91	0.12
15.8	23.0	2.10	0.09	18.4 <sup>†</sup>	26.9	1.95	0.09
14.8	21.7	2.15	0.09	19.4 <sup>†</sup>	28.3	2.00	0.06
13.9	20.4	2.10	0.08	20.2 <sup>†</sup>	29.6	2.01	0.05
13.0	19.1	2.07	0.07	21.1 <sup>†</sup>	30.9	1.89	0.04
12.1	17.7	2.06	0.07	22.1 <sup>†</sup>	32.2	1.60	0.04
11.2	16.4	2.10	0.07	23.0 <sup>†</sup>	33.5	1.35	0.05
10.3	15.1	2.14	0.06	23.8 <sup>†</sup>	34.8	1.32	0.08
9.4	13.8	2.18	0.06	24.7 <sup>†</sup>	36.1	1.44	0.12
8.6	12.5	2.18	0.06	26.1 <sup>†</sup>	38.1	1.64	0.13
7.6	11.2	2.18	0.05	27.9 <sup>†</sup>	40.7	1.65	0.15
6.8	9.9	2.16	0.05	29.7 <sup>†</sup>	43.4	1.60	0.15
5.9	8.5	2.17	0.05	32.0 <sup>†</sup>	46.7	1.71	0.15
4.9	7.2	2.19	0.05	35.1 <sup>†</sup>	51.3	1.60	0.14
4.0	5.9	2.19	0.04	39.2 <sup>†</sup>	57.2	1.77	0.17
3.1	4.6	2.21	0.04	45.0 <sup>†</sup>	65.7	1.73	0.16
2.2	3.3	2.27	0.04				

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2626.

$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$	$r(^{\prime \prime})$	$r(\text{kpc})$	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
32.8	48.0	0.255	0.031	1.3	2.0	0.302	0.010
27.9	40.7	0.236	0.029	0.4	0.7	0.292	0.010
24.7	36.1	0.254	0.027	0.4	0.7	0.290	0.010
22.5	32.9	0.235	0.030	1.3 <sup>†</sup>	2.0	0.294	0.009
20.7	30.2	0.249	0.026	2.2 <sup>†</sup>	3.3	0.311	0.007
19.4	28.3	0.263	0.032	3.1 <sup>†</sup>	4.6	0.314	0.005
18.4	26.9	0.255	0.031	4.0 <sup>†</sup>	5.9	0.310	0.006
17.5	25.6	0.243	0.029	4.9 <sup>†</sup>	7.2	0.306	0.007
16.6	24.3	0.254	0.026	5.9 <sup>†</sup>	8.5	0.295	0.010
15.8	23.0	0.254	0.026	6.8 <sup>†</sup>	9.9	0.270	0.013
14.8	21.7	0.269	0.023	7.6 <sup>†</sup>	11.2	0.283	0.016
13.9	20.4	0.249	0.021	8.6 <sup>†</sup>	12.5	0.274	0.019
13.0	19.1	0.251	0.021	9.4 <sup>†</sup>	13.8	0.285	0.020
12.1	17.7	0.255	0.021	10.3 <sup>†</sup>	15.1	0.271	0.023
11.2	16.4	0.283	0.020	11.2 <sup>†</sup>	16.4	0.257	0.026
10.3	15.1	0.256	0.017	12.1 <sup>†</sup>	17.7	0.254	0.029
9.4	13.8	0.257	0.016	13.0 <sup>†</sup>	19.1	0.283	0.032
8.6	12.5	0.282	0.015	14.4 <sup>†</sup>	21.0	0.253	0.026
7.6	11.2	0.291	0.015	16.2 <sup>†</sup>	23.7	0.242	0.029
6.8	9.9	0.282	0.013	18.0 <sup>†</sup>	26.3	0.255	0.027
5.9	8.5	0.293	0.013	19.8 <sup>†</sup>	28.9	0.196	0.013
4.9	7.2	0.288	0.013	21.6 <sup>†</sup>	31.5	0.210	0.015
4.0	5.9	0.298	0.011	23.4 <sup>†</sup>	34.2	0.195	0.031
3.1	4.6	0.295	0.010	28.8 <sup>†</sup>	42.1	0.250	0.033
2.2	3.3	0.300	0.010				

Gradiente de  $D_{4000}$  en la CCG del cúmulo Abell 2634.

r('')	r(kpc)	$D_{4000}$	$\Delta D_{4000}$
20.6	17.9	2.11	0.19
17.4 <sup>†</sup>	15.1	1.97	0.15
16.1 <sup>†</sup>	14.0	2.24	0.14
15.1 <sup>†</sup>	13.1	2.17	0.10
14.1 <sup>†</sup>	12.2	2.05	0.05
13.1 <sup>†</sup>	11.4	2.14	0.04
12.1 <sup>†</sup>	10.5	2.10	0.04
11.1 <sup>†</sup>	9.6	2.12	0.04
10.1 <sup>†</sup>	8.8	2.08	0.06
9.1 <sup>†</sup>	7.9	2.02	0.08
8.0 <sup>†</sup>	6.9	2.14	0.10
7.0	6.1	1.98	0.11
6.0	5.2	2.10	0.11
5.0	4.3	2.14	0.09
4.0	3.5	2.05	0.07
3.0	2.6	2.12	0.06
2.0	1.7	2.11	0.04
1.0	0.9	2.20	0.03
0.3	0.3	2.20	0.03
1.0	0.9	2.24	0.04
2.0	1.7	2.17	0.04
3.0	2.6	2.19	0.06
4.0	3.5	2.17	0.08
5.0	4.3	2.13	0.11
6.0	5.2	1.87	0.10
7.0	6.1	2.12	0.17
8.4	7.3	1.80	0.12
10.7	9.3	1.88	0.14
15.9	13.8	2.10	0.17

Gradiente de  $Mg_2$  en la CCG del cúmulo Abell 2634.

r('')	r(kpc)	$Mg_2$	$\Delta Mg_2$
16.8 <sup>†</sup>	14.6	0.226	0.030
15.1 <sup>†</sup>	13.1	0.283	0.027
14.1 <sup>†</sup>	12.2	0.304	0.019
13.1 <sup>†</sup>	11.4	0.273	0.014
12.1 <sup>†</sup>	10.5	0.290	0.014
11.1 <sup>†</sup>	9.6	0.290	0.015
10.1 <sup>†</sup>	8.8	0.272	0.019
9.1 <sup>†</sup>	7.9	0.266	0.025
8.0 <sup>†</sup>	6.9	0.213	0.031
7.0	6.1	0.284	0.032
6.0	5.2	0.251	0.030
5.0	4.3	0.251	0.026
4.0	3.5	0.276	0.022
3.0	2.6	0.284	0.017
2.0	1.7	0.319	0.014
1.0	0.9	0.301	0.012
0.3	0.3	0.303	0.011
1.0	0.9	0.288	0.012
2.0	1.7	0.301	0.014
3.0	2.6	0.284	0.018
4.0	3.5	0.254	0.023
5.0	4.3	0.259	0.030
6.4	5.6	0.304	0.030
9.4	8.2	0.285	0.031



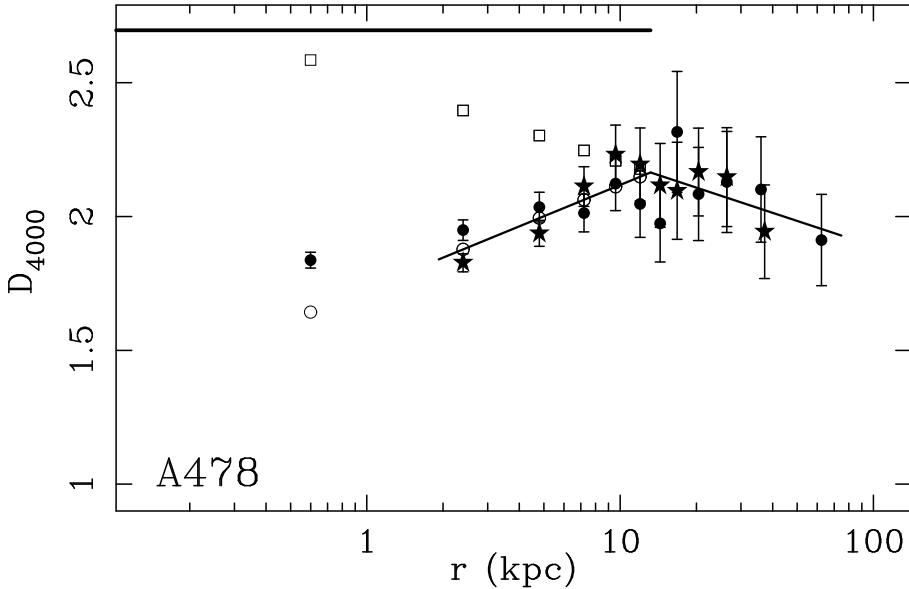
## Apéndice F

# Perfiles radiales de la formación estelar

Hemos estimado el perfil de la densidad de masa transformada en estrellas (ver Fig. 6.13) asumiendo que el cambio de pendiente observado en los gradientes de  $D_{4000}$  (Fig. 5.9) en CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* y con líneas de emisión son producidos, exclusivamente, por procesos de formación estelar. Para evitar incertidumbres en los valores absolutos de luminosidad en la banda V de las CCGs en las regiones de emisión, sólo hemos derivado los variaciones radiales relativas (normalizando la densidad de masa transformada en estrellas y la extensión de la región de emisión a sus valores máximos). En este proceso se han empleado las CCGs con buena relación señal/ruido en las partes exteriores.

La extrapolación de los gradientes *externos* de  $D_{4000}$  a las regiones con líneas de emisión nos permite estimar el cambio radial del  $D_{4000}$  sobre el gradiente esperado de la población estelar vieja subyacente (ver Fig. F.1). Tomando como modelo de formación estelar el correspondiente a un brote instantáneo con una edad de 0.1 gigaaños, metalicidad solar y una IMF de tipo Scalo (1986), es posible obtener el valor de  $f_V$  (la fracción de luz en la banda V procedente de las nuevas estrellas) necesario para reproducir los cambios radiales obtenidos en  $D_{4000}$ .

Si asumimos que las CCGs poseen geometría esférica, su proyección en el plano del cielo se puede considerar como una sucesión de anillos circulares a distintas distancias del centro. La Eq. 6.7 puede reescribirse, para cada uno de estos anillos



**Figura F.1** Extrapolación de gradientes externos en las regiones centrales de las CCGs en cúmulos con *cooling flow* y con líneas de emisión. En este ejemplo se muestra la CCG del cúmulo Abell 478. La línea gruesa horizontal en la parte superior izquierda señala la extensión espacial de las líneas de emisión. Los símbolos rellenos, círculos y estrellas, son los índices medidos a ambos lados de la galaxia. Los cuadrados vacíos corresponden a los valores extrapolados en las regiones centrales a partir del ajuste realizado en las partes exteriores, mientras que los círculos vacíos indican el valor del  $D_{4000}$  predicho por el ajuste al gradiente *interno*. Como se aprecia, existe una clara diferencia entre los valores extrapolados y los medidos. Las diferencias encontradas, en función del radio, son utilizadas junto con las predicciones del modelo descrito en el texto, para predecir el perfil radial de la densidad de formación estelar.

circulares como

$$M_{\text{estrellas}}(k) = f_V(k) L_V(k) (M/L)_{\text{estrellas}}, \quad (\text{F.1})$$

donde  $k$  es un número entero que indica el número de anillo (asumimos que la numeración se establece desde el centro hacia afuera),  $M_{\text{estrellas}}(k)$  y  $f_V(k)$  son la masa total transformada en estrellas y la fracción de luz en la banda V que proviene de todas las nuevas estrellas que se observan proyectadas en el plano del cielo en el anillo circular  $k$ -ésimo (respectivamente), y  $(M/L)_{\text{estrellas}}$  es la relación masa/luminosidad de la nueva población estelar, que viene predicha por el modelo de formación estelar adoptado y que asumiremos constante en toda la galaxia. La luminosidad total en la banda V procedente del anillo número  $k$  (en unidades arbitrarias) se calcula a partir del número de cuentas en la banda V,  $N_V(k)$ , medidas en la rendija del

espectrógrafo en un radio  $r(k)$  (también en unidades arbitrarias), usando

$$L_V(k) = N_V(k) r(k). \quad (\text{F.2})$$

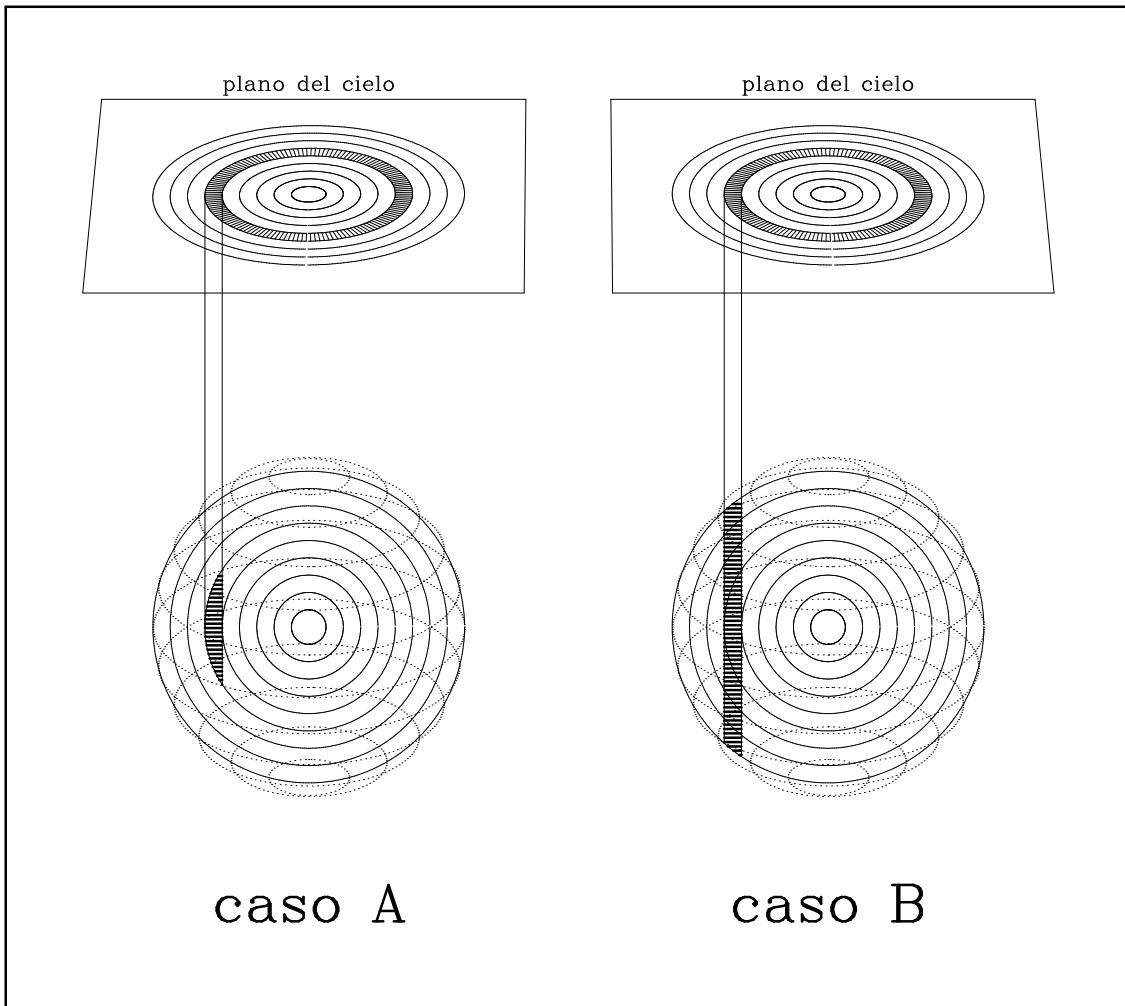
Dado que, como acabamos de mencionar, la relación masa/luminosidad de la nueva población estelar se considera un factor constante, y sólo estamos interesados en valores relativos, podemos reescribir la Eq. F.1 como

$$M_{\text{estrellas}}(k) = f_V(k) L_V(k), \quad (\text{F.3})$$

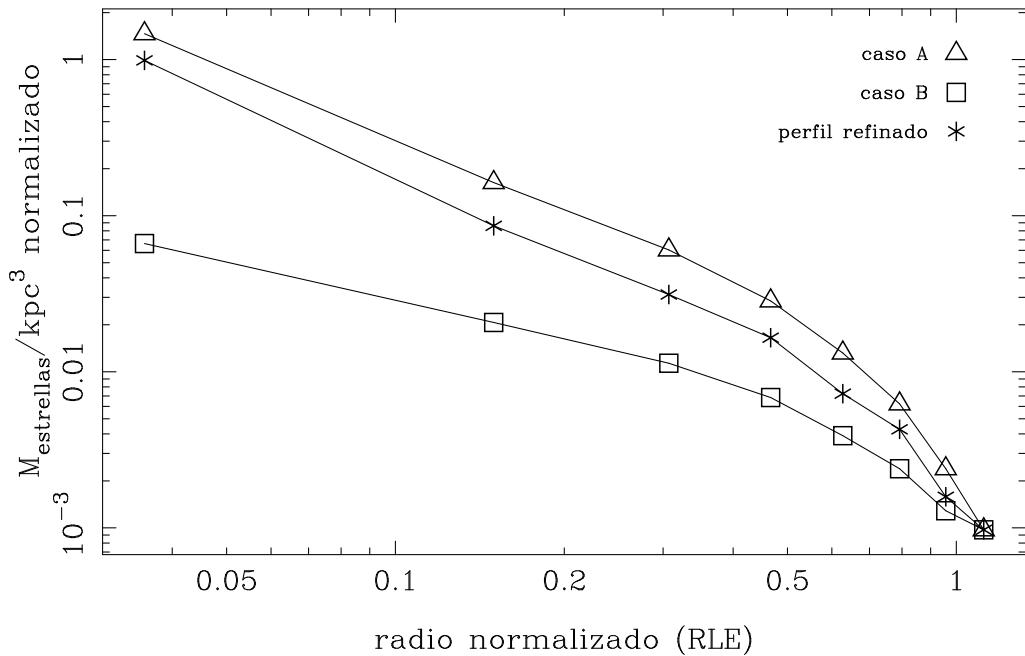
donde  $f_V(k)$  y  $L_V(k)$  pueden ser fácilmente evaluados para cada anillo  $k$ -ésimo.

Para calcular el perfil de la densidad de masa transformada en estrellas,  $\rho_{\text{estrellas}} \equiv M_{\text{estrellas}}/\text{kpc}^3$ , debemos dividir la masa obtenida en la Eq. F.3 por el volumen de la galaxia (en unidades arbitrarias) correspondiente a la región en la que se está produciendo la formación estelar y que se proyecta en el anillo concéntrico  $k$ -ésimo. Sin embargo, debido a la pérdida de información en la proyección en la dirección de observación, el cálculo de este volumen no es una tarea sencilla. Inicialmente hemos considerado dos posibles situaciones, que se describen gráficamente en la Fig. F.2. En el caso A suponemos que el valor proyectado de  $M_{\text{estrellas}}(k)$  corresponde a la contribución de la capa esférica  $k$ -ésima de la galaxia, ignorando la existencia de capas más externas en la dirección visual. Por el contrario, en el caso B presuponemos que la formación estelar se encuentra repartida en todo el volumen de la esfera que queda proyectado en el anillo concéntrico  $k$ -ésimo. Los perfiles obtenidos asumiendo estos dos casos se muestra gráficamente en la Fig. F.3 (caso A: triángulos; caso B: cuadrados). Dado que las variaciones radiales del  $D_{4000}$  aumentan a medida que disminuye la distancia radial, es de suponer que la formación estelar estará más concentrada en las regiones centrales de las galaxias. Por tanto, el perfil real será un caso intermedio entre los casos A y B.

Para obtener un perfil tridimensional más refinado es necesario invertir la proyección de la variación radial observada en el  $D_{4000}$ . Con esta intención hemos seguido una técnica de inversión de proyección basada en el cálculo desde fuera hacia dentro. De esta forma, el primer valor de  $M_{\text{estrellas}}(k)$  calculado corresponde al de la capa esférica concéntrica más externa, es decir,  $k = N_{\text{capas}}$ , donde  $N_{\text{capas}}$  es el número total de capas concéntricas consideradas. Es importante destacar que este valor inicial no necesita ser corregido de proyección, dado que toda la luz procede de



**Figura F.2** Con la intención de estimar el volumen en el cual se está produciendo la formación estelar en las CCGs, hemos supuesto que las galaxias poseen geometría esférica. El análisis de la proyección bidimensional en el plano del cielo se simplifica al estudio de anillos circulares concéntricos. En esta figura representamos dos situaciones extremas: el caso A, en el que se supone que toda la formación estelar se está produciendo en un volumen correspondiente a la capa esférica concéntrica cuyo radio coincide con el radio proyectado en el plano del cielo; y el caso B, en el que el volumen se calcula teniendo en cuenta toda la región de la esfera contenida en la dirección visual. En este último caso se está asumiendo, implícitamente, que la formación estelar se produce de forma homogénea a lo largo del radio de la galaxia. La situación real será un caso intermedio entre los dos aquí representados.



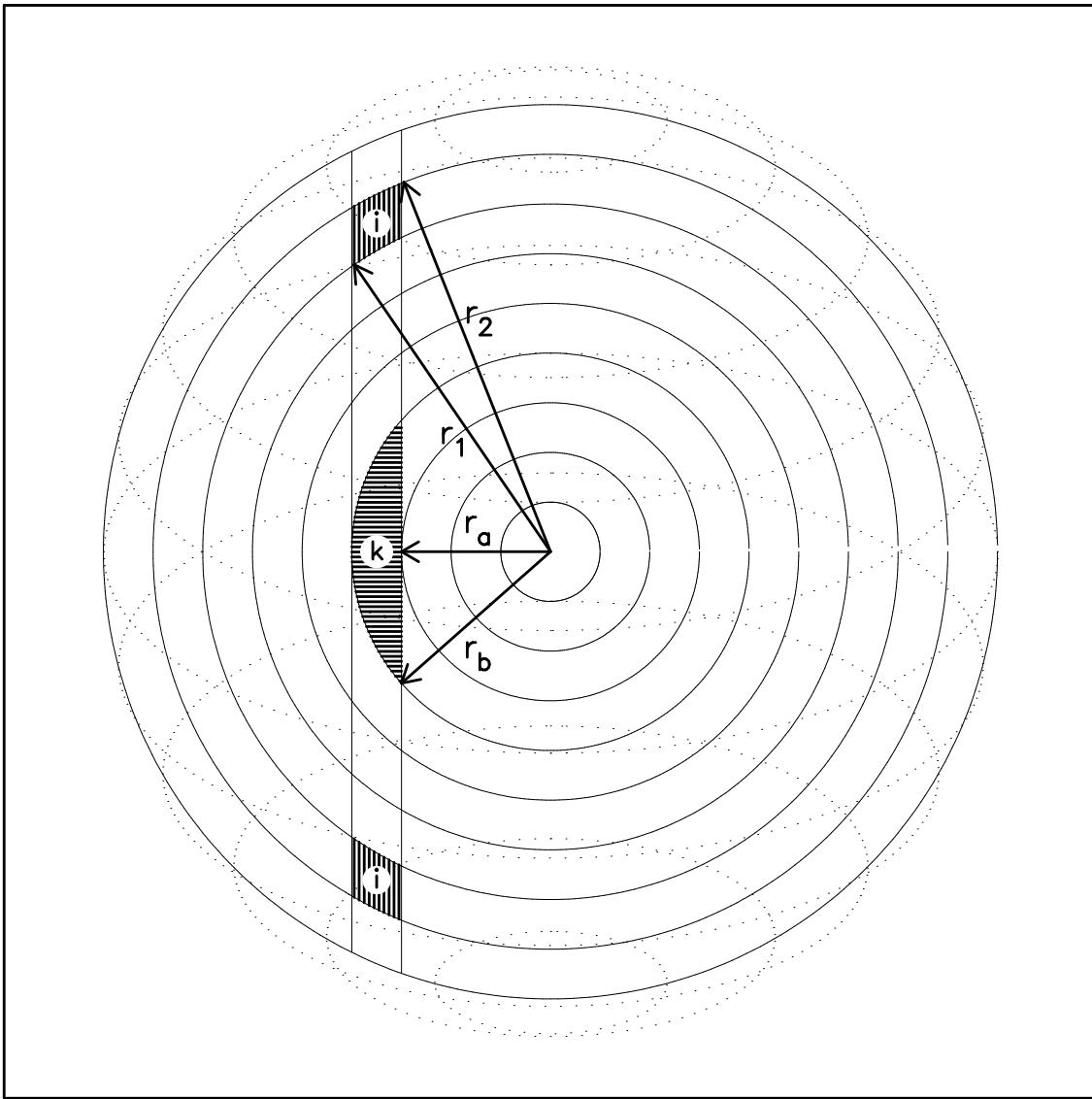
**Figura F.3** Comparación de perfiles espaciales normalizados de la densidad de formación estelar en la CCG del cúmulo Abell 496. Se representa el resultado de asumir las situaciones descritas como casos A (triángulos) y B (cuadrados). Entre ambos extremos se encuentra el perfil resultante de aplicar el método refinado (asteriscos), tal y como cabía esperar. Los perfiles obtenidos en los casos A y B han sido forzados a coincidir con el perfil refinado en el punto exterior.

una única capa esférica (los casos A y B son idénticos). Este valor inicial es empleado para obtener  $\rho_{\text{estrellas}}(N_{\text{capas}})$ , dividiendo  $M_{\text{estrellas}}(N_{\text{capas}})$  por el volumen observado en proyección de la capa esférica más externa (en unidades arbitrarias). En los pasos sucesivos, el método nos conduce a capas más internas (valores decrecientes de  $k$ ), haciendo uso de los valores de  $\rho_{\text{estrellas}}(i)$  (con  $k < i \leq N_{\text{capas}}$ ) ya determinados en pasos anteriores. Entonces, en una capa intermedia cualquiera se verifica

$$M_{\text{estrellas}}(k) = \sum_{i=k}^{N_{\text{capas}}} \rho_{\text{estrellas}}(i) V(k, i), \quad (\text{F.4})$$

donde  $V(k, i)$  es el volumen de la capa esférica  $i$ -ésima que se proyecta en la dirección visual del anillo concéntrico  $k$ -ésimo (ver Fig. F.4 y explicación en pie de figura). Por tanto, el perfil espacial buscado puede calcularse despejando  $\rho_{\text{estrellas}}(k)$  en la relación anterior, es decir

$$\rho_{\text{estrellas}}(k) = \frac{1}{V(k, k)} \left( M_{\text{estrellas}}(k) - \sum_{i=k+1}^{N_{\text{capas}}} \rho_{\text{estrellas}}(i) V(k, i) \right). \quad (\text{F.5})$$



**Figura F.4** Hemos obtenido el perfil espacial de la densidad de masa transformada en estrellas,  $\rho_{\text{estrellas}}(k)$ , en cada capa  $k$ -ésima sustrayendo la contribución de los valores  $\rho_{\text{estrellas}}(i)$  (con  $k < i \leq N_{\text{capas}}$ ) previamente determinados. Para este propósito es necesario evaluar el volumen de cada capa esférica  $i$ -ésima en la dirección visual del anillo concéntrico  $k$ -ésimo,  $V(k, i)$ . Si definimos  $v(r_c, r_s)$  como el volumen de la intersección entre un cilindro de radio  $r_c$  y una esfera de radio  $r_s$ , es fácil comprobar que  $V(k, i) = v(r_b, r_2) - v(r_a, r_2) - v(r_b, r_1) + v(r_a, r_1)$ , donde  $v(r_c, r_s) = 2\pi r_c^2 h + \frac{2}{3}\pi(r_s - h)^2(2r_s + h)$ , siendo  $h^2 = r_s^2 - r_c^2$ .

Finalmente, en la Fig. F.3 hemos añadido el perfil refinado, obtenido tras aplicar este método de inversión de proyección (representado mediante asteriscos). Como era de esperar, el nuevo perfil se encuentra ubicado entre los obtenidos en los casos extremos A y B, siendo más parecido al primero que al segundo. Por tanto, la simplificación del caso A (formación estelar muy concentrada) también ofrece una predicción razonable. Todos los perfiles representados en la Fig. 6.13 han sido determinados siguiendo el método refinado descrito en este apéndice.



## Apéndice G

# Importancia de la formación estelar procedente de *cooling flows* en el universo local

Observando galaxias con  $\text{EW}(\text{H}\alpha + [\text{N II}]) > 10 \text{ \AA}$  y  $z \lesssim 0.045$ , y utilizando la luminosidad  $\text{H}\alpha$  como trazadora de formación estelar, Gallego et al. (1995) obtuvieron que la densidad de la tasa de formación estelar en el universo local es  $\rho_{\text{SFR}(\text{H}\alpha, \text{universo local})} = 0.013^{+0.007}_{-0.005} \text{ M}_\odot \text{ año}^{-1} \text{ Mpc}^{-3}$ . Una cuestión interesante es conocer la importancia de la formación estelar asociada a los *cooling flows* en comparación con este valor.

Varios resultados nos permiten obtener una estimación del valor de la densidad de formación estelar asociada a los *cooling flows*. En primer lugar, existe una relación entre el ritmo de deposición de masa (cuando  $\dot{M} > 0$ ) y la luminosidad de los cúmulos observada en rayos X (White, Jones & Forman 1997; Peres et al. 1998). En la Fig. G.1 hemos representado los ritmos de deposición de masa derivados por Peres et al. (1998) frente a la luminosidad en la banda 2–10 keV publicados por David et al. (1993)<sup>1</sup>. Hemos modelizado esta relación ajustando, por mínimos cuadrados, una recta a los cúmulos que muestran valores de  $\dot{M} > 0 \text{ M}_\odot \text{ año}^{-1}$  fuera de las

<sup>1</sup>Los datos publicados de  $\dot{M}$  y  $L_{2-10\text{keV}}$  están calculados asumiendo diferentes cosmologías. Peres et al. (1998) utilizan  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  y  $q_0 = 0.5$ , mientras que David et al. (1993) emplean  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  y  $q_0 = 0.0$ . Para poder realizar una comparación consistente, hemos modificado las luminosidades para adecuarlas a  $q_0 = 0.5$ . Para ello, recordemos que el flujo observado  $l$  ( $\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ ) se relaciona con la luminosidad del objeto  $L$  ( $\text{erg s}^{-1}$ )

barras de error. La expresión obtenida es, por tanto, una sobre-estimación del ritmo de deposición de masa, dado que hemos dejado fuera cúmulos sin *cooling flow*. El resultado del ajuste es

$$\log[\dot{M}] = 1.78 + 0.69 \log[L_{\text{2-10 keV}}], \quad (\text{G.4})$$

con  $\dot{M}$  y  $L_{\text{2-10 keV}}$  en unidades de  $M_{\odot}$  año $^{-1}$  y  $10^{44}$  erg s $^{-1}$ , respectivamente.

Por otro lado, Ebeling et al. (1997) han mostrado que la función de luminosidad en rayos X (banda de 2–10 keV) para los cúmulos de galaxias queda bien representada por una función de Schechter (1976) (ver Eq. 1.1) de la forma

$$\phi(L_X) dL_X = A \exp[-L_X/L_X^*] L_X^{-\alpha} dL_X \quad (\text{G.5})$$

siendo  $\phi(L_X)$  el número de cúmulos de galaxias por unidad de volumen y con luminosidades comprendidas entre  $L_X$  y  $L_X + dL_X$ ,  $A = 2.35 \times 10^{-7}$  Mpc $^{-3}$  ( $10^{44}$  erg s $^{-1}$ ) $^{\alpha-1}$ ,  $L_X^* = 12.6 \times 10^{44}$  erg s $^{-1}$  y  $\alpha = 1.54$  (empleando  $H_0 = 50$  km s $^{-1}$  Mpc $^{-1}$  y  $q_0 = 0.5$ ).

Podemos estimar el ritmo de deposición total por unidad de volumen,  $\dot{\mu}$  en unidades de  $M_{\odot}$  año $^{-1}$  Mpc $^{-3}$ , integrando la función de luminosidad anterior multiplicada por la relación dada en la Eq. G.4, es decir

$$\dot{\mu} = \int_{L_{X\min}}^{L_{X\max}} \phi(L_X) \dot{M}(L_X) dL_X = 10^{1.78} A [L_X^*]^{1.69-\alpha} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-t} t^{0.69-\alpha} dt, \quad (\text{G.6})$$

donde  $t \equiv L_X/L_X^*$ . Para  $L_{X\min} = 0$  y  $L_{X\max} = \infty$ , la última integral es  $\Gamma(1.69 - \alpha)$ , con lo que obtenemos  $\dot{\mu} \approx 1.3 \times 10^{-4}$   $M_{\odot}$  año $^{-1}$  Mpc $^{-3}$  (el utilizar para  $L_{X\min}$  y  $L_{X\max}$  los valores mínimo y máximo exhibidos por los datos en la Fig. G.1 tan solo reduce el valor de la integral por un factor  $\sim 2$ ). El resultado obtenido coincide, en

---

mediante (ver por ejemplo Islam 1993)

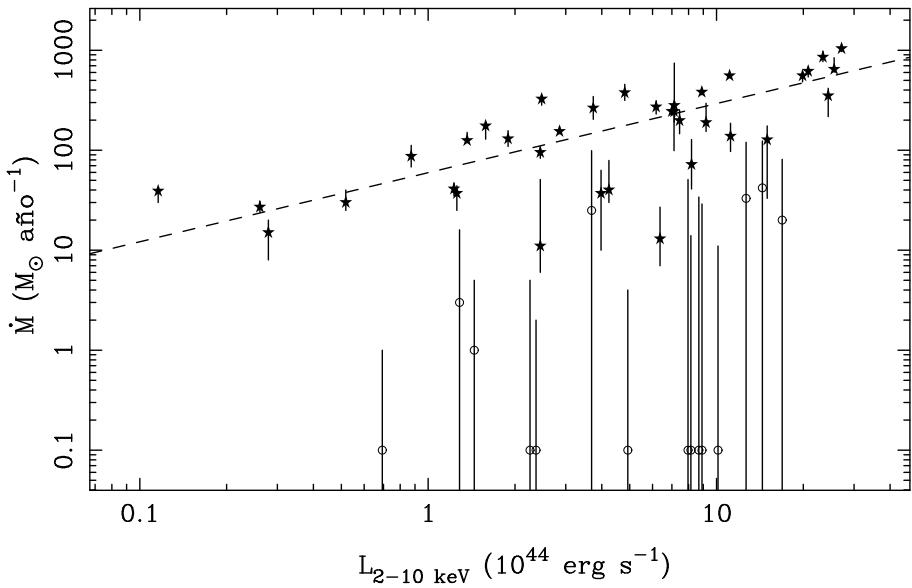
$$l = \frac{1}{c^2} \frac{LH_0^2}{4\pi z^2} [1 + (q_0 - 1)z + \dots]. \quad (\text{G.1})$$

Por tanto, las luminosidades derivadas utilizando dos cosmologías diferentes se relacionan mediante

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{H_{0_2}^2}{H_{0_1}^2} \frac{1 + (q_{0_2} - 1)z + \dots}{1 + (q_{0_1} - 1)z + \dots}. \quad (\text{G.2})$$

En nuestro caso  $H_{0_1} = H_{0_2} = 50$  km s $^{-1}$  Mpc $^{-1}$ ,  $q_{0_1} = 0$  y  $q_{0_2} = 0.5$ , por lo que la expresión anterior se reduce a

$$L_2 = L_1 \frac{1 - z}{1 - 0.5 z}. \quad (\text{G.3})$$



**Figura G.1** Relación entre el ritmo de deposición de masa y la luminosidad en rayos X en la banda comprendida entre 2 y 10 keV —esta figura es similar a la Fig. 2 de Peres et al. (1998)—. Los círculos vacíos corresponden a cúmulos con valores del ritmo de deposición de masa consistentes con cero (dentro de las barras de error). Los cúmulos con valores de  $\dot{M} = 0 M_\odot \text{ año}^{-1}$  se muestran con un valor de 0.1 para incluirlos en la gráfica. La línea de trazos es el ajuste a una recta por mínimos cuadrados (pesando con errores) a los datos de los cúmulos con valores de  $\dot{M} > 0 M_\odot \text{ año}^{-1}$  por encima del percentil 10 (extremo inferior de las barras de error).

orden de magnitud, con el estimado por Edge, Stewart y Fabian (1992) a partir de una muestra de cúmulos de galaxias observados con EXOSAT.

Si se define  $f_{\dot{M}}$  como la fracción del ritmo de deposición de masa que es depositada en las regiones centrales de las CCGs, y  $\varepsilon$  como la eficacia de la transformación de gas en estrellas, podemos escribir que, para el universo local, se verifica

$$\frac{\rho_{\text{SFR(cooling flow)}}}{\rho_{\text{SFR(H}\alpha)}} = \frac{\dot{M} f_{\dot{M}} \varepsilon}{\rho_{\text{SFR(H}\alpha)}} \approx \frac{1.3 \times 10^{-4} f_{\dot{M}} \varepsilon}{1.3 \times 10^{-2}} = 0.01 f_{\dot{M}} \varepsilon. \quad (\text{G.7})$$

Por tanto, incluso asumiendo  $\varepsilon = 1$ , recordando que la relación dada en la Eq. G.4 ignora la contribución de cúmulos con  $\dot{M} = 0 M_\odot \text{ año}^{-1}$ , y teniendo en cuenta que hemos extrapolado el ajuste de la Fig. G.1 desde 1 hasta  $\infty$ , la tasa de formación estelar a partir de un *cooling flow* es  $\lesssim 1\%$  del ritmo de formación estelar en el universo local. Además, considerando que un valor apropiado de  $f_{\dot{M}}$  parece ser  $\sim 0.1$  (ver discusión en capítulo 6), la estimación anterior disminuye en un orden de magnitud.

Como conclusión de este análisis, queda establecido que el impacto de la formación estelar en CCGs inmersas en cúmulos con *cooling flow* es, en el universo presente, pequeña ( $\lesssim 0.1\%$ ). Sin embargo, es importante señalar que, utilizando la luminosidad en [O II]  $\lambda 3727$  en galaxias de cúmulo y de campo, Balogh et al. (1998) han encontrado que la tasa de formación estelar promedio para galaxias de cúmulo más brillantes que  $M_r = -19.0$  mag varía entre  $0.68 \pm 0.08 M_\odot/\text{año}$  (para galaxias situadas a 3–4 Mpc del centro del cúmulo) y  $0.00 \pm 0.04 M_\odot/\text{año}$  (en el centro de los cúmulos, salvo las CCGs), mientras que este valor es  $1.56 \pm 0.04 M_\odot/\text{año}$  para galaxias de campo. Estos números indican que, aunque el impacto de los *cooling flows* en la historia de las formación estelar del universo local es pequeña (debido al reducido número de CCGs comparado con el número total de galaxias), las CCGs están albergando importantes episodios de formación de estrellas ( $\sim 1\text{--}100 M_\odot/\text{año}$ ) en comparación con las galaxias normales.

# Bibliografía

- Aarseth S.J., Binney J., 1978, MNRAS, 185, 227
- Abell G.O., 1958, ApJS, 3, 211
- Abraham R.G., Smecker-Hane T.A., Hutchings J.B., Carlberg R.G., Yee H.K.C., Ellingson E., Morris S., Oke J.B., Rigler M., 1996, ApJ, 471, 694
- Albert C.E., White R.A., Morgan W.W., 1977, ApJ, 211, 309
- Allen S.W., 1995, MNRAS, 276, 947
- Allen S.W., Fabian A.C., 1997a, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 1
- Allen S.W., Fabian A.C., 1997b, MNRAS, 286, 583
- Allen S.W., Fabian A.C., Johnstone R.M., White D.A., Daines S.J., Edge A.C., Stewart G.C., 1993, MNRAS, 262, 901
- Allen S.W., Fabian A.C., Edge A.C., Böhringer H., White D.A., 1995, MNRAS, 275, 741
- Allen S.W., Fabian A.C., Kneib J.P., 1996, MNRAS, 279, 615
- Allen S.W., Fabian A.C., Edge A.C., Bautz M.W., Furuzawa A., Tawara Y., 1996, MNRAS, 283, 263
- Alonso A., Arribas S., Martínez-Roger C., 1996, A&AS, 117, 227
- Aragón A., Gorgas J., Rego M., 1987, A&A, 185, 97
- Aragón-Salamanca A., Baugh C.M., Kauffmann G., 1998, MNRAS, 297, 427
- Arimoto N., Yoshii Y., 1986, A&A, 164, 260
- Arimoto N., Yoshii Y., 1987, A&A, 173, 23
- Arnaud K.A., 1988, en Cooling Flows in Galaxies and Clusters, ed. Fabian A.C., Dordrecht, p. 31
- Baade W., Minkowski R., 1954, ApJ, 119, 215

- Balogh M.L., Schade D., Morris S.L., Yee H.K.C., Carlberg R.G., Ellingson E., 1998, ApJ, 504, L75
- Barbaro G., Poggianti B.M, 1997, A&A, 324, 490
- Baum S.A., 1992a, en Clusters and Superclusters of Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 171
- Baum S.A., 1992b, PASP, 104, 848
- Bautz M.P., Morgan W.W., 1970, ApJ, 162, L149
- Beers T.C., Geller M.J., 1983, ApJ, 274, 491
- Belloni P., Bruzual A.G., Thimm G.J., Roser H.-J., 1995, A&A, 297, 61
- Bender R., Burstein D., Faber S.M., 1993, ApJ, 411, 153
- Bender R., Ziegler B., Bruzual G., 1996, ApJ, 463, L51
- Bertola F., Gregg M.D., Gunn J.E., Oemler A., 1986, ApJ, 303, 624
- Bertschinger E., Meiksin A., 1986, ApJ, 306, L1
- Bica E., Alloin D., Schmidt A.A., 1990, A&A, 228, 33
- Binggeli B., 1982, A&A, 107, 338
- Binney J., Tabor G., 1995, MNRAS, 276, 663
- Böhringer H., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 11
- Bradt H., Mayer W., Narayan S., Rappaport S., Spuda G., 1967, ApJ, 161, L1
- Braine J., Wyrowski F., Radford S.J.E., Henkel C., Lesch H., 1995, A&A, 293, 315
- Bregman J.N., 1992, en Clusters and Superclusters of Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 119
- Bregman J.N., David L.P., 1988, ApJ, 326, 639
- Bremer M.N., Fabian A.C., Crawford C.S., 1997, MNRAS, 284, 213
- Bressan A., Chiosi C., Tantalo R., 1996, A&A, 311, 425
- Brodie J.P., Hanes D.A., 1986, ApJ, 300, 258
- Brodie J.P., Huchra J.P., 1990, ApJ, 362, 503
- Bruzual A.G., 1983, ApJ, 273, 105
- Bruzual A.G., Charlot S., 1993, ApJ, 405, 538

- Bruzual A.G., Charlot S., 1996, ApJ, en preparación
- Bruzual A.G., Charlot S., 1999, ApJ, en preparación
- Burbidge M., Burbidge G., 1965, ApJ, 142, 1351
- Burbidge M., Burbidge G., Sandage A., 1963, Rev. Mod. Phys., 35, 947
- Burns J.O., 1990, AJ, 99, 14
- Burns J.O., Loken C., Gómez P., Rizza E., Bliton M., Ledlow M., Owen F.N., en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. Vol 115, p. 21
- Burstein D., 1985, PASP, 97, 89
- Burstein D., Heiles C., 1982, AJ, 87, 1165
- Burstein D., Faber S.M., Gaskell C.M., Krumm N., 1984, ApJ, 287, 586
- Burstein D., Faber S.M., González J.J., 1986, AJ, 91, 1130
- Byram E.T., Chubb T.A., Friedman H., 1966, Science, 152, 66
- Calzetti D., 1997, en The Ultraviolet Universe at Low and High Redshift: Probing the Progress of Galaxy Evolution, ed. Waller W.H., New York, American Institute of Physics. AIP Conference Proceedings, v. 408., p. 403
- Canizares C.R., Clark G.W., Markert T.H., Berg C., Smedira M., Gardas D., Schnopper H., Kalata K., 1979, ApJ, 234, L33
- Canizares C.R., Clark G.W., Jernigan J.G., Markert T.H., 1982, ApJ, 262, 33
- Canizares C.R., Markert T.H., Donahue M.E., 1988, en Cooling Flows in Clusters and Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 63
- Canizares C.R., Markert T.H., Markoff S., Hughes J.P., 1993, ApJ, 405, L17
- Carbon D.F., Langer G.E., Butler D., Kraft R.P., Suntzeff N.B., Kemper E., Trefzger C.F., Romanishin W., 1982, ApJS, 49, 207
- Cardiel N., Gorgas J., Aragón-Salamanca A., 1995, MNRAS, 277, 502
- Cardiel N., Gorgas J., Aragón-Salamanca A., 1998, MNRAS, 298, 977
- Carollo C.M., Danziger I.J., 1994, MNRAS, 270, 523
- Carollo C.M., Danziger I.J., Buson L., 1993, MNRAS, 265, 553
- Carter D., Metcalfe N., 1980, MNRAS, 191, 325
- Carter D., Bridges T.J., Hau G.K.T., preprint, astro-ph/9903030

- Cavaliere A., Gursky H., Tucker W.H., 1971, Nature, 231, 437
- Cayrel de Strobel G., Soubiran C., Friel E.D., Ralite N.F., 1997, A&AS, 124, 299
- Chandrasekar S., 1942, en Principles of Stellar Dynamics, University of Chicago, p. 231
- Charlot S., Bruzual A.G., 1991, ApJ, 367, 126
- Charlot S., Silk J., 1994, ApJ, 432, 453
- Charlot S., Ferrari F., Mathews G.J., Silk J., 1993, ApJ, 419, L57
- Cowie L.L., Binney J., 1977, ApJ, 215, 723
- Cowie L.L., Hu E.M., Jenkins E.B., York D.G., 1983, ApJ, 272, 29
- Crawford C.S., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. Vol. 115, p. 38
- Crawford C.S., Fabian A.C., 1993, MNRAS, 265, 431
- Crawford C.S., Allen S.W., Ebeling H., Edge A.C., Fabian A.C., preprint, astro-ph/9903057
- Crawford C.S., Arnaud K.A., Fabian A.C., Johnstone R.M., 1989, MNRAS, 236, 277
- Daines S.J., Fabian A.C., Thomas P.A., 1994, MNRAS, 268, 1060
- David L.P., Slyz A., Jones C., Forman W., Vrtilek S.D., Arnaud K.A., 1993, ApJ, 412, 479
- Davies R.L., 1987, en Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies, IAU Symp. 127, ed. de Zeeuw P.T., Dordrecht, p. 63
- Davies R.L., 1996, en The Star Formation History of Elliptical Galaxies, ed. Buzzoni A., Renzini A., Serrano A., ASP Conf. Ser. 86, Fresh Views of Elliptical Galaxies, p. 175
- Davies R.L., Burstein D., Dressler A., Faber S.M., Lynden-Bell D., Terlevich R., Wegner G., 1987, ApJS, 64, 581
- Davies R.L., Sadler E.M., Peletier R.F., 1993, MNRAS, 262, 650
- Davidge T.J., Clark C.C., 1994, AJ, 107, 946
- Davidge T.J., Grinder M., 1995, AJ, 109, 1433
- de Jong T., Nørgaard-Nielsen H.U., Jørgensen H.E., Hansen L., 1990, A&A, 232, 317
- de Vaucouleurs, G., 1948, Ann. d'Astrophys., 11, 247
- De Young D.S., 1995, ApJ, 446, 521

- De Young D.S., Roberts M.S., Saslaw W.C., 1973, ApJ, 185, 809
- Díaz A.I., Terlevich E., Terlevich R., 1989, MNRAS, 239, 325
- Donahue M., Voit G.M., 1993, ApJ, 414, L17
- Donahue M., Voit G.M., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 48
- Dressler A., 1978a, ApJ, 222, 23
- Dressler A., 1978b, ApJ, 226, 55
- Dressler A., 1979, ApJ, 231, 659
- Dressler A., 1981, ApJ, 243, 26
- Dressler A., 1987, en Nearly Normal Galaxies: From the Planck Time to the Present, ed. Faber S.M. (New York: Springer-Verlag), p. 276
- Dressler A., Gunn J.E., 1990, en Evolution of the Universe of Galaxies, ed. Kron R.G., ASP Conf. Ser., 10, 200
- Dressler A., Shectman S.A., 1987, AJ, 94, 899
- Dressler A., Lynden-Bell D., Burstein D., et al. , 1987, ApJ, 313, 42
- Dyck H.M., Benson J., van Belle G.T., Ridgway S.T., 1996, AJ, 111, 1705
- Ebeling H., Edge A.C., Fabian A.C., Allen S.W., Crawford C.S., Böhringer H., 1997, ApJ, 479, L101
- Edge A.C., Stewart G.C., Fabian A.C., 1992, MNRAS, 258, 177
- Efstathiou G., Gorgas J., 1985, MNRAS, 215, 37P
- Faber S.M., 1973, ApJ, 179, 731
- Faber S.M., 1977, en The Evolution of Galaxies and Stellar Populations, eds. Tinsley B.M., Larson R.B., Yale University Observatory, New Haven, p. 157
- Faber S.M., Burstein D., Dressler A., 1977, AJ, 82, 941
- Faber S.M., Friel E.D., Burstein D., Gaskell C.M., 1985, ApJS, 57, 711
- Fabian A.C., 1994, ARA&A, 32, 277
- Fabian A.C., Nulsen P.E.J., 1977, MNRAS, 180, 479
- Fabian A.C., Pringle J.E., Rees M.J., 1976, Nature, 263, 301
- Fabian A.C., Zarnecki J.E., Culhane J.L., Hawkins F.H., Peacock A., Pounds K.A., Parkinson J.H., 1974, ApJ, 189, L59

- Fabian A.C., Nulsen P.E.J., Canizares C.R., 1982, MNRAS, 201, 933
- Fabian A.C., Nulsen P.E.J., Canizares C.R., 1984, Nature, 310, 733
- Fabian A.C., Arnaud K.A., Nulsen P.E.J., Watson M.G., Stewart G.C., McHardy I., Smith A., Cooke B., Elvis M., Mushotzky R.F., 1985, MNRAS, 216, 923
- Fabian A.C., Nulsen P.E.J., Canizares C.R., 1991, A&AR, 2, 191
- Fabian A.C., Arnaud K.A., Bautz M.W., Tawara Y., 1994, ApJ, 436, L63
- Fabian A.C., Canizares C.R., Böhringer H., 1994, ApJ, 425, 40
- Fabian A.C., Johnstone R.M., Daines S.J., 1994, MNRAS, 271, 737
- Fabian A.C., Arnaud K.A., Bautz M.W., Tawara Y., 1994, ApJ, 436, L63
- Falcke H., Rieke M.J., Rieke G.H., Simpson C., Wilson A.S., 1998, ApJ, 494, L155
- Felten J.E., Morrison P., 1966, ApJ, 146, 686
- Felten J.E., Gould R.J., Stein W.A., Woolf N.J., 1966, ApJ, 146, 955
- Ferland G.J., Fabian A.C., Johnstone R.M., 1994, MNRAS, 266, 399
- Fisher D., Franx M., Illingworth G., 1995, ApJ, 448, 119
- Ford J.C., Butcher H., 1979, , ApJS, 41, 147
- Forman W., Jones C., 1982, ARA&A, 20, 547
- Forman W., Jones C., Cominsky L., Julien P., Murray S., Peters G., Tananbaum H., Giacconi R., 1978, ApJS, 38, 357
- Friaça A.C.S., Jafelice L.C., 1999, MNRAS, 302, 491
- Friel E.D., 1989, PASP, 101, 244
- Friel E.D., Janes K.A., 1993, A&A, 267, 75
- Fritz G., Davidsen A., Meekins J.F., Friedman H., 1971, ApJ, 164, L81
- Fukazawa Y., Ohashi T., Fabian A.C., Canizares C.R., Ikebe Y., Makishima K., Mushotzky R.F., Yamashita K., 1994, PASJ, 46, L55
- Gallagher J.S., Ostriker J.P., 1972, ApJ, 77, 288
- Gallego J., Zamorano J., Aragón-Salamanca A., Rego M., 1995, ApJ, 455, L1
- García-Vargas M.L., Mollá M., Bressan A., 1998, A&A, 130, 513
- Ge J.P., 1991, Tesis Doctoral, New Mexico Institute of Mining and Technology

- Geisler D., 1984, PASP, 96, 723
- Giacconi R., Gursky H., Paolini F., Rossi B., 1962, Phys. Rev. Lett., 9, 439
- Giacconi R., Murray S., Gursky H., Kellogg E., Schreier E., Tananbaum H., 1972, ApJ, 178, 281
- Giacconi R., Murray S., Gursky H., Kellogg E., Schreier E., Matilsky T., Koch D., Tananbaum H., 1974, ApJS, 27, 37
- Gies D.R., Lambert D.L., 1992, ApJ, 387, 673
- Gilliland R.L., 1992, en Details of Noise Sources and Reduction Processes, ed. Howell S.B., ASP Conf. Ser. 23, Astronomical CCD Observing and Reduction Techniques, p. 68
- Godon P., Soker N., White III R.E., Regev O., 1994, AJ, 108, 2009
- González J.J., 1993, Tesis Doctoral, University of California, Santa Cruz
- González J.J., Gorgas J., 1995, en Fresh Views of Elliptical Galaxies, eds. Buzzoni A., Renzini A., Serrano A., ASP Conf. Ser. Vol. 86, p. 225
- González J.J., Gorgas J., 1999, en preparación
- Gorgas J., 1987, Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid
- Gorgas J., Efstathiou G., Aragón-Salamanca A., 1990, MNRAS, 245, 217
- Gorgas J., Faber S.M., Burstein D., González J.J., Courteau S., Prosser C., 1993, ApJS, 86, 153
- Goudfrooij P., Emsellem E., 1996, A&A, 306, L45
- Gratton R.G., Carretta E., Castelli F., 1996, A&A, 314, 191
- Gregg M.D., 1994, AJ, 108, 2164
- Guiderdoni B., Rocca-Volmerange B., 1987, A&A, 186, 1
- Gunn J.E., Oke J.B., 1975, ApJ, 195, 255
- Gunn J.E., Tinsley B.M., 1976, ApJ, 210, 1
- Gunn J.E., Ostriker J.L., Tinsley B.M., 1981, ApJ, 249, 48
- Gursky H., Kellogg E., Leong C., Tananbaum H., Giacconi R., 1971a, ApJ, 165, L43
- Gursky H., Kellogg E., Murray S., Leong C., Tananbaum H., Giacconi R., 1971b, ApJ, 167, L81
- Hamilton D., 1985, ApJ, 297, 371

- Hammer F., Flores H., Lilly S.J., Crampton D., Le Fevre O., Rola C., Mallen-Ornellas G., Schade D., Tresse L., 1997, ApJ, 481, 49
- Hansen L., Jorgensen H.E., Norgaard-Nielsen H.U., 1995, A&A, 297, 13
- Hausman M. A., Ostriker J.P., 1978, ApJ, 224, 320
- Heckman T.M., 1981, ApJ, 250, L59
- Heckman T.M., Baum S., van Breugel W., McCarthy P., 1989, ApJ, 338, 48
- Hesser J.E., Shawl S.J., Meyer J.E., 1986, PASP, 98, 403
- Hoessel J.G., 1980, ApJ, 241, 493
- Hoessel J.G., Gunn J.E., Thuan T.X., 1980, ApJ, 241, 486
- Hoffleit D., 1982, The Bright Star Catalog, Yale University Observatory, New Haven, CT
- Holtzman J.A. et al. , 1992, AJ, 103, 691
- Hu E.M., 1988, en Cooling Flows in Cluster and Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 73
- Hu E.M., 1992, ApJ, 391, 608
- Hu E.M., Cowie L.L., Kaaret P., Jenkins E.B., York D.B., Roesler F.L., 1983, ApJ, 275, L27
- Hu E.M., Cowie L.L., Wang Z., 1985, ApJS, 59, 447
- Huchra J.P., Brodie J.P., Caldwell N., Christian C., Shommer R., 1996, ApJS, 102, 29
- Irwin J.A., Sarazin C.L., 1995, ApJ, 455, 497
- Islam J.N., 1993, en An introduction to mathematical cosmology, Cambridge University Press, p. 64
- Jaffe W., 1992, en Clusters and Superclusters of Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 109
- Jaffe W., Bremer M.N., 1997, MNRAS, 284, L1
- Jenner D.C., 1974, ApJ, 191, 55
- Johnson H.L., 1966, ARA&A, 4, 193
- Johnstone R.M., Fabian A.C., Nulsen P.E.J., 1987, MNRAS, 224, 75
- Johnstone R.M., Fabian A.C., Edge A.C., Thomas P.A., 1992, MNRAS, 255, 431
- Jones C., Forman W., 1984, ApJ, 276, 38
- Jones C., Forman W., 1992, en Clusters and Superclusters of Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 49

- Jones C., Forman W., David L., Churazov E., Gilfanov M., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 82
- Jones L.A., Worthey G., 1995, ApJ, 446, L31
- Katz J.I., 1976, ApJ, 207, 25
- Kellogg E.M., 1973, en X- and Gamma-Ray Astronomy, eds. Bradt H., Giacconi R., Dordrecht, p. 171
- Kellogg E.M., 1974, en X-Ray Astronomy, eds. Giacconi R., Gursky H., Dordrecht, p. 321
- Kellogg E.M., 1975, ApJ, 197, 689
- Kim K.-T., Kronberg P.P., Dewdney P.E., Landecker T.L., 1990, ApJ, 355, 29
- Kim K.-T., Tribble P.C., Kronberg P.P., 1991, ApJ, 379, 80
- Kimble R.A., Davidsen A.F., Sandage A.R., 1989, Ap&SS, 157, 237
- King D.L., 1985, en RGO/La Palma Technical Notes, Número 31
- Kriss G.A., Canizares C.R., McClintock J.E., Feigelson E.D., 1980, ApJ, 235, L61
- Kriss G.A., Canizares C.R., McClintock J.E., Feigelson E.D., 1981, ApJ, 245, L51
- Kriss G.A., Cioffi D.F., Canizares C.R., 1983, ApJ, 272, 439
- Kristian J., Sandage A., Westphal J.A., 1978, ApJ, 221, 383
- Kroupa P., Gilmore G., 1994, MNRAS, 269, 655
- Lachièze-Rey M., Vigroux L., Souviron J., 1985, A&A, 150, 62
- Lang K.R., 1974, Astrophysical Formulae, Springer-Verlag, New York, p. 175
- Laor A., 1997a, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 92
- Laor A., 1997b, ApJ, 483, L103
- Laurikainen E., Jaakkola T., 1985, Ap&SS, 109, 111
- Lea S.M., Silk J., Kellogg E., Murray S., 1973, ApJ, 184, L105
- Leir A.A., van den Berg S., 1977, ApJS, 34, 381
- Lejeune T., Cuisinier F., Buser R., 1997, A&AS, 125, 229
- Lejeune T., Cuisinier F., Buser R., 1998, A&AS, 130, 65
- Loewenstein M., Fabian A.C., 1990, MNRAS, 242, 120

- Loken C., Burns J.O., Norman M.L., Clarke D.A., 1993, ApJ, 417, 515
- Longhetti M., Rampazzo R., Bressan A., Chiosi C, 1998, A&AS, 130, 251
- Lucey J.R., Guzmán R., Steel J., Carter D., 1997, MNRAS, 287, 899
- Lynden-Bell D., 1967, MNRAS, 136, 101
- Malumuth E.M., Kirshner R.P., 1981, ApJ, 251, 508
- Marsakov V.A., Shevelev Yu.G., 1995, Bull. Inf. CDS 47, 13
- Massey P., Strobel K., Barnes J.V., Anderson E., 1988, ApJ, 328, 315
- Mathews T.A., Morgan W.W., Schmidt M., 1964, ApJ, 140, 35
- Mathews W.G., Bregman J.N., 1978, ApJ, 244, 308
- Maury A.C., 1897, Harvard Annals, 28, part I, 5
- McClure R.D., van den Bergh S., 1968, AJ, 73, 313
- McNamara B.R., 1995, ApJ, 443, 77
- McNamara B.R., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP. Conf. Ser. 115, p. 109
- McNamara B.R., O'Connell R.W., 1989, AJ, 98, 2018
- McNamara B.R., O'Connell R.W., 1992, ApJ, 393, 579
- McNamara B.R., O'Connell R.W., 1993, AJ, 105, 417
- McNamara B.R., Wise M., Sarazin C.L., Jannuzi B.T., Elston R., 1996a, ApJ, 466, L9
- McNamara B.R., Jannuzi B.T., Elston R., Sarazin C.L., Wise M., 1996b, ApJ, 469, 66
- McNamara B.R., Jannuzi B.T., Sarazin C.L., Elston R., Wise M., preprint, astro-ph/9810465
- Meekins J.F., Gilbert F., Chubb T.A., Friedman H., Henry R.C., 1971, Nature, 231, 107
- Melnick J., Gopal-Krishna, Terlevich R., 1997, A&A, 318, 337
- Merritt D., 1983, ApJ, 264, 24
- Merritt D., 1984, ApJ, 276, 26
- Merritt D., 1985, ApJ, 289, 18
- Merritt D., 1987, ApJ, 313, 121
- Miller L., 1986, MNRAS, 220, 713

- Minkowski R., 1957, en Radio Astronomy, ed. van der Hulst H.C., IAU Symp. 4, Cambridge University Press, Cambridge, p. 107
- Minniti D., 1995, A&AS, 113, 299
- Miralda-Escudé J., 1995, ApJ, 438, 514
- Mitchell R.J., Charles P.A., Culhane J.L., Davison P.J.N., Fabian A.C., 1975, ApJ, 200, L5
- Mitchell R.J., Culhane J.L., Davidson P.J., Ives J.C., 1976, MNRAS, 176, 29
- Mitchell R.J., Dickens R.J., Bell Burnell S.J., Culhane J.L., 1979, MNRAS, 189, 329P
- Miyaji T., et al. , 1993, ApJ, 419, 66
- Moore C.E., Minnaert M.G., Houtgast J., 1966, The solar spectrum 2935 Å to 8770 Å, National Bureau of Standards Monograph, Washington
- Morgan W.W., 1958, PASP, 70, 364
- Morgan W.W., 1959, AJ, 64, 432
- Morgan W.W., Lesh J., 1965, ApJ, 142, 1364
- Morgan W.W., Kayser S., White R.A., 1975, ApJ, 199, 545
- Mould J.R., Oke J.B., de Zeeuw P.T., Nemec J.M., 1990, AJ, 99, 1823
- Munn J.A., 1992, ApJ, 399, 444
- Mushotzky R.F., 1990, en After the First 3 Minutes, eds. Holt S., Bennett C., Trimble V., p. 395
- Mushotzky R.F., 1993, en The Environment and Evolution of Galaxies, eds. Shull J.M., Thronson Jr., Kluwer, p. 383
- Mushotzky R.F., Szymkowiak A.E., 1988, en Cooling Flows in Clusters and Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 53
- Mushotzky R.F., Serlemitsos P.J., Smith B.W., Boldt E.A., Holt S.S., 1978, ApJ, 225, 21
- Neumann D.M., Böhringer H., 1995, A&A, 301, 865
- Nørgaard-Nielsen H.U., Hansen L., Jørgensen H.E., 1990, A&A, 240, 70
- O'Connell R.W., McNamara B.R., 1989, AJ, 98, 180
- O'Dea C.P., Baum S.A., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 147
- O'Dea C.P., Baum S.A., Maloney P.R., Tacconi L.J., Sparks W.B., 1994, ApJ, 422, 467

- Oemler A.Jr., 1974, ApJ, 194, 1
- Oemler A.Jr., 1976, ApJ, 209, 693
- Oke J.B., 1990, AJ, 99, 1621
- Ostriker J.P., Hausman M.A., 1977, ApJ, 217, L125
- Ostriker J.P., Tremaine S.D., 1975, ApJ, 202, L113
- Owen F.N., Eilek J.A., 1998, ApJ, 493, 73
- Peletier R.F., 1989, Tesis Doctoral, Universidad de Groningen
- Peletier R.F., 1999, en The Evolution of Galaxies on Cosmological Timescales, ASP Conference Series, eds. Beckman J.E. y Mahoney T.J., en prensa
- Peres C.B., Fabian A.C., Edge A.C., Allen S.W., Johnstone R.M., White D.A., 1998, MNRAS, 298, 416
- Pickles A.J., 1985, ApJS, 59, 33
- Pickles A.J., 1998, PASP, 110, 863
- Poggianti B.M., Barbaro G., 1997, A&A, 325, 1025
- Ponder J.M., Burstein D., O'Connell R.W., Rose J.A., Frogel J.A., Wu C., Crenshaw D.M., Rieke M.J., Tripicco M., 1998, AJ, 116, 2297
- Puy D., Grenacher L., Jetzer P., preprint, astro-ph/9902285
- Quintana H., Lawrie D.G., 1982, AJ, 87, 1
- Rakos K.D., Schombert J.M., Kreidl T.J., 1991, ApJ, 377, 382
- Rich R.M., 1988, AJ, 95, 828
- Richstone D.O., 1975, ApJ, 200, 535
- Richstone D.O., 1976, ApJ, 204, 642
- Ridgway S.T., Joyce R.R., White N.M., Wing R.F., 1980, ApJ, 235, 126
- Romanishin W., 1986, ApJ, 301, 675
- Romanishin W., 1987, ApJ, 323, L113
- Romanishin W., Hintzen P., 1988, ApJ, 324, L17
- Rose J.A., 1984, AJ, 89, 1238
- Rose J.A., 1994, AJ, 107, 206

- Rubin V.C., Ford W.K., Peterson C.J., Oort J.H., 1977, ApJ, 211, 693
- Salpeter E.E., 1955, ApJ, 121, 161
- Sandage A., 1976, ApJ, 205, 6
- Sarazin C.L., 1986, Reviews of Modern Physics, 58, 1
- Sarazin C.L., 1988, en Cooling Flows in Clusters and Galaxies, ed. Fabian A.C., Kluwer, p. 1
- Sarazin C.L., 1997a, en Workshop on High Throughput X-ray Spectroscopy, eds. Sullivan P., Tananbaum H., en prensa
- Sarazin C.L., 1997b, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Series Vol. 115, p. 172
- Sarazin C.L., O'Connell R.W., 1983, ApJ, 268, 552
- Sarazin C.L., Burns J.O., Roettiger K., McNamara B.R., 1995, ApJ, 447, 559
- Sastry G.N., 1968, PASP, 80, 252
- Savage B.D., Mathis J.S., 1979, ARA&A, 17, 73
- Scalo J.M., 1986, Fund. Cosmic Phys., 11, 1
- Schechter P., 1976, ApJ, 203, 297
- Schneider D.P., Gunn J.E., Hoessel J.G., 1983, ApJ, 268, 476
- Schombert J.M., 1986, ApJS, 60, 603
- Schombert J.M., 1987, ApJS, 64, 643
- Schreier E., Gorenstein P., Feigelson E., 1982, ApJ, 261, 42
- Schwarz R.A., Edge A.C., Voges W., Böhringer H., Ebeling H., Briel U.G., 1991, A&A, 256, L11
- Schwartz D.A., Davis M., Doxsey R.E., Griffiths R.E., Huchra J., Johnston M.D., Mushotzky R.F., Swank J., Tonry J., 1980, ApJ, 238, L53
- Schwartz D.A., Schwarz J., Tucker W., 1980, ApJ, 238, L59
- Schweizer F., Seitzer P., Faber S.M., et al. , 1990, ApJ, 364, L33
- Shields J.C., Filippenko A.V., 1990, ApJ, 353, L7
- Silk J., 1976, ApJ, 208, 646
- Silk J., Djorgovski G., Wyse R.F.G., Bruzual G.A., 1986, ApJ, 307, 415

- Smith S., 1936, ApJ, 83, 23
- Smith G.H., Shetrone D., Briley M.M., Churchill C.W., Bell R.A., 1997, PASP, 109, 236
- Soker N., Sarazin C.L., 1988, ApJ, 327, 66
- Soker N., Sarazin C.L., 1990, ApJ, 348, 73
- Songaila A., Cowie L.L., Hu E.M., Gardner J.P., 1994, ApJS, 94, 461
- Soubiran C., Katz D., Cayrel R., 1998, A&AS, 133, 221
- Sparks W.B., 1992, ApJ, 399, 66
- Sparks W.B., 1997, en Galactic and Cluster Cooling Flows, ed. Soker N., ASP Conf. Ser. 115, p. 192
- Sparks W.B., Macchetto F., Golombek D., 1989, ApJ, 345, 153
- Spinrad H., 1980, en IAU Symp. 92, Objects at High Redshift, ed. Abell G.O. y Peebles P.J.E., Dordrecht: Reidel, p. 39
- Spinrad H., 1986, PASP, 98, 269
- Stauffer J., Spinrad H., 1980, ApJ, 235, 347
- Stewart G.C., Canizares C.R., Fabian A.C., Nulsen P.E.J., 1984, ApJ, 278, 536
- Straizys V., Sviderskiene Z., 1972, Bull. Vilnius An. Obs., 35, 1
- Sumi D.M., Norman M.L., Smarr L.L., 1988, en Cooling Flows in Clusters and Galaxies, ed. Fabian A.C., Dordrecht: Kluwer, p. 257
- Tabor G., Binney J., 1993, MNRAS, 263, 323
- Taylor G.B., Barton E., Ge J.P., 1994, AJ, 107, 1942
- Terndrup D.M., Sadler E.M., Rich R.M., 1995, AJ, 110, 1774
- The L.S., White S.D.M., 1986, AJ, 92, 1248
- Thevenin F., 1998, Bull. Inf. CDS 49, en prensa
- Thomas P.A., Fabian A.C., Nulsen P.E.J., 1987, MNRAS, 228, 973
- Thomsen B., Baum W.A., 1987, ApJ, 315, 460
- Thuan T.X., Puschell J.J., 1989, ApJ, 346, 34
- Thuan T.X., Romanishin W., 1981, ApJ, 248, 439
- Tinsley B.M., 1978, ApJ, 222, 14

- Tinsley B.M., Gunn J.E., 1976, ApJ, 203, 52
- Tonry J.L., 1985, AJ, 90, 2431
- Tonry J.L., 1987, en Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies, IAU Symp. 127, ed. de Zeeuw T., Reidel, p. 89
- Trager S.C., 1997, Tesis Doctoral, University of California, Santa Cruz
- Trager S.C., Worthey G., Faber S.M., Burstein D., González J.J., 1998, ApJS, 116, 1
- Tremaine S.D., Richstone D.O., 1977, ApJ, 212, 311
- Trippico M.J., 1989, AJ, 97, 735
- Tucker W., David L.P., 1997, ApJ, 484, 602
- Tucker W., Rosner R., 1983, ApJ, 267, 547
- Turon C., et al. , 1992, The Hipparcos Input Catalogue, ESA SP-1136
- van den Berg S., 1963, AJ, 68, 413
- van den Berg S., Sackmann I.J., 1965, AJ, 70, 353
- Vazdekis A., Arimoto N., 1999, ApJ, enviado
- Vazdekis A., Casuso E., Peletier R.F., Beckman J.E., 1996, ApJS, 106, 307
- Vazdekis A., Peletier R.F., Beckman J.E., Casuso E., 1997, ApJS, 111, 203
- Voit G.M., Donahue M., 1995, ApJ, 452, 164
- Voit G.M., Donahue M., 1997, ApJ, 486, 242
- White D.A., Fabian A.C., Johnstone R.M., Mushotzky R.F., Arnaud K. A., 1991, MNRAS, 252, 72
- White D.A., Fabian A.C., Allen S.W., Edge A.C., Crawford C.S., Johnstone R.M., Stewart G.C., Voges W., 1994, MNRAS, 269, 589
- White D.A., Jones C., Forman W., 1997, MNRAS, 292, 419
- White E.D., Sarazin C.L., 1987a, ApJ, 318, 612
- White E.D., Sarazin C.L., 1987b, ApJ, 318, 621
- White E.D., Sarazin C.L., 1987c, ApJ, 318, 629
- White S.D.M., 1976a, MNRAS, 174, 19
- White S.D.M., 1976b, MNRAS, 177, 717

- Whitford A.E., Rich R.M., 1983, ApJ, 274, 723
- Wildey R.L., Burbidge E.M., Sandage A.R., Burbidge G.R., 1962, ApJ, 135, 94
- Wirth A., Kenyon S.J., Hunter D.A., 1983, ApJ, 269, 102
- Wolf R.A., Bahcall J.N., 1972, ApJ, 176, 559
- Worthey G., 1994, ApJS, 95, 107
- Worthey G., 1998, PASP, 110, 888
- Worthey G., Ottaviani D.L., 1997, ApJS, 111, 377
- Worthey G., Faber S.M., González J.J., 1992, ApJ, 398, 69
- Worthey G., Faber S.M., González J.J., Burstein D., 1994, ApJS, 94, 687
- Zakhozhaj V.A., Shaparenko E.F., 1996, Kinematika Fiz. Nebesn. Tel., 12, part 2, 20
- Zhou X., 1991, A&A, 248, 367
- Zwicky F., 1933, Hel. Phys. Acta, 6, 110
- Zwicky F., Herzog E., Wild P., Karpowicz M., Kowal C.T., 1961–1968, Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies (Caltech, Pasadena), Vols. 1–6