Разписани теми за държавен изпит, приложна математика, ФМИ на СУ, 2017г.

Никола Юруков

31 юли 2017 г.

Съдържание

Задачи са за теми: 1-8 и 10-19

1 Уравнения на права и равнина. Формули за разстояния и ъгли. Криви от втора степен.

Векторни и параметрични (скаларни) уравнения на права и равнина. Общо уравнение на права в равнината. Декартово уравнение. Взаимно положение на две прави. Нормално уравнение на права. Разстояние от точка до права. Ъгъл между прави.

Общо уравнение на равнина. Взаимно положение на две равнини. Нормално уравнение на равнина. Разстояние от точка до равнина.

Уравнение на окръжност. Канонични уравнения на елипса, хипербола и парабола. Фокални свойства на елипса, хипербола и парабола.

2 Алгебрическа затвореност на полето на комплексните числа. Следствия. Формули на Виет.

3 Симетрични оператори в крайномерни евклидови пространства. Основни свойства. Теорема за диагонализация.

Симетричен оператор – определение, матрица спрямо ортонормиран базис. Всички характеристични корени на симетричен оператор са реални числа; всеки два собствени вектора, съответстващи на различни собствени стойности, са ортогонални помежду си; съществува ортонормиран базис на пространството, в който матрицата на симетричен оператор е диагонална. Примерна задача: За даден симетричен оператор да се намерят ортонормиран базис на пространството, в който матрицата му е диагонална, както и самата матрица. Литература: [25]

Нека V е n-мерно евклидово пространство.

Дефиниция 3.1. Симетрична матрица.
Една матрица е симетрична ако $A^T = A$ или $a_{ij} = a_{ji} \forall i, j \in I$

Твърдение 3.2. ***Свойства на симетричните матрици***

1. *Подпространство на симетричните матрици*
2. *Ако $\exists A^{-1} \Rightarrow A^{-1}$ също е симетрична + доказателство*
3. *A и B комутират $\Rightarrow AB$ е симетрична*

Дефиниция 3.3. Нека $\varphi \in HomV$. Симетричен е ако $\forall u, v \in V : (\varphi(u), v) = (u, \varphi(v))$

..Редуцираме твърдението само до базисни вектори.

Твърдение 3.4. *φ е симетричен оператор тогава и само тогава когато A е симетрична матрица.*

Доказателство. Нека $e_1, e_2, ...e_n$ е ортонормиран базис на V, $\varphi \in HomV$ и $A = (a_{ij})$ е матрицата на φ в този базис.

Разпадаме един вектор на компонентните му базисни, после като разгледаме скаларното произведение излиза веднага твърдението. □

Твърдение 3.5. *Характеристичните корени на симетрична матрица са реални числа*

Доказателство. Разглеждат се уравнения за коерните на характеристичния полином и от там се извеждат спрегнатости и реалност. □