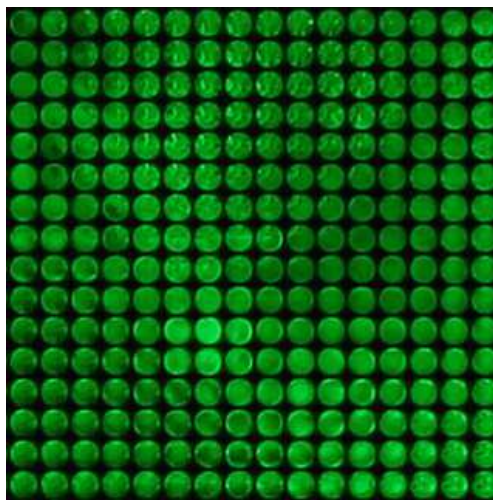


ΑΣΚΗΣΗ 6

Ανίχνευση Ακμών σε Έγχρωμες Εικόνες

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε μερικές εφαρμογές, οι εικόνες στις οποίες πρέπει να ανιχνεύσουμε τις ακμές είναι έγχρωμες αλλά το χρώμα των pixels είναι έντονα συσχετισμένα. Για παράδειγμα η πιο κάτω φωτογραφία έχει ληφθεί από ένα μικροσκόπιο φθορισμού. Στη φωτογραφία αυτή εκτός από το μαύρο διακρίνετε διάφορες αποχρώσεις του πράσινου.



Στη περίπτωση αυτή για να κατασκευάσουμε την grayscale εικόνα αντί να χρησιμοποιήσουμε τον μέσο όρο των χρωμάτων καλύτερα είναι να χρησιμοποιήσουμε μόνο τη πράσινη συνιστώσα. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μία gray scale εικόνα με πολύ μεγαλύτερη διακύμανση (δηλαδή μεγαλύτερη αντίθεση) από αυτή του μέσου όρου. Μια ακόμη καλύτερη τεχνική είναι η εφαρμογή του Karhunen–Loève Μετασχηματισμού (KLT), γνωστού και ως Principal Component Analysis (PCA) στο RGB χώρο, η εξέταση των ιδιοτιμών που προκύπτουν και η χρήση ως gray scale εικόνας της εικόνας της μεγαλύτερης ιδιοτιμής ή το μέσο όρο των δύο εικόνων με τις μεγαλύτερες ιδιοτιμές, όταν αυτές δεν έχουν λόγο μεγαλύτερο από 10. Επαναλαμβάνουμε εδώ τη θεωρία του KLT, ώστε να τον χρησιμοποιήσουμε στην Άσκηση 6.

Δεχθείτε ότι η εικόνα μας έχει N pixels με χρώματα τα τρισδιάστατα διανύσματα στήλης $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_N$. Η μήτρα συνδιασποράς του πληθυσμού αυτού ορίζεται ως

$$C_p = E[(\mathbf{p}_i - E(\mathbf{p}_i))(\mathbf{p}_i - E(\mathbf{p}_i))^T]$$

και υπολογίζεται κατά προσέγγιση με τον μέσο όρο:

$$C_p \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})(\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})^T, \bar{\mathbf{p}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i$$

Αποδεικνύεται ότι η C_p είναι θετικά ορισμένη και συμμετρική οπότε οι τρεις ιδιοτιμές της είναι πραγματικές, και θετικές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα είναι ορθοκανονικά, δηλαδή δημιουργούν ένα νέο τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων. Ας συμβολίσουμε με $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ και $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ τις τρεις ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα (μοναδιαία) ιδιοδιανύσματα. Στο σύστημα συντεταγμένων των διανυσμάτων αυτών τα pixels αποκτούν νέες τιμές, τα διανύσματα τριών διαστάσεων $\mathbf{c}_i, i=1,2,\dots,N$ οι οποίες σχετίζονται με τις \mathbf{p}_i με τη σχέση:

$$\mathbf{c}_i = A \mathbf{p}_i, i=1,2,\dots,N \text{ με } A = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T \\ -\frac{\mathbf{v}_1^T}{\mathbf{v}_2^T} \\ -\frac{\mathbf{v}_1^T}{\mathbf{v}_3^T} \end{bmatrix}$$

Αποδεικνύεται ότι:

1. η συνδιασπορά των διανυσμάτων \mathbf{c}_i δύνεται από τη σχέση:

$$C_c = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

2. Η ακολουθία $\{c_{3i}\} i=1,2,\dots,N$ παρουσιάζει διακύμανση $\sigma_3^2 = \lambda_3$ και είναι η μεγαλύτερη που μπορεί να επιτευχθεί με προβολή των \mathbf{p}_i ως προς οποιαδήποτε διεύθυνση.

Η πιο πάνω διαδικασία αλλαγής των αξόνων στο χώρο ώστε να προκύψουν συντεταγμένες ασυσχέτιστες μεταξύ τους είναι γνωστή ως μετασχηματισμός KLT. Θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική αυτή για να βρούμε μια gray scale εικόνα από μια εικόνα με περιορισμένα χρώματα. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσετε την function “eig” για τον προσδιορισμό των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα συνδιασποράς.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΑΣΚΗΣΗΣ

6A)

Χρησιμοποιείτε τη τεχνική ανίχνευσης ακμών με χωριστό υπολογισμό των ακμών σε κάθε χρώμα και σύντηξη των αποτελεσμάτων για την έγχρωμη εικόνα E1. Υπολογίστε τις ακμές χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Canny.

6B)

Από την εικόνα E2 υπολογίστε τον πίνακα συνδιασποράς των χρωμάτων της και της ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του Πίνακα. Στη συνέχεια να υπολογίσετε τη προβολή των διανυσμάτων χρώματος ως προς το ιδιοδιάνυσμα με τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή και από τις προβολές αυτές να υπολογίσετε εικόνα gray scale και στη συνέχεια τις ακμές της με τεχνική Canny.