

**10.12 3)** Побудувати скорочену ДНФ за допомогою методу Блейка:

$$\begin{aligned}
 & x_1 + \overline{x_1}x_2 + \overline{x_1}\overline{x_2}x_3 + \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4 = \\
 & = x_1 + \overline{x_1}x_2 + \overline{x_1}\overline{x_2}x_3 + \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4 + x_2 + \overline{x_2}x_3 + \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 + \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}\overline{x_3}x_4 = \\
 & = x_1 + x_2 + \overline{x_2}x_3 + \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 + \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}\overline{x_3}x_4 = \\
 & = x_1 + x_2 + \overline{x_2}x_3 + \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 + \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}\overline{x_3}x_4 + x_3 + \overline{x_3}x_4 + x_3 + \overline{x_3}x_4 = \\
 & = x_1 + x_2 + x_3 + \overline{x_3}x_4 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4
 \end{aligned}$$

**10.13 4)** Побудувати скорочену ДНФ методом Нельсона:

$$\begin{aligned}
 & = (x_1 + \overline{x_2})(x_2 + \overline{x_3})(x_3 + \overline{x_4})(x_4 + x_1) = \\
 & \text{Розкриємо дужки та застосуємо поглинання} \\
 & = (x_1 + x_1\overline{x_2} + x_1x_4 + \overline{x_2}x_4)(x_2x_3 + 0 + x_2\overline{x_4} + \overline{x_3}x_4 + x_2\overline{x_4}) = \\
 & x_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x_4} + x_1\overline{x_3}x_4 + x_1x_2\overline{x_4} + 0 + 0 + x_1\overline{x_2}x_3x_4 + x_1x_2x_3x_4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = \\
 & = x_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x_4} + x_1\overline{x_3}x_4
 \end{aligned}$$

**10.14 5)** Задана функція від 3х змінних:  $f(x_1, x_2, x_3) = (1110 \quad 0110)$

Випишемо відповідні кон'юнкти\диз'юнкти у вигляді таблиці:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$	кон'юнкт\диз'юнкт
0	0	0	1	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
0	0	1	1	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$
0	1	0	1	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$
0	1	1	0	$x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
1	0	0	0	$\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1	1	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$
1	1	0	1	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$
1	1	1	0	$\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$

В результаті можемо представити задану функцію у вигляді ДДНФ, виписавши відповідні кон'юнкти:

$$\text{ДДНФ: } (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3})$$

Далі, знайдемо всі тупикові ДНФ за допомогою методу карт Карно:

	$x_1x_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$x_1\bar{x}_2$
$x_3$	0	0	1	1
$\bar{x}_3$	1	1	1	0

	$x_1x_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$x_1\bar{x}_2$
$x_3$	0	0	1	1
$\bar{x}_3$	1	1	1	0

	$x_1x_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$x_1\bar{x}_2$
$x_3$	0	0	1	1
$\bar{x}_3$	1	1	1	0

Тож, ядерні кон'юнкції:  $(\bar{x}_2 \wedge x_3)$ ,  $(x_2 \wedge \bar{x}_3)$ . Отримали 2 тупикові ДНФ:

1.  $(\bar{x}_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2)$
2.  $(\bar{x}_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_3)$

Знайдемо скорочену ДНФ за методом Квайна. Скористуємося спрощеною процедурою пошуку пар для застосування склеювання та поглинання. Випишемо кон'юнкції ДДНФ:

1.000		
2.001	6.0-0(1, 3)	
3.010	7.00-(1, 2)	
4.101	8.-01(2, 4)	
5.110	9.-10(3, 5)	

За законом поглинання, викреслимо кон'юнкції 1-5.

Далі, зведемо отримані кон'юнкції у таблицю за методом Квайна - Мак-Класкі та скористаємося методом Петрика.

	<b>000</b>	<b>001</b>	<b>010</b>	<b>101</b>	<b>110</b>
<b>00-</b>	*	*			
<b>0-0</b>	*		*		
<b>-01</b>		*		*	
<b>-10</b>			*		*

Тож, ядерні кон'юнкції:  $(\bar{x}_2 \wedge x_3)$ ,  $(x_2 \wedge \bar{x}_3)$ .

Викреслимо відповідні рядки та стовбці. Отримаємо спрощену таблицю:

		<b>000</b>	<b>001</b>	<b>010</b>
<b>A</b>	<b>00-</b>	*	*	
<b>B</b>	<b>0-0</b>	*		*

Скоротивши імпліканти, випишемо тупикові ДНФ:

1.  $(\overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$
2.  $(\overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_3})$

Результат співпадає з тупиковими ДНФ, отриманими за методом карт Карно.

**10.14 6)** Задана функція від 3х аргументів:  $f(x_1, x_2, x_3) = (1101 \quad 1011)$

Випишемо відповідні кон'юнкти\диз'юнкти у вигляді таблиці:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$	кон'юнкт\диз'юнкт
0	0	0	1	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
0	0	1	1	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$
0	1	0	0	$x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$
0	1	1	1	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3$
1	0	0	1	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
1	0	1	0	$\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
1	1	0	1	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$
1	1	1	1	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$


В результаті можемо представити задану функцію у вигляді ДДНФ, виписавши відповідні кон'юнкти:

**ДДНФ:**  $(\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$


Далі, знайдемо всі тупикові ДНФ за допомогою методу карт Карно:

		$x_1 x_2$	$\overline{x_1} x_2$	$\overline{x_1} \overline{x_2}$	$x_1 \overline{x_2}$
$x_3$		1	1	1	0
$\overline{x_3}$		1	0	1	1



	$x_1 x_2$	$\overline{x_1} x_2$	$\overline{x_1} \overline{x_2}$	$x_1 \overline{x_2}$
$x_3$	1	1	1	0
$\overline{x_3}$	1	0	1	1



	$x_1 x_2$	$\overline{x_1} x_2$	$\overline{x_1} \overline{x_2}$	$x_1 \overline{x_2}$
$x_3$	1	1	1	0
$\overline{x_3}$	1	0	1	1

4

Тож, ядерних імплікант немає. Отримали 5 тупикових ДНФ:

$$T_1 = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$$

$$T_2 = (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

$$T_3 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$$

$$T_4 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

$$T_5 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

Знайдемо скорочену ДНФ за методом Квайна. Скористуємося спрощеною процедурою пошуку пар для застосування склеювання та поглинання. Випишемо кон'юкти ДДНФ:

$$1.000 \quad 7.00 - (1, 2)$$

$$2.001 \quad 8. - 00(1, 4) \quad \text{За законом поглинання, викреслимо кон'юкти 1-6.}$$

$$3.011 \quad 9.0 - 1(2, 3) \quad \text{Далі зведемо імпліканти у таблицю за методом}$$

$$4.100 \Rightarrow 10. - 11(3, 6) \quad \text{Квайна - Мак-Класкі та скористаємося}$$

$$5.110 \quad 11.1 - 0(4, 5) \quad \text{методом Петрика.}$$

$$6.111 \quad 12.11 - (5, 6)$$

	000	001	011	100	110	111
00-	*	*				
-00	*			*		
0-1		*	*			
-11			*			*
1-0				*	*	
11-					*	*

Тож, ядерних імплікант немає. Пронумеруємо відповідні кон'юкти. Запишемо та спростимо вираз за таблицею:

	000	001	011	100	110	111
A	00-	*	*			
B	-00	*		*		
C	0-1		*			
D	-11		*			*
E	1-0			*	*	
F	11-				*	*

$$\begin{aligned}
 (A + B)(A + C)(C + D)(B + E)(F + E)(F + D) &= \\
 &= (A + BC)(+ D)(B + E)(F + ED) = \\
 &= (A + BC)(CB + CE + BD + DE)(F + DE) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (ACB + ACE + ADB + ADE + BC + BCE + BCD + BCDE)(F + DE) = \\
&= ACEF + ADBF + ADEF + BCF + ACED + ADE + BCDE + ADBE = \\
&= ACEF + ADBF + BCF + ADE + BCDE
\end{aligned}$$

Отримали, 5 тупикових ДНФ. Скоротивши імпліканти, підставивши замість літер знайдені кон'юнкти, випишемо тупикові ДНФ:

$$T_1 = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$$

$$T_2 = (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

$$T_3 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$$

$$T_4 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

$$T_5 = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3})$$

Результат співпадає з тупиковими ДНФ, отриманими за методом карт Карно.

$$\mathbf{12.14 \ 10)} \ f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001011110101110)$$

Відповідно, отримали такі ядерні імпліканти:

$$1. (x_1 \wedge \overline{x_4})$$

$$2. (\overline{x_1} \wedge x_3 \wedge x_4)$$

Отримали прості імпліканти, тож випишемо їх, позначивши літерами, розкриємо дужки, та скористаємося законом поглинання. Отримали вираз:

$$\begin{aligned}
(A + B)(C + D)(B + E) &= (B + AE)(C + D) = \\
&= BC + BD + AEC + AED
\end{aligned}$$

Отримали 4 тупикових ДНФ:

$$T_1 = (x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3 \wedge x_4)$$

$$T_2 = (x_1 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge \overline{x_4})$$

$$T_3 = (x_1 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3)$$

$$T_4 = (x_1 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge \overline{x_4})$$

Результат співпадає з тупиковими ДНФ, отриманими за методом карт Карно.