



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی مکانیک

پروژه کنترل اتوماتیک پیشرفته
 هلی کوپتر دو درجه آزادی

نگارش

استاد درس
جناب آقای دکتر نراقی

مسئله به شرح زیر است؛

فاز اول:

۱. معادلات حالت سیستم را بدست آورید. ذکر جزئیات مدل سازی ضروری است.
۲. با شبیه سازی سیستم حلقه باز برای ورودی های متفاوت، نظیر: ورودی پله واحد و ورودی ضربه واحد، رفتار سیستم مورد نظر را شناسایی نموده و خصوصیات سیستم حلقه باز نظیر: محل قطب ها، ثابت زمانی و... را بررسی کنید.
۳. برای سیستم SISO ، با استفاده از روش های کنترل کلاسیک مناسب ترین سیستم کنترلی را طراحی نمایید. در صورت امکان از روش های مختلف تنظیم PID نظیر زیگلر-نیکلز و روش های دیگر برای این منظور استفاده نمایید. پاسخ سیستم حلقه بسته را برای: الف) شرایط اولیه، بدون ورودی b) ورودی های مختلف، نظیر: ورودی تابع پله واحد، ورودی تابع سینوسی، با شرایط اولیه صفرشیبه سازی نمایید. پیرامون نتایج بدست آمده بحث و اظهار نظر نمایید. قبل از لازم است مشخصات عملکردی مطلوب برای سیستم تعریف شود).
۴. با طراحی مناسب ترین جبران کننده عملکرد سیستم را برای شرایط کاری مختلف بهبود بخشید. نتایج را با پاسخ بند ۳ مقایسه و اظهار نظر نمایید . برای این منظور از Sisotool در محیط Matlab استفاده نمایید. (معادلات و یا منطق طراحی بیان شود).
۵. با استفاده از روش Full state control feed back یک رگولاتور مناسب طراحی نمایید. عملکرد سیستم حلقه بسته را شبیه سازی کنید. بهترین نتایج را با پاسخ بندهای ۳-الف و ۴ مقایسه و اظهار نظر نمایید.
۶. با استفاده از روش های: چندجمله ای مشخصه ITAE ، چندجمله ای مشخصه فیلتر Bessel و چندجمله ای مشخصه Butterworth و ... (*) قطب های سیستم بند ۵ را در بهترین مکان ممکن قرار دهید، در خصوص نتایج بدست آمده بحث و اظهار نظر نمایید.
۷. برای سیستم کنترلی با بهترین جایابی محل قطب ها (بند ۶)، یک رویتگر مرتبه کامل طراحی نموده و نتایج بدست آمده را با پاسخ بند ۶ مقایسه، بحث و اظهار نظر کنید.
۸. تاثیر انتخاب محل قطب های رویتگر را، با انتخاب محل قطب های رویتگر نزدیک و دور از محل قطب های کنترل بررسی نمایید. نتایج را با پاسخ بند ۷ مقایسه، بحث و اظهار نظر کنید.

فاز دوم:

۹. بنافرض اینکه برخی از متغیرهای حالت خروجی قابل اندازه گیری می‌باشد، برای تخمین سایر متغیرهای حالت یک رویتگر مرتبه کاهش یافته طراحی نمایید. نتایج بدست آمده را با پاسخ بند - ۳الف) روش کلاسیک مقایسه کنید. همچنین نتایج این قسمت را با پاسخ بند ۷ مقایسه و اظهار نظر نمایید.
۱۰. با فرض اینکه مدل رویتگر بکار گرفته شده تفاوت اندکی با مدل واقعی سیستم دارد. سیستم بند ۹ را برای خطا در ماتریس های C&A و B حداقل دو مقدار خطای متفاوت در هر مورد شبیه سازی و نتایج بدست آمده را با پاسخ بند های ۹ مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.
۱۱. پاسخ سیستم رگوالتور بند ۶ را، در حضور اغتشاش معلوم شبیه سازی نمایید. خطای ماندگار در این حالت را بررسی نمایید. در صورت وجود خطا، کنترلی پیشنهاد نمایید تا خطای ماندگار صفر گردد. عملکر کنترلر جدید را شبیه سازی، نتایج را با پاسخ بند ۶ مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.
۱۲. بند ۱۱ را برای سیستم بند ۹ انجام دهید و نتایج ۱۱ و ۱۲ را مقایسه و بحث کنید.
۱۳. با فرض اینکه مقدار اغتشاش شتناخته شده نیست ولی رفتار آن معلوم است، رویتگر مرتبه کاهش یافته‌ای برای سیستم بند ۶ طراحی نمایید تا اغتشاش را تقریب زند. نتایج بدست آمده را با پاسخ بند های ۶ و ۱۱ مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.
۱۴. با فرض اینکه اغتشاش خارجی شناخته شده نیست، با استفاده از عمل انتگرالی، کنترلی برای جبران اثراغتشاش سیستم بند ۶ طراحی نمایید. نتایج را با پاسخ های بدست آمده از بند های ۱۱ و ۱۲ مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.
۱۵. برای اینکه خروجی سیستم بند ۹ تابع خاصی را دنبال کند، مسئله Tracking را بررسی نمایید. پاسخ سیستم را برای دنبال کردن باکنترلر فعلی شبیه سازی و بررسی نمایید. اصلاح لازم در طراحی کنترلر را انجام داده و برای ورودی پله واحد و تابع سینوسی سیستم را شبیه سازی نمایید. پاسخ های بدست آمده را بند - ۳ب مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.
۱۶. با استفاده از روش Optimal یک سیستم کنترلی مناسب برای سیستم بند ۹ طراحی نموده و گینهای بهینه را بدست آورید. نتایج بدست آمده را با پاسخ بند های - ۳الف، ۹ مقایسه، بحث و اظهار نظر نمایید.

۱۷. در صورتی که سنسورهای مورد استفاده ایده‌آل نباشند، بر روی خروجی سنسورها نویز خواهد داشت. با فرض وجود نویز تصادفی در سیستم بند ۹ در این حالت کنترل را چگونه اعمال خواهد کرد؟ پس از انجام تمهیدات الزم نتایج بدست آمده را با پاستخ بند ۹ مقایسه، بحث واظهار نظر نمایید.
۱۸. برای این سیستم یک رویتگر بهینه طراحی نمایید-فیلتر کالمن
۱۹. کنترلر بدست آمده را روی بستر آزمایشگاهی موجود پیاده سازی نموده و نتایج شبیه سازی و تجربی را مقایسته نمایید درصورتیکه امکان آزمایش وجود ندارد نتایج را در محیطی نظیر Simscape صحه‌گذاری نمایید.

صفحه

فهرست مطالب

۱۲	فصل اول قسمت اول پروژه.....
۱۳	۱- هلیکوپتر دو درجه آزادی کوانسرا.....
۱۴	۲- معادله حاکم بر مسئله.....
۲۰	۱- بررسی خصوصیات سیستم.....
۳۱	۴- مقایسهای بر رفتار سیستم خطی و غیرخطی.....
۳۲	۱-۴-۱ نمودارهای رفتار سیستم خطی و غیرخطی.....
۳۷	۲-۴-۱ صحت سنجی رفتار سیستم غیرخطی.....
۳۹	۳-۴-۱ بررسی تاثیر جمله‌ی mgl در فضای حالت.....
۴۱	۱- بررسی کنترل کلاسیک (PID).....
۵۵	۶- طراحی جبران‌کننده عملکرد.....
۵۶	۷- طراحی رگولاتور.....
۵۹	۱- بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Butterworth و Bessel و ITAE و Chebyshev
۵۹	۱-۸-۱ بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های ITAE
۶۲	۲-۸-۱ بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Butterworth
۶۶	بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Bessel
۷۰	۳-۸-۱ بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Chebyshev
۷۲	۴-۸-۱ طراحی رگولاتور به روش EESA
۷۹	۹- طراحی روئیتگر مرتبه کامل.....
۸۲	فصل دوم قسمت دوم پروژه.....
۸۴	۱- روئیتگر کاهش مرتبه یافته.....
۹۸	۲- مقاوم بودن روئیتگر کاهش مرتبه یافته.....
۱۰۳	۳- اغتشاش معلوم در سیستم.....
۱۰۸	۴- اغتشاش معلوم در سیستم برای رویتگر کاهش مرتبه یافته.....
۱۱۰	۵- طراحی روئیتگر اغتشاش.....
۱۱۴	۶- کنترلر انتگرالی.....
۱۱۷	۷- کنترلر برای مسئله ردیاب.....
۱۱۹	۸- کنترلر برای مسئله ردیاب با روئیتگر کاهش مرتبه یافته.....
۱۲۱	۹- کنترلر بهینه برای روئیتگر کاهش مرتبه یافته.....
۱۲۶	۱۰- وجود نویز بر روی سنسور خروجی.....
۱۲۸	۱۱- فیلتر کالمون.....

۱۳۵	- صه گذاری در محیط متلب سیم اسکیپ
۱۴۱	فصل سوم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری
۱۴۳	منابع و مراجع
۱۴۴	پیوست‌ها

صفحه

فهرست اشکال

شکل ۱ - ۱	هلیکوپتر دو درجه آزادی کوانسرا.....	۱۳
شکل ۱ - ۲	دیاگرام آزاد مدل هلیکوپتر دو درجه آزادی.....	۱۵
شکل ۱ - ۳	پاسخ پله به ازای ورودی‌های مختلف.....	۲۴
شکل ۱ - ۴	پاسخ پله نرمالایز شده به ازای ورودی‌های مختلف.....	۲۵
شکل ۱ - ۵	پاسخ ضربه به ازای ورودی‌ها و خروجی‌های مختلف.....	۲۵
شکل ۱ - ۶	پاسخ زاویه پیچ بهازای ورودی سینوسی به سرعت پیچ.....	۲۶
شکل ۱ - ۷	پاسخ زاویه یاوهازای ورودی سینوسی به سرعت پیچ.....	۲۶
شکل ۱ - ۸	پاسخ زاویه پیچ بهازای ورودی سینوسی به سرعت یاوه.....	۲۷
شکل ۱ - ۹	پاسخ زاویه یاوهازای ورودی سینوسی به سرعت یاوه.....	۲۷
شکل ۱ - ۱۰	تاثیر شرط اولیه نرخ پیچ بر زاویه پیچ و یاوه.....	۲۸
شکل ۱ - ۱۱	تاثیر شرط اولیه نرخ یاوه بر زاویه پیچ و یاوه.....	۲۸
شکل ۱ - ۱۲	دیاگرام بُد از هر ورودی به هر کدام از خروجی‌ها.....	۲۹
شکل ۱ - ۱۳	نمودار نیکولز به ازای ورودی بر روی خروجی‌ها.....	۳۰
شکل ۱ - ۱۴	نمایش قطب‌های سیستم‌های در محور حقیقی موهومی.....	۳۰
شکل ۱ - ۱۵	نمایش فضای حالت خطی و غیرخطی سیستم.....	۳۱
شکل ۱ - ۱۶	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی موج سینوسی.....	۳۲
شکل ۱ - ۱۷	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی شیب واحد.....	۳۳
شکل ۱ - ۱۸	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی ضربه‌ی واحد.....	۳۴
شکل ۱ - ۱۹	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد.....	۳۵
شکل ۱ - ۲۰	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی دوم موجی سینوسی.....	۳۶
شکل ۱ - ۲۱	مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی دوم موجی سینوسی.....	۳۷
شکل ۱ - ۲۲	صحت سنجی رفتار غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد برای هر دو زاویه.....	۳۸
شکل ۱ - ۲۳	صحت سنجی رفتار غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد برای هر دو زاویه.....	۳۸
شکل ۱ - ۲۴	بررسی تاثیر جمله‌ی mgl	۳۹
شکل ۱ - ۲۵	تفاوت قبل و بعد پاسخ با درنظر گرفتن mgl	۴۰
شکل ۱ - ۲۶	اختلاف تغییرات پاسخ در اثر وجود mgl	۴۰
شکل ۱ - ۲۷	مکان هندسی ریشه‌های سیستم.....	۴۲
شکل ۱ - ۲۸	نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID.....	۴۴
شکل ۱ - ۲۹	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی موج مربعی به زاویه یاوه از موتور یاوه.....	۴۴
شکل ۱ - ۳۰	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی پله به زاویه یاوه از موتور یاوه.....	۴۵
شکل ۱ - ۳۱	نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID.....	۴۶

شكل ۱ - ۳۲	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی موج مربعی به زاویه پیج از موتور پیج.....	۴۷
شكل ۱ - ۳۳	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی پله به زاویه پیج از موتور پیج.....	۴۷
شكل ۱ - ۳۴	نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID.....	۴۸
شكل ۱ - ۳۵	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی موج مربعی به زاویه یاوه از موتور پیج.....	۴۹
شكل ۱ - ۳۶	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی پله به زاویه یاوه از موتور پیج.....	۵۰
شكل ۱ - ۳۷	نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID.....	۵۰
شكل ۱ - ۳۸	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی موج مربعی به زاویه پیج از موتور یاوه.....	۵۱
شكل ۱ - ۳۹	پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی پله به زاویه پیج از موتور یاوه.....	۵۱
شكل ۱ - ۴۰	پاسخ پله به PID طراحی شده با زینگر و پاسخ اصلی سیستم.....	۵۴
شكل ۱ - ۴۱	پاسخ جبران کننده عملکرد به ورودی پله به هر دو ورودی.....	۵۵
شكل ۱ - ۴۲	پاسخ جبران کننده عملکرد به ورودی پله به هر دو ورودی.....	۵۶
شكل ۱ - ۴۳	پاسخ سیستم به شرط اولیه.....	۵۷
شكل ۱ - ۴۴	تلاش برای رگولیت کردن سیستم.....	۵۷
شكل ۱ - ۴۵	پاسخ پله جابه جایی قطب های سیستم.....	۵۸
شكل ۱ - ۴۶	پاسخ ضربه جابه جایی قطب های سیستم.....	۵۸
شكل ۱ - ۴۷	پاسخ نرمالیزه شده به ورودی پله بر حسب زمان نرمالیزه شده.....	۶۰
شكل ۱ - ۴۸	پاسخ پله به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با ITAE.....	۶۰
شكل ۱ - ۴۹	پاسخ ضربه به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با ITAE.....	۶۱
شكل ۱ - ۵۰	پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب ω_n های مختلف با روش ITAE.....	۶۲
شكل ۱ - ۵۱	پاسخ پله نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Butterworth.....	۶۴
شكل ۱ - ۵۲	پاسخ ضربه شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Butterworth.....	۶۵
شكل ۱ - ۵۳	پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب Butterworth.....	۶۶
شكل ۱ - ۵۴	پاسخ پله نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Bessel.....	۶۷
شكل ۱ - ۵۵	پاسخ ضربه نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Bessel.....	۶۸
شكل ۱ - ۵۶	پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب Bessel.....	۶۸
شكل ۱ - ۵۷	پاسخ سیستم به شرایط اولیه با روش های مختلف.....	۶۹
شكل ۱ - ۵۸	پاسخ تلاش کنترلی سیستم به شرایط اولیه با روش های مختلف.....	۶۹
شكل ۱ - ۵۹	پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب Chebyshev.....	۷۲
شكل ۱ - ۶۰	رفتار سیستم خطی در حضور و غیاب کنترل.....	۷۸

..... شکل ۱ - ۶۱ طرحواره اول رویتگر سیستم در سیمولینک	79
..... شکل ۱ - ۶۲ طرحواره رویتگر سیستم در سیمولینک	80
..... شکل ۱ - ۶۳ اختلاف نتایج رویتگر و سیستم به ازای پلهی واحد	81
..... شکل ۱ - ۶۴ اختلاف نتایج رویتگر و سیستم به ازای شرایط اولیه	81
..... شکل ۱ - ۶۵ اختلاف نتایج رویتگر و سیستم به ازای شرایط اولیه	82
 شکل ۲ - ۱ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته	85
..... شکل ۲ - ۲ بررسی پاسخ سیستم برای سه ورودی مختلف سینوسی، پلهی واحد و شرایط اولیه	86
..... شکل ۲ - ۳ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ پلهی واحد	86
..... شکل ۲ - ۴ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ پلهی واحد	87
..... شکل ۲ - ۵ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه	87
..... شکل ۲ - ۶ مدلی از رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه $x1$	88
..... شکل ۲ - ۷ مدلی از رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه $x2$	89
..... شکل ۲ - ۸ مدلی از رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه $x3$	89
..... شکل ۲ - ۹ مدلی از رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه $x4$	90
..... شکل ۲ - ۱۰ سیمولینک طراحی شده برای مقایسه حالت‌های تخمین زده با رویتگر کاهش مرتبه یافته.	91
 شکل ۲ - ۱۱ پاسخ حالت‌های تخمین زده با رویتگر کاهش مرتبه یافته	91
..... شکل ۲ - ۱۲ نحوی بررسی دوری و نزدیکی قطب‌های کنترلر و رویتگر	92
..... شکل ۲ - ۱۳ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای زاویه‌ی θ	93
..... شکل ۲ - ۱۴ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای سرعت زاویه‌ی θ	94
..... شکل ۲ - ۱۵ مقایسه نمودارهای تخمین زده با رویتگر کاهش مرتبه یافته در ازای ورودیهای مختلف ..	95
..... شکل ۲ - ۱۶ پاسخ متغیر حالت سوم در ازای ورودی اول سینوسی	95
..... شکل ۲ - ۱۷ پاسخ متغیر حالت چهارم در ازای ورودی اول سینوسی	96
..... شکل ۲ - ۱۸ پاسخ سرعت زاویه‌ی θ و ψ در ازای ورودی دوم سینوسی	96
..... شکل ۲ - ۱۹ پاسخ سرعت زاویه‌ی θ و ψ در ازای پلهی واحد	97
..... شکل ۲ - ۲۰ پاسخ سرعت زاویه‌ی θ در ازای شرایط اولیه	97
..... شکل ۲ - ۲۱ پاسخ سرعت زاویه‌ی ψ در ازای شرایط اولیه	98
..... شکل ۲ - ۲۲ نحوی بررسی مقاوم بودن رویتگر کاهش مرتبه یافته به ازای تغییرات A و C	99
..... شکل ۲ - ۲۳ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش در برابر تغییرات ده درصد ماتریس‌های A و C	100
..... شکل ۲ - ۲۴ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش در برابر تغییرات سی درصد ماتریس‌های A و C	100
..... شکل ۲ - ۲۵ رفتار متغیر حالت سوم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ده درصد ماتریس‌های A و C	101

..... ۱۰۱ شکل ۲ - ۲۶ رفتار متغیر حالت سوم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات سی درصد ماتریس‌های A و C.
..... ۱۰۲ شکل ۲ - ۲۷ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ۵ و سی درصد ماتریس B.
..... ۱۰۳ شکل ۲ - ۲۸ رفتار متغیر حالت سوم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ۵ و سی درصد ماتریس B.
..... ۱۰۴ شکل ۲ - ۲۹ پاسخ سرعت زاویه‌ای θ و ψ در ازای پله‌ی واحد.
..... ۱۰۵ شکل ۲ - ۳۰ رفتار سیستم بدون کنترلر و در حضور اغتشاش معلوم برای ورودی ثابت Const=30
..... ۱۰۶ شکل ۲ - ۳۱ خطای ماندگار سیستم کنترلی در حضور اغتشاش معلوم برای ورودی ثابت.
..... ۱۰۶ شکل ۲ - ۳۲ خطای ماندگار سیستم با کنترل حالت کامل در حضور اغتشاش معلوم.
..... ۱۰۷ شکل ۲ - ۳۳ صفر شدن خطای ماندگار سیستم با کنترل حالت کامل در حضور اغتشاش معلوم.
..... ۱۰۸ شکل ۲ - ۳۴ بررسی بند ۱۱ خواسته‌ی پروژه و نمودارهای اغتشاش معلوم برای سیستم رگولاتور.
..... ۱۰۹ شکل ۲ - ۳۵ پاسخ رویتگر کاهش مرتبه یافته با کنترلر اصلاح شده در حضور اغتشاش معلوم.
..... ۱۱۰ شکل ۲ - ۳۶ پاسخ رویتگر کاهش مرتبه یافته با کنترلر فیدبک کامل در حضور اغتشاش معلوم.
..... ۱۱۲ شکل ۲ - ۳۷ بلوك دیاگرام بلوکی سیستم با رویتگر اغتشاش در Simulink
..... ۱۱۳ شکل ۲ - ۳۸ پاسخ سیستم در حضور نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink
..... ۱۱۴ شکل ۲ - ۳۹ پاسخ حالت‌های سیستم در حضور نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink
..... ۱۱۴ شکل ۲ - ۴۰ روش بکاربرده شده در بررسی تاثیر نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink
..... ۱۱۶ شکل ۲ - ۴۱ بلوك دیاگرام کنترل انتگرالی در سیمولینک
..... ۱۱۶ شکل ۲ - ۴۲ بررسی تاثیر کنترل انتگرالی در مهار نویز
..... ۱۱۷ شکل ۲ - ۴۳ بررسی مقایسه‌های عملکرد کنترلر انتگرالی با بهره‌های مختلف
..... ۱۱۸ شکل ۲ - ۴۴ پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب و ورودی سینوسی
..... ۱۱۹ شکل ۲ - ۴۵ پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب و ورودی تابع پله.
..... ۱۱۹ شکل ۲ - ۴۶ پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به رویتگر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع سینوسی
..... ۱۲۰ شکل ۲ - ۴۷ پاسخ متغیر حالت سوم و چهارم در افزودن کنترلر ردیاب به رویتگر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع سینوسی
..... ۱۲۰ شکل ۲ - ۴۸ پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به رویتگر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع پله.
..... ۱۲۱ شکل ۲ - ۴۹ پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به رویتگر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع پله.
..... ۱۲۲ شکل ۲ - ۵۰ تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه ازای ورودی شرایط اولیه
..... ۱۲۳ شکل ۲ - ۵۱ تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه به رویتگر کاهش یافته به ازای ورودی شرایط اولیه
..... ۱۲۴ شکل ۲ - ۵۲ مقایسه تغییرات θ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل
..... ۱۲۴ شکل ۲ - ۵۳ مقایسه تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل

شکل ۲ - ۵۴ مقایسه تغییرات θ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل.....	۱۲۵
شکل ۲ - ۵۵ مقایسه تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل.....	۱۲۵
شکل ۲ - ۵۶ مقایسه مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده متغیر حالت چهارم.....	۱۲۶
شکل ۲ - ۵۷ مقایسه مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده متغیر حالت سوم با کاهش بهره L.....	۱۲۷
شکل ۲ - ۵۸ مقایسه مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده متغیر حالت چهارم با کاهش بهره L.....	۱۲۷
شکل ۲ - ۵۹ دیاگرام بلوکی روش فیلتر کالمن در سیمولینک.....	۱۲۸
شکل ۲ - ۶۰ پاسخ متغیر حالت سوم در استفاده از فیلتر کالمن.....	۱۲۹
شکل ۲ - ۶۱ پاسخ متغیر حالت چهارم در استفاده از فیلتر کالمن.....	۱۲۹
شکل ۲ - ۶۲ پاسخ متغیر حالت اول در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass.....	۱۳۰
شکل ۲ - ۶۳ پاسخ متغیر حالت دوم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass.....	۱۳۰
شکل ۲ - ۶۴ پاسخ متغیر حالت سوم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass.....	۱۳۱
شکل ۲ - ۶۵ پاسخ متغیر حالت چهارم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass.....	۱۳۱
شکل ۲ - ۶۶ مقایسه تغییرات θ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass.....	۱۳۲
شکل ۲ - ۶۷ مقایسه تغییرات ψ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass.....	۱۳۲
شکل ۲ - ۶۸ مقایسه تغییرات θ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass.....	۱۳۳
شکل ۲ - ۶۹ مقایسه تغییرات ψ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass.....	۱۳۳
شکل ۲ - ۷۰ پاسخ تغییرات متغیرهای حالت در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass.....	۱۳۴
شکل ۲ - ۷۱ پیاده‌سازی سیستم هلیکوپتر دو درجه آزادی در سیماسکیپ.....	۱۳۵
شکل ۲ - ۷۲ پایه طراحی شده در سالیدورکس.....	۱۳۶
شکل ۲ - ۷۳ مفصل دورانی زاویه یاو هلیکوپتر طراحی شده در سالیدورکز.....	۱۳۶
شکل ۲ - ۷۴ مفصل دورانی زاویه پیج هلیکوپتر طراحی شده در سالیدورکز.....	۱۳۷
شکل ۲ - ۷۵ اهرم اتصال دو پرایلر هلیکوپتر.....	۱۳۷
شکل ۲ - ۷۶ پرایلرهای موجود در دو انتهای بازوی هلیکوپتر.....	۱۳۸
شکل ۲ - ۷۷ مونتاژ پایه، اهرم و دو پرهی هلیکوپتر در سیماسکیپ.....	۱۳۹
شکل ۲ - ۷۸ تغییرات زاویه‌ای رولوت واقع بر وسط اهرم سیستم در ورودی سینوسی.....	۱۳۹

صفحه

فهرست جداول

جدول ۱ - ۱ جدول پایداری روش راث - هورویت..... ۴۳

فصل اول

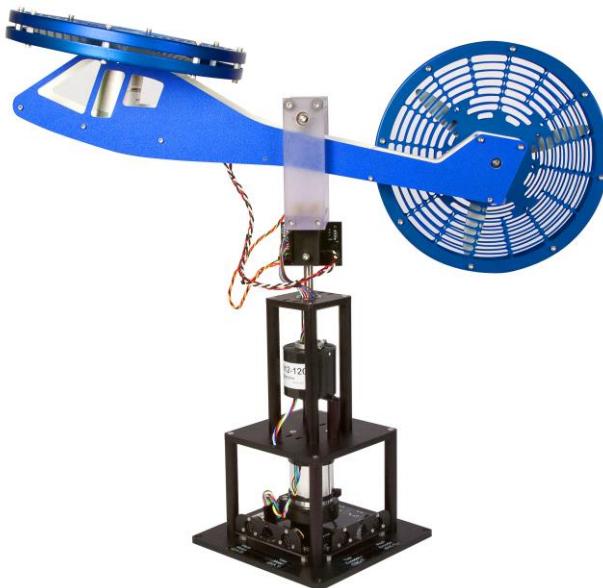
قسمت اول پروژه

مقدمه

در این بخش ابتدا مدل در نظر گرفته شده بیان خواهد شد، سپس مطالب این پروژه شرح داده می‌شود.

۱-۱- هلیکوپتر دو درجه آزادی کوانسر^۱

هلیکوپتر دو درجه آزادی کوانسر که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است، شامل یک مدل هلیکوپتر است که بر روی یک پایه ثابت با دو پروانه که توسط موتورهای DC به حرکت در می‌آیند، نصب شده است. ملخ جلو ارتفاع دماغه هلیکوپتر را حول محور گام^۲ و ملخ عقبی حرکات پهلو به پهلو هلیکوپتر حول محور انحراف^۳ را کنترل می‌کند. برای دوران سیستم حول محور انحراف، از تجهیز الکترومکانیکی اسلیپ رینگ استفاده شده است. در واقع اسلیپ رینگ^۴ موجود، انتقال قدرت و سیگنال‌های الکتریکی را از یک ساختار ثابت به یک ساختار دوار فراهم می‌کند.



شکل ۱ - ۱ هلیکوپتر دو درجه آزادی کوانسر.

¹ Quanser

² Pitch axis

³ Yaw axis

⁴ Slip ring

۲-۱- معادله حاکم بر مسئله

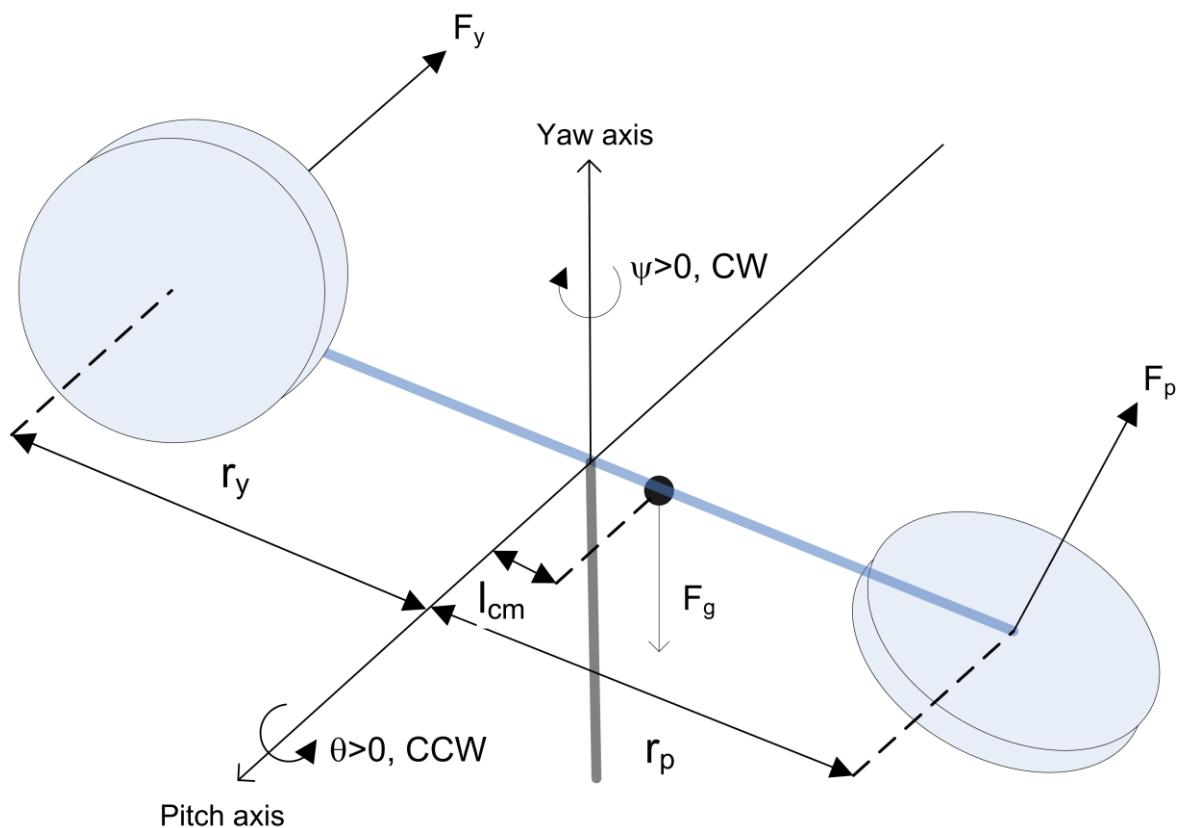
در این بخش معادله حاکم بر مسئله بدست خواهد آمد. مسئله مورد مطالعه یک هلیکوپتر دو درجه می‌باشد که در این قسمت با توجه به مفهوم انرژی (لاگرانژ)، معادلات حاکم بر مسئله محاسبه خواهند شد. با در نظر گرفتن مختصات تعمیم‌یافته و مشتق زمانی آن زاویه پیچ و یا و معادلات نوشته می‌شوند.

$$\begin{aligned} q &= [\theta(t) \quad \Psi(t)] \\ \dot{q} &= [\dot{\theta}(t) \quad \dot{\Psi}(t)] \end{aligned} \quad (1-1)$$

سپس، دوران حول محورهای محاسباتی نوشته می‌شوند،

$$\begin{aligned} T_{\Psi} &= \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_{\theta} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_{O_2} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{cm} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_{O_3} &= T_{\Psi} T_{\theta} T_{O_2} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \theta & \sin \Psi & -\cos \Psi \sin \theta & \cos \Psi \cos \theta l_{cm} \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & \sin \Psi \sin \theta & -\sin \Psi \cos \theta l_{cm} \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & \sin \theta l_{cm} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-1)$$

که با توجه به شکل ۲-۱ قابل مشاهده است که T_{Ψ} نشان‌دهنده دوران نسبت به محور یا و، T_{θ} دوران نسبت به محور پیچ و T_{O_2} انتقال O_2 به مرکز جرم هلیکوپتر می‌باشد. سیستم مختصات پایه، به مرکز جرم نیز با T_{O_3} نمایش داده شده است.



شکل ۱ - ۲ دیاگرام آزاد مدل هلیکوپتر دو درجه آزادی.

با توجه به شکل ۱-۲ قراردادهای در نظر گرفته شده به شرح زیر می‌باشد.

- ۱) در $\theta = 0$ هلیکوپتر به صورت افقی قرار دارد.
- ۲) دوران مثبت حول محور پیچ، $\dot{\theta} < 0$ ، خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد.
- ۳) زاویه‌ی گام به ازای مثبت بودن نیروی تراست F_p مثبت خواهد بود.
- ۴) دوران مثبت حول محور تقدیم، $\dot{\psi} < 0$ ، در جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد.
- ۵) زاویه‌ی تقدیم به ازای مثبت بودن نیروی تراست F_y در جهت نشان داده شده در شکل مثبت خواهد بود.

موقعیت مرکز جرم هلیکوپتر در مختصات سه بعدی به شرح زیر می باشد.

$$\begin{aligned}x_{cm} &= l_{cm}(\cos \Psi \cos \theta) \\y_{cm} &= -l_{cm}(\sin \Psi \cos \theta) \\z_{cm} &= l_{cm}(\sin \theta)\end{aligned}\quad (3-1)$$

که سرعتها، مشتق نسبت به زمان مرکز جرم به صورت زیر محاسبه خواهد شد،

$$\begin{aligned}\dot{x}_{cm} &= -l_{cm}(\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \cos \Psi \sin \theta) \\\dot{y}_{cm} &= l_{cm}(-\dot{\Psi} \cos \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \sin \Psi \sin \theta) \\\dot{z}_{cm} &= l_{cm} \dot{\theta} (\cos \theta)\end{aligned}\quad (4-1)$$

انرژی پتانسیل و جنبشی کل سیستم برای محاسبه لاگرانژ مورد نیاز است. انرژی پتانسیل کل را می توان به تنها بیان کرد.

$$V_T = m_t g l_{cm} \sin \theta \quad (5-1)$$

انرژی جنبشی کل را می توان بر حسب مختصات تعیین یافته و مشتق آنها بیان کرد.

$$T_{r1} = \text{انرژی جنبشی ناشی از چرخش بازو حول محور گام}$$

$$J_p = \text{ممان اینرسی موتور گام}$$

$$T_{r1} = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 \quad (6-1)$$

$$T_{r2} = \text{انرژی جنبشی ناشی از چرخش بازو حول محور انحراف}$$

$$J_m = \text{ممان اینرسی موتور انحراف}$$

$$T_{r2} = \frac{1}{2} J_y \dot{\Psi}^2 \quad (7-1)$$

$$T_t = \text{انرژی جنبشی انتقال جرم}$$

$$\begin{aligned}
 T_t &= \frac{1}{2} m_t (\dot{x}_{cm}^2 + \dot{y}_{cm}^2 + \dot{z}_{cm}^2) \\
 &= \frac{1}{2} m_t \left[\left\{ -l_{cm} (\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \cos \Psi \sin \theta) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ l_{cm} (-\dot{\Psi} \cos \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \sin \Psi \sin \theta) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \cos^2 \theta (\dot{\theta}^2 l_{cm}^2) \right]
 \end{aligned} \tag{8-1}$$

در نتیجه انرژی جنبشی کل به صورت زیر در خواهد آمد،

$$\begin{aligned}
 T_T &= T_t + T_{r1} + T_{r2} \\
 &= \frac{1}{2} m_t \left[\left\{ -l_{cm} (\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \cos \Psi \sin \theta) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ l_{cm} (-\dot{\Psi} \cos \Psi \cos \theta + \dot{\theta} \sin \Psi \sin \theta) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \cos^2 \theta (\dot{\theta}^2 l_{cm}^2) \right] + \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\Psi}^2
 \end{aligned} \tag{9-1}$$

نیروهای ناپایستار به صورت زیر تعریف خواهند شد،

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \tau_p - B_p \dot{\theta} \\
 Q_2 &= \tau_y - B_y \dot{\Psi}
 \end{aligned} \tag{10-1}$$

که در آن، τ_p نشاندهنده گشتاور وارد بر محور پیچ میباشد، τ_y بیانگر گشتاور وارد بر محور یا و اصطکاک ویسکوز برای دو گشتاور در نظر گرفته شده است که با B نمایش داده شده است. با در نظر گرفتن ورودی سرعت برای عملگرها، گشتاورهای وارد بر محورها را میتوان به صورت زیر نوشت،

$$\begin{aligned}
 \tau_p &= K_{pp} V_{mp} + K_{py} V_{my} \\
 \tau_y &= K_{yp} V_{mp} + K_{yy} V_{my}
 \end{aligned} \tag{11-1}$$

معادله اویلر لاگرانژ به صورت کلی به شرح زیر نوشته می‌شود،

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L \right) \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} L = Q_i \quad (12-1)$$

که در آن ضریب لاگرانژ L , برابر اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل است.

$$\begin{aligned} & (l_{cm}^2 m_t + J_p) \ddot{\theta}(t) + m_t \dot{\Psi}^2(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) \\ & + m_t g l_{cm} \cos(\theta(t)) = -B_p \dot{\theta}(t) + K_{pp} V_{mp} + K_{py} V_{my} \quad (13-1) \\ & (l_{cm}^2 m_t \cos^2 \theta(t) + J_y) \ddot{\Psi}(t) - 2m_t l_{cm}^2 \dot{\Psi}(t) \dot{\theta}(t) \sin(\theta(t)) \cos(\theta(t)) \\ & = -B_y \dot{\Psi}(t) + K_{yp} V_{mp} + K_{yy} V_{my} \end{aligned}$$

معادله دینامیکی سیستم به صورت زیر خواهد شد،

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}(t) \\ & = \frac{K_{pp} V_{mp}}{J_p + m_t l_{cm}^2} + \frac{K_{py} V_{my}}{J_p + m_t l_{cm}^2} \\ & - \frac{B_p \dot{\theta}(t) + m_t \dot{\Psi}^2(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) + m_t g l_{cm} \cos(\theta(t))}{J_p + m_t l_{cm}^2} \quad (14-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi}(t) & = \frac{K_{yp} V_{mp}}{J_y + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)} + \frac{K_{yy} V_{my}}{J_y + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)} \\ & + \frac{-B_y \dot{\Psi}(t) + 2m_t \dot{\Psi}(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) \dot{\theta}(t)}{J_p + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)} \end{aligned}$$

با انتخاب بردار حالت به طور زیر، خواهیم داشت:

$$[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \quad , \quad V_{mp} = u_1 \text{ and } V_{my} = u_2 \text{ are the inputs}$$

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 & = \frac{1}{J_p + m_t l_{cm}^2} [[K_{pp} u_1 + K_{py} u_2] - [B_p x_3 + m_t l_{cm}^2 x_4^2 \sin(x_1) \cos(x_1) \\ & + m g l \cos(x_1)]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_4 &= \frac{1}{J_y + m_t l_{cm}^2 \cos^2(x_1)} [(K_{yp} u_1) + (K_{yy} u_2)] \\ &\quad + \frac{-B_y x_4 + 2m_t l_{cm}^2 x_4 x_3 \sin(x_1) \cos(x_1)}{J_p + m_t l_{cm}^2 \cos^2(x_1)}\end{aligned}$$

همانطور که در معادلات فضای حالت فوق دیده می‌شود، این سیستم غیر خطی است. بنابراین با خطی سازی معادلات غیرخطی (۱۴-۱) حول نقطهٔ تعادل $\theta_0 = 0, \frac{\partial}{\partial t} \theta_0 = 0, \Psi_0 = 0, \frac{\partial}{\partial t} \Psi_0 = 0$ داشت:

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}(t) &= \frac{K_{pp} V_{mp}}{J_p + m_t l_{cm}^2} + \frac{K_{py} V_{my}}{J_p + m_t l_{cm}^2} - \frac{B_p \dot{\theta}(t) + m_t g l_{cm}}{J_p + m_t l_{cm}^2} \\ \ddot{\Psi}(t) &= \frac{K_{yp} V_{mp}}{J_y + m_t l_{cm}^2} + \frac{K_{yy} V_{my}}{J_y + m_t l_{cm}^2} + \frac{-B_y \dot{\Psi}(t)}{J_y + m_t l_{cm}^2} \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{J_p + m_t l_{cm}^2} [(K_{pp} u_1 + K_{py} u_2) - [B_p x_3 + mgl]] \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{J_y + m_t l_{cm}^2} [(K_{yp} u_1) + (K_{yy} u_2)] + \frac{-B_y x_4}{J_y + m_t l_{cm}^2}\end{aligned}\tag{۱۵-۱}$$

در فضای حالت به صورت زیر خواهد شد،

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{J_p + m_t l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-B_y}{J_y + m_t l_{cm}^2} \end{bmatrix} & \boldsymbol{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J_p + m_t l_{cm}^2} & \frac{K_{py}}{J_p + m_t l_{cm}^2} \\ \frac{K_{yp}}{J_y + m_t l_{cm}^2} & \frac{K_{yy}}{J_y + m_t l_{cm}^2} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \boldsymbol{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{۱۶-۱}$$

۱-۳-۱- بررسی خصوصیات سیستم

در این بخش به منظور بررسی خصوصیات سیستم حلقه باز ابتدا با استفاده از معادلات حالت خطی شده، محل قطب‌ها، کنترل‌پذیری، مشاهده‌پذیری، تابع تبدیل و محل صفرها بررسی می‌شود و سپس با اعمال ورودی‌های پله واحد و ضربه واحد، رفتار سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با توجه به مقادیر داده شده در راهنمای کوانسر، مقادیر داده شده برای هلیکوپتر به شرح زیر می‌باشد، با در نظر گرفتن شتاب گرانش برابر $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، ثوابت ولتاژ-گشتاور موتورهای گام و انحراف از تقسیم جریان-گشتاور بر مقاومت موتور آنها حاصل می‌شود که برابر است با:

$$K_{yp} = 0.0219 \text{ N.m/V}$$

$$K_{py} = 0.0068 \text{ N.m/V}$$

ضرایب میراگر در نظر گرفته شده برای سیستم در پیچ و یاوه که بنابر دفترچه کوانسر با استفاده از شبیه‌سازی‌ها حاصل شده است به شرح زیر است،

$$B_p = 0.8 \text{ N.m.s/rad}$$

$$B_y = 0.318 \text{ N.m.s/rad}$$

جرم هلیکوپتر برابر $kg = 1.3872$ می‌باشد و $m_t = 1.3872 \text{ kg}$. ممان اینرسی حول محورها برابر است با

$$J_p = 0.0384 \text{ kg.m}^2$$

$$J_p = 0.0432 \text{ kg.m}^2$$

با در نظر گرفتن موارد مطرح شده، ماتریس‌های فضای حالت به صورت زیر حاصل می‌شوند و سپس خصوصیات سیستم بررسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9.2751 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.4955 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.3667 & 0.0790 \\ 0.2410 & 0.7913 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17-1)$$

مقادیر ویژه‌ی ماتریس A قطب‌های سیستم حلقه‌باز هستند که به صورت بیان شده قابل محاسبه می‌باشند.

$$|sI - A| \rightarrow s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = -9.2751, s_4 = -3.4955$$

همانطور که مشاهده می‌شود سیستم دو قطب در مبدأ مختصات دارد و پایدار نسبی می‌باشد و در صورت وجود هرگونه بار اضافی دچار ناپایداری می‌شود. می‌توان با استفاده از دستور pole(sys) نیز قطب‌ها را محاسبه کرد که به شرح زیر می‌باشد.

```
states = {'pitch angle' 'yaw angle' 'pitch rate' 'yaw rate'};
inputs = {'Velocity Pitch' 'Velocity Yaw'};
outputs = {'pitch angle' 'yaw angle'} ;%'pitch rate' 'yaw
rate';

sys = ss(A,B,C,D,'statename',states, ...
'inputname',inputs,'OutputName',outputs)
%%
poles=pole(sys) %poles of the system
```

با اجرای دستور فوق، حاصل برابر خواهد بود با،

A =

	pitch angle	yaw angle	pitch rate
pitch angle	0	0	1
yaw angle	0	0	0
pitch rate	0	0	-9.275
yaw rate	0	0	0
yaw rate			
pitch angle	0		
yaw angle	1		
pitch rate	0		
yaw rate	-3.496		

B =

	Velocity Pit	Velocity Yaw
pitch angle	0	0
yaw angle	0	0
pitch rate	2.367	0.07898
yaw rate	0.241	0.7913

C =

	pitch angle	yaw angle	pitch rate
pitch angle	1	0	0
yaw angle	0	1	0
yaw rate			
pitch angle	0		
yaw angle	0		

```
D =
```

	Velocity Pit	Velocity Yaw
pitch angle	0	0
yaw angle	0	0

Continuous-time state-space model.

```
poles =
```

0
0
-9.2751
-3.4955

حالتهای سیستم در جدول ۱-۱ نیز تعریف شده‌اند و قطب‌ها برابر با مقدار محاسبه شده با استفاده از معادله استفاده شده است. همچنین با استفاده از فرمول مقادیر ویژه و ماتریس A نیز می‌توان قطب‌ها را محاسبه کرد.

$$eig(A) = [0 \quad 0 \quad -9.2751 \quad -3.4955]^T$$

با استفاده از ماتریس B ، ماتریس کنترل‌پذیری تشکیل داده می‌شود.

$$Co = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B] =$$

```
Co = 4x8
10³ ×
0      0      0.0024    0.0001   -0.0220   -0.0007    0.2036    0.0068
0      0      0.0002    0.0008   -0.0008   -0.0028    0.0029    0.0097
0.0024  0.0001  -0.0220  -0.0007   0.2036    0.0068  -1.8884  -0.0630
0.0002  0.0008  -0.0008  -0.0028   0.0029    0.0097  -0.0103  -0.0338
```

همانطور که در تساوی اشاره شده مشاهده می‌شود $Rank(Co)=4$ و در نتیجه سیستم کنترل‌پذیر است. با استفاده از دستور `ctrb` در متلب می‌توان به نتایج فوق دست‌یافت. با استفاده از دستور

`tf` در متلب می‌توان اثر سرعت پیچ و یاو را در زاویه پیچ و یاو به شرح زیر مشاهده نمود،

```
TF =
```

```
From input "Velocity Pitch" to output...
2.367
pitch angle: -----
```

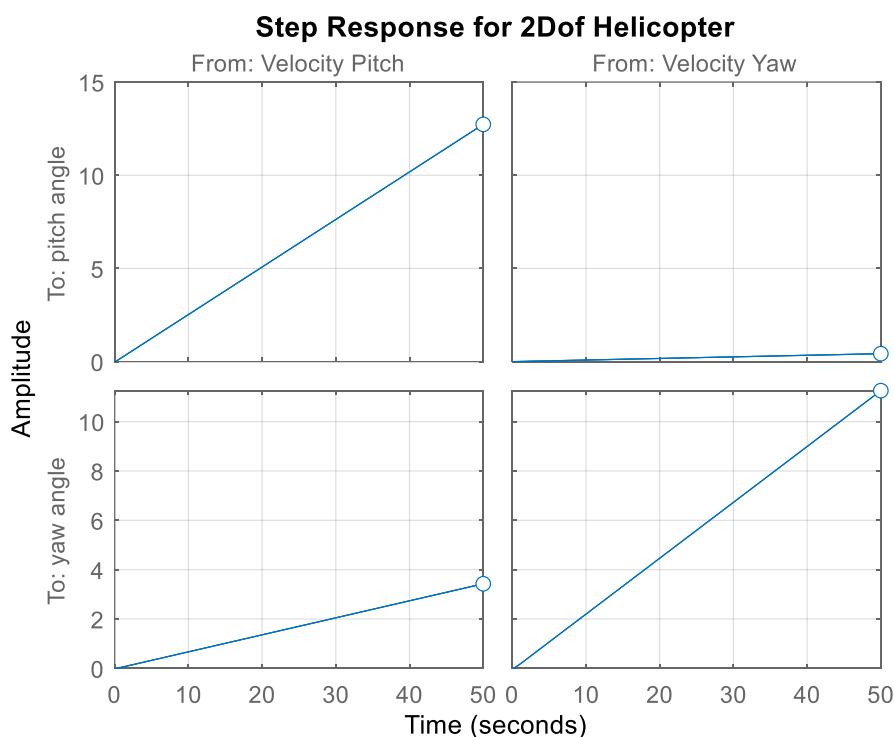
```
s^2 + 9.275 s
0.241
yaw angle: -----
s^2 + 3.496 s

From input "Velocity Yaw" to output...
0.07898
pitch angle: -----
s^2 + 9.275 s

0.7913
yaw angle: -----
s^2 + 3.496 s
```

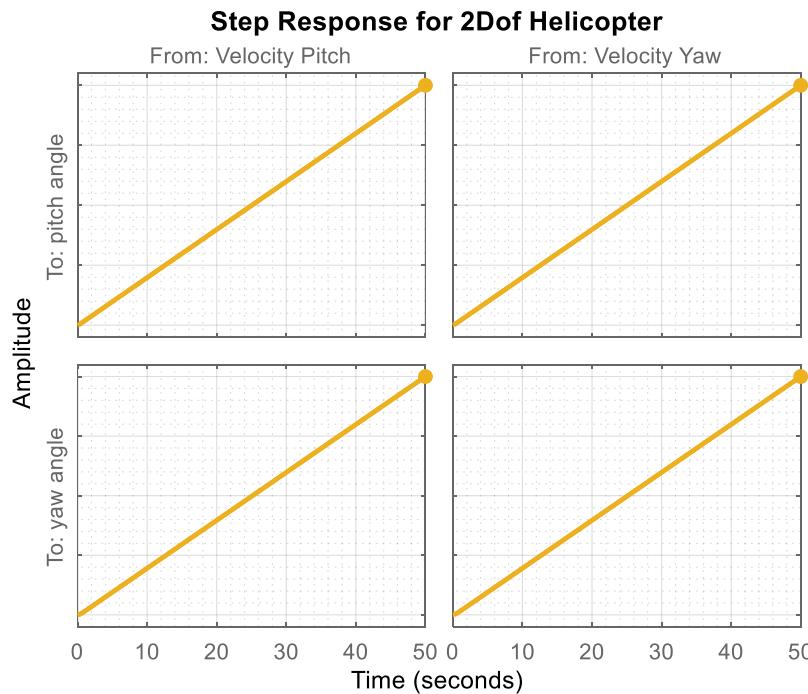
Continuous-time transfer function.

پاسخ پله برای هر کدام از ورودی‌ها و خروجی‌ها در شکل ۱-۱ رسم شده است، ورودی پله واحد به معنای اعمال ولتاژ ثابت به عملگر است. همانطور که پیشتر اشاره شد، سیستم در حالت پایداری مجانبی قرار دارد و بعد از وارد شدن پله سیستم دچار ناپایداری شده است.



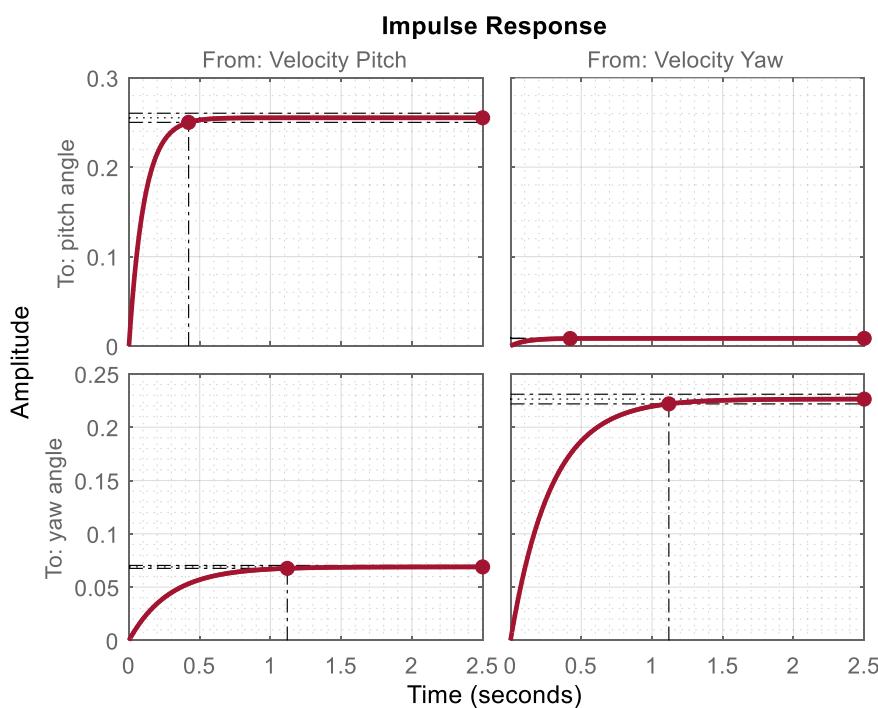
شکل ۱ - ۳ - پاسخ پله به ازای ورودی‌های مختلف.

با نرم‌افزار MATLAB نتایج در شکل ۱-۴ رسم شده است.

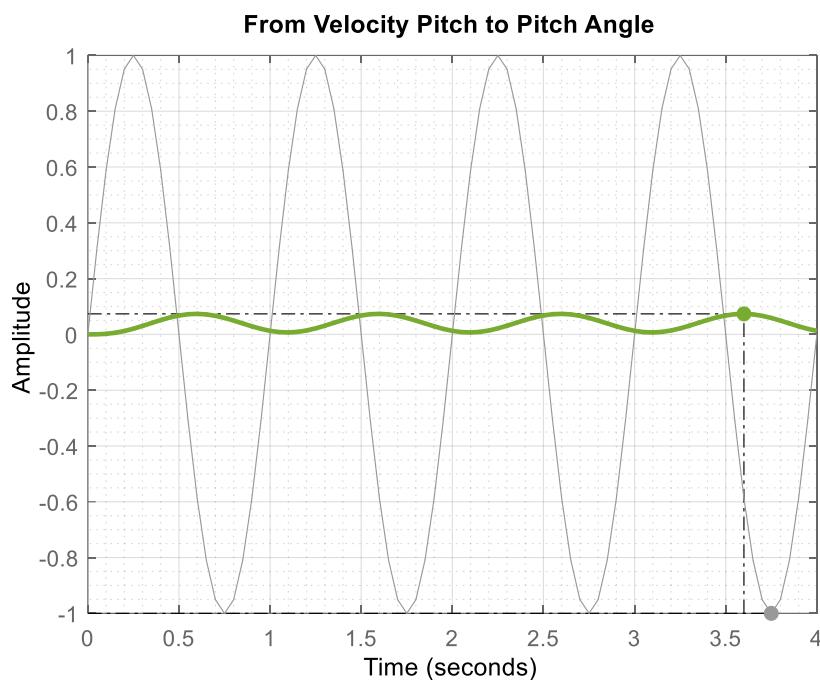


شکل ۱ - ۴ پاسخ پله نرمالایز شده به ازای ورودی‌های مختلف.

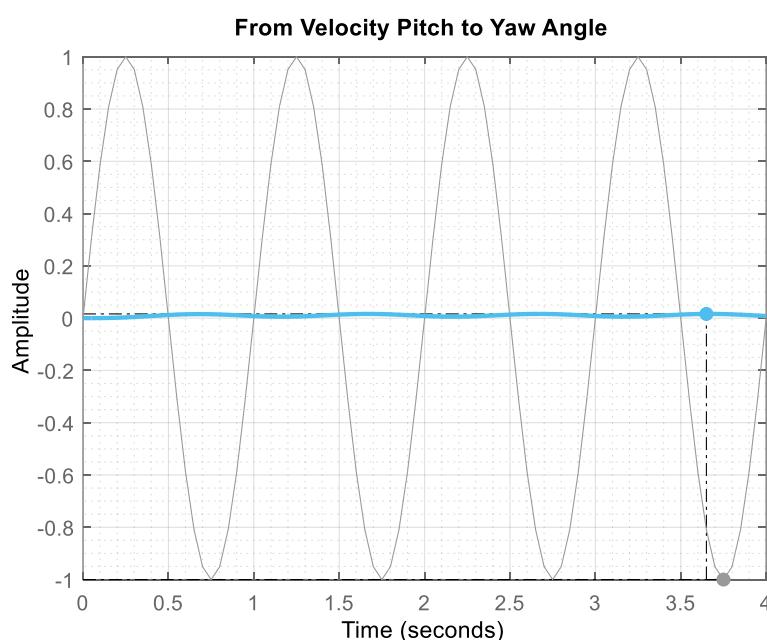
پاسخ ضربه برای سیستم به ازای ورودی و خروجی‌ها در شکل ۱-۵ به تصویر کشیده شده‌اند.



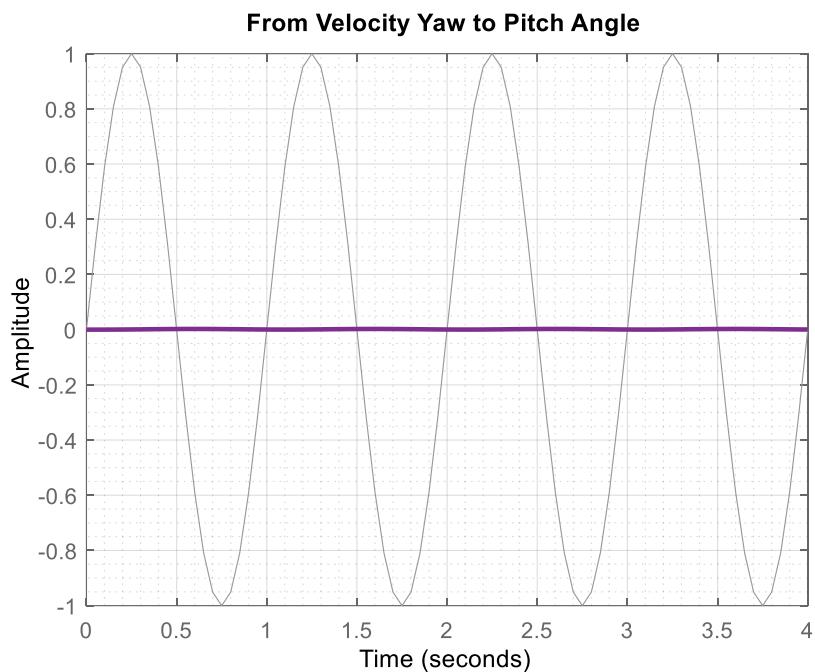
شکل ۱ - ۵ پاسخ ضربه به ازای ورودی‌ها و خروجی‌های مختلف.



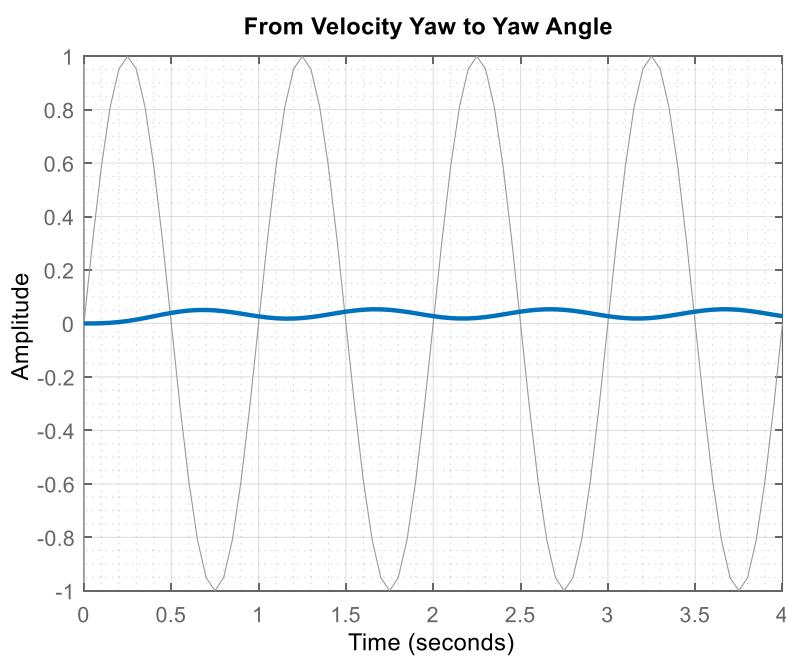
شکل ۱ - ۶ پاسخ زاویه پیچ به ازای ورودی سینوسی به سرعت پیچ.



شکل ۱ - ۷ پاسخ زاویه یاو به ازای ورودی سینوسی به سرعت پیچ.

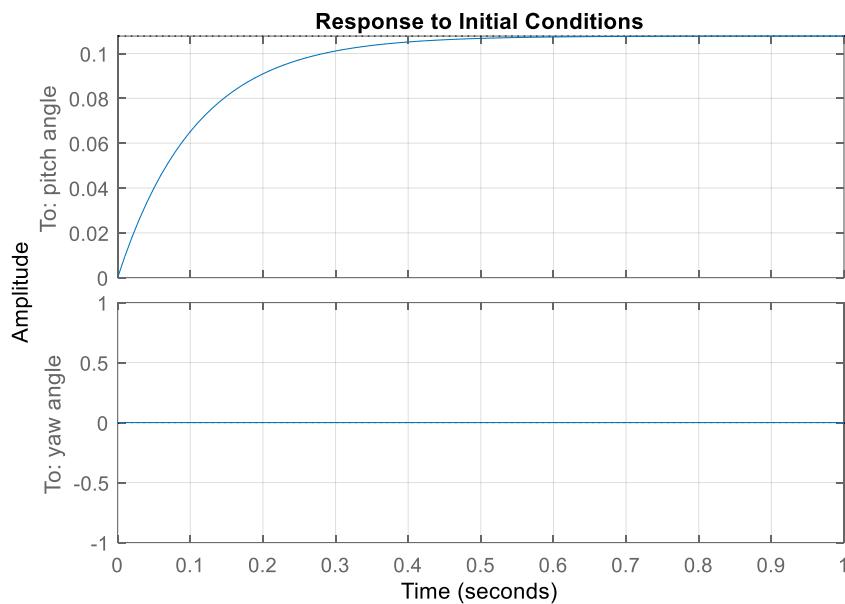


شکل ۱ - ۸ پاسخ زاویه پیچ بهازای ورودی سینوسی به سرعت یاو.



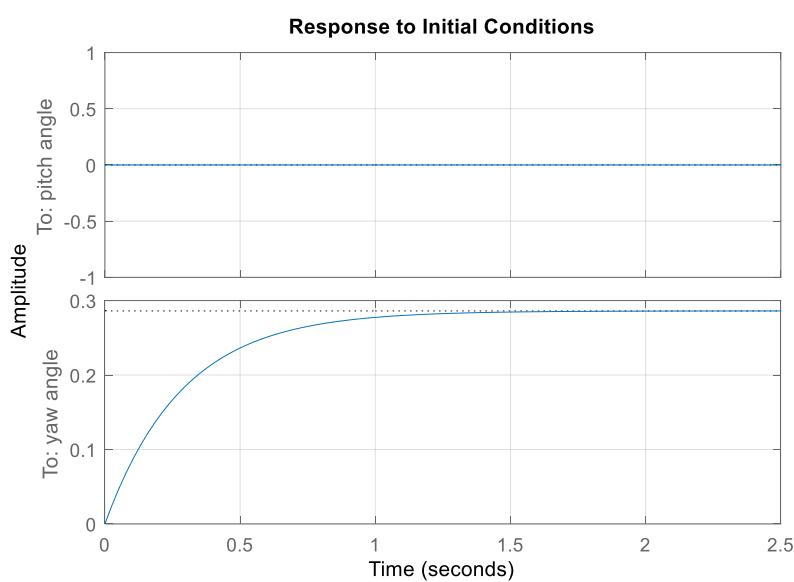
شکل ۱ - ۹ پاسخ زاویه یاو بهازای ورودی سینوسی به سرعت یاو.

تأثیر شرایط مرزی نرخ پیج و یاو روی پاسخ که زاویه پیج و یاو هست به شرح زیر می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در ابتدا اثر شرط اولیه ورودی با اندازه ۱ نرخ پیج داده شده است و شکل ۱ - ۱۰ حاصل شده است.



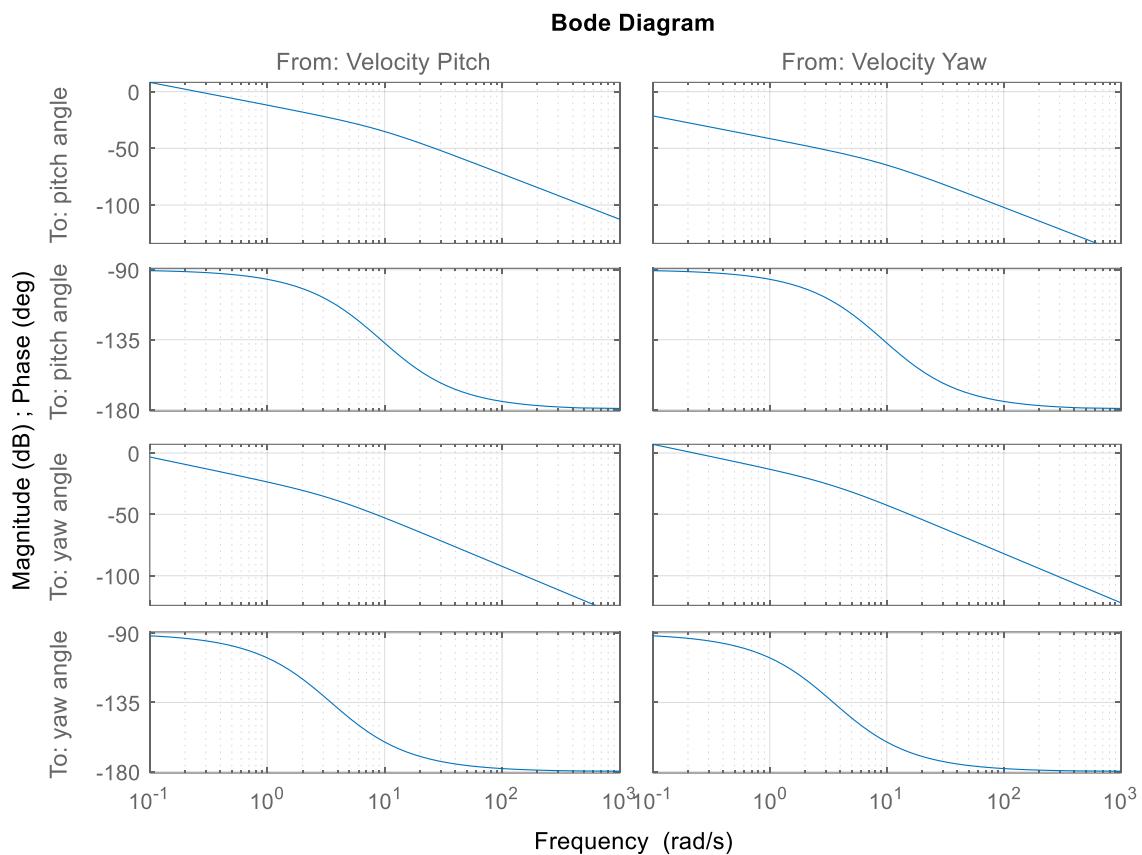
شکل ۱ - ۱۰ تأثیر شرط اولیه نرخ پیج بر زاویه پیج و یاو.

سپس ورودی نرخ یاو با اندازه ۱ داده شده است.



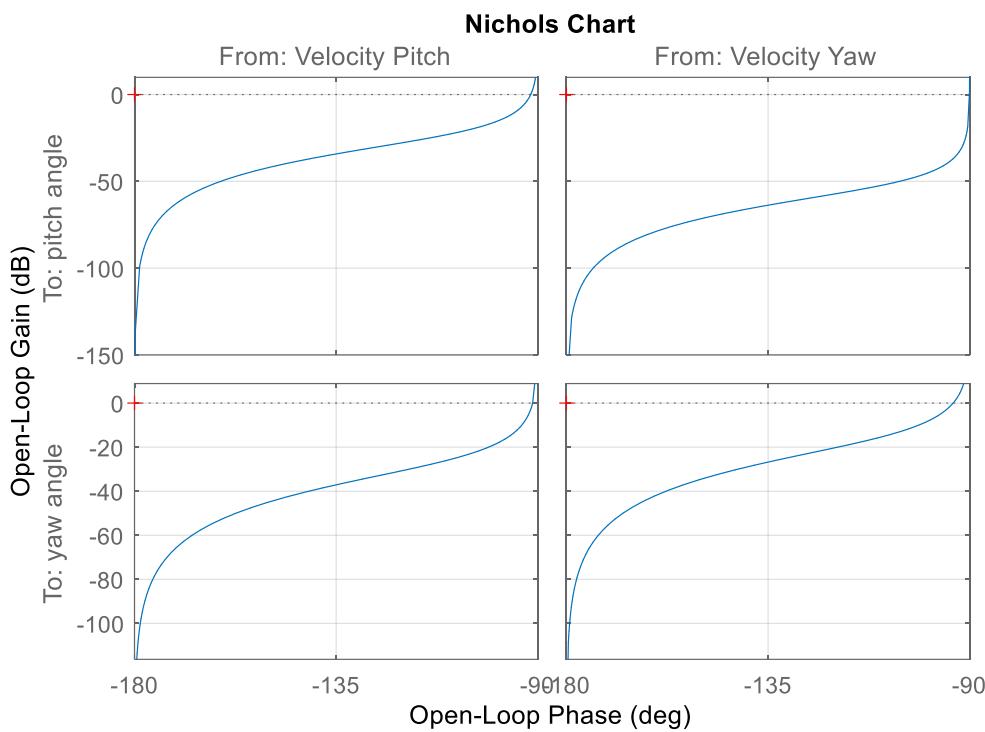
شکل ۱ - ۱۱ تأثیر شرط اولیه نرخ یاو بر زاویه پیج و یاو.

دیاگرام بُد از هر کدام از ورودی‌ها به هر کدام از خروجی‌ها در شکل ۱ - ۱۲ به نمایش گذاشته شده است.

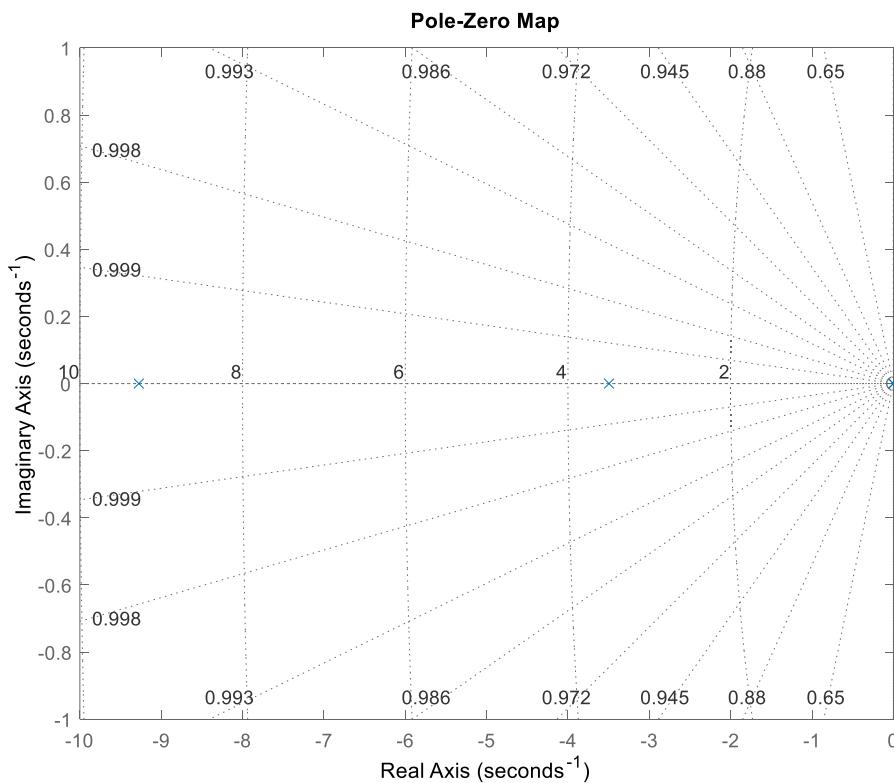


شکل ۱ - ۱۲ دیاگرام بُد از هر ورودی به هر کدام از خروجی‌ها.

در سیستم‌های کنترل از این نمودار می‌توان در تشخیص پایداری سیستم‌های خطی استفاده کرد. برای این سیستم، نمودار در شکل ۱ - ۱۳ رسم شده است. همچنین، همانطور که قطب‌های سیستم محاسبه شد، مپ قطب‌ها در محورها را می‌توان در شکل ۱ - ۱۴ یافت.



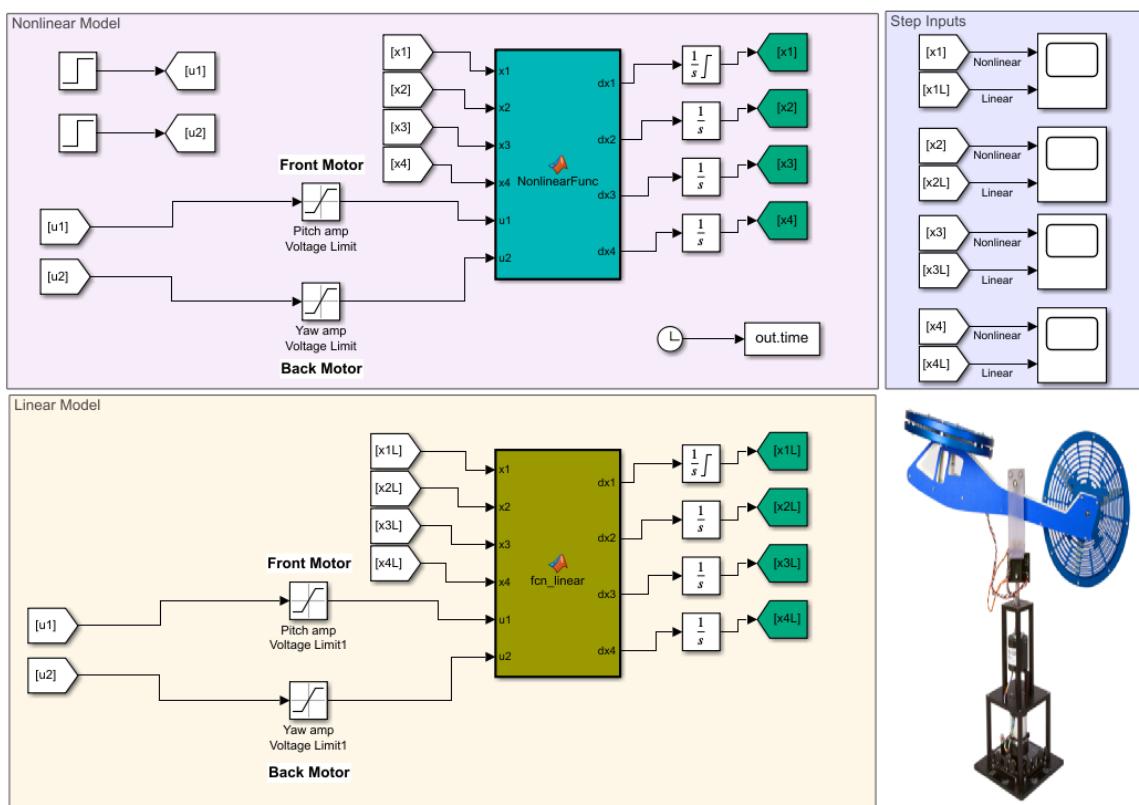
شکل ۱ - ۱۳ نمودار نیکولز به ازای ورودی بر روی خروجی‌ها.



شکل ۱ - ۱۴ نمایش قطب‌های سیستم‌های در محور حقیقی موهومی.

۱-۴-۱- مقایسه‌ای بر رفتار سیستم خطی و غیرخطی

سیستم‌های کنترل غیرخطی^۱ در مقابل سیستم‌های کنترل خطی قرار می‌گیرند. در سیستم‌های کنترل خطی، ورودی و خروجی سیستم به صورت خطی با یکدیگر ارتباط دارند. در حالی که در سیستم‌های کنترل غیرخطی، ارتباط بین ورودی و خروجی به صورت غیرخطی است. در این بخش معادلات غیرخطی سیستم را در جعبه ابزار سیمولینک طراحی کرده و با نتایج بخش خطی مقایسه شد. در آخر نیز صحت-سنجی روش انجام شده با مرجع اصلی کوانسر صورت گرفت.



شکل ۱-۱۵ نمایش فضای حالت خطی و غیرخطی سیستم.

در شکل ۱-۱۵ از فانکشن‌های زیر استفاده شده است. در فانکشن بلوك غیرخطی از معادلات حالت زیر به گونه‌ای استفاده شده است که ورودی آن $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ می‌باشد و خروجی آن برابر است با:

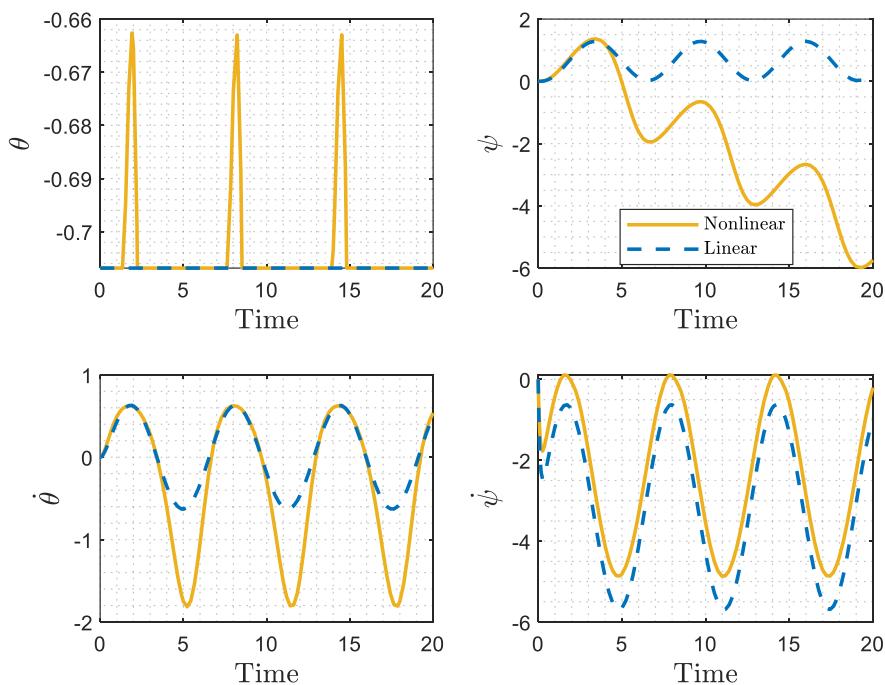
^۱ Nonlinear Control Systems

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{K_{pp}V_{mp}}{J_p + m_t l_{cm}^2} + \frac{K_{py}V_{my}}{J_p + m_t l_{cm}^2} - \frac{B_p \dot{\theta}(t) + m_t \dot{\Psi}^2(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) + m_t g l_{cm} \cos(\theta(t))}{J_p + m_t l_{cm}^2} \quad (14-1)$$

$$\ddot{\Psi}(t) = \frac{K_{yp}V_{mp}}{J_y + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)} + \frac{K_{yy}V_{my}}{J_y + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)} + \frac{-B_y \dot{\Psi}(t) + 2m_t \dot{\Psi}(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) \dot{\theta}(t)}{J_p + m_t l_{cm}^2 \cos^2 \theta(t)}$$

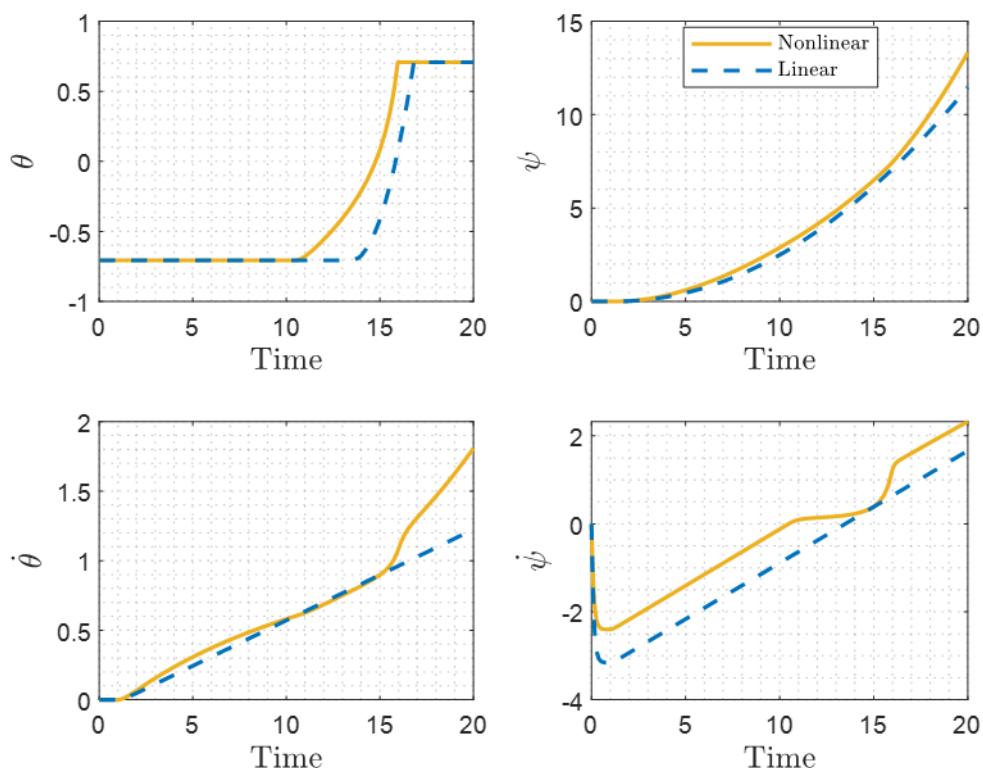
پارامترهای مطلوب سیستم در حالتی درنظر گرفته شده است که ولتاژ اشباع موتورهای گام و تقدیم به ترتیب ۱۵ و ۲۴ ولت باشند. این مطلب در سیمولینک با استفاده از بلوکهای *Saturation* اعمال شده است.

۱-۴-۱ نمودارهای رفتار سیستم خطی و غیرخطی



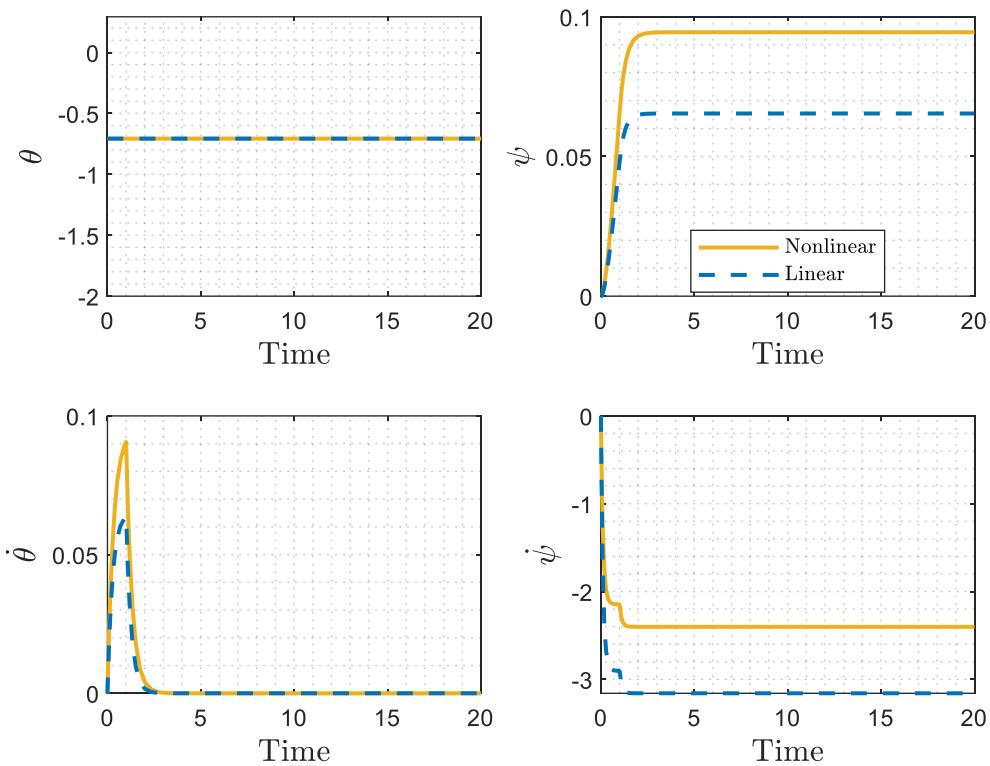
شکل ۱ - ۱۶ مقایسه حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی موج سینوسی.

در تحلیل شکل ۱-۱۶ می‌توان گفت که بیشترین تشابه برای حالتی است که ورودی موتور گام و خروجی سرعت زاویه‌ای تقدیم باشد. همچنین بیشترین تفاوت در حالتی است که در ازای همین ورودی، تغییر زاویه‌ی گام خروجی باشد. لازم به ذکر است که دامنه‌ی این موج سینوسی 10° می‌باشد.



شکل ۱-۱۷ مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی شیب واحد.

در شکل فوق نمودار خروجی حالت‌های سیستم به ازای تابع شیب واحد رسم شده‌اند. در مقایسه با حالت قبل، این ورودی ذاتاً اثر غیرخطی کمتری نسبت به موج سینوسی دارد و لذا فاصله‌ی دو نمودار به مراتب کمتر است.

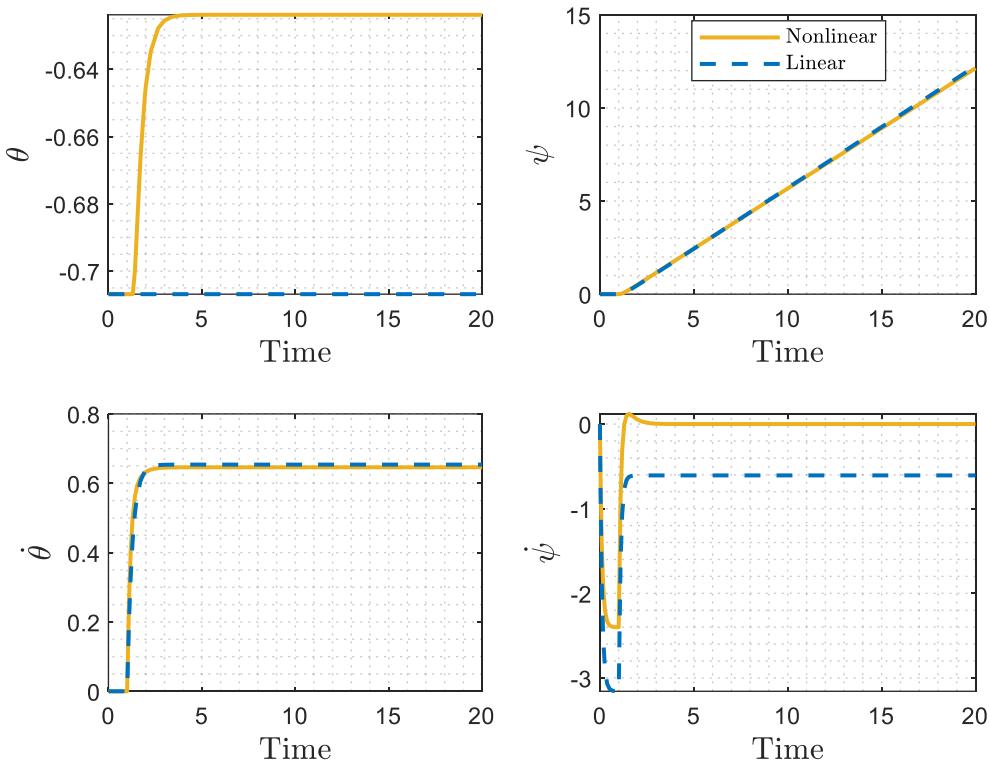


شکل ۱ - ۱۸ مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی ضربه‌ی واحد.

در حالت سوم ورودی سیستم را تابع ضربه‌ی واحد درنظر گرفتیم. تابع ضربه یا همان تابع دلتای دیراک به شرح زیر تعریف می‌شود:

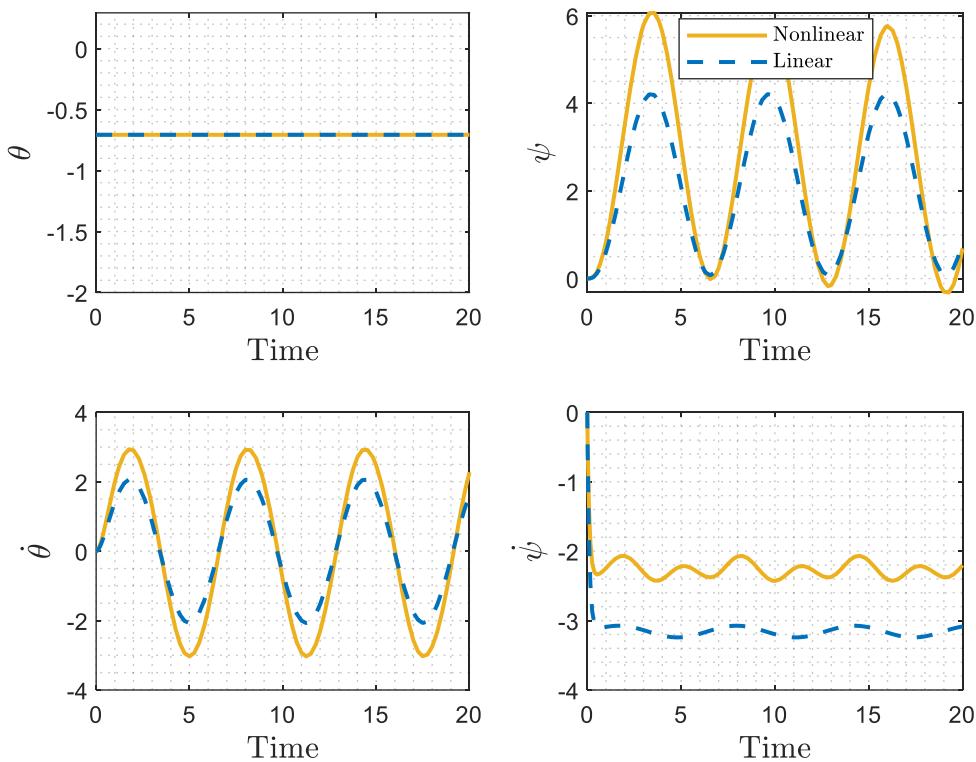
$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} ; \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

رفتار سیستم در این حالت برای زمانی که تغییرات زاویه‌ای گام مدنظر باشد، یکسان است.



شکل ۱ - ۱۹ مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد.

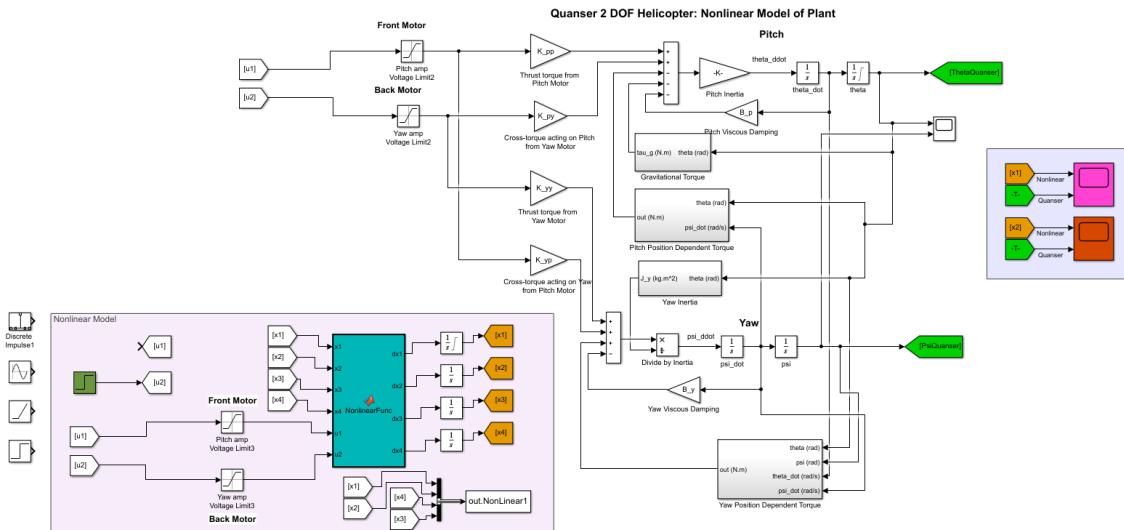
در نهایت برای حالتی که ورودی تابع پله‌ی واحد باشد، نمودار آن را رسم کردیم. همانطور که مشاهده می‌شود در ازای این ورودی تغییرات زاویه‌ی تقدیم در حالت خطی رفتاری کاملاً خطی دارد.



شکل ۱ - ۲۰ مقایسه‌ی حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی دوم موجی سینوسی.

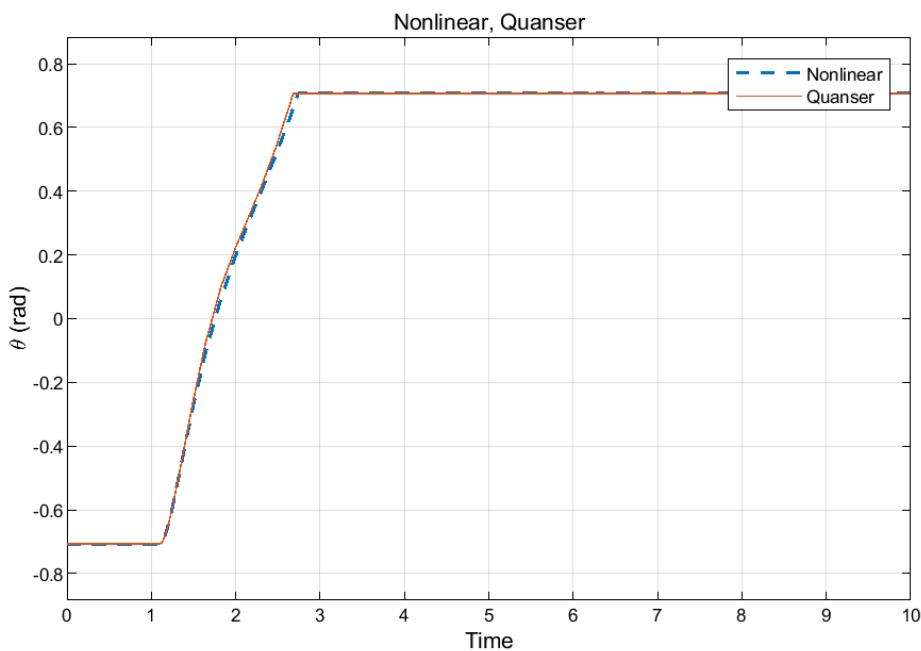
در شکل بالا ورودی را از موتور گام به موتور تقدیم تغییر دادیم. برای مقایسه در شکل ۱-۱۶ از ورودی اول که همان موتور گام بود استفاده کردیم و در این شکل (شکل ۱-۲۰) از موتور تقدیم به عنوان ورودی استفاده کردیم. در این حالت همانگونه که انتظار می‌رفت بر خلاف شکل ۱-۱۶ نمودار $\dot{\theta}$ - Time اختلاف کمتری میان حالت‌های خطی و غیرخطی خود دارد. در ادامه برای پرهیز از شلوغ شدن فضای گزارش، نمودارهای رفتار سیستم به ازای توابع پله، شیب و ضربه در پیوست گزارش آورده شده‌اند.

۲-۴-۱ صحت‌سنجی رفتار سیستم غیرخطی



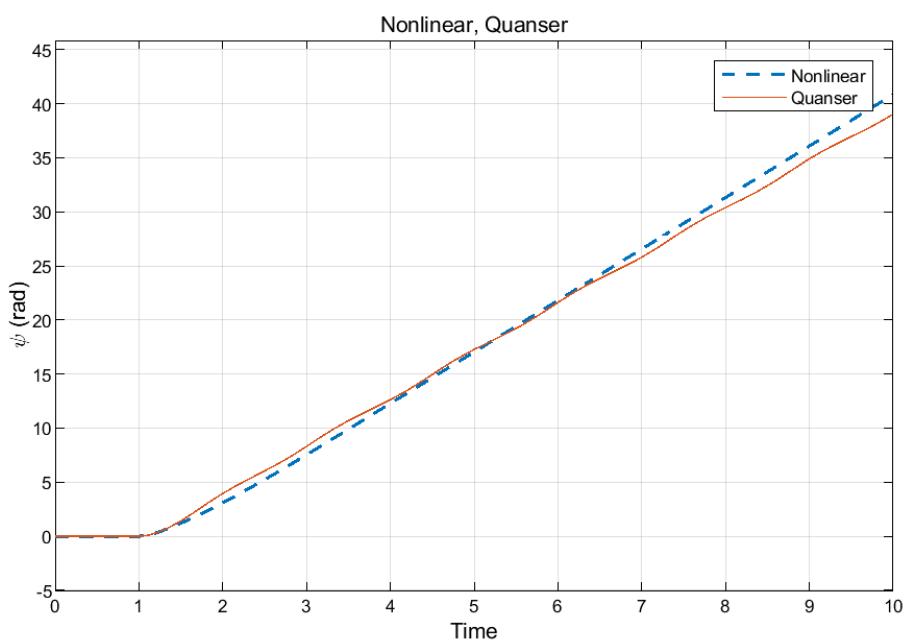
شکل ۱ - ۲۱ مقایسهٔ حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای ورودی دوم موجی سینوسی.

در این زیربخش به تصدیق روش پیاده شده برای نشان دادن رفتار غیرخطی سیستم می‌پردازیم. با توجه به شکل فوق در گوشه‌ی پایینی تصویر بلوک غیر خطی سیستم مدنظر ما آورده شده است. این بلوک با استفاده از معادلات (۱۴-۱) در سیمولینک طراحی شده است. برای صحت‌سنجی این طرح، در قسمت بالای شکل طراحی سیستم مذکور با استفاده از مراجع آموزشی کوانسر آورده شده است. در نهایت نتایج در بلوک سمت راست تصویر به صورت خروجی‌های زاویه‌ای ψ و θ قابل نمایش است.



شکل ۱ - ۲۲ صحت سنجی رفتار غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد برای هر دو زاویه.

از شکل بالا چنین مشخص است که رفتار سیستم در هنگام اجرای موتور تقدیم با رفتار واقعی آن برابر است. در ادامه رفتار سیستم برای دیگر انواع ورودی‌ها از جمله‌ی موج سینوسی و شیب واحد نیز آورده شده است.



شکل ۱ - ۲۳ صحت سنجی رفتار غیرخطی سیستم به ازای ورودی پله‌ی واحد برای هر دو زاویه.

شکل ۱- ۲۳ نیز رفتار سیستم را برای حالتی که خروجی سیستم زاویه‌ی تقدیم باشد نشان می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت که در این حالت نیز سیستم طراحی شده به درستی عمل می‌کند.

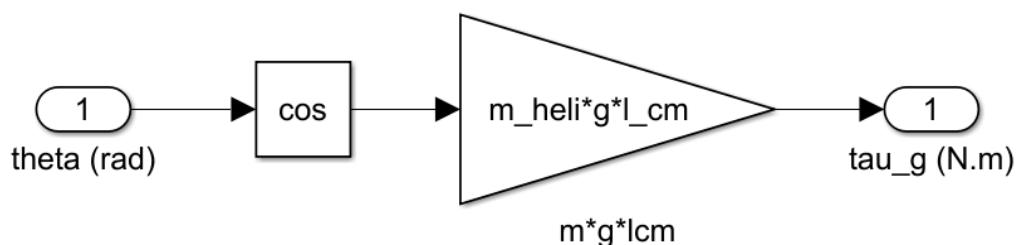
۳-۴-۱ برسی تاثیر جمله‌ی mgl در فضای حالت

همانگونه که در استخراج معادلات فضای حالت داشتیم، وجود جمله‌ی mgl در معادله‌ی ۱-۱۵ بعد از خطی سازی جمله‌ی ۱-۱۴ باید بررسی شود.

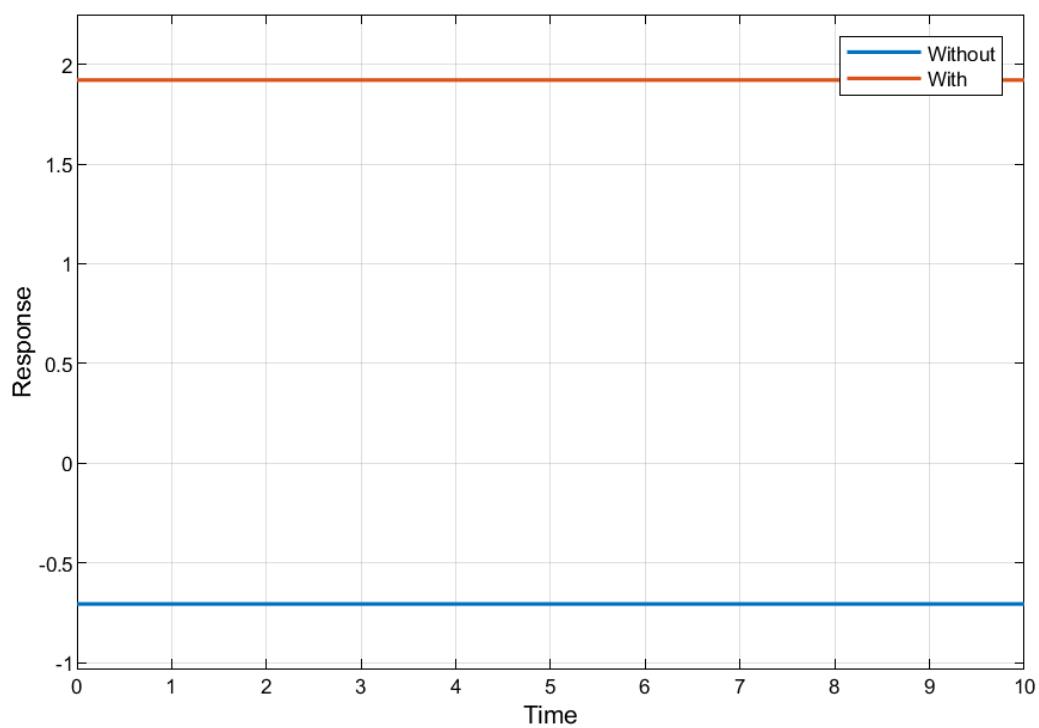
$$\ddot{\theta}(t) = \frac{K_{pp}V_{mp}}{J_p + m_t l_{cm}^2} + \frac{K_{py}V_{my}}{J_p + m_t l_{cm}^2} - \frac{B_p \dot{\theta}(t) + m_t \Psi^2(t) \sin(\theta(t)) l_{cm}^2 \cos(\theta(t)) + m_t g l_{cm} \cos(\theta(t))}{J_p + m_t l_{cm}^2}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{J_p + m_t l_{cm}^2} [[K_{pp} u_1 + K_{py} u_2] - [B_p x_3 + mgl]]$$

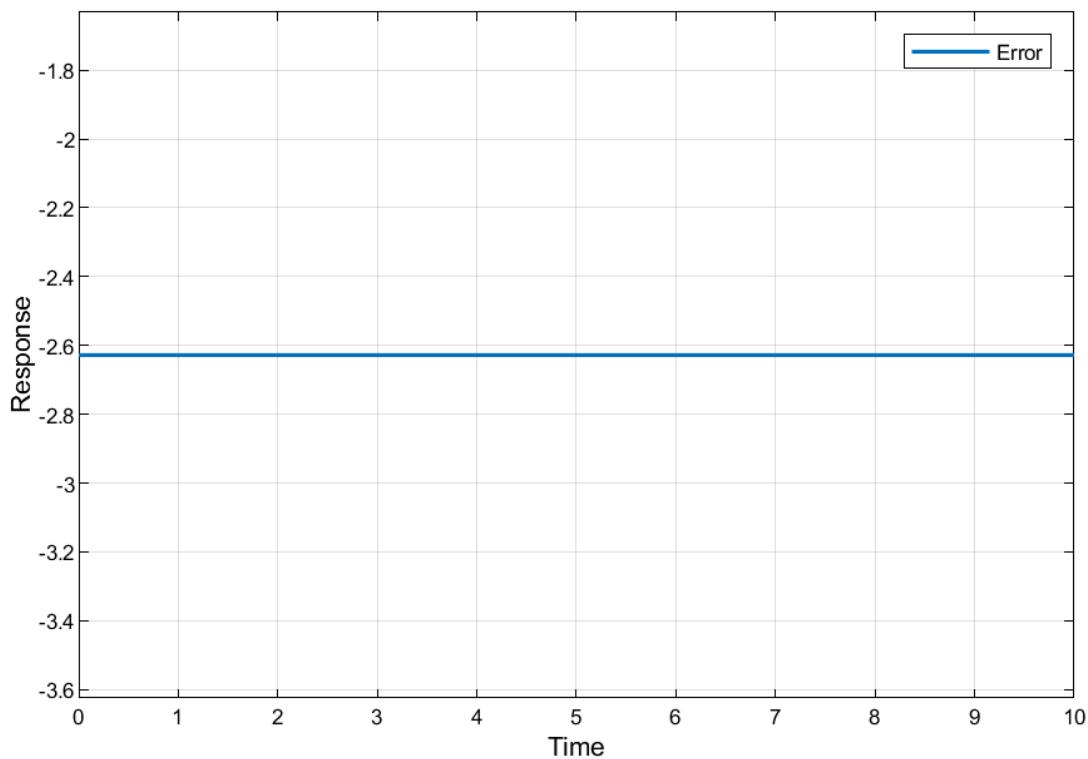
رلتار این جمله را در شبیه‌سازی می‌توان معادل یک اغتشاش دانست. برای این‌کار با طراحی زیر در سیمولینک خواهیم داشت:



شکل ۱ - ۲۴ بررسی تاثیر جمله‌ی .mgl



شکل ۱ - ۲۵ تفاوت قبل و بعد پاسخ با درنظر گرفتن .mgl



شکل ۱ - ۲۶ اختلاف تغییرات پاسخ در اثر وجود .mgl

همانگونه که از نمودارهای بالا مشخص است، این اختلاف به صورت ثابت در پاسخ به سیستم باقی می‌ماند و می‌توان از آن صرفنظر کرد، (دلیل حذف در پاسخ خطی).

۱-۵- بررسی کنترل کلاسیک (PID)

کنترل کننده پی‌آی‌دی یا *Proportional–Integral–Derivative* یک سیستم کنترلی بر پایه فیدبک (بازخورد) می‌باشد که هدف اصلی آن نزدیک کردن نتیجه نهایی فرآیند به مقدار مدنظر ما می‌باشد. به زبان ساده‌تر، تمام دغدغه یک کنترل کننده *PID*، هدایت سیستم به طرف یک سطح، موقعیت و یا هر مقداری که ما مشخص می‌کنیم، می‌باشد. *PID* کنترلرها در صنعت جزء دقیق‌ترین و پایدارترین کنترل کننده‌ها به حساب می‌آیند و عمدها از آنها در راستای خودکارسازی (یا بخشی از یک اتوماسیون) کارها برای نزدیک شدن (تا جای ممکن) به خروجی از پیش تنظیم شده یا هدفی مشخص استفاده می‌کنیم. به خاطر عملکرد قوی و سادگی عملکردی، این روش توسط عمده شرکت‌های مطرح دنیا در زمینه ساخت کنترلر پذیرفته شده است و از آن در محصولات خود استفاده می‌کنند. در کنترل کننده *PID* دو تعریف "خطا" و "SetPoint" از اهمیت بالایی برخوردار هستند. ستپوینت در اینجا به معنای نقطه مدنظر (سطح، موقعیت، کمیت و یا هر چیزی که ما می‌خواهیم در سیستم کنترلی به آن بررسیم) می‌باشد و از طرف دیگر خطا به میزان انحراف (اختلاف) میان نقطه مدنظر و مقدار نهایی خروجی گفته می‌شود. نگفته پیداست که هر چه خطای کمتر باشد بهتر بوده و بدین معناست که ما توانسته‌ایم مقدار نهایی سیستم را با مقدار مدنظر خودمان دقیقاً یکی نماییم.

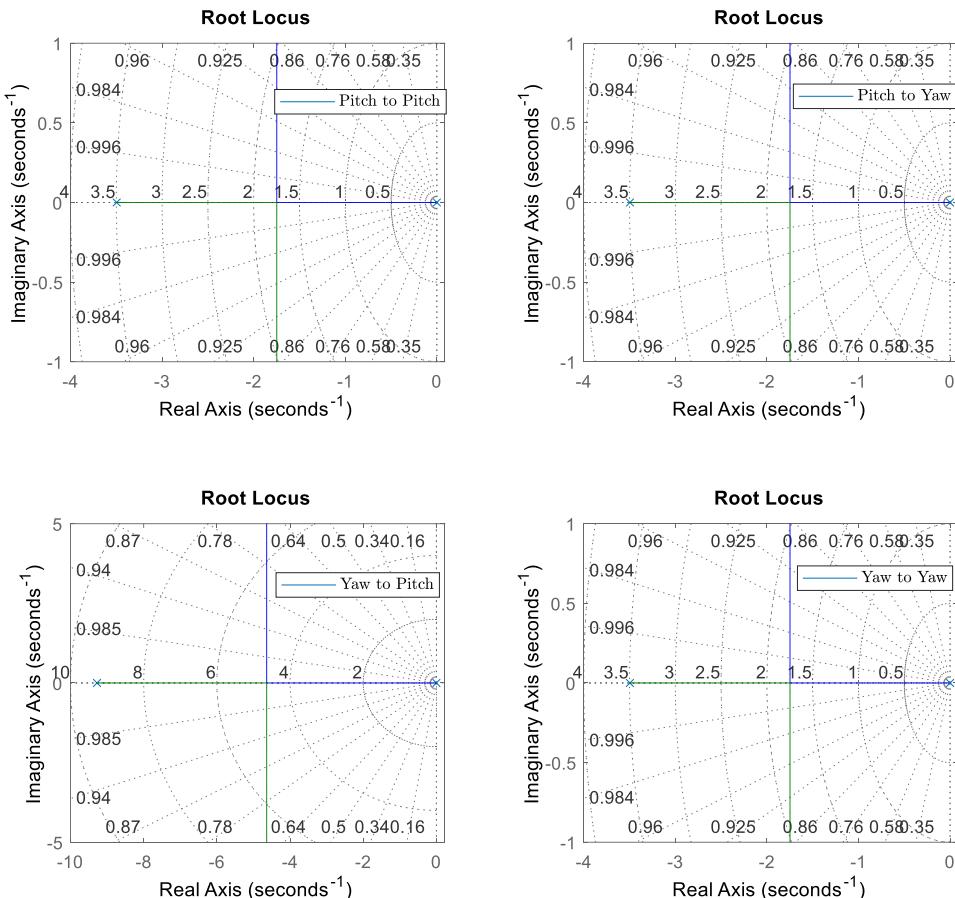
$$K_p + K_i \times \frac{1}{s} + K_d \times s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

برای یک سیستم حلقه‌بسته تابع تبدیل سیستم به صورت زیر نوشته خواهد شد،

$$\left(\frac{U}{Y}\right)_{PID} = \frac{CG}{1 + CG}$$

که در آن C ، بیانگر سیستم کنترلی یا *PID* می‌باشد و G نشان‌دهنده‌ی تابع تبدیل سیستم کنترل پذیر است. با نوشتمن سیستم و استفاده از پایداری *Routh* که نباید در ستون‌ها تغییر علامت رخ دهد می‌توان کنترل *PID* را تا نسبت خوبی حل نمود.

در ابتدا مکان هندسی ریشه ها در شکل ۱ - ۲۷ به تصویر کشیده شدست، و سپس بعد از تشکیل PID نیز این نمودار مکان هندسی رسم شده است و به بررسی محل ریشه های سیستم پرداخته شده است.



شکل ۱ - ۲۷ مکان هندسی ریشه های سیستم.

برای سیستم حاضر هنگامی که زاویه یاو از موتور یاو در حال تاثیر پذیری است،تابع تبدیل به صورت زیر خواهد بود،

$$tf = \frac{0.7913}{s^2 + 3.496s}$$

$$\left(\frac{U}{Y}\right)_{PID} = \frac{(K_d s^2 + K_p s + K_i)1979}{2500s^2 \left(s + \frac{437}{125}\right) \left(\frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s^2 \left(s + \frac{437}{125}\right)} + 1\right)}$$

با استفاده از ریشه‌های مخرج و پایداری راث، به نتایج زیر می‌توان دست یافت:

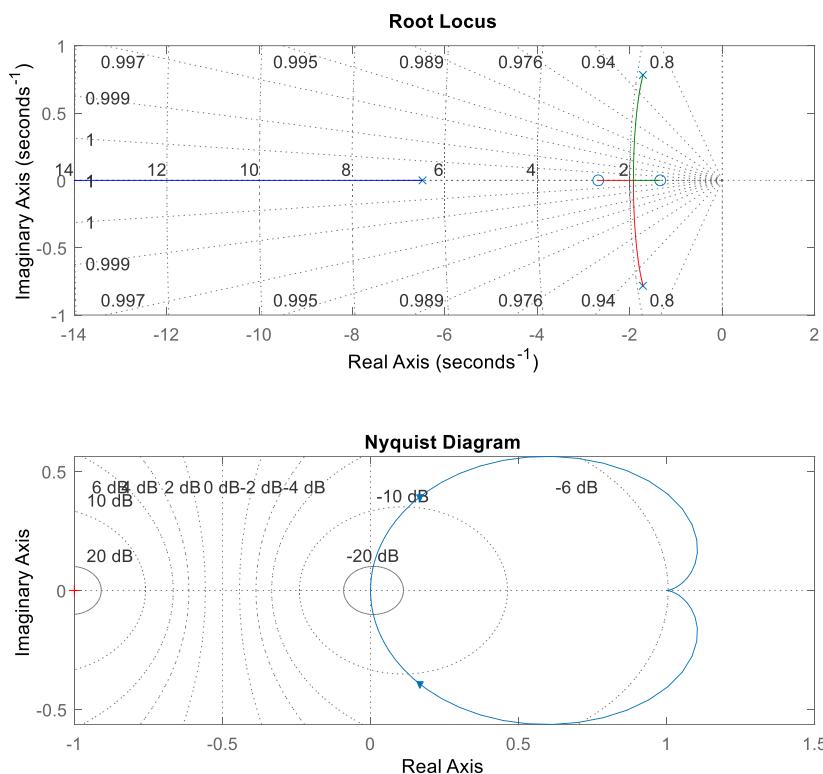
جدول ۱ - ۱ جدول پایداری روش راث - هورویث.

s^4	a_n	a_{n-2}
s^3	a_{n-1}	a_{n-3}
s^2	b_{n-1}	a_{n-3}
s^1	c_{n-1}	
s^0	...	

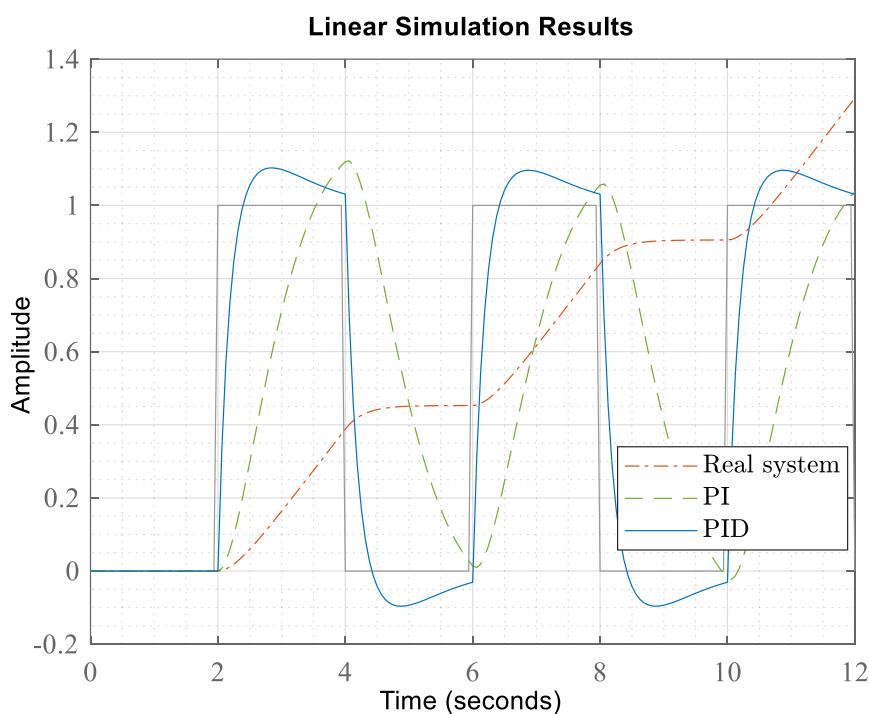
$$K_p = 32.6, K_i = 29.1, K_d = 8.1$$

$$\frac{8.1s^2 + 32.6s + 29.1}{s}$$

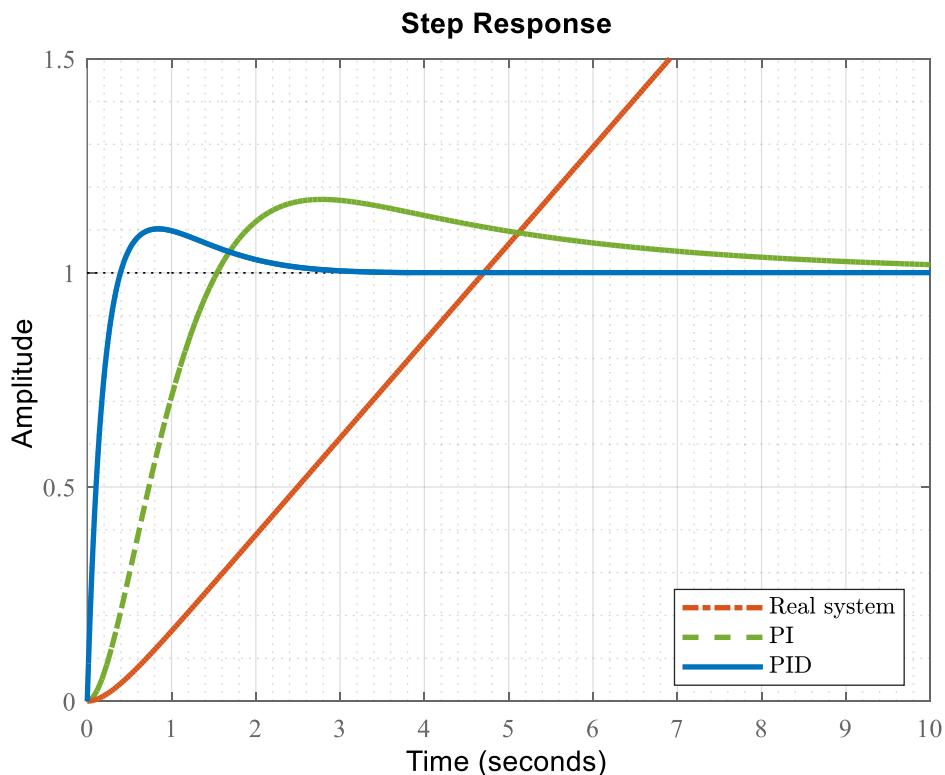
شکل ۱ - ۲۹ بیانگر پاسخ کنترلهای PI و PID بداعای ورودی موج مربعی به زاویه یاو از موتور یا و می‌باشد و شکل ۱ - ۳۰ ورودی پله آنرا نشان می‌دهد. در این حالت نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل تشکیل شده در شکل ۱ - ۲۸ به تصویر کشیده شده است. می‌دانیم در تحلیل مکان‌یابی هندسی پایداری و پاسخ ماندگار سیستم به مکان قطب‌های حلقه بسته‌ی سیستم وابسته است. هر چه این قطب‌ها سمت چپ‌تر از محور موهومی قرار بگیرند، پایداری سیستم بیشتر است. ما در این تحلیل بدنبال آن هستیم تا ببینیم با تغییر ثابت کنترلر، موقعیت قطب‌های حلقه بسته چگونه تغییر می‌کند.



شکل ۱ - ۲۸ نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID



شکل ۱ - ۲۹ پاسخ کنترلهای PI و PID به‌ازای ورودی موج مربعی به زاویه یاو از موتور یاو.



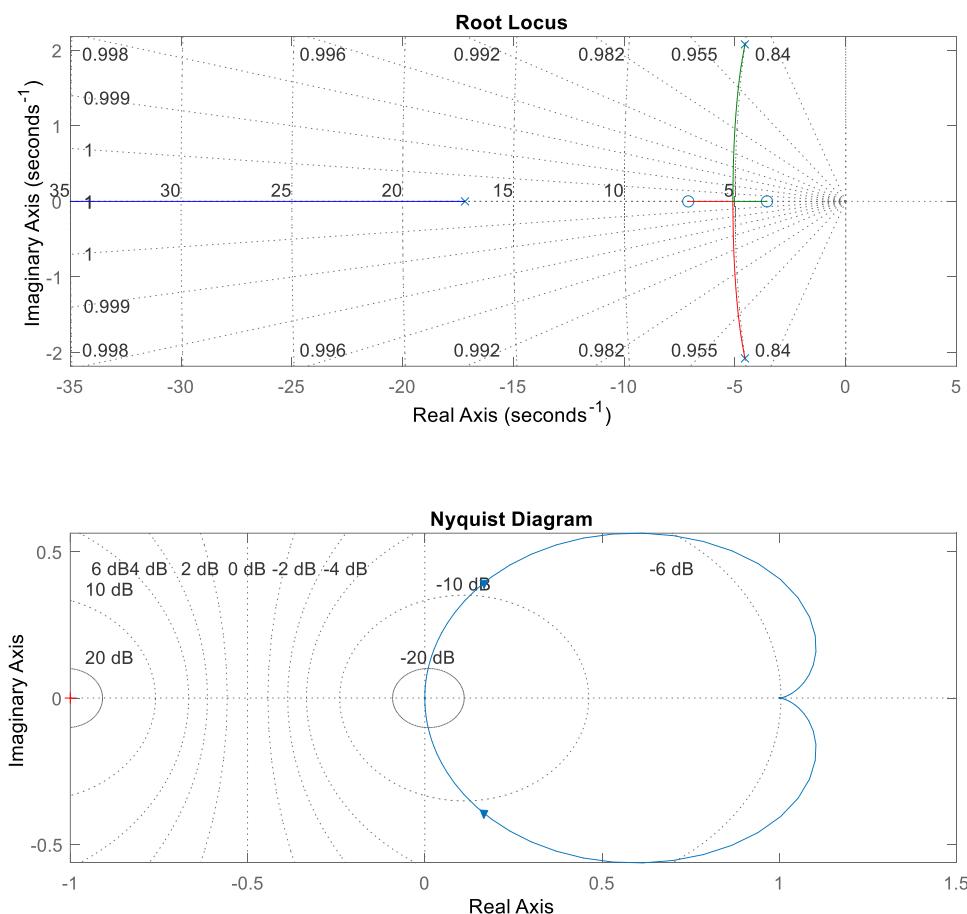
شکل ۱ - ۳۰ پاسخ کنترلهای **PI** و **PID** به ازای ورودی پله به زاویه یاو از موتور یاوه.

با توجه به نمودارها می‌توان دریافت که کنترل **PID** نسبت به **PI** عملکرد بهتری دارد ولی تلاش کنترلی آن بیشتر است.

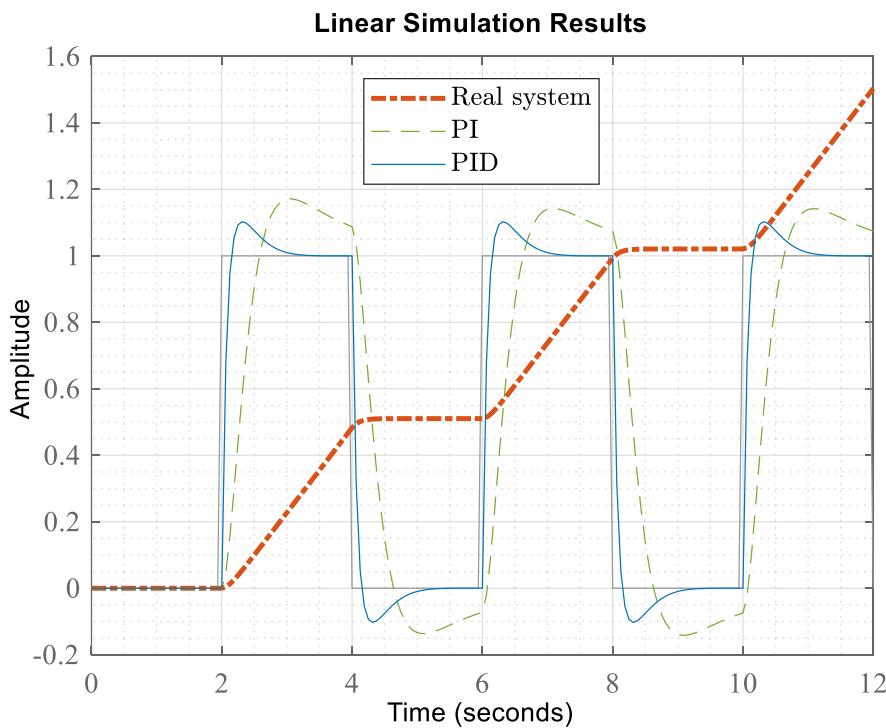
برای سیستم حاضر هنگامی که زاویه پیج از موتور پذیری است،تابع تبدیل به صورت زیر خواهد بود، $K_p = 76.7, K_i = 182, K_d = 7.19$

$$\frac{7.19s^2 + 76.7s + 182}{s}$$

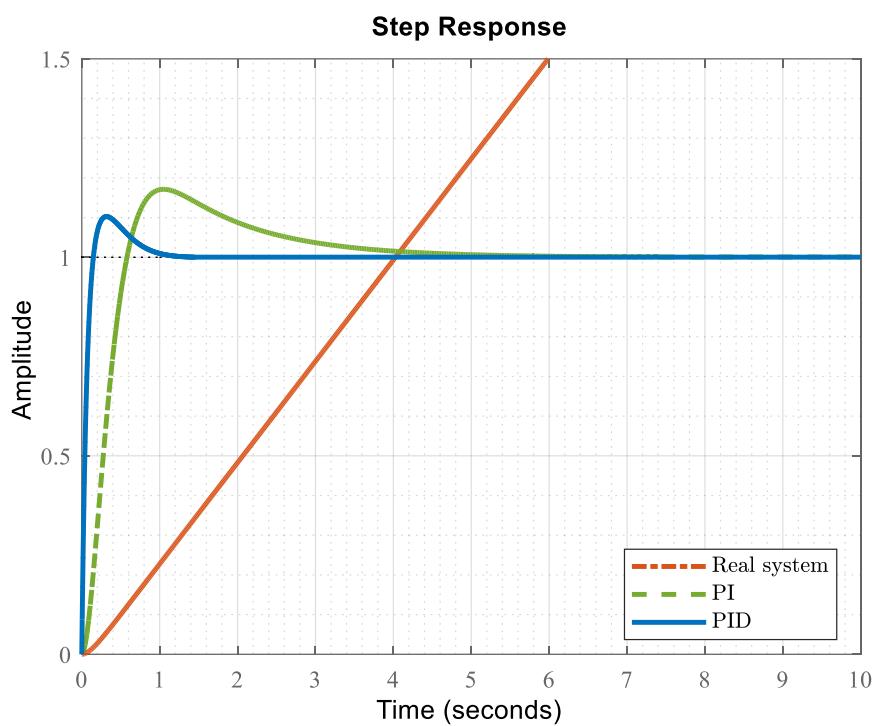
که در این حالت نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل تشکیل شده در به تصویر کشیده شده است.



شکل ۱ - ۳۱ نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل **PID**.



شکل ۱ - ۳۲ - پاسخ کنترلهای PI و PID به‌ازای ورودی موج مربعی به زاویه پیج از موتور پیج.



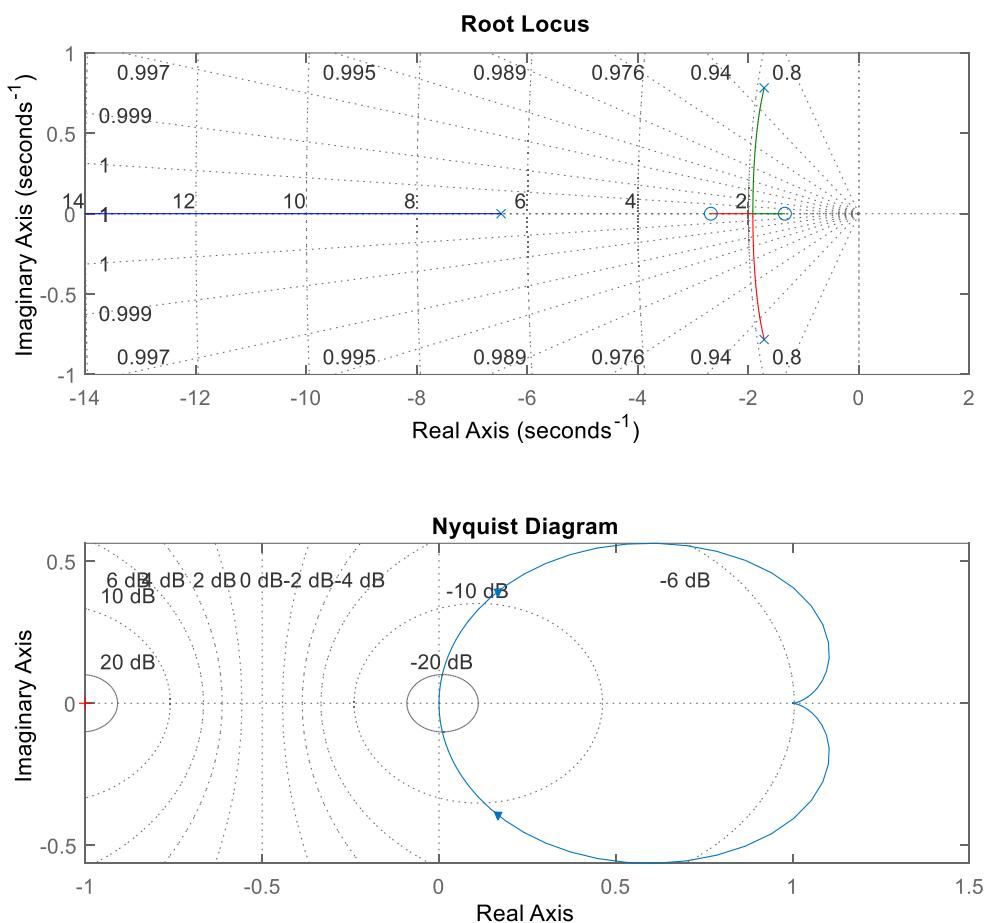
شکل ۱ - ۳۳ - پاسخ کنترلهای PI و PID به‌ازای ورودی پله به زاویه پیج از موتور پیج.

برای سیستم حاضر هنگامی که زاویه یاو از موتور پیچ در حال تاثیر پذیری است،تابع تبدیل به صورت

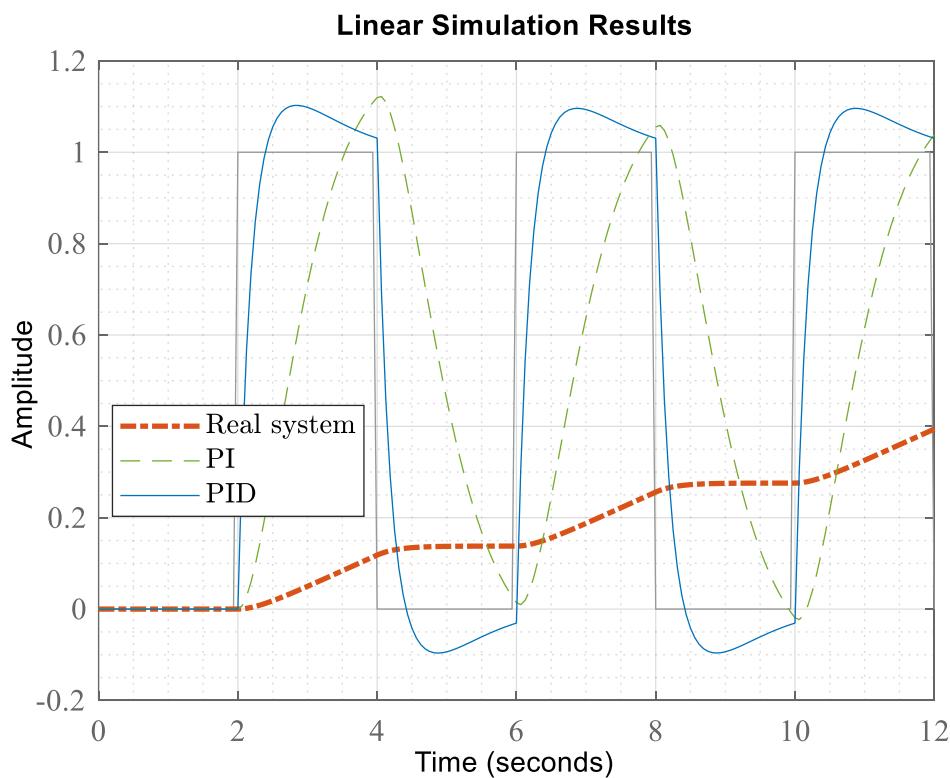
$$K_p = 107, K_i = 95.5, K_d = 26.6$$

$$\frac{26.6s^2 + 107s + 95.5}{s}$$

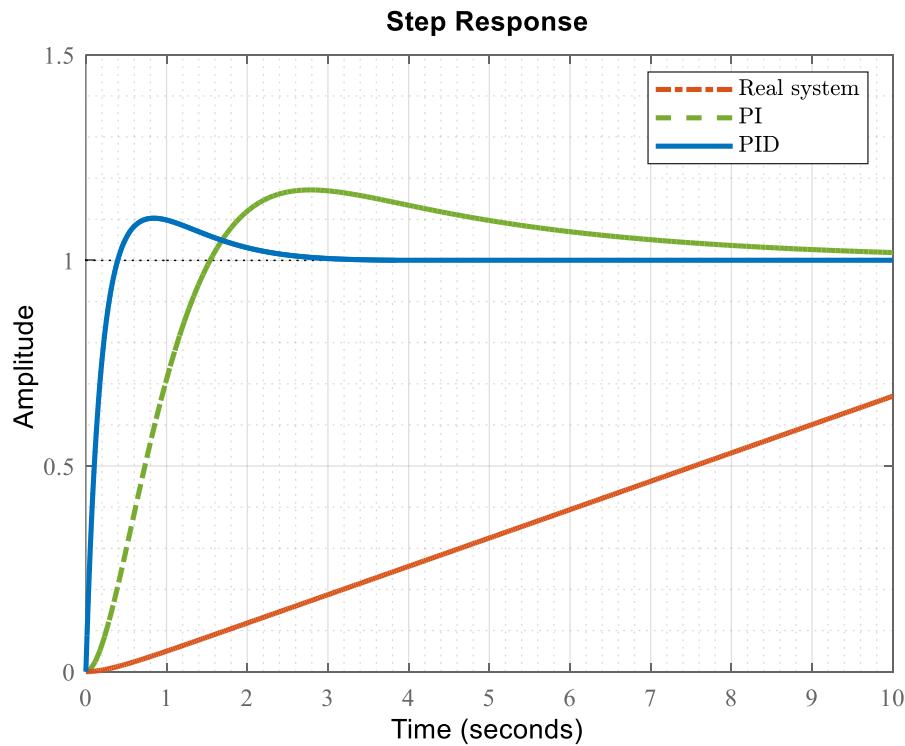
که در این حالت نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل تشکیل شده در به تصویر کشیده شده است.



شکل ۱ - ۳۴ نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID



شکل ۱ - ۳۵ پاسخ کنترلهای PI و PID به‌ازای ورودی موج مربعی به زاویه یاو از موتور پیج.



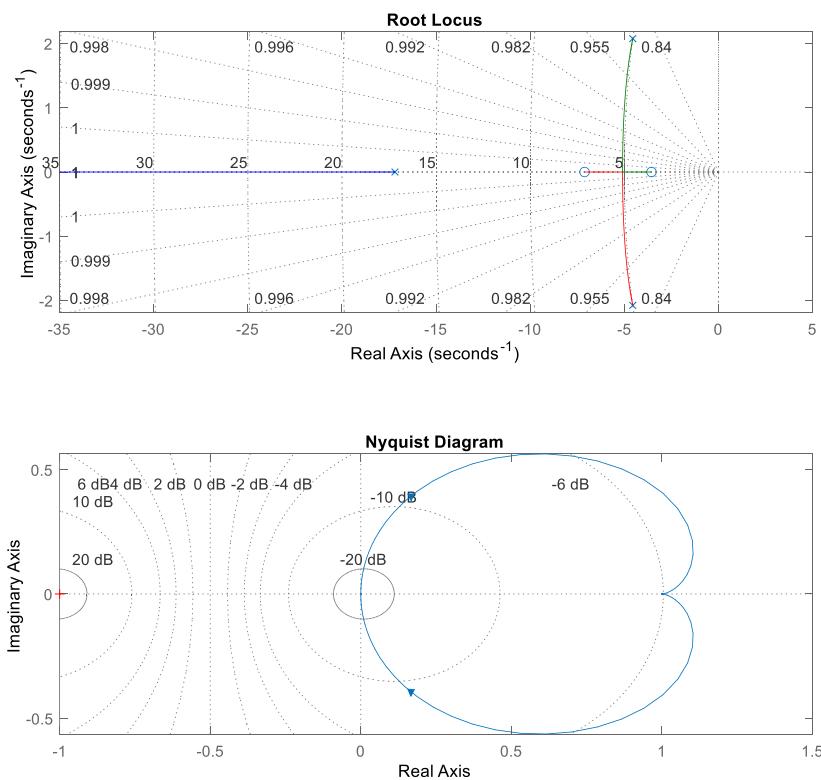
شکل ۱ - ۳۶ پاسخ کنترلهای PI و PID به ازای ورودی پله به زاویه یاو از موتور پیج.

برای سیستم حاضر هنگامی که زاویه پیج از موتور یاو در حال تاثیر پذیری است،تابع تبدیل به صورت

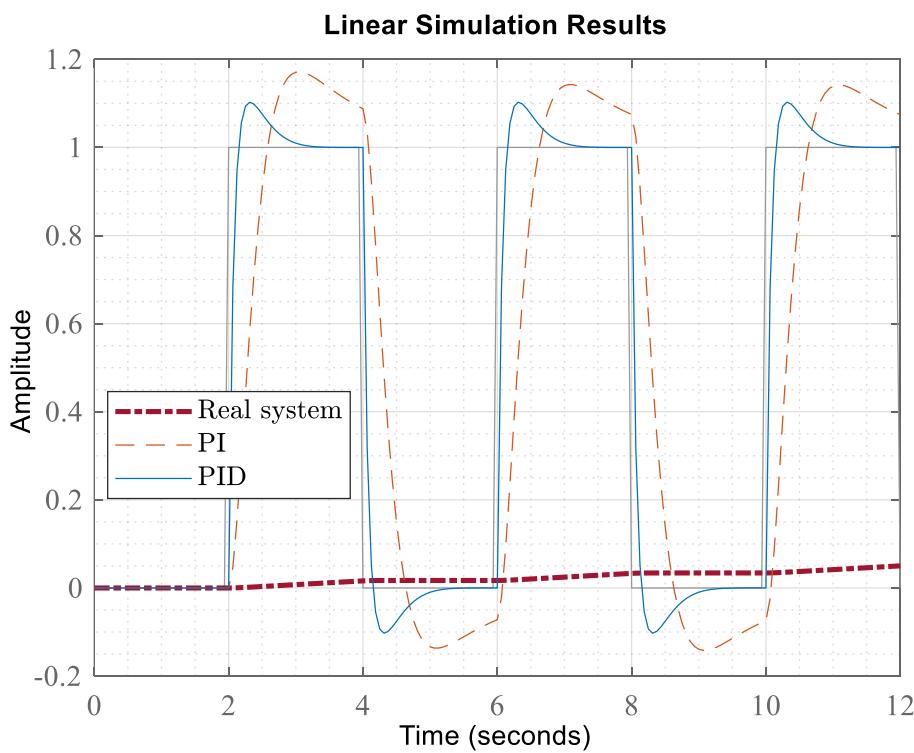
$$K_p = 2.3 \times 10^3, K_i = 5.4 \times 10^3, K_d = 215$$

$$\frac{215s^2 + 5.4 \times 10^3 s + 2.3 \times 10^3}{s}$$

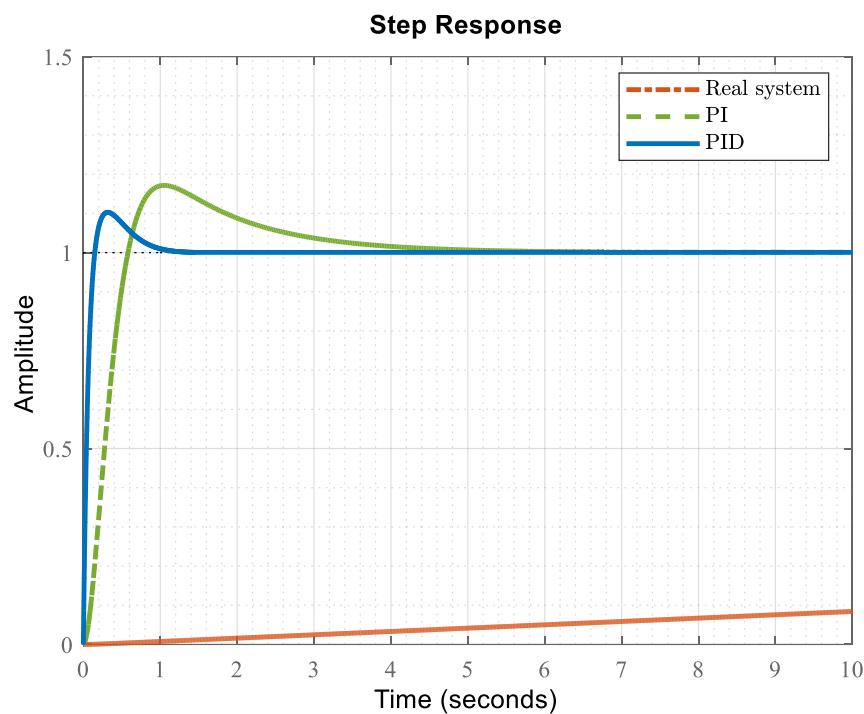
که در این حالت نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل تشکیل شده در به تصویر کشیده شده است.



شکل ۱ - ۳۷ نمودار نایکوئیست و مکان هندسی تابع تبدیل PID



شکل ۱ - ۳۸ - پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی موج مربعی به زاویه پیج از موتور یاوه.



شکل ۱ - ۳۹ - پاسخ کنترلرهای PI و PID بهازای ورودی پله به زاویه پیج از موتور یاوه.

روش دوم، استفاده از روش زیگلر-نیکولز (Nichols-Ziegler) می‌باشد که این روش براساس مشخصات پاسخ گذرا عمل می‌کند، در این روش، ابتدا مشتق گیر و انتگرال گیر را خاموش می‌کنیم. سپس، بهره تناسبی را آنقدر افزایش می‌دهیم تا سیستم حلقه بسته به مرز نوسانات پایدار برسد (یعنی قطب‌های حلقه بسته روی محور عمودی در صفحه مختصاط قرار گیرند). در این حالت، بهره تناسبی بهره بحرانی نامیده می‌شود و فرکانس نوسانات هم فرکانس بحرانی نامیده می‌شود. با داشتن بهره و فرکانس بحرانی از جدول زیگلر-نیکولز استفاده کرده و بهره‌های کنترل را بدست آورد.

<i>Controller</i>	K	T_i	T_d	T_p
P	$0.5K_u$			T_u
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$		$1.4T_u$
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$	$0.85T_u$

در عمل رساندن سیستم به مرز نوسانات ممکن است خطرناک باشد و به سیستم آسیب برساند. به علاوه، گاهی برخی از سیستم‌ها به ازای هیچ بهره‌ای نوسانی نمی‌شوند. به عبارت دیگر این روش برای سیستم‌های دارای پایداری مشروط کاربرد دارد. ضرایب بدست آمده به روش زیگلر نیکولز بهینه نسیتند و تنظیم نهایی، برای پاسخ بهتر به روش سعی و خطأ حول مقادیر بدست آمده انجام می‌شود.

تواتر تدبیر سیستم حاضر به شرح ذکر است،

From input "Velocity Pitch" to output...

pitch angle: $\frac{0.241}{s^2 + 9.275}$ s

yaw angle: $\frac{0.7913}{s^2 + 3.496}$ s

From input "Velocity Yaw" to output...

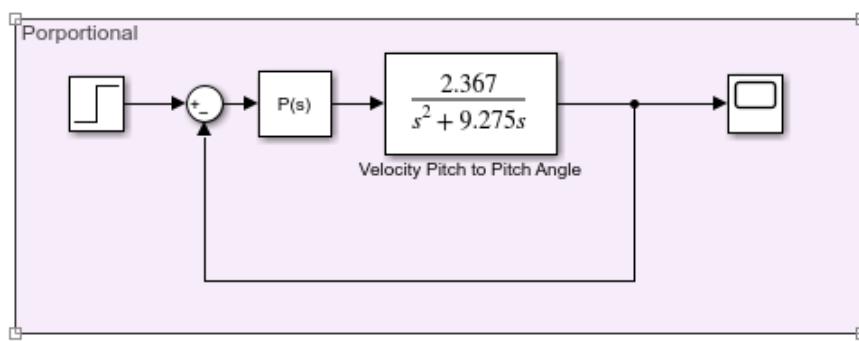
pitch angle: $\frac{0.07898}{s^2 + 9.275}$ s

yaw angle: $\frac{0.7913}{s^2 + 3.496}$ s

برای pitch angle به Velocity Pitch داریم:

```
From input "Velocity Pitch" to output...
2.367
pitch angle: -----
s^2 + 9.275 s
```

ابتدا کنترل کننده مشتقی و انتگرالی را خاموش می کنیم و بهره تناوبی را آنقدر افزایش می دهیم تا سیستم به مرز نوسانات پایدار برسد، با توجه به درجه دو بودن مخرج، ابتدا پروپورشنال از سعی و خطای محاسبه می شود،



$$K_{P_{tuned}} = 0.3735$$

حال معادله مشخصه سیستم را محاسبه می نماییم،

$$\begin{aligned} 1 + G_{ol} &= 0 = 1 + \frac{2.367 K_p}{s^2 + 9.275 s} = s^2 + 9.275 s + 2.367 K_p = 0 \\ s^2 + 9.275 s + 2.367 K_p &= 0 \xrightarrow{s=j\omega} (j\omega)^2 + 9.275(j\omega) + (0.3735)2.367 \\ &= -\omega^2 + 9.275\omega j + 0.8841 = 0 \rightarrow \omega = 0.9403 \end{aligned}$$

$$T_u = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0.9403} = 6.6821$$

با استفاده از جدول زیگلر-نیکولز،

$$K_p = 0.6K_u \rightarrow K_u = 0.6225$$

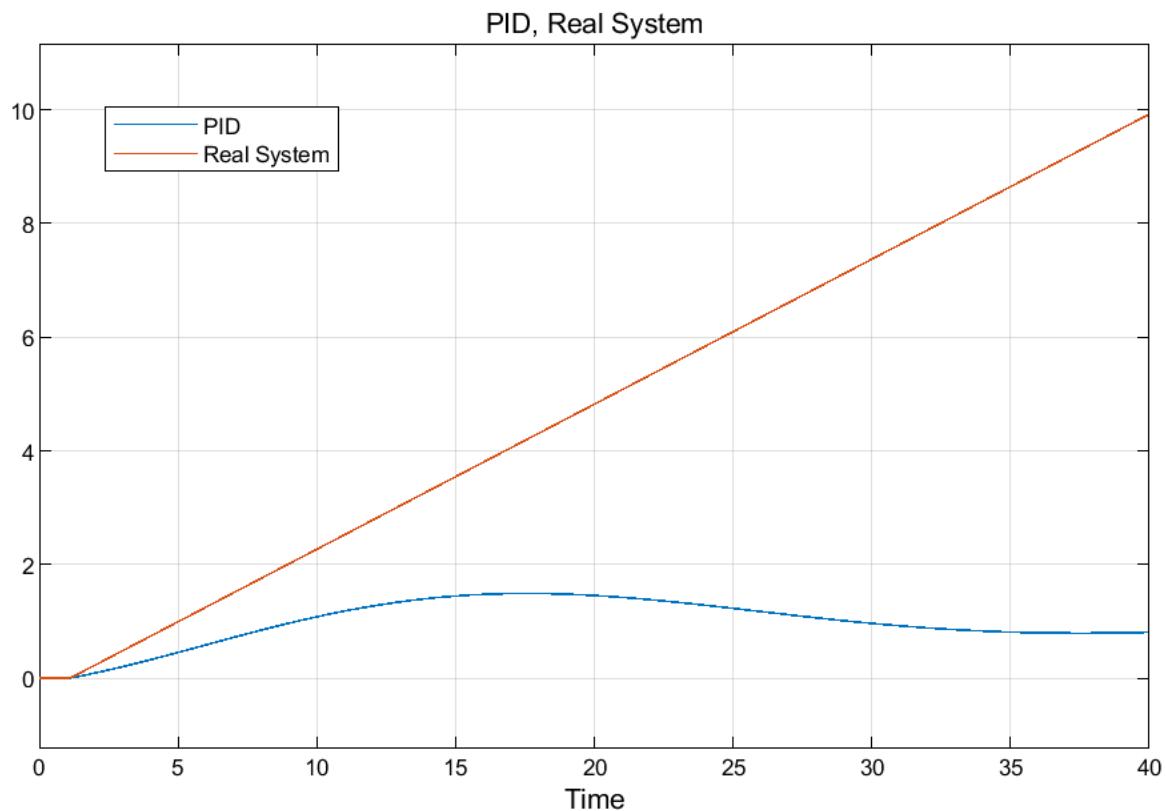
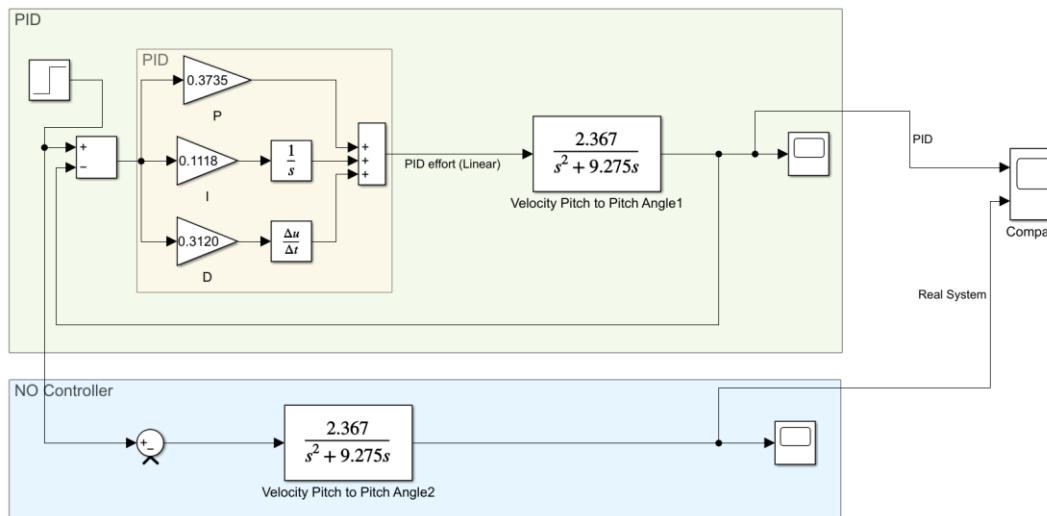
$$T_i = 0.5T_u = 0.5 \times 6.6821 = 3.3411$$

$$T_d = 0.125T_u = 0.125 \times 6.6821 = 0.8353$$

در نتیجه،

$$C(s) = K_p + \frac{K_p}{T_i} \frac{1}{s} + K_p T_d s = 0.3735 + 0.1118 \frac{1}{s} + 0.3120s$$

برای بررسی داریم،

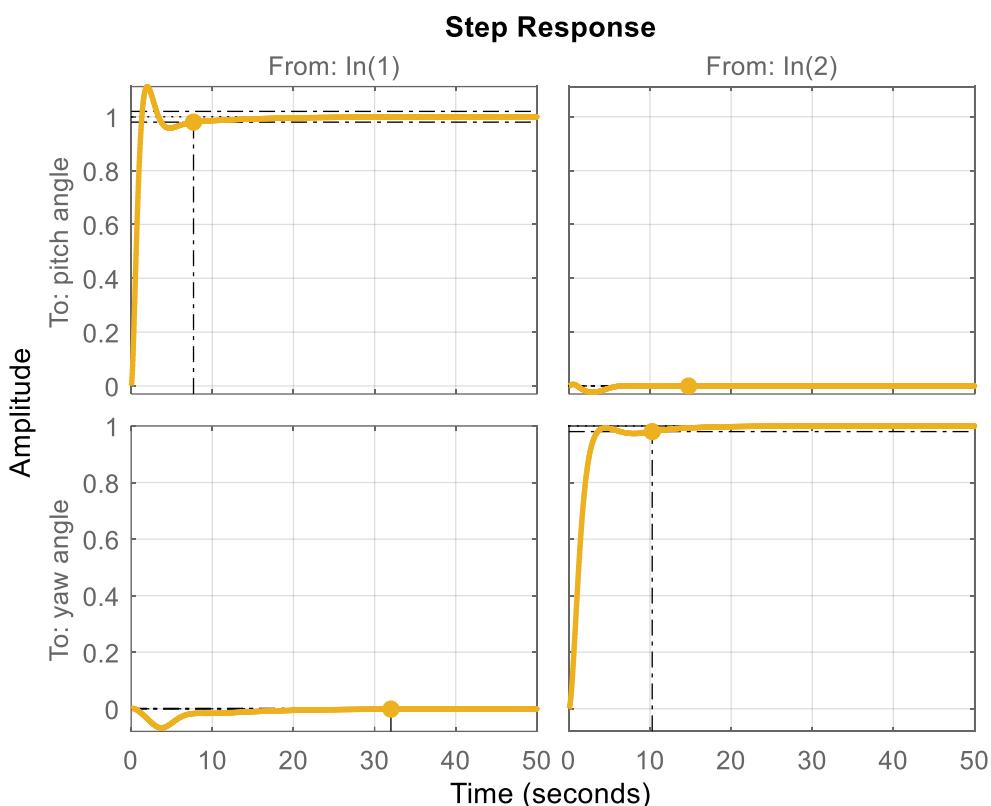


شکل ۱ - ۴۰ پاسخ پله به PID طراحی شده با زینگر و پاسخ اصلی سیستم.

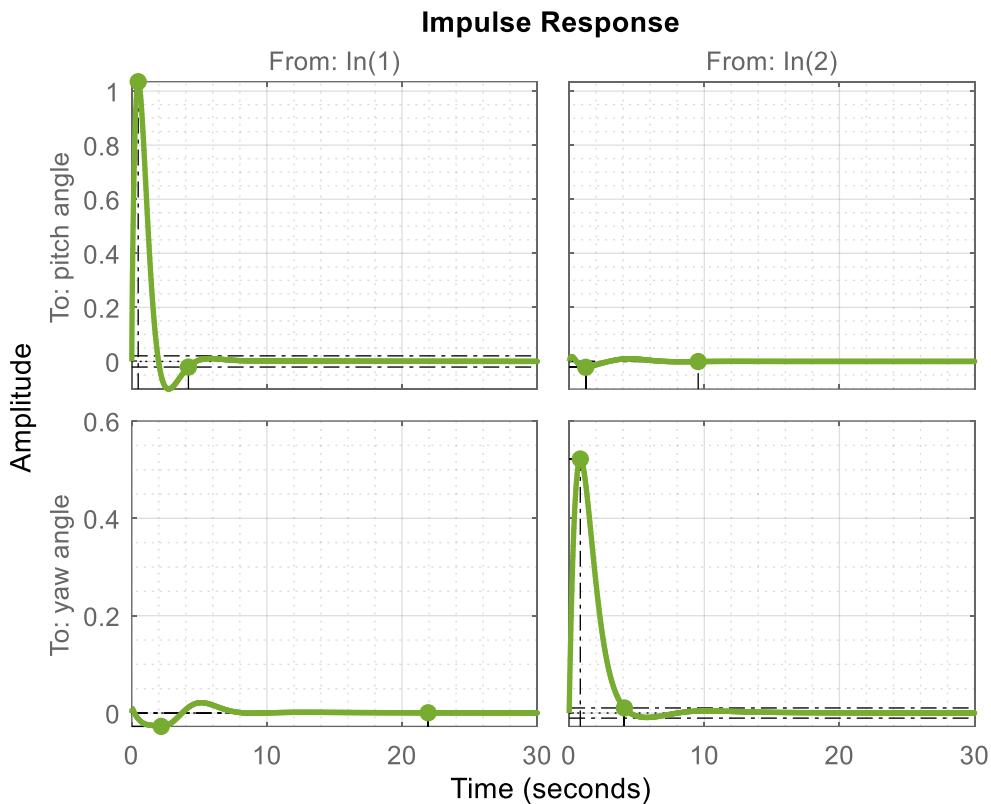
همانطور که قابل ملاحظه میباشد، سیستم نتوانسته است رفتار نوسانی در PID را کنترل نماید.

۱-۶-۱- طراحی جبران کننده عملکرد

عملکرد و مقاوم بودن را با ترکیب دو روش حلقه شکل متعادل می‌کند. طراحی با حساسیت loopsyn مختلط (mixsyn)، که تمایل به بهینه سازی عملکرد و جداسازی در هزینه مقاوم دارد. روش Glover- McFarlane (ncfsyn) که مقاوم بودن را برای عدم قطعیت ساختار به حداقل می‌رساند. می‌توان با توجه به این ساختار تعادل بین عملکرد و مقاوم را برای به دست آوردن پاسخ‌های دامنه زمانی رضایت‌بخش تنظیم نمود. با فرا جهش 10° درصد و زمان نشست 15 ثانیه و معیار 2 درصد، پاسخ به صورت زیر خواهد بود،



شکل ۱ - ۴۱ - پاسخ جبران کننده عملکرد به ورودی پله به هر دو ورودی.

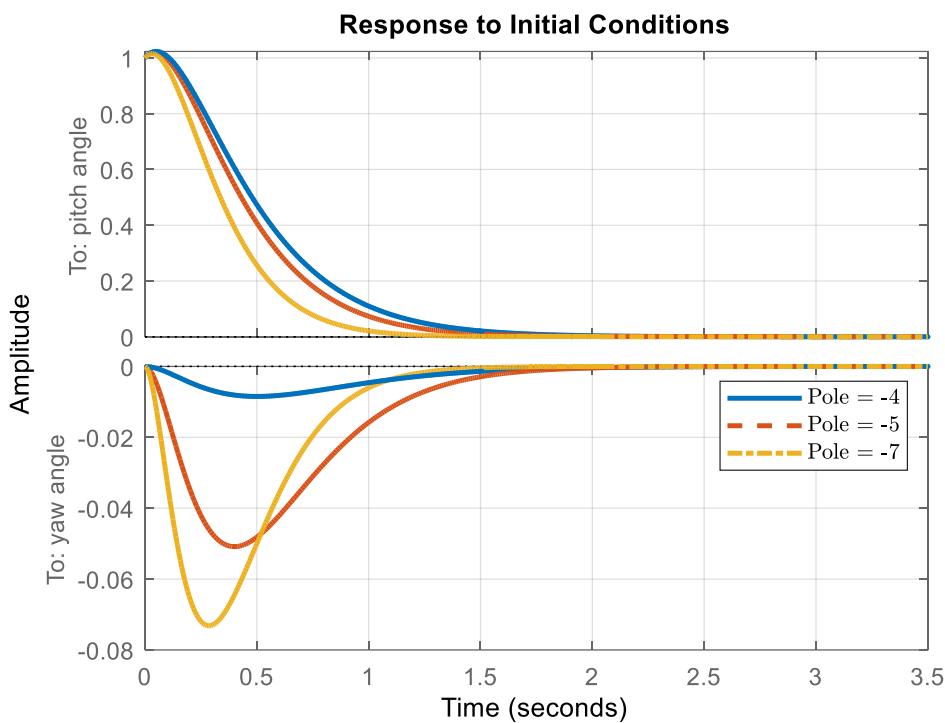


شکل ۱ - ۴۲ پاسخ جبران کننده عملکرد به ورودی پله به هر دو ورودی.

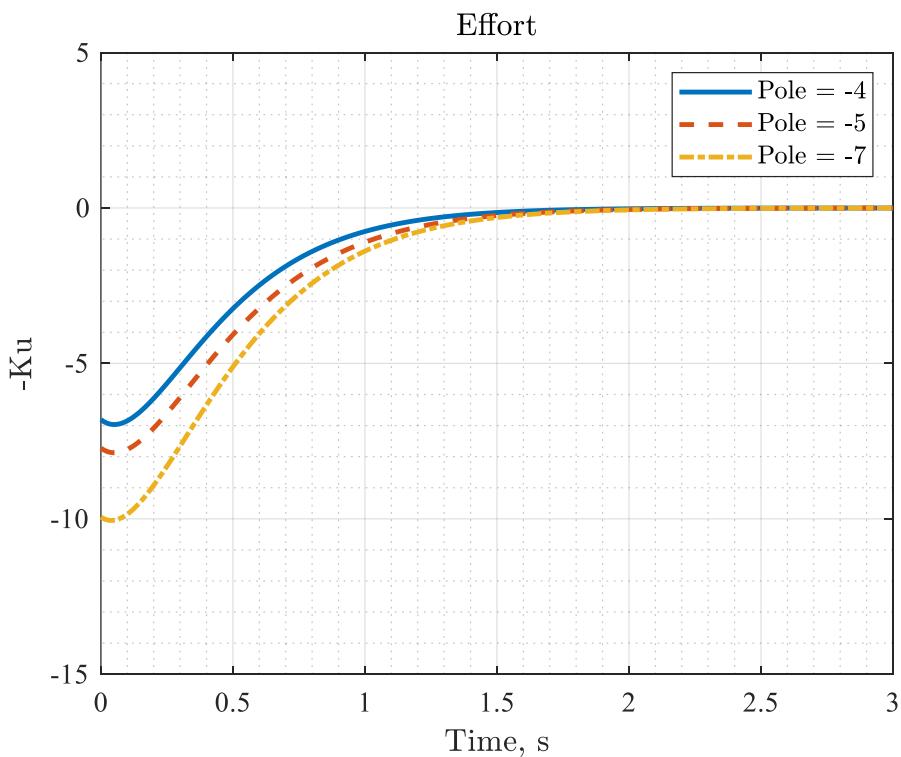
۱-۷-۱- طراحی رگولاتور

در این قسمت با استفاده از روش Full State Feedback یک رگولاتور بر مبنای مدل خطی طراحی شده اعمال می‌شود و سپس با استفاده از چند جمله‌ای‌های Butterworth و Bessel ITAE بهترین جایابی قطب‌های سیستم حلقه‌بسته انجام می‌شود.

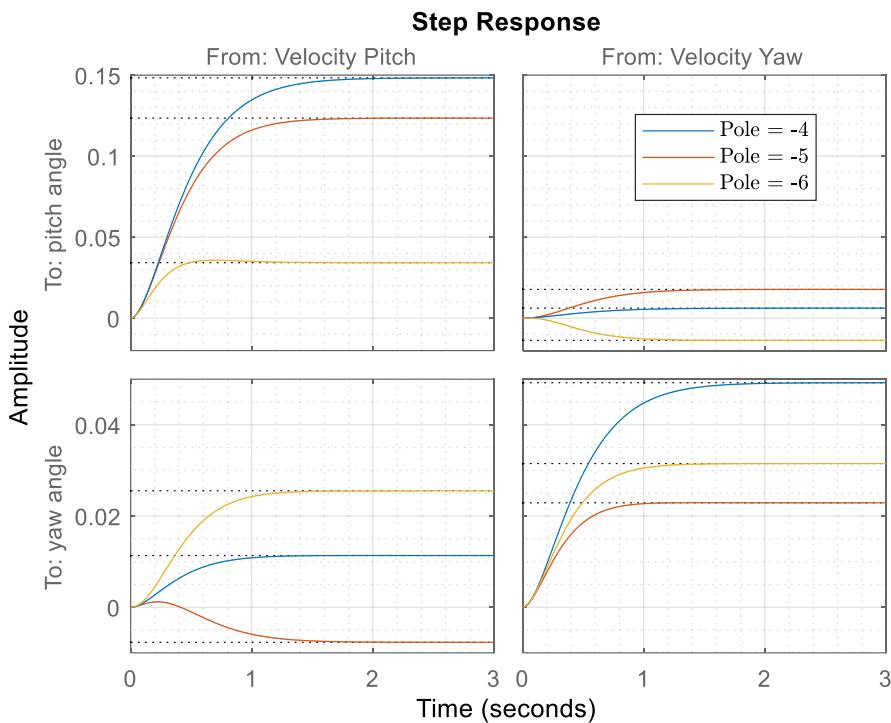
برای کنترل سیستم در ابتدا کنترل پذیری سیستم بررسی شده است، سپس با استفاده از جایابی قطب‌ها به بررسی پاسخ می‌پردازیم. قطب‌ها را همانطور که اشاره شد در نزدیک‌ترین نقطه به‌همدیگر قرار می‌دهیم و سپس با توجه به اینکه سیستم MIMO است نمی‌توان از دستورات مطرح شده در کلاس استفاده کرد. از دستور place استفاده می‌کنیم و بهره کنترلی را محاسبه می‌نماییم، که این روش بر اساس روش EESA می‌باشد. قطب‌ها را در نزدیک‌ترین حالت ممکن در نقاط قرار می‌دهیم و پاسخ رگولیت شده در شکل ۱-۴۳ نشان داده شده است، که با دور کردن قطب‌ها، زودتر به پایداری اولیه بازگشته‌یم.



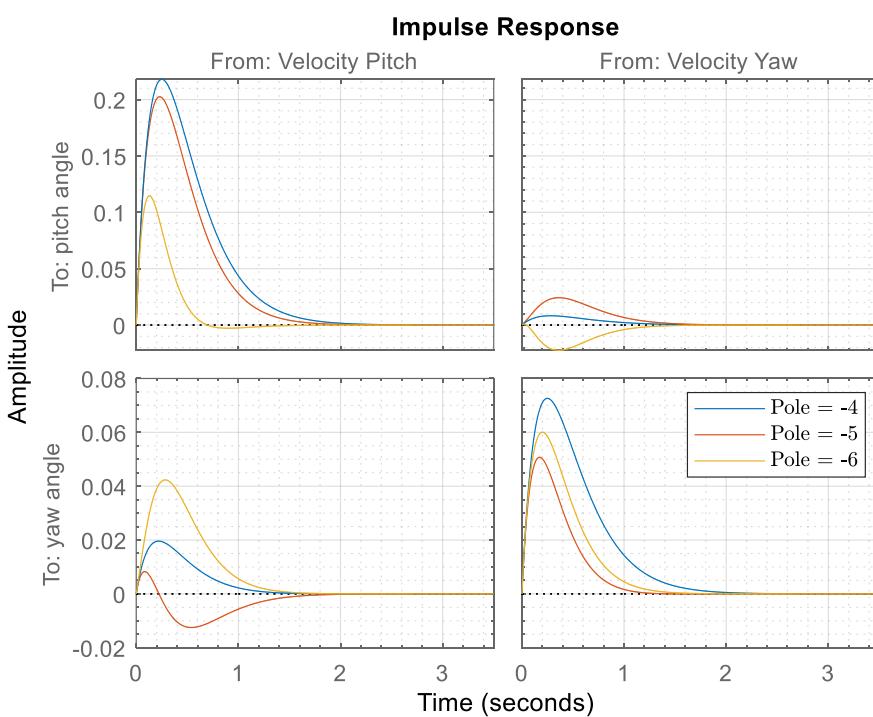
شکل ۱ - ۴۳ پاسخ سیستم به شرط اولیه.



شکل ۱ - ۴۴ تلاش برای رگولیت کردن سیستم.



شکل ۱ - ۴۵ پاسخ پله جابه‌جایی قطب‌های سیستم.



شکل ۱ - ۴۶ پاسخ ضربه جابه‌جایی قطب‌های سیستم.

۱-۸- بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های ITAE

Chebyshev و Butterworth و Bessel

انتخاب محل قطب‌های سیستم حلقه‌بسته یک گام مهم در طراحی کنترل فیدبک حالت است. برای یافتن بهترین محل قطب‌ها از معیارهای کارایی استفاده می‌شود. سه معیار کارایی پرکاربرد عبارتند از ITAE، Butterworth و Bessel. معیار ITAE مبتنی بر اندازه‌ی خطاست و بر خطا در حالت ماندگار متتمرکز است و دو معیار دیگر متتمرکز بر کاهش خطا در کل زمان‌ها و کاهش تلاش کنترلی از طریق کنترل پهنه‌ای باند هستند. در شرایط یکسان انتظار می‌رود که کنترل طراحی شده با معیار ITAE تلاش کنترلی و میزان فراجهش به مراتب بزرگ‌تری داشته و از طرف دیگر زمان نشست آن کمتر باشد. این موضوع در ادامه بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۸-۱- بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های ITAE

برای بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های ITAE از چندجمله‌ای موجود در شکل می‌توان استفاده کرد. مقدار n با استفاده از نمودار شکل ۱ - ۴۸ که مربوط به پاسخ به ورودی پله بر حسب زمان است به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 & s + \omega_n \\
 & s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \\
 & s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \\
 & \boxed{s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4} \\
 & s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5 \\
 & s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.60\omega_n^2 s^4 + 8.60\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6
 \end{aligned}$$

چندجمله‌ای‌های ITAE مبتنی بر پاسخ پله

این شاخص با توجه به رابطه‌ی زیر حساب می‌شود:

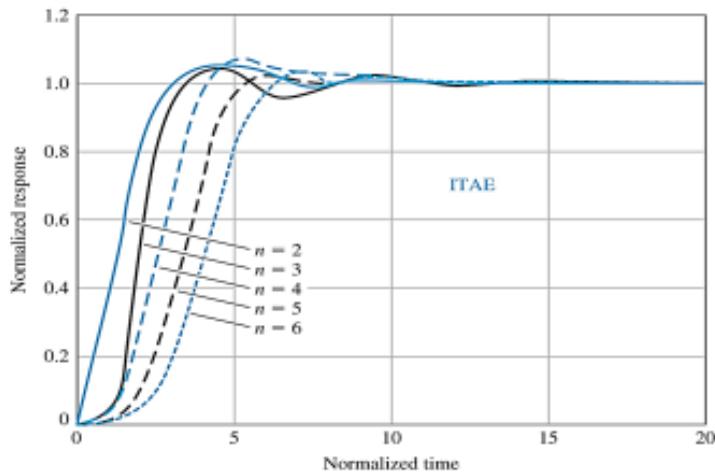
$$ITAE = \int_0^T t|e(t)| dt$$

با استفاده از دستور زیر در نرم افزار متلب برای این بخش خواهیم داشت:

```

poles_1=vpa(solve(s^4 + 2.1*w_n*(s^3)...
+ 3.4*(w_n^2)*(s^2)+ 2.7*(w_n^3)*(s) + (w_n^4)));
poles=double(poles_1);
K_ITAE = place(A,B,poles) % K obtained from ITAE criteria

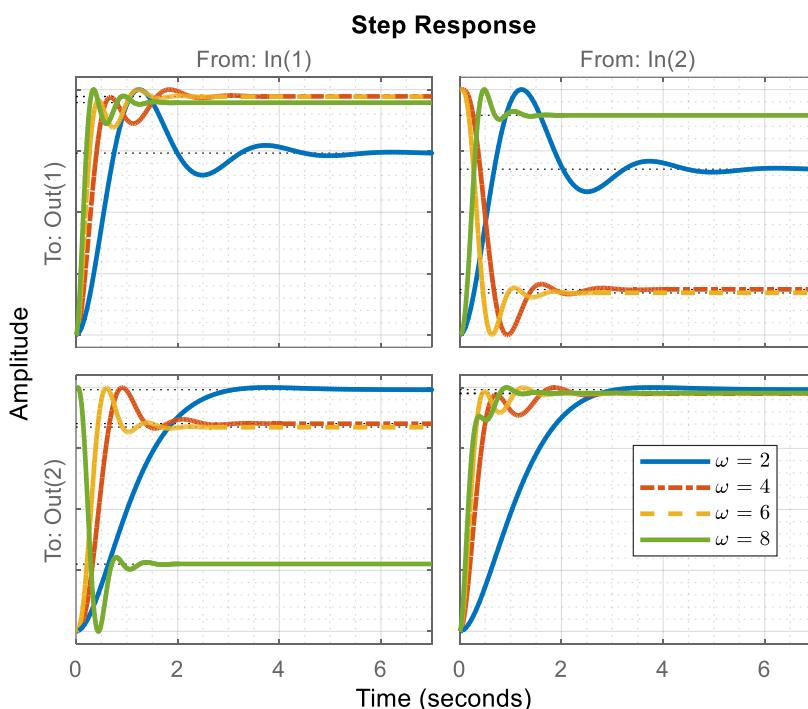
```



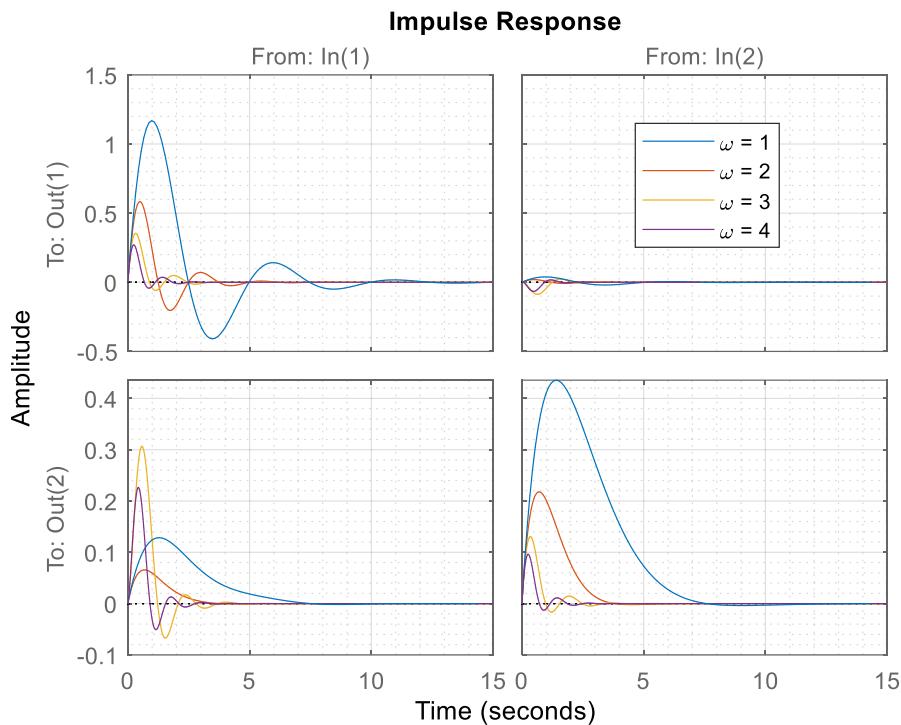
شکل ۱ - ۴۷ - پاسخ نرمالیزه شده به ورودی پله بر حسب زمان نرمالیزه شده.

بر این اساس بهترین جایابی محل قطبها عبارت است از: (برای $\omega = 4$

$$\begin{aligned} & -2.5041 - 1.6566i \\ & -2.5041 + 1.6566i \\ & -1.6959 - 5.0520i \\ & -1.6959 + 5.0520i \end{aligned}$$

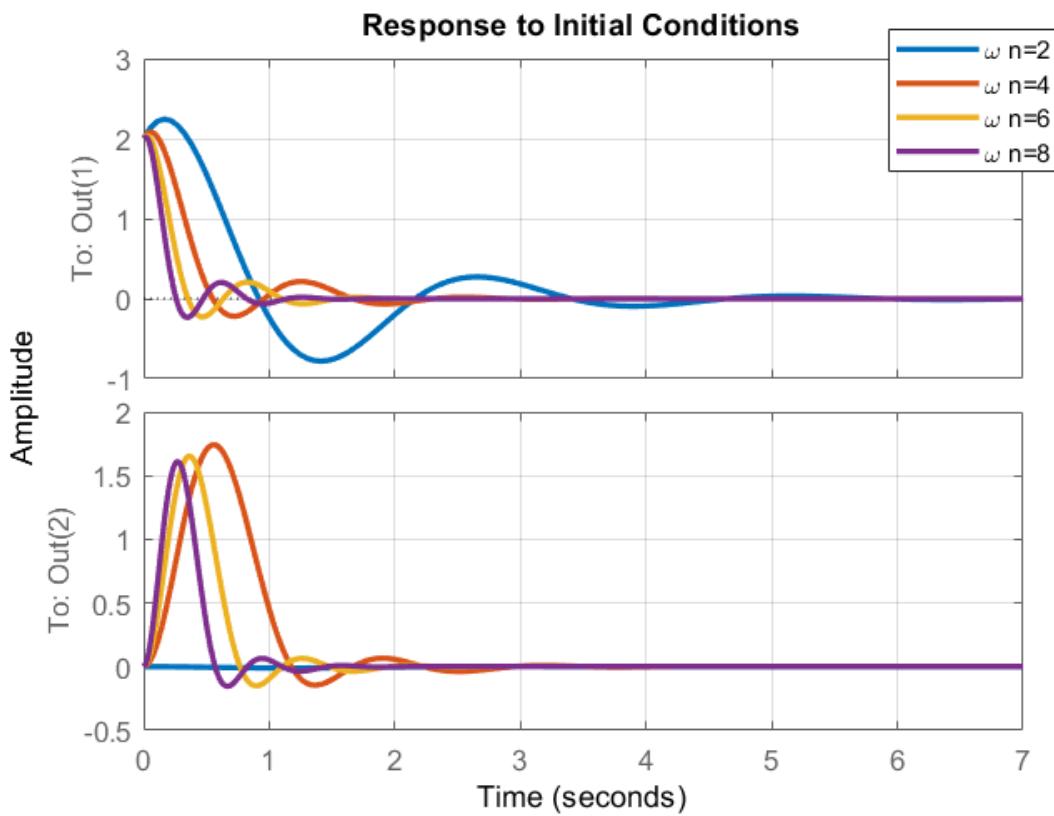


شکل ۱ - ۴۸ - پاسخ پله به تغییرات مقدار ویژه‌های سیستم و قطب‌های حساب شده با ITAE



شکل ۱ - ۴۹ پاسخ ضربه به تغییرات مقدار ویژه‌های سیستم و قطب‌های حساب شده با ITAE

همچنین پاسخ سیستم را برای حالتی که تغییر در شرایط اولیه داشته باشیم، نیز بدست آورده‌ایم. به عنوان مثال پاسخ سیستم با جانمایی ITAE برای شرایط اولیه $\theta_0 = 2\text{ rad}$ و $\psi_0 = 3 \text{ rad}$ برای ω_n ‌های مختلف به صورت زیر بدست می‌آید:



شکل ۱ - ۵۰ پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب ω_n های مختلف با روش ITAE

از نمودار بالا می‌توان چنین برداشت کرد که با افزایش ω_n زمان نشست سیستم t_s کاهش می‌یابد و همچنین فراجهش نیز کاهش می‌یابد. این نتیجه را می‌توانستیم از روابط میان فرکانس، زمان نشست و فراجهش نیز بدست بیاوریم.

۲-۸-۱-بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Butterworth

در این روش قطب‌های تابع تبدیل از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^{2k} = (-1)^{k+1}$$

که در آن k تعداد قطب‌های واقع در سمت چپ محور موهومی است. مشخص است که با افزایش مقدار k , یک جفت از قطب‌ها که به صورت مزدوج مختلط هستند به محور موهومی نزدیک‌تر می‌شوند. هر چند

مطلوب آن است که جانمایی قطب‌ها تا حد ممکن در انتهای چپ محور موهومی قرار بگیرند. بر اساس حل بالا معادلات مشخصه سیستم مطلوب به شرح زیر بدست می‌آیند:

$$B_1(z) = z + 1$$

$$B_2(z) = z^2 + \sqrt{2}z + 1$$

$$B_3(z) = z^3 + 2z^2 + 2z + 1$$

$$B_4(z) = z^4 + 2.613z^3 + (2 + \sqrt{2})z^2 + 2.613z + 1$$

لازم به ذکر است که در این روش حل از توابع تبدیل ساده نشده سیستم استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال برای حالتی که ورودی موتور گام و خروجی به ترتیب زوایای گام و تقدیم باشد، توابع تبدیل عبارتند از:

```
[num, den] = ss2tf(A, B(:, 1), C, D(:, 1))
```

$$TF_{pitch\ motor\ to\ pitch\ angle} = \frac{2.36 s^2 + 8.27 s}{s^4 + 12.77 s^3 + 32.42 s^2}$$

$$TF_{pitch\ motor\ to\ yaw\ angle} = \frac{0.24 s^2 + 2.23 s}{s^4 + 12.77 s^3 + 32.42 s^2}$$

باتوجه به بخش مربوط به محاسبه‌ی فضای حالت سیستم می‌دانیم ماتریس B یک ماتریس با اندازه‌ی $B_{4 \times 2}$ است. در اینجا برای بدست آوردن تابع تبدیل واقعی سیستم بدون حذف قطب ناشی از ساده سازی مسئله را به صورت تک‌ورودی-تک‌خروجی با تقریبی مناسب تبدیل کردیم. در اینجا ماتریس B برای درنظر گرفتن ورودی‌های موتور گام و تقدیم به ترتیب عبارتند از، $(1, :)$ و $(2, :)$. برای نمایش تابع تبدیل سیستم در حالتی که موتور تقدیم ورودی باشد، داریم:

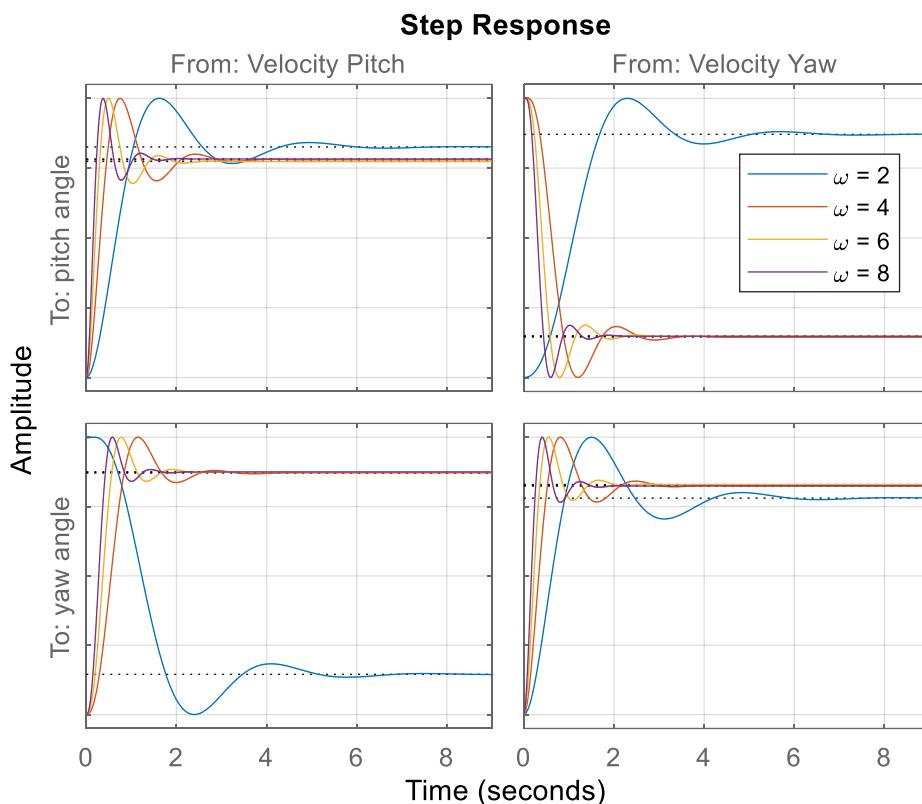
```
[num, den] = ss2tf(A, B(:, 1), C, D(:, 1))
```

$$TF_{yaw\ motor\ to\ pitch\ angle} = \frac{0.08 s^2 + 0.28 s}{s^4 + 12.77 s^3 + 32.42 s^2}$$

$$TF_{yaw\ motor\ to\ yaw\ angle} = \frac{0.79 s^2 + 7.34 s}{s^4 + 12.77 s^3 + 32.42 s^2}$$

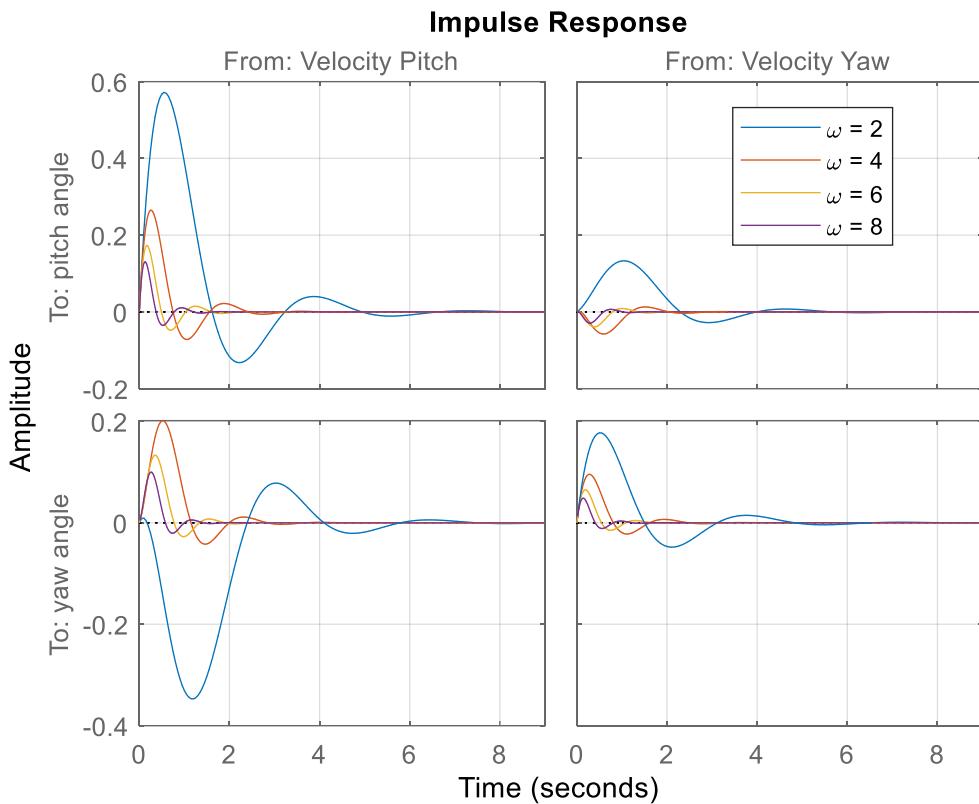
حال با روشن شدن مرتبه‌ی مخرج تابع تبدیل سیستم از $B_4(z)$ در روش باترورث استفاده می‌کنیم. در این حالت خواهیم داشت:

```
n=4;
poles=vpa(solve((s/w_n)^(2*n)==(-1)^(n+1)));
```



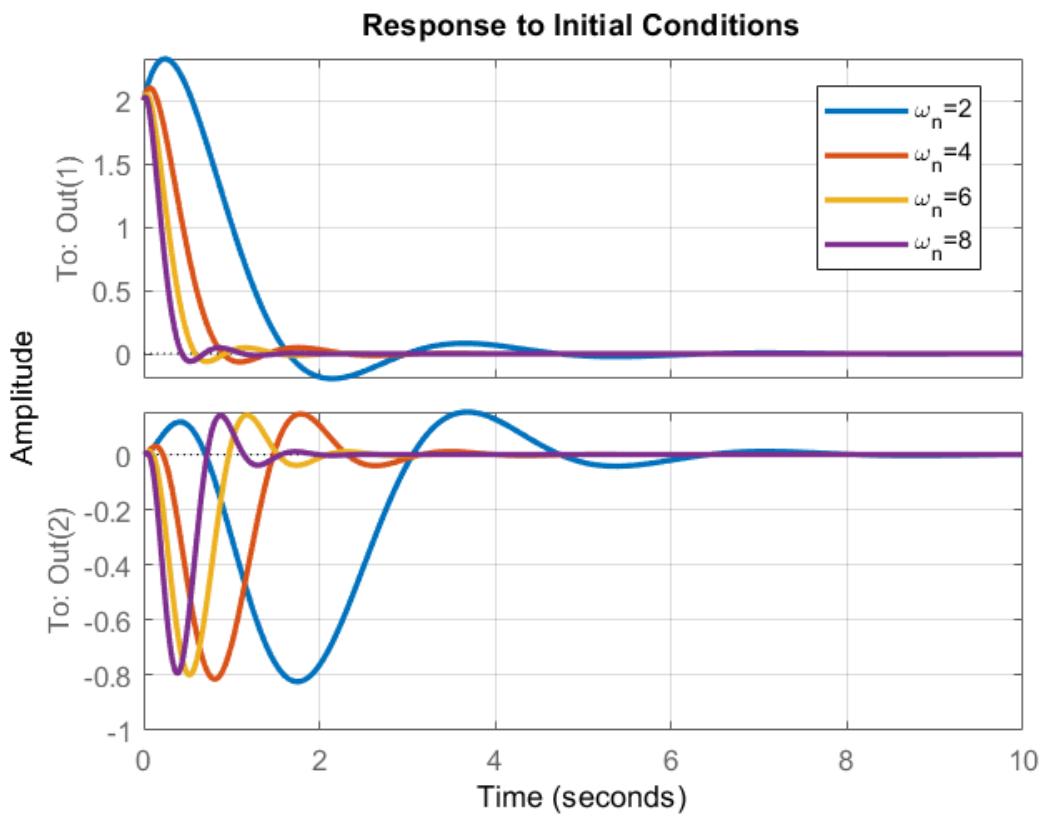
شکل ۱ - ۵۱ پاسخ پله نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه‌های سیستم و قطب‌های حساب شده با Butterworth

در شکل بالا نمودار پاسخ پله‌ی واحد را بر حسب زمان به ازای چهار مقادیر مختلف برای فرکانس طبیعی ω_n رسم کرده‌ایم. لازم به ذکر است نمودارهای بالا-راست و پایین-چپ نرمالیزه شده هستند. این نمودارها در واقع میزان کوپل ورودی‌ها و خروجی‌ها را نشان می‌دهند و اگر در قیاس دو نمودار دیگر نرمالیزه نشوند، با تقریب خوبی نزدیک به صفر خواهند بود.



شکل ۱ - ۵۲ پاسخ ضربه شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Butterworth

مشابه کارهای انجام شده در قسمت قبل، برای روش Butterworth نیز رفتار سیستم را در پاسخ به شرایط اولیه‌ی یکسان $\psi_0 = 3 \text{ rad}$ و $\theta_0 = 2\text{rad}$ برای ω_n های مختلف رسم می‌کنیم. نتایج به صورت زیر بدست خواهند بود:



شکل ۱ - ۵۳ - پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب ω_n های مختلف با روش Butterworth

بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Bessel

برای بهترین جایابی محل قطب‌ها با استفاده از چندجمله‌ای Bessel از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\theta_n = \sum_{k=0}^n a_k s^k$$

که در آن a_k به شکل زیر است:

$$a_k = \frac{(2n - k)!}{2^{n-k} k! (n - k)!}$$

اگر روابط گسترده را بنویسیم بر حسب مرتبه‌ی چندجمله‌ای n به معادلات زیر می‌رسیم. همانطور که ذکر شد ما در این حالت از معادله‌ی مشخصه‌ی مرتبه‌ی $n = 4$ استفاده می‌نمائیم.

$$n = 1 : s + 1$$

$$n = 2 : s^2 + 3s + 3$$

$$n = 3 : s^3 + 6s^2 + 15s + 15$$

$$n = 4 : s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105$$

$$n = 5 : s^5 + 15s^4 + 105s^3 + 420s^2 + 945s + 945$$

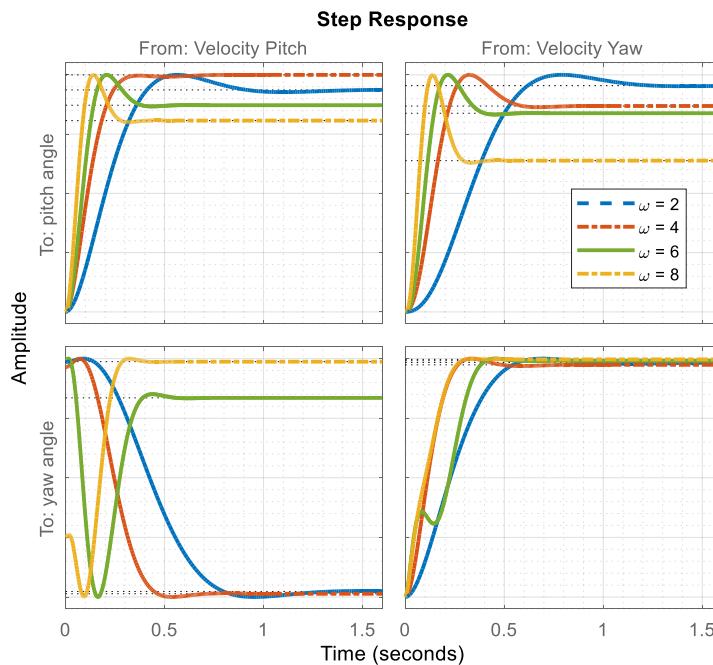
مخرج تابع تبدیل را می‌توان بر حسب یک فاکتور مقیاس مثل ω_n نرمالیزه کرد. در این حالت تابع تبدیل بسل برای حالت **4** به شکل زیر خواهد بود:

$$H(s) = \frac{105}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^4 + 10\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^3 + 45\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 105\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 105}$$

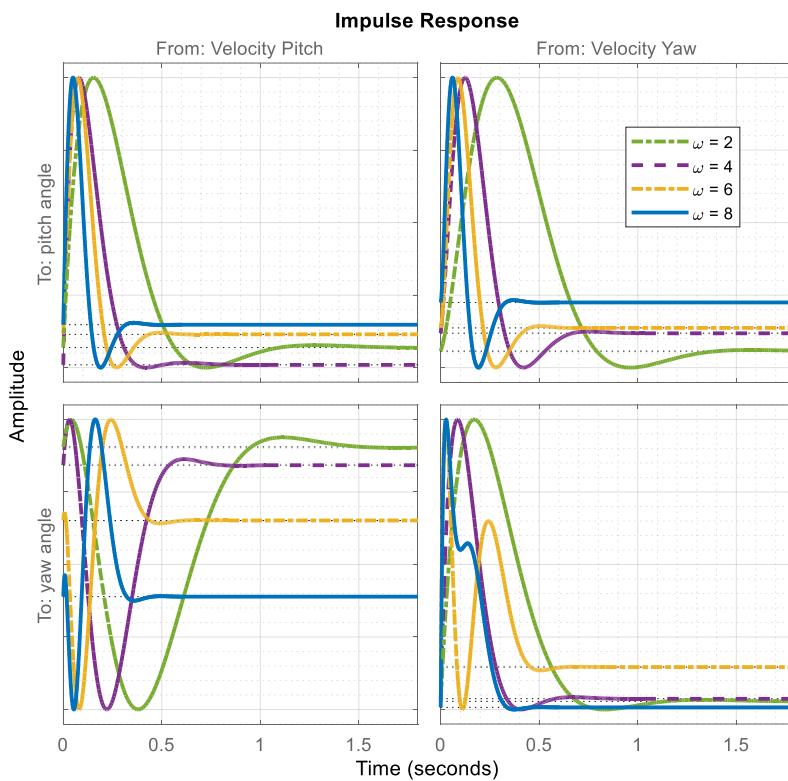
و بر این اساس دستور متلب آن در متلب به شکل زیر خواهد بود:

```
den=(s/w_n)^4 + 10*(s/w_n)^3 + 45*(s/w_n)^2 + 105*(s/w_n) + 105 ;
poles = double(vpasolve(den==0))
K_Bessel = place(A,B,poles) % K obtained from Bessel criteria
```

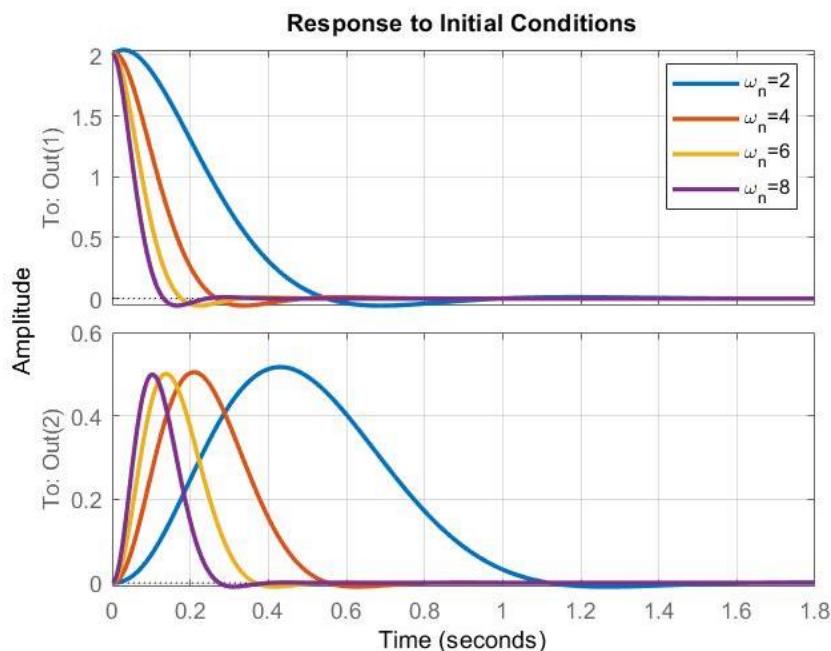
در نهایت نمودار پاسخ پله‌ی واحد، ضربه‌ی واحد و همچنین شرایط اولیه بر حسب ω_n ‌های متفاوت در نمودارهای زیر آورده شده‌اند.



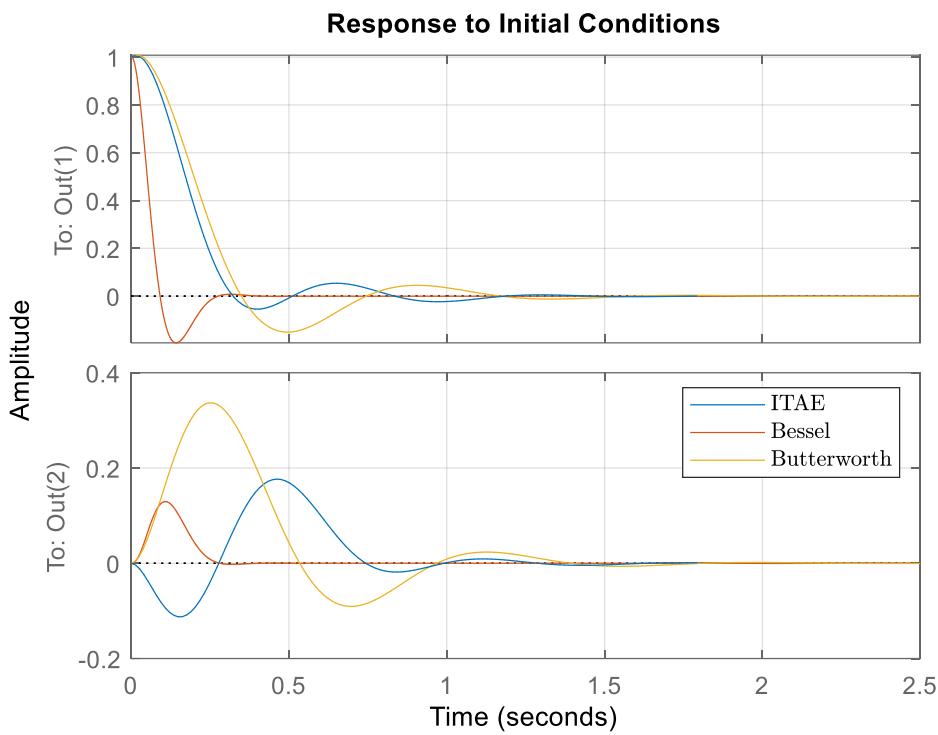
شکل ۱ - ۵۴ پاسخ پله نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه‌های سیستم و قطب‌های حساب شده با Bessel



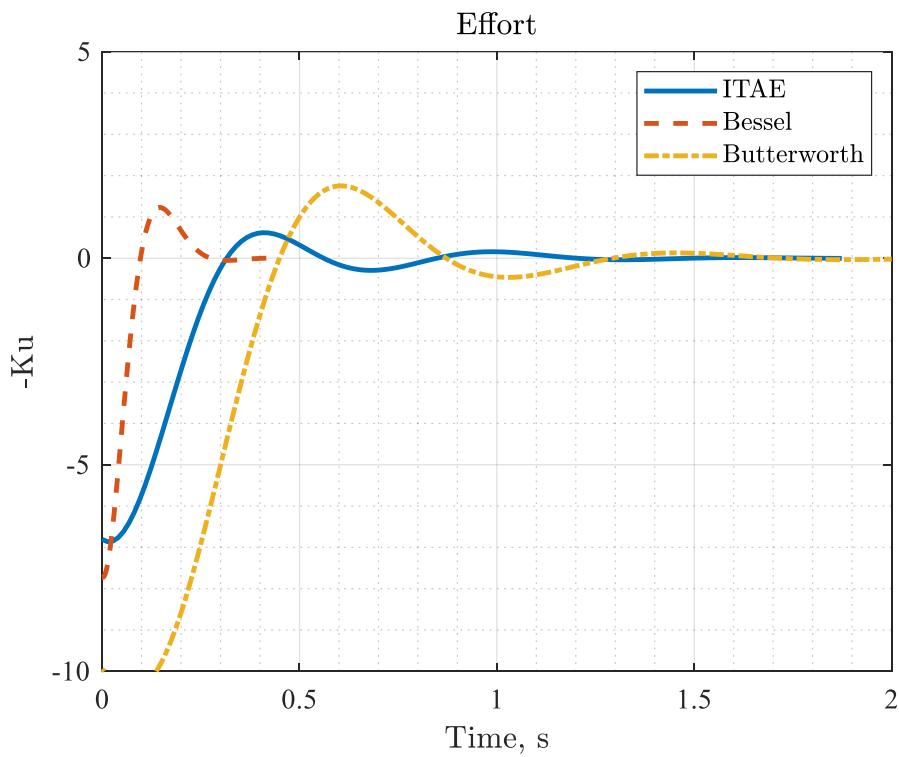
شکل ۱ - ۵۵ پاسخ ضربه نرمالایز شده به تغییرات مقدار ویژه های سیستم و قطب های حساب شده با Bessel



شکل ۱ - ۵۶ پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب ω_n های مختلف با روش Bessel



شکل ۱ - ۵۷ پاسخ سیستم به شرایط اولیه با روش‌های مختلف.



شکل ۱ - ۵۸ پاسخ تلاش کنترلی سیستم به شرایط اولیه با روش‌های مختلف.

کنترلر طراحی شده با معیار ITAE به دلیل اینکه بر خطای زمان‌های بزرگ‌تر تمرکز دارد زمان نشست آن کمتر است. از بین سه کنترلر طراحی شده در این بخش، کنترلر طراحی شده با معیار Bessel عملکرد بهتری دارد. در بخش‌های بعدی این کنترلر به عنوان کنترلر فیدبک حالت با بهترین جایابی محل قطبها در نظر گرفته می‌شود.

۱-۸-۳-بهترین جایابی محل قطبها با استفاده از چندجمله‌ای‌های Chebyshev

چندجمله‌های چبیشف بیشتر در تخمین کاربرد دارد و استفاده از آنها برای تخمین به مقدار زیادی خطای را کاهش می‌دهد. جدول ضرایب چندجمله‌ای چبیشف نوع اول به شرح زیر است.

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$$

$$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$$

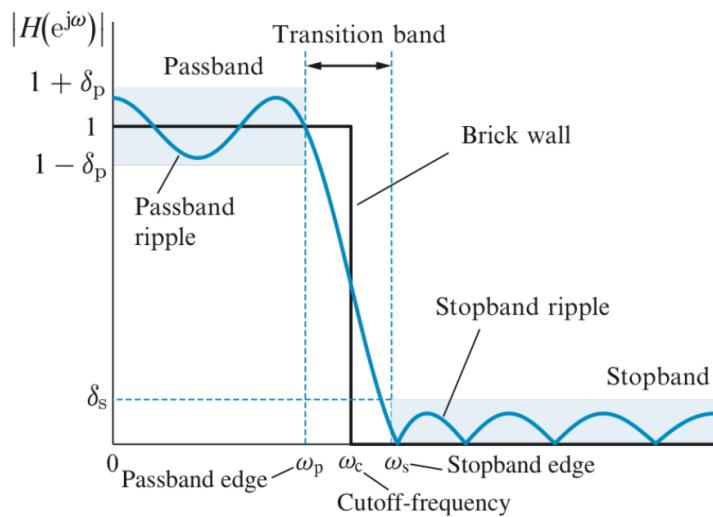
$$T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$$

$$T_9(x) = 256x^9 - 576x^7 + 432x^5 - 120x^3 + 9x$$

$$T_{10}(x) = 512x^{10} - 1280x^8 + 1120x^6 - 400x^4 + 50x^2 - 1$$

$$T_{11}(x) = 1024x^{11} - 2816x^9 + 2816x^7 - 1232x^5 + 220x^3 - 11x$$

تعیین فاکتور ریپل ϵ در فیلتر چبیشف نوعی پارامتر طراحی است. که ارتفاع ریپل در پس‌باند را کنترل می‌کند. در زبان تخصصی فیلترها و سیستم‌های پردازش سیگنال، مفاهیم ریپل و پس‌باند به افت و خیزهای کوچک و متناوب در پاسخ فرکانسی یک فیلتر اطلاق می‌شود. در مورد فیلترها، این افت و خیزها معمولاً در پس‌باند (باشه فرکانسی که اجازه عبور به سیگنال می‌دهد) ظاهر می‌شوند.



در جانمایی قطب های فیلتر چبیشف، تابع تبدیل به صورت زیر تعریف می شود:

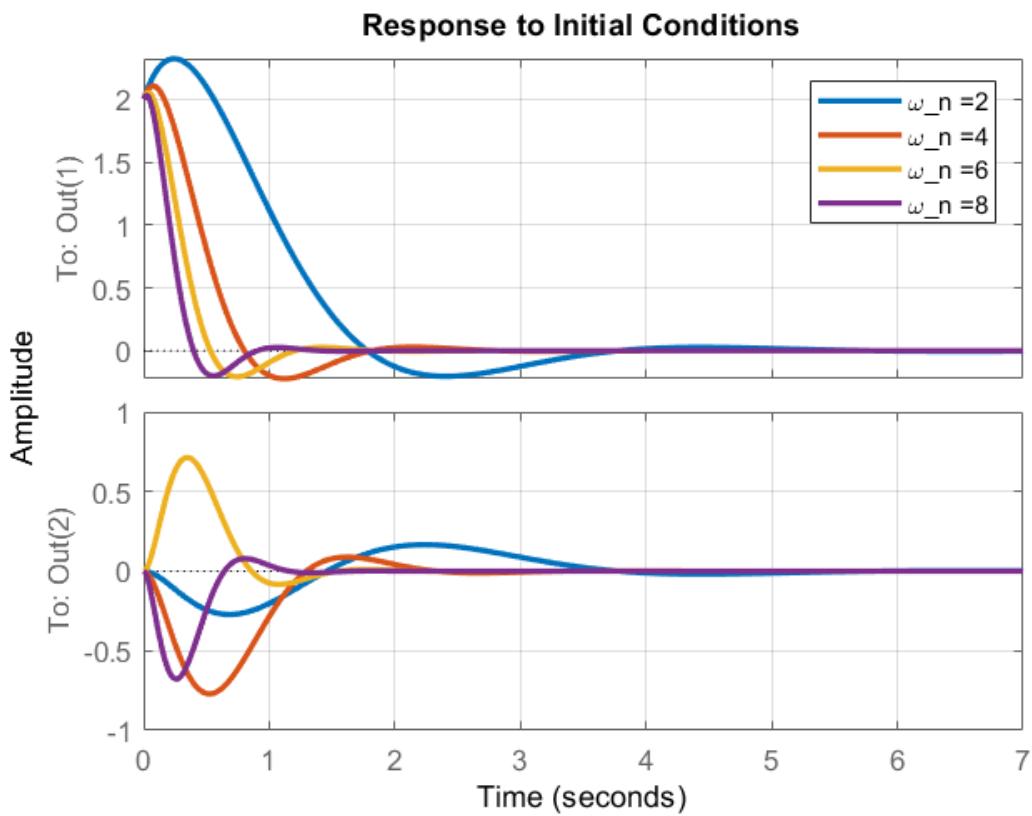
$$H(s) = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2 T_n^2(\frac{s}{\omega_n})}}$$

که در آن n مرتبه‌ی مخرج تابع تبدیل سیستم است که برای سیستم کنترلی هیلکوپتر از درجه‌ی ۴ می باشد و ϵ فاکتور ریپل می باشد که پیش‌تر بحث شد. در مراحل جانمایی قطب به این روش ابتدا مشخصات دلخواه سیستم یعنی مقادیر n , ϵ , ω_n و همچنین فرکانس ω_n را تعیین می‌کنیم. در روش‌های قبل ما فرکانس را برای یک بازه‌ی $8 < \omega_n < 2$ در نظر گرفتیم. سپس با توجه به جدول ضرایب چبیشف، چندجمله‌ای مربوطه که T_4 می‌باشد را محاسبه می‌نماییم. برای محاسبه‌ی قطب‌ها مخرج تابع تبدیل چبیشف را برابر صفر قرار داده و داریم:

$$1 + \epsilon^2 T_n^2 \left(\frac{s}{\omega_n} \right) = 0$$

با محاسبه‌ی معادله‌ی سیمبولیک بالا در مطلب به قطب‌های زیر می‌رسیم که اگر نمودار پاسخ شرایط اولیه را با جانمایی قطب‌های به روش چبیشف برای این سیستم رسم نماییم، خواهیم داشت:

$$poles = [-3.9625 \pm 6.0735i \quad -9.5664 \pm 2.5157i]$$



شکل ۱ - ۵۹. پاسخ سیستم به شرایط اولیه بر حسب ω_n های مختلف با روش Chebyshev.

۴-۸-۱- طراحی رگولاتور به روش EESA

در سیستم‌های SISO اصولاً برای رسیدن به طیف مقادیر ویژه‌ی دلخواه یک ماتریس فیدبک منحصر به فرد مورد نیاز و جواب مسئله خواهد بود در حالی که در سیستم‌های MIMO بی‌شماره ماتریس فیدبک برای رسیدن به مقادیر ویژه‌ی مورد نظر وجود دارد. همچنین با هر کدام از ماتریس‌های فیدبک دسته‌ی جدیدی از بردارهای ویژه نیز تشکیل خواهد شد و از آنجا که این بردارهای ویژه می‌توانند در زمان پاسخ سیستم تاثیرگذار باشند، تعیین این بردارها نیز مهم است. بر این اساس می‌توان رگولاتور و ردیاب را طراحی کرد. با فرض دستیابی به قطب‌های $P = [-3 \ -4 \ -10 \ -11]$ خواهیم داشت:

$$M_1 = [A - P_1 I \quad B] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6.271 & 0 & 2.367 & 0.079 \\ 0 & 0 & 0 & -0.496 & 0.241 & 0.791 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6.271 & 0 & 2.367 & 0.079 \\ 0 & 0 & 0 & -0.496 & 0.241 & 0.791 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{Bmatrix} = 0$$

$$3.0 * a + c = 0.0 \rightarrow c = -3a$$

$$3.0 * b + d = 0.0 \rightarrow d = -3b$$

$$2.3667 * e - 6.2751 * c + 0.079 * f = 0.0$$

$$0.241 * e - 0.4955 * d + 0.7913 * f = 0.0$$

برای حل دستگاه دو معادله و دو مجهول پایین خواهیم داشت:

$$2.3667 * e - 6.2751 * c + 0.079 * f = 0.0$$

$$0.241 * e - 0.4955 * d + 0.7913 * f = 0.0$$

با ضرب 0.241 در معادلهای بالا و 2.3667 در معادلهای پایین دستگاه زیر بدست می‌آید:

$$0.5704 * e + 0.0190 * f = 1.5123 * c = -4.5369 a$$

$$0.5704 * e + 1.8728 * f = 1.1727 * d = -3.5181 b$$

$$1.8537 f = -3.5181 b + 4.5369 a \rightarrow f = -1.8978 b + 2.4474 a$$

$$e = 8.036 a - 12.4 b$$

$$S_1 = \left\{ \begin{array}{c} a \\ b \\ -3a \\ -3b \\ 8.036 a - 12.4 b \\ -1.8978 b + 2.4474 a \end{array} \right\}$$

$$(a, b) = (0, 1) \rightarrow S_1 = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \\ -12.4 \\ -1.8978 \end{array} \right\}$$

$$(a, b) = (1, 0) \rightarrow S_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \\ 8.036 \\ 2.4474 \end{pmatrix} \right\rangle$$

اگر روند بالا را برای قطب دوم $P_2 = -4$ تکرار نمائیم، خواهیم داشت:

$$4.0 * a + c = 0$$

$$4.0 * b + d = 0$$

$$2.3667 * e - 5.2751 * c + 0.079 * f = 0$$

$$0.241 * e + 0.5045 * d + 0.7913 * f = 0$$

$$c = -4a$$

$$d = -4b$$

$$f = 2.743a + 2.576b$$

$$e = -9.005a - 6.439b$$

$$S_2 = \left\langle \begin{pmatrix} a \\ b \\ -4a \\ -4b \\ -9.005a - 6.439b \\ 2.743a + 2.576b \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(a, b) = (0, 1) \rightarrow S_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \\ -6.439 \\ 2.576 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(a, b) = (1, 0) \rightarrow S_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ -9.005 \\ 2.743 \end{pmatrix} \right\rangle$$

برای قطب سوم $P_3 = -10$ خواهیم داشت:

$$10.0 * a + c = 0$$

$$10.0 * b + d = 0$$

$$0.7249 * c + 2.3667 * e + 0.079 * f = 0$$

$$6.5045 * d + 0.241 * e + 0.7913 * f = 0$$

$$c = -10a$$

$$d = -10b$$

$$0.1747c + 0.5704e + 0.01904f = 0$$

$$15.39d + 0.5704e + 1.873f = 0$$

$$f = 153.9b - 0.9423a$$

$$e = -134.4b + 3.094a$$

$$S_3 = \left\langle \begin{pmatrix} a \\ b \\ -10a \\ -10b \\ -134.4b + 3.094a \\ 153.9b - 0.9423a \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(a, b) = (0, 1) \rightarrow S_3 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -10 \\ -134.4 \\ 153.9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(a, b) = (1, 0) \rightarrow S_3 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \\ 0 \\ 3.094 \\ -0.9423 \end{pmatrix} \right\rangle$$

برای قطب چهارم $P_4 = -11$ خواهیم داشت:

$$11.0 * a + c = 0$$

$$11.0 * b + d = 0$$

$$1.7249 * c + 2.3667 * e + 0.079 * f = 0$$

$$7.5045 * d + 0.241 * e + 0.7913 * f = 0$$

$$c = -11a$$

$$d = -11b$$

$$0.4157c + 0.5704e + 0.01904f = 0$$

$$17.76d + 0.5704e + 1.873f = 0$$

$$f = -2.467a + 105.4b$$

$$e = -3.601b + 8.101a$$

$$S_4 = \left\langle \begin{pmatrix} a \\ b \\ -11a \\ -11b \\ -3.601b + 8.101a \\ -2.467a + 105.4b \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(a, b) = (1, 0) \rightarrow S_4 = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -11 \\ 0 \\ 8.101 \\ -2.467 \end{array} \right\}$$

حال بردارهای ویژه V را طوری که مستقل خطی نباشد، آماده می‌کنیم:

$$V_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 = \begin{pmatrix} -12.4 \\ 1.8978 \end{pmatrix} \quad q_2 = \begin{pmatrix} -9.005 \\ 2.743 \end{pmatrix} \quad q_3 = \begin{pmatrix} 3.094 \\ -0.9423 \end{pmatrix} \quad q_4 = \begin{pmatrix} 8.101 \\ -2.467 \end{pmatrix}$$

$$q = \begin{pmatrix} -12.4 & -9.005 & 3.094 & 8.101 \\ -1.8978 & 2.743 & -0.9423 & -2.467 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -10 & -11 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K = -q \times V^{-1}$$

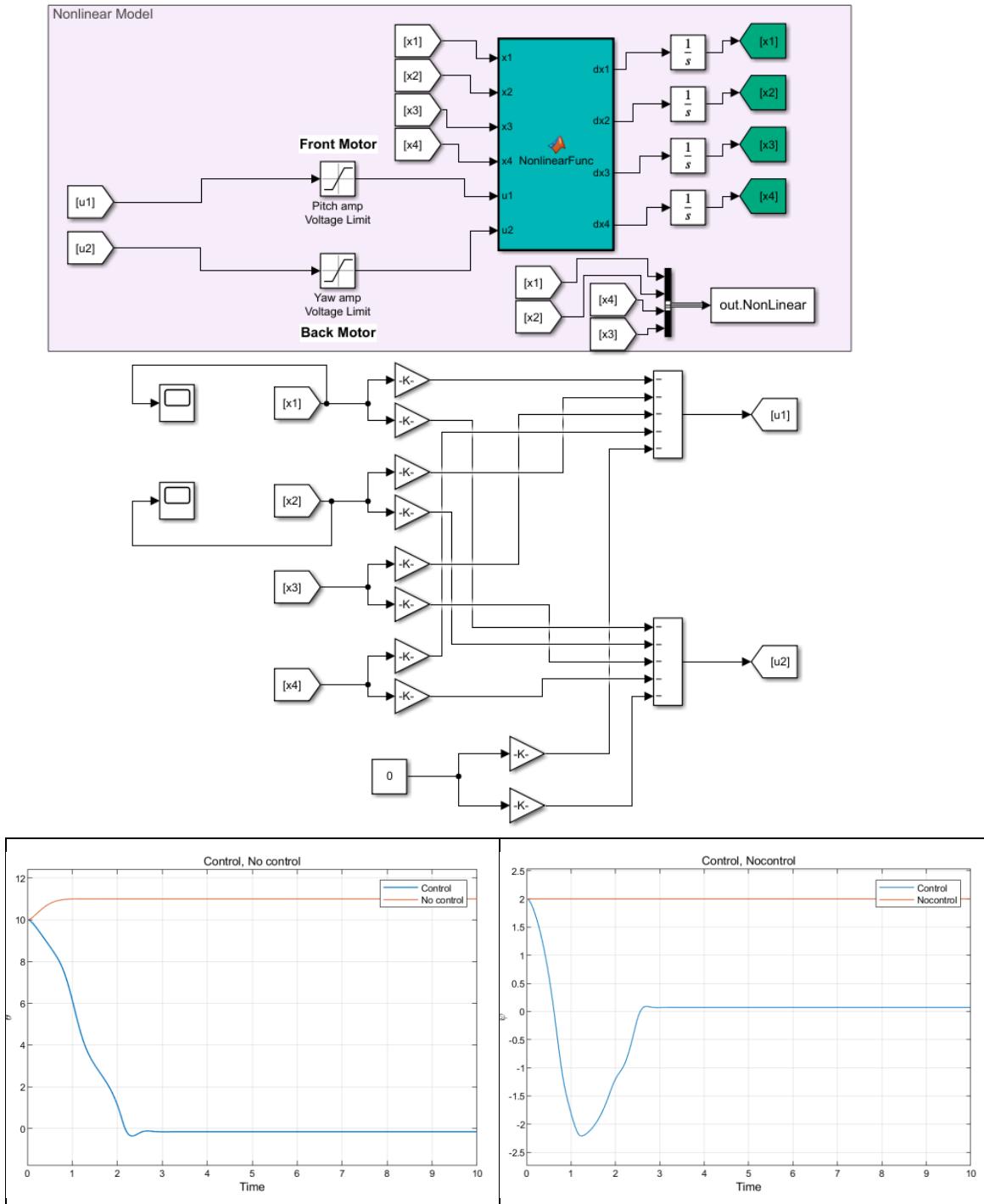
$$K_{EESA} =$$

$$\begin{matrix} 18.3924 & -0.0000 & 2.2947 & 1.9975 \\ -5.6022 & 0.0000 & -0.6989 & -2.5000 \end{matrix}$$

$$K_{place} =$$

$$\begin{matrix} 14.1553 & -0.5953 & 2.0161 & -0.3074 \\ -1.8072 & 50.3806 & -0.3011 & 13.3399 \end{matrix}$$

افزودن کنترلر به مدل غیرخطی نیز صورت گرفته است، و در یافت می‌شود.



شکل ۱ - ۶۰ رفتار سیستم خطی در حضور و غیاب کنترلر.

۹-۱- طراحی روئیتگر مرتبه کامل

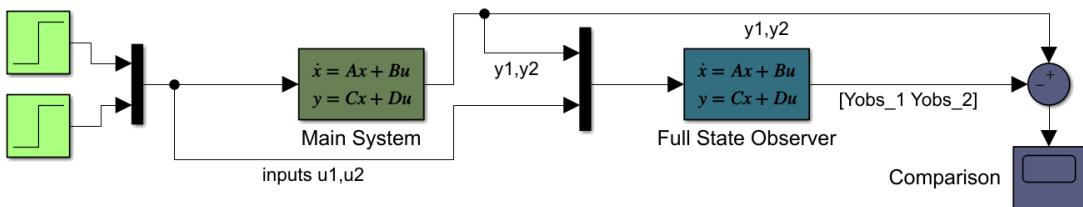
در این مرحله بدنبال آن هستیم تا حالت x را بر اساس خروجی y تخمین بزنیم. خروجی y را ورودی سیستم زیر با متغیر حالت \hat{x} در نظر بگیرید:

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC) \hat{x} + Ly$$

فرایند طراحی روئیتگر به گونه‌ای خواهد بود که ماتریس تزریق L خطای بین حالت تخمین زده شده و واقعی را صفر کنید بدین صورت که در نهایت این اختلاف صفر شود.

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax - (A - LC) \hat{x} - LCx = Ax - A\hat{x} - (LCx - LC\hat{x}) \\ &= (A - LC)e\end{aligned}$$

بر این اساس سه پاسخ در سیمولینک طراحی کردیم که هر دوی آن‌ها عملکرد مشابهی دارند و صرفا در چیدمان ظاهری متفاوت‌اند.



شکل ۱ - ۶۱ طرحواره اول روئیتگر سیستم در سیمولینک.

شکل فوق ساده‌ترین مدل از طراحی روئیتگر این سیستم را نشان می‌دهد که در آن بلوک سیستم اصلی شامل ماتریس‌های حالت سیستم و بلوک روئیتگر شامل ماتریس‌های بدست آمده از محاسبات روئیتگر می‌باشد.

$$A_{obs} = [A - LC]$$

$$B_{obs} = [B \ L]$$

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$$

همانطور که در ابتدا مشخص شده، خروجی‌های این سیستم زوایای یاو و پیچ یعنی ψ و θ هستند. ولذا ماتریس C بدون تغییر خواهد ماند.

$$C_{obs} = [1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

$$D_{obs} = \text{zeros}(2,4)$$

برای محاسبه ماتریس تزریق L از دستور Place استفاده کردیم. قطب‌ها در این حالت برای مقایسه با بند ۶ خواسته‌های پروژه، به شکل زیر تعریف شدند:

$$Poles = [-1.2520 \pm 0.8283i, -0.8480 \pm 2.5260i]$$

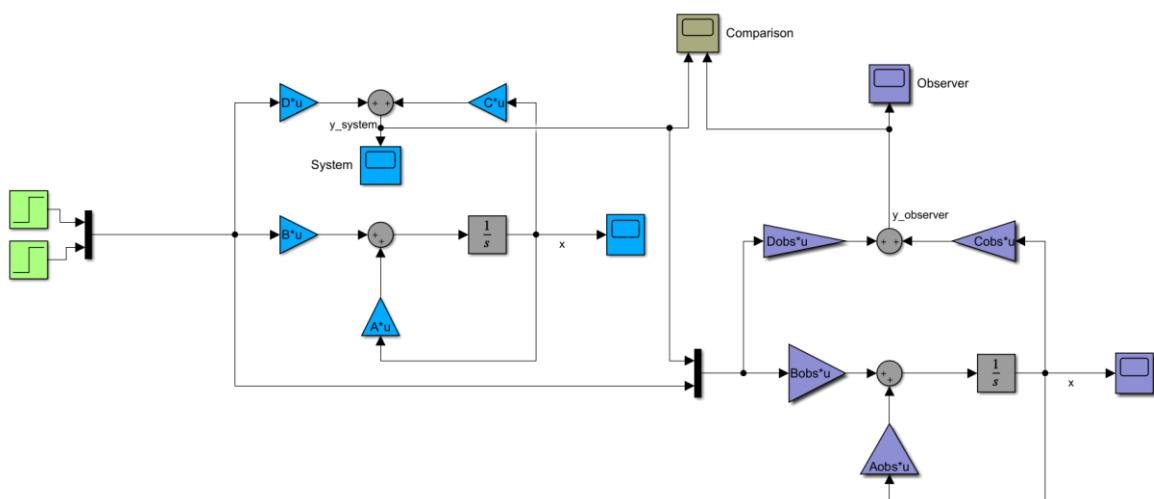
$$L = \begin{bmatrix} 3.0295 & -0.8916 \\ -0.0855 & 2.8742 \\ -3.2351 & 0.9801 \\ 0.0405 & -1.2653 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$$

$$L \rightarrow L_{4 \times 2} \quad LC \rightarrow L_{4 \times 2} \times C_{2 \times 4} = LC_{4 \times 4} \quad A_{4 \times 4} \rightarrow A_{obs \ 4 \times 4}$$

$$B_{obs} = [B_{4 \times 2} \ L_{4 \times 2}] \rightarrow B_{obs \ 4 \times 4}$$

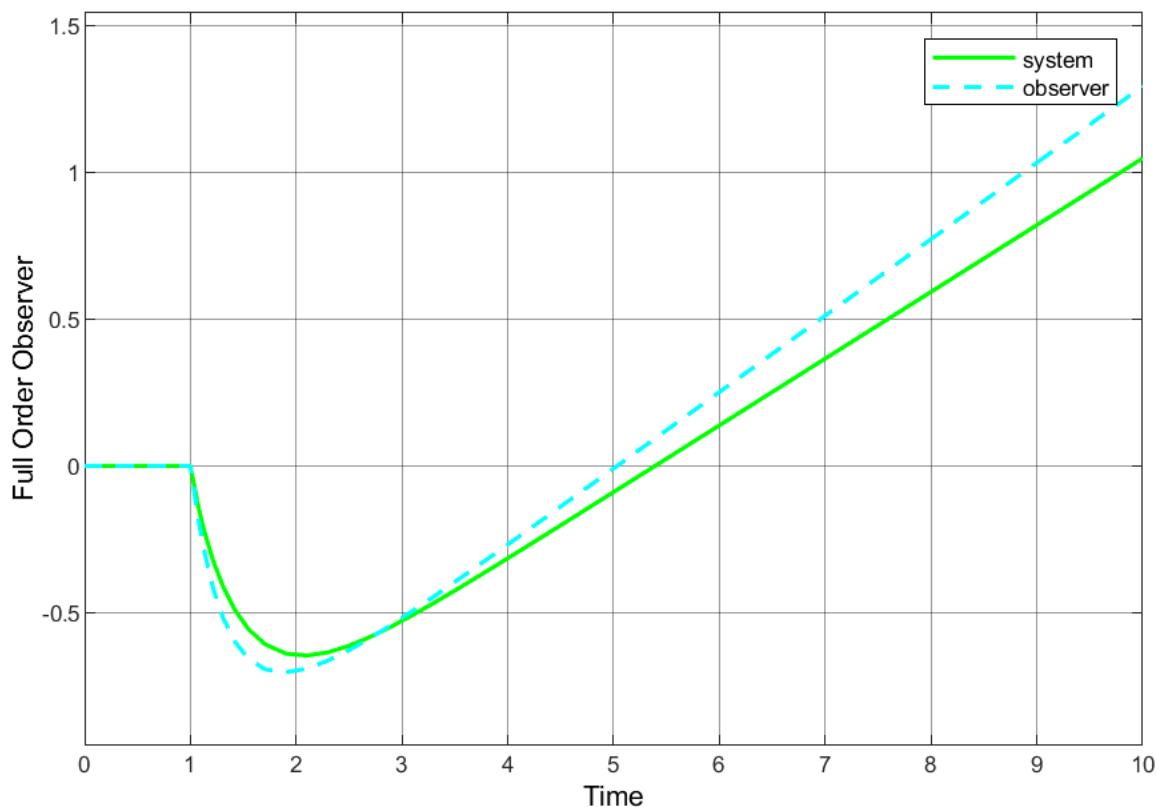
$$\hat{u} = \begin{bmatrix} u_{2 \times 1} \\ y_{2 \times 1} \end{bmatrix} \rightarrow \hat{u} = \hat{u}_{4 \times 1}$$

روندهای بالا به خوبی نشان می‌دهد مرتبه‌های ماتریس‌های حالت بوجود آمده به درستی بدست آمدند و در نتیجه پاسخ‌های سیستم فوق به صورت یک ماتریس ستونی با چهارسطر حالت ما خواهد بود. به طور ساده‌تر طرح‌واره‌ی زیر این ورودی، خروجی‌ها را به نحوی بهتر نشان می‌دهد.

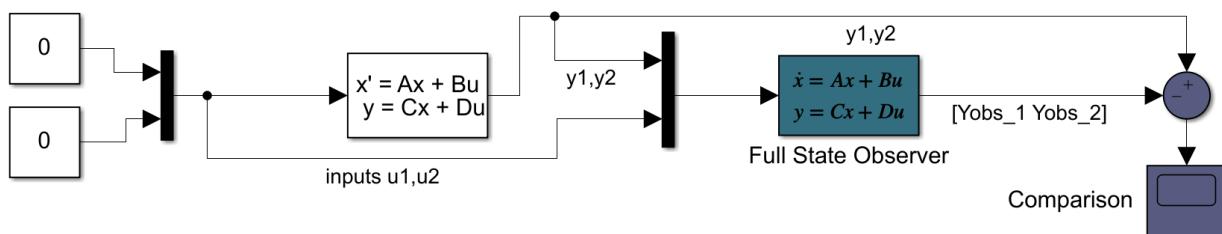


شکل ۱ - ۶۲ طرح‌واره رویتگر سیستم در سیمولینک.

در نهایت جواب $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ برای تابع پله‌ی واحد به شکل زیر خواهد بود.

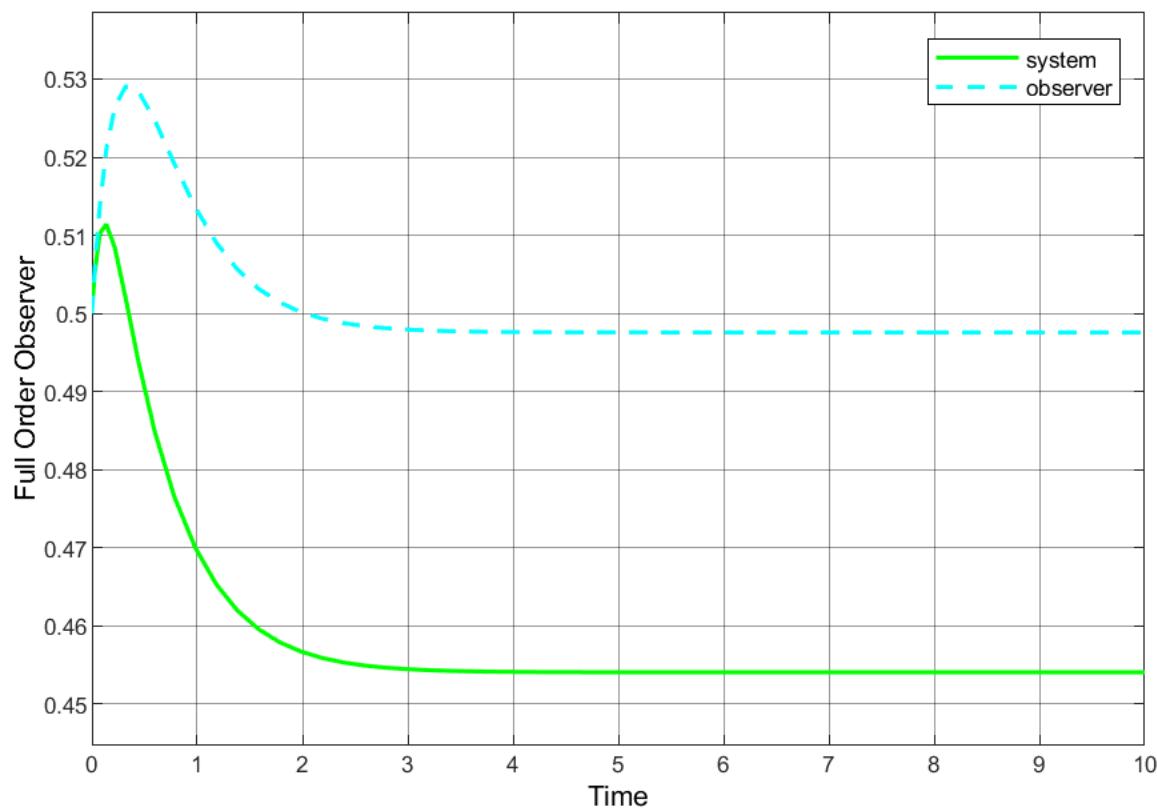


شکل ۱ - ۶۳ اختلاف نتایج رؤیتگر و سیستم به ازای پله‌ی واحد.



شکل ۱ - ۶۴ اختلاف نتایج رؤیتگر و سیستم به ازای شرایط اولیه.

طرحواره فوق حالتی را نشان می‌دهد که ورودی‌های سیستم تنها شرایط اولیه هستند. برای اینکار از بلوک State Space With Initial Outputs استفاده کردیم و برای ورودی‌ها و خروجی‌های ψ و θ به ترتیب $[1 \ 1]^T$ و $[0.5 \ 0.5]^T$ مقدار در نظر گرفتیم.



شکل ۱ - ۶۵ اختلاف نتایج رؤیتگر و سیستم به ازای شرایط اولیه.

در ادامه طراحی رؤیتگر را برای سیستم کنترلی حاصل از روش‌های Butterworth، ITAE و... بررسی کرده و نتایج را بحث می‌کنیم.

فصل دوم

قسمت دوم پروژه

مقدمه

در ادامه قصد داریم تا با استفاده از مقادیر بهره‌ی کنترلی بدست آمده از روش‌های ITAE، باترورث و همچنین دستوراتی مثل Place، سیستم مورد نظر را کنترل کنیم. همچنین با جانمایی رویتگر طراحی شده برای این سیستم کنترلی، رفتار سیستم را در حالت‌ها مختلف بررسی کنیم.

۲-۱- روئیتگر کاهش مرتبه یافته

برای طراحی روئیتگر کاهش مرتبه یافته فرض می‌شود متغیرهای حالت اول و دوم در خروجی اندازه‌گیری می‌شوند. با دسته‌بندی متغیرهای حالت به صورت متغیرهای حالت اندازه‌گیری شده (x_s) و متغیرهای حالت تخمین‌زده شده (x_e) معادلات حالت به صورت روابط (۱-۷) و (۷-۲) بازنویسی می‌شوند.

$$\begin{aligned}\{\dot{x}_s\} &= \begin{bmatrix} A_{ss} & A_{se} \\ A_{es} & A_{ee} \end{bmatrix} \{x_s\} + \{B_s\} u \\ y &= [C_s \quad 0] \{x_e\}\end{aligned}$$

با توجه به این متغیرهای حالت اول و دوم یعنی زاویه‌ی پیچ و زاویه‌ی یا و اندازه‌گیری شده و متغیرهای حالت سوم و چهارم تخمین‌زده می‌شوند. برای این قسمت نیز دو رویکرد یکسان به دو روش متفاوت اتخاذ کردیم. در روش اول با استفاده از بلوک‌های ماتریس حالت A و B و C که به صورت زیر تعریف شده‌اند، خواهیم داشت:

$$A_{ss} = A(1: 2, 1: 2)$$

$$A_{se} = A(1: 2, 3: 4)$$

$$A_{es} = A(3: 4, 1: 2)$$

$$A_{ee} = A(3: 4, 3: 4)$$

$$B_s = B(1: 2, :)$$

$$B_e = B(3: 4, :)$$

$$C_s = C(1: 2, 1: 2)$$

$$C_e = C(1: 2, 3: 4)$$

همانطور که در درسنامه‌ی شماره ۱۸ خوانده شد، برای بدست آوردن بهره‌ی روئیتگر در حالت کاهش مرتبه یافته دترمینان زیر باید برابر صفر باشد:

$$\det(sI - (A_{ee} - LC_s A_{se})) = 0$$

تفسیر این موضوع در بیان دستورات مطلب به شکل زیر خواهد بود:

$$L = place(A_{ee}', (C_s * A_{se})', ([-25 \quad -15])')$$

که ماتریس **25 - 15** - محل دلخواه قطب‌های رویتگر هستند که دورتر از قطب‌های سیستم حلقه بسته در نظر گرفته شده‌اند. در نهایت با استفاده از این دستور، بهره‌ی زیر بدست می‌آید:

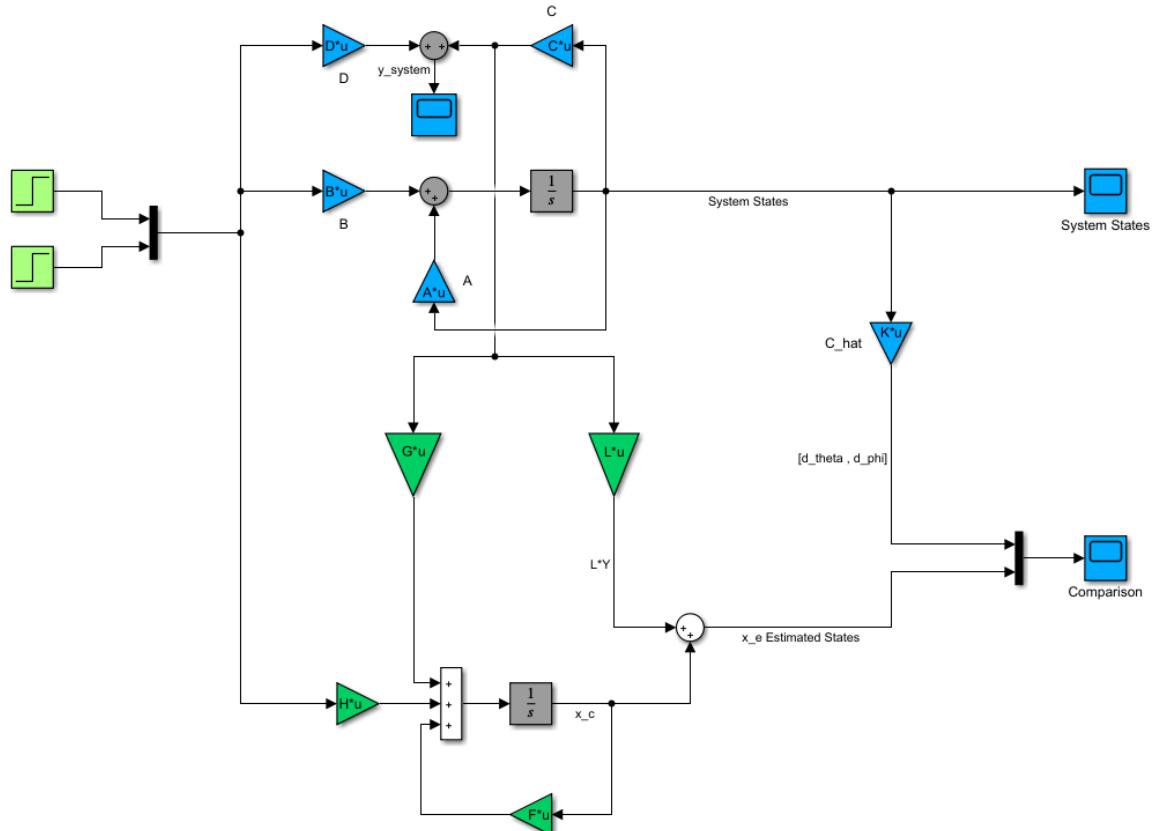
$$L = \begin{bmatrix} 15.7249 & 0 \\ 0 & 11.5045 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نوشتار کتاب Friedland به محاسبه‌ی ماتریس‌های **G**, **F** و **H** می‌پردازیم:

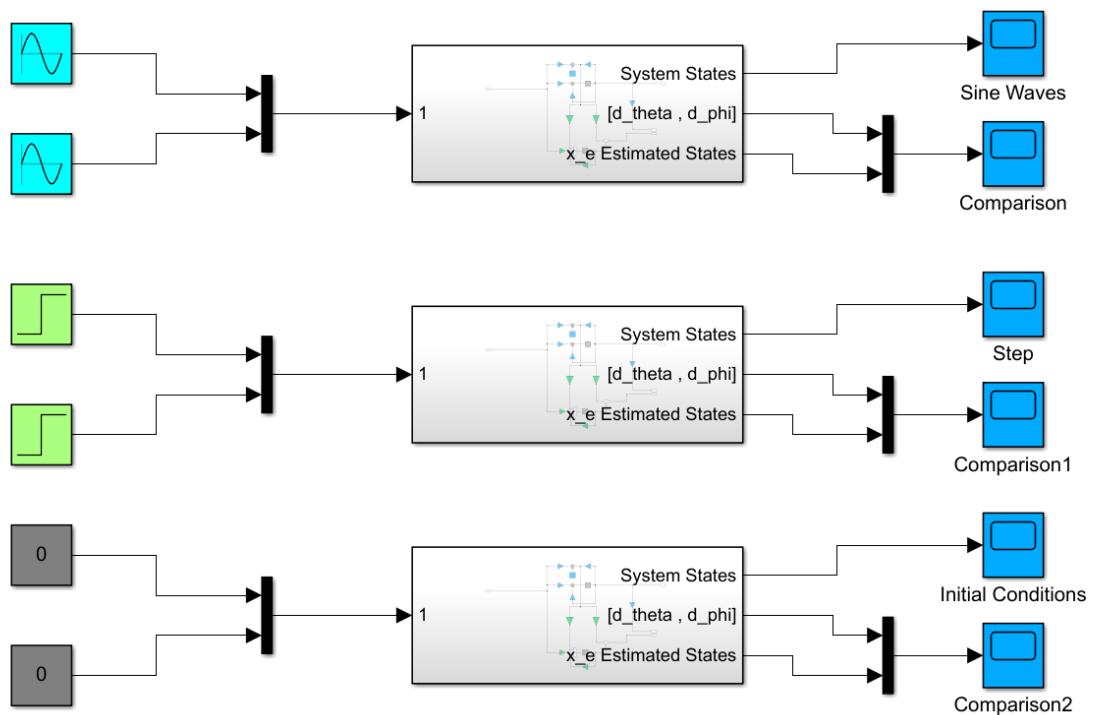
$$\begin{aligned} F &= A_{ee} - LC_s A_{se} \\ G &= FL + (A_{es} - LC_s A_{ss})C_s^{-1} \\ H &= B_e - LC_s B_s \end{aligned}$$

برای اجتناب از مشتق گرفتن از خروجی به دلیل امکان وجود نویز، متغیر جدید $x_c = \hat{x}_e - Ly$ را تعریف می‌کنیم. در نهایت با پیاده‌سازی معادلات زیر در سیمولینک، خواهیم داشت:

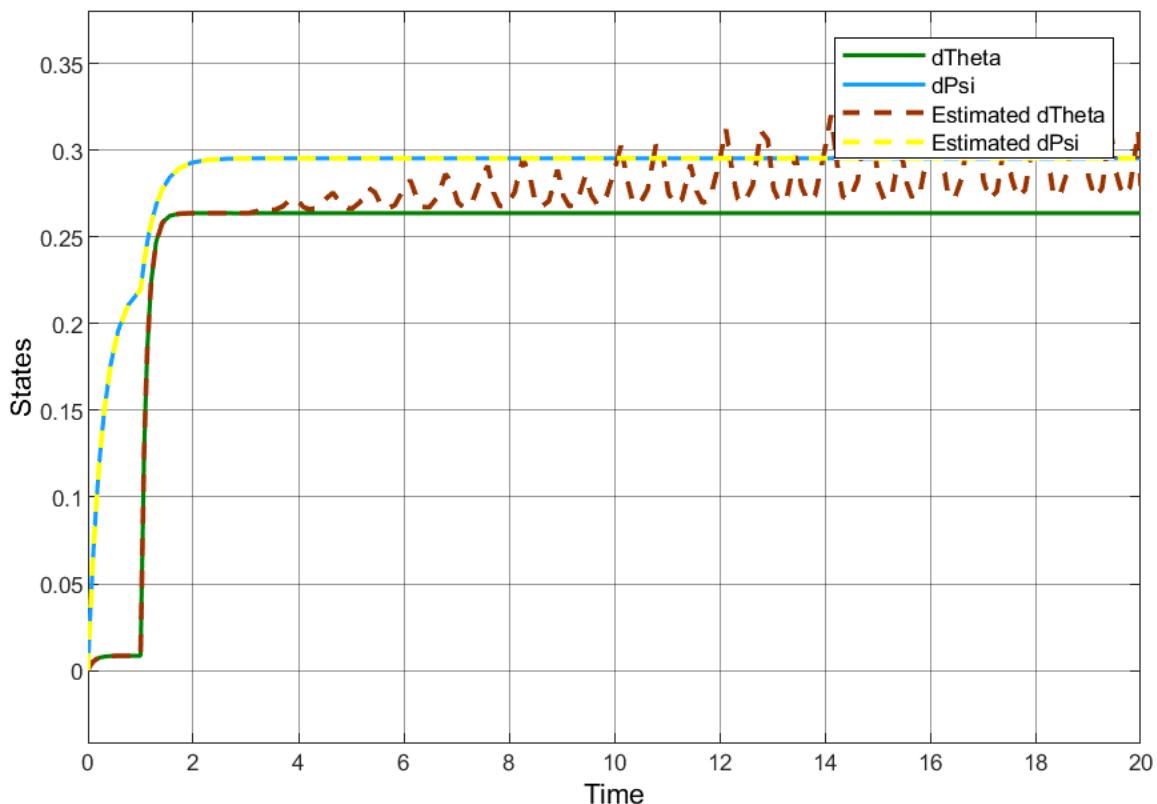
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_c = F \hat{x}_c + G y + H u \\ \hat{x}_e = x_c + Ly \end{array} \right.$$



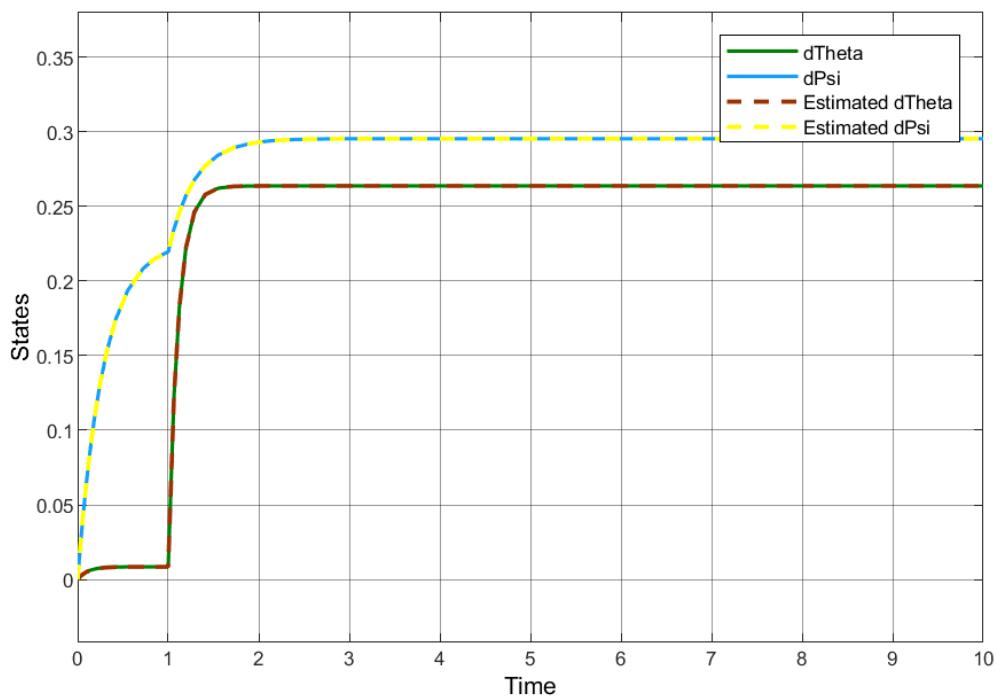
شکل ۲ - ۱ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته.



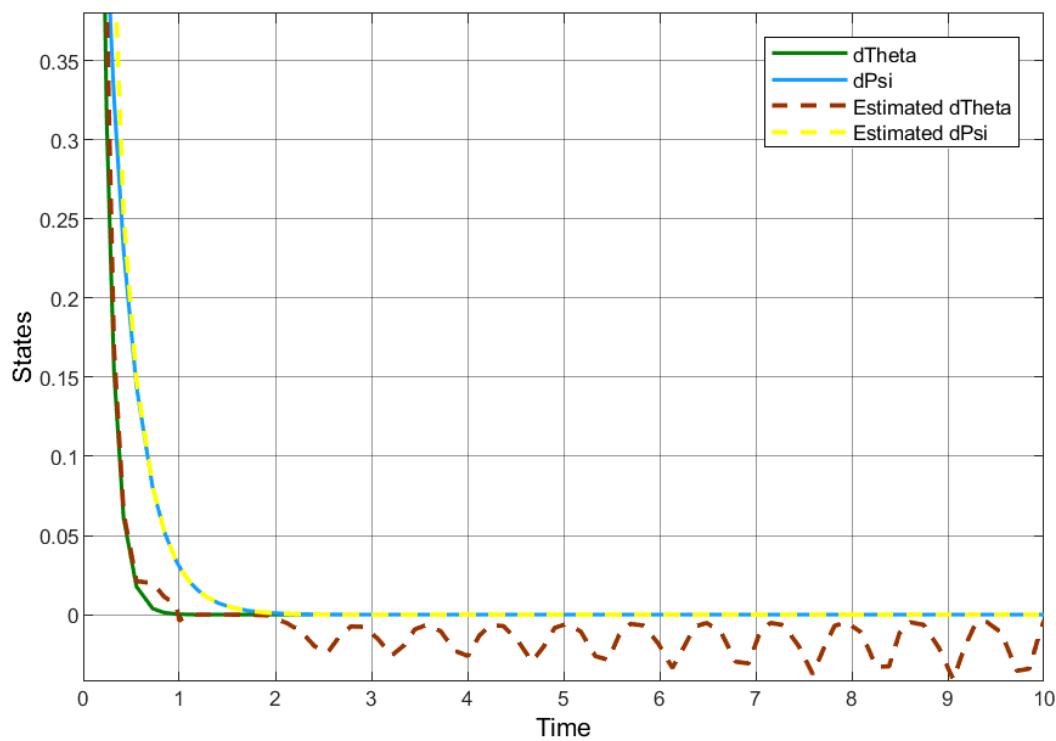
شکل ۲ - ۲ بررسی پاسخ سیستم برای سه ورودی مختلف سینوسی، پله‌ی واحد و شرایط اولیه.



شکل ۲ - ۳ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ پله‌ی واحد.



شکل ۲ - ۴ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ پله‌ی واحد.



شکل ۲ - ۵ مدل اول رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه.

در رویکرد دوم، به روش یکسان اما به شیوه‌ی متفاوت از MATLAB Function استفاده شده است. در این حالت معادلات را دوباره بازنویسی کرده و داریم:

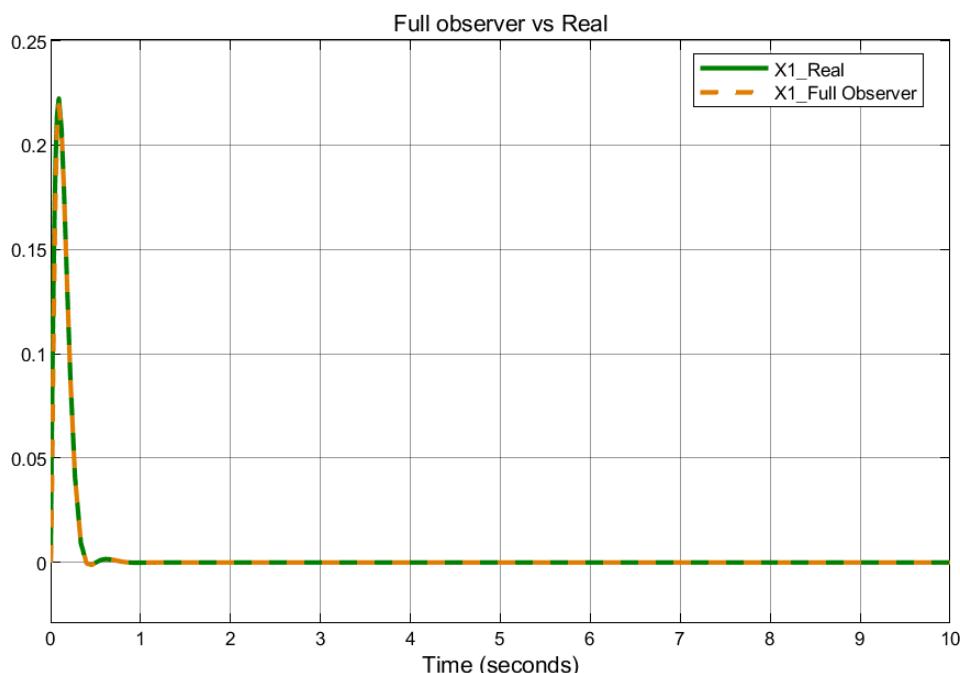
$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

$$\dot{\hat{x}}_e = A_{ee}\hat{x}_e + [A_{es}x_s + Bu] + L[(y - C_s A_{ss} C_s^{-1} y - C_s B_s u) - C_s A_{se} \hat{x}_e]$$

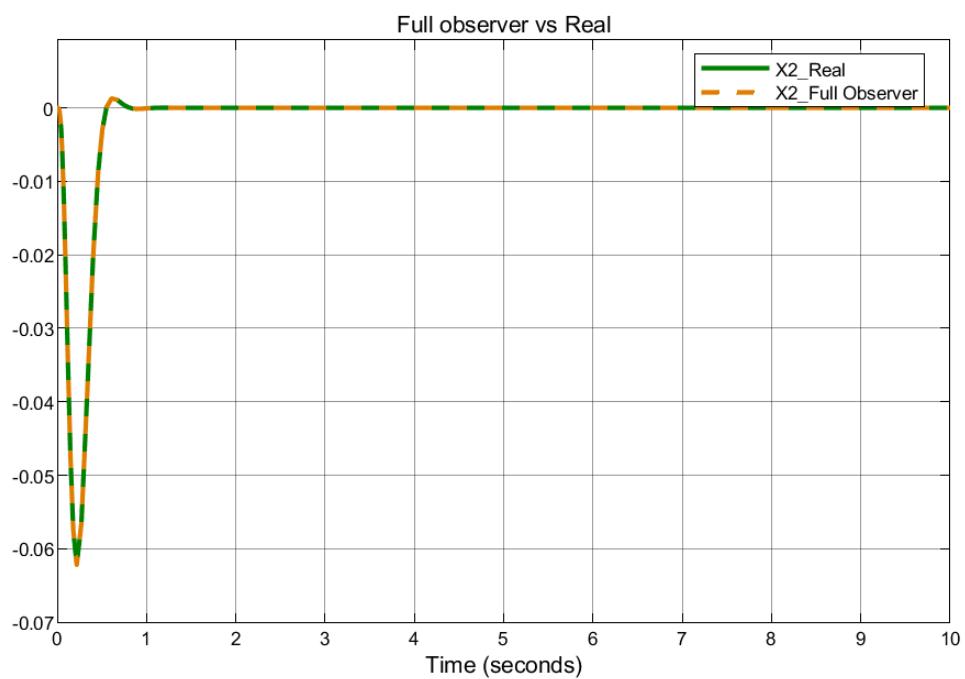
در این حالت ماتریس ضرایب رؤیتگر (L) به مانند قبل به گونه‌ای به دست می‌آید تا قطب‌های سیستم مربوط به دینامیک خطأ در محل‌های انتخابی قرار گیرند. برای مقایسه با نتایج قبلی ماتریس L بدون تغییر می‌ماند.

$$L = \begin{bmatrix} 15.7249 & 0 \\ 0 & 11.5045 \end{bmatrix}$$

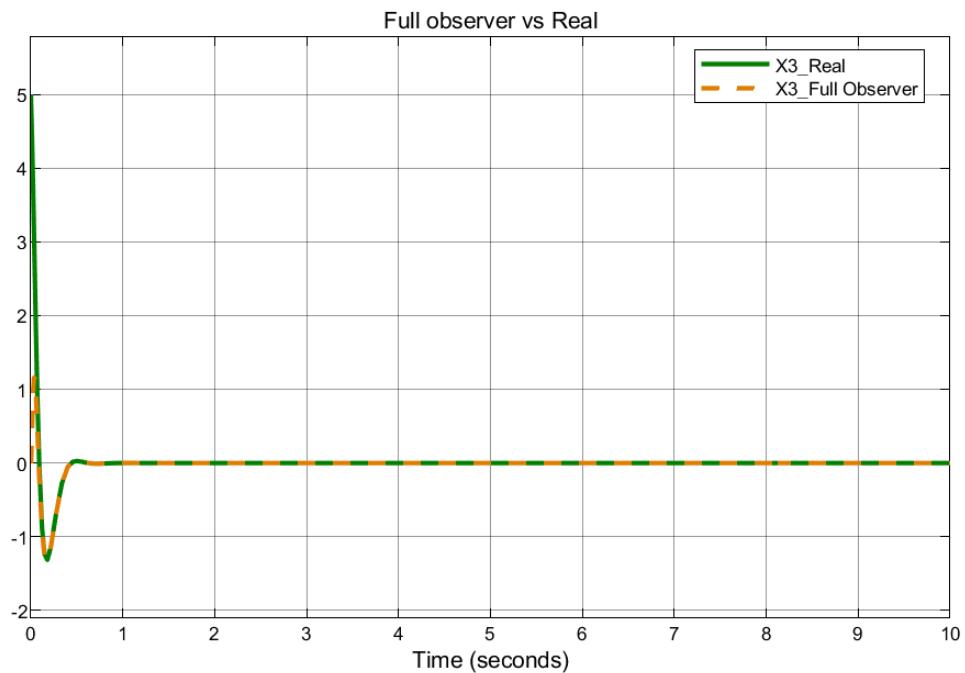
نتایج اکنون با مدلی دیگر ارائه می‌شوند که در سیمولینک اجرا شده است،



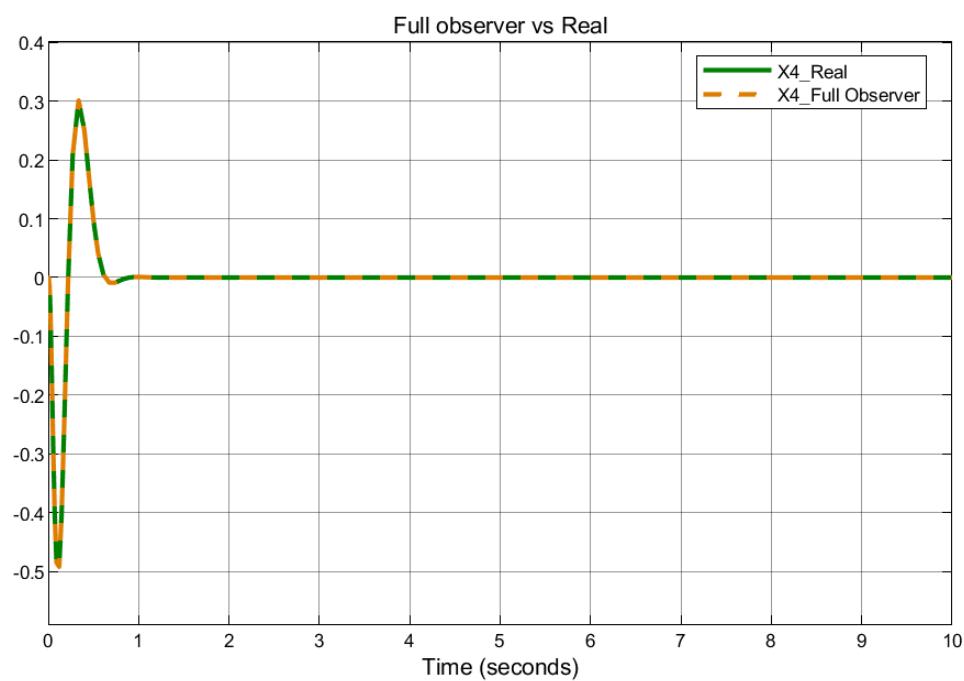
شکل ۲ - ۶ مدلی از رؤیتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه x_1



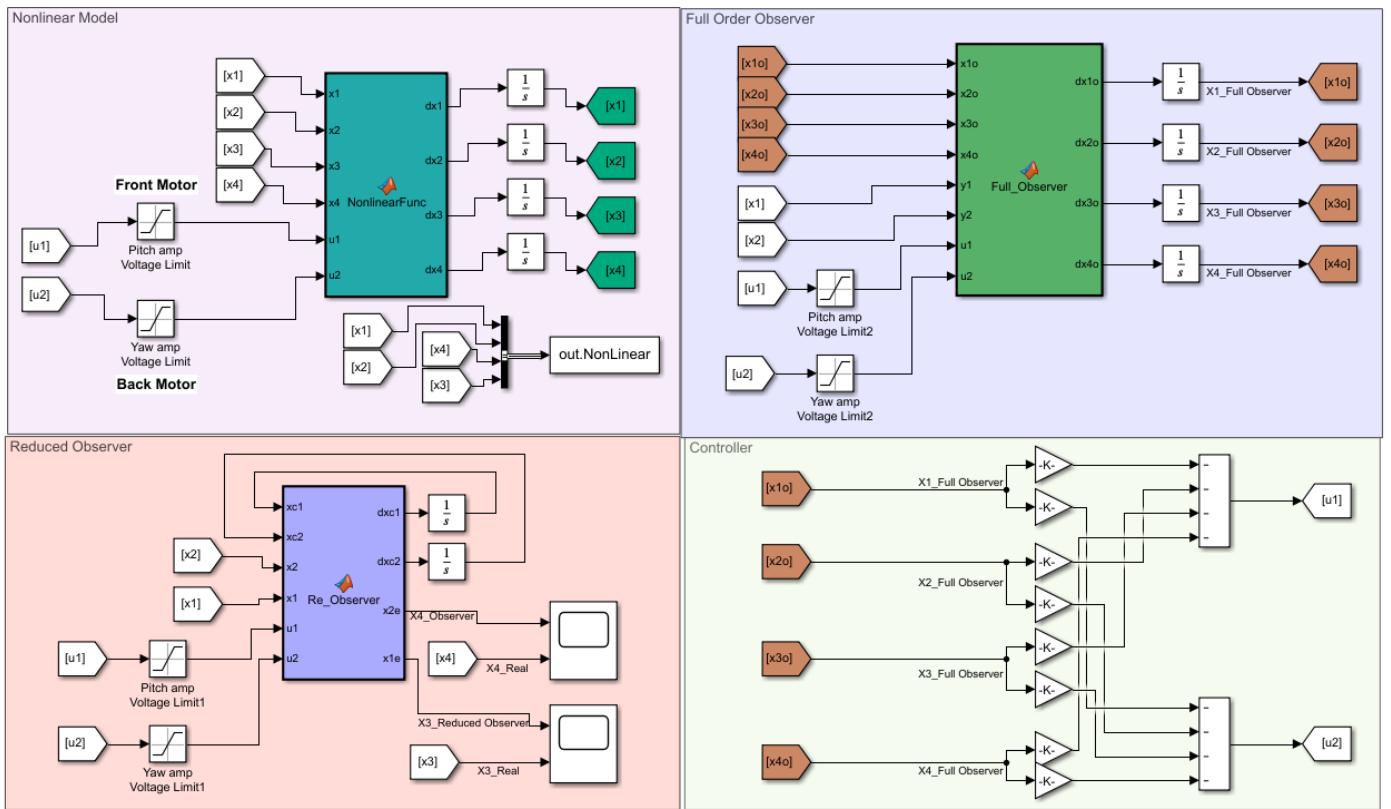
شکل ۲ - ۷ مدلی از روینگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه x_2 .



شکل ۲ - ۸ مدلی از روینگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه x_3 .

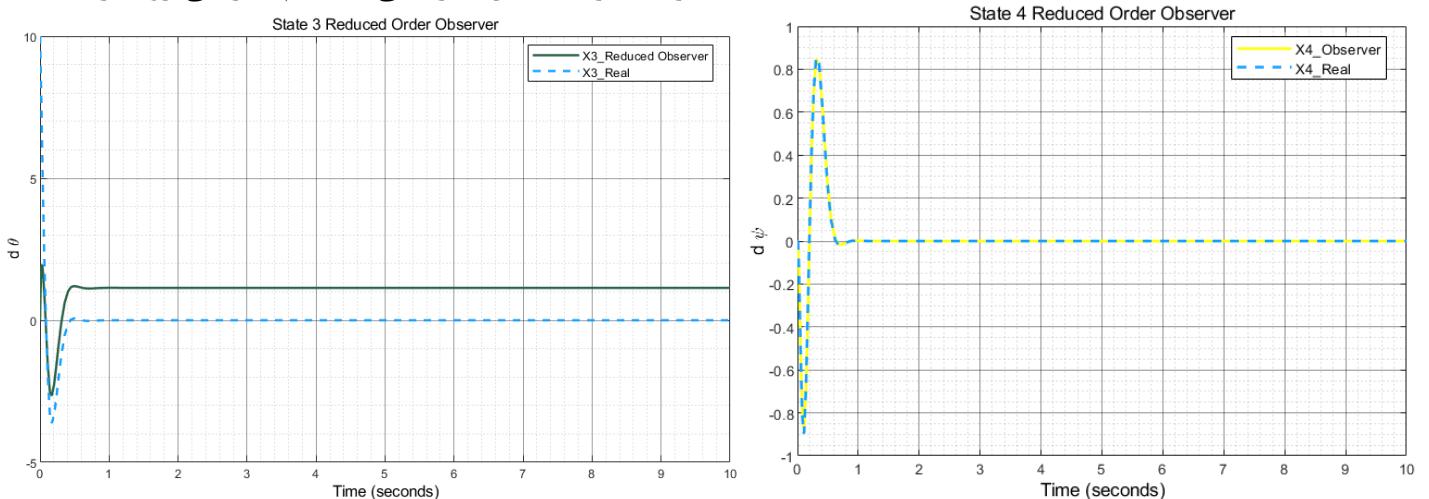


شکل ۲ - ۹ مدلی از رویتگر کاهش مرتبه یافته در پاسخ شرایط اولیه x_4



شکل ۲ - ۱۰ سیمولینک طراحی شده برای مقایسه حالت‌های تخمین زده شده با رؤیتگر کاهش مرتبه یافته.

در شکل ۲-۱۰ رؤیتگر به هر دو صورت کامل و کاهش مرتبه یافته برای مدل غیرخطی سیستم طراحی شده است. از کادر بالا سمت چپ به صورت ساعتگرد به ترتیب مدل غیرخطی سیستم، طراحی رؤیتگر

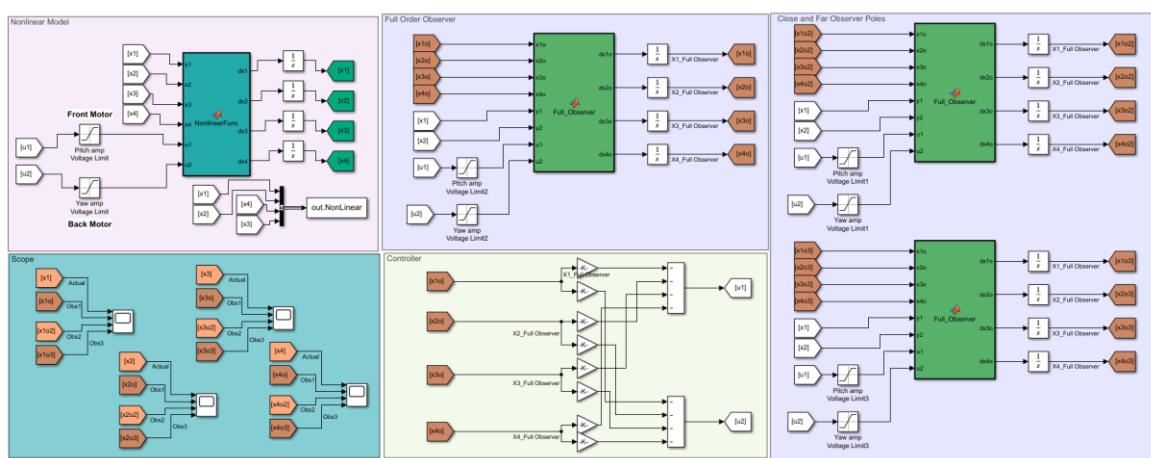


شکل ۲ - ۱۱ پاسخ حالت‌های تخمین زده شده با رؤیتگر کاهش مرتبه یافته.

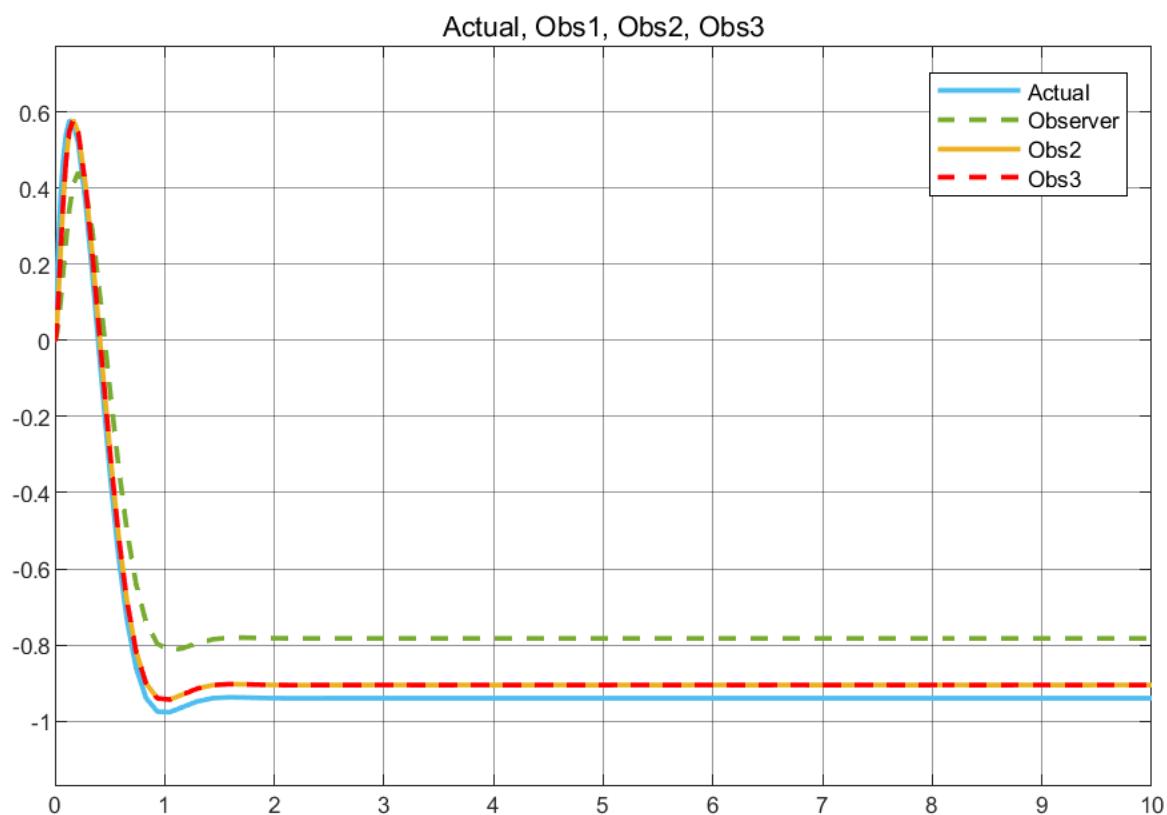
با استفاده از همین معادلات طراحی شده در سیمولینک، می‌توان به بررسی تاثیر دوری یا نزدیکی قطب‌های رویتگر به قطب‌های کنترلر پرداخت. برای این کار با استفاده از دستور *Place* بهره‌ی کنترلی K را به صورت دستی در سیمولینک تغییر داده و با سه دسته قطب به ترتیب زیر، رفتار سیستم را بررسی می‌کنیم:

جدول ۱-۲ قطب‌های کنترلر و رویتگر در حالات دور و نزدیک از هم.

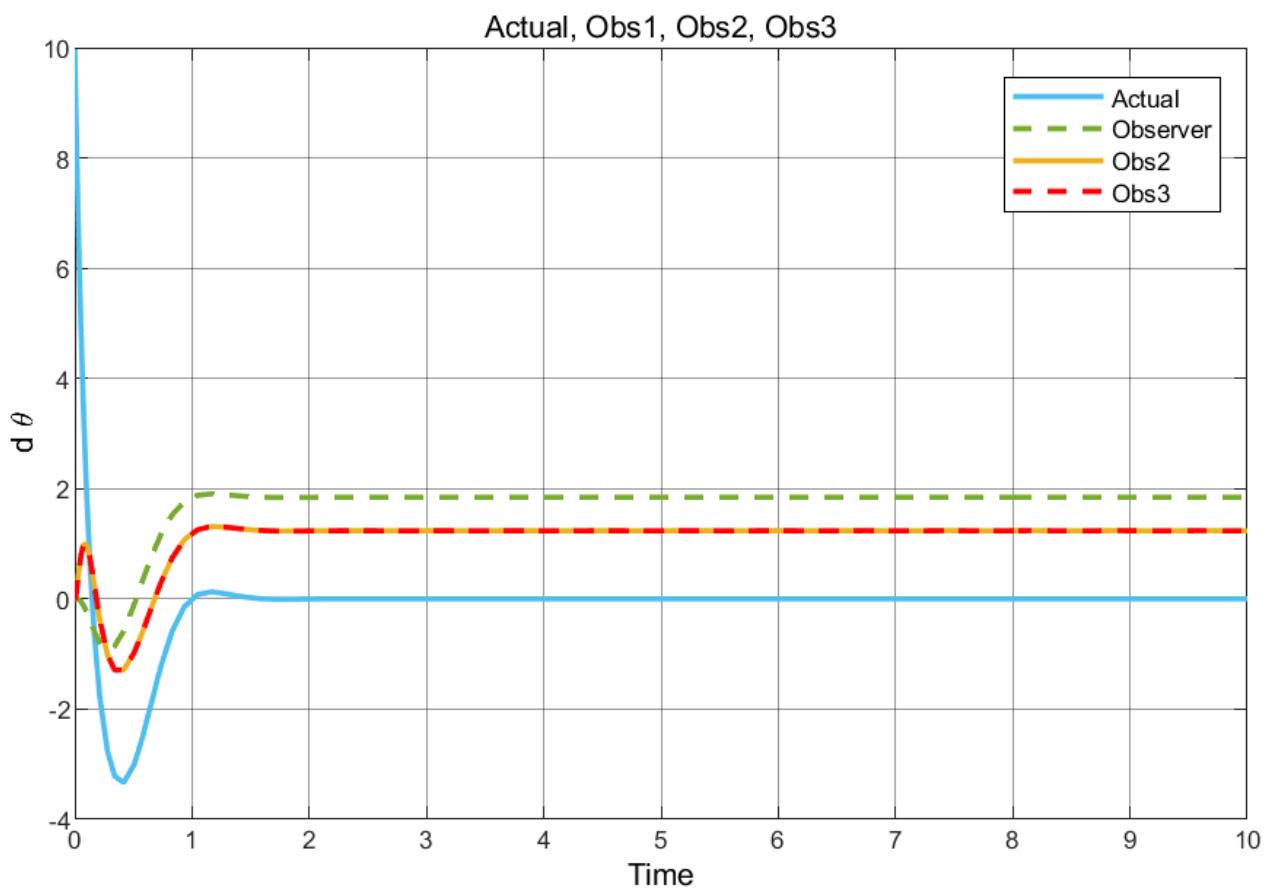
قطب‌های کنترلر و رویتگر	بهره‌ی متناظر
$Poles_{ctrl_1} = [-3 - 4$ $- 10 - 11]$	K $= \begin{bmatrix} 14.1553 & -0.5953 & 2.0161 & -0.3074 \\ -1.8072 & 50.3806 & -0.3011 & 13.3399 \end{bmatrix}$
$Poles_{obsv_1} = [-3 - 4$ $- 10 - 11]$	$L_1 = \begin{bmatrix} 11.7249 & 0 \\ 0 & 3.5045 \\ 1.2504 & 0 \\ 0 & -0.2500 \end{bmatrix}$
$Poles_{obsv_2} = [-10 - 15$ $- 20 - 25]$	$L_2 = \begin{bmatrix} 35.7249 & 0 \\ 0 & 21.5045 \\ 168.6480 & 0 \\ 0 & 74.8310 \end{bmatrix}$
$Poles_{obsv_3} = [-30 - 30$ $- 35 - 40]$	$L_3 = \begin{bmatrix} 60.7249 & 0 \\ 0 & 61.5045 \\ 636.7705 & 0 \\ 0 & 835.0110 \end{bmatrix}$



شکل ۲ - ۱۲ نحوه‌ی بررسی دوری و نزدیکی قطب‌های کنترلر و رویتگر.



شکل ۲ - ۱۳ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای زاویه θ .

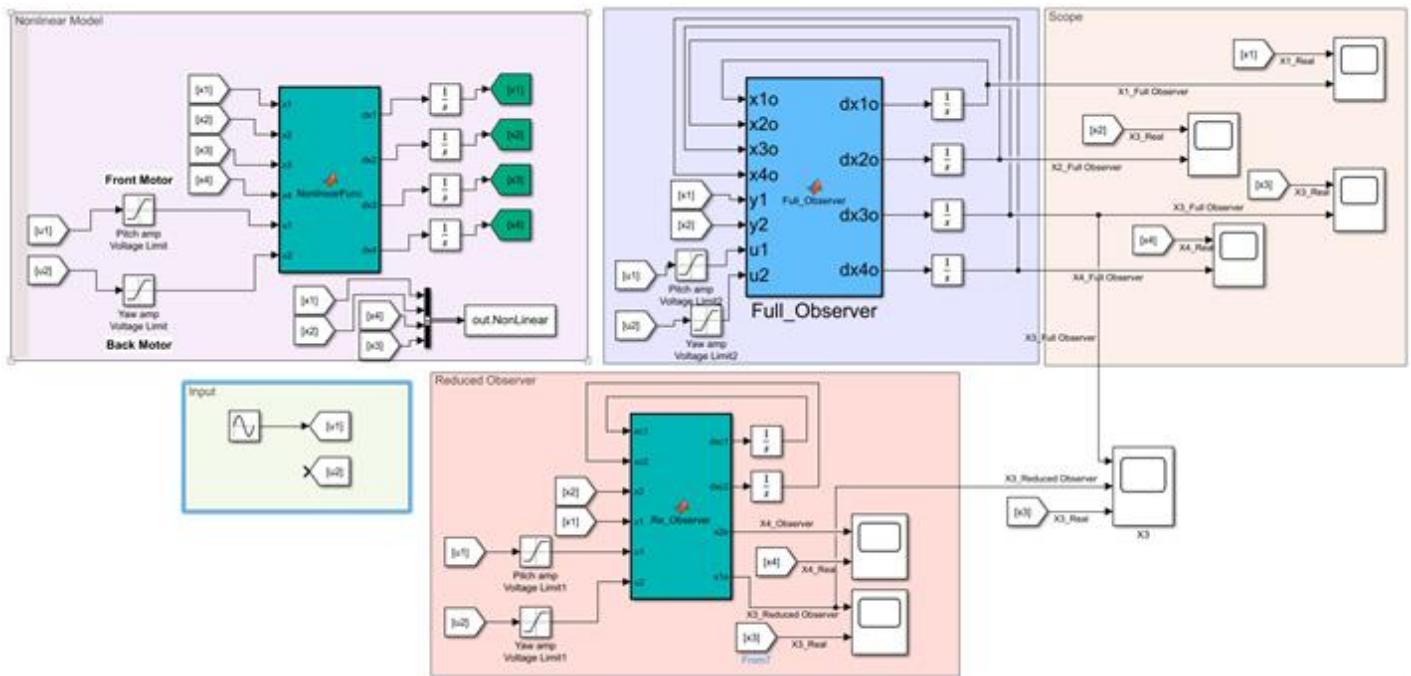


شکل ۲ - ۱۴ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$.

در دو شکل بالا به خوبی دیده می‌شود که با نزدیک شدن قطب‌های رویتگر به قطب‌های کنترلر پاسخ به مقدار واقعی سیستم نزدیک‌تر می‌شود. در پیوست نمودار تاثیر دوری و نزدیکی قطب‌های کنترلر و رویتگر برای متغیرهای حالت دوم و چهارم نیز آورده شده است.

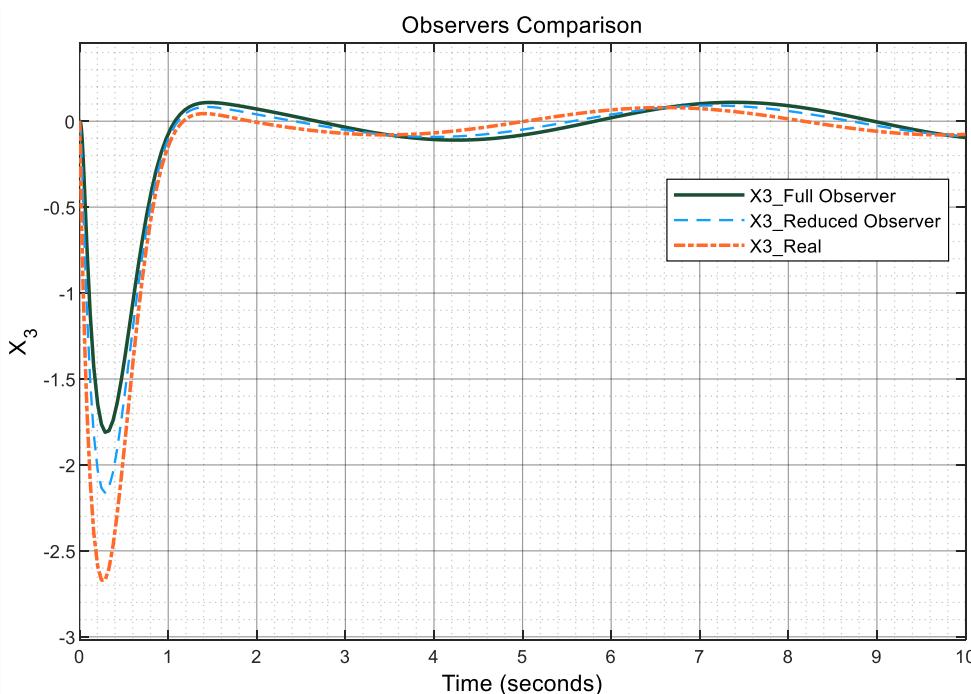
در این حالت قطب‌های رویتگر کاهش یافته را در محل دلخواهی دورتر از محل قطب‌های سیستم حلقه‌بسته و به صورت $p = [-50 \quad -60]$ در نظر می‌گیریم.

$$p = [-50 \quad -60] \rightarrow L = \begin{bmatrix} 40.7249 & 0 \\ 0 & 56.5045 \end{bmatrix}$$

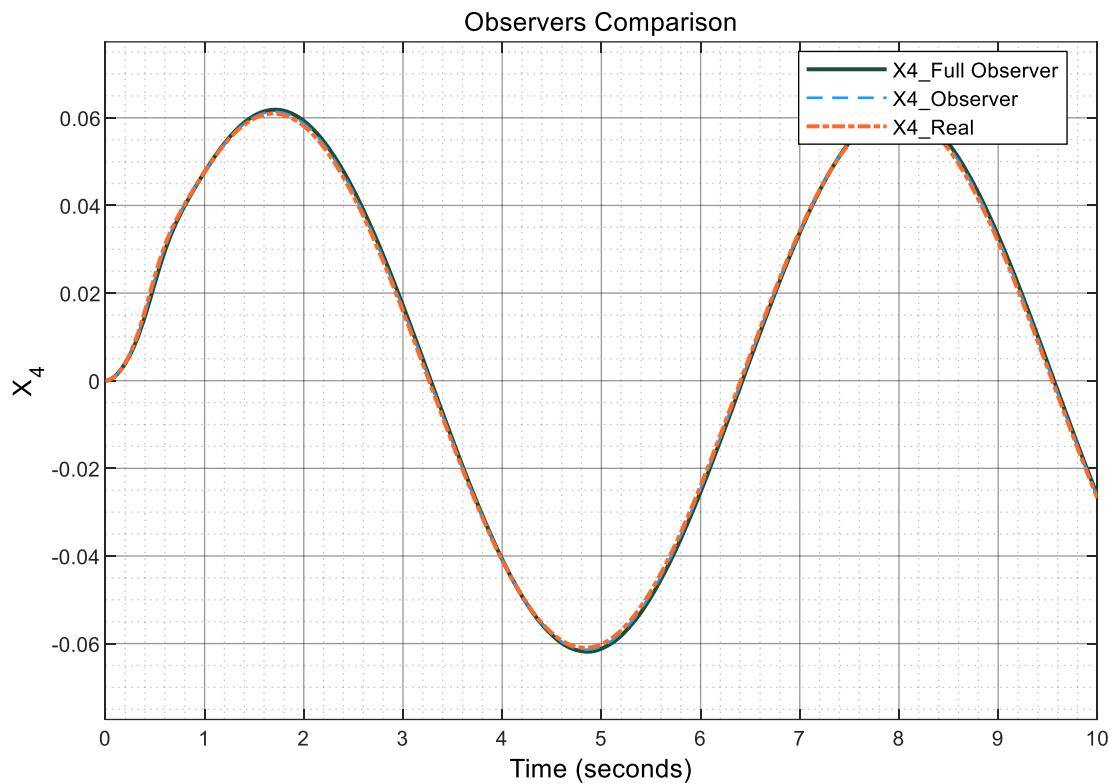


شکل ۲ - ۱۵ مقایسه نمودارهای تخمین زده با رویتگر کاهش مرتبه یافته در ازای ورودی‌های مختلف.

اگر به ورودی u_1 تابع سینوسی را در سیمولینک وارد نماییم، به این معنا که موتور گام ولتاژ سینوسی اعمال نماید. میزان تغییرات سرعت زاویه‌ای گام به شکل زیر خواهد شد:

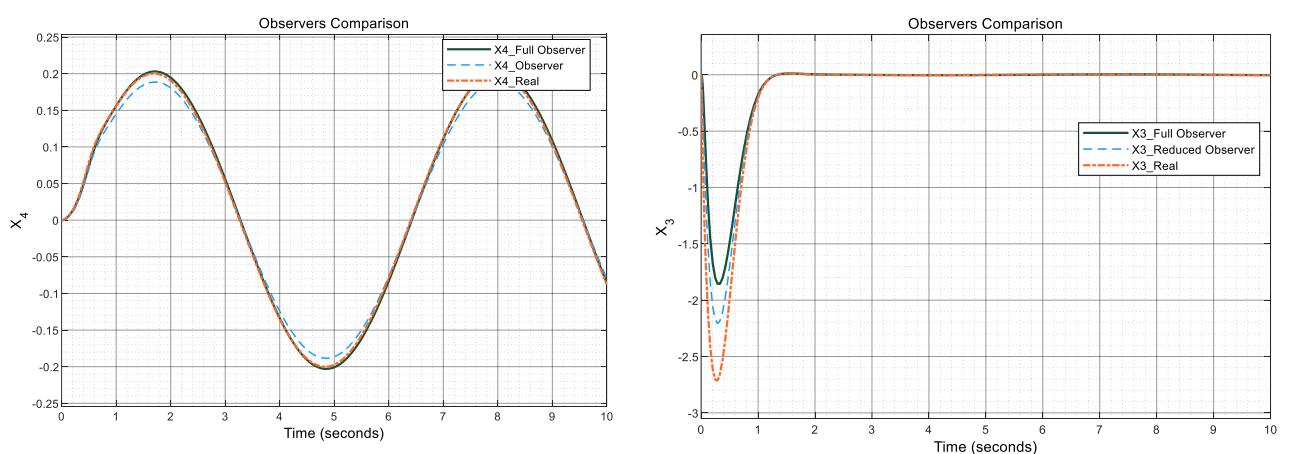


شکل ۲ - ۱۶ پاسخ متغیر حالت سوم در ازای ورودی اول سینوسی.



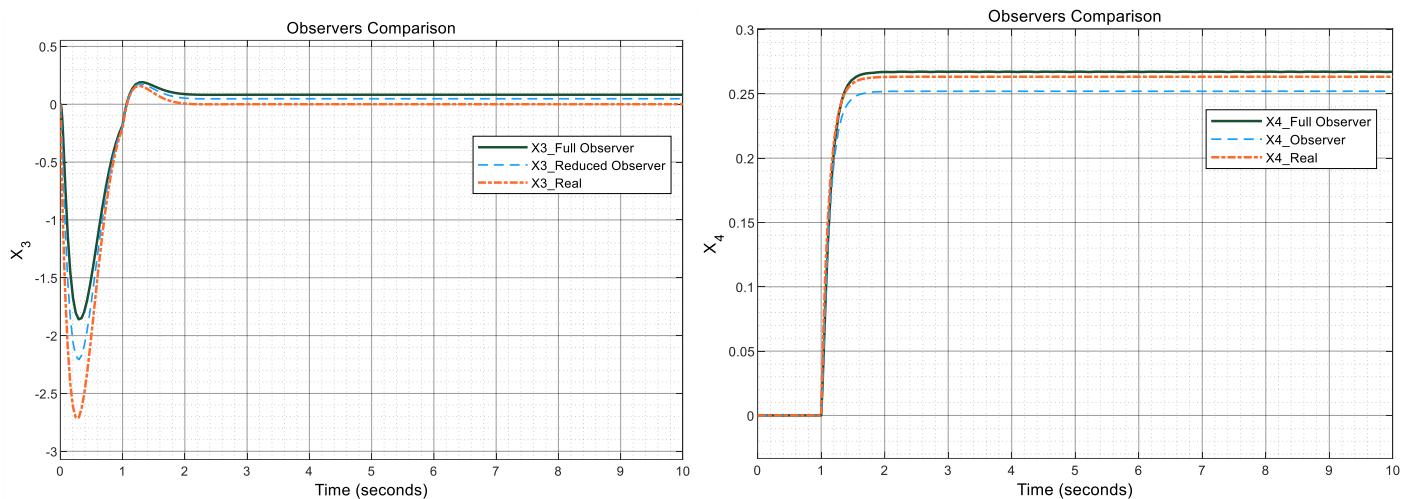
شکل ۲ - ۱۷ - پاسخ متغیر حالت چهارم در ازای ورودی اول سینوسی.

در نمودارهای فوق به خوبی مشاهده می‌شود که پاسخ رویتگر کاهش مرتبه یافته با دقت خوبی عمل می‌نماید. حال اگر به ورودی u_2 تابع سینوسی را در سیمولینک وارد نماییم، به این معنا که موتور گام ولتاژ سینوسی اعمال نماید، میزان تغییرات سرعت زاویه‌ای گام به شکل زیر خواهد شد:



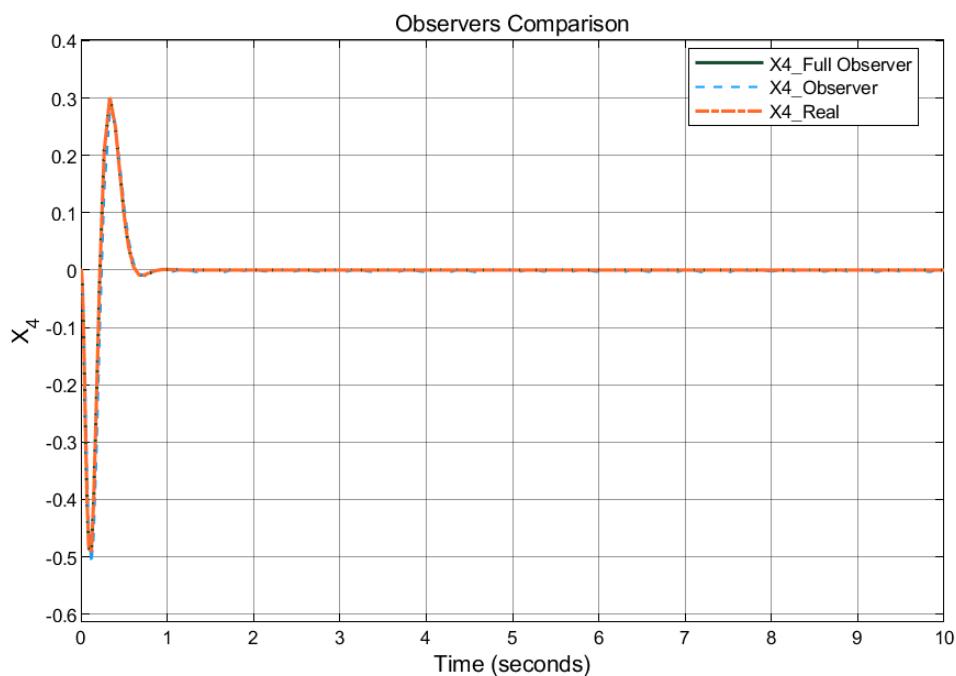
شکل ۲ - ۱۸ - پاسخ سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$ و $\dot{\phi}$ در ازای ورودی دوم سینوسی.

پاسخ‌های متغیرهای سوم و چهارم به ازای نوع ورودی‌های دیگر از جمله تابع پله‌ی واحد نیز در قسمت زیر آورده شده است.

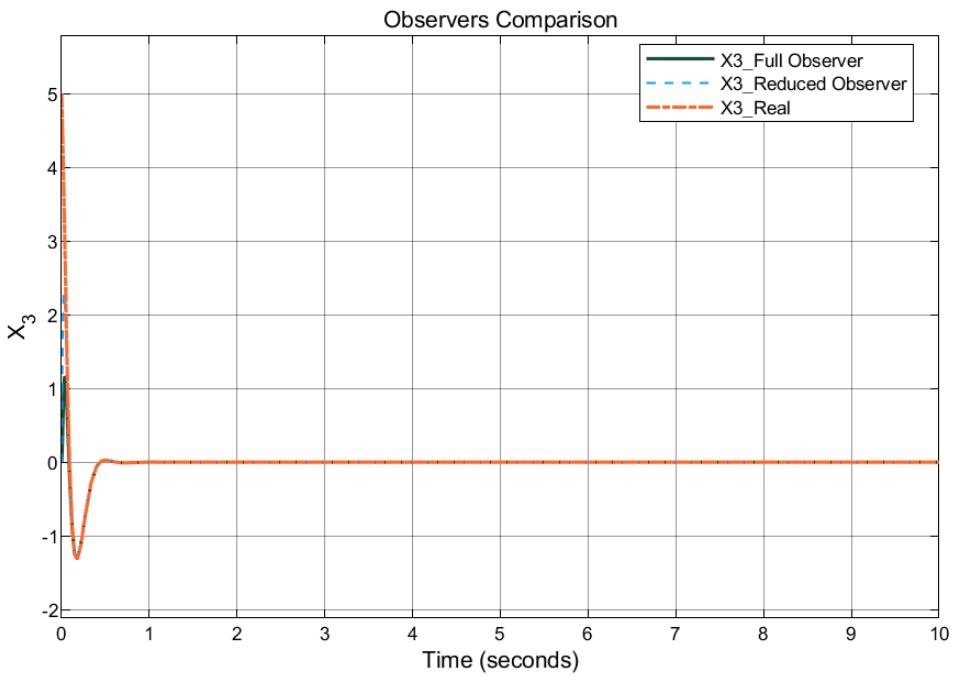


شکل ۲ - ۱۹ پاسخ سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$ و $\dot{\psi}$ در ازای پله‌ی واحد.

مدل دوم پیاده شده در سیمولینک به ازای شرط اولیه



شکل ۲ - ۲۰ پاسخ سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$ در ازای شرایط اولیه.



شکل ۲ - ۲۱ پاسخ سرعت زاویه‌ای $\dot{\psi}$ در ازای شرایط اولیه.

۲-۲- مقاوم بودن رؤیتگر کاهش مرتبه یافته

طبیعی است که با توجه به تقریب‌های متعدد در استخراج معادلات دینامیکی سیستم هلیکوپتر از روش لاجرانژ، فضای حالت سیستم دقیق نیست. در نتیجه رؤیتگر طراحی شده نیز ممکن است از دقت بالایی برخوردار نباشد. در اینجا ما قصد داریم تا تاثیر مدلسازی خطا را برای رؤیتگر کاهش مرتبه یافته نشان دهیم. ما بدنبال آن هستیم تا قطب‌های سیستم حلقه بسته دقیقاً در مکان دلخواه مورد نظر قرار بگیرند. برای این کار باید مقاومت سیستم را که با معادلات زیر تعریف می‌شود، بررسی کنیم.

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B} u + L(y - \hat{C} \hat{x})$$

$$A = \hat{A} + \delta A$$

$$B = \hat{B} + \delta B$$

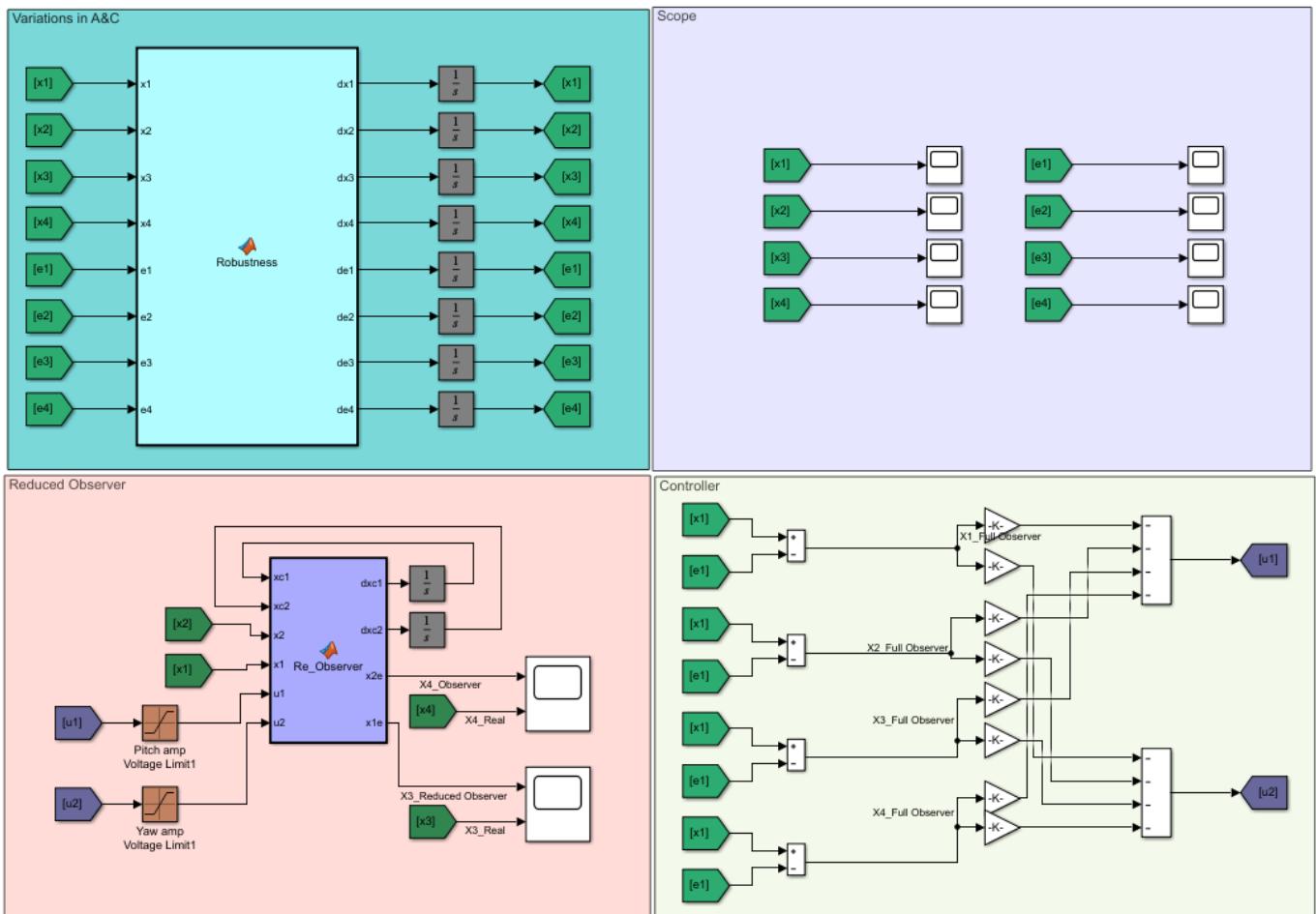
$$C = \hat{C} + \delta C$$

δA , δB و δC به ترتیب تغییرات در سیستم، کنترلر و رؤیتگر می‌باشد. با تعریف دینامیک خطای خواهیم داشت:

$$\dot{x} = A_c x + B K e$$

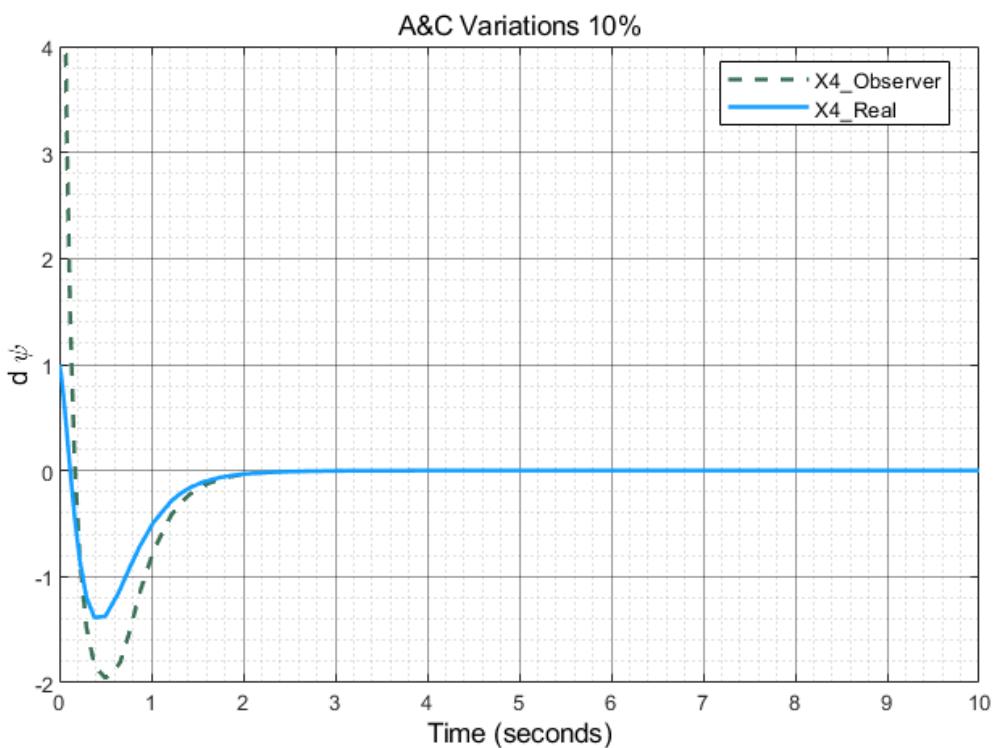
$$\dot{e} = \hat{A}_{ob} e + \Delta_{AC} x$$

$$\Delta_{AC} = \delta A - L \delta C, \quad A_C = A - BK, \quad \hat{A}_{ob} = \hat{A} - L \hat{C}$$

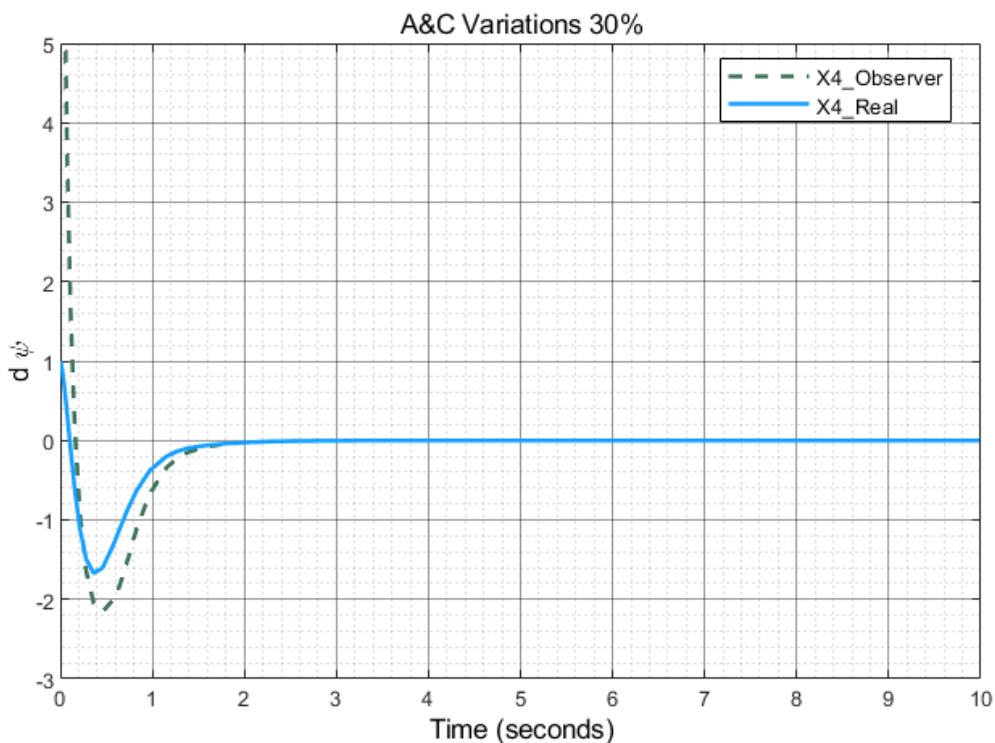


شکل ۲ - ۲۲ نحوهی بررسی مقاوم بودن رؤیتگر کاهش مرتبه یافته به ازای تغییرات A و C .

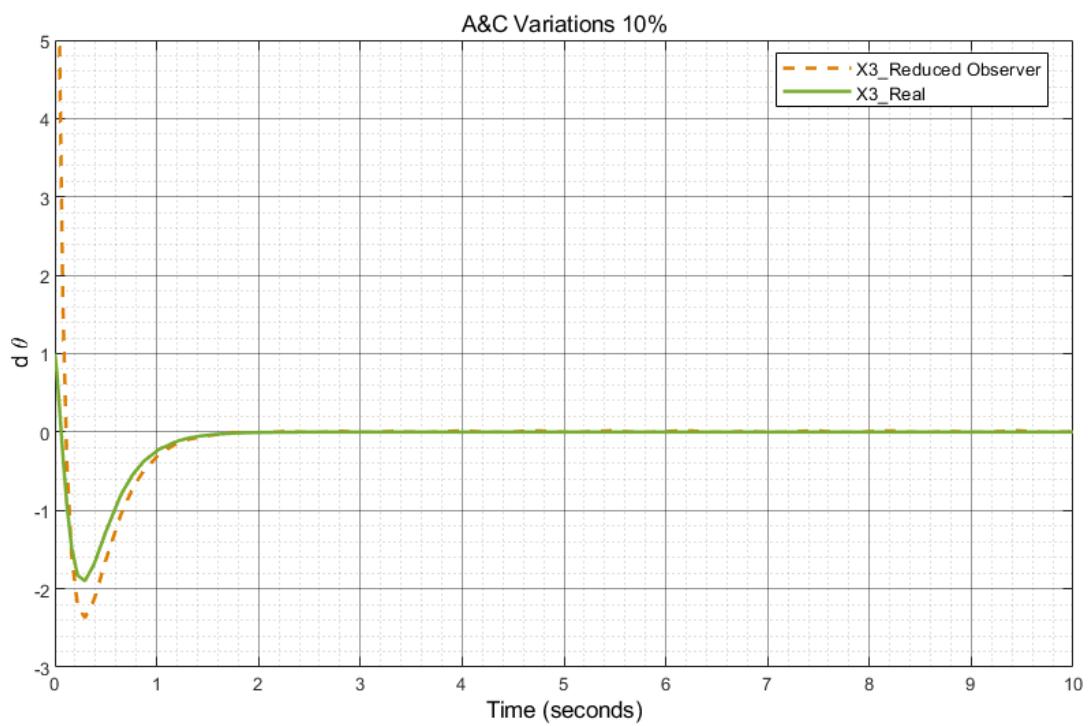
در سیمولینک بالا، معادلات ذکر شده در این بخش را در مطلب فانکشن *Robustness* آورده‌ایم. بعد از آنکه خروجی‌های سیستم یعنی x و e بدست آمدند، از رابطه‌ی $u = -k(x - e)$ که در تصویر همان بلوک پایین سمت راست می‌باشد، مقادیر ورودی u به ازای شرایط اولیه بدست می‌آیند. در نهایت برای سنجش رؤیتگر کاهش مرتبه یافته، این ورودی به رؤیتگر داده شده و نتایج مقایسه می‌شوند.



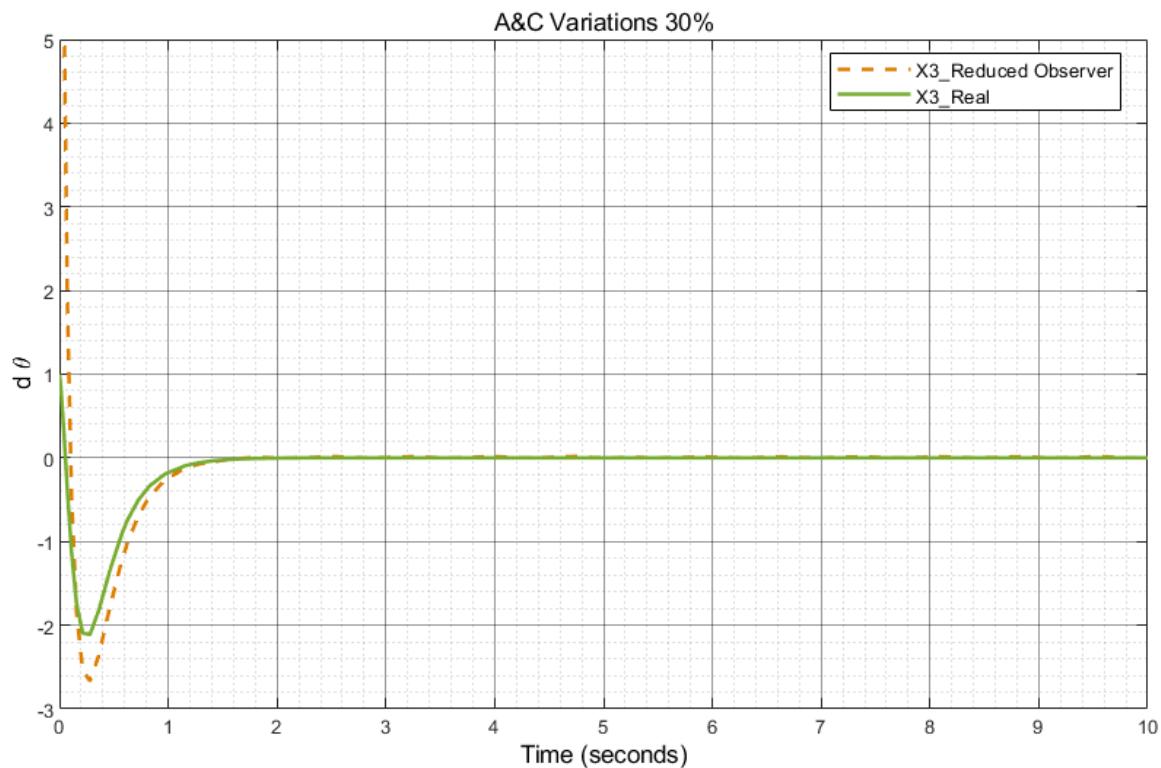
شکل ۲ - ۲۳ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش در برابر تغییرات ده درصد ماتریس‌های A و C.



شکل ۲ - ۲۴ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش در برابر تغییرات سی درصد ماتریس‌های A و C.



شکل ۲ - ۲۵ رفتار متغیر حالت سوم روبتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ده درصد ماتریس‌های A و C.



شکل ۲ - ۲۶ رفتار متغیر حالت سوم روبتگر کاهش یافته در برابر تغییرات سی درصد ماتریس‌های A و C.

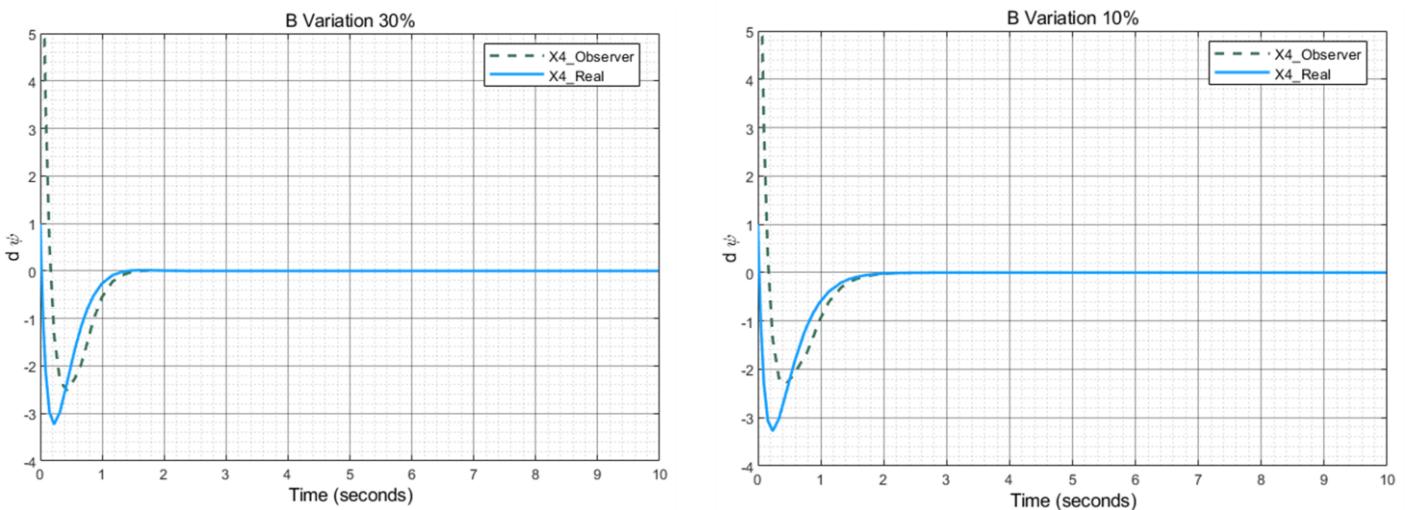
روند تغییرات در نمودار بالا به ازای تغییرات بیشتر در A و C منجر به دور شدن پاسخ تخمین زده شده از پاسخ واقعی سیستم می‌شود. همچنین با مراجعه به شکل ۷-۲ می‌توان دریافت که دو شکل بالا با تقریب خوبی درست عمل می‌کنند. هرچند بدلیل نمایش پاسخ واقعی متغیرهای حالت در کنار پاسخ تغییرات، نیاز به مراجعه به شکل ۷-۲ نخواهد بود.

حال بدنبال بررسی رفتار سیستم به ازای تغییرات ماتریس B هستیم. برای این حالت با استفاده از معادلات دینامیکی رویتگر در درسنامه‌ی شماره ۱۹ خواهیم داشت:

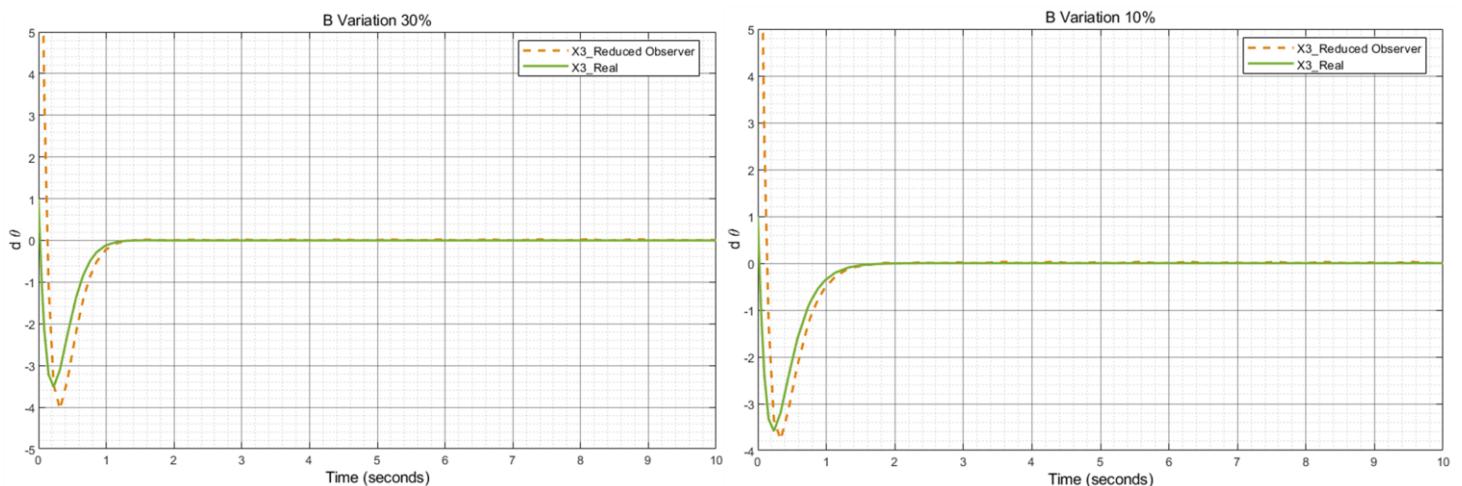
$$A = \hat{A}, \quad C = \hat{C}, \quad B = \hat{B} + \delta B, \quad u = -K\hat{x}$$

$$\dot{x} = Ax + (\hat{B} + \delta B)u \xrightarrow{x=\hat{x}+e} \dot{\hat{x}} = (A - \hat{B}K)\hat{x} + LCe$$

$$\dot{e} = (A - LC)e - \delta BK\hat{x}$$



شکل ۲ - ۲۷ رفتار متغیر حالت چهارم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ده و سی درصد ماتریس B.



شکل ۲ - ۲۸ رفتار متغیر حالت سوم رویتگر کاهش یافته در برابر تغییرات ده و سی درصد ماتریس B .

۳-۲- اغتشاش معلوم در سیستم

با فرض این که اغتشاش معلوم و شناخته شده‌ای به اهرم هلیکوپتر دو درجه آزادی اعمال می‌شود، معادلات فضای حالت زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fx_d$$

اغتشاش را به صورت $F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ در نظر گرفتیم که این اغتشاش بر روی سرعت زاویه‌ای تتا یا گام مؤثر است و در مدلسازی در نظر گرفته نشده است. با حل مساله در حالت رگولاتوری دینامیک خطابه صورت زیر نوشته می‌شود،

$$\dot{x}_r = A_r x_r$$

$$e = x - x_r$$

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_r = Ae + Bu + Ex_0$$

ماتریس E به صورت $x_0 = \begin{bmatrix} x_r \\ x_d \end{bmatrix}$ می‌باشد و $E = [A - A_r \quad F]$ با تعریف ورودی کنترلی به صورت $u = -Ke - K_0 x_0$ رابطه به صورت زیر اصلاح می‌شود.

$$\dot{e} = Ae + Ex_0 - B(Ke + K_0 x_0)$$

طراحی کنترل برای رسیدن به دو هدف رسیدن به پایداری مجانبی سیستم و صفر شده خطابی متغیرهای حالت انجام می‌شود. هدف اول قبلاً در طراحی رگولاتور با جابجایی قطب‌های سیستم انجام شده و ماتریس K در دست است. برای رسیدن به هدف دوم با استفاده از معادلات زیر خواهیم داشت.

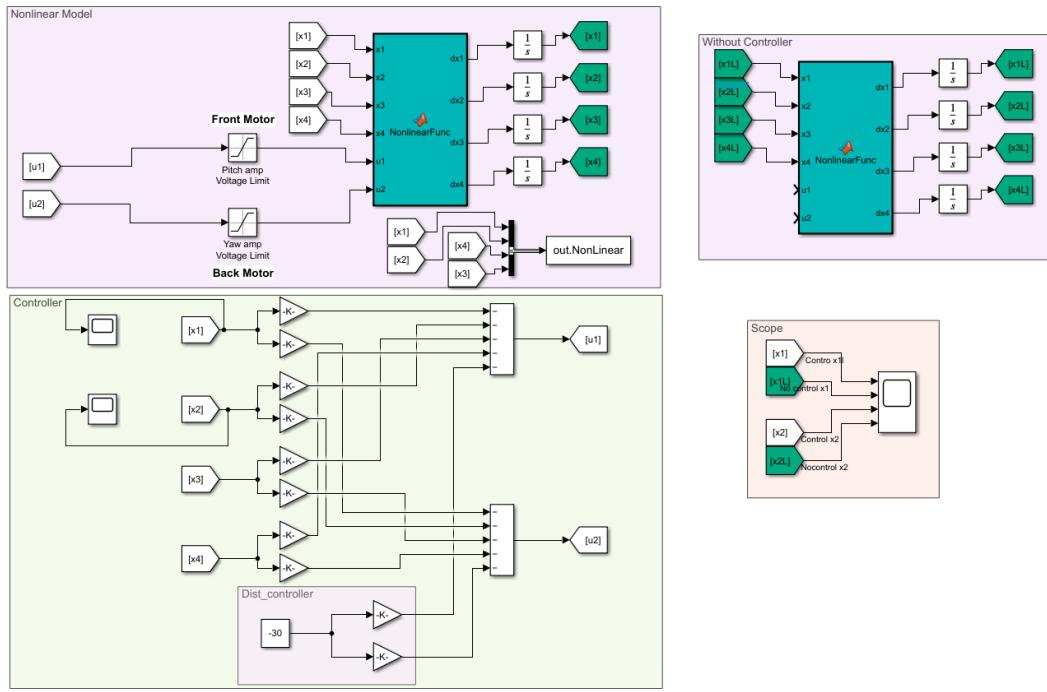
$$\dot{e} = Ae + Ex_0 - B(Ke + K_0 x_0) = 0$$

$$e = (A - BK)^{-1}(BK_0 - E)x_0$$

$$y_d = C_d e = C_d (A - BK)^{-1}(BK_0 - E)x_0 = 0$$

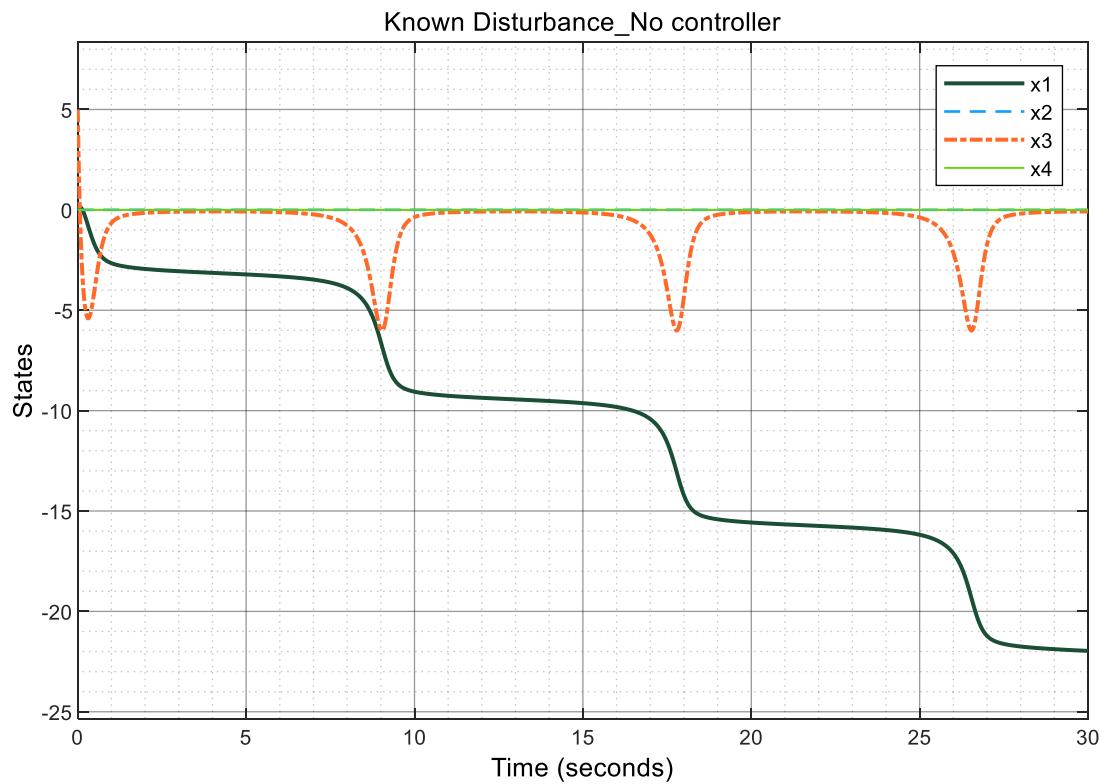
$$K_0 = [C_d(A - BK)^{-1}B]^{-1}C_d(A - BK)^{-1}E$$

ماتریس ضرایب برابر $K_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5.3421 & -3.688 & 0.4269 \\ 0 & 0 & 0.7783 & 19.4789 & -0.1300 \end{bmatrix}$ است. با توجه به این که مرجع صفر است ($x_r = 0$) تلاش کنترلی به صورت $u = -Kx - K_0x_d$ می‌باشد.



شکل ۲ - ۲۹ پاسخ سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$ و $\dot{\psi}$ در ازای پلهی واحد.

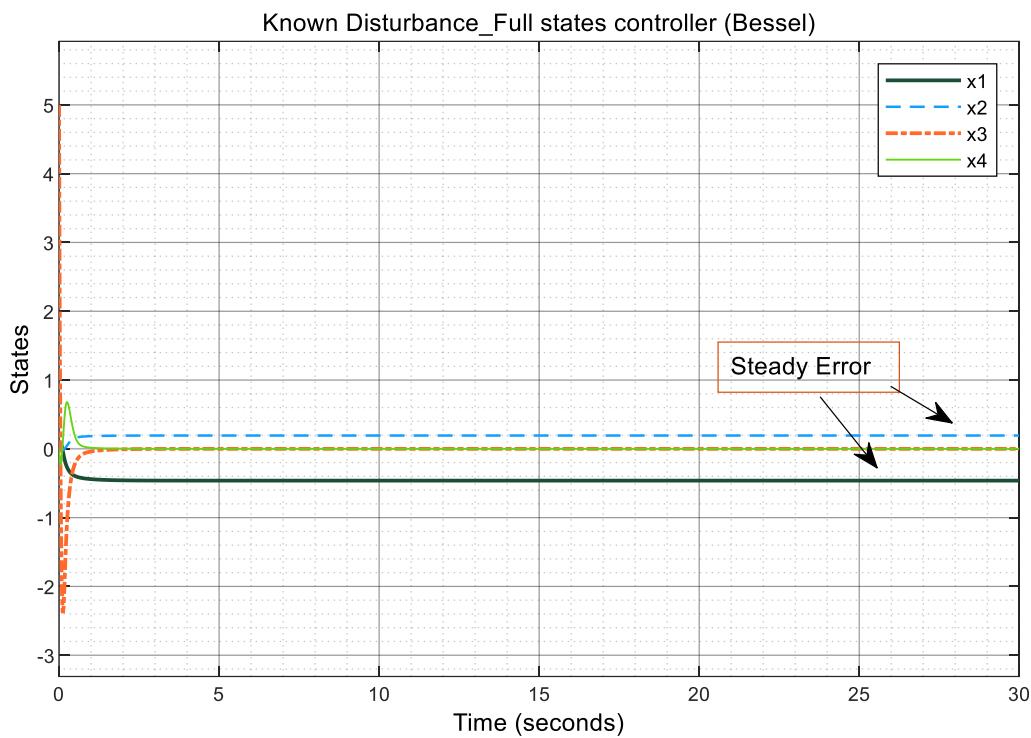
در شکل بالا پاسخ سیستم رگولاتور را برای بند ۶ در حضور اغتشاش معلوم شبیه‌سازی شده است. استفاده از بند ۶ در این روش یعنی استفاده از بهره‌ی بدست آمده از یکی از روش‌های ITAE، باترورث، بسل و یا چبیشف که ما در اینجا بهره‌ی K را از روش بسل و با $\omega_n = 4$ انتخاب کردیم. در این حالت پاسخ سیستم به ازای ورودی ثابت و در غیاب کنترلر آورده شده است.



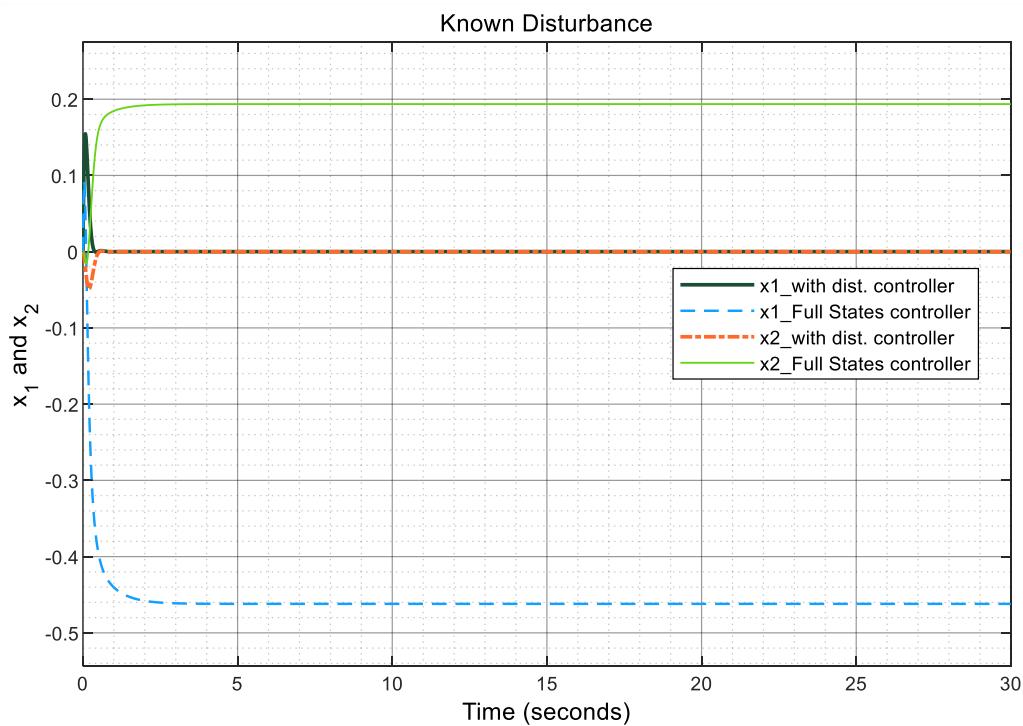
شکل ۲ - ۳۰ - رفتار سیستم بدون کنترلر و در حضور اغتشاش معلوم برای ورودی ثابت $\text{Const}=30$.

حال خطای ماندگار را در این حالت بررسی می‌کنیم. برای این بررسی با طراحی کنترلر حالت کامل بهره‌های زیر را در بلاک کنترل جاگذاری کرده و خواهیم داشت:

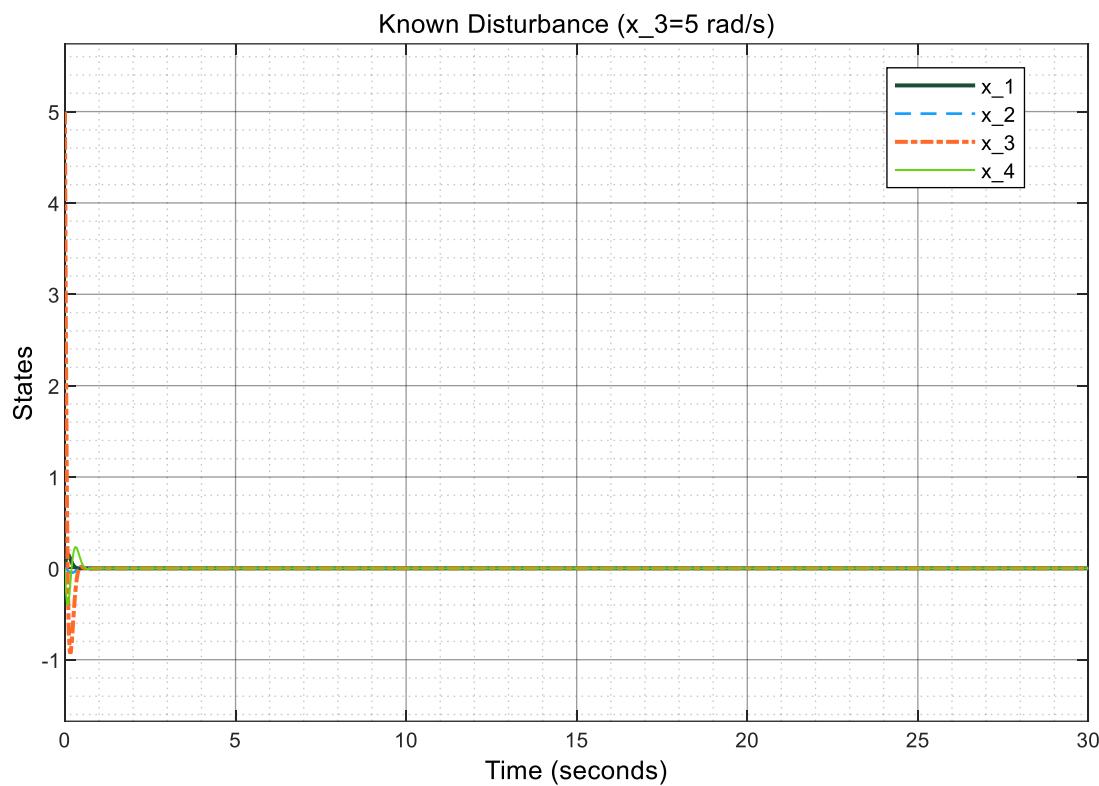
$$K = \begin{bmatrix} 68.5119 & -25.1203 & 5.3421 & -3.6881 \\ 63.1652 & 188.4894 & 0.7783 & 19.4789 \end{bmatrix}$$



شکل ۲ - ۳۱ خطای ماندگار سیستم کنترلی در حضور اختشاش معلوم برای ورودی ثابت.

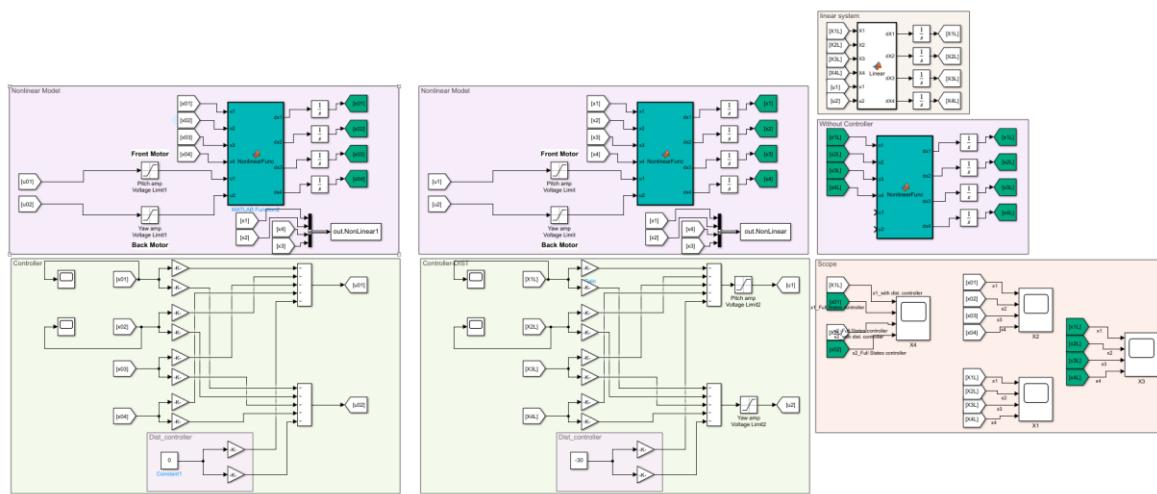


شکل ۲ - ۳۲ خطای ماندگار سیستم با کنترل حالت کامل در حضور اختشاش معلوم.



شکل ۲ - ۲۳ - صفر شدن خطای ماندگار سیستم با کنترل حالت کامل در حضور اغتشاش معلوم.

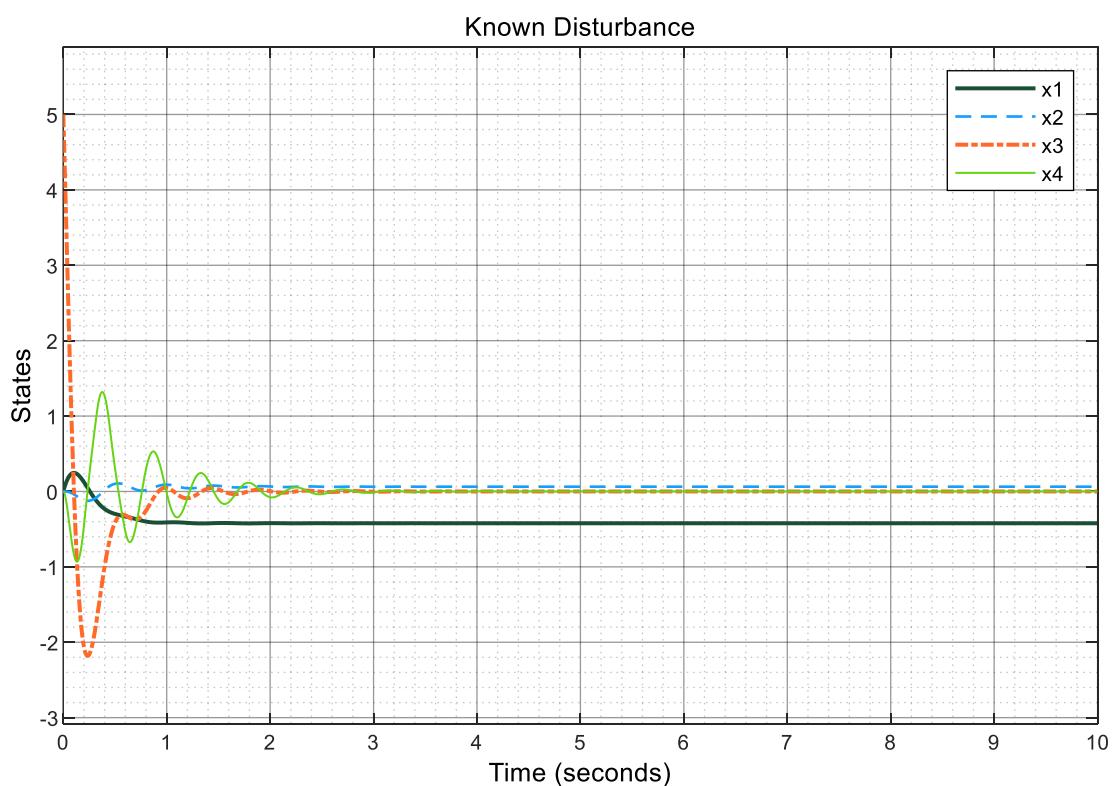
همانطور که در شکل فوق مشاهده می‌شود کنترلر جدید خطای حالت ماندگار ندارد. به طور کلی دینامیک خطای بدون کنترلر اصلاح شده به صورت $\dot{e} = (A - BK)e + Ex_0$ می‌باشد. رگولاتور فیدبک حالت به تنها یی فقط می‌تواند سیستم را پایدار کند و جمله‌ی Ex_0 در دینامیک خطای باقی می‌ماند اما با اصلاح کنترلر و تعریف ورودی کنترلی جدید دینامیک خطای به $\dot{e} = Ae + Ex_0 - B(Ke + K_0x_0)$ تبدیل می‌شود که می‌تواند تاثیر x_0 را با K_0 مناسب از بین ببرد.



شکل ۲ - ۳۴ بررسی بند ۱۱ خواسته‌ی پروژه و نمودارهای اغتشاش معلوم برای سیستم رگولاتور.

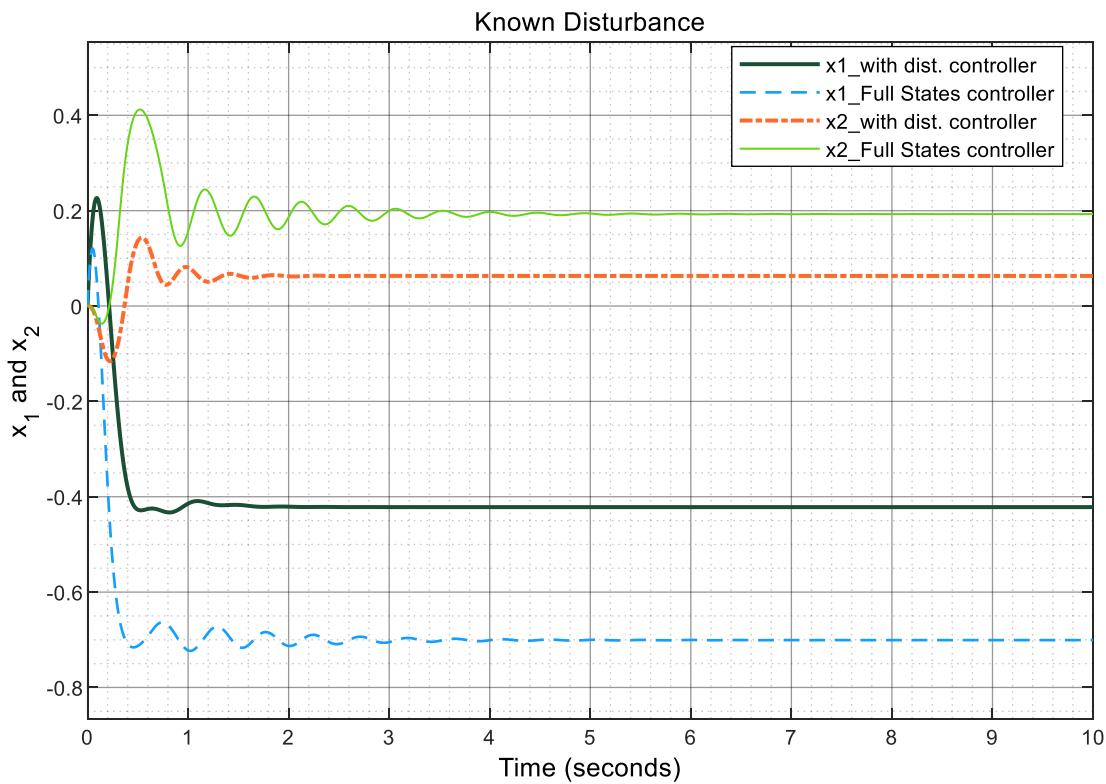
۴-۲- اغتشاش معلوم در سیستم برای رویتگر کاهش مرتبه یافته

برای بررسی عملکرد کنترلر اصلاح شده در حضور اغتشاش معلوم با رویتگر مرتبه کاهش یافته، کنترلر به همراه سیستم دارای رویتگر مرتبه کاهش یافته و حضور اغتشاش معلوم مشابه بخش قبل شبیه‌سازی می‌شود و وضعیت متغیرهای حالت به صورت شکل ۲-۲۹ است.



شکل ۲ - ۳۵ - پاسخ رؤیتگر کاهش مرتبه یافته با کنترلر اصلاح شده در حضور اغتشاش معلوم .

همانطور که در مشکل بالا شاهده می‌شود، سیستم تا حد خوبی می‌تواند اغتشاش را دفع کند اما با مقایسه‌ی شکل‌های بخش گذشته می‌توان بیان نمود که سیستم به همراه رؤیتگر کاهش مرتبه یافته، مقدار ناچیزی خطای ماندگار دارد، که این می‌تواند به دلیل تخمین متغیرهای حالت سوم و چهارم باشد. اما با این وجود خطای ماندگار سیستم نسبت به حالت فول استیت فیدبک کاهش یافته است (شکل ۲ - ۳۶).



شکل ۲ - ۳۶ پاسخ روبتگر کاهش مرتبه یافته با کنترلر فیدبک کامل در حضور اغتشاش معلوم.

۲-۵- طراحی رؤیتگر اغتشاش

در این بخش با فرض این که رفتار اغتشاش معلوم است ولی مقدار آن مشخص نیست یک رؤیتگر مرتبه کاهش یافته برای تخمین اغتشاش طراحی شده و به همراه سیستم کنترلی با بهترین جایابی محل قطبها شبیه‌سازی می‌شود. برای طراحی رؤیتگر اغتشاش فرض می‌شود که اغتشاش با ورودی کنترلی ترکیب شده است به صورت رابطه‌ی $\dot{x} = Ax + B(u + d)$ زیر به سیستم اعمال می‌شود و دینامیک

$$\begin{cases} \dot{x}_d = A_d x_d \\ d = C_d x_d \end{cases}$$

اغتشاش نیز است.

با استفاده از روابط سیستم جدید به صورت معادله‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BC_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u$$

رؤیتگر مرتبه کاهش یافته برای سیستم با معادلات فضای حالت اشاره شده برای تخمین متغیرهای x_d طراحی می‌شود. بر این اساس بلوک‌های فضای حالت سیستم جدید را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد،

$$A_{ss} = A$$

$$A_{se} = BC_d$$

$$A_{es} = 0$$

$$A_{ee} = A_d$$

$$B_s = B$$

$$B_e = 0$$

$$C_s = \mathbf{1}_{4 \times 4}$$

با در نظر گرفتن قطبها در حدود ۷ برابر محل اصلی، -۵۰ و -۶۰ ضرایب ماتریس قطبهای رؤیتگر در

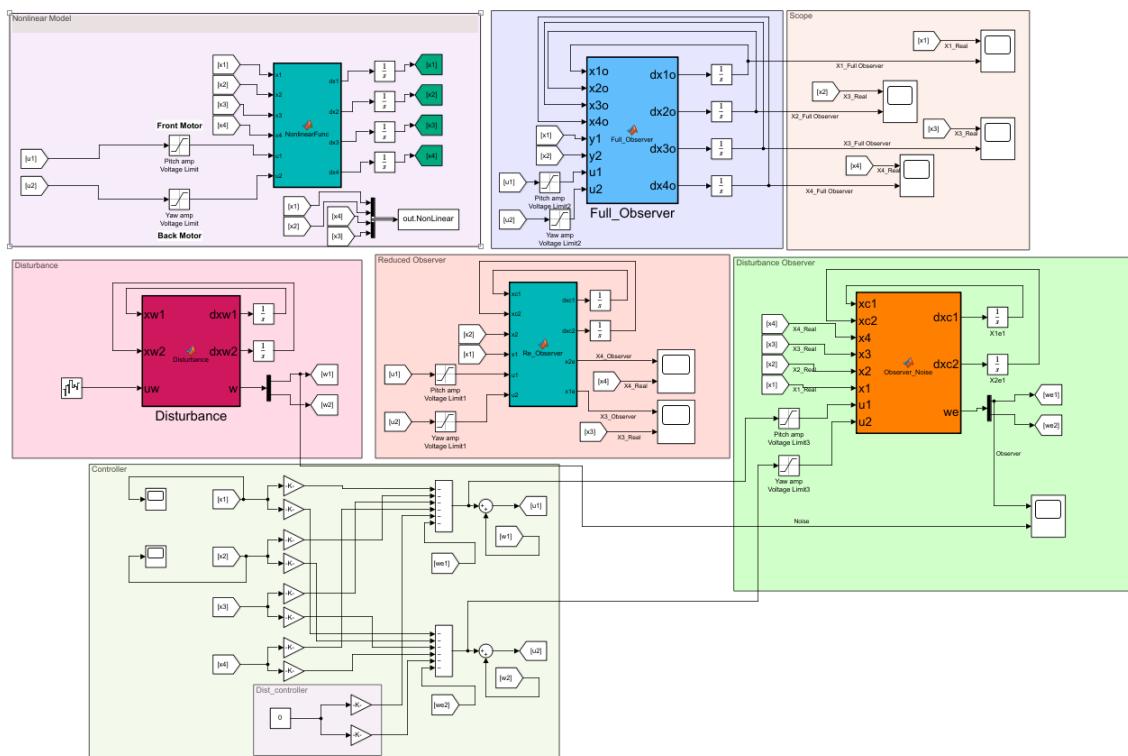
$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 21.2134 & -0.8541 \\ 0 & 0 & -8.9879 & 71.6669 \end{bmatrix}$$

قرار می‌گیرد.

با در نظر گرفتن، معادله اغتشاش به صورت زیر داریم، در طراحی سیمولینک داریم،

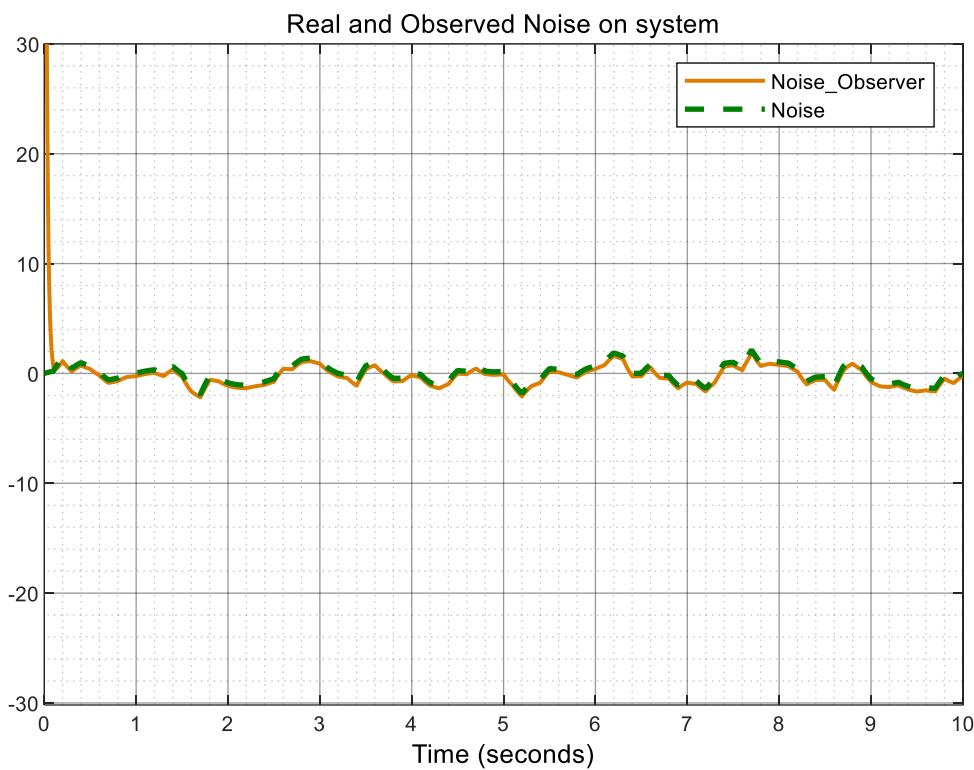
$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

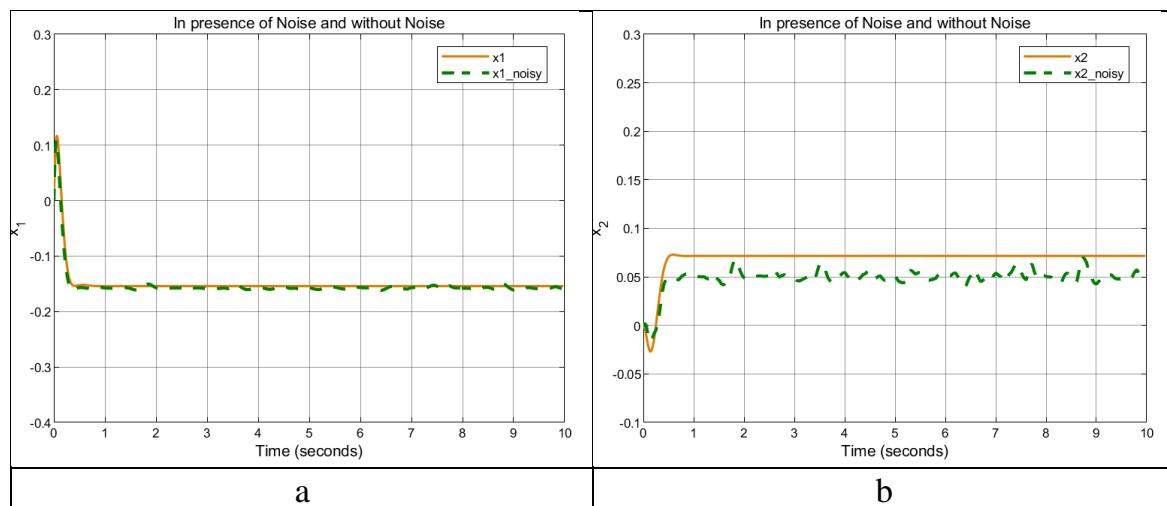


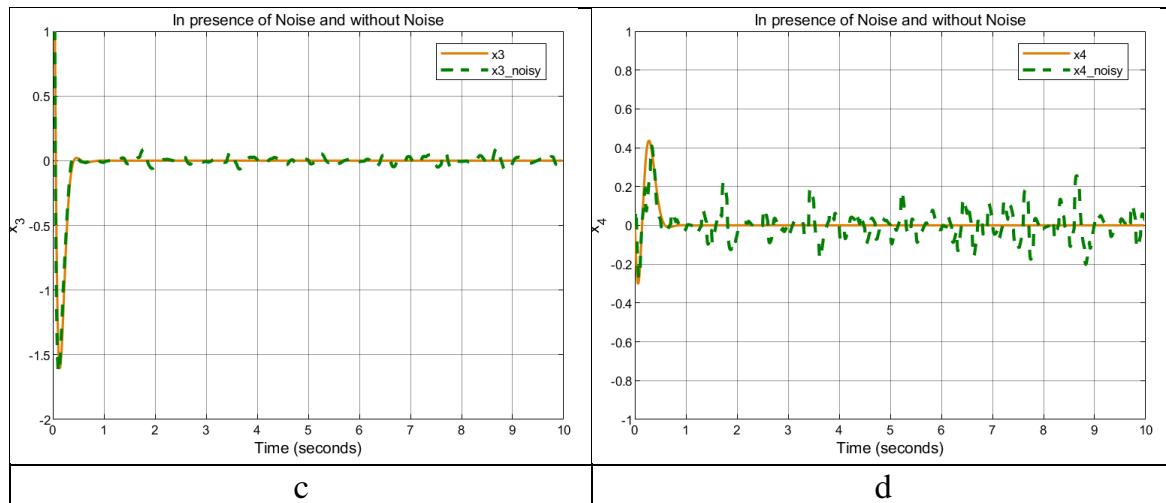
شکل ۲ - ۳۷ شکل دیاگرام بلوکی سیستم با رؤیتگر اغتشاش در Simulink

در واقع خروجی کنترلر که بدون اغتشاش است به همراه متغیرهای حالت سیستم به عنوان ورودی به رؤیتگر اغتشاش داده شده و اغتشاش تخمین زده می‌شود سپس اغتشاش تخمین زده شده با علامت منفی به خروجی کنترلر اضافه می‌شود. برای بررسی عملکرد رؤیتگر طراحی شده اغشاش از نوع نویز رنگی به سیستم اعمال می‌شود. شرایط اولیه سیستم حالتی است سرعت زاویه گام با ۵ رادیان بر ثانیه تغییر می‌کند.

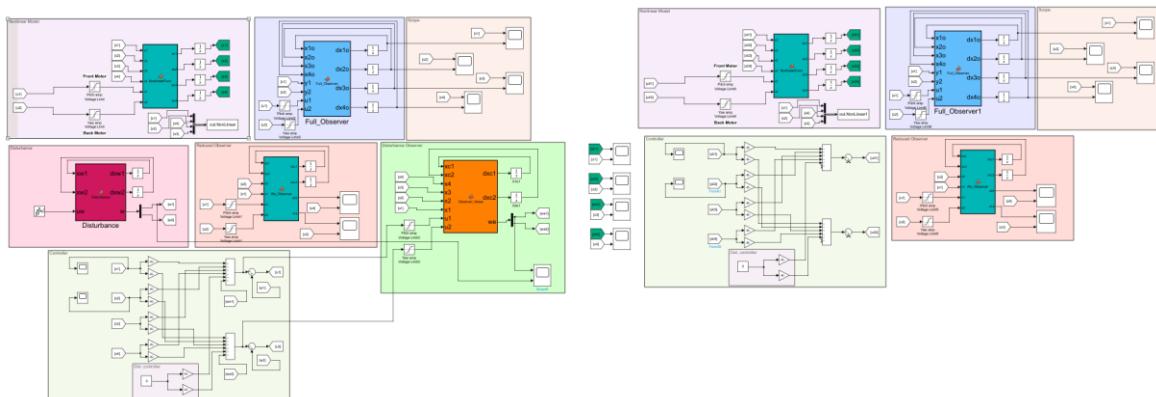


شکل ۲ - ۳۸ پاسخ سیستم در حضور نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink





شکل ۲ - ۳۹ - پاسخ حالت های سیستم در حضور نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink



شکل ۲ - ۴۰ - روش بکاربرده شده در بررسی تاثیر نویز بر رویتگر اغتشاش در Simulink

۶-۲- کنترلر انتگرالی

در این بخش با فرض این که اغتشاش خارجی شناخته شده نیست یک کنترلر انتگرالی برای جبران اثر اغتشاش در سیستم غیرخطی طراحی می‌شود.

برای طراحی کنترلر انتگرالی یک متغیر جدید به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{v} = z - z_d$$

که z برابر است با:

$$z = x_1 + x_2 = Dx$$

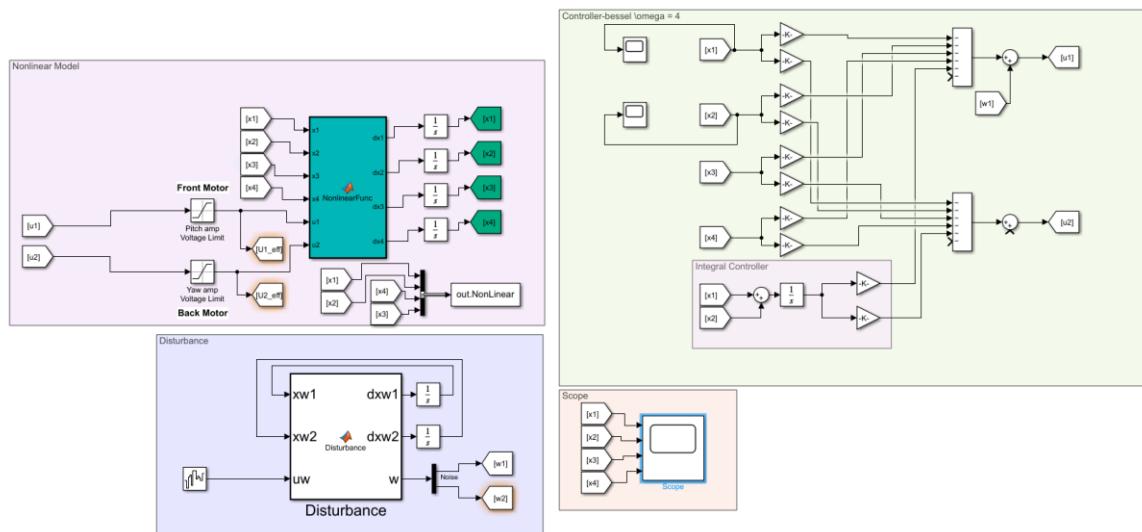
هدف از تعریف چنین متغیری این است که خطای متغیرهای حالت نسبت مرجع Z_d با انجام عمل کنترلی انتگرالی از بین برود. با تعریف متغیر حالت جدید، معادلات فضای حالت به صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u$$

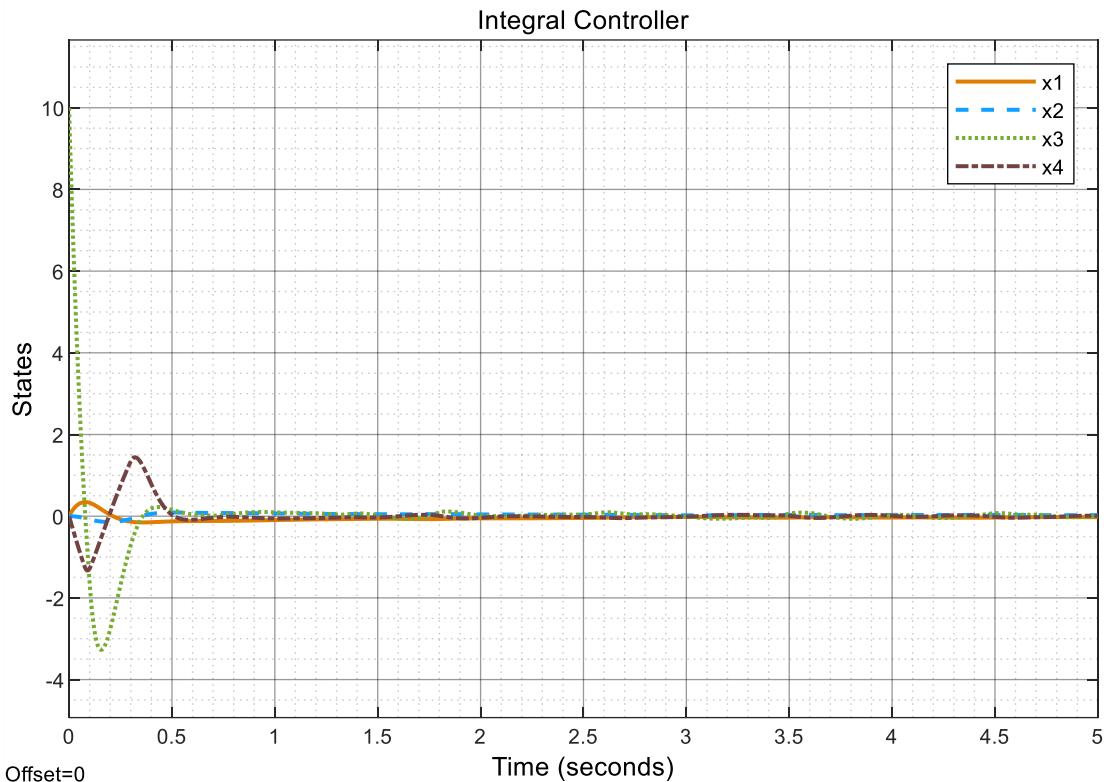
با تعریف ورودی کنترلی به صورت $\begin{Bmatrix} x \\ v \end{Bmatrix}$ ضرایب کنترلی با روش مشابه فصل پنجم با دستور "place" نرمافزار MATLAB محاسبه می‌شوند. ماتریس‌های A و B جدید به صورت $B = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix}$ تعریف می‌شوند. قطب‌های سیستم در محل قطب‌های به دست آمده با استفاده از چند جمله‌ای Bessel تعیین شده و محل قطب انتگرال‌گیر ۱۰ – انتخاب می‌شود. دلیل این انتخاب برای انتگرال‌گیر این است که بتواند با سرعت مناسبی خطای حالت ماندگار را از بین ببرد و تاثیری در زمان نشست سیستم نداشته باشد به همین دلیل در نزدیکی قطب‌های کنترلر فیدبک حالت انتخاب شده است. گین‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند، به دلیل دو ستونه بودن ماتریس B ، دو ردیف از ضرایب محاسبه خواهند شد.

$$K = \begin{bmatrix} 85.3 & -1 & 6.1 & -1.7 & 202.8 \\ 190.8 & 339.4 & 5.9 & 28.7 & 1331.3 \end{bmatrix}$$

شکل زیر دیاگرام بلوکی سیستم کنترلر انتگرالی در Simulink را نشان می‌دهد.



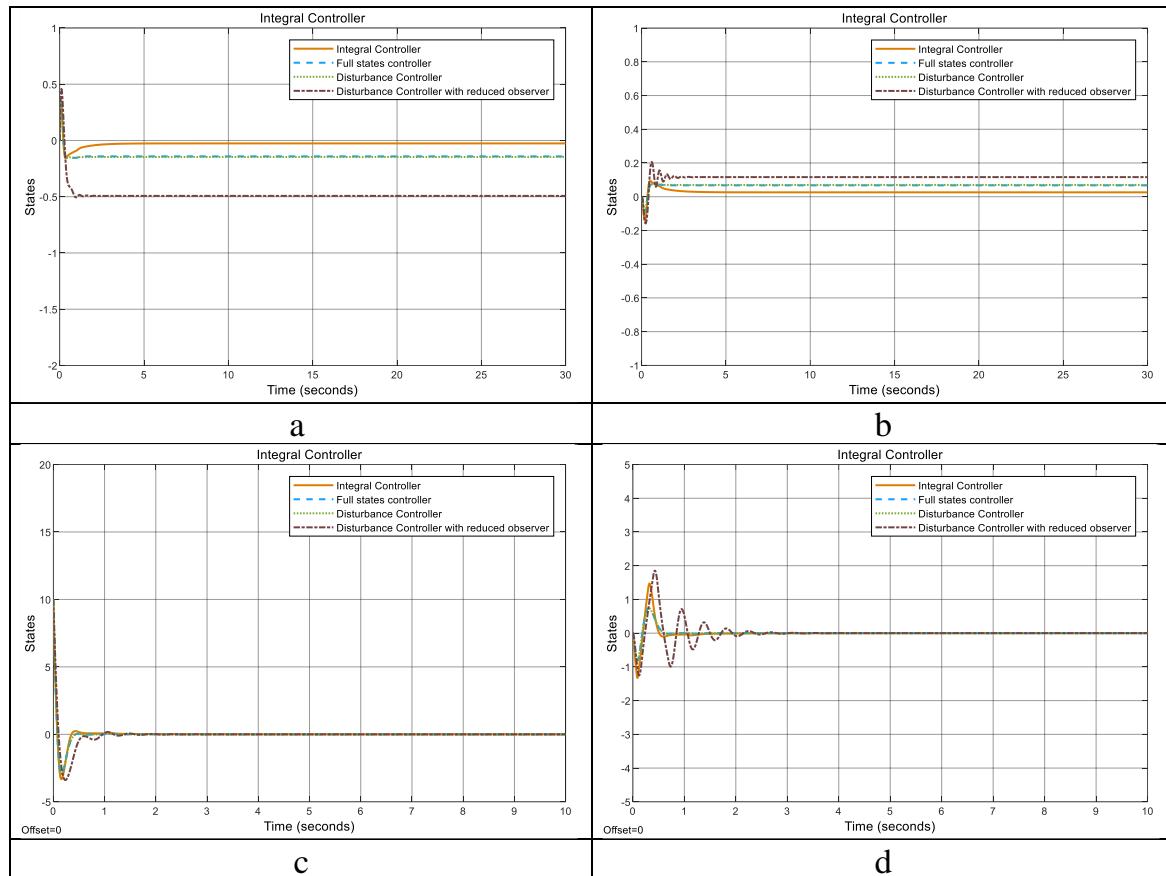
شکل ۲ - ۴۱ بلوک دیاگرام کنترل انتگرالی در سیمولینک.



شکل ۲ - ۴۲ بررسی تاثیر کنترلر انتگرالی در مهار نویز.

همانطور که مشاهده می‌شود کنترلر به خوبی اثر اغتشاش نویز رنگی را دفع کرده و خطای حالت ماندگار را از بین می‌برد. برای نویز شناخته شده (تابع پله) داریم،

نمودار مقایسه‌ای عملکرد کنترلی با نتایج بندهای یازدهم ودوازدهم در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



شکل ۲ - ۴۳ بررسی مقایسه‌ای عملکرد کنترلر انتگرالی با بهره‌های مختلف.

در مجموع کنترلر انتگرالی عملکرد بهتری را به نمایش می‌گذارد.

۷-۲- کنترلر برای مسئله ردیاب

به منظور طراحی کنترلر فیدفوروارد برای ردیابی مسیر، تلاش کنترلی به صورت رابطه‌ی تعریف می‌شود.

$$u = -K(x - x_r) - K_r x_r = -Ke - K_r x_r = -Kx + (K - K_r)x_r$$

با فرض این که $\dot{x}_r = 0$ دینامیک خطاب به صورت $e = x - x_r$ می‌باشد. با مشتق‌گیری از آن،

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_r = Ae + Bu + Ax_r$$

طراحی کنترلر برای رسیدن به دو هدف پایداری مجانبی سیستم و صفر شده خطای انجام می‌شود. هدف اول قبلاً در طراحی رگولاتور با جابجایی قطب‌های سیستم انجام شده و ماتریس K در دست است. برای رسیدن به هدف دوم با توجه به این که تنها سیستم یک ورودی دارد فقط می‌توان یک ترکیب خطی از خطاهای را به صفر رساند. این ترکیب خطی به صورت حاصل جمع خطای زاویه‌ی چرخ و سرعت زاویه‌ای چرخ نسبت به مقدار مرجع در نظر گرفته می‌شود.

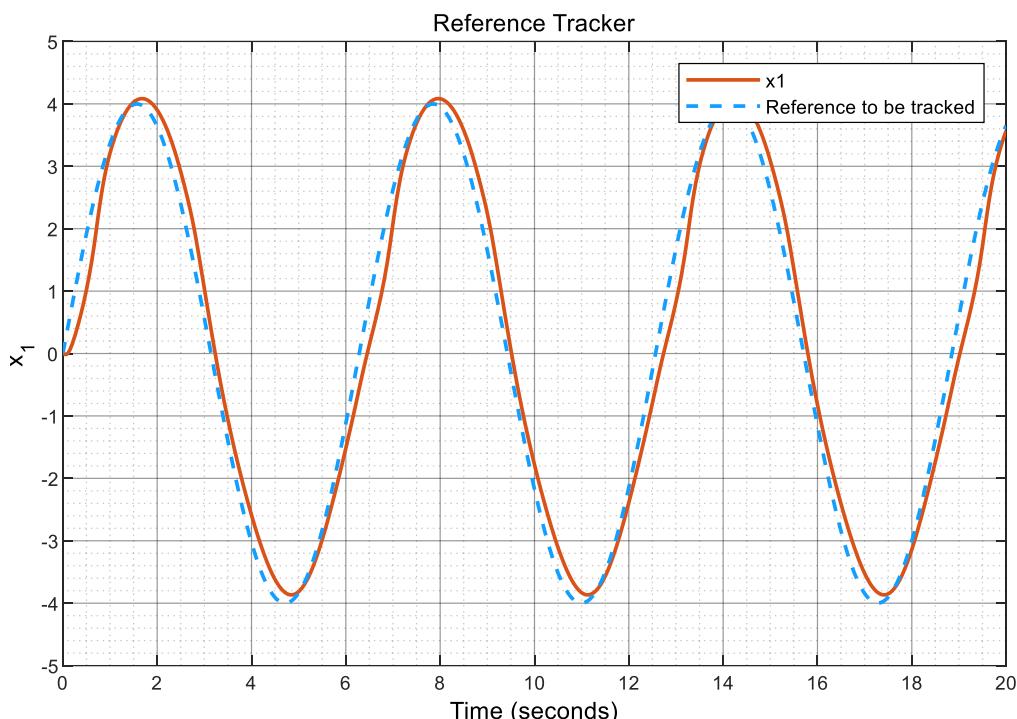
$$\dot{e} = Ae + Ax_r - B(Ke + K_r x_r) = 0$$

$$e = (A - BK)^{-1}(BK_r - A)x_r$$

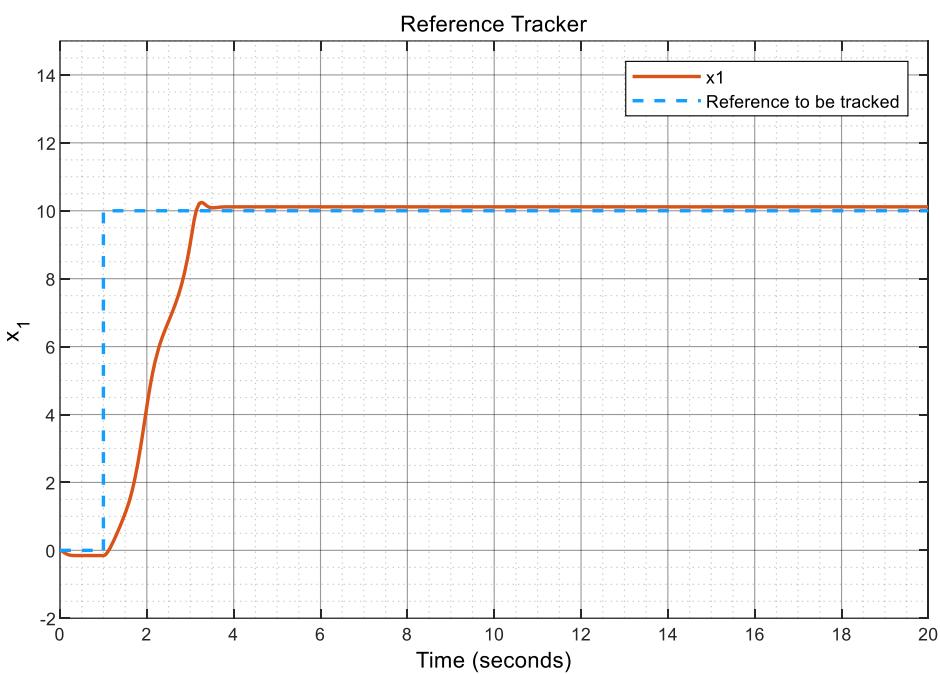
$$y_d = C_d e = C_d (A - BK)^{-1}(BK_r - A)x_r = 0$$

$$K_r = [C_d(A - BK)^{-1}B]^{-1}C_d(A - BK)^{-1}A$$

$K_r = \begin{bmatrix} 0.0531 & -0.0091 & -0.0287 & 0.0111 \\ -0.0699 & 0.1669 & 0.0304 & -0.1321 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب محاسبه شده برابر است.

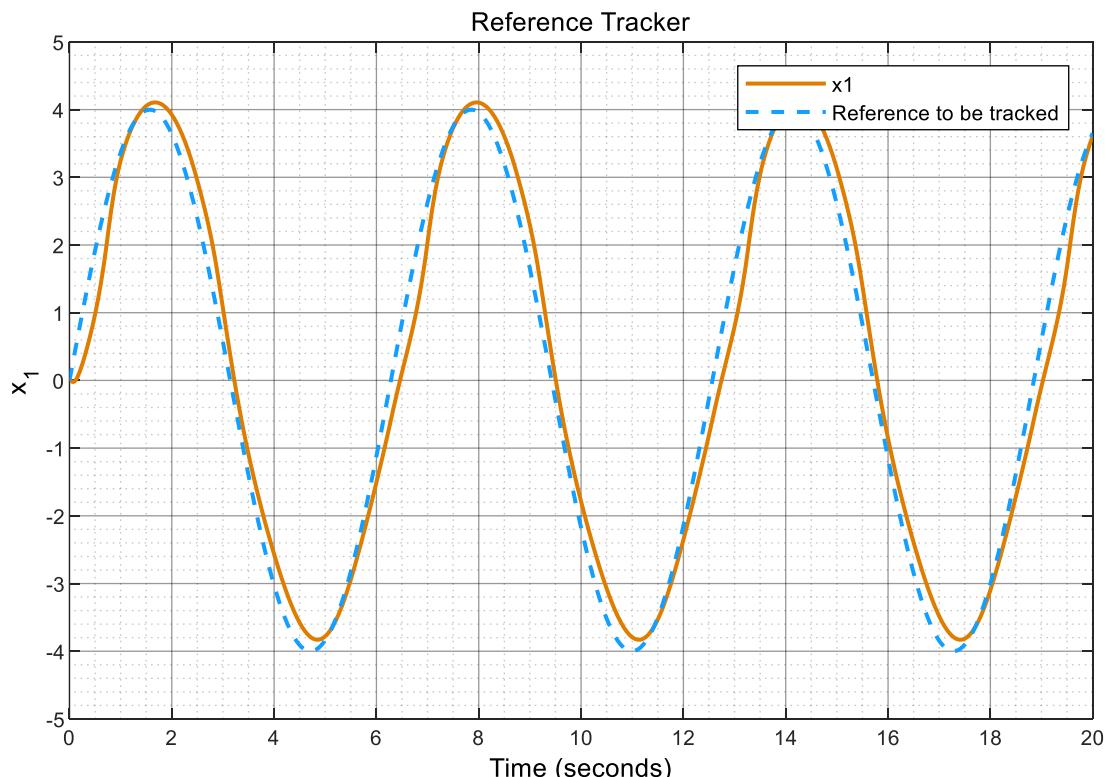


شکل ۲ - ۴۴ - پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب و ورودی سینوسی.

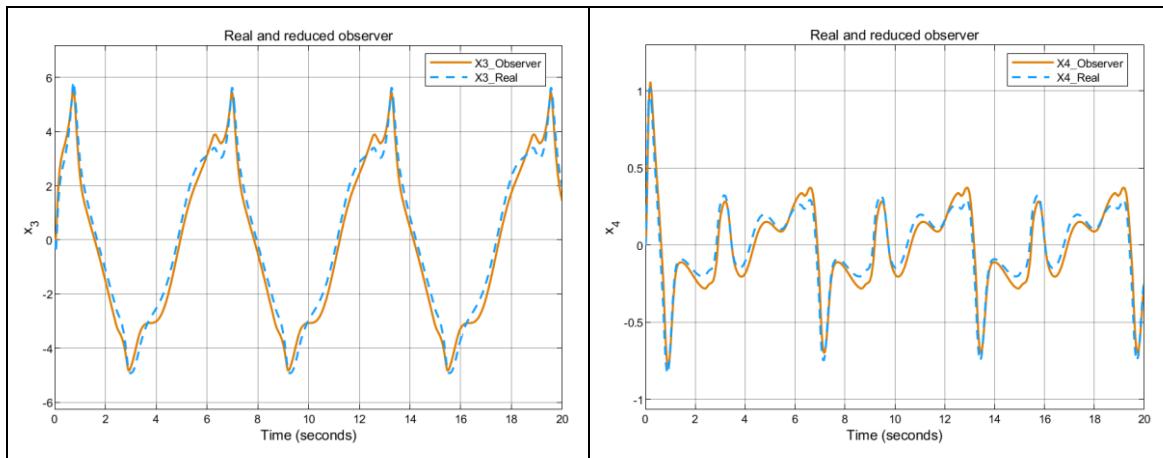


شکل ۲ - ۴۵ - پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب و ورودی تابع پله.

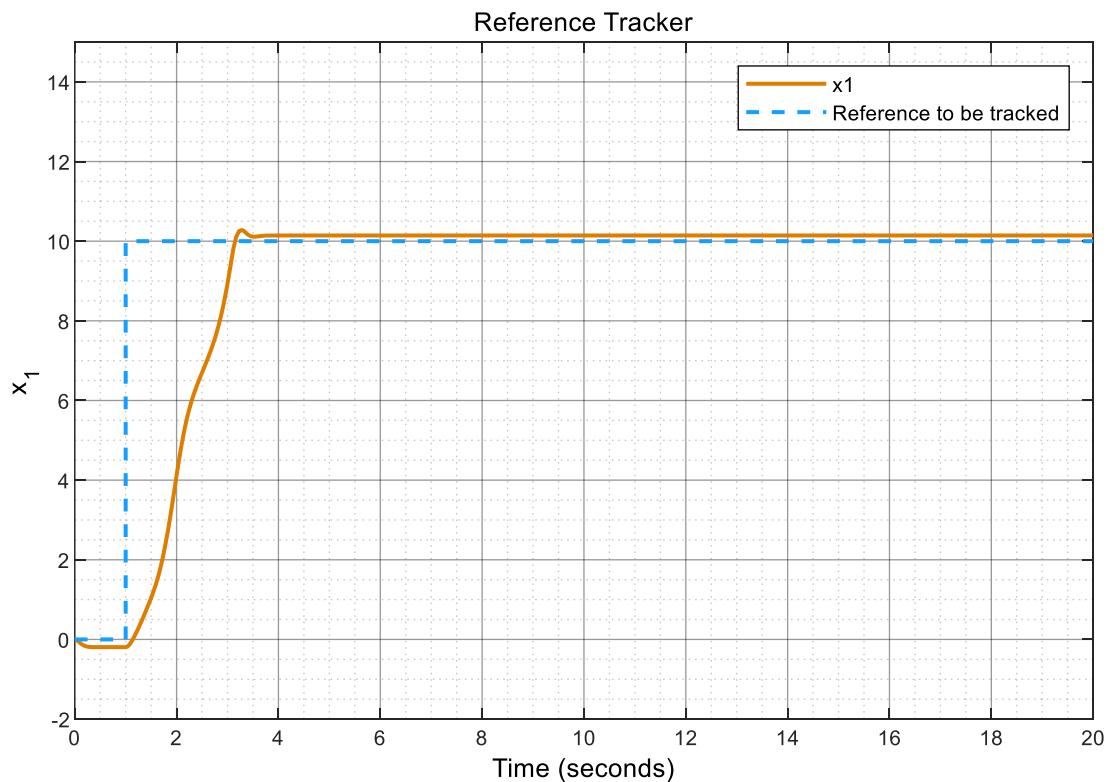
۸-۲- کنترلر برای مسئله ردیاب با روئیت‌گر کاهش مرتبه یافته



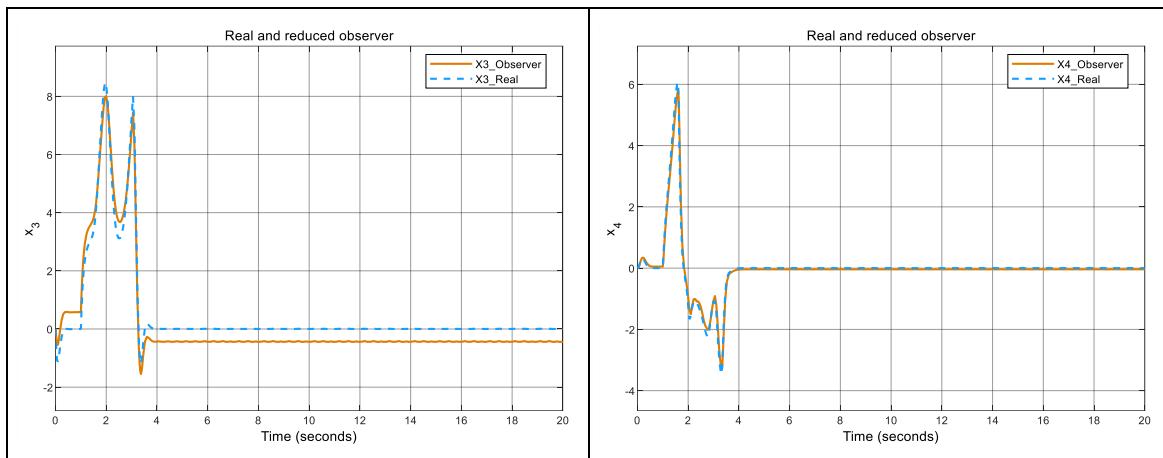
شکل ۲ - ۴۶ - پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به روئیت‌گر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع سینوسی.



شکل ۲ - ۴۷ - پاسخ متغیر حالت سوم و چهارم در افزودن کنترلر ردیاب به رویت‌گر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع سینوسی.



شکل ۲ - ۴۸ - پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به رویت‌گر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع پله.



شکل ۲-۴۹- پاسخ متغیر حالت اول در افزودن کنترلر ردیاب به رویتگر کاهش مرتبه یافته و ورودی تابع پله.

۹-۲- کنترلر بهینه برای روئیتگر کاهش مرتبه یافته

در این بخش کنترلر بهینه به روش LQR برای سیستم با رؤیتگر مرتبه گاهش یافته توضیح داده شده است، در طراحی کنترلر بهینه به روش LQR یک کاست فانکشن به صورت $J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$ در نظر گرفته شده است.

Q و R ماتریس‌های مثبت معین وزن خطأ و تلاش کنترلی هستند. کنترلر طراحی شده باید به گونه‌ای باشد که تابع J کمینه شود. اندازه‌ی درایه‌های Q و R به ترتیب نشان‌دهنده‌ی اهمیت کارایی و تلاش کنترلی هستند. با تعریف $-Kx = u$ و حل معادله‌ی $\dot{x} = Ax + Bu = 0$ به روش دوم لیپاپونوف، ضرایب فیدبک با رابطه‌ی زیر به دست می‌آیند.

$$K = R^{-1} B^T P$$

P در رابطه‌ی اشاره شده از حل معادله‌ی زیر به دست می‌آید، که به معادله ریکاتی معروف است.

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0$$

تابع "lqr" نرم‌افزار MATLAB معادلات را حل کرده و ماتریس گین K را در خروجی می‌دهد.

مهم‌ترین مرحله در طراحی کنترلر بهینه به روش LQR انتخاب ماتریس‌های Q و R است. یکی از راه‌های انتخاب ماتریس‌های Q و R برای طراحی گولاتور استفاده از حداقل مقدار مجاز متغیرهای حالت و حداقل تلاش کنترلی مجاز به صورت روابط زیر است.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{1\max}^2} & & & \\ & \frac{1}{x_{2\max}^2} & & \\ & & \frac{1}{x_{3\max}^2} & \\ & & & \frac{1}{x_{4\max}^2} \end{bmatrix}$$

$$R = 1/20^2$$

در این مطالعه همه موارد برابر با سعی و خطا یک در نظر گرفته شده‌اند که بهترین حالت ممکن بود، و تابع برای تلاش کنترلی برابر $1/400$ با استفاده از تابع "lqr" نرم‌افزار MATLAB ماتریس K به صورت

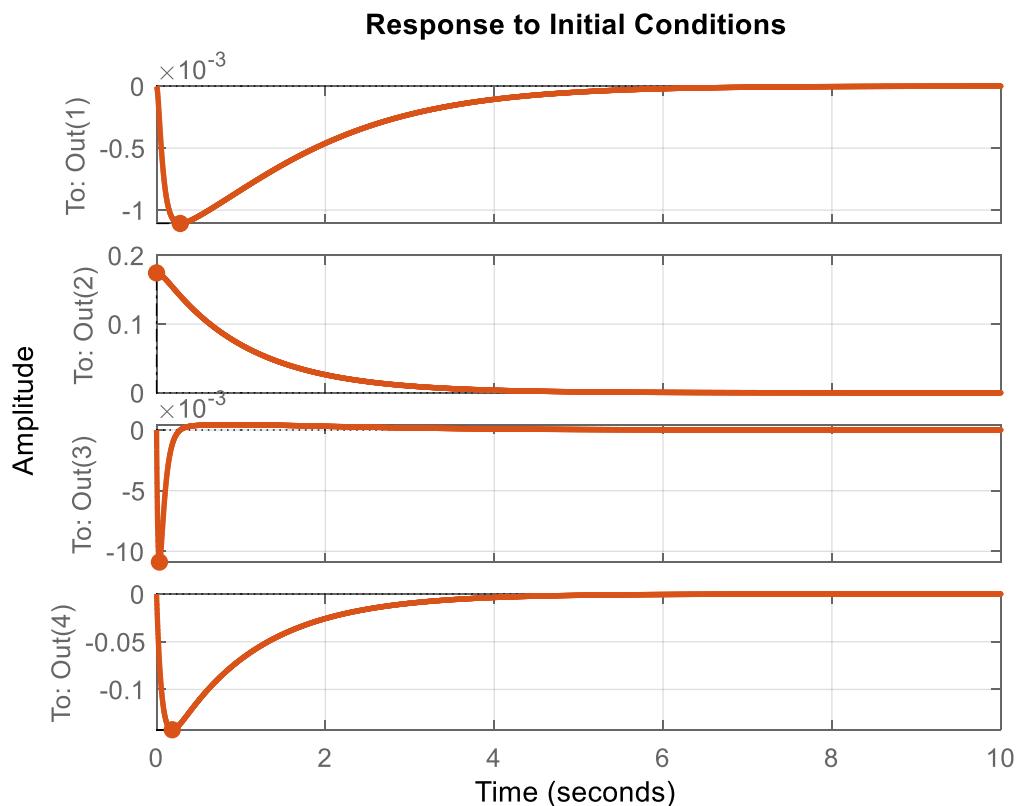
$$K = \begin{bmatrix} 19.9398 & 1.5501 & 16.8030 & 1.5790 \\ -1.5501 & 19.9398 & -0.6613 & 17.1862 \end{bmatrix}$$

به دست می‌آید. که در این حالت قطب‌های سیتیسم در،

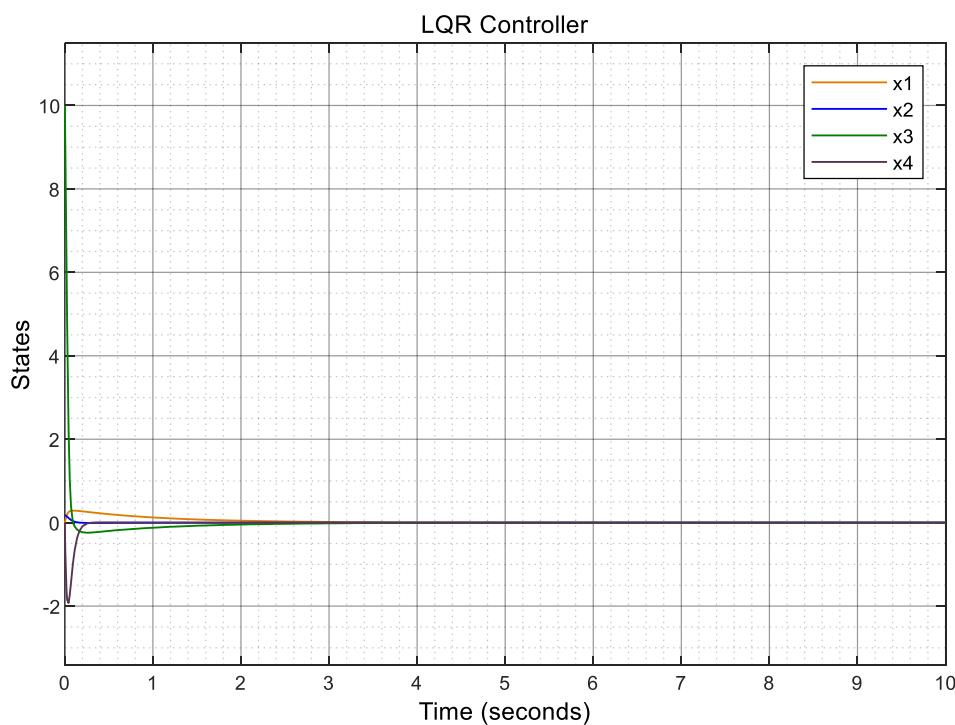
poles: $-48.5692; -15.9393; -0.9854; -0.9720$

قرار دارند.

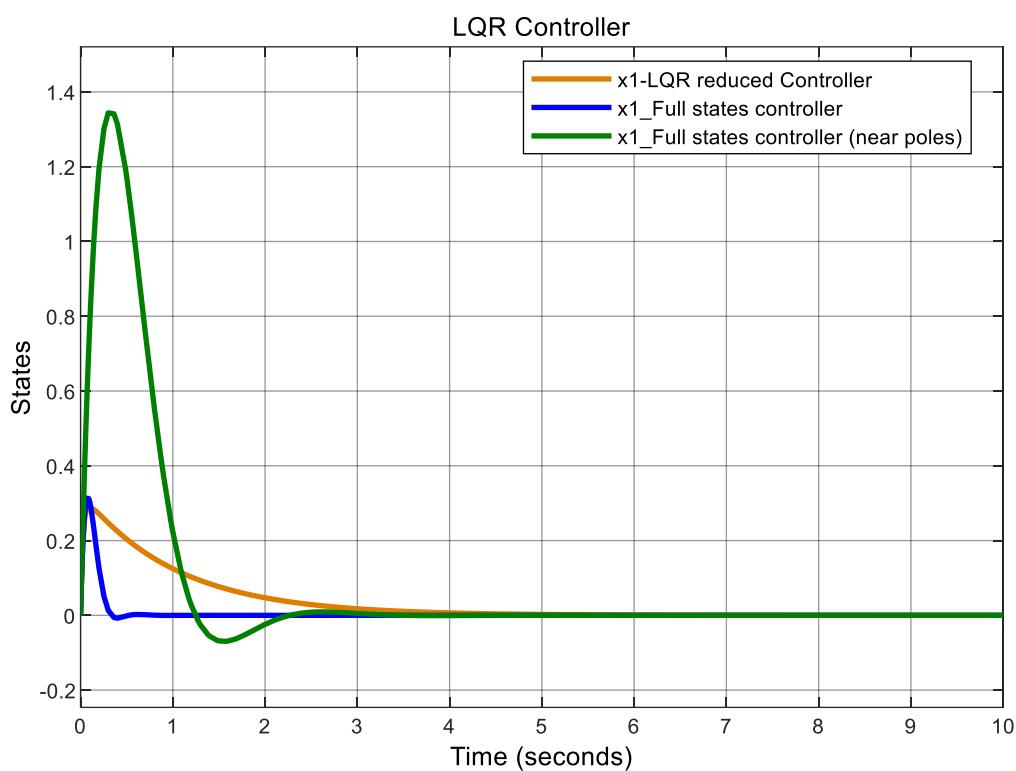
در حالت مطلب جواب به ازای شرایط اولیه 10° درجه برای متغیر حالت دوم برابر است با،



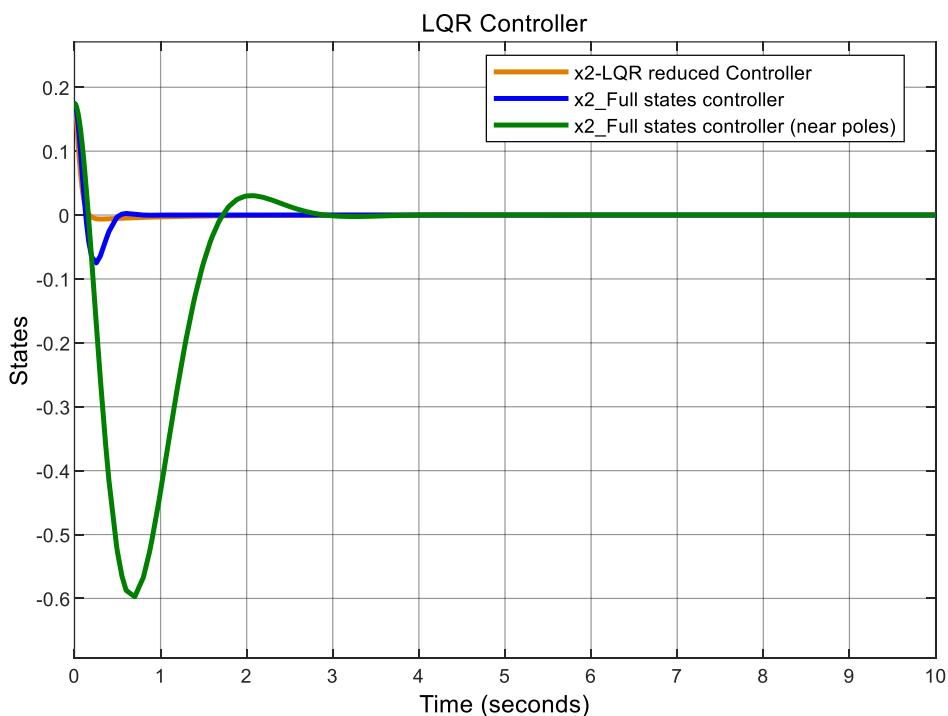
شکل ۲ - ۵۰ تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه ازای ورودی شرایط اولیه.



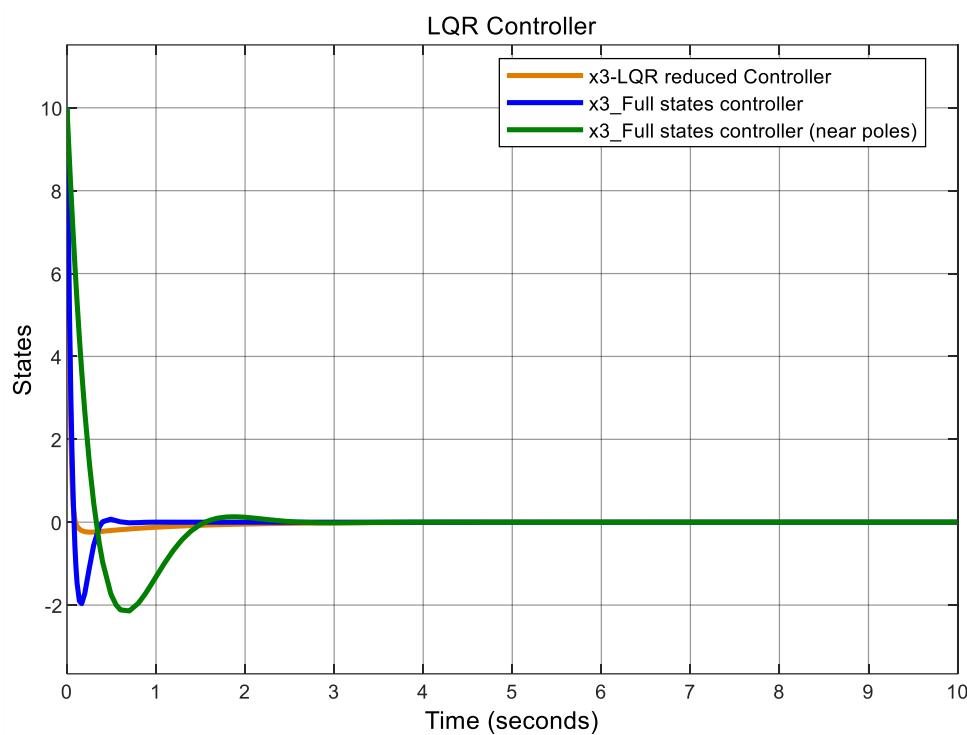
شکل ۲ - ۵۱ تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه به رویتگر کاهش یافته به ازای ورودی شرایط اولیه.



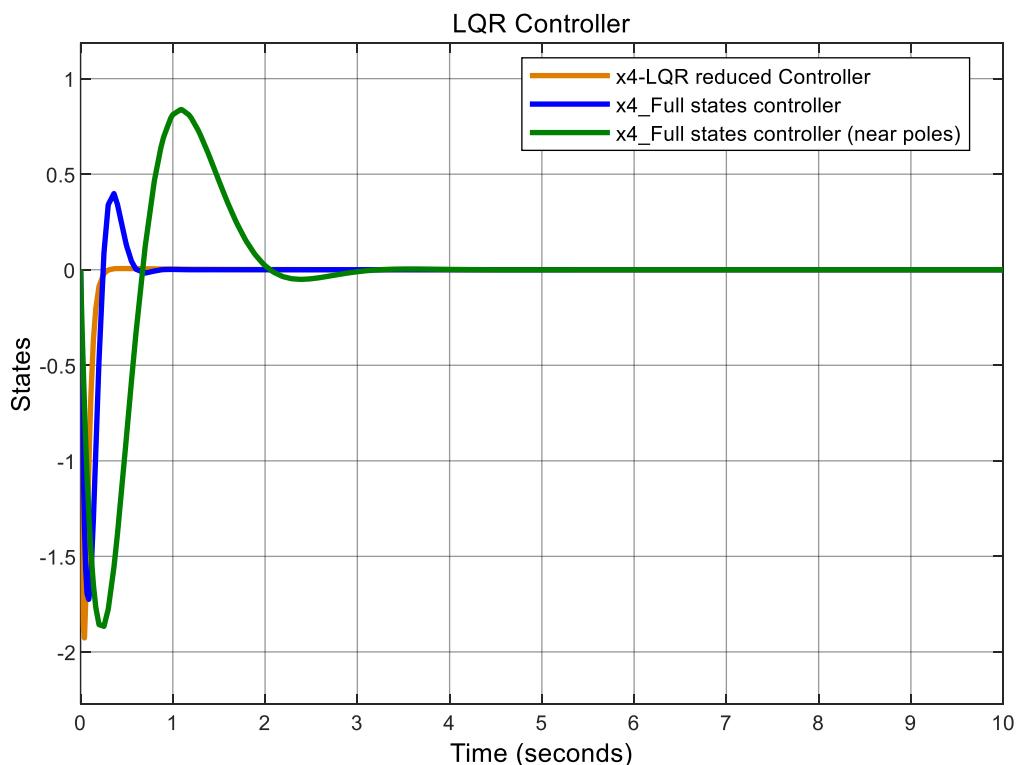
شکل ۲ - ۵۲ مقایسه تغییرات θ در افزودن کنترل بهینه و کنترلر حالت کامل.



شکل ۲ - ۵۳ مقایسه تغییرات ψ در افزودن کنترل بهینه و کنترلر حالت کامل.



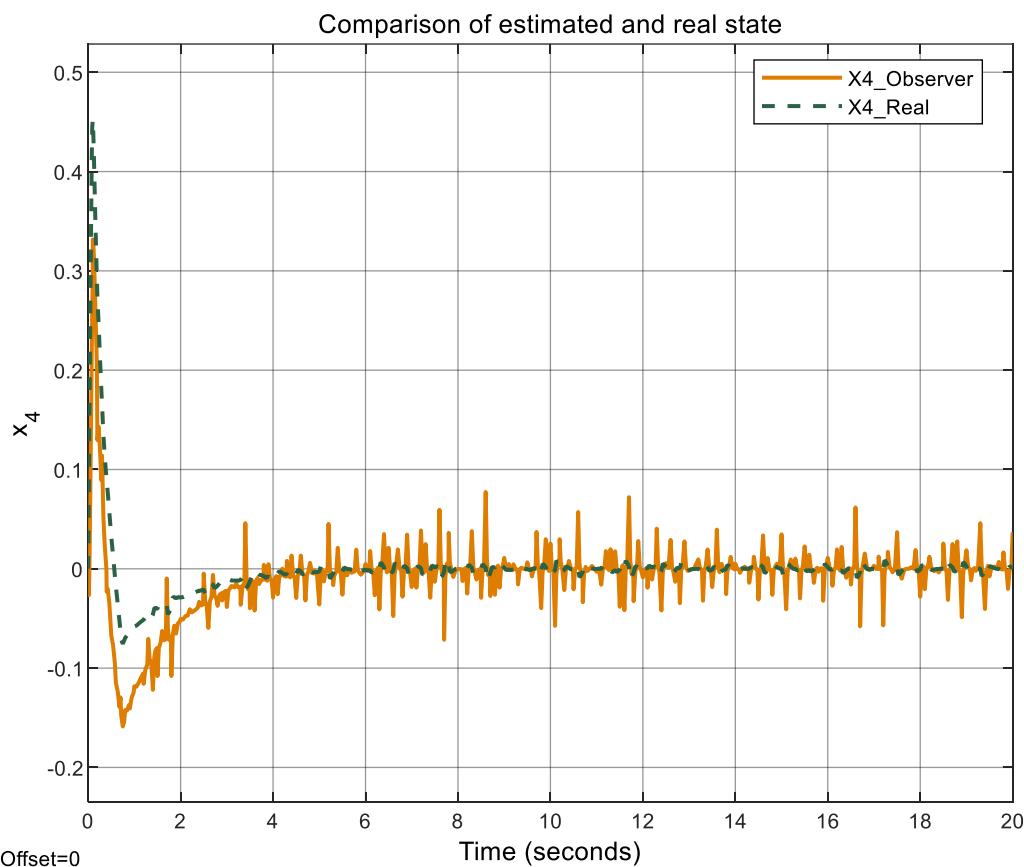
شکل ۲ - ۵۴ مقایسه تغییرات $\dot{\theta}$ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل.



شکل ۲ - ۵۵ مقایسه تغییرات $\dot{\phi}$ در افزودن کنترل بهینه و کنترل حالت کامل.

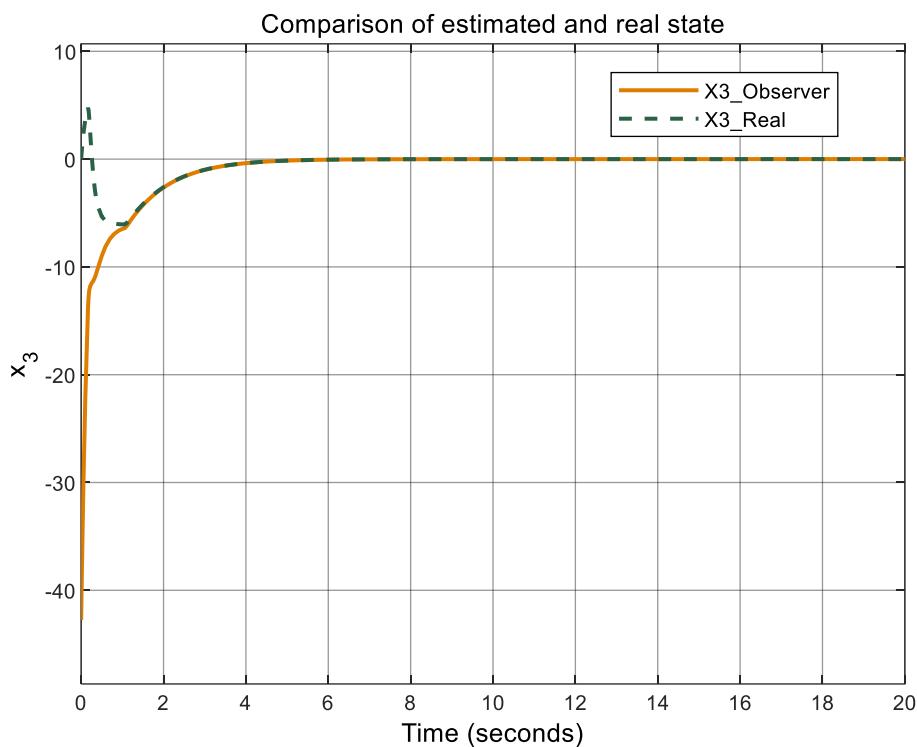
۱۰-۲- وجود نویز بر روی سنسور خروجی

در این بخش فرض می‌شود خروجی‌های اندازه‌گیری شده آگشته به نویز سفید هستند. وضعیت متغیر حالت تخمین زده شده به صورت شکل زیر خواهد بود.

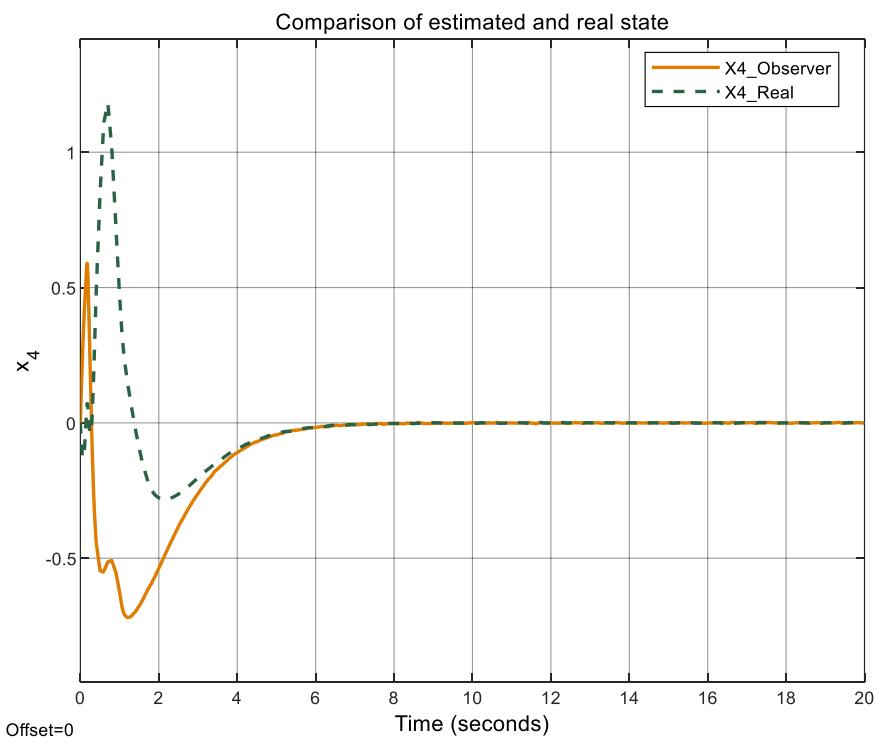


شکل ۲ - ۵۶ مقایسه‌ی مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شدهی متغیر حالت چهارم

همانطور که ملاحظه می‌شود رؤیتگر در حضور نویز اندازه‌گیری عملکرد مناسبی ندارد. در این حالت، قطب‌های رؤیتگر کاهش مرتبه یافته در محل دور از مبدأ قرار دارند. ۶۰- و ۵۰- که به نویز حساسیت بالایی دارند. یکی از راه‌های حل این مشکل کاهش ماتریس L رؤیتگر یا به عبارت دیگر نزدیک کردن قطب‌های آن به مبدأ است.



شکل ۲ - ۵۷ مقایسه مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده متغیر حالت سوم با کاهش بهره‌ی L

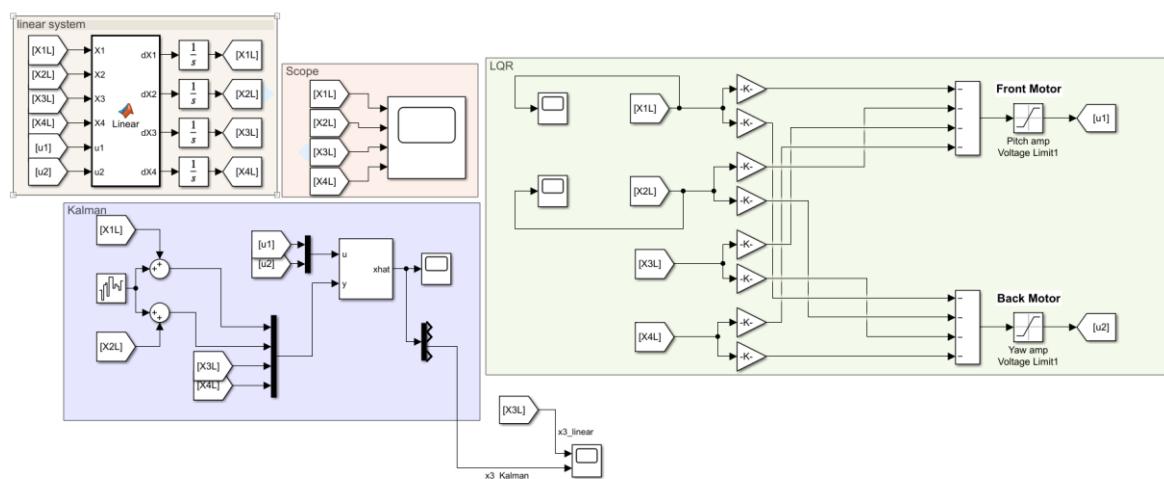


شکل ۲ - ۵۸ مقایسه مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده متغیر حالت چهارم با کاهش بهره‌ی L

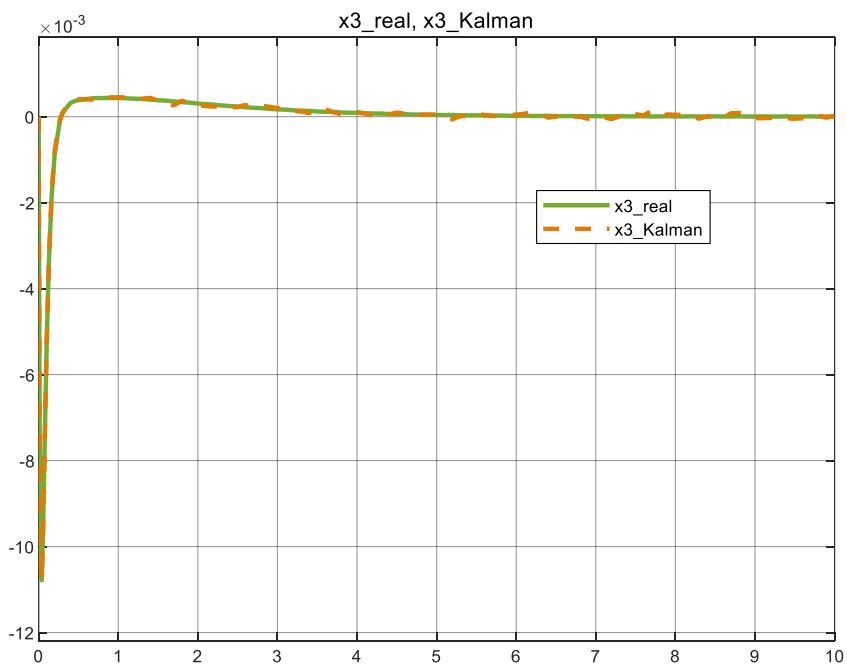
همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش گین رؤیتگر تا حدود زیادی مشکل حل شده و رؤیتگر نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد.

۱۱-۲- فیلتر کالمن

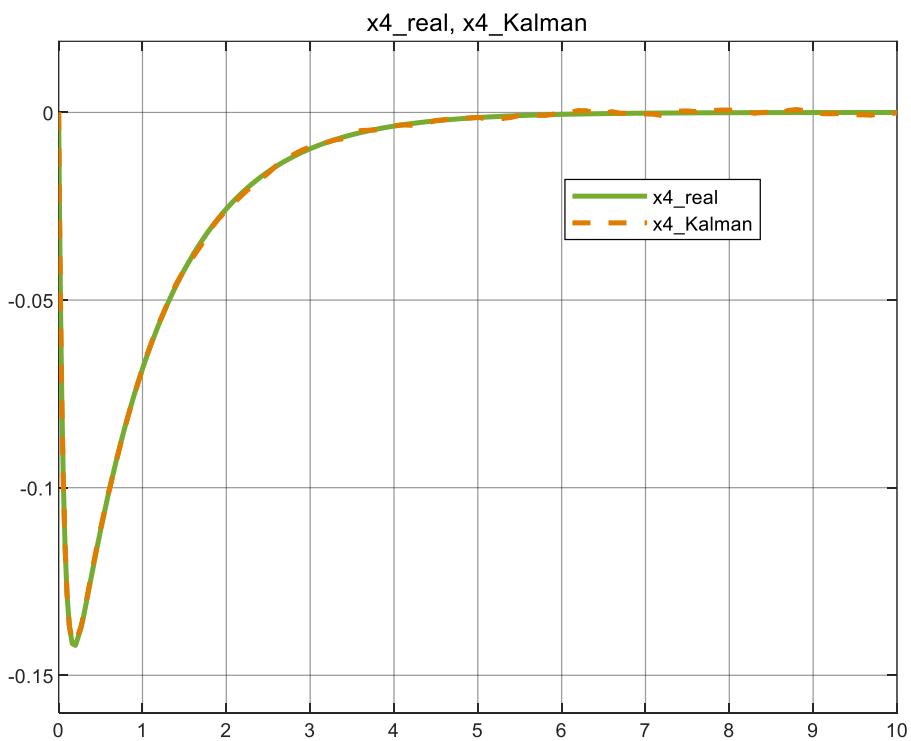
فیلتر کالمن (Kalman Filter) یک تخمین‌گر است که از تخمین حالت قبل و مشاهده فعلی برای محاسبه تخمین حالت فعلی استفاده می‌کند و یک ابزار بسیار قوی برای ترکیب اطلاعات در حضور نامعینی‌ها است.



شکل ۲ - ۵۹ دیاگرام بلوکی روش فیلتر کالمن در سیمولینک

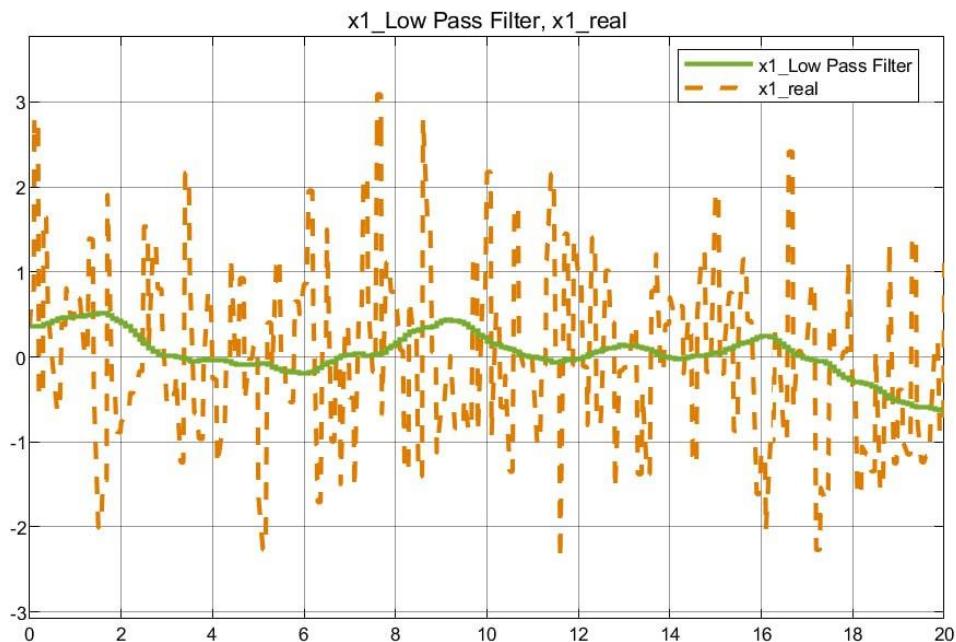


شکل ۲ - ۶۰ پاسخ متغیر حالت سوم در استفاده از فیلتر کالمن

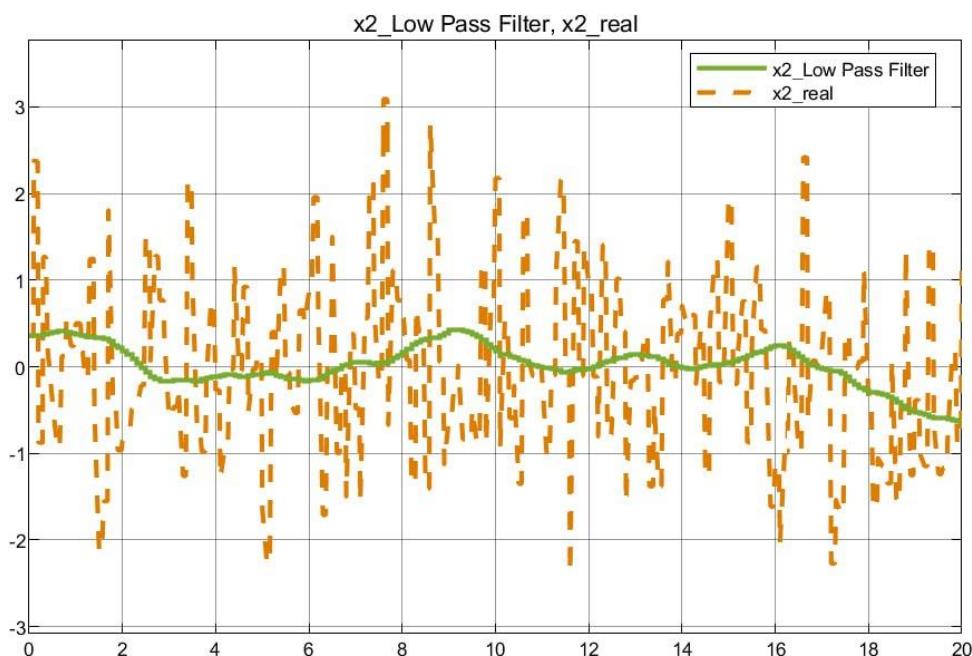


شکل ۲ - ۶۱ پاسخ متغیر حالت چهارم در استفاده از فیلتر کالمن

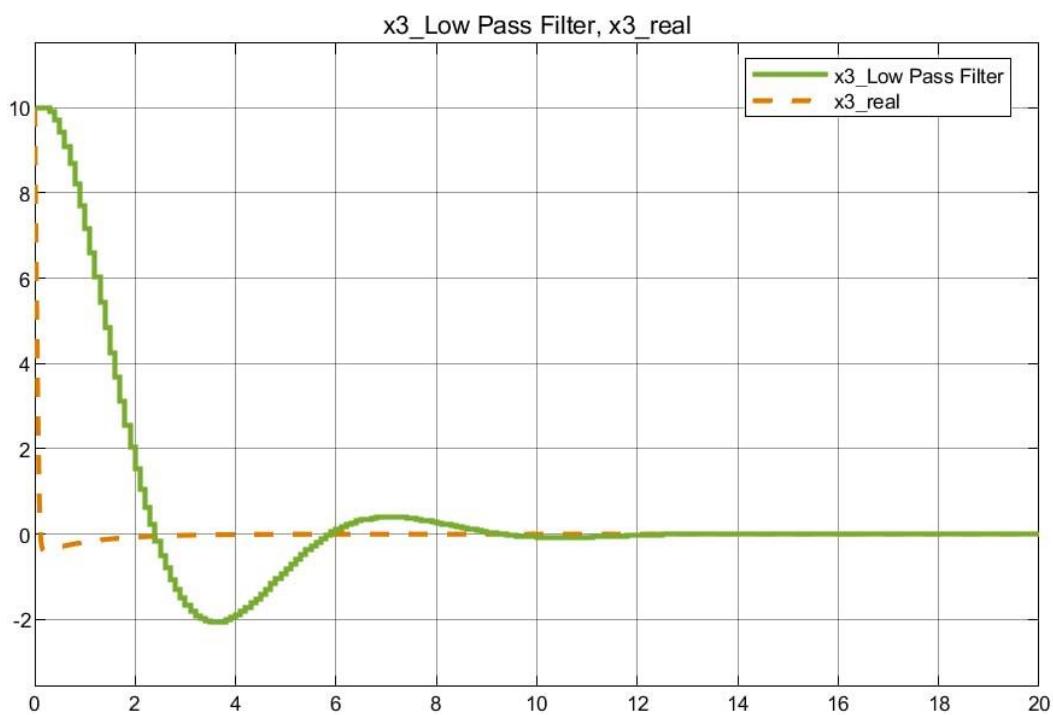
با second order Low-Pass هم کنترلر برای نویز طراحی شد، در این قسمت از low pass filter استفاده شد که به صورت s^2+s+1 می‌باشد. نتایج به شرح زیر است:



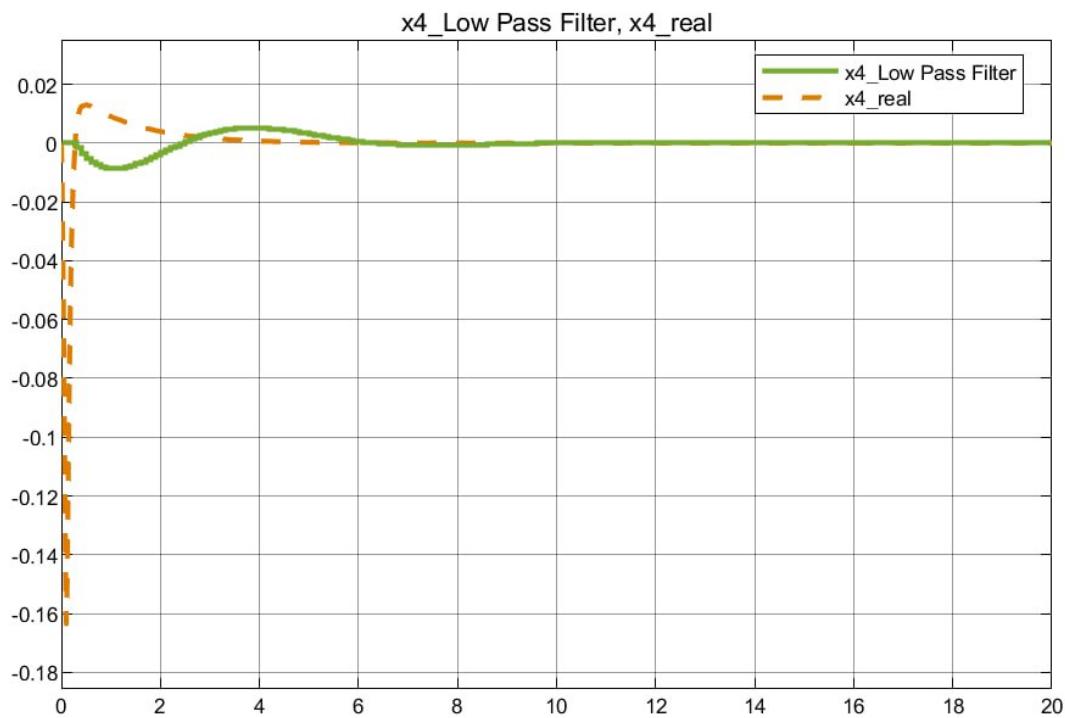
شکل ۲ - ۶۲ پاسخ متغیر حالت اول در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass



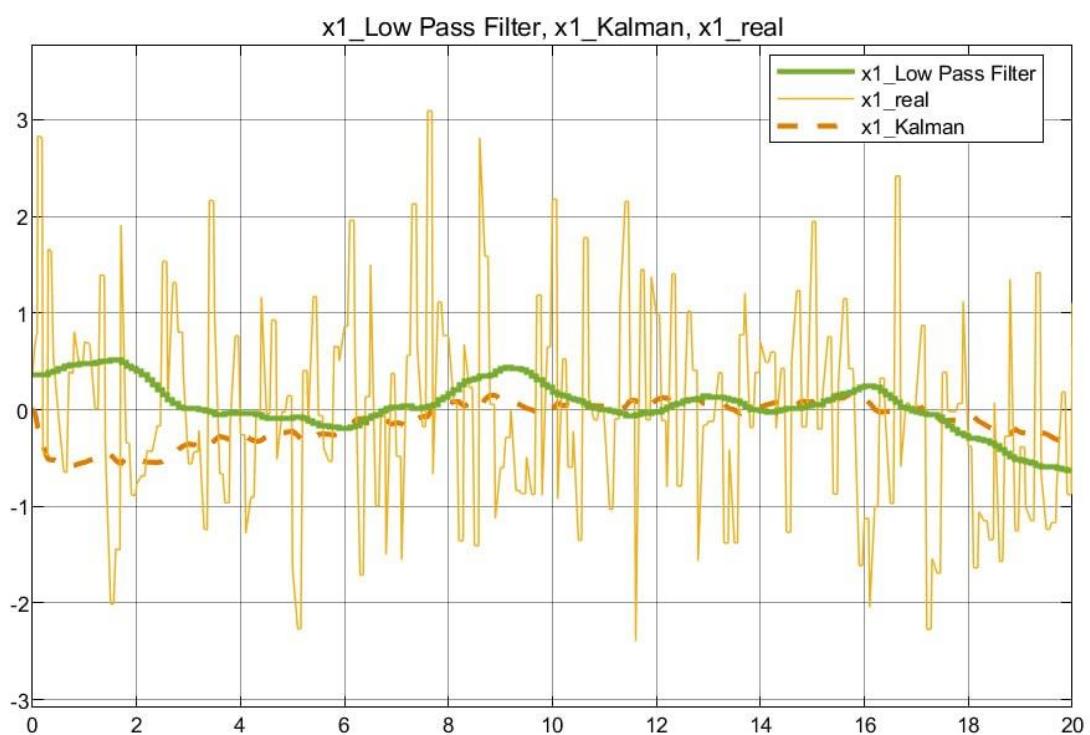
شکل ۲ - ۶۳ پاسخ متغیر حالت دوم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass



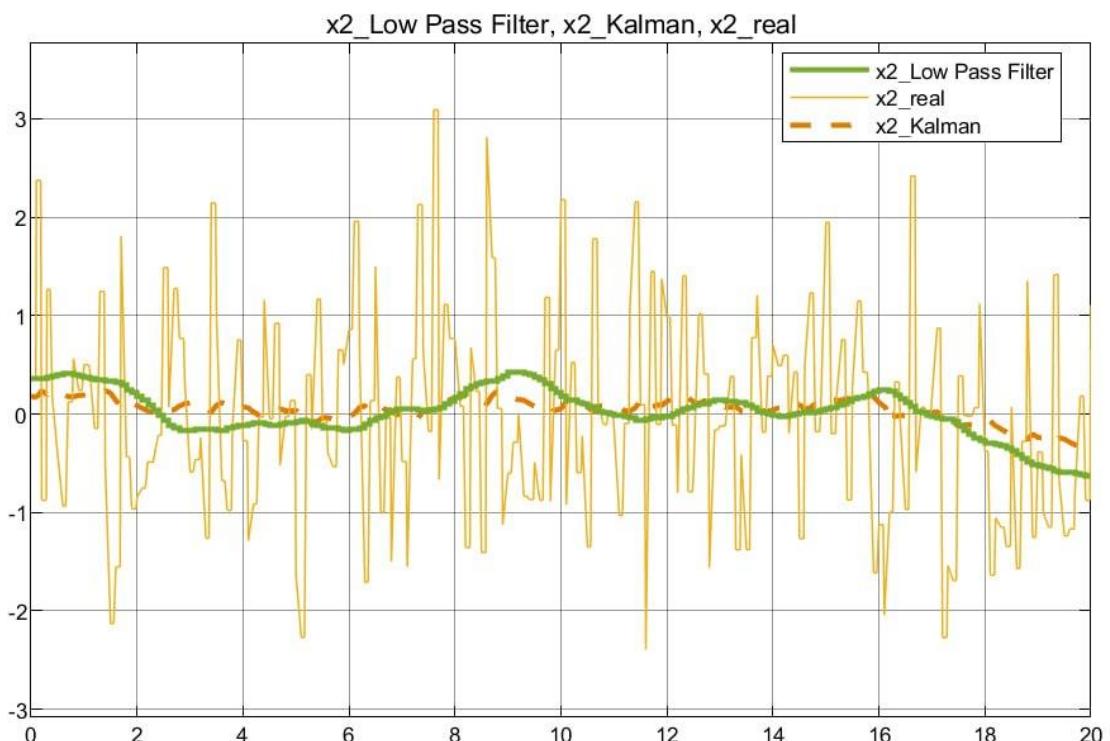
شکل ۲ - ۶۴ پاسخ متغیر حالت سوم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass



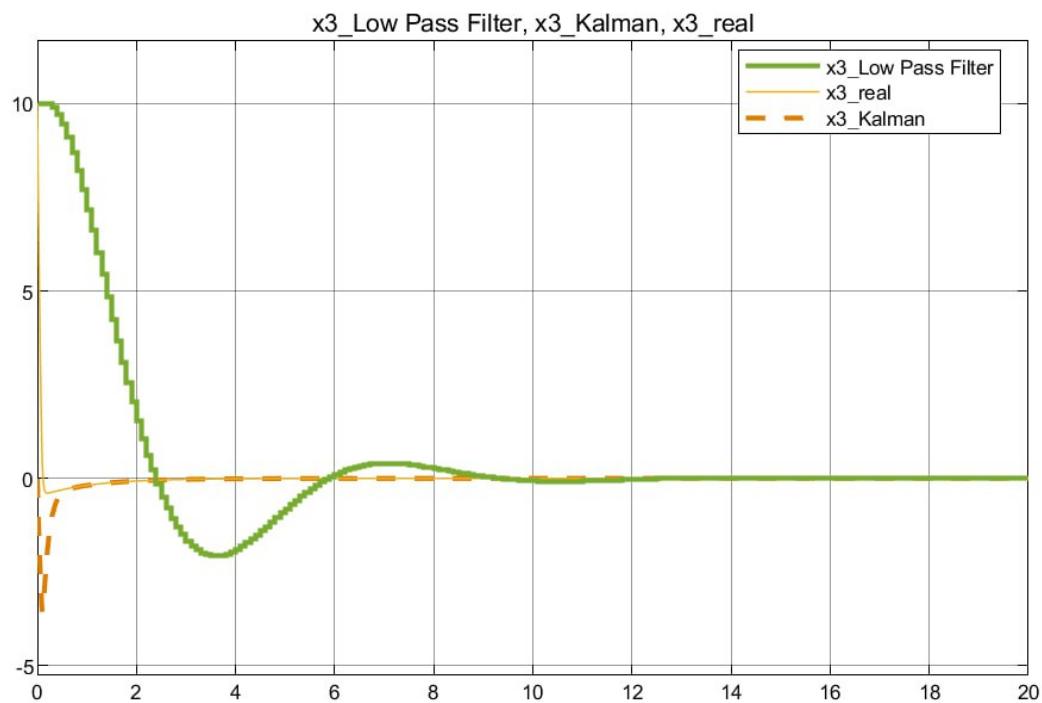
شکل ۲ - ۶۵ پاسخ متغیر حالت چهارم در استفاده از فیلتر کالمن Low Pass



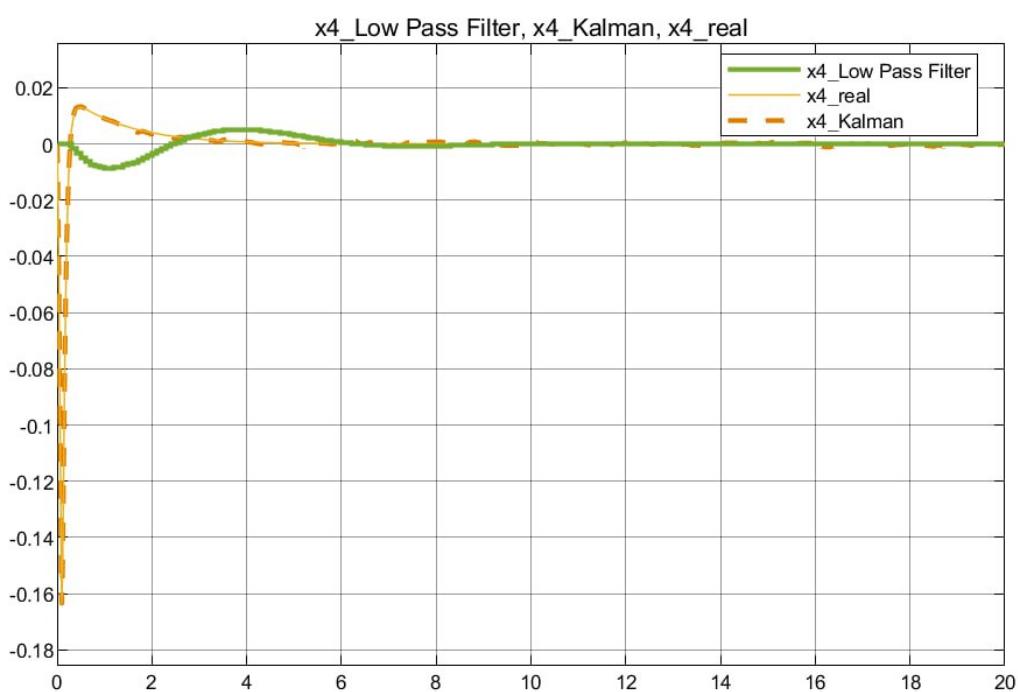
شکل ۲ - ۶۶ مقایسه تغییرات θ در استفاده از فیلتر کالمان و Low Pass



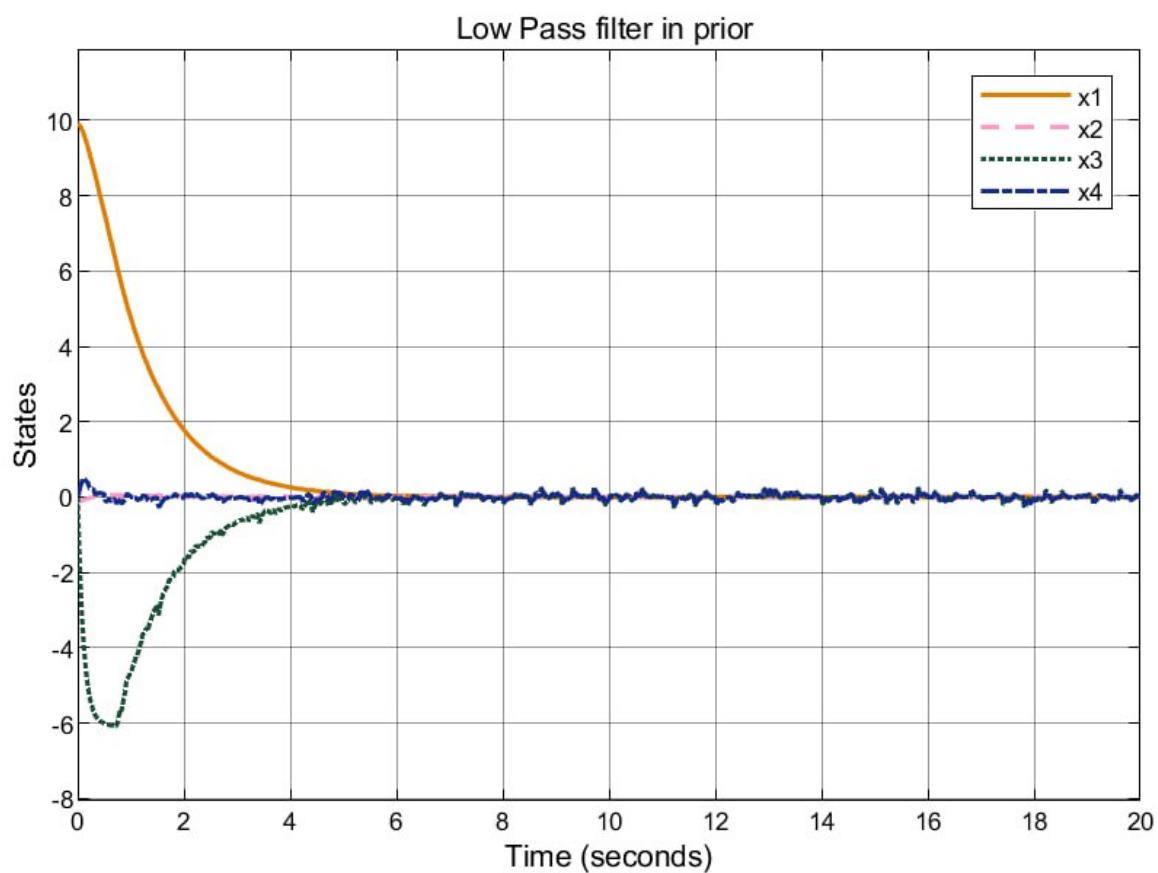
شکل ۲ - ۶۷ مقایسه تغییرات ϕ در استفاده از فیلتر کالمان و Low Pass



شکل ۲ - ۶۸ مقایسه تغییرات $\hat{\theta}$ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass

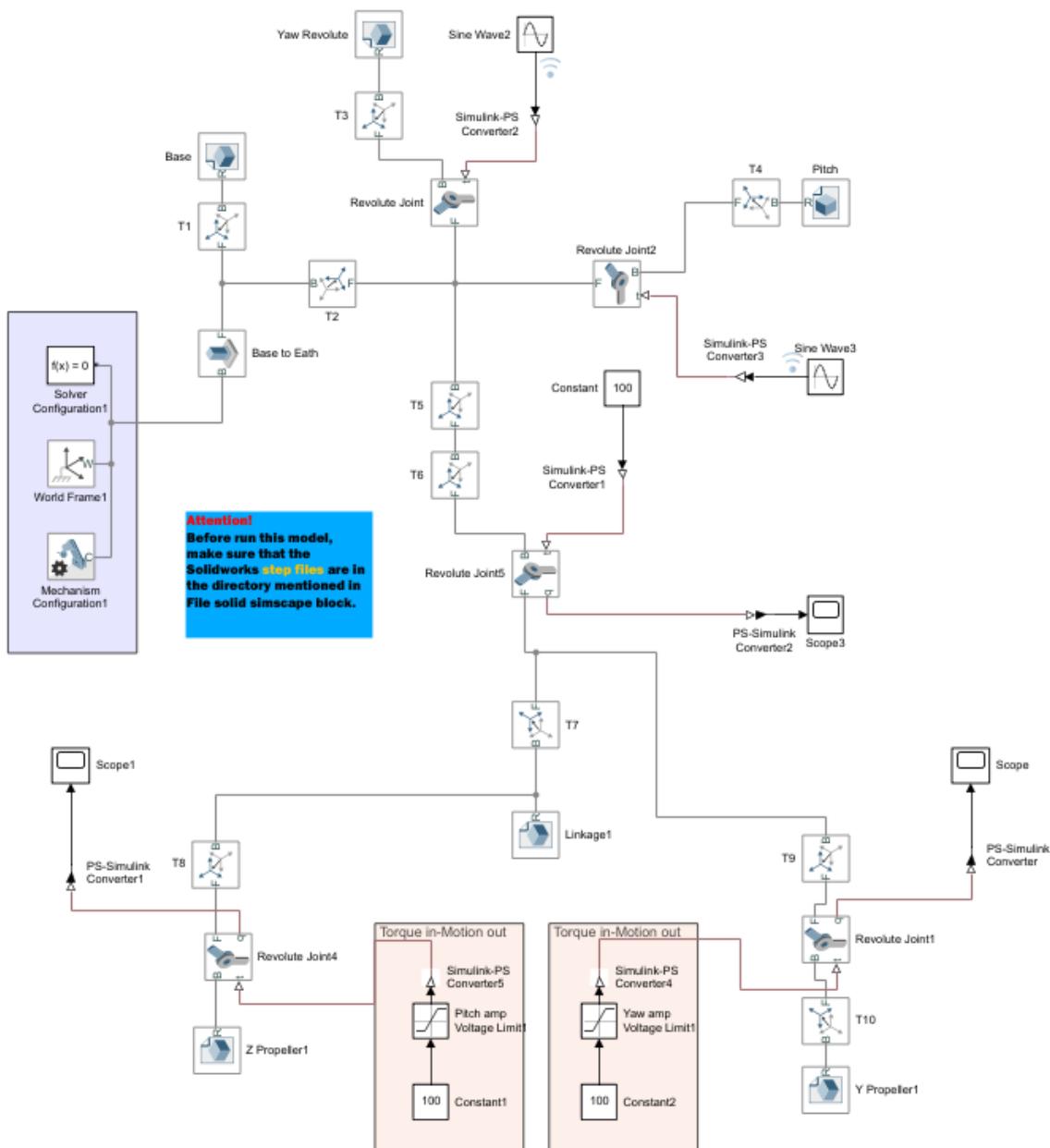


شکل ۲ - ۶۹ مقایسه تغییرات $\hat{\psi}$ در استفاده از فیلتر کالمن و Low Pass



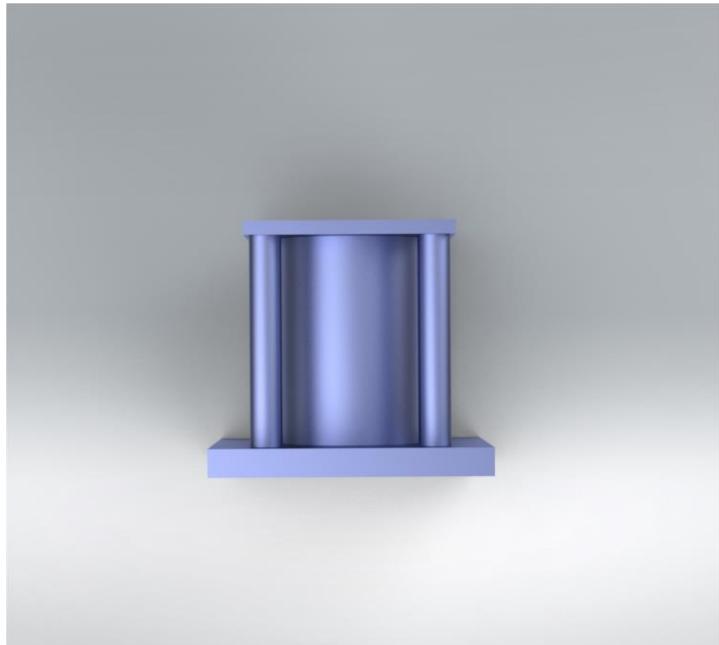
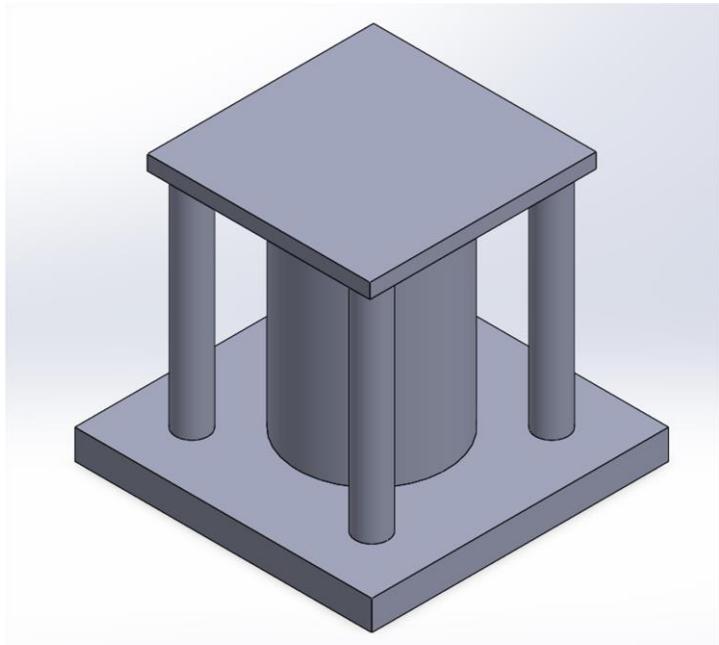
شکل ۲ - ۷۰ پاسخ تغییرات متغیرهای حالت در استفاده از فیلتر کالمن

۱۲-۲- صحه‌گذاری در محیط مطلب سیم‌اسکیپ



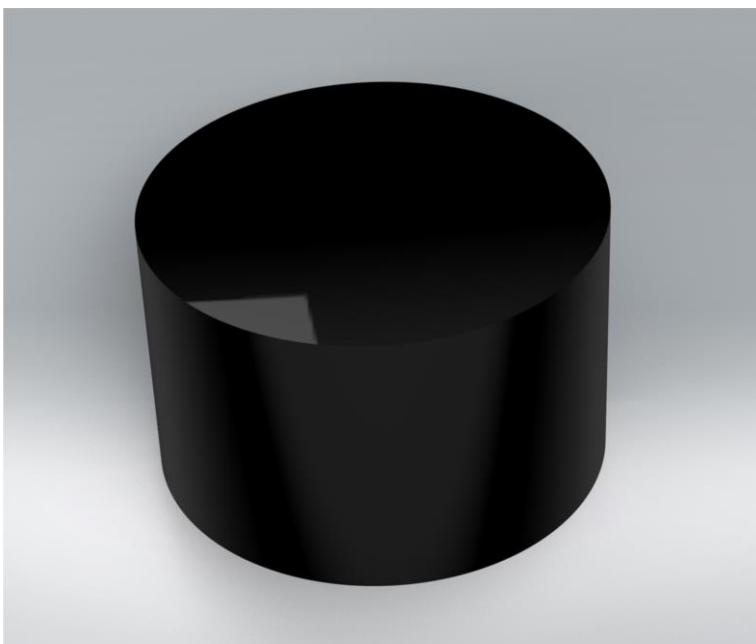
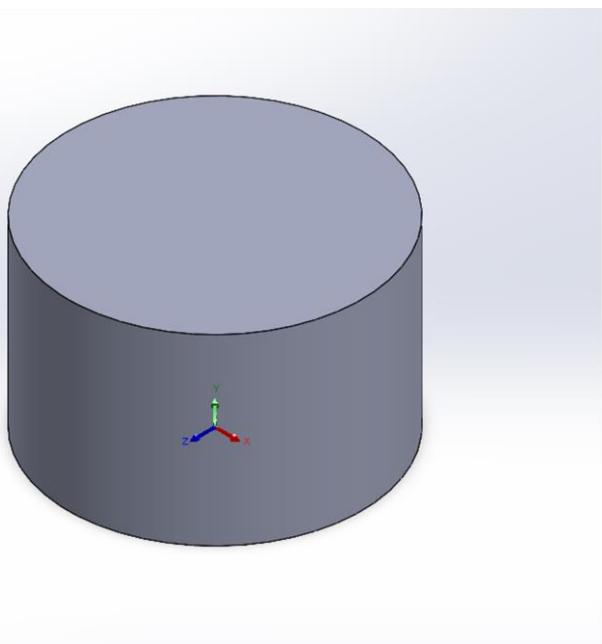
شکل ۲ - ۷۱ پیاده‌سازی سیستم هلیکوپتر دو درجه آزادی در سیم‌اسکیپ.

ابتدا سیستم هلیکوپتر دو درجه آزادی به ۴ قطعه‌ی اصلی پایه، جوینت میانی، اهرم اتصال دو پره و همچنین دو پره(پراپلر) تقسیم شده است. با این کار وارد کردن و مونتاژ سیستم هلیکوپتر دو درجه آزادی در سیم‌اسکیپ آسان‌تر خواهد بود. لازم به ذکر است برای ارتقای زیبایی بصری این گزارش، فایل‌های طراحی شده به صورت گرافیکی رندرگیری هم شده‌اند.

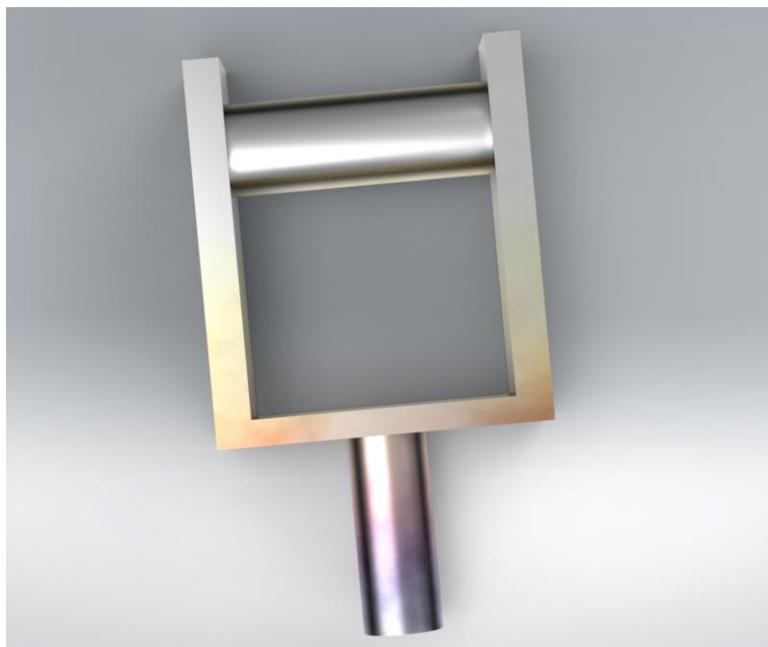
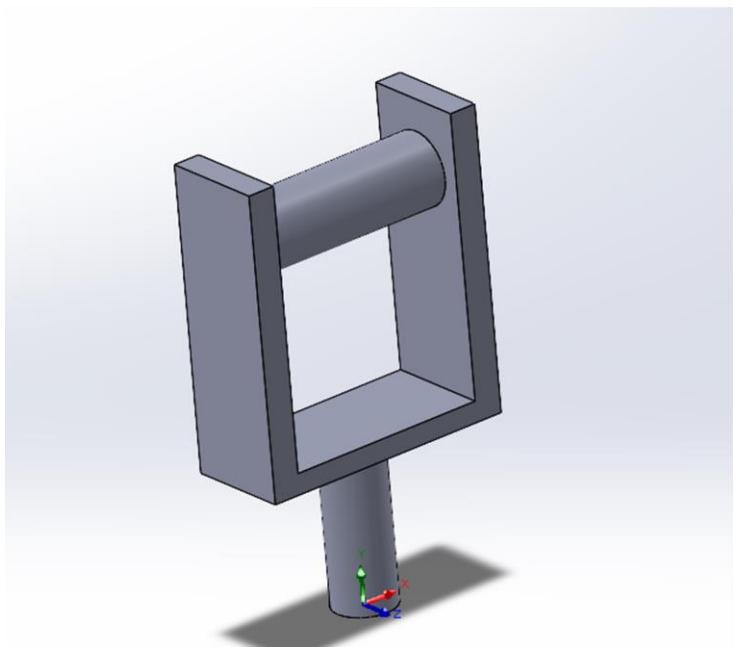


شکل ۲ - ۷۲ پایه طراحی شده در سالیدورکس.

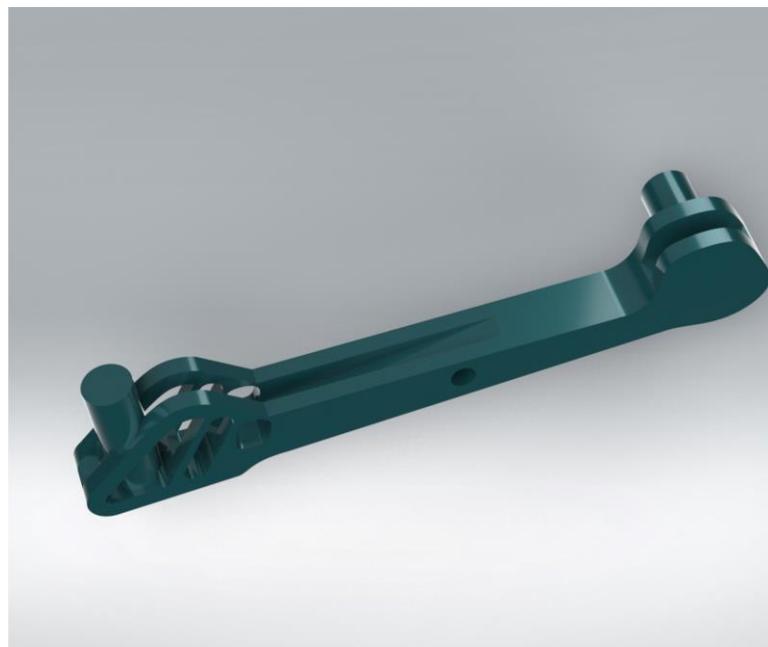
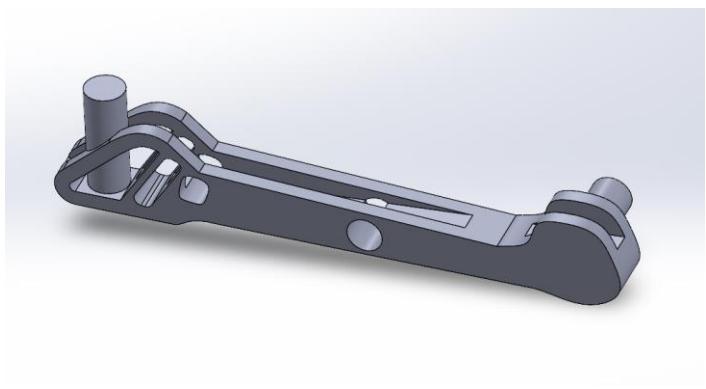
درباره‌ی مشخصات هندسی این قطعه باید گفت با توجه به اینکه سیستم هلیکوپتر دو درجه آزادی از نوع آموزشی و روی میزی است، ارتفاع این قطعه 32.39 cm می‌باشد. همچنین صفحه‌ی زیرین آن نیز در ابعاد مربع $40 \times 40\text{ cm}$ درنظر گرفته شده است.



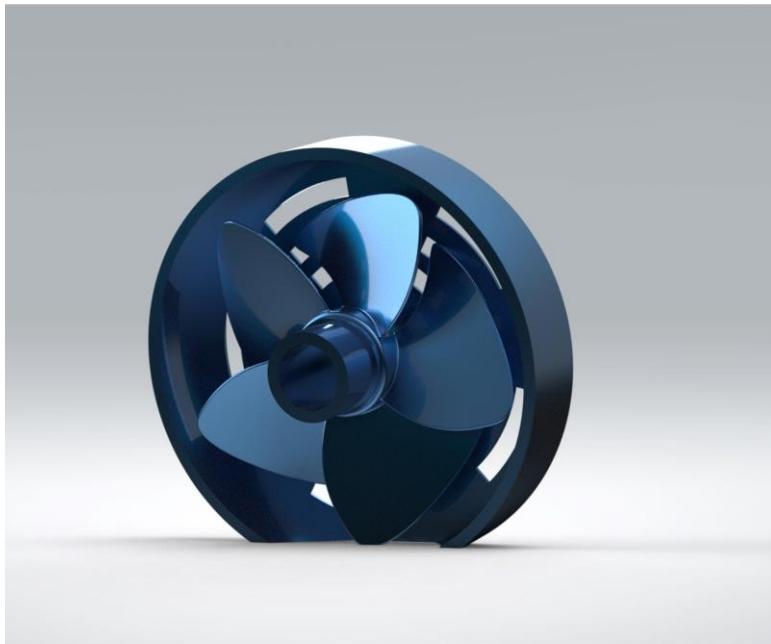
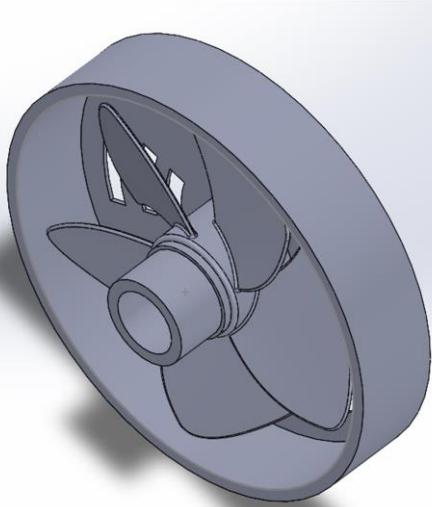
شکل ۲ - ۷۳ مفصل دورانی زاویه‌ی باو هلیکوپتر طراحی شده در سالیدورکس.



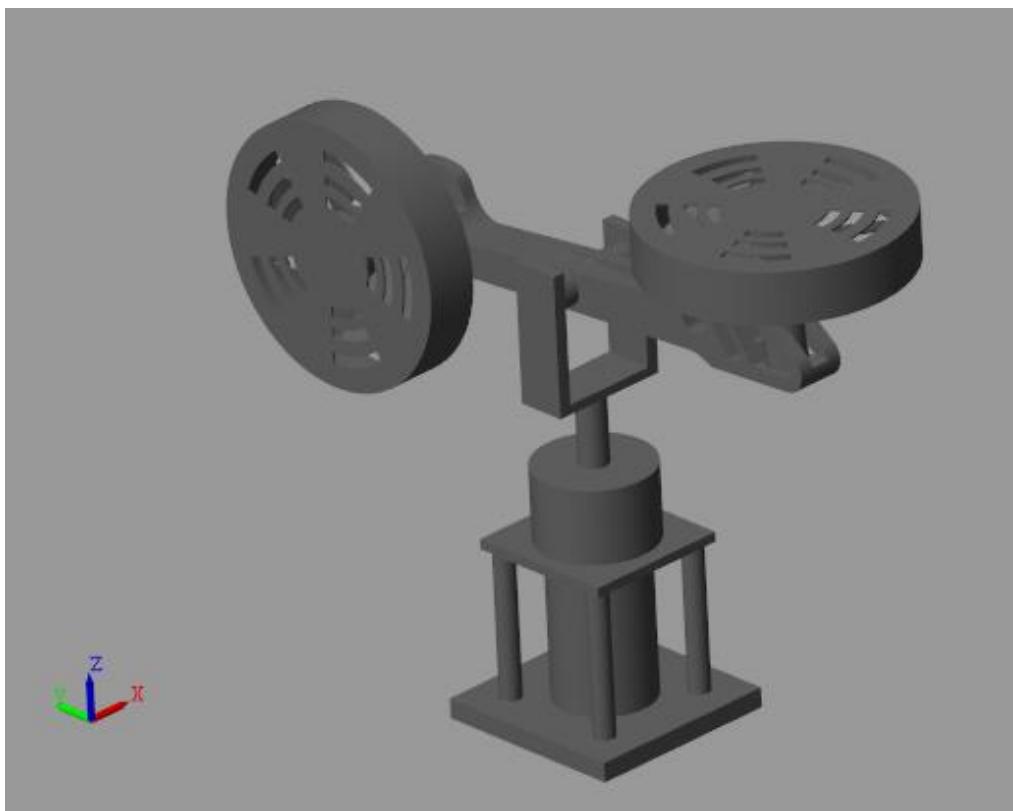
شکل ۲ - ۷۴ - مفصل دورانی زاویه‌ی پیچ هلیکوپتر طراحی شده در سالیدورکس.



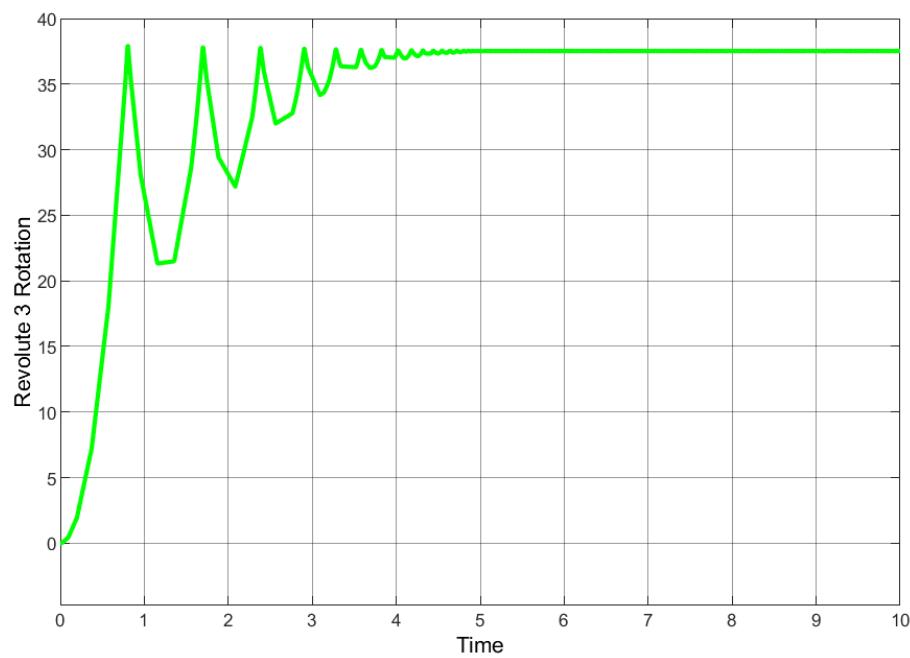
شکل ۲ - ۷۵ - اهرم اتصال دو پراپلر هلیکوپتر.



شکل ۲ - ۷۶ پرایلرهای موجود در دو انتهای بازوی هلیکوپتر.



شکل ۲ - ۷۷ مونتاژ پایه، اهرم و دو پرهی هلیکوپتر در سیم اسکیپ.



شکل ۲ - ۷۸ تغییرات زاویه‌ای رولوت واقع بر وسط اهرم سیستم در ورودی سینوسی.

فصل سوم

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این قسمت جمع‌بندی پروژه انجام می‌شود، در بخش اول انجام شده، معادلات حالت سیستم بدست آمده است و سپس با شبیه سازی سیستم حلقه باز خطی و غیرخطی برای ورودی‌های متفاوت، نظیر: ورودی پله واحد و ورودی ضربه واحد، رفتار سیستم مورد نظر شناسایی شده و خصوصیات سیستم حلقه باز نظیر: محل قطب‌ها، ثابت زمانی مورد بررسی قرار گرفته است. از روش تنظیم PID زیگلر-نیکلز استفاده شده است و پاسخ سیستم حلقه بسته شبیه سازی شد. با طراحی جبران کننده عملکرد سیستم برای شرایط کاری مختلف با استفاده از loopsyn بهبود بخشیده شد. یک Full state control feed back جایگذاری قطب‌ها طراحی شد و سپس بهترین محل قطب‌ها، با استفاده از روش‌های: چندجمله‌ای مشخصه ITAE، چندجمله‌ای مشخصه فیلتر Bessel و چندجمله‌ای مشخصه Butterworth یافت شدند. در نهایت با طراحی روئیتگر سیستم به بررسی پاسخ‌های سیستم پرداخته شد. در بخش دوم، هدف کلی اثر کنترلرهای مختلف در حذف نویز با استفاده از روش‌های انگرال گیر، کنترلر اغتشاش بود که موارد مطرح شده بر روی روئیتگر کاهش مرتبه یافته اجرا و پیاده سازی شد. در این بخش از سیم اسکیپ و فیلتر کالمون نیز استفاده شد.

مراجع و مراجع

Oliveira Júnior, J. G. D. (2018). Model predictive control applied to A 2-DOF helicopter (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).

Ogata, K. (2010). Modern control engineering fifth edition.

Patel, R., Deb, D., Modi, H., & Shah, S. (2017, September). Adaptive backstepping control scheme with integral action for quanser 2-dof helicopter. In 2017 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI) (pp. 571-577). IEEE.

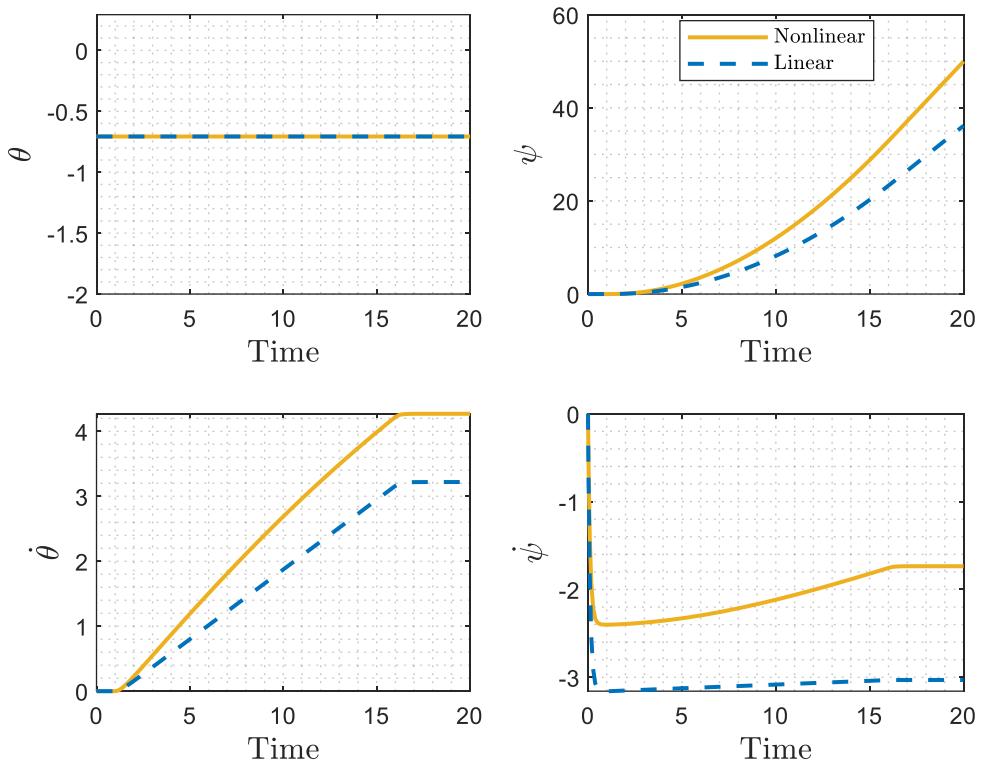
Radisavljevic-Gajic, V. (2015). Full-and Reduced-Order Linear Observer Implementations in Matlab\Simulink [Lecture Notes]. IEEE Control Systems Magazine, 35(5), 91-101.

Ramalakshmi, A. P. S., & Manoharan, P. S. (2012, August). Non-linear modeling and PID control of twin rotor MIMO system. In 2012 IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT) (pp. 366-369). IEEE.

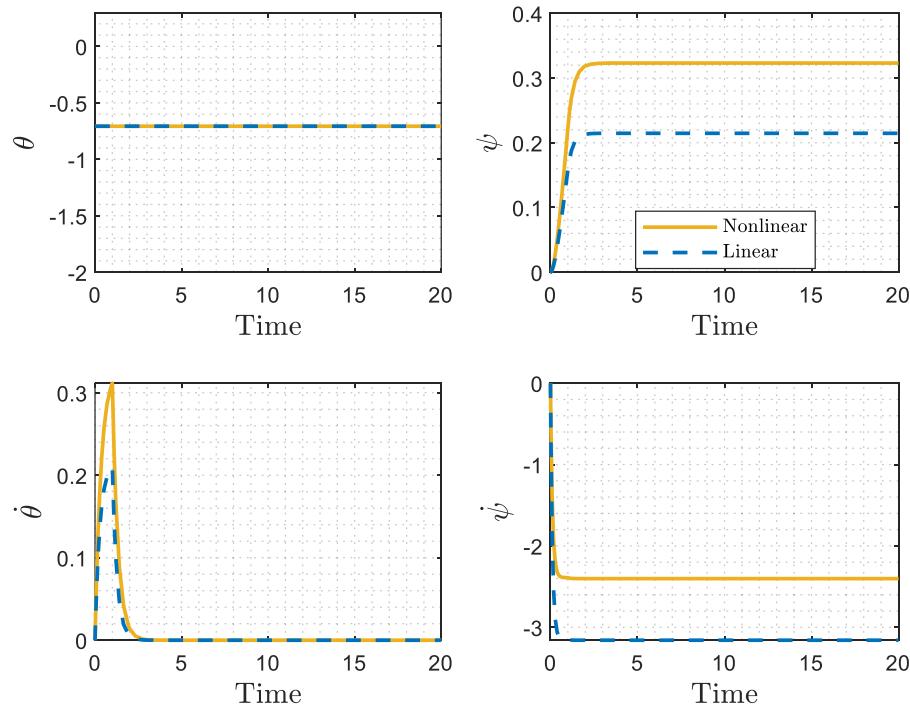
Taghirad, H. D. (2003). An Introduction to modern control. KN Toosi University Publication.

پیوست‌ها

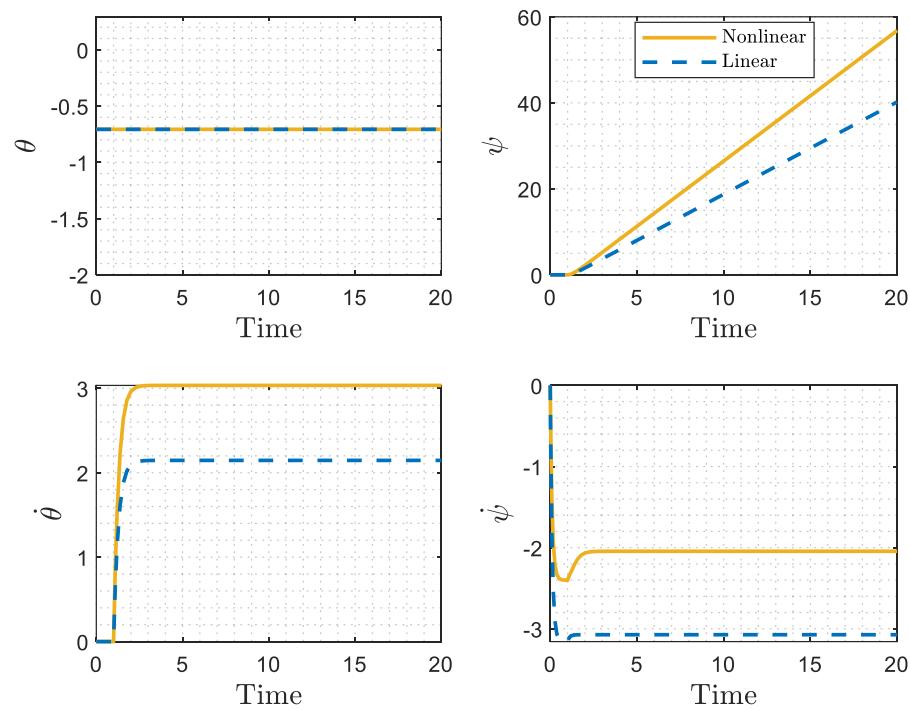
در این بخش نمودارهای حل آورده شده است.



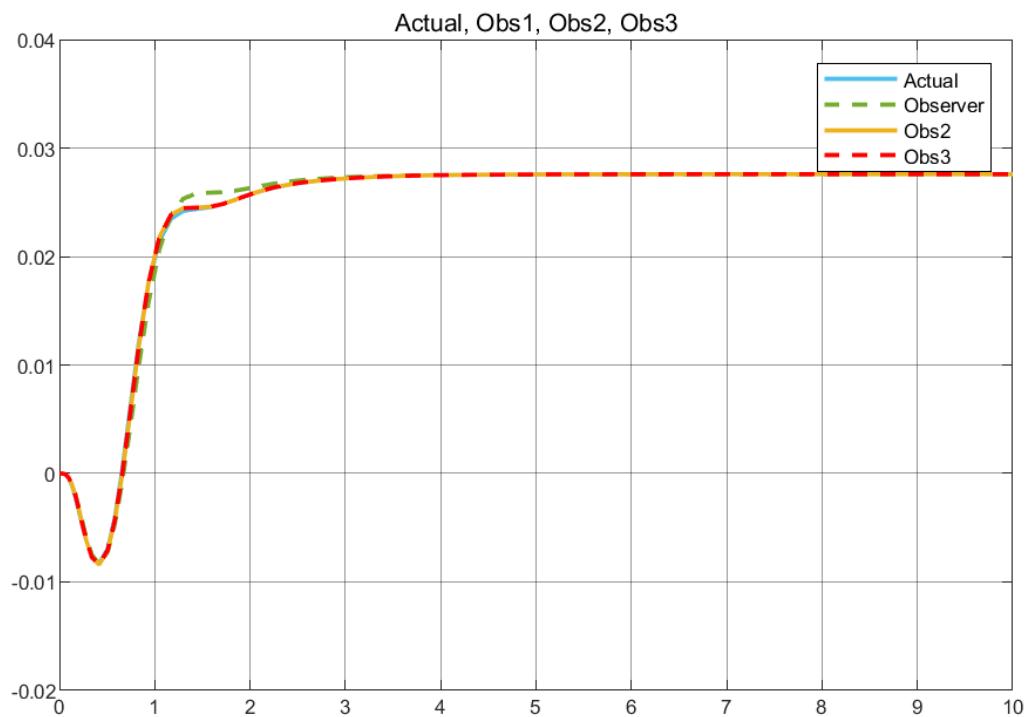
شکل پ - ۱ رفتار حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای پاسخ شیب واحد موتور تقدیم.



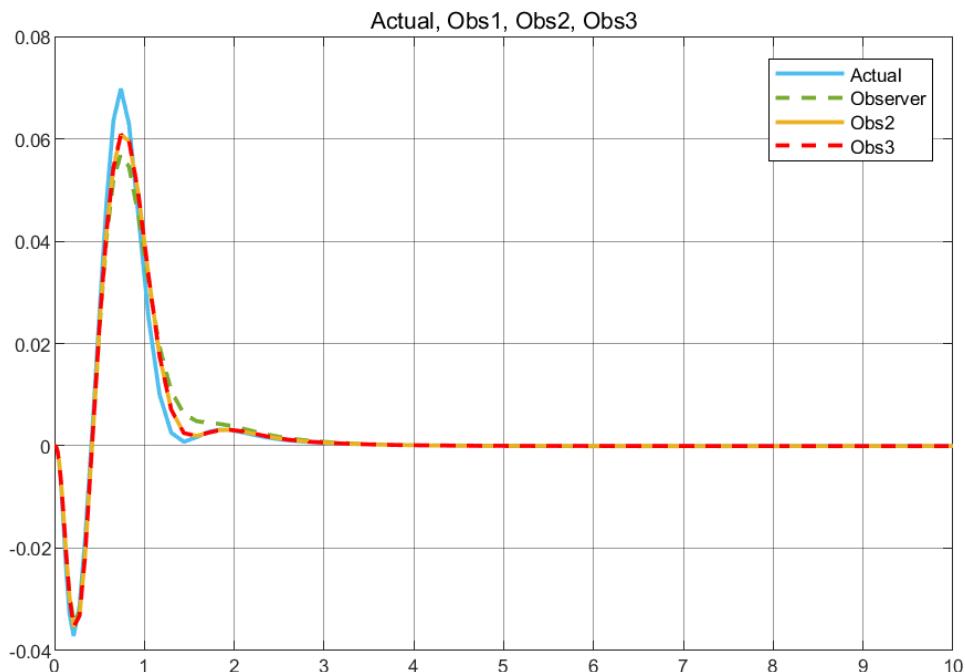
شکل پ - ۲ - رفتار حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای پاسخ ضربه‌ی واحد موتور تقدیم.



شکل پ - ۳ - رفتار حالت خطی و غیرخطی سیستم به ازای پاسخ پله‌ی واحد موتور تقدیم.



شکل پ - ۴ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای زاویه‌ی $\dot{\psi}$.



شکل پ - ۵ تاثیری دور و نزدیکی قطب‌های رویتگر و کنترلر برای سرعت زاویه‌ای $\dot{\phi}$