# Capítulo 2

### Exercício 1

```
area_circ (número) >> número
area_circ (r) << x_pi * r ^ 2
```

```
dec area_circ : num -> num;
--- area_circ r <= x_pi * pow (r, 2);
```

```
|:{
| area_circ :: (Floating a) => a -> a
| area_circ r = x_pi * r ** 2
|:}
```

## Exercício 2

```
qsoma (número, número) >> número
qsoma (a, b) << (a + b) ^ 2
```

```
dec qsoma : num # num -> num;
--- qsoma (a, b) <= pow (a + b, 2);
```

```
| :{
| qsoma :: (Num a) => a -> a -> a
| qsoma a b = (a + b) ^ 2
| :}
```

## Exercício 3

```
| x_pi_em_e (número) >> número
| x_pi_em_e (x) << (x * x_pi) / x_e
```

```
dec x_pi_em_e : num -> num;
--- x_pi_em_e x <= (x * x_pi) / x_e;
```

```
|:{
|x_pi_em_e :: (Floating a) => a -> a
|x_pi_em_e x = (x * x_pi) / x_e
|:}
```

```
suc (número) >> número
suc (x) << x + 1
```

```
dec suc : num -> num;
  --- suc x <= x + 1;
  :{
  suc :: (Num a) => a -> a
  suc x = x + 1
  :}
Exercício 5
  c2f (número) >> número
  c2f (c) << (c * 9 / 5) + 32
  dec c2f : num -> num;
  --- c2f c <= (c * 9 / 5) + 32;
  :{
  c2f :: (Floating a) => a -> a
  c2f c = (c * 9 / 5) + 32
  :}
Exercício 6
  f2c (número) >> número
  f2c (f) << (f - 32) * 5 / 9
  dec f2c : num -> num;
  --- f2c f <= (f - 32) * 5 / 9;
  :{
  f2c :: (Floating a) => a -> a
  f2c f = (f - 32) * 5 / 9
  :}
Exercício 7
  c2k (número) >> número
  c2k (c) << c + 273.15
  dec c2k : num -> num;
  --- c2k c <= c + 273.15;
  ]: |
```

:}

c2k :: (Floating a) => a -> a

c2k c = c + 273.15

```
k2c (número) >> número
k2c (k) << k - 273.15
```

```
dec k2c : num -> num;
```

```
--- k2c k \le k - 273.15;
  :{
  k2c :: (Floating a) => a -> a
  k2c k = k - 273.15
  :}
Exercício 9
  metros2centímetros (número) >> número
  metros2centímetros (m) << m * 100
  dec metros2centimetros : num -> num;
  --- metros2centimetros m <= m * 100;
  |:{
  metros2centimetros :: (Floating a) => a -> a
  metros2centimetros m = m * 100
  :}
Exercício 10
  são_iguais (número, número) >> lógico
  são_iguais (a, b) << a = b
  dec sao_iguais : num # num -> truval;
  --- sao_iguais (a, b) <= a = b;
  sao_iguais :: (Eq a, Floating a) => a -> a -> Bool
  sao_iguais a b = a == b
  :}
Exercício 11
  ant (número) >> número
  ant (x) << x - 1
  dec ant : num -> num;
  --- ant x <= x - 1;
  |:{
  ant :: (Num a) => a -> a
  ant x = x - 1
  :}
Exercício 12
  cubo (número) >> número
  cubo (x) << x ^ 3
```

dec cubo : num -> num;
--- cubo x <= pow (x, 3);</pre>

```
| :{
| cubo :: (Floating a) => a -> a
| cubo x = x ** 3
| :}
```

```
k2f (número) >> número
k2f (k) << (k - 273.15) * 9 / 5 + 32
```

```
dec k2f : num -> num;
--- k2f k <= (k - 273.15) * 9 / 5 + 32;
```

```
| :{
| k2f :: (Floating a) => a -> a
| k2f k = (k - 273.15) * 9 / 5 + 32
| :}
```

### Exercício 14

```
f2k (número) >> número
f2k (f) << (f - 32) * 5 / 9 + 273.15
```

```
dec f2k : num -> num;
--- f2k f <= (f - 32) * 5 / 9 + 273.15;
```

```
| :{
| f2k :: (Floating a) => a -> a
| f2k f = (f - 32) * 5 / 9 + 273.15
| :}
```

### Exercício 15

```
imc (número, número) >> número
imc (p, a) << p / (a ^ 2)
```

```
dec imc : num # num -> num;
--- imc (p, a) <= p / pow (a, 2);
```

```
| :{
| imc :: (Floating a) => a -> a -> a
| imc p a = p / (a ** 2)
| :}
```

```
produto (número, número) >> número
produto (x, y) << x * y
```

```
dec produto : num # num -> num;
--- produto (x, y) <= x * y;</pre>
```

```
:{
produto :: (Num a) => a -> a
```

```
produto x y = x * y
:}
```

```
eq1grau (número, número) >> número
eq2grau (a, b) << -b / a
```

```
dec eq1grau : num # num -> num;
--- eq1grau (a, b) <= (0 - b) / a;
```

```
:{
| eq1grau :: Double -> Double
| eq1grau a b = -b / a
| :}
```

### Exercício 18

```
área_ret (número, número) >> número
área_ret (lado1, lado2) << lado1 * lado2
```

```
dec area_ret : num # num -> num;
--- area_ret (lado1, lado2) <= lado1 * lado2;
```

```
:{
| area_ret :: Double -> Double
| area_ret lado1 lado2 = lado1 * lado2
| :}
```

# Capítulo 3

## Exercício 1

```
min (número, número) >> lógico
min (x, y) << se (x < y) então x senão y
```

```
dec min : num # num -> num;
--- min (x, y) <= if x < y then x else y;
```

```
| :{
| min :: (Ord a, Floating a) => a -> a -> a
| min x y = if x < y then x else y
| :}
```

```
min3 (número, número, número) >> número
min3 (x, y, z) << min (x, min (y, z))
```

```
dec min3 : num # num # num -> num;
--- min3 (x, y, z) <= min (x, min (y, z));</pre>
```

```
| :{
| min3 :: (Ord a, Floating a) => a -> a -> a
| min3 x y z = min x (min y z)
| :}
```

```
| somat (número) >> número
| somat (0) << 0
| somat (1) << 1
| somat (n) << n + somat (n - 1)
```

```
dec somat : num -> num;
--- somat 0 <= 0;
--- somat 1 <= 1;
--- somat n <= n + somat (n - 1);</pre>
```

```
:{
| somat :: (Eq a, Floating a) => a -> a
| somat 0 = 0
| somat 1 = 1
| somat n = n + somat (n - 1)
| :}
```

## Exercício 4

```
| fat (número) >> número
| fat (0) << 1
| fat (1) << 1
| fat (n) << n * fat (n - 1)
```

```
dec fat : num -> num;
--- fat 0 <= 1;
--- fat 1 <= 1;
--- fat n <= n * fat (n - 1);</pre>
```

```
| :{
| fat :: (Eq a, Integral a) => a -> a
| fat 0 = 1
| fat 1 = 1
| fat n = n * fat (n - 1)
| :}
```

```
| somat2 (número) >> número
| somat2 (n) << se (n = 0) então 0 senão se (n = 1) então 1 senão n + somat2 (n - 1)
```

```
dec somat2 : num -> num;
--- somat2 n <= if n = 0 then 0 else if n = 1 then 1 else n + somat2 (n - 1);</pre>
```

```
:{
| somat2 :: (Eq a, Floating a) => a -> a
```

```
somat2 n = if n == 0 then 0 else if n == 1 then 1 else n + somat2 (n - 1)
:}
```

```
fat2 (número) >> número
fat2 (n) << se (n = 0) então 1 senão se (n = 1) então 1 senão n * fat2 (n - 1)
```

```
dec fat2 : num -> num;
--- fat2 n <= if n = 0 then 1 else if n = 1 then 1 else n * fat2 (n - 1);</pre>
```

```
| :{
| fat2 :: (Eq a, Integral a) => a -> a
| fat2 n = if n == 0 then 1 else if n == 1 then 1 else n * fat2 (n - 1)
| :}
```

### Exercício 7

```
fatduplo (número) >> número
fatduplo (0) << 1
fatduplo (1) << 1
fatduplo (n) << n * fatduplo (n - 2)</pre>
```

```
dec fatduplo : num -> num;
--- fatduplo 0 <= 1;
--- fatduplo 1 <= 1;
--- fatduplo n <= n * fatduplo (n - 2);</pre>
```

```
:{
  fatduplo :: (Eq a, Integral a) => a -> a
  fatduplo 0 = 1
  fatduplo 1 = 1
  fatduplo n = n * fatduplo (n - 2)
  :}
```

```
fattriplo (número) >> número
fattriplo (0) << 1
fattriplo (1) << 1
fattriplo (n) << n * fattriplo (n - 3)</pre>
```

```
dec fattriplo : num -> num;
| --- fattriplo 0 <= 1;
| --- fattriplo 1 <= 1;
| --- fattriplo n <= n * fattriplo (n - 3);</pre>
```

```
:{
  fattriplo :: (Eq a, Integral a) => a -> a
  fattriplo 0 = 1
  fattriplo 1 = 1
  fattriplo n = n * fattriplo (n - 3)
  :}
```

```
somat3base (número, número) >> número
somat3base (0, parcial) << parcial
somat3base (n, parcial) << somat3base (n - 1, n + parcial)
somat3 (número) >> número
somat3 (n) << somat3base (n, 0)</pre>
```

```
dec somat3base : num # num -> num;
--- somat3base (0, parcial) <= parcial;
--- somat3base (n, parcial) <= somat3base (n - 1, n + parcial);

dec somat3 : num -> num;
--- somat3 n <= somat3base (n, 0);</pre>
```

```
:{
| somat3base :: (Eq a, Num a) => a -> a -> a
| somat3base 0 parcial = parcial
| somat3base n parcial = somat3base (n - 1) (n + parcial)
| somat3 :: (Eq a, Num a) => a -> a
| somat3 n = somat3base n 0
| :}
```

## Exercício 10

```
fat3base (número, número) >> número
fat3base (0, parcial) << parcial
fat3base (n, parcial) << fat3base (n - 1, n * parcial)

fat3 (número) >> número
fat3 (n) << fat3base (n, 1)</pre>
```

```
dec fat3base : num # num -> num;
--- fat3base (0, parcial) <= parcial;
--- fat3base (n, parcial) <= fat3base (n - 1, n * parcial);

dec fat3 : num -> num;
--- fat3 n <= fat3base (n, 1);</pre>
```

```
:{
    fat3base :: (Eq a, Integral a) => a -> a -> a
    fat3base 0 parcial = parcial
    fat3base n parcial = fat3base (n - 1) (n * parcial)
    fat3 :: (Eq a, Integral a) => a -> a
    fat3 n = fat3base n 1
:}
```

```
intervp (número, número) >> número
```

```
intervp (m, n) >> se (m > n) então 1 senão m * intervp (m + 1, n)
  dec intervp : num # num -> num;
  --- intervp (m, n) <= if m > n then 1 else m * intervp (m + 1, n);
  1: |
  intervp :: (Eq a, Integral a) => a -> a -> a
  intervp m n = if m > n then 1 else m * intervp (m + 1) n
  | :}
Exercício 12
  intervs (número, número) >> número
  intervs (m, n) >> se (m > n) então 0 senão m + intervs (m + 1, n)
  dec intervs : num # num -> num;
  --- intervs (m, n) <= if m > n then 0 else m + intervs (m + 1, n);
  1: |
  intervs :: (Eq a, Integral a) => a -> a -> a
  intervs m n = if m > n then 0 else m + intervs (m + 1) n
  :}
Exercício 13
  mult (número, número) >> número
  mult (x, y) \gg se (y = 0) então 0 senão x + mult (x, y - 1)
  dec mult : num # num -> num;
  --- mult (x, y) \le if y = 0 then 0 else x + mult (x, y - 1);
  |:{
  mult :: (Eq a, Num a) => a -> a
  mult x y = if y == 0 then 0 else x + mult x (y - 1)
Exercício 14
  potência_de_2 (número) >> número
  potência_de_2 (1) >> 2
  potência_de_2 (n) >> 2 * potência_de_2 (n - 1)
  dec potencia_de_2 : num -> num;
  --- potencia_de_2 1 <= 2;
  --- potencia_de_2 n <= 2 * potencia_de_2 (n - 1);
  1: 
   potencia_de_2 :: (Eq a, Num a) => a -> a
   potencia_de_2 1 = 2
   potencia_de_2 n = 2 * potencia_de_2 (n - 1)
```

```
hanói (número) >> número
hanói (0) >> 0
hanói (1) >> 1
hanói (n) >> 2 * hanói (n - 1) + 1
```

```
dec hanoi : num -> num;
--- hanoi 0 <= 0;
--- hanoi 1 <= 1;
--- hanoi n <= 2 * hanoi (n - 1) + 1;</pre>
```

```
| :{
| hanoi :: (Eq a, Integral a) => a -> a
| hanoi 0 = 0
| hanoi 1 = 1
| hanoi n = 2 * hanoi (n - 1) + 1
| :}
```

```
| série (número) >> número
| série (0) >> 0
| série (1) >> 3
| série (n) >> 3 * série (n - 1) - 2
```

```
dec serie : num -> num;
--- serie 0 <= 0;
--- serie 1 <= 3;
--- serie n <= 3 * serie (n - 1) - 2;</pre>
```

```
|:{
| serie :: (Eq a, Integral a) => a -> a
| serie 0 = 0
| serie 1 = 3
| serie n = 3 * serie (n - 1) - 2
|:}
```

### Exercício 17

```
negativo (número) >> número
negativo (n) << se (n < 0) então n senão 0 - n
```

```
dec negativo : num -> num;
--- negativo n <= if n < 0 then n else 0 - n;
```

```
:{
| negativo :: (Ord a, Num a) => a -> a
| negativo n = if n < 0 then n else 0 - n
| :}
```

```
coprimo (número, número) >> número
coprimo (x, y) << mdc (x, y) = 1
```

```
dec coprimo : num # num -> truval;
--- coprimo (x, y) <= mdc (x, y) = 1;
:{</pre>
```

```
|:{
|coprimo :: (Integral a) => a -> a -> Bool
|coprimo x y = mdc x y == 1
|:}
```

```
coprimo (número, número) >> número
coprimo (x, y) << mdc (x, y) = 1
```

```
dec mmc : num # num -> num;
--- mmc (x, y) <= x * y div (mdc (x, y));
```

```
| :{
| mmc :: Int -> Int -> Int
| mmc x y = div (x * y) (mdc x y)
| :}
```

### Exercício 20

```
sinal (número, número) >> número sinal (x, y) << se (x < y) então -1 então if x > y então 0
```

```
dec sinal : num # num -> num;
--- sinal (x, y) \le if x < y then -1 else if x > y then 1 else 0;
```

```
|:{
| sinal :: (Ord a, Num a) => a -> a -> a
| sinal x y = if x < y then -1 else if x > y then 1 else 0
|:}
```

```
hms_tempo (número, número, número) >> número;
hms_tempo (h, m, s) <<
se (h < 0) .ou. (h > 23) .ou. (m < 0) .ou. (m > 59) .ou. (s < 0) .ou. (s > 59)
então escreva "algum dado fornecido está incorreto"
senão h * 3600 + m * 60 + s
```

```
dec hms_tempo : num # num # num -> num;
--- hms_tempo (h, m, s) <=
    if h < 0 or h > 23 or m < 0 or m > 59 or s < 0 or s > 59
    then error "algum dado fornecido esta incorreto"
    else h * 3600 + m * 60 + s;
```

```
|:{
|hms_tempo :: (Int, Int, Int) -> Int
|hms_tempo (h, m, s) =
| if h < 0 || h > 23 || m < 0 || m > 59 || s < 0 || s > 59
```

```
then error "algum dado fornecido esta incorreto"
else h * 3600 + m * 60 + s
:}
```

```
tempo_hms (número) >> (número, número)
tempo_hms tmp <<
se (tmp < 0) .ou. (tmp > 86399)
então escreva "valor serial fornecido está incorreto"
senão (tmp div 3600, tmp mod 3600 div 60, tmp mod 3600 mod 60)
```

```
dec tempo_hms : num -> num # num;
|--- tempo_hms tmp <=
| if tmp < 0 or tmp > 86399
| then error "valor serial fornecido esta incorreto"
| else (tmp div 3600, tmp mod 3600 div 60, tmp mod 3600 mod 60);
```

```
:{
  tempo_hms :: Int -> (Int, Int, Int)
  tempo_hms tmp =
   if tmp < 0 || tmp > 86399
   then error "valor serial fornecido esta incorreto"
   else ((div tmp 3600), (div (mod tmp 3600) 60), (mod (mod tmp 3600) 60))
  :}
```

### Exercício 23

```
tempo_horário ((número, número, número), (número, número, número)) >> (número, número, número)
tempo_ horário ((h1, m1, s1), (h2, m2, s2)) <<
se hms_tempo ((h1, m1, s1) > hms_tempo (h2, m2, s2))
então error "início da contagem de tempo é maior que o término"
senão tempo_hms (hms_tempo (h2, m2, s2) - hms_tempo (h1, m1, s1))
```

```
dec tempo_horario : (num # num # num) # (num # num # num) -> num # num # num;
|--- tempo_horario ((h1, m1, s1), (h2, m2, s2)) <=
      if hms_tempo (h1, m1, s1) > hms_tempo (h2, m2, s2)
      then error "inicio da contagem de tempo e maior que o termino"
      else tempo_hms (hms_tempo (h2, m2, s2) - hms_tempo (h1, m1, s1));
```

```
:{
  tempo_horario :: ((Int, Int, Int), (Int, Int, Int)) -> (Int, Int, Int)
  tempo_horario ((h1, m1, s1), (h2, m2, s2)) =
   if hms_tempo (h1, m1, s1) > hms_tempo (h2, m2, s2)
   then error "inicio da contagem de tempo e maior que o termino"
   else tempo_hms ((hms_tempo (h2, m2, s2)) - (hms_tempo (h1, m1, s1)))
  :}
```

```
binário (número) >> lista número
binário (0) << [0]
binário (1) << [1]
```

```
binário (n) << se (n mod 2 = 0)
então binário (n div 2) # [0]
senão binário (n div 2) # [1]
```

```
| dec binario : num -> list num;
|--- binario 0 <= [0];
|--- binario 1 <= [1];
|--- binario n <= if n mod 2 = 0
| then binario (n div 2) <> [0]
| else binario (n div 2) <> [1];
```

```
| :{
| binario :: Int -> [Int]
| binario 0 = [0]
| binario 1 = [1]
| binario n = if mod n 2 == 0
| then binario (div n 2) ++ [0]
| else binario (div n 2) ++ [1]
| :}
```

```
div84 (número) >> lógico
div84 (n) << se (n mod 8 = 4) então .verdadeiro. senão .falso.
```

```
dec div84 : num -> truval;
--- div84 n <= if n mod 8 = 4 then true else false;</pre>
```

```
:{
| div84 :: Int -> Bool
| div84 n = if (mod n 8) == 4 then True else False
| :}
```

### Exercício 26

```
dec divx (número, número, número) >> lógico
--- divx (n, d, r) << se n mod d = r então .verdadeiro. senão .falso.
```

```
dec divx : num # num # num -> truval;
--- divx (n, d, r) <= if n mod d = r then true else false;</pre>
```

```
:{
    divx :: Int -> Int -> Bool
    divx n d r = if mod n d == r then True else False
|:}
```

# Capítulo 4

```
simples (lista número) >> lógico
```

```
simples ([]) << .falso.
simples ([x]) << .verdadeiro.
simples (x1 :: x2 :: xs) << .falso.</pre>
```

```
dec simples : list num -> truval;
--- simples ([]) <= false;
--- simples ([x]) <= true;
--- simples (x1 :: x2 :: xs) <= false;</pre>
```

```
| :{
| simples :: (Num a) => [a] -> Bool
| simples [] = False
| simples [x] = True
| simples (x1 : x2 : xs) = False
| :}
```

```
lista_min_max (lista número) >> lista número
| lista_min_max [] << escreva "lista vazia"
| lista_min_max (x :: xs) << [lista_min (x :: xs)] # [lista_max (x :: xs)]
```

```
dec lista_min_max : list num -> list num;
    --- lista_min_max [] <= error "lista vazia";
    --- lista_min_max (x :: xs) <= [lista_min (x :: xs)] <> [lista_max (x :: xs)];
```

```
:{
|lista_min_max :: (Ord a, Num a) => [a] -> [a]
|lista_min_max [] = error "lista vazia"
|lista_min_max (x : xs) = [lista_min (x : xs)] ++ [lista_max (x : xs)]
|:}
```

## Exercício 3

```
vazia (lista número) >> lógico
vazia ([]) << .verdadeiro.
vazia (_) << .falso.
```

```
dec vazia : list num -> truval;
|--- vazia [] <= true;
|--- vazia _ <= false;
```

```
| :{
| vazia :: (Num a) => [a] -> Bool
| vazia [] = True
| vazia _ = False
| :}
```

```
intervalo (número, número) >> lista número
intervalo (m, n) << se (m > n) então [] senão m : intervalo (m + 1, n)
vazia (_) << .falso.
```

```
dec intervalo : num # num -> list num;
  --- intervalo (m, n) <= if m > n then [] else m :: intervalo (m + 1, n);
  :{
  intervalo :: (Ord a, Num a) => a -> a -> [a]
  intervalo m n = if m > n then [] else m : intervalo (m + 1) n
  |:}
Exercício 5
  poe_ultimo (número, lista número) >> lista número
  poe_ultimo (x, []) << [x]</pre>
  poe_ultimo (x, y :: ys) << y :: poe_ultimo (x, ys)</pre>
  dec poe_ultimo : num # list num -> list num;
  --- poe_ultimo (x, []) <= [x];
  --- poe_ultimo (x, y :: ys) <= y :: poe_ultimo (x, ys);
  :{
   poe_ultimo :: (Num a) => a -> [a] -> [a]
   poe_ultimo x [] = [x]
  poe_ultimo x (y : ys) = y : poe_ultimo x ys
  :}
Exercício 6
  soma_lista (lista número) >> número
  soma_lista ([]) << 0
  soma_lista (x :: xs) << x + soma_lista (xs)</pre>
  dec soma_lista : list num -> num;
   --- soma_lista ([]) <= 0;
```

```
--- soma_lista (x :: xs) <= x + soma_lista xs;
```

```
:{
soma_lista :: (Num a) => [a] -> a
soma_lista [] = 0
soma_lista(x:xs) = x + soma_listaxs
:}
```

```
produto_lista (lista número) >> número
produto_lista ([]) << 1</pre>
produto_lista (x :: xs) << x * produto_lista (xs)</pre>
```

```
dec produto_lista : list num -> num;
--- produto_lista ([]) <= 1;
--- produto_lista (x :: xs) <= x * produto_lista xs;
```

```
produto_lista :: (Num a) => [a] -> a
```

```
produto_lista [] = 1
produto_lista (x : xs) = x * produto_lista xs
:}
```

```
pares (lista número) >> lista (número, número)
pares (xs) << compacta (xs, cauda (xs))
```

```
dec pares : list num -> list (num # num);
--- pares xs <= compacta (xs, cauda xs);
```

```
| :{
| pares :: (Num a) => [a] -> [(a, a)]
| pares xs = compacta xs (cauda xs)
| :}
```

### Exercício 9

```
separar_em (número, lista número) >> (lista número, lista número)
separar_em (n, []) << ([], [])
separar_em (n, [x]) << ([x], [])
separar_em (n, xs) << (comeco (n, xs), final (n, xs))
```

```
dec separar_em : num # list num -> list num # list num;
--- separar_em (n, []) <= ([], []);
--- separar_em (n, [x]) <= ([x], []);
--- separar_em (n, xs) <= (comeco (n, xs), final (n, xs));</pre>
```

```
| :{
| separar_em :: (Ord a, Num a) => Int -> [a] -> ([a], [a])
| separar_em n [] = ([], [])
| separar_em n xs = (comeco n xs, final n xs)
| :}
```

### Exercício 10

```
troca (número, número) >> (número, número)
troca (x, y) << (y, x)
```

```
dec troca : (num # num) -> (num # num);
--- troca (x, y) <= (y, x);</pre>
```

```
:{

troca :: (Num a) => (a, a) -> (a, a)

troca (x, y) = (y, x)

:}
```

```
eq2grau (número, número) >> lista número
eq2grau (a, b, c) <<
se (pow (b, 2) - 4 * a * c >= 0)
```

```
então [(-b + (b ^ 2 - 4 * a * c) ^ (1 / 2)) / (2 * a),

(-b - (b ^ 2 - 4 * a * c) ^ (1 / 2)) / (2 * a)]

senão error [];
```

```
dec eq2grau : num # num # num -> list num;
|--- eq2grau (a, b, c) <=
| if pow (b, 2) - 4 * a * c >= 0
| then [(0 - b + pow (pow (b, 2) - 4 * a * c, (1 / 2))) / (2 * a),
| (0 - b - pow (pow (b, 2) - 4 * a * c, (1 / 2))) / (2 * a)]
| else error [];
```

```
pri (número, número) >> número
pri (x, _) << x
seg (número, número) >> número
seg (_, y) << y
```

```
dec pri : (num # num) -> num;
| --- pri (x, _) <= x;
| dec seg : (num # num) -> num;
| --- seg (_, y) <= y;</pre>
```

```
|:{
| pri :: (Num a) => (a, a) -> a
| pri (x, _) = x
| seg :: (Num a) => (a, a) -> a
| seg (_, y) = y
|:}
```

```
rotac_e (lista número) >> lista número
rotac_e [] << []
rotac_e (x :: xs) << xs # [x]
```

```
dec rotac_e : list num -> list num;
--- rotac_e [] <= [];
--- rotac_e (x :: xs) <= xs <> [x];
```

```
|:{
|rotac_e :: (Num a) => [a] -> [a]
|rotac_e [] = []
```

```
rotac_e (x : xs) = xs ++ [x]
|:}
```

```
rotac_d (lista número) >> lista número
rotac_d [] << []
rotac_d (xs) << ultimo (xs) :: arranjo (xs)
```

```
dec rotac_d : list num -> list num;
--- rotac_d [] <= [];
--- rotac_d xs <= ultimo xs :: arranjo xs;</pre>
```

### Exercício 15

```
troca_adj (lista número) >> lista número;
| troca_adj ([]) << []
| troca_adj (x1 :: x2 :: xs) << [x2, x1] # troca_adj (xs)
| troca_adj (x1 :: x2) <= se (x2 = []) então [x1] senão [cabeça (x2), x1]
```

```
| dec troca_adj : list num -> list num;
|--- troca_adj [] <= [];
|--- troca_adj (x1 :: x2 :: xs) <= [x2, x1] <> troca_adj xs;
|--- troca_adj (x1 :: x2) <= if x2 = [] then [x1] else [cabeca (x2), x1];
```

```
| :{
| troca_adj :: (Eq a, Num a) => [a] -> [a]
| troca_adj [] = []
| troca_adj (x1 : x2 : xs) = [x2, x1] ++ troca_adj xs
| troca_adj (x1 : x2) = if x2 == [] then [x1] else [cabeca x2, x1]
| :}
```

```
perfeito (número) >> lógico
| perfeito (0) << .falso.
| perfeito (n) << n = redução (complista (faixa (1, n - 1, 1), | x >>> múltiplo(n, x)), soma, 0)
```

```
dec perfeito : num -> truval;
--- perfeito 0 <= false;
--- perfeito n <= n = reducao (complista (faixa (1, n - 1, 1), \ x => multiplo(n, x)), soma, 0);
```

```
:{
| perfeito :: Int -> Bool
| perfeito 0 = False
| perfeito n = n == reducao (complista (faixa 1 (n - 1) 1) (multiplo n)) soma 0
| :}
```

```
lista_perfeito (número) >> lista número
| lista_perfeito n << se (perfeito (n))
| então complista (faixa (1, n - 1, 1), | x >>> múltiplo(n, x))
| senão []
```

```
|:{
|lista_perfeito :: Int -> [Int]
|lista_perfeito n = if perfeito n
| then complista (faixa 1 (n - 1) 1) (multiplo n)
| else []
|:}
```

```
soma_impares (número) >> número
soma_impares (n) << redução (filtro ( | n >> impar (n), faixa (1, n, 1)), soma, 0)
```

```
dec soma_impares : num -> num;
--- soma_impares n <= reducao (filtro (\ n => impar n, faixa (1, n, 1)), soma, 0);
```

```
:{
| soma_impares :: (Integral a) => a -> a
| soma_impares n = reducao (filtro (impar) (faixa 1 n 1)) soma 0
| :}
```

### Exercício 19

```
duplicar (lista número) >> lista número
duplicar (x :: xs) << x :: x :: duplicar xs
```

```
dec duplicar : list num -> list num;
--- duplicar [] <= [];
--- duplicar (x :: xs) <= x :: x :: duplicar xs;</pre>
```

```
|:{
| duplicar :: (Num a) => [a] -> [a]
| duplicar [] = []
| duplicar (x : xs) = x : x : duplicar xs
|:}
```

```
divisores (número) >> lista número
divisores n << oposto (complista (faixa (1, n + 1, 1), | x >>> múltiplo(n, x)))
```

```
dec divisores : num -> list num;
```

```
--- divisores n <= oposto (complista (faixa (1, n + 1, 1), \setminus x => multiplo(n, x)));
```

```
|:{
|divisores :: Int -> [Int]
|divisores n = oposto (complista (faixa 1 (n + 1) 1) (multiplo n))
|:}
```

```
amigos (número, número) >> lógico
amigos (x, y) << soma_lista (divisores (x)) - x = y .e. soma_lista (divisores (y)) - y = x
```

```
dec amigos : num # num -> truval;
--- amigos (x, y) <= soma_lista (divisores x) - x = y and soma_lista (divisores y) - y = x;
```

```
|:{
|amigos :: Int -> Int -> Bool
|amigos x y = (soma_lista (divisores x) - x) == y && (soma_lista (divisores y) - y) == x
|:}
```

### Exercício 22

```
penúltimo (lista número) >> número
penúltimo (xs) << último (arranjo (xs))
```

```
dec penultimo : list num -> num;
--- penultimo xs <= ultimo (arranjo xs);
```

```
:{
| penultimo :: (Num a) => [a] -> a
| penultimo xs = ultimo (arranjo xs)
| :}
```

```
busca_ord (número, lista número) >> número
busca_ord (1, x :: xs) << x
busca_ord (i, x :: xs) << busca_ord (i - 1, xs)
busca_ord (_, _) << error "indice fora da faixa"
```

```
dec busca_ord : num # list num -> num;

--- busca_ord (1, x :: xs) <= x;

--- busca_ord (i, x :: xs) <= busca_ord (i - 1, xs);

--- busca_ord (_, _) <= error "indice fora da faixa";
```

```
:{
| busca_ord :: (Num a) => Int -> [a] -> a
| busca_ord 1 (x : xs) = x
| busca_ord n (x : xs) = busca_ord (n - 1) xs
| busca_ord _ _ = error "indice fora da faixa"
| :}
```

```
palindromo (lista número) >> lógico
  palindromo (xs) << xs = oposto (xs)</pre>
  dec palindromo : list num -> truval;
  --- palindromo xs <= xs = oposto xs;
  :{
  palindromo :: (Eq a, Num a) => [a] -> Bool
  palindromo xs = xs == (oposto xs)
  :}
Exercício 25
  segunda_pos (lista número) >> número
  segunda_pos (xs) << cabeca (cauda (xs))</pre>
  dec segunda_pos : list num -> num;
  --- segunda_pos xs <= cabeca (cauda xs);
  :{
  segunda_pos :: (Num a) => [a] -> a
  segunda_pos xs = cabeca (cauda xs)
  :}
Exercício 26
  fatores_primos (número) >> lista número
  fatores_primos n << filtro(| n => checa_primo (n), complista (faixa (1, n, 1), | x >>> múltiplo(n, x)))
  dec fatores_primos : num -> list num;
   --- fatores_primos n <= filtro(\ n => checa_primo n, complista (faixa (1, n, 1), \ x => multiplo(n, x)));
  :{
  fatores_primos :: Int -> [Int]
  fatores_primos n = filtro (checa_primo) (complista (faixa 1 n 1) (multiplo n))
  :}
Exercício 27
  ligacao (lista alfa, |alfa >> lista beta| >> lista beta
  ligacao ([], b) << []
   ligacao (x :: xs, funcao) << funcao x # ligacao (xs, funcao)
   prod_cartes (list alfa, lista beta) >> lista (alfa, beta)
   prod_cartes (a, b) << ligacao (a, | x >> ligacao (b, | y >> [(x, y)]))
   dec ligacao : list alpha # (alpha -> list beta) -> list beta;
   --- ligacao ([], b) <= [];
   --- ligacao (x :: xs, funcao) \leftarrow funcao x \leftarrow ligacao (xs, funcao);
```

dec prod\_cartes : list alpha # list beta -> list (alpha # beta);

--- prod\_cartes (a, b) <= ligacao (a, x => ligacao (b, y => [(x, y)]);

```
| :{
| ligacao :: [a] -> (a -> [b]) -> [b]
| ligacao [] b = []
| ligacao (x : xs) funcao = funcao x ++ (ligacao xs funcao)
| prod_cartes :: (Num a, Num b) => [a] -> [b] -> [(a, b)]
| prod_cartes a b = ligacao a (\x -> ligacao b (\y -> [(x, y)]))
| :}
```

```
abundante (número) >> lógico
abundante n << soma_lista (complista (faixa (1, n + 1, 1), | x >>> multiplo(n, x))) - n > n
```

```
dec abundante : num -> truval;
--- abundante n <= soma_lista (complista (faixa (1, n + 1, 1), \x => multiplo(n, x))) - n > n;
```

```
:{
| abundante :: Int -> Bool
| abundante n = soma_lista (complista (faixa 1 (n + 1) 1) (multiplo n)) - n > n
| :}
```

### Exercício 29

```
insira_em (número, número, lista número) >> lista número
insira_em (x, 1, xs) << (x :: xs)
insira_em (x, n, xn :: xs) << xn :: insira_em (x, n - 1, xs)
```

```
| dec insira_em : num # num # list num -> list num;
|--- insira_em (x, 1, xs) <= x :: xs;
|--- insira_em (x, n, xn :: xs) <= xn :: insira_em (x, n - 1, xs);
```

```
|:{
|insira_em :: (Num a) => a -> Int -> [a] -> [a]
|insira_em x 1 xs = x : xs
|insira_em x n (xn : xs) = xn : insira_em x (n - 1) xs
|:}
```

### Exercício 30

```
labundante (número) >> lista número
labundante (n) << filtro ( | x >> abundante (x), faixa (1, n, 1))
```

```
dec labundante : num -> list num;
--- labundante n <= filtro (\x => abundante x, faixa (1, n, 1));
```

```
:{
| labundante :: Int -> [Int]
| labundante n = filtro (abundante) (faixa 1 n 1)
| :}
```

```
lista_n_1 (número) >> lista número
```

```
lista_n_1 n \ll if (n = 0) then [] else n :: <math>lista_n_1 (n - 1)
  dec lista_n_1 : num -> list num;
   --- lista_n_1 n <= if n = 0 then [] else n :: lista_n_1 (n - 1);
  1: |
  | lista_n_1 :: Int -> [Int]
  lista_n_1 n = if n == 0 then [] else n : <math>lista_n_1 (n - 1)
Exercício 32
  lista_1_n (número) >> lista número
  | lista_1_n (n) << se (n = 0) então [] senão lista_1_n (n - 1) # [n]
  dec lista_1_n : num -> list num;
   --- lista_1_n n <= if n = 0 then [] else lista_1_n (n - 1) <> [n];
  1: 
  lista_1_n :: Int -> [Int]
  lista_1_n n = if n == 0 then [] else <math>lista_1_n (n - 1) ++ [n]
  |:}
Exercício 33
  calculadora (||número, número >> número||, lista número, lista número) >> lista número
   calculadora (f, [], _) << []</pre>
   calculadora (f, _, []) << []</pre>
   calculadora (f, x :: xs, y :: ys) \ll f(x, y) :: calculadora <math>(f, xs, ys)
   dec calculadora : (num # num -> num) # list num # list num -> list num;
   ! exponenciação use: (pow)
   --- calculadora (f, [], _) <= [];
   --- calculadora (f, _, []) <= [];
   --- calculadora (f, x :: xs, y :: ys) \leftarrow f (x, y) :: calculadora (f, xs, ys);
  :{
  -- exponenciacao use: (**)
  calculadora :: (Num a) => (a -> a -> a) -> [a] -> [a] -> [a]
   calculadora f [] _ = []
   calculadora f _ [] = []
  calculadora f(x : xs)(y : ys) = (f x y) : (calculadora f xs ys)
  |:}
Exercício 34
  faixa_primo (número, número) >> lista número
   faixa_primo (comeco, final) << complista (faixa (comeco, final, 1), | x >>> checa_primo (x))
   dec faixa_primo : num # num -> list num;
   --- faixa_primo (comeco, final) <= complista (faixa (comeco, final, 1), \ x =>  checa_primo (x));
```

```
faixa_primo :: Int -> Int -> [Int]
faixa_primo comeco final = complista (faixa comeco final 1) (checa_primo)
::}
```

```
remover (número, lista número) >> lista número
remover (n, []) << [];
remover (n, x :: xs) << se (n = x) então xs senão x :: remover (n, xs)
```

```
dec remover : num # list num -> list num;
--- remover (n, []) <= [];
--- remover (n, x :: xs) <= if n = x then xs else x :: remover (n, xs);</pre>
```

```
:{
    remover :: (Eq a, Num a) => a -> [a] -> [a]
    remover n [] = []
    remover n (x : xs) = if x == n then xs else x : remover n xs
    :}
```

### Exercício 36

```
rmv_priult (lista número) >> lista número
rmv_priult ([]) << []
rmv_priult ([x]) << []
rmv_priult xs << cauda (arranjo (xs))</pre>
```

```
dec rmv_priult : list num -> list num;
|--- rmv_priult [] <= [];
|--- rmv_priult ([x]) <= [];
|--- rmv_priult xs <= cauda (arranjo xs);</pre>
```

```
:{
| rmv_priult :: (Num a) => [a] -> [a]
| rmv_priult [] = []
| rmv_priult [x] = []
| rmv_priult xs = cauda (arranjo xs)
| :}
```

```
rmv_pris (número, lista número) >> lista número
rmv_pris (_, []) << []
rmv_pris (0, x) << x
rmv_pris (n, x :: xs) << rmv_pris (n - 1, xs)
```

```
dec rmv_pris : num # list num -> list num;
|--- rmv_pris (_, []) <= [];
|--- rmv_pris (0, x) <= x;
|--- rmv_pris (n, x :: xs) <= rmv_pris (n - 1, xs);</pre>
```

```
|:{
| rmv pris :: (Num a) => Int -> [a] -> [a]
```

```
rmv_pris _ [] = []
rmv_pris 0 x = x
rmv_pris n (x : xs) = rmv_pris (n - 1) xs
| :}
```

```
rmv_parim (lista número, número) >> lista número
rmv_parim ([], _) << []
rmv_parim (xs, 0) << filtro( | x => par(x), xs)
rmv_parim (xs, 1) << filtro( | x => impar(x), xs)
rmv_parim (xs, _) << []</pre>
```

```
dec rmv_parim : list num # num -> list num;
|--- rmv_parim ([], _) <= [];
|--- rmv_parim (xs, 0) <= filtro(\x => par(x), xs);
|--- rmv_parim (xs, 1) <= filtro(\x => impar(x), xs);
|--- rmv_parim (xs, _) <= [];</pre>
```

```
| :{
| rmv_parim :: (Integral a) => [a] -> Int -> [a]
| rmv_parim [] _ = []
| rmv_parim (xs) 0 = filtro (par) xs
| rmv_parim (xs) 1 = filtro (impar) xs
| rmv_parim (xs) _ = []
| :}
```

### Exercício 39

```
duplic_n_em_lista (número) >> lista número
duplic_n_em_lista (n) << [n, n]</pre>
```

```
dec duplic_n_em_lista : num -> list num;
--- duplic_n_em_lista n <= [n, n];</pre>
```

```
| :{
| duplic_n_em_lista :: (Num a) => a -> [a]
| duplic_n_em_lista n = [n, n]
| :}
```

```
triplic_n_em_tupla (número) >> (número, número)
triplic_n_em_tupla (n) << (n, n, n)
```

```
dec triplic_n_em_tupla : num -> (num # num # num);
--- triplic_n_em_tupla n <= (n, n, n);</pre>
```

```
:{
| triplic_n_em_tupla :: (Num a) => a -> (a, a, a)
| triplic_n_em_tupla n = (n, n, n)
| :}
```

```
distrib_n (número, lista número) >> lista (número, número)
  distrib_n (n, []) << []
  distrib_n (n, x :: xs) << (n, x) :: distrib_n (n, xs)</pre>
  dec distrib n : num # list num -> list (num # num);
  --- distrib_n (n, []) <= [];
  --- distrib_n (n, x :: xs) <= (n, x) :: distrib_n (n, xs);
  ]: |
  distrib_n :: (Num a) => a -> [a] -> [(a, a)]
  distrib_n n [] = []
  distrib_n n (x : xs) = (n, x) : distrib_n n xs
Exercício 42
  poe_em_pos (número, número, lista número) >> lista número
   poe_em_pos (n, 0, xs) << n :: xs</pre>
  poe_em_pos (n, posicao, x :: xs) << x :: poe_em_pos (n, posicao - 1, xs)</pre>
  dec poe_em_pos : num # num # list num -> list num;
  --- poe_em_pos (n, 0, xs) <= n :: xs;
   --- poe_em_pos (n, posicao, x :: xs) <= x :: poe_em_pos (n, posicao - 1, xs);
  :{
   poe_em_pos :: a -> Int -> [a] -> [a]
  poe_em_pos n 0 xs = n : xs
   poe_em_pos n posicao (x : xs) = x : poe_em_pos n (posicao - 1) xs
  :}
Exercício 43
  complista(faixa(1,60,1), | x >>> div84 x)
  complista(faixa(1,60,1), x = div84 x);
  complista (faixa 1 60 1) (div84)
Exercício 44
  mostra_priult : (lista número) >> lista número
  mostra_priult(x) << [cabeca(x), último(x)]
  dec mostra_priult : list num -> list num;
   --- mostra_priult x <= [cabeca x, ultimo x];
  :{
  mostra_priult :: (Num a) => [a] -> [a]
  mostra_priult x = [cabeca x, ultimo x]
  |:}
```

soma\_ac (lista número) >> lista número

```
soma_ac [] << []
  soma_ac (x :: []) << x :: []
  soma_ac (x1 :: x2 :: xs) << x1 :: soma_ac ((x1 + x2) :: xs)
  dec soma ac : list num -> list num;
   --- soma_ac [] <= [];
   --- soma_ac (x :: []) <= x :: [];
   --- soma_ac (x1 :: x2 :: xs) <= x1 :: soma_ac ((x1 + x2) :: xs);
  :{
  soma_ac :: (Num a) => [a] -> [a]
  soma_ac [] = []
  soma_ac (x : []) = x : []
  soma_ac (x1 : x2 : xs) = x1 : soma_ac ((x1 + x2) : xs)
  :}
Exercício 46
  mult (número, número) >> número;
  mult (n, 0) << 0
  mult (0, m) << 0
  mult (n, m) << m + m * (n - 1)
  dec mult : num # num -> num;
  --- mult (n, 0) <= 0;
  --- mult (0, m) <= 0;
  --- mult (n, m) <= m + m * (n - 1);
  :{
  mult n 0 = 0
  mult 0 m = 0
  mult n m = m + m * (n - 1)
Exercício 47
  mapa (complista (faixa (10, 30, 1), | x >>> impar(x)), | x >>> potência (x, 2))
  mapa (complista (faixa (10, 30, 1), x = mpar(x), x = pow(x, 2);
  mapa (complista (faixa 10 30 1) (impar)) (^2)
Exercício 48
  | complista (soma_ac (faixa (1,5,1)), | x => par(x))
  complista (soma_ac (faixa (1,5,1)), x \Rightarrow par(x);
  complista (soma_ac (faixa 1 5 1)) (par)
Exercício 49
  | multip_faixa (número, número) >> número
```

multip\_faixa (x, y) << se x > y

```
então 0
| senão se x = y
| então y
| senão x * multip_faixa (x + 1, y)
```

```
fat4 (número) >> número
fat4 (0) << 1
fat4 (n) << multip_faixa (1, n)
```

```
dec fat4 : num -> num;
--- fat4 0 <= 1;
--- fat4 n <= multip_faixa (1, n);</pre>
```

```
| :{
| fat4 :: (Ord a, Num a) => a -> a
| fat4 0 = 1
| fat4 n = multip_faixa 1 n
| :}
```

```
somat_faixa (número, número) >> número

somat_faixa (x, y) << se x > y

então 0

senão se x = y

então y

senão x + somat_faixa (x + 1, y)
```

```
| :{
| somat_faixa :: (Ord a, Eq a, Num a) => a -> a -> a
| somat_faixa x y = if x > y
| then 0
| else if x == y
| then y
| else x + somat_faixa (x + 1) y
| :}
```

```
somat4 (número) >> número
somat4 (0) << 1
somat4 (n) << somat_faixa (1, n)</pre>
```

```
dec somat4 : num -> num;
--- somat4 0 <= 1;
--- somat4 n <= somat_faixa (1, n);</pre>
```

```
|:{
| somat4 :: (Ord a, Num a) => a -> a
| somat4 0 = 1
| somat4 n = somat_faixa 1 n
| :}
```

### Exercício 53

```
média_arit (lista número) >> número
média_arit (x) << soma_lista x / tamanho x
```

```
dec media_arit : list num -> num;
--- media_arit x <= soma_lista x / tamanho x;</pre>
```

```
:{
| media_arit :: (Fractional a) => [a] -> a
| media_arit x = soma_lista x / (fromIntegral (tamanho x))
| :}
```

```
desvio_padrão (lista número) >> número
desvio_padrão (x) <<
   media_arit (calculadora ((^), calculadora ((-), x, replicar
   (tamanho (x), media_arit (x))), replicar (tamanho (x), 2))) ^ (1/2)</pre>
```

```
:{
| desvio_padrao :: (Eq a, Floating a) => [a] -> a
```

```
desvio_padrao x =
   (media_arit (calculadora (**) (calculadora (-) (x) (replicar (fromIntegral (tamanho x))
   (media_arit x))) (replicar (fromIntegral (tamanho x)) 2))) ** (1/2)
   :}
```

```
var_populac (lista número) >> número
var_populac (x) <</pre>
media_arit (calculadora ((^), calculadora ((-), x, replicar
(tamanho (x), media_arit (x))), replicar (tamanho (x), 2)))
```

```
dec var_populac : list num -> num;
|--- var_populac x <=
| media_arit (calculadora ((pow), calculadora ((-), x, replicar
| (tamanho (x), media_arit (x))), replicar (tamanho (x), 2)));</pre>
```

```
:{
| var_populac :: (Eq a, Floating a) => [a] -> a
| var_populac x =
| media_arit (calculadora (**) (calculadora (-) (x) (replicar (fromIntegral (tamanho x))
| (media_arit x))) (replicar (fromIntegral (tamanho x)) 2))
| :}
```

```
média_geo (lista número) >> número
média_geo (x) << produto_lista (x) ^ 1 / tamanho (x)
```

```
dec media_geo : list num -> num;
--- media_geo x <= pow (produto_lista x, 1 / tamanho x);</pre>
```

```
|:{
| media_geo :: (Floating a) => [a] -> a
| media_geo x = (produto_lista x) ** (1 / (fromIntegral (tamanho x)))
| :}
```