

آزمون پایان ترم (بخش تستی)

تاریخ آزمون: ۱ تیر ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۴۰ دقیقه

صفحه ۱ از ۹۹

۱. در معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ مقدار $y(0.1)$ با استفاده از روش رانگ-کوتاى مرتبه چهارم و $h = 0.1$ کدام است؟

(الف) ۱/۱۱۵

(ب) ۱/۱۳۵

(ج) ۱/۱۲۰۵

(د) ۱/۱۱۰۳۴

۲. مقدار $y(0.1)$ و $y(0.2)$ از معادله $y' = x + y$ با شرایط اولیه $y(0) = 0$ با استفاده از روش تیلور مرتبه دوم کدام است؟

(الف) $y(0.1) = 0.01, y(0.2) = 0.02$ (ب) $y(0.1) = 0.005, y(0.2) = 0.021$ (ج) $y(0.1) = 0.005, y(0.2) = 0.025$ (د) $y(0.1) = 0.005, y(0.2) = 0.05$

۳. خطای فرمول $f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ کدام است؟

(الف) $\mathcal{O}(1)$ (ب) $\mathcal{O}(h)$ (ج) $\mathcal{O}(h^2)$ (د) $\mathcal{O}(h^3)$

۴. چنانچه مقدار تابع f در نقاط x_0 و x_1 به ترتیب برابر با f_0 و f_1 باشد. مقدار $f\left(\frac{x_0 + x_1}{2}\right)$ با استفاده از درونیایی f و کدام است؟ x_1

(الف) $\frac{1}{2}(f_0 + f_1)$ (ب) $\frac{x_0 f_1 + x_1 f_0}{x_0 + x_1}$ (ج) $\frac{x_0 f_0 + x_1 f_1}{x_0 + x_1}$

(د) تعداد نقاط برای محاسبه کافی نیست.

۵. جدول مقادیر زیر مفروض است:

x	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
$f(x)$	۱	۱/۱۰۵	۱/۲۲	۱/۳۴۴	۱/۴۸۲

برای $0 \leq x \leq 0.4$ و $|f''(x)| \leq 3$. در این صورت کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد انتگرال $I = \int_0^{0.4} f(x) dx$ صحیح است؟

(الف) $0.490 < I < 0.492$ (ب) $0.488 < I < 0.490$ (ج) $0.492 < I < 0.494$ (د) $0.466 < I < 0.488$

آزمون پایان ترم (بخش تستی)

تاریخ آزمون: ۱ تیر ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۴۰ دقیقه

صفحه ۲ از ۹۹

۶. با داشتن نقاط $(x_0, f_0), \dots, (x_5, f_5)$ و با فرض $x_{i+1} = x_i + h$ اگر درونیایی مقدار تابع در $x = x_0 + \alpha h$ از چند جمله‌ای درونیاب استفاده کنیم و فرض کنیم ماکزیمم $f^{(n+1)}(x)$ برابر با M باشد، آنگاه حداکثر مقدار خطا برابر با کدام گزینه است؟

$$\left| \frac{h^5}{5!} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-5) \right| M \quad (\text{الف})$$

$$\left| \frac{h^5}{5!} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-5) \right| M^5 \quad (\text{ب})$$

$$\left| \frac{h^6}{6!} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-5) \right| M \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{5} h M \quad (\text{د})$$

۷. محاسبه انتگرال $I = \int_{2.7}^{3.4} e^x dx$ با استفاده از قاعده ذوزنقه خواسته شده است. در صورتیکه بخواهید قدر مطلق ماکزیمم خطای حاصل از محاسبه این انتگرال کمتر از 10^{-5} باشد. ماکزیمم مقدار گام h برابر است با

$$e^{-3.2} \times 10^{-2} \quad (\text{الف})$$

$$e^{-1.7} \times 10^{-1} \quad (\text{ب})$$

$$e^{-3.4} \times 10^{-2} \quad (\text{ج})$$

$$e^{-1.7} \times 10^{-2} \quad (\text{د})$$

۸. اگر درونیایی داده‌های زیر از چند جمله‌ای لاگرانژ، $P(x) = \sum_{k=0}^n L_k(x) f_k$ ، استفاده کنیم. در این صورت $L(x)$ کدام است؟

x_i	-۱	۰	۱	۲
$f(x_i)$	-۲	-۱	۰	۷

$$5 \quad (\text{الف})$$

$$5/3 \quad (\text{ب})$$

$$6/3 \quad (\text{ج})$$

$$\text{صفر} \quad (\text{د})$$

۹. با توجه به مقادیر داده شده، مقدار تقریبی تابع در $x = 2$ ، کدام است؟

x_i	۰	۳	۴	۷
$f(x_i)$	۲	۸	۹	۶

$$\frac{x^2 - 2x^2 - x + 2}{2} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{x^2 - 3x^2 + 2x}{2} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{x^2 - x}{6} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{x^2 - 1}{2} \quad (\text{د})$$

۱۰. مقدار خطا در محاسبه $\sqrt{90}$ با استفاده از درونیایی لاگرانژ با در نظر گرفتن نقاط $x_0 = 81$ ، $x_1 = 100$ ، $x_2 = 121$ برای تابع $f(x) = \sqrt{x}$ حداکثر کدام است؟

$$1.55 \times 10^{-3} \quad (\text{الف})$$

آزمون پایان ترم (بخش تستی)

تاریخ آزمون: ۱ تیر ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۴۰ دقیقه

صفحه ۳ از ۹۹

(ب) 1.75×10^{-3}

(ج) 2.95×10^{-3}

(د) 4.2×10^{-3}

لطفاً، پاسخ سوالات را در جدول ذیل درج کنید.

سوال ۱۰	سوال ۹	سوال ۸	سوال ۷	سوال ۶	سوال ۵	سوال ۴	سوال ۳	سوال ۲	سوال ۱

موفق باشید

سربازی آزاد و حسین قربان