

مهلت تحویل این تمرین ۱۴۰۲/۰۹/۰۱ است. شما در مجموع ترم ۲۰ روز تاخیر مجاز دارید که مدیریت آن با خودتان است. در ضمن برای هر تمرین شما تا سه روز بعد از ددلاین مجاز به ارسال پاسخ هستید و پس از آن به هیچ عنوان پاسخی از شما پذیرفته نخواهد شد.

سوال ۱. به استفاده از دو روش لاگرانژ و اختلافات نیوتن، برای هر یک مثال‌های زیر با فرض استفاده از نقاط تعیین شده به عنوان ورودی‌های هر روش، مقدار تابع در نقاط خواسته شده را تخمین بزنید. و به مقدار واقعی آن مقایسه کنید.

$$f(x) = \sin x + \sqrt{1+x}, \quad x = [2, 3, 5, 8, 10], \quad f(6/5) = ? \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{1}{1-x}, \quad x = [5, 7, 9, 11], \quad g(8) = ? \quad (2)$$

سوال ۲. روش کمترین مربع‌ها برای فیت کردن یک منحنی را تا درجه ۵ پیاده‌سازی کنید و از آن روی یک تابع دلخواه تست بگیرید. در آخر مقدار خطای نسبی را برای چند نقاط بدست آورید.

سوال ۳. با استفاده از بسط تیلور، مقدار تابع زیر را در نقطه  $x = 10$  محاسبه کنید. بسط باید حول نقطه  $x = 7$  باشد و خطا کمتر از  $0.01$  داشته باشد.

$$f(x) = \sin(x) + 5\sqrt{x} - 10 \quad (3)$$

برای تابع زیر، بسط تیلور را حول نقطه  $x = 0$  انجام دهید و مقدار تابع را در نقطه  $x = 3$  با خطای کمتر از  $0.01$  محاسبه کنید.

$$f(x) = e^{\frac{x}{5}} + e^{-x} \quad (4)$$

برای هر دو تابع، نمودار تابع اصلی و بسط تیلور آن را با استفاده از کتابخانه matplotlib در پایتون نمایش دهید.

از کتابخانه sympy و متود diff برای محاسبه مشتقات استفاده کنید. لطفاً از متدهای آماده برای محاسبه بسط تیلور استفاده نکنید.

**سوال ۴.** با استفاده از بسط تیلور تا مرتبه دهم برای تابع  $f(x) = \cos(x) + 4x - 2$ ، ریشه‌ی معادله را در نقاط  $x = -3$  و  $x = 4$  به روش نیوتن-رافسون محاسبه کنید و با مقدار دقیق ریشه مقایسه نمایید. توجه کنید که این نقاط مربوط به بسط تیلور هستند و نه نقطه شروع برای الگوریتم نیوتن-رافسون. برای الگوریتم نیوتن-رافسون، نقطه شروع را به صورت دلخواه انتخاب کنید. سپس بسط تیلور را حول نقطه  $x = 7$  بدست آورید و مجدداً ریشه را با استفاده از این بسط محاسبه کنید.

---

موفق باشید.