

سوال ۱. گزاره‌های زیر را اثبات کنید:

الف) در صورتی که  $f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]$  تفاضلات تابع دلخواه  $f$  در نقاط  $x_0$  تا  $x_n$  باشد،

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j)}$$

ب) فرض کنید  $f$  در بازه‌ی شامل  $x_0, x_1, \dots, x_n$   $n$  بار مشتق‌پذیر است. در این صورت به ازای  $\xi$  در بازه‌ی شامل نقاط  $x_0, x_1, \dots, x_n$  ثابت کنید:

$$f[x_0, \dots, x_n] = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}$$

سوال ۲. فرض کنید چند جمله‌ای درجه‌ی دوم  $P_2(x)$  تابع  $f(x)$  را در نقاط متمایز  $x_0, x_1, x_2$  درونیابی می‌کند نشان دهید:

$$\det \begin{bmatrix} P_2(x) & 1 & x & x^2 \\ f_0 & 1 & x_0 & x_0^2 \\ f_1 & 1 & x_1 & x_1^2 \\ f_2 & 1 & x_2 & x_2^2 \end{bmatrix} = 0$$

سوال ۳.

با در نظر گرفتن نقاط  $x_0 = 1/1$ ،  $x_1 = 1/2$  در تابع  $f(x) = \ln(x+2)$ ، با استفاده از درونیابی خطی مقدار تقریبی  $f(1/14)$  را محاسبه کنید و حد بالای خطا را بیابید.

سوال ۴.

الف) با توجه به مقادیر داده شده مقدار تقریبی تابع را در  $x = 3$  محاسبه کنید.

$x_i$	0	1	2	4
$f_i$	1	1	2	5

ب) فرض کنید داده‌ی  $x_4 = 7$  و  $f_4 = 9$  به جدول بالا اضافه شود. بین روش لاگرانژ و تفاضلات تقسیم شده کدام روش را برای محاسبه‌ی چند جمله‌ای درونیاب جدید انتخاب می‌کنید؟ چرا؟ با استفاده از روشی که انتخاب کردید چند جمله‌ای درونیاب را بیابید.

سوال ۵. بهترین منحنی به شکل  $y = ax^2$  که داده‌های زیر را برازش کند بدست آورید.

$x$	-۲	-۱	۲	۳
$y$	۱	۱	۳	۴

---

موفق باشید.