

سوال ۱.

الف) با استفاده از روش‌های درونیابی چندجمله‌ای نیوتون و لاگرانژ، مقادیر تابع را در نقاط $x = 3/4$ و $x = 4/5$ به ازای نقاط داده‌شده زیر به دست آورید. همچنین، مقایسه‌ای بین دقت و کارایی هر دو روش ارائه دهید.

$$f(1) = 0, f(2) = 5, f(2/5) = 7, f(3) = 6/5, f(4) = 2, f(5) = 0, f(6) = -3$$

ب) توضیح دهید که چگونه می‌توان این روش‌های درونیابی را به صورت موازی پیاده‌سازی کرد. سپس، برای محاسبه مقادیر تابع در نقاط مختلف (از جمله $x = 3/4$ و $x = 4/5$) از پردازش موازی استفاده کنید و نتایج را با روش سریال مقایسه کنید. در نهایت، بررسی کنید که آیا استفاده از پردازش‌های گرافیکی در بهبود کارایی این محاسبات موثر است یا خیر.

سوال ۲.

فرض کنید داده‌های زیر که از یک آزمایش فیزیکی به دست آمده‌اند به این صورت باشند:

$$x = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$$

$$f(x) = [2/1, 3/4, 4/0, 3/5, 2/2, 1/8, 1/4, 0/8]$$

الف) از روش کمترین مربعات برای برازش یک خط مستقیم و یک چندجمله‌ای درجه دوم به این داده‌ها استفاده کنید. نتایج به دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید و بررسی کنید که کدام روش برازش بهتری را ارائه می‌دهد.

ب) یک روش برازش دیگر مانند اسپلاین‌ها یا چندجمله‌ای‌های چیشف را برای همین داده‌ها اجرا کنید. نتایج حاصله را با نتایج بخش الف مقایسه کنید و ببینید که کدام یک برای مدل‌سازی این داده‌ها مناسب‌تر است.

ج) تحلیل کنید که چگونه می‌توان تاثیر نویز در داده‌ها را در فرایند برازش منحنی لحاظ کرد. سپس، با افزودن نویز تصادفی به داده‌های اصلی، روشی را که در بخش ب انتخاب کردید، مجدداً اجرا کنید و ببینید که نتایج چگونه تغییر می‌کنند.

موفق باشید.