محاسبات عددی   **تمرین پنجم**

نیم‌سال دوم ۱۴۰۱ـ۱۴۰۲   **موعد تحویل: ۱۱ تیر**

سوال ۱. معادله دیفرانسیل $y' = \lambda y$ را در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید روش اویلر برای این معادله به ازای $\lambda < ۰$ و مقدار ابتدایی $y(۰) = ۱$ برای طول گام $-۲ < \lambda h < ۰$ پایدار است؛ یعنی $\lim_{n\to\infty} y_n = ۰$.

ب) نشان دهید در حل معادله بالا می‌توان روش رانگ ـ کوتای مرتبه چهارم را به صورت زیر نوشت:

$$y_{i+۱} = (۱ + h\lambda + \frac{۱}{۲}(h\lambda)^۲ + \frac{۱}{۶}(h\lambda)^۳ + \frac{۱}{۲۴}(h\lambda)^۴)y_i$$

سوال ۲. مقدار تقریبی $y(۰/۳)$ و $y'(۰/۳)$ را در معادله دیفرانسیل زیر با گام ۰/۱ با استفاده از روش رانگ ـ کوتای مرتبه چهارم محاسبه کنید:

$$\begin{cases} y'' - ۲y' + ۲y = \sinh(۲x)\sin(x) \\ y(۰) = -۰/۴ \\ y'(۰) = -۰/۶ \end{cases}$$

سوال ۳. تقریبی از $y(۱/۲)$ را در معادله دیفرانسیل زیر با استفاده از روش اویلر و گام ۰/۱ بیابید:

$$\begin{cases} x^۲y'' + ۳xy' + ۲y = ۰ \\ y(۱) = ۲ \\ y'(۱) = ۳ \end{cases}$$

موفق باشید.