### Leyes de Kepler

#### Luis A. Núñez

Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia



1 de marzo de 2025

### Agenda



Las Leyes de Kepler

Segunda Ley de Kepler

Tercera Ley de Kepler

#### Las Leyes de Kepler



• **Primera Ley**: los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, el cual se encuentra en uno de los focos de la elipse. **Forma** funcional del potencial gravitacional  $V(r) = -\frac{k}{r}$ .

#### Las Leyes de Kepler



- **Primera Ley**: los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, el cual se encuentra en uno de los focos de la elipse. **Forma** funcional del potencial gravitacional  $V(r) = -\frac{k}{r}$ .
- Segunda Ley: el área barrida por unidad tiempo por el radio vector que va desde el Sol al planeta es constante:  $\dot{A} =$  cte. Existencia de un potencial central V(r) y de la conservación de L.

#### Las Leyes de Kepler

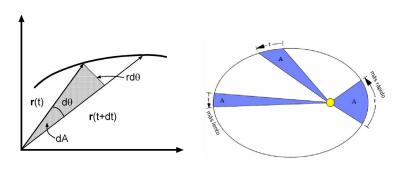


- **Primera Ley**: los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, el cual se encuentra en uno de los focos de la elipse. **Forma funcional del potencial gravitacional**  $V(r) = -\frac{k}{r}$ .
- Segunda Ley: el área barrida por unidad tiempo por el radio vector que va desde el Sol al planeta es constante:  $\dot{A} =$  cte. Existencia de un potencial central V(r) y de la conservación de L.
- Tercera Ley: el cuadrado del período del movimiento es proporcional al cubo del semieje mayor de la órbita, para todos los planetas:  $T_p^2 \propto a^3$ . Forma funcional del potencial gravitacional  $V(r) = -\frac{k}{r}$  y conservación de L .

## 2da Ley: Velocidad aerolar constante



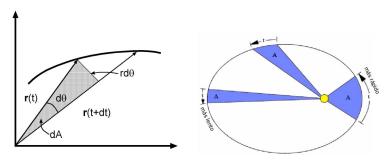
• Un potencial central V(r) implica la conservación del momento angular  $L = \mu r^2 \dot{\theta} = {\rm constant}$ 



## 2da Ley: Velocidad aerolar constante



• Un potencial central V(r) implica la conservación del momento angular  $L = \mu r^2 \dot{\theta} = \text{constant}$ 

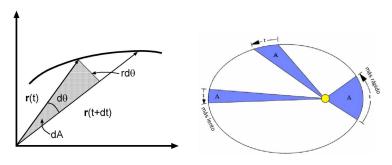


• El diferencial de área barrida por el radio vector  ${\bf r}$  en un tiempo infinitesimal dt es  $dA=\frac{1}{2}(rd\theta)r=\frac{1}{2}r^2d\theta$ , entonces  $\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$  es el área barrida por unidad de tiempo

### 2da Ley: Velocidad aerolar constante



• Un potencial central V(r) implica la conservación del momento angular  $L = \mu r^2 \dot{\theta} = \text{constant}$ 



- El diferencial de área barrida por el radio vector  ${\bf r}$  en un tiempo infinitesimal dt es  $dA=\frac{1}{2}(rd\theta)r=\frac{1}{2}r^2d\theta$ , entonces  $\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$  es el área barrida por unidad de tiempo
- Claramente  $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\left(\frac{L}{\mu r^2}\right) = \frac{L}{2\mu} = \text{const}$

1 de marzo de 2025



• Si la órbita es finita,  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ , el área total A encerrada por la órbita barrida por el radio  $\mathbf{r}$  en tiempo igual al período del movimiento  $T_p$ , es  $A = \frac{1}{2\mu} \int_0^{T_p} dt = \frac{1}{2\mu} T_p$ 



- Si la órbita es finita,  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ , el área total A encerrada por la órbita barrida por el radio r un tiempo igual al período del movimiento  $T_p$ , es  $A = \frac{1}{2\mu} \int_0^{T_p} dt = \frac{1}{2\mu} T_p$
- Si la órbita es una elipse en el potencial V(r) = -k/r, el área encerrada elipse  $A = \pi ab$ , donde a, semieje mayor, y b semieje menor



- Si la órbita es finita,  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ , el área total A encerrada por la órbita barrida por el radio  $\mathbf{r}$  en un tiempo igual al período del movimiento  $T_p$ , es  $A = \frac{1}{2\mu} \int_0^{T_p} dt = \frac{1}{2\mu} T_p$
- Si la órbita es una elipse en el potencial V(r) = -k/r, el área encerrada elipse  $A = \pi ab$ , donde a, semieje mayor, y b semieje menor
- ullet Tercera Ley de Kepler en su forma exacta es  $T_{
  ho}=2\pi\sqrt{rac{\mu {
  m a}^3}{k}}$



- Si la órbita es finita,  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ , el área total A encerrada por la órbita barrida por el radio  ${\bf r}$  en un tiempo igual al período del movimiento  $T_p$ , es  $A = \frac{1}{2\mu} \int_0^{T_p} dt = \frac{1}{2\mu} T_p$
- Si la órbita es una elipse en el potencial V(r) = -k/r, el área encerrada elipse  $A = \pi ab$ , donde a, semieje mayor, y b semieje menor
- ullet Tercera Ley de Kepler en su forma exacta es  $T_p=2\pi\sqrt{rac{\mu {\sf a}^3}{k}}$
- $M_S$  es la masa del Sol en el foco, y m del planeta en una órbita elíptica. Entonces  $m/M_S \ll 1$  y despreciando términos de orden cuadrático en  $m/M_S$ , la masa reducida correspondiente al sistema Sol-planeta se puede expresar como

$$\mu = \frac{mM_S}{M_S + m} = m\left(1 + \frac{m}{M_S}\right)^{-1} = m\left(1 - \frac{m}{M_S} + \cdots\right) \approx m$$



- Si la órbita es finita,  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ , el área total A encerrada por la órbita barrida por el radio r en un tiempo igual al período del movimiento  $T_p$ , es  $A = \frac{1}{2\mu} \int_0^{T_p} dt = \frac{1}{2\mu} T_p$
- Si la órbita es una elipse en el potencial V(r) = -k/r, el área encerrada elipse  $A = \pi ab$ , donde a, semieje mayor, y b semieje menor
- Tercera Ley de Kepler en su forma exacta es  $T_p = 2\pi \sqrt{\frac{\mu a^3}{k}}$
- $M_S$  es la masa del Sol en el foco, y m del planeta en una órbita elíptica. Entonces  $m/M_S \ll 1$  y despreciando términos de orden cuadrático en  $m/M_S$ , la masa reducida correspondiente al sistema Sol-planeta se puede expresar como

$$\mu = \frac{mM_S}{M_S + m} = m\left(1 + \frac{m}{M_S}\right)^{-1} = m\left(1 - \frac{m}{M_S} + \cdots\right) \approx m$$

• Usando  $k = GM_Sm$  tendremos  $T_p^2 \approx \frac{4\pi^2}{GM_S}a^3 \Rightarrow T_p^2 \propto a^3$