Luis A. Núñez

Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia



2 de abril de 2025

1/13

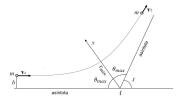
L.A. Núñez (UIS) Dispersión 2 de abril de 2025

Agenda



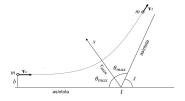


• La dispersión (scattering) en un campo de fuerza central consiste en la desviación de la trayectoria de una partícula con energía E>0 debida a la interacción en un potencial V(r)





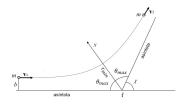
• La dispersión (scattering) en un campo de fuerza central consiste en la desviación de la trayectoria de una partícula con energía E>0 debida a la interacción en un potencial V(r)



• Consideremos una partícula de masa M situada en el foco f y una partícula con masa $m \ll M(\mu \approx m)$ incidente desde $r \to \infty$



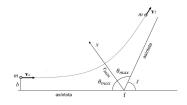
• La dispersión (scattering) en un campo de fuerza central consiste en la desviación de la trayectoria de una partícula con energía E>0 debida a la interacción en un potencial V(r)



- Consideremos una partícula de masa M situada en el foco f y una partícula con masa $m \ll M(\mu \approx m)$ incidente desde $r \to \infty$
- La partícula describe una trayectoria abierta desde $r=\infty$ hasta $r=r_{\min}$ y retorna a $r=\infty$, cambiando la dirección de su velocidad.



• La dispersión (scattering) en un campo de fuerza central consiste en la desviación de la trayectoria de una partícula con energía E>0 debida a la interacción en un potencial V(r)



- Consideremos una partícula de masa M situada en el foco f y una partícula con masa $m \ll M(\mu \approx m)$ incidente desde $r \to \infty$
- La partícula describe una trayectoria abierta desde $r=\infty$ hasta $r=r_{\min}$ y retorna a $r=\infty$, cambiando la dirección de su velocidad.
- El ángulo entre la dirección del vector velocidad inicial v₀ y la dirección del vector velocidad final v_f se denomina ángulo de dispersión, que denotaremos por χ

Parámetro de Impacto

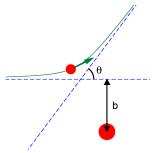


• La energía inicial de la partícula en $r=\infty$ es $E=\frac{1}{2}mv_0^2$

Parámetro de Impacto



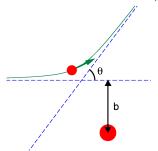
- La energía inicial de la partícula en $r=\infty$ es $E=\frac{1}{2}mv_0^2$
- El parámetro de impacto b es la distancia perpendicular entre la dirección de la velocidad inicial \mathbf{v}_0 de la partícula incidente y la recta paralela que pasa por el centro del potencial V(r)



Parámetro de Impacto



- La energía inicial de la partícula en $r=\infty$ es $E=\frac{1}{2}mv_0^2$
- El parámetro de impacto b es la distancia perpendicular entre la dirección de la velocidad inicial \mathbf{v}_0 de la partícula incidente y la recta paralela que pasa por el centro del potencial V(r)



• Los datos claves para la dispersión con campos centrales son b y E.



• La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi - \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$





- La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$
- Si $V(r)=-\frac{k}{r}$, la órbita con E>0 es una hipérbola, $\frac{q}{r}=1+e\cos\theta$, con $q=\frac{L^2}{mk}=\frac{2Eb^2}{k}$ y $e=\sqrt{1+\frac{2El^2}{mk^2}}=\sqrt{1+\left(\frac{2Eb}{k}\right)^2}>1$

5 / 13



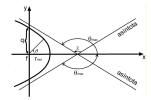
- La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$
- Si $V(r)=-\frac{k}{r}$, la órbita con E>0 es una hipérbola, $\frac{q}{r}=1+e\cos\theta$, con $q=\frac{L^2}{mk}=\frac{2Eb^2}{k}$ y $e=\sqrt{1+\frac{2El^2}{mk^2}}=\sqrt{1+\left(\frac{2Eb}{k}\right)^2}>1$
- Entonces: $r_{\min} = \frac{q}{1+e}$, para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$ para $\cos \theta_{\max} = -\frac{1}{e} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta_{\max} < \pi$



- La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$
- Si $V(r)=-rac{k}{r}$, la órbita con E>0 es una hipérbola, $rac{q}{r}=1+e\cos\theta$, con $q=rac{L^2}{mk}=rac{2Eb^2}{k}$ y $e=\sqrt{1+rac{2El^2}{mk^2}}=\sqrt{1+\left(rac{2Eb}{k}
 ight)^2}>1$
- Entonces: $r_{\min} = \frac{q}{1+e}$, para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$ para $\cos \theta_{\max} = -\frac{1}{e} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta_{\max} < \pi$
- El ángulo de dispersión χ entre las asíntotas es $\chi = 2\theta_{\text{máx}} \pi$.

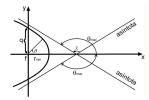


- La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$
- Si $V(r)=-\frac{k}{r}$, la órbita con E>0 es una hipérbola, $\frac{q}{r}=1+e\cos\theta$, con $q=\frac{L^2}{mk}=\frac{2Eb^2}{k}$ y $e=\sqrt{1+\frac{2El^2}{mk^2}}=\sqrt{1+\left(\frac{2Eb}{k}\right)^2}>1$
- Entonces: $r_{\min} = \frac{q}{1+e}$, para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$ para $\cos \theta_{\max} = -\frac{1}{e} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta_{\max} < \pi$
- El ángulo de dispersión χ entre las asíntotas es $\chi = 2\theta_{\text{máx}} \pi.$
- Esto es $\cos\left(\frac{\chi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta_{\text{máx}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{e}$





- La magnitud del momento angular de la partícula será $L = rp \sin(\pi \theta) = mv_0 r \sin \theta = mv_0 b \Rightarrow L^2 = m^2 v_0^2 b^2 = 2Emb^2$
- Si $V(r)=-\frac{k}{r}$, la órbita con E>0 es una hipérbola, $\frac{q}{r}=1+e\cos\theta$, con $q=\frac{L^2}{mk}=\frac{2Eb^2}{k}$ y $e=\sqrt{1+\frac{2El^2}{mk^2}}=\sqrt{1+\left(\frac{2Eb}{k}\right)^2}>1$
- Entonces: $r_{\min} = \frac{q}{1+e}$, para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$ para $\cos \theta_{\max} = -\frac{1}{e} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta_{\max} < \pi$
- \bullet El ángulo de dispersión χ entre las asíntotas es $\chi = 2\theta_{\rm m\acute{a}x} \pi.$
- Esto es $\cos\left(\frac{\chi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta_{\text{máx}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{e}$



Oumuamua y Borisov



• La ecuación de la órbita para un potencial repulsivo $V(r) = \frac{k}{r}$ es $\frac{L^2}{m}(u'' + u) = -\frac{dV}{du} \Rightarrow u'' + u = -\frac{mk}{l^2}$, con u = 1/r

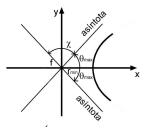
L.A. Núñez (UIS) Dispersión 2 de abril de 2025 6/13



- La ecuación de la órbita para un potencial repulsivo $V(r) = \frac{k}{r}$ es $\frac{L^2}{m}(u'' + u) = -\frac{dV}{du} \Rightarrow u'' + u = -\frac{mk}{L^2}$, con u = 1/r
- Su solución es $u=u_h+u_p$ con $u_h=A\cos(\theta-\theta_0)$ y $u_p=-\frac{mk}{L^2}$

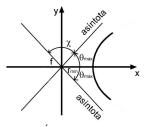


- La ecuación de la órbita para un potencial repulsivo $V(r) = \frac{k}{r}$ es $\frac{L^2}{m}(u'' + u) = -\frac{dV}{du} \Rightarrow u'' + u = -\frac{mk}{L^2}$, con u = 1/r
- Su solución es $u=u_h+u_p$ con $u_h=A\cos(\theta-\theta_0)$ y $u_p=-\frac{mk}{L^2}$
- Con lo cual la órbita será $u = \frac{1}{r} = \frac{mk}{l^2} (e \cos \theta 1)$





- La ecuación de la órbita para un potencial repulsivo $V(r) = \frac{k}{r}$ es $\frac{L^2}{m}(u'' + u) = -\frac{dV}{du} \Rightarrow u'' + u = -\frac{mk}{L^2}$, con u = 1/r
- Su solución es $u=u_h+u_p$ con $u_h=A\cos(\theta-\theta_0)$ y $u_p=-\frac{mk}{L^2}$
- Con lo cual la órbita será $u = \frac{1}{r} = \frac{mk}{l^2} (e \cos \theta 1)$

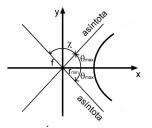


• Donde $r_{\min} = \frac{q}{e-1}$ para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$, para $\cos \theta_{\max} = \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow \theta_{\max} < \frac{\pi}{2}$

6/13



- La ecuación de la órbita para un potencial repulsivo $V(r) = \frac{k}{r}$ es $\frac{L^2}{m}(u'' + u) = -\frac{dV}{du} \Rightarrow u'' + u = -\frac{mk}{L^2}$, con u = 1/r
- Su solución es $u=u_h+u_p$ con $u_h=A\cos(\theta-\theta_0)$ y $u_p=-\frac{mk}{L^2}$
- Con lo cual la órbita será $u = \frac{1}{r} = \frac{mk}{l^2} (e \cos \theta 1)$



- Donde $r_{\min} = \frac{q}{e-1}$ para $\theta = 0$ y $r_{\max} \to \infty$, para $\cos \theta_{\max} = \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow \theta_{\max} < \frac{\pi}{2}$
- La órbita hiperbólica no encierra al foco y el ángulo de dispersión es $\chi = \pi 2\theta_{\text{máx}}$, i.e. $\operatorname{sen}\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{4}$



ullet El ángulo de dispersión χ se determina geométricamente con $heta_{ ext{máx}}$

L.A. Núñez (UIS) Dispersión 2 de abril de 2025 7/13



- ullet El ángulo de dispersión χ se determina geométricamente con $heta_{ ext{máx}}$
- Este ángulo es

$$\theta_{
m m\acute{a}x} = rac{1}{\sqrt{2m}} \int_{r_{
m m\'{i}n}}^{r_{
m m\'{a}x}} rac{dr}{r^2 \sqrt{E - V(r) - rac{l^2}{2mr^2}}} = b \int_{r_{
m m\'{i}n}}^{\infty} rac{dr}{r^2 \sqrt{1 - rac{V(r)}{E} - rac{b^2}{r^2}}}$$

7 / 13



- \bullet El ángulo de dispersión χ se determina geométricamente con $\theta_{\rm máx}$
- Este ángulo es

$$\theta_{\text{máx}} = \frac{1}{\sqrt{2m}} \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{máx}}} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E - V(r) - \frac{l^2}{2mr^2}}} = b \int_{r_{\text{min}}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{V(r)}{E} - \frac{b^2}{r^2}}}$$

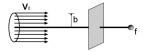
• Es decir $\theta_{
m máx}=b\int_0^{u_m}rac{du}{\sqrt{1-rac{V(u)}{E}-b^2u^2}}$ donde u=1/r, con $u=0 (r o\infty)$ y $u_m=1/r_{
m mín}$



• Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .

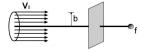


- Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .
- La intensidad del flujo I es el número de partículas incidentes por unidad de área y por unidad de tiempo $I = \frac{\# \text{ part.}}{\text{área} \times t}$





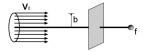
- Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .
- La intensidad del flujo I es el número de partículas incidentes por unidad de área y por unidad de tiempo I = # part. área x t



• Las partículas con el mismo valor b son dispersadas en un cono con vértice en f y ángulo χ ,



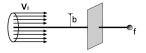
- Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .
- La intensidad del flujo I es el número de partículas incidentes por unidad de área y por unidad de tiempo I = #part. área x t



- Las partículas con el mismo valor b son dispersadas en un cono con vértice en f y ángulo χ ,
- ullet El cono encierra un ángulo sólido Ω .



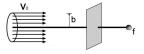
- Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .
- La intensidad del flujo I es el número de partículas incidentes por unidad de área y por unidad de tiempo I = # part. área x t



- Las partículas con el mismo valor b son dispersadas en un cono con vértice en f y ángulo χ ,
- ullet El cono encierra un ángulo sólido Ω .
- El ángulo sólido diferencial $d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{(2\pi r \sin\chi)(rd\chi)}{r^2} = 2\pi \sin\chi d\chi$



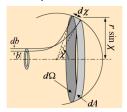
- Se emplea un haz de partículas idénticas con distintos parámetros de impacto las cuales son dispersadas con diferentes ángulos χ .
- La intensidad del flujo I es el número de partículas incidentes por unidad de área y por unidad de tiempo $I = \frac{\# \text{ part.}}{\text{área} \times t}$



- Las partículas con el mismo valor b son dispersadas en un cono con vértice en f y ángulo χ ,
- ullet El cono encierra un ángulo sólido $\Omega.$
- El ángulo sólido diferencial $d\Omega=\frac{dA}{r^2}=\frac{(2\pi r\sin\chi)(rd\chi)}{r^2}=2\pi\sin\chi d\chi$
- La sección eficaz de dispersión $\sigma(\Omega)$ es la fracción de partículas incidentes que son desviadas dentro del ángulo sólido Ω ,

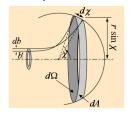
8 / 13





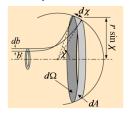


• Entonces $\sigma(\Omega)d\Omega = \frac{n(\Omega)}{l}d\Omega$, corresponde a la fracción de partículas dispersadas por unidad de tiempo en $d\Omega$.



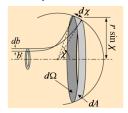
ullet Es la probabilidad de dispersión en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega.$





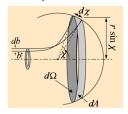
- Es la probabilidad de dispersión en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega$.
- Las partículas incidentes en el anillo de radio b y ancho db por unidad de tiempo debe ser igual a aquellas dispersadas en el diferencial de ángulo $d\Omega$ por unidad de tiempo, $n(\Omega)d\Omega$.





- Es la probabilidad de dispersión en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega$.
- Las partículas incidentes en el anillo de radio b y ancho db por unidad de tiempo debe ser igual a aquellas dispersadas en el diferencial de ángulo $d\Omega$ por unidad de tiempo, $n(\Omega)d\Omega$.
- Esto es $I2\pi bdb = I\sigma(\Omega)d\Omega \Leftrightarrow 2\pi bdb = \sigma(\Omega)2\pi \text{sen } \chi d\chi$





- ullet Es la probabilidad de dispersión en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega$.
- Las partículas incidentes en el anillo de radio b y ancho db por unidad de tiempo debe ser igual a aquellas dispersadas en el diferencial de ángulo $d\Omega$ por unidad de tiempo, $n(\Omega)d\Omega$.
- Esto es $I2\pi bdb = I\sigma(\Omega)d\Omega \Leftrightarrow 2\pi bdb = \sigma(\Omega)2\pi sen \chi d\chi$
- La sección eficaz en función del ángulo de dispersión es $\sigma(\chi) = \frac{b}{\sin \chi} \left| \frac{db}{d\chi} \right|$.

El experimento de Rutherford 1/4

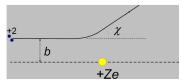


• Tenemos un potencial de Coulomb repulsivo V(r) = qq'/r, el núcleo actúa como centro dispersor de carga q = +Ze.

El experimento de Rutherford 1/4

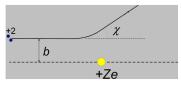


- Tenemos un potencial de Coulomb repulsivo V(r) = qq'/r, el núcleo actúa como centro dispersor de carga q = +Ze.
- Las partículas incidentes son partículas α con carga q'=+2e.





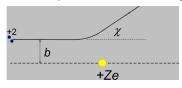
- Tenemos un potencial de Coulomb repulsivo V(r) = qq'/r, el núcleo actúa como centro dispersor de carga q = +Ze.
- Las partículas incidentes son partículas α con carga q'=+2e.



• Calculemos el ángulo de dispersión χ para una partícula incidente con energía E>0 y parámetro de impacto b en un potencial central repulsivo V(r)=k/r, con $k=qq'=2Ze^2$.



- Tenemos un potencial de Coulomb repulsivo V(r) = qq'/r, el núcleo actúa como centro dispersor de carga q = +Ze.
- Las partículas incidentes son partículas α con carga q'=+2e.



- Calculemos el ángulo de dispersión χ para una partícula incidente con energía E>0 y parámetro de impacto b en un potencial central repulsivo V(r)=k/r, con $k=qq'=2Ze^2$.
- La integral para θ_{\max} con este potencial es $\theta_{\max} = b \int_0^{u_m} \frac{du}{\sqrt{1-\frac{k}{E}u-b^2u^2}}$
- $\bullet \ \ \text{Entonces} \ \theta_{\text{máx}} = \cos^{-1} \left[\frac{\left(1 + \frac{2b^2E}{k}u\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{2bE}{k}\right)^2}} \right] \bigg|_0^{u_m} = \cos^{-1} \left[\frac{1}{e} \left(1 + \frac{2b^2E}{k}u\right) \right] \bigg|_0^{u_m}$



• De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e - 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}(\frac{1}{e}) \Rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}(\frac{1}{e}) \Rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$
- Es la misma órbita hiperbólica, $e=\sqrt{1+\left(\frac{2bE}{k}\right)^2}$, de un potencial de Kepler repulsivo



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}(\frac{1}{e}) \Rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$
- Es la misma órbita hiperbólica, $e=\sqrt{1+\left(\frac{2bE}{k}\right)^2}$, de un potencial de Kepler repulsivo
- El ángulo de dispersión para un potencial de Kepler repulsivo es $\chi = \pi 2\theta_{\text{máx}}$



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}(\frac{1}{e}) \Rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$
- Es la misma órbita hiperbólica, $e=\sqrt{1+\left(\frac{2bE}{k}\right)^2}$, de un potencial de Kepler repulsivo
- El ángulo de dispersión para un potencial de Kepler repulsivo es $\chi = \pi 2\theta_{\text{máx}}$
- Luego, $\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\chi}{2}\right) = \cos\theta_{\text{máx}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{e}$



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}\left(\frac{1}{e}\right) \Rightarrow \cos\theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$
- Es la misma órbita hiperbólica, $e=\sqrt{1+\left(\frac{2bE}{k}\right)^2}$, de un potencial de Kepler repulsivo
- El ángulo de dispersión para un potencial de Kepler repulsivo es $\chi = \pi 2\theta_{\text{máx}}$
- Luego, $\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\chi}{2}\right) = \cos\theta_{\text{máx}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{e}$
- Y obtenemos $\left(\frac{2bE}{k}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\chi}{2}\right)} 1 = \cot^2\left(\frac{\chi}{2}\right) \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{2bE}{k}$



- De la ecuación de una hipérbola en un potencial de Kepler repulsivo tenemos $r_{\min} = \frac{q}{e-1} \Rightarrow \frac{l^2}{mk} u_m = e 1 \Rightarrow 1 + \frac{2Eb^2}{k} u_m = e$
- Luego $\theta_{\text{máx}} = \cos^{-1}(1)^{-0} \cos^{-1}(\frac{1}{e}) \Rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1}{e}$
- Es la misma órbita hiperbólica, $e=\sqrt{1+\left(\frac{2bE}{k}\right)^2}$, de un potencial de Kepler repulsivo
- El ángulo de dispersión para un potencial de Kepler repulsivo es $\chi = \pi 2\theta_{\text{máx}}$
- Luego, $\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\chi}{2}\right) = \cos\theta_{\text{máx}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{1}{e}$
- Y obtenemos $\left(\frac{2bE}{k}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\chi}{2}\right)} 1 = \cot^2\left(\frac{\chi}{2}\right) \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{2bE}{k}$
- El ángulo de dispersión en función de datos iniciales b, E, y de la constante k del potencial V(r) = k/r

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ○



• Los casos límites para el experimento de Rutherford son



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$
- La partícula pasa muy lejos del centro repulsivo y no hay dispersión: $b \to \infty \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \to \infty \Rightarrow \chi = 0$.



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$
- La partícula pasa muy lejos del centro repulsivo y no hay dispersión: $b \to \infty \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \to \infty \Rightarrow \chi = 0$.
- Como $b = \frac{k}{2E} \cot\left(\frac{\chi}{2}\right)$, entonces $\left|\frac{db}{d\chi}\right| = \frac{k}{4E} \csc^2\left(\frac{\chi}{2}\right)$



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$
- La partícula pasa muy lejos del centro repulsivo y no hay dispersión: $b \to \infty \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \to \infty \Rightarrow \chi = 0$.
- Como $b = \frac{k}{2E} \cot \left(\frac{\chi}{2}\right)$, entonces $\left|\frac{db}{d\chi}\right| = \frac{k}{4E} \csc^2 \left(\frac{\chi}{2}\right)$
- La sección eficaz será $\sigma(\chi) = \frac{1}{\sin \chi} \frac{k}{2E} \cot(\chi/2) \frac{k}{4E} \csc^2(\chi/2) = \frac{k^2}{8E^2} \frac{\cot(\chi/2)\csc^2(\chi/2)}{2\sin(\chi/2)\cos(\chi/2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{k}{2E}\right)^2 \csc^4\left(\frac{\chi}{2}\right)$



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$
- La partícula pasa muy lejos del centro repulsivo y no hay dispersión: $b \to \infty \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \to \infty \Rightarrow \chi = 0$.
- Como $b = \frac{k}{2E} \cot \left(\frac{\chi}{2}\right)$, entonces $\left|\frac{db}{d\chi}\right| = \frac{k}{4E} \csc^2 \left(\frac{\chi}{2}\right)$
- La sección eficaz será $\sigma(\chi) = \frac{1}{\sin \chi} \frac{k}{2E} \cot(\chi/2) \frac{k}{4E} \csc^2(\chi/2) = \frac{k^2}{8E^2} \frac{\cot(\chi/2)\csc^2(\chi/2)}{2\sin(\chi/2)\cos(\chi/2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{k}{2E}\right)^2 \csc^4\left(\frac{\chi}{2}\right)$
- El valor de $\sigma(\chi)$ es grande para $\chi \to 0$, la mayoría de las partículas α pasan sin desviarse mucho.



- Los casos límites para el experimento de Rutherford son
- Choque frontal, la partícula retrocede completamente $b=0\Rightarrow\cot\left(\frac{\chi}{2}\right)=0\Rightarrow\chi=\pi$
- La partícula pasa muy lejos del centro repulsivo y no hay dispersión: $b \to \infty \Rightarrow \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \to \infty \Rightarrow \chi = 0$.
- Como $b = \frac{k}{2E} \cot \left(\frac{\chi}{2}\right)$, entonces $\left|\frac{db}{d\chi}\right| = \frac{k}{4E} \csc^2 \left(\frac{\chi}{2}\right)$
- La sección eficaz será $\sigma(\chi) = \frac{1}{\sin \chi} \frac{k}{2E} \cot(\chi/2) \frac{k}{4E} \csc^2(\chi/2) = \frac{k^2}{8E^2} \frac{\cot(\chi/2)\csc^2(\chi/2)}{2\sin(\chi/2)\cos(\chi/2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{k}{2E}\right)^2 \csc^4\left(\frac{\chi}{2}\right)$
- El valor de $\sigma(\chi)$ es grande para $\chi \to 0$, la mayoría de las partículas α pasan sin desviarse mucho.
- Para $\chi=\pi,\sigma(\pi)$ alcanza su valor mínimo no nulo con una probabilidad pequeña de observar partículas α dispersadas completamente hacia atrás, como en un choque frontal contra otra carga puntual positiva.



