Coordenadas Generalizas y Principios Variacionales

Luis A. Núñez

Escuela de Física, Facultad de Ciencias,
Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia

10 de agosto de 2024

Agenda

Título transparencia

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.

Título transparencia

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0,\ f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t),$

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0,\ f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t)$,
- Por ejemplo, el movimiento ocurre sobre un plano $(z = cte)$, o sobre un círculo $(x^2 + y^2 = cte)$, sobre una esfera $(x^2 + y^2 + x^2 = cte)$, etc.

Título transparencia

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0,\; f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t)$,
- Por ejemplo, el movimiento ocurre sobre un plano $(z = cte)$, o sobre un círculo $(x^2 + y^2 = cte)$, sobre una esfera $(x^2 + y^2 + x^2 = cte)$, etc.
- La cantidad $s = 3N - k$ es el número de **grados de libertad del sistema**, o el número mínimo de coordenadas independientes necesarias para describir el movimiento del sistema.

Título transparencia

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0,\ f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t)$,
- Por ejemplo, el movimiento ocurre sobre un plano $(z = cte)$, o sobre un círculo $(x^2 + y^2 = cte)$, sobre una esfera $(x^2 + y^2 + x^2 = cte)$, etc.
- La cantidad $s = 3N - k$ es el número de **grados de libertad del sistema**, o el número mínimo de coordenadas independientes necesarias para describir el movimiento del sistema.
- Los grados de libertad definen las **coordenadas generalizadas**, $\{q(t)_1, q(t)_2, ..., q(t)_s\}$.

Título transparencia

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0,\ f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t)$,
- Por ejemplo, el movimiento ocurre sobre un plano $(z = cte)$, o sobre un círculo $(x^2 + y^2 = cte)$, sobre una esfera $(x^2 + y^2 + x^2 = cte)$, etc.
- La cantidad $s = 3N - k$ es el número de **grados de libertad del sistema**, o el número mínimo de coordenadas independientes necesarias para describir el movimiento del sistema.
- Los grados de libertad definen las **coordenadas generalizadas**, $\{q(t)_1, q(t)_2, ..., q(t)_s\}$.
- La evolución temporal de estas coordenadas definen las **velocidades generalizadas** $\{\dot{q}(t)_1, \dot{q}(t)_2, ..., \dot{q}(t)_s\}$.

- Consideremos un sistema de N partículas, $i = 1, 2, ..., N$, con vectores posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ tal que $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$. El sistema está descrito por 3N coordenadas.
- Pueden existir restricciones, ligaduras o vínculos entre coordenadas, i.e. relaciones algebraicas o funcionales entre coordenadas: $f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \; f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t) = 0, \cdots f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., t),$
- Por ejemplo, el movimiento ocurre sobre un plano $(z = cte)$, o sobre un círculo $(x^2 + y^2 = cte)$, sobre una esfera $(x^2 + y^2 + x^2 = cte)$, etc.
- La cantidad $s = 3N - k$ es el número de **grados de libertad del sistema**, o el número mínimo de coordenadas independientes necesarias para describir el movimiento del sistema.
- Los grados de libertad definen las **coordenadas generalizadas**, $\{q(t)_1, q(t)_2, ..., q(t)_s\}$.
- La evolución temporal de estas coordenadas definen las **velocidades generalizadas** $\{\dot{q}(t)_1, \dot{q}(t)_2, ..., \dot{q}(t)_s\}$.
- En Mecánica Clásica, el tiempo t es un parámetro.

Título transparencia

-

Recapitulando

En presentación consideramos

1.