

Ejercicio: El Pulo Esfco con Barra Rda

Curso de Mecca Clca

Parte A: Lagrangiano y coordenadas cicas

1. Determine el Lagrangiano del sistema. Para una barra de masa M , el momento de inercia respecto al punto de suspensi:

$$I = \frac{1}{3}M\ell^2$$

2. Escriba:

$$L = \frac{1}{2}I(\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) + Mg\frac{\ell}{2} \cos \theta$$

3. Cus la coordenada cica? Quntidad se conserva?

Parte B: Primeras integrales

4. Usando la conservación de la energía escriba la ecuación de movimiento:

$$\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + V_{\text{ef}}(\theta) = E$$

$$V_{\text{ef}}(\theta) = \frac{p_{\phi}^2}{2I \sin^2 \theta} - Mg \frac{\ell}{2} \cos \theta$$

5. Discuta el papel del momento angular p_{ϕ} en el confinamiento del movimiento.

Parte C: Movimiento en un plano

- ▶ ¿Qué garantiza p_ϕ que la barra oscile en un solo plano?
- ▶ Interprete físicamente $\phi = \text{cte}$: ¿cuál es el plano del movimiento?
- ▶ ¿Qué sucede si la simetría azimutal rota?

Objetivos del ejercicio

- ▶ Aplicar coordenadas generalizadas a un cuerpo rdo con simetría.
- ▶ Distinguir entre coordenadas cíclicas y no cíclicas.
- ▶ Interpretar el potencial efectivo en un sistema rotacional.
- ▶ Contrastar este sistema con el trompo simétrico de Lagrange.