#### Simetrías y cantidades conservadas

#### Luis A. Núñez

Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia



20 de agosto de 2024

## Agenda



- Variables conjugadas
- 2 Sección
- Sección



• Dado un sistema caracterizado por un Lagrangiano  $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ , se define el momento conjugado,  $p_j(q_j, \dot{q}_j, t) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ , (también llamado momento canónico) asociado a la coordenada generalizada  $q_i$ 



- Dado un sistema caracterizado por un Lagrangiano  $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ , se define el momento conjugado,  $p_j(q_j, \dot{q}_j, t) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ , (también llamado momento canónico) asociado a la coordenada generalizada  $q_j$
- El  $p_j$  no necesariamente corresponde a momento lineal; también puede corresponder a momento angular u a otra cantidad.



- Dado un sistema caracterizado por un Lagrangiano  $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ , se define el momento conjugado,  $p_j(q_j, \dot{q}_j, t) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ , (también llamado momento canónico) asociado a la coordenada generalizada  $q_j$
- El  $p_j$  no necesariamente corresponde a momento lineal; también puede corresponder a momento angular u a otra cantidad.
- Si un Lagrangiano L de un sistema no contiene explícitamente una coordenada  $q_i$  (puede contener  $\dot{q}_i$  y t), se dice que  $q_i$  es una coordenada cíclica o ignorable.



- Dado un sistema caracterizado por un Lagrangiano  $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ , se define el momento conjugado,  $p_j(q_j, \dot{q}_j, t) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ , (también llamado momento canónico) asociado a la coordenada generalizada  $q_i$
- El  $p_j$  no necesariamente corresponde a momento lineal; también puede corresponder a momento angular u a otra cantidad.
- Si un Lagrangiano L de un sistema no contiene explícitamente una coordenada  $q_i$  (puede contener  $\dot{q}_i$  y t), se dice que  $q_i$  es una coordenada cíclica o ignorable.
- Entonces, el momento conjugado p<sub>i</sub> asociado a una coordenada cíclica q<sub>i</sub> es constante. Luego, la cantidad p<sub>i</sub> (q<sub>j</sub>, q̇<sub>j</sub>, t) constituye una cantidad conservada, llamada también una primera integral del movimiento.



- Dado un sistema caracterizado por un Lagrangiano  $L(q_j,\dot{q}_j,t)$ , se define el momento conjugado,  $p_j\left(q_j,\dot{q}_j,t\right)\equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ , (también llamado momento canónico) asociado a la coordenada generalizada  $q_i$
- El  $p_j$  no necesariamente corresponde a momento lineal; también puede corresponder a momento angular u a otra cantidad.
- Si un Lagrangiano L de un sistema no contiene explícitamente una coordenada  $q_i$  (puede contener  $\dot{q}_i$  y t), se dice que  $q_i$  es una coordenada cíclica o ignorable.
- Entonces, el momento conjugado p<sub>i</sub> asociado a una coordenada cíclica q<sub>i</sub> es constante. Luego, la cantidad p<sub>i</sub> (q<sub>j</sub>, q̇<sub>j</sub>, t) constituye una cantidad conservada, llamada también una primera integral del movimiento.
- Si una coordenada  $q_i$  es cíclica, entonces  $\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ , y la ecuación de Lagrange para una coordenada cíclica  $q_i$  resulta que  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{dp_i}{dt} = 0 \Rightarrow p_i = \text{cte.}$



























