

Nombre:

Considere las matrices de Pauli

$$\sigma_0 = \mathbf{1}_2 = \delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Con las siguientes propiedades, con $i = 1, 2, 3$ y también $\mu = 0, 1, 2, 3$

- $\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} \mathbf{1} + i \varepsilon_{ijk} \sigma_k$
- $[\sigma_i, \sigma_j] = \sigma_i \sigma_j - \sigma_j \sigma_i = 2i \varepsilon_{ijk} \sigma_k$,
- $\{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 2\delta_{ij} \mathbf{1}$
- $\sigma_i^2 = \mathbf{1}$
- $\sigma^\mu = (\mathbf{1}_2, \sigma_i), \quad \bar{\sigma}^\mu = (\mathbf{1}_2, -\sigma_i).$

1. Construya las matrices de Dirac γ^μ como $\gamma^0 = \sigma_1 \otimes \mathbf{1}_2$, $\gamma^i = -i\sigma_2 \otimes \sigma_i$, $\gamma^5 = -\sigma_3 \otimes \mathbf{1}_2$, donde \otimes es el producto tensorial y pruebe que

$$\gamma^\mu \equiv \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -\mathbf{1}_2 & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_2 \end{pmatrix}.$$

2. Demuestre las relación de Clifford $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu} \mathbf{1}_4$ con $\eta = \text{diag}(+, -, -, -)$
3. Muestre las propiedades de hermiticidad $(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0$, $(\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i$.