Dinámica Hamiltoniana

Luis A. Núñez

Escuela de Física, Facultad de Ciencias,
Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia

4 de noviembre de 2024

Agenda

La formulación lagrangiana

- La formulación lagrangiana de la Mecánica describe el movimiento a partir de una función $L(q_i, \dot{q}_i, t)$, $i = 1, 2, \ldots, s$, sus coordenadas y velocidades generalizadas en el el espacio de configuración $(q_i, \dot{q}_i)$.

La formulación lagrangiana

- La formulación lagrangiana de la Mecánica describe el movimiento a partir de una función $L(q_i, \dot{q}_i, t)$, $i = 1, 2, \ldots, s$, sus coordenadas y velocidades generalizadas en el el espacio de configuración $(q_i, \dot{q}_i)$.
- En la formulación lagrangiana el movimiento de un sistema mecánico con n grados de libertad se rige por n ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.

La formulación lagrangiana

- La formulación lagrangiana de la Mecánica describe el movimiento a partir de una función $L(q_i, \dot{q}_i, t)$, $i = 1, 2, \ldots, s$, sus coordenadas y velocidades generalizadas en el el espacio de configuración $(q_i, \dot{q}_i)$.
- En la formulación lagrangiana el movimiento de un sistema mecánico con n grados de libertad se rige por n ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.
- El movimiento del sistema se determina unívocamente al especificar las $2n$ condiciones iniciales: los valores de las coordenadas q_s y velocidades $\dot{q}_s$ para un instante particular t_0.

La formulación lagrangiana

- La formulación lagrangiana de la Mecánica describe el movimiento a partir de una función $L\left(q_i, \dot{q}_i, t\right), i = 1, 2, \ldots, s$, sus coordenadas y velocidades generalizadas en el el espacio de configuración $\left(q_i, \dot{q}_i\right)$.
- En la formulación lagrangiana el movimiento de un sistema mecánico con n grados de libertad se rige por n ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.
- El movimiento del sistema se determina unívocamente al especificar las $2n$ condiciones iniciales: los valores de las coordenadas q_s y velocidades $\dot{q}_s$ para un instante particular t_0.
- El movimiento se representa geométricamente mediante una trayectoria en el espacio de configuración n-dimensional descrito por las coordenadas generalizadas $q_1, \ldots, q_n$

La formulación hamiltoniana

- La formulación hamiltoniana se desarrolla en el espacio de fase (p_i, q_i), en términos del conjunto de sus coordenadas generalizadas q_i y de sus momentos conjugados p_i.

La formulación hamiltoniana

- La formulación hamiltoniana se desarrolla en el espacio de fase (p_i, q_i), en términos del conjunto de sus coordenadas generalizadas q_i y de sus momentos conjugados p_i.
- La dinámica de hamiltoniana consiste en sustituir las n ecuaciones de Lagrange por un conjunto equivalente de n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

La formulación hamiltoniana

- La formulación hamiltoniana se desarrolla en el espacio de fase (p_i, q_i), en términos del conjunto de sus coordenadas generalizadas q_i y de sus momentos conjugados p_i.
- La dinámica de hamiltoniana consiste en sustituir las n ecuaciones de Lagrange por un conjunto equivalente de n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
- El movimiento se representa por una curva descrita en el espacio de fase, un espacio de $2n$ dimensiones cuyas coordenadas son las variables independientes q_i y p_i.

La formulación hamiltoniana

- La formulación hamiltoniana se desarrolla en el espacio de fase (p_i, q_i), en términos del conjunto de sus coordenadas generalizadas q_i y de sus momentos conjugados p_i.
- La dinámica de hamiltoniana consiste en sustituir las n ecuaciones de Lagrange por un conjunto equivalente de n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
- El movimiento se representa por una curva descrita en el espacio de fase, un espacio de $2n$ dimensiones cuyas coordenadas son las variables independientes q_i y p_i.
- La importancia del formalismo hamiltoniano radica en que proporciona un método potente, general y flexible para la investigación de las cuestiones estructurales más profundas de la mecánica clásica y también en que sirve de fundamento a la mecánica cuántica y a la mecánica estadística.

Título transparencia

- No se trata de sustituir tivialmente las n ecuaciones de Lagrange por un sistema de $2n$ ecuaciones primer orden equivalente mediante un variables $s_i = \dot{q}_i$, $i = 1, \ldots, n$, tratando $q_1, \ldots, q_n$ y $s_1, \ldots, s_n$ como variables independientes.

Título transparencia

- No se trata de sustituir tivialmente las n ecuaciones de Lagrange por un sistema de $2n$ ecuaciones primer orden equivalente mediante un variables $s_i = \dot{q}_i$, $i = 1, \ldots, n$, tratando $q_1, \ldots, q_n$ y $s_1, \ldots, s_n$ como variables independientes.
- Es decir $\dot{q}_i = s_i$, $\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial s_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$, para $i = 1, \ldots, n$, donde $L(q_i, s_i, t)$ es el Lagrangiano del sistema.

Título transparencia

- No se trata de sustituir tivialmente las n ecuaciones de Lagrange por un sistema de $2n$ ecuaciones primer orden equivalente mediante un variables $s_i = \dot{q}_i$, $i = 1, \ldots, n$, tratando $q_1, \ldots, q_n$ y $s_1, \ldots, s_n$ como variables independientes.
- Es decir $\dot{q}_i = s_i$, $\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial s_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$, para $i = 1, \ldots, n$, donde $L(q_i, s_i, t)$ es el Lagrangiano del sistema.
- Estas ecuaciones, involucran a las q_i y s_i de forma muy asimétrica y no son especialmente útiles.