

$$\mathcal{H}_{Cr-Cr} = \begin{pmatrix} 0 & t_{A,Cr}e^{i(k_1-k_2)} & t_{A,Cr}e^{ik_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{A,Cr}e^{i(-k_1+k_2)} & 0 & t_{A,Cr}e^{ik_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{A,Cr}e^{-ik_1} & t_{A,Cr}e^{-ik_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{-ik_2} & t_{in,Cr}e^{-ik_2} & t_{z,Cr}e^{-ik_3} & t_{out,Cr}e^{-i(k_2+k_3)} & t_{out,Cr}e^{-i(k_2+k_3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{ik_2} & 0 & t_{in,Cr} & t_{out,Cr}e^{i(k_2-k_3)} & t_{z,Cr}e^{-ik_3} & t_{out,Cr}e^{-ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{ik_2} & t_{in,Cr} & 0 & t_{out,Cr}e^{i(k_2-k_3)} & t_{out,Cr}e^{-ik_3} & t_{z,Cr}e^{-ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{out,Cr}e^{i(-k_2+k_3)} & t_{out,Cr}e^{i(-k_2+k_3)} & 0 & t_{in,Cr}e^{-ik_2} & t_{in,Cr}e^{-ik_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_{out,Cr}e^{i(k_2+k_3)} & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{out,Cr}e^{ik_3} & t_{in,Cr}e^{ik_2} & 0 & t_{in,Cr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_{out,Cr}e^{i(k_2+k_3)} & t_{out,Cr}e^{ik_3} & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{in,Cr}e^{ik_2} & t_{in,Cr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{ik_1} & t_{in,Cr} & t_{z,Cr}e^{-ik_3} & t_{out,Cr}e^{i(k_1-k_3)} & t_{out,Cr}e^{-ik_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr} & t_{z,Cr}e^{-ik_3} & t_{out,Cr}e^{-i(k_1+k_3)} & t_{out,Cr}e^{-ik_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{-ik_1} & 0 & t_{in,Cr}e^{-ik_1} & t_{out,Cr}e^{-i(k_1+k_3)} & t_{out,Cr}e^{-i(k_1+k_3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{in,Cr}e^{ik_1} & 0 & t_{out,Cr}e^{i(k_1-k_3)} & t_{out,Cr}e^{-ik_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{out,Cr}e^{i(k_1+k_3)} & t_{out,Cr}e^{ik_3} & 0 & t_{in,Cr}e^{ik_1} & t_{in,Cr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{out,Cr}e^{i(-k_1+k_3)} & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{out,Cr}e^{i(-k_1+k_3)} & t_{in,Cr}e^{-ik_1} & 0 & t_{in,Cr}e^{-ik_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{out,Cr}e^{ik_3} & t_{out,Cr}e^{i(k_1+k_3)} & t_{z,Cr}e^{ik_3} & t_{in,Cr} & t_{in,Cr}e^{ik_1} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\psi_{Cr} = \begin{pmatrix} d_{R+,1} \\ d_{R+,2} \\ d_{R+,3} \\ d_{R-,1} \\ d_{R-,2} \\ d_{R-,3} \\ d_{L+,1} \\ d_{L+,2} \\ d_{L+,3} \\ d_{L-,1} \\ d_{L-,2} \\ d_{L-,3} \\ d_{z,1} \\ d_{z,2} \\ d_{z,3} \end{pmatrix}$$

[illegible]

$$\psi_{Fe} = \begin{pmatrix} dz_{+,1} \\ dz_{+,2} \\ dz_{+,3} \\ dz_{-,-1} \\ dz_{-,-2} \\ dz_{R1} \\ dR_2 \\ dR_3 \\ dL_1 \\ dL_2 \\ dL_3 \\ d\tau_{,1} \\ d\tau_{,2} \\ d\tau_{,3} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{H}_{Cr-Fe} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t'_{Cr-Fe} & t'_{Cr-Fe} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t'_{Cr-Fe} & t'_{Cr-Fe} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t'_{Cr-Fe} & t'_{Cr-Fe} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_2+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2+k_3)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{i(-k_2+k_3)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t'_{Cr-Fe} e^{i(-k_2+k_3)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_2} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_2} & t'_{Cr-Fe} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t'_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2)} & t'_{Cr-Fe} e^{ik_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{Cr-Fe} e^{-ik_2} & t'_{Cr-Fe} & t'_{Cr-Fe} e^{-ik_2} & 0 & 0 \\ t_{Cr-Fe} & t_{Cr-Fe} & t_{Cr-Fe} e^{-i(k_1+k_2)} & t_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t_{Cr-Fe} e^{ik_3} & t_{Cr-Fe} e^{i(-k_1-k_2+k_3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2)} & t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2)} & t_{Cr-Fe} & t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2+k_3)} & t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_2+k_3)} & t_{Cr-Fe} e^{ik_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t_{Cr-Fe} e^{ik_1} & t_{Cr-Fe} e^{-ik_2} & t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_3)} & t_{Cr-Fe} e^{i(k_1+k_3)} & t_{Cr-Fe} e^{i(-k_2+k_3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{H}_{NM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes \mathcal{H}_{Cr-Cr} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes \mathcal{H}_{Cr-Fe} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \mathcal{H}_{Cr-Fe}^\dagger + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \mathcal{H}_{Fe-Fe}$$