Monotónnost a extrémy

U následujících funkcí určete definiční obor, maximální intervaly, na kterých je rostoucí / klesající a všechna lokální minima / maxima. Všimněte si, že pokud derivujete podíl, vyjde vám ve jmenovateli druhá mocnina, což je vždy *nezáporný* výraz. Že máte dobře zderivováno si můžete ověřit např. ve WolframuAlpha.

1. $x^3 - 6x^2 + 12x - 4$
2. $3 + 36x - 3x^2 - 2x^3$
3. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$
4. $\dfrac{x+1}{x^2+1}$
5. e^{-x^2}
6. $x \cdot \mathrm{e}^x$
7. $x + \sin x$
8. $\dfrac{\ln x}{x}$

Výsledky

1. Def. obor $\mathbb{R}$, je rostoucí na celém $\mathbb{R}$ a nemá lokální extrémy.

2. Def. obor $\mathbb{R}$, rostoucí na $\langle -3; 2\rangle$, klesající na $(-\infty; -3\rangle$ a $\langle 2; \infty)$, lok. minimum v -3 a lok. maximum v 2.

3. Def. obor $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$, na invervalech $(-\infty; -1)$, $(-1; 0)$ a $(0; \infty)$ je klesající, nemá lokální extrémy.

4. Def. obor $\mathbb{R}$ (jmenovatel není nula pro žádné $x \in \mathbb{R}$), klesající na $(-\infty; -1 - \sqrt{2}\rangle$ a $\langle -1 + \sqrt{2}; \infty)$, rostoucí na $\langle -1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}\rangle$, v $-1 - \sqrt{2}$ je lok. minimum a v $-1 + \sqrt{2}$ je lok. maximum.

5. Def. obor $\mathbb{R}$, rostoucí na $(-\infty; 0\rangle$, klesající na $\langle 0; \infty)$, lok. maximum v 0.

6. Def. obor $\mathbb{R}$, klesající na $(-\infty; -1\rangle$, rostoucí na $\langle -1; \infty)$, lok. minimum v -1.

7. Def. obor $\mathbb{R}$, je rostoucí na celém $\mathbb{R}$ a nemá lokální extrémy.

8. Def. obor $(0; \infty)$, rostoucí na $(0; \mathrm{e}\rangle$, klesající na $\langle \mathrm{e}; \infty)$, lok. maximum v e.