

9. Výpočty s vektory a body

Úloha 1. Mějme body $A[4; -2]$, $B[-2; -1]$, $C[7; 3]$ a vektory $\mathbf{u}(2; -1)$ a $\mathbf{v}(1; 1)$. U následujících výrazů určete, zda je výsledkem bod, vektor, či nesmysl, a pokud nejde o nesmysl, určete jeho souřadnice.

(a) $A - C$

(g) $\mathbf{v} - C$

(b) $\mathbf{u} + A$

(h) $4C - 6A + 3B$

(c) $B - \mathbf{u} + \mathbf{v}$

(i) $\frac{A + B}{2}$

(d) $3\mathbf{v} + 2\mathbf{u}$

(j) $\frac{A - B}{2}$

(e) $\sqrt{2}\mathbf{u} - \pi\mathbf{v}$

(k) $\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B$

(f) $2(B + \mathbf{u}) - A$

Úloha 2. Užívající body z Úlohy 1, určete souřadnice bodu X , který bude od C vzdálen ve stejném směru, jako B od A , ale v třikrát větší vzdálenosti.

Úloha 3. Určete souřadnice bod A tak, aby platilo $\mathbf{u} = B - A$, je-li

(a) $B[1; 3; 3]$, $\mathbf{u} = (3; 1; 2)$

(b) $B[1; 5; 5]$, $\mathbf{u} = (0; 1; -3)$

Úloha 4. U kvádru $ABCD A'B'C'D'$ v trojrozměrném prostoru známe souřadnice bodů $A[-2; 1; 2]$, $B[-1; 2; 2]$, $D[-1; 0; 4]$, $A'[-3; 2; 3]$. Určete souřadnice ostatních bodů. (Nápověda: Využijte vektory $B - A$, $D - A$, $A' - A$.)

Úloha 5. Pracujme s body $K[-2; 1]$ a $L[8; 7]$ a vektory $\mathbf{u}(3; 2)$ a $\mathbf{v}(1; -1)$.

(a) Najděte všechny dvojice reálných čísel r, s , aby platilo $K + r\mathbf{u} + s\mathbf{v} = L$.

(b) Najděte všechny dvojice reálných čísel r, s , aby platilo $L + r\mathbf{u} + s\mathbf{v} = K$.

★ **Úloha 6.** Máme-li body A, B , jak lze *geometricky* popsat bod

(a) $2B - A$,

(b) $\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B$?

Úloha 7. Užívající body z Úlohy 1, určete souřadnice bodu Y , který bude od C vzdálen ve stejném směru, jako B od A , ale bude platit $|CY| = 2$.

Úloha 8. Užívající vektory z Úlohy 1, nalezněte všechna reálná čísla k taková, aby vektor $\mathbf{u} + k\mathbf{v}$ měl velikost 15.

1.

- (a) vektor $(-3; -5)$
- (b) bod $[6; -3]$
- (c) bod $[-3; 1]$
- (d) vektor $(7; 1)$
- (e) vektor $(2\sqrt{2} - \pi; -\sqrt{2} - \pi)$
- (f) bod $[-4; -2]$
- (g) nesmysl
- (h) bod $[-2; 21]$
- (i) bod $[1; -\frac{3}{2}]$
- (j) vektor $(3; -\frac{1}{2})$
- (k) bod $[2; -\frac{5}{3}]$

2. $X[-11; 6] = C + 3(B - A)$

3.

- (a) $A[-2; 2; 1]$
- (b) $A[1; 4; 8]$

4. $C[0; 1; 4], B'[-2; 3; 3], C'[-1; 2; 5], D'[-2; 1; 5]$

5.

- (a) $r = \frac{16}{5}, s = \frac{2}{5}$
- (b) $r = -\frac{16}{5}, s = -\frac{2}{5}$

6.

- (a) jde o bod na polopřímce AB , který leží od B stejně daleko jako A (ale není to A)
- (b) jde o bod na úsečce AB , jehož vzdálenost od B je dvojnásobná oproti vzdálenosti od A ; jinak řečeno, dělí úsečku AB v poměru $1 : 2$

7. $Y[7 - \frac{12}{\sqrt{37}}; 3 + \frac{2}{\sqrt{37}}] = C + \frac{2}{\sqrt{37}}(B - A)$

8. $k_1 = -11, k_2 = 10$