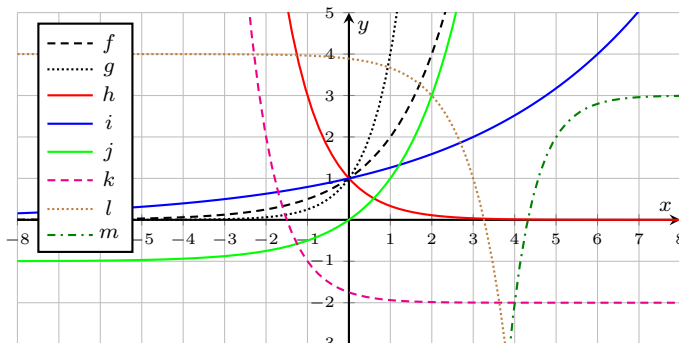


12. Exponenciální a logaritmické funkce

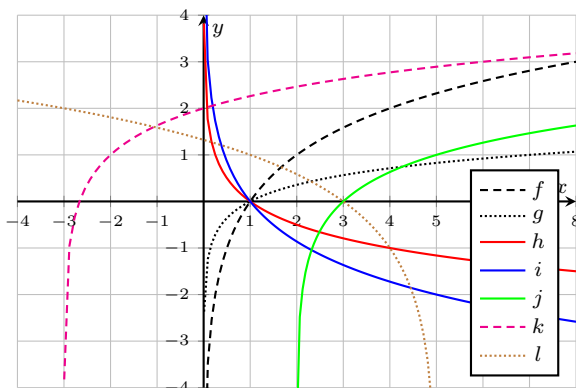
Úloha 1. Určete předpisy následujících („posunutých“) exponenciálních funkcí.



Úloha 2. U funkcí k a l z Úlohy 1 určete souřadnice průsečíků s osami soustavy souřadnic.

Úloha 4. U funkcí k a l z Úlohy 3 určete souřadnice průsečíků s osami soustavy souřadnic.

Úloha 3. Určete předpisy následujících („posunutých“) logaritmických funkcí.



Úloha 5. Načrtněte grafy funkcí:

- (a) $y = 2^{x-2}$
- (b) $y = 2 - 2^x$
- (c) $y = 2^{-x} + 1$
- (d) $y = \log_2(x + 1)$
- (e) $y = \log_2(-x)$
- (f) $y = 2 + \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$

Úloha 6. Funkce f má předpis tvaru $y = a^{x+b}$, kde a, b jsou reálná čísla, $a > 0$. Určete tento předpis, pokud víte, že platí

- (a) $f(1) = 8, f(2) = 16$
- (b) $f(3) = 3, f(5) = 9$

Úloha 7. Určete předpisy inverzních funkcí k následujícím funkcím:

- (a) $y = 3^x$
- (b) $y = 2^{x-1}$
- (c) $y = (\sqrt{2})^{x+3} - 2$
- (d) $y = 3 \cdot 2^{2x+3} - 1$
- (e) $y = \log_3 x$
- (f) $y = 2 + \log_2 x$
- (g) $y = 3 - \log_{\frac{1}{4}} x$
- (h) $y = \log_7(2x + 3)$
- (i) $y = 2 \cdot \log_5\left(\frac{2}{3}x - 4\right) - 1$

Úloha 8. Rozhodněte bez vyčíslování, zda je větší první číslo, nebo druhé: (a) $13^{50}; 13^{50,5}$ (b) $(1,001)^{-4}; (1,001)^{-5}$ (c) $(\frac{5}{7})^{666}; (\frac{5}{7})^{777}$ (d) $\log_{123} 4; \log_{123} 5$ (e) $\ln 0,012; \ln 0,0122$ (f) $\log_{\frac{1}{4}} 10^{-4}; \log_{\frac{1}{4}} 10^{-5}$

★ **Úloha 9.** Dokažte následující tvrzení: pro kladná reálná čísla a, b, x , navíc splňující $a, b \neq 1$ platí

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

1. $f(x) = 2^x$, $g(x) = 4^x$, $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $i(x) = (\sqrt[3]{2})^x$, $j(x) = 2^x - 1$, $k(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - 2$,
 $l(x) = -3^{x-2} + 4$, $m(x) = -\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} + 3$
2. $k: P_x\left[-\frac{3}{2}; 0\right]$, $P_y\left[0; -\frac{7}{4}\right]$; $l: P_x[2 + \log_3 4; 0]$, $P_y\left[0; \frac{35}{9}\right]$
4. $k: P_x\left[-\frac{8}{3}; 0\right]$, $P_y[0; 2]$; $l: P_x[3; 0]$, $P_y[0; \log_2 5 - 1]$
3. $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_7 x$, $h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$, $i(x) = \log_{1/\sqrt{5}} x$, $j(x) = \log_3(x - 2)$,
 $k(x) = \log_3(x + 3) + 1$, $l(x) = \log_2(5 - x) - 1$
6. (a) $y = 2^{x+2}$ (b) $y = (\sqrt{3})^{x-1}$
7. (a) $y = \log_3 x$ (b) $y = \log_2 x + 1$ (c) $y = \log_{\sqrt{2}}(x + 2) - 3$ (d) $y = \frac{1}{2}(\log_2 \frac{x+1}{3} - 3)$ (e) $y = 3^x$
(f) $y = 2^{x-2}$ (g) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+3}$ neboli $y = 4^{x-3}$ (h) $y = \frac{1}{2}(7^x - 3)$ (i) $y = \frac{3}{2}\left(5^{\frac{x+1}{2}} + 4\right)$
8. (a) druhé (b) první (c) první (d) druhé (e) druhé (f) druhé