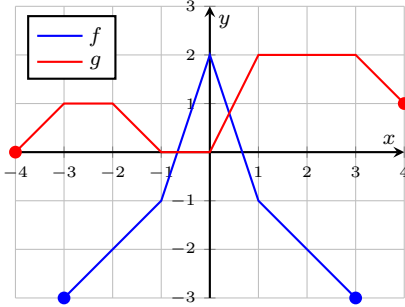


## 8. Skládání funkcí

**Úloha 1.** Mějme funkce  $f: y = x + 2$ ,  $g: y = 2x - 1$ ,  $h: y = x^2 - x$ ,  $i: y = \frac{1}{x}$ . Určete předpisy a definiční obory následujících funkcí: (a)  $f \circ g$  (b)  $g \circ f$  (c)  $f \circ h$  (d)  $h \circ f$  (e)  $i \circ h$  (f)  $h \circ i$  (g)  $i \circ g \circ h \circ f$

**Úloha 2.** O funkci  $f$  víme to, že  $D(f) = (-\infty; 1)$  (a více vědět nepotřebujeme). Jaký definiční obor bude mít funkce  $f \circ w$ , jestliže (a)  $w(x) = x^2$  (b)  $w(x) = -x^2 + 1$  (c)  $w(x) = \frac{1}{x}$ ?

**Úloha 3.** Vizte grafy funkcí  $f$  a  $g$ :



Určete hodnoty:

- $f(0)$
- $(f \circ f)(0)$
- $(f \circ f \circ f)(0)$
- $(f \circ f \circ f \circ f \circ f)(0)$
- $(f \circ g)(3)$
- $(g \circ f)(3)$
- $(f \circ g)(\frac{3}{2})$
- $(g \circ g)(\frac{3}{2})$
- $(g \circ f \circ g)(-1)$
- $(g \circ f \circ g)(-2)$

**Úloha 4.** K funkci  $f$  z Úlohy 3 naleznete takovou lineární funkci  $\ell$  (tj. její předpis), aby platilo  $(\ell \circ f)(1) = 0$  a  $(\ell \circ f)(\frac{2}{3}) = 2$ .

**Úloha 5.** Uvažme funkci  $h: y = x - 2$ . Jak budou vypadat grafy funkcí  $h \circ g$  a  $g \circ h$ , kde  $g$  je z Úlohy 3?

**Úloha 6.** Naleznete všechny lineární funkce  $\ell$  takové, že (a)  $(\ell \circ \ell)(x) = 4x + 2$ , (b)  $(\ell \circ \ell)(x) = -x + 2$ .

(Nápověda: Vyjděte z obecného předpisu lineární funkce  $y = kx + q$ , který jen „složíte se sebou samým“.)

**Úloha 7.** Označme  $a(x) = x + 1$  a  $b(x) = 2x$ .

- Jaký předpis bude mít (lineární!) funkce  $\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{100 \times}$ ?
- Jaký předpis bude mít (lineární!) funkce  $\underbrace{b \circ b \circ \dots \circ b}_{100 \times}$ ?
- Jaký předpis bude mít (lineární!) funkce  $\underbrace{c \circ c \circ \dots \circ c}_{100 \times}$ , kde  $c = a \circ b$ ?

**Úloha 8.** Rozhodněte, pro které z následujících vlastností  $\heartsuit$  platí výrok „Složení dvou  $\heartsuit$  funkcí je vždy  $\heartsuit$ .“

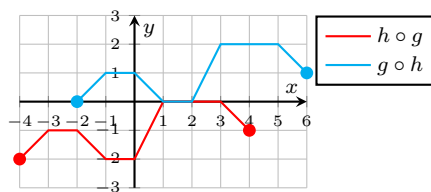
- lineární
- kvadratická
- prostá
- rostoucí
- klesající
- sudá
- lichá.

1. (a)  $y = (2x - 1) + 2 = 2x + 1, \mathbb{R}$   
 (b)  $y = 2(x + 2) - 1 = 2x + 3, \mathbb{R}$   
 (c)  $y = x^2 - x + 2, \mathbb{R}$  (d)  $y = (x + 2)^2 - (x + 2), \mathbb{R}$   
 (e)  $y = \frac{1}{x^2 - x}, \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$  (f)  $y = \left(\frac{1}{x}\right)^2 - \frac{1}{x}, \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 (g)  $y = \frac{1}{2((x+2)^2 - (x+2)) - 1}, \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}(-3 \pm \sqrt{3})\right\}$

2. (a)  $\langle -1; 1 \rangle$  (b)  $\mathbb{R}$  (c)  $(-\infty; 0) \cup \langle 1; \infty \rangle$

3. (a) 2 (b) -2 (c) -2 (d) -2 (e) -2  
 (f) 1 (g) -2 (h) 2 (i) 2 (j) 0

4.  $\ell(x) = 2x + 2$



5.

6. (a) dvě řešení:  $\ell_1(x) = 2x + \frac{2}{3}$  a  $\ell_2(x) = -2x - 2$   
 (b) taková  $\ell$  neexistuje

7. (a)  $y = x + 100$  (b)  $y = 2^{100}x$   
 (c)  $y = 2^{100}x + 2^{100} - 1$

8. (a) ano (b) ne (c) ano (d) ano  
 (e) ne, bude rostoucí (f) ano (g) ano