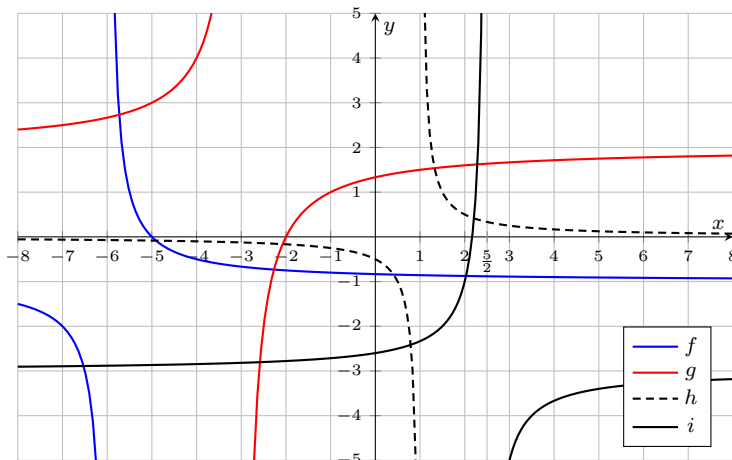


5. Lineární lomené funkce

Úloha 1. Upravte následující předpisy lineárních lomených funkcí do středového tvaru: (a) $y = \frac{2x+1}{x+1}$
(b) $y = \frac{1+x}{1-x}$ (c) $y = \frac{2x+1}{3x+1}$ (d) $y = \frac{-x+2}{2x-3}$.

Úloha 2. Určete předpisy lineárních lomených funkcí f , g , h , i , jejichž grafy jsou níže.



Úloha 3. U funkcí z úlohy 2 určete definiční obory a obory hodnot.

Úloha 4. K funkcím z úlohy 2 určete předpisy inverzních funkcí. (Možná si při tom něčeho všimnete, čímž se to stane početně velmi jednoduchým...)

Úloha 5. K funkcím z úlohy 2 určete souřadnice průsečíků s osami soustavy souřadnic.

Úloha 6. Načrtněte grafy následujících funkcí; výsledky si můžete zkontrolovat v GeoGebře nebo Photomathu atd. (nebo se mě zeptejte). (a) $y = \frac{1}{x-1}$ (b) $y = \frac{x}{x+2}$ (c) $y = \frac{2x-1}{2x+1}$ (d) $y = \frac{1}{2|x|+1} - 1$
(e) $y = \left| \frac{1}{2x+1} - 1 \right|$ (f) $y = \frac{1}{x+|x|+1} - 1$ (g) $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Úloha 7. Nalezněte předpis lineární lomené funkce, jejíž graf prochází body (a) $[0; -1]$, $[1; 1]$, $[2; 2]$
(b) $[0; 0]$, $[1; 1]$, $[2; 2]$.

Úloha 8. Rozhodněte následující:

(a) Jaké mají lineární lomené funkce extrémy?

(b) Mohou být lineární lomené funkce liché? Sudé? Prosté? Shora/zdola omezené?

★ **Úloha 9.** Funkce $y = \frac{1}{x}$ je příkladem lineární lomené funkce, která je sama sobě inverzní funkcí. Nalezněte příklad(y) dalších takových lineárních lomených funkcí, případně je nalezněte všechny.

1. (a) $y = -\frac{1}{x+1} + 2$ (b) $y = -\frac{2}{x-1} - 1$ (c) $y = \frac{\frac{1}{9}}{x+\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}$ (d) $y = \frac{\frac{1}{4}}{x-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}$
2. $f(x) = \frac{1}{x+6} - 1$, $g(x) = -\frac{2}{x+3} + 2$, $h(x) = \frac{1}{2(x-1)}$, $i(x) = -\frac{1}{x-\frac{5}{2}} - 3$
3. $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-6\}$, $H(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $D(g) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$, $H(g) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$,
 $D(h) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $H(h) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $D(i) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\}$, $H(i) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$
4. $f^{-1}(x) = \frac{1}{x+1} - 6$, $g^{-1}(x) = -\frac{2}{x-2} - 3$, $h^{-1}(x) = \frac{1}{2x} + 1$, $i^{-1}(x) = -\frac{1}{x+3} + \frac{5}{2}$
5. $f: P_y[0; -\frac{5}{6}]$, $P_x[-5; 0]$; $g: P_y[0; \frac{4}{3}]$, $P_x[-2; 0]$; $h: P_y[0; -\frac{1}{2}]$, P_x neexistuje; $i: P_y[0; -\frac{13}{5}]$, $P_x[\frac{13}{6}; 0]$
7. (a) $y = -\frac{12}{x+2} + 5$ (b) neexistuje
8. (a) žádné (b) liché ano (např. $y = \frac{1}{x}$), sudé nikdy, prosté vždy, shora ani zdola omezené nejsou nikdy
9. např $y = \frac{1}{x-1} + 1$; obecně jde o funkce tvaru $y = \frac{c}{x-d} + d$, kde $c \neq 0$