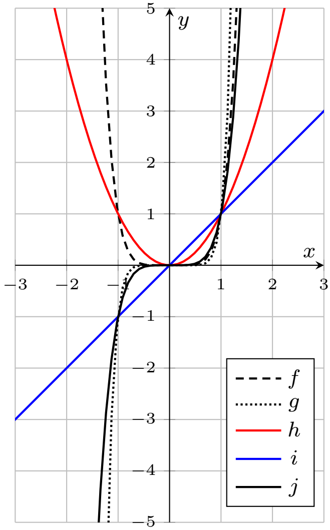
6. Mocninné funkce s celočíselnými exponenty

Úloha 1. Jaký je definiční obor funkce $f\colon y = x^0$? Jak vypadá její graf?

Úloha 2. Přiřaďte funkcím předpisy $y = x^1$, x^2, x^5, x^6, x^9.



Úloha 3. V této úloze uvažujeme jen mocninné funkce s **kladným celočíselným** exponentem. Rozhodněte:

(a) Pro která $n \in \mathbb{N}$ je funkce s předpisem $y = x^n$ (shora/zdola) omezená?

(b) Pro která $n \in \mathbb{N}$ je funkce s předpisem $y = x^n$ rostoucí/klesající? Pokud není, je rostoucí/klesající alespoň na nějakých intervalech?

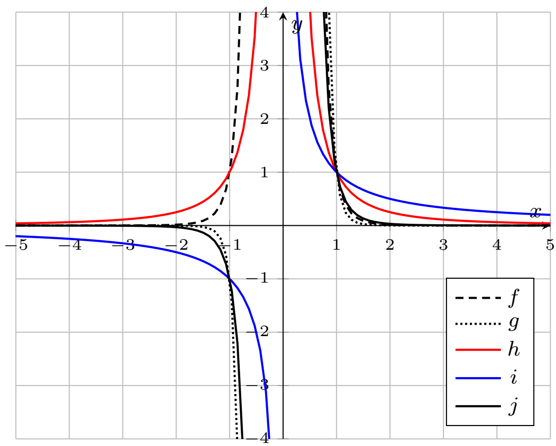
(c) Jaké má funkce $y = x^n$ extrémy (v závislosti na $n \in \mathbb{N}$)?

(d) Jaký má funkce $y = x^n$ obor hodnot (v závislosti na $n \in \mathbb{N}$)?

Úloha 4. Načrtněte grafy funkcí (a) $y = x^3 + 1$ (b) $y = (x+1)^3$ (c) $y = (x+1)^3+1$ (d) $y = 2x^3$ (e) $y = 2(x+1)^3$ (f) $y = 2(x+1)^3 - 1$ (g) $y = -\frac{1}{2}x^3$ (h) $y = |x^3 - 1|$

Úloha 5. Jaký definiční obor bude mít funkce $f\colon y = x^n$, jestliže n je celé **záporné** číslo? Jaký obor hodnot?

Úloha 6. Přiřaďte funkcím předpisy $y = x^{-1}$, x^{-2}, x^{-5}, x^{-6}, x^{-9}.



1. $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, graf je konstantí jednička, ale pro $x = 0$ je to nedefinované (tj. „prázdné kolečko“)

2. $f(x) = x^6$, $g(x) = x^9$, $h(x) = x^2$, $i(x) = x^1$, $j(x) = x^5$

3. **(a)** pro sudá n je zdola omezená, pro lichá ani shora ani zdola **(b)** pro lichá n je rostoucí, pro sudá n je klesající na $(-\infty; 0\rangle$ a rostoucí na $\langle 0; \infty)$ **(c)** pro lichá n žádné, pro sudá n má ostré globální minimum v $x = 0$ **(d)** pro lichá n je to celé $\mathbb{R}$, pro sudá n to je $\rangle 0; \infty)$

5. $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, pro sudá n je $H(f) = (0; \infty)$, pro lichá n pak $H(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

6. $f(x) = x^{-6}$, $g(x) = x^{-9}$, $h(x) = x^{-2}$, $i(x) = x^{-1}$, $j(x) = x^{-5}$