Tělesa

Definice. *Platónské těleso* je konvexní mnohostěn splňující

(1) všechny stěny jsou shodné pravidelné mnohoúhelníky,

(2) z každého vrcholu vede stejný počet hran.

Úloha 1. Nalezněte příklad tělesa, které bude splňovat podmínku (1) z definice platónských těles, ale ne (2).

Úloha 2. Jaké vlastně stěny mohou platónská tělesa mít? Kolik nejméně/nejvíce mohou mít ony stěnové mnohoúhelníky mít stran? (Proč?)

Úloha 3. Máme-li platónské těleso, jehož stěny jsou pravidelné n-úhelníky a z každého vrcholu vychází d hran, vyjádřete

(a) počet hran e pomocí počtu stěn f, n a d,

(b) počet vrcholů v pomocí f, n a d.

(Vyjádření nemusí využít všechny neznámé.)

Úloha 4. Pomocí Eulerova vzorce $v - e + f = 2$ a výsledků úloh 2 a 3 odvoďte, jaká přesně mohou existovat platónská tělesa; ke každému určete, kolik má stěn, hran a vrcholů, stupeň vrcholů d a počet stran stěn n.

Úloha 5. Proč jsou ve výsledné tabulce určité „symetrie“?

Úloha 6. Zkuste nalézt/popsat těleso (spočíst, kolik bude mít jakých stěn), v jehož každém vrcholu se stýkají

(a) dva šestiúhelníky a jeden trojúhelník,

(b) dva osmiúhelníky a jeden trojúhelník,

(c) dva čtverce a dva trojúhelníky,

(d) tři čtverce a jeden trojúhelník.

(Všechny mnohoúhelníky uvažujeme *pravidelné*.)

1. třeba slepíme dva pravidelné čtyřstěny podél jedné stěny

2. mohou to být max. pětiúhelníky

3. (a) $e = \frac{1}{2}nf$ (b) $v = \frac{fn}{d}$

4.

f	v	e	n	d
4	4	6	3	3
6	8	12	4	3
8	6	12	3	4
12	20	30	5	3
20	12	30	3	5

5. jistě jste na to přišli

6. (a) čtyři šestiúhelníky, čtyři trojúhelníky (b) šest osmiúhelníků, osm trojúhelníků (c) šest čtverců, osm trojúhelníků (d) osmnáct čtverců, osm trojúhelníků