## Kolmost a odchylky v prostoru

Ve všech úlohách značí  $S_{XY}$  střed úsečky XY.

**Úloha 1.** Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, jehož stěny jsou rovnostranné trojúhelníky, S je střed podstavy a P střed hrany AV. Určete odchylky přímek (a) BC a SV, (b) AB a CV, (c) AD a CV, (d) BV a CP, (e) SV a BP.

**Úloha 2.** V kvádru ABCDEFGH s rozměry |AB|=6, |BC|=3, |AE|=8 (kde S je střed horní stěny a  $M=S_{AE}$ ,  $N=S_{BF}$ ) určete odchylky přímek (a) BE a CG, (b) EG a BD, (c) AE a BS, (d) BM a NG, (e) AC a BS.

**Úloha 3** (Čistě rovinná). Ve čtverci ABCD jsme zvolili body X na straně CD a Y na straně AD tak, že |CX| = |DY|. Zdůvodněte, proč jsou na sebe úsečky BX a CY kolmé.



**Definice.** Řekneme, že přímka p je kolmá k rovině  $\varrho$ , pokud je p kolmá ke všem přímkám v rovině  $\varrho$ . Značení:  $p \perp \varrho$ .

**Pozorování** (Kritérium kolmosti přímky a roviny). *Je-li přímka p kolmá ke dvěma různoběžným přímkám v rovině*  $\varrho$ , pak je p kolmá k  $\varrho$ .

**Úloha 4.** Pomocí Kritéria zdůvodněte, proč jsou na sebe kolmé následující dvojice přímek a rovin v krychli ABCDEFGH: (a) EG a BDH, (b)  $BS_{FG}$  a  $CDS_{BF}$ , (c)  $AS_{CD}$  a  $BFS_{EH}$ , (d) FD a ACH.

**Úloha 5.** Rozmyslete si v krychli ABCDEFGH, co bude kolmým průmětem (a) bodů E a  $S_{AH}$  do roviny BCG, (b) bodů B a  $S_{AB}$  do roviny CDE, (c) bodu  $S_{FG}$  do roviny  $S_{AB}EH$ , (d) úsečky AB do roviny ACG, (e) bodu F do roviny ACH.

- $\star$  Úloha 6. V krychli ABCDEFGH zvolme body X, Y, Z libovolně uvnitř stran AB, AD a AE. Nechť O je kolmý průmět A do roviny XYZ. (a) Dokažte, že přímka XO je kolmá na přímku YZ (a podobně pro další dva body). (b) Co je zač O v trojúhelníku XYZ? Co jsme právě dokázali?
- \* Úloha 7 (Nijak nesouvisející s předchozím). Uzavřená lomená čára, která sama sebe neprotíná, prochází všemi vrcholy určité krychle a láme se pouze v nich. Dokažte, že alespoň jeden segment oné čáry se shoduje s hranou oné krychle.

- $\mathbf{1.}$  (a)  $90^{\circ}$  (b)  $60^{\circ}$  (c)  $60^{\circ}$  (d) cca  $77^{\circ}5'$  (e) cca  $65^{\circ}54'$
- **2.** (a)  $36^{\circ}52'$  (b)  $53^{\circ}8'$  (c)  $22^{\circ}45'$  (d)  $63^{\circ}40'$  (e)  $76^{\circ}35'$