

Test na průběh funkce – ukázka

Pro funkci

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$$

určete:

1. definiční obor,
2. limity v nevlastních bodech a jednostranné limity v bodech mimo def. obor, kde existují,
3. 1. derivaci a její nulové body,
4. lokální extrémy, intervaly monotónnosti,
5. 2. derivaci a její nulové body,
6. inflexní body, intervaly konvexnosti a konkávnosti,
7. asymptoty,
8. obor hodnot,
9. náčrtek grafu.

Výsledky

1. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$,
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0_+} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 0_-} f(x) = -\infty$
3. $f'(x) = 1 - x^{-2}$, stac. body ± 1
4. rostoucí na $(-\infty; -1\rangle$ a $\langle 1; \infty)$, klesající na $\langle -1; 0)$ a $(0; 1\rangle$, lok. max. v -1 a lok. min. v 1
5. $f''(x) = 2x^{-3}$, nemá nulové body
6. inflexní body nejsou, konkávní na $(-\infty; 0)$, konvexní na $(0; \infty)$
7. bez směrnice $x = 0$, se směrnicí $y = x + 1$ jak v ∞ , tak $-\infty$.
8. $(-\infty; -1\rangle \cup \langle 3; \infty)$
9. viz např. Geogebra...