Procvičování rovnic

Úloha 1. Rozhodněte, které z výroků platí (přeskočte ($\star$c) a vraťte se k němu, jen když vám zbude čas po ostatních úlohách):

(a) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}\ \exists x \in \mathbb{R}\colon ax^2 + bx + c = 0$

(b) $\exists a, b, c \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\colon ax^2 + bx + c = 0$

($\star$c) $\forall a, b \in \mathbb{R}\ \exists c, x \in \mathbb{R}\colon ax^2 + bx + c = 0$

Úloha 2. Nalezněte všechna řešení následujících rovnic; kde je to potřeba, určete **podmínky**, za kterých jsou výrazy definovány:

(a) $\left(2x + \frac{5}{4}\right)(2x+1)(x+2) = 0$

(b) $\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x+1}\right)\left(\dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x+1}\right) = 0$

(c) $2x^2 - 16x + 32 = 0$

(d) $3x^2 + 3x + 1 = 0$

(e) $\dfrac{3x-2}{2x+1} = \dfrac{3}{2}$

(f) $\dfrac{2}{x-3} + 1 = \dfrac{x-1}{x-3}$

(g) $\dfrac{x}{x-2} - \dfrac{x+1}{2-x} = 0$

(h) $x^2 = (x+1)(x+2)$

(i) $x^2 + 4x - 2 = 0$

(j) $x^2 = 50$

(k) $(x^2 + 3x - 4)(x^2 + 3x + 4) = 0$

(l) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{3}{1-x}$

(m) $-\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{3}{1-x}$

Úloha 3. Vymyslete kvadratickou rovnici, jejíž kořeny budou

(a) 3 a 4

(b) -3 a -4

(c) jenom -3

(d) $-1 + \sqrt{3}$ a $-1 - \sqrt{3}$

(e) $\sqrt{2}$ a $\sqrt{3}$

1.

(a) 0

(b) 1

(c) 1

2.

(a) $\{-\frac{5}{8}; -\frac{1}{2}; -2\}$

(b) $\{1; -2\}$, $x \neq 0, -1$

(c) $\{4\}$

(d) $\emptyset$

(e) $\emptyset$, $x \neq -\frac{1}{2}$

(f) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, $x \neq 3$

(g) $\{-\frac{1}{2}\}$, $x \neq 2$

(h) $\{-\frac{2}{3}\}$

(i) $\{-2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}\}$

(j) $\{5\sqrt{2}; -5\sqrt{2}\}$

(k) $\{-1; 4\}$

(l) $\{\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}); \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3})\}$, $x \neq \pm 1, 0$

(m) $\{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\}$, $x \neq \pm 1, 0$

3.

(a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

(b) $x^2 + 7x + 12 = 0$

(c) $x^2 + 6x + 9 = 0$

(d) $x^2 + 2x - 2 = 0$

(e) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$