

10. Výpočty s logaritmy

Úloha 1. Určete bez techniky, mezi jakými dvěma celými čísly leží tyto hodnoty:

- (a) $\log 7386,32$ (b) $\log_2 100$ (c) $\log_5 500$ (d) $\log 0,3$ (e) $\log 0,00425$

Úloha 2. Určete bez techniky následující hodnoty:

(a) $\log_3(1 + \log_3 9)$

(b) $\log_2(\log_3 \sqrt{3})$

(c) $\log(\underbrace{\log 100 \dots 00}_{100 \text{ nul}})$

(d) $3 \log_2 \frac{5}{3} - 2 \log_2 \frac{10}{9} + \log_2 \frac{1}{30}$

(e) $2^{\log_2 3} + 3^{\log_3 5}$

Úloha 3. Najděte všechna $x \in (0; \infty)$, pro něž platí

(a) $\log_3 x = 4$

(c) $\log_{17} x = 1$

(e) $\log_2 x = -\frac{1}{3}$

(b) $\log_{\frac{1}{5}} x = -1$

(d) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$

(f) $\log x = -\frac{3}{5}$

Úloha 4. Najděte všechna $a \in (0; \infty)$, pro něž platí

(a) $\log_a 27 = 3$

(c) $\log_a 4 = \frac{1}{4}$

(e) $\log_a 5 = -1$

(b) $\log_a \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

(d) $\log_a 8 = 6$

(f) $\log_a \sqrt{8} = 3$

Úloha 5. Upravte na jeden logaritmus:

(a) $2 \log 4 + \log 3 - \log 6$

(c) $2 \log_{\frac{1}{5}} 4 + \log_{\frac{1}{5}} 3 - \log_{\frac{1}{5}} 6$

(b) $\log_6 12 - \log_6 \frac{1}{12} - 2$

(d) $\ln 4 + \ln \frac{1}{3} - 2 \left(\ln 2 + \ln \frac{1}{4} \right)$

Úloha 7. Vypočítejte x , víte-li, že a, b, c jsou kladná reálná čísla:

(a) $\log x = 0,5 \log a + 3 \log b - 2 \log c$

(b) $\log x = \frac{1}{2} \log a - \log b - \frac{3}{5} \log c + 1$

(c) $\log_2 x = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b + 4$

(d) $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{4} \left(\log_{\frac{1}{2}} a + 3 \log_{\frac{1}{2}} b \right) - 2 + \log_{\frac{1}{2}} c$

Úloha 8. Vyjádřete výrazy pomocí $\log a, \log b, \log c$, jsou-li a, b, c kladná reálná čísla.

(a) $\log \frac{a^2 b^3}{100 \sqrt{c}}$ (b) $\log \sqrt{\frac{10a}{bc}}$

1. (a) $3a^4$ (b) $6a^7$ (c) $3a^4$ (d) $-1a^0$ (e) $-3a^{-2}$
2. (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) -3 (e) 8
3. (a) $3^4 = 81$ (b) 5 (c) 17 (d) 4 (e) $2^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ (f) $10^{-\frac{3}{5}}$
4. (a) 3 (b) $\frac{1}{27}$ (c) 256 (d) $\sqrt{2}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\sqrt{2}$
5. (a) $\log 8$ (b) $\log_6 4$ (c) $\log_{\frac{1}{5}} 8$ (d) $\ln \frac{16}{3}$
7. (a) $a^{\frac{1}{2}}b^3c^{-2}$ (b) $10a^{\frac{1}{2}}b^{-1}c^{-\frac{3}{5}}$ (c) $16a^3b^2$ (d) $4(ab^3)^{\frac{1}{4}}c$
8. (a) $2\log a + 3\log b - \frac{1}{2}\log c - 2$ (b) $\frac{1}{2}(\log a - \log b - \log c + 1)$