Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

Derivace funkce

Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

$$\text{Derivace funkce} \begin{cases} \text{je vlastní (tj. reálné číslo),} \\ \text{je nevlastní (tj. } \pm\infty\text{) – to vůbec nebudeme uvažovat,} \\ \text{vůbec neexistuje.} \end{cases}$$

Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

$$\text{Derivace funkce} \begin{cases} \text{je vlastní (tj. reálné číslo),} \\ \text{je nevlastní (tj. } \pm\infty\text{) – to vůbec nebudeme uvažovat,} \\ \text{vůbec neexistuje.} \end{cases}$$

Bude potřeba si dávat (trochu) pozor na definiční obory funkce a její derivace

Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

$$\text{Derivace funkce} \begin{cases} \text{je vlastní (tj. reálné číslo),} \\ \text{je nevlastní (tj. } \pm\infty\text{) – to vůbec nebudeme uvažovat,} \\ \text{vůbec neexistuje.} \end{cases}$$

Bude potřeba si dávat (trochu) pozor na definiční obory funkce a její derivace (ten může být menší).

Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

$$\text{Derivace funkce} \begin{cases} \text{je vlastní (tj. reálné číslo),} \\ \text{je nevlastní (tj. } \pm\infty\text{) – to vůbec nebudeme uvažovat,} \\ \text{vůbec neexistuje.} \end{cases}$$

Bude potřeba si dávat (trochu) pozor na definiční obory funkce a její derivace (ten může být menší).
Platí následující věta:

Věta

Má-li funkce f v nějakém bodě derivaci, je v tom bodě spojitá.

Úvodní varování

Derivace je nějaká limita, takže:

$$\text{Derivace funkce} \begin{cases} \text{je vlastní (tj. reálné číslo),} \\ \text{je nevlastní (tj. } \pm\infty\text{) – to vůbec nebudeme uvažovat,} \\ \text{vůbec neexistuje.} \end{cases}$$

Bude potřeba si dávat (trochu) pozor na definiční obory funkce a její derivace (ten může být menší).
Platí následující věta:

Věta

Má-li funkce f v nějakém bodě derivaci, je v tom bodě spojitá.

…ovšem ne všechny spojité funkce musí mít derivaci všude! (Např. $|x|$ nemá derivaci v 0).

Pravidla pro derivování

Už víme

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

Pravidla pro derivování

Už víme

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

Kromě toho v bodech, kde je g nenulová, platí:

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Pravidla pro derivování

Už víme

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

Kromě toho v bodech, kde je g nenulová, platí:

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Přesné znění:

Věta

Mají-li funkce f, g v bodě x_0 derivaci, pak v tomto bodě mají derivace i $f+g$, $f \cdot g$ a je-li $g(x_0) \neq 0$, tak také $\frac{f}{g}$ a platí
$(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$,
$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
a $\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0) \cdot g(x_0) - f(x_0) \cdot g'(x_0)}{g^2(x_0)}$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory;

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' =$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' =$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^m - 1 \cdot (x^m)'}{(x^m)^2} =$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^m - 1 \cdot (x^m)'}{(x^m)^2} = \frac{-mx^{m-1}}{x^{2m}} =$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^m - 1 \cdot (x^m)'}{(x^m)^2} = \frac{-mx^{m-1}}{x^{2m}} = -mx^{-m-1} =$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^m - 1 \cdot (x^m)'}{(x^m)^2} = \frac{-mx^{m-1}}{x^{2m}} = -mx^{-m-1} = nx^{n-1},$$

Derivace mocninných funkcí podruhé

Už víme, že $(x^n)' = nx^{n-1}$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ (a $x \in \mathbb{R}$).
Pro záporná n to platí také, jen pozor na definiční obory; položíme $m = -n$ a máme

$$(x^n)' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^m - 1 \cdot (x^m)'}{(x^m)^2} = \frac{-mx^{m-1}}{x^{2m}} = -mx^{-m-1} = nx^{n-1},$$

což platí pro všechna $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat")

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat“)
- $(\sin x)' = \cos x$

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat“)
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat“)
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ pro $x \in \mathbb{R}^+$

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat“)
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ pro $x \in \mathbb{R}^+$
- $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Derivace dalších elementárních funkcí

- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ („e^x nelze zderivovat“)
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ pro $x \in \mathbb{R}^+$
- $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$
- $(\operatorname{cotg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$ pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Derivace složené funkce

Věta

Jestliže funkce g má derivaci v bodě x_0 a funkce f v bodě $z_0 = g(x_0)$, pak také *složená funkce* $f \circ g$ má derivaci v bodě x_0 a platí

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0)) \cdot g'(x_0).$$

Derivace složené funkce

Věta

Jestliže funkce g má derivaci v bodě x_0 a funkce f v bodě $z_0 = g(x_0)$, pak také *složená funkce* $f \circ g$ má derivaci v bodě x_0 a platí

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0)) \cdot g'(x_0).$$

Též nazývané řetízkové pravidlo (chain rule).