# 24. Rozloučení s analytickou geometrií

**Úloha 1.** Mějme parabolu $r$ danou rovnicí $-2(x+1) = (y-1)^2$. Nalezněte tečny k $r$ z bodu $B[3;2]$.

**Úloha 2.** Stejné $r$ a $B$ jako v Úloze 1, ale nyní se mají najít všechny přímky procházející $B$, které mají s $r$ právě jeden společný bod.

**Úloha 3.** Kružnice $k$ má střed v počátku a poloměr 1. Parabola $r$ má za osu souměrnosti osu $x$, její ohnisko je „vpravo“ od vrcholu a její parametr je $\frac{1}{2}$; určete souřadnice jejího vrcholu tak, aby měla s $k$ společné právě dva body.

**Úloha 4.** V závislosti na parametru $t \in \mathbb{R}$ rozhodněte, o jaký geometrický útvar se jedná: (a) $x^2 + y^2 = t$, (b) $x^2 + ty^2 = 1$, (c) $x^2 + tx + y^2 = 1$, (d) $x^2 - y^2 - ty = 1$.

**Úloha 5.** Určete obecnou rovnici roviny, která prochází body $[3;0;0]$, $[0;2;0]$ a $[0;0;4]$. Napadne vás rychlá metoda, jak to určovat, pokud máte zadány body ležící na osách?

**Úloha 6.** Vypočítejte vzdálenost bodu $M[3;-1;4]$ od přímky $AB$, kde $A[0;2;1]$, $B[1;3;0]$.

**Úloha 7.** Najděte obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $A[1;-2;4]$ a je kolmá na roviny $\varrho\colon 2x + y - 3z + 7 = 0$, $\sigma\colon x - 2y - z + 4 = 0$.

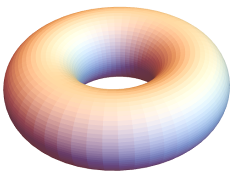
**Úloha 8.** Ukažte na příkladu, že vektorový součin není asociativní, tj. nalezněte tři vektory $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$, které budou splňovat $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w} \neq \mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$.

**Úloha 9.** Dokažte, že vzdálenost dvou (nezbytně rovnoběžných) přímek v rovině, jejichž obecné rovnice jsou $p\colon ax + by + c_1 = 0$ a $q\colon ax + by + c_2 = 0$, je dána vztahem

$$\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

⋆ **Úloha 10.** Rovnice $x^2 - x - 2xy + y^2 - y = 0$ popisuje určitou parabolu. Zkuste odhadnout, jak vypadá, a určit její parametr. (Nápověda: Všimněte si určité symetrie.)

⋆ **Úloha 11.** Spočtěte objem toru, jehož „roura“ má poloměr 1 a poloměr prázdné části je rovněž 1. (Nápověda: Jde o „rozdíl“ dvou rotačních těles.)



**1.** $x - 2y + 1 = 0$ v bodě $[-3; -1]$ a $x + 4y - 11 = 0$ v bodě $[-9; 5]$
**2.** kromě těch dvou tečen to je ještě $y = 2$
**3.** $\left[-\frac{5}{4}; 0\right]$ a pak všechny $[s; 0]$, kde $s \in (-1; 1)$
**4.** **(a)** $t > 0$: kružnice, $t = 0$: bod, $t < 0$: prázdná množina **(b)** $t < 0$: hyperbola, $t = 0$: dvě rovnoběžné přímky, $t > 0$: elipsa (pro $t = 1$ kružnice) **(c)** vždy jde o kružnici **(d)** $t \in \{-2; 2\}$: dvě různoběžné přímky, $t \notin \{-2; 2\}$: hyperbola
**5.** $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z - 1 = 0$, z čehož je ta metoda snad vidět
**6.** $2\sqrt{6}$
**7.** $x + y + 2z - 2 = 0$
**8.** např. $\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{e}_1$, $\mathbf{w} = \mathbf{e}_2$
**9.** vzdálenost $p$ a $q$ lze spočítat jako vzdálenost libovolného bodu $q$ od $p$; vezmeme-li libovolný bod $B[x_0; y_0]$ ležící na $q$, pak jeho vzdálenost od $p$ je dána vztahem $\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}|ax_0 + by_0 + c_1|$, ovšem $ax_0 + by_0 = -c_2$, protože $B \in q$
**10.** jde o parabolu s vrcholem v počátku, která je symetrická podle osy $y = x$, parametr je $\frac{\sqrt{2}}{4}$
**11.** $4\pi^2$