

1. Kolik schodů musí člověk vystoupat na hlavním schodišti z přízemí do 3. patra? (Počítá se i „závěrečný schod“)

81

2. Nalezněte všechna reálná řešení $x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{3}x - \sqrt{6} = 0$.

$\sqrt{2}, -\sqrt{3}$

3. Vyřešte kongruenci $12x \equiv 14 \pmod{47}$.

$x \equiv 9 \pmod{47}$

4. Kolik hran bude mít strom s 50 vrcholy?


49

5. Spočtěte determinant $\begin{vmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \\ -1 & -4 & 1 \end{vmatrix}$.

34

6. Nalezněte příklad skóre, které budou mít hned *tři* neisomorfní grafy, a sestrojte ony grafy. Připojíme vrchol někam na cestu.

7. Nalezněte polynom 2. stupně f , který bude splňovat $f(1) = 1$, $f(0) = -4$, $f(-2) = -2$
 $2x^2 + 3x - 4$.

8. Kolik koster má tento graf:  ?

15

9. Hrajeme hru „odeber 1, 2, či 4 sirky, kdo nemůže, prohrál“. Určete hodnoty SG funkce pro stavy, kdy je na stole 0–9 sirek.

0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0

10. Sestrojte alespoň dva navzájem neisomorfní grafy se skóre $(1, 1, 3, 3, 3, 3)$.

$K_4 + K_2$, cesta délky 5 s napojeným vrcholem doprostřed

11. Vyřešte soustavu kongruencí $3x \equiv 4 \pmod{11}$, $2x \equiv 3 \pmod{5}$.

$x \equiv 49 \pmod{55}$

12. Nalezněte všechna řešení soustavy rovnic $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & | & 3 \\ 1 & 2 & 3 & | & 2 \\ 1 & 1 & 2 & | & -1 \end{pmatrix}$.

$\{(-4 + t, 3 + t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

13. Převeďte číslo 2022 do soustavy o základu 3.

2202220

14. Nalezněte polynom 3. stupně, jehož kořeny budou 2, 3 a -1 . Uveďte ho ve tvaru $ax^3 + bx^2 + cx + d$.

$x^3 - 4x^2 + x + 6$

15. Spočtěte determinant $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{6} \\ \sqrt{6} & -\sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{vmatrix}$

$12 + 8\sqrt{2} + \sqrt{3}$

16. Nalezněte všechna reálná řešení $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$.

1, 2

17. Na každou stěnu dvacetistěnu přilepíme (pravidelný) čtyřstěn o stejné délce hrany. Kolik bude mít vzniklé těleso vrcholů/hran/stěn?

32/90/60

18. Kolik vyučujících celkem sídlí ve sborovně („multikabinetu“) v 1. patře?

19

19. Nalezněte inverzní prvek k 6 modulo 43.

36

20. Určete zbytek 7^{777} po dělení 16.

7

21. Nalezněte všechna reálná x splňující
$$\begin{vmatrix} 8 & 6 & 4 \\ x & 5 & 5 \\ 7 & x & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

1, 5

22. Vyřešte soustavu kongruencí $x \equiv 1 \pmod{2}$, $x \equiv 1 \pmod{3}$, $x \equiv 7 \pmod{17}$.

$x \equiv 7 \pmod{102}$

23. Nalezněte všechna reálná řešení $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 3x + 9 = 0$.

$\pm 1, \frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{5})$

24. Obarvěte vrcholy grafu co nejméně barvami, aby spojené vrcholy měly různou barvu:



jde to dvěma

25. Spočítejte determinant
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}.$$

1

26. Spočítejte $\varphi(63000)$.

14400

27. Nalezněte všechny možné cifry x takové, že číslo 123456789 x bude dělitelné 11.

5

28. Stěny jistého (konvexního) tělesa tvoří pouze čtverce a pravidelné šestiúhelníky, přičemž v každém vrcholu se setkávají dva šestiúhelníky a jeden čtverec. Kolik stěn jakého typu má těleso?

6 čtverců, 8 šestiúhelníků

29. Pro která všechna přirozená n bude mít číslo 2022 zapsané v soustavě o základu n přesně 4 cifry?

7–12

30. Sestrojte graf, jehož skóre tvoří dvacet čtyřek.

Čtyřikrát K_5

31. Určete poslední dvě cifry čísla 2^{1000} .

76

32. Převeďte z šestnáctkové soustavy do dvojkové číslo DEADBEEF.

11011110 10101101 10111110 11101111

33. Hrajeme standardní hru „odeber libovolně sirek z jedné hromádky, kdo nemůže, prohrál“, přičemž na stole jsou hromádky o velikostech 29, 20, 7, 17, 1. Popište všechny možné tahy, které můžeme udělat, abychom určitě vyhráli.

$29 \rightarrow 3$, $20 \rightarrow 10$, $17 \rightarrow 15$