Výroky s kvantifikátory

Úloha 1. Rozhodněte o pravdivosti následujících výroků; pokud je výrok existenční a pravdivý, tak nalezněte příklad, pokud je obecný a nepravdivý, nalezněte protipříklad.

(a) $\exists x \in \mathbb{Z}\colon x = 10$

(b) $\forall x \in \mathbb{Z}\colon x = 10$

(c) $\exists x \in \mathbb{Z}\colon (x = 10) \wedge (x = 11)$

(d) $\exists x \in \mathbb{Z}\colon (x = 10) \vee (x = 11)$

(e) $\exists x \in \mathbb{R}\colon x < 0$

(f) $\exists x \in \mathbb{N}\colon x < 0$

(g) $\forall x \in \mathbb{R}\colon x^3 \geq 0$

(h) $\exists x \in \mathbb{R}\colon (x < 0) \wedge (x^2 > 0)$

(i) $\forall x \in \mathbb{R}\colon (x < 0) \wedge (x^2 > 0)$

(j) $\forall x \in \mathbb{R}\colon (x \geq 0) \Leftrightarrow (x^3 \geq 0)$

(k) $\forall x \in \mathbb{R}\colon (x \geq 2) \Leftrightarrow (x^3 \geq 2)$

(l) $\forall x \in \mathbb{R}\colon (x \geq 2) \Rightarrow (x^3 \geq 2)$

(m) $\exists x, y \in \mathbb{R}\colon x = y$

(n) $\forall x, y \in \mathbb{R}\colon x = y$

(o) $\forall x, y \in \mathbb{R}\colon x^2 + y^2 \geq 0$

(p) $\exists x, y \in \mathbb{R}\colon x^2 + y^2 \leq 0$

(q) $\exists x, y \in \mathbb{R}\colon x^2 + y^2 \geq 1$

(r) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}\colon (x \geq y) \Rightarrow (x + z \geq y + z)$

(s) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}\colon (x \geq y) \Rightarrow (x \cdot z \geq y \cdot z)$

(t) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}\colon ((x \geq y) \wedge (y \geq z)) \Rightarrow (x \geq z)$

(u) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}\colon ((x \geq y) \wedge (y \geq z)) \Leftrightarrow (x \geq z)$

(v) $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon x > y$

(w) $\exists y \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\colon x > y$

1.

(a) 1 $x = 10$

(b) 0 např. $x = 11$

(c) 0

(d) 1 např. $x = 10$

(e) 1 např. $x = -1$

(f) 0

(g) 0 např. $x = -1$

(h) 1 např. $x = -1$

(i) 0 např. $x = 1$

(j) 1

(k) 0 např. $x = 1{,}5$

(l) 1

(m) 1 např. $x = y = 0$

(n) 0 např. $x = 0$, $y = 1$

(o) 1

(p) 1 $x = y = 0$

(q) 1 $x = y = 1$

(r) 1

(s) 0 např. $x = 2$, $y = 1$, $z = -1$

(t) 1

(u) 0 např. $x = 1$, $y = 2$, $z = 0$

(v) 1

(w) 0