$32\frac{1}{2}$. Pravděpodobnost aneb Další jinak formulovaná kombinatorika

Ve všech úlohách předpokládáme, že všechny volby, uspořádání atd. jsou stejně pravděpodobné.

Úloha 1. V pytli, do kterého nevidíme, je pět červených a osm zelených koulí. Karel postupně z pytle vytáhl tři koule, přičemž každou po vytažení *vrátil*. Jaká je pravděpodobnost, že

(a) první vytažená koule je červená?
(b) druhá vytažená koule je červená?
(c) jsou všechny vytažené koule červené?
(d) je právě jedna z vytažených koulí červená?
(e) pouze ta první z vytažených koulí je červená?
(f) pouze ta první z vytažených koulí je zelená?

Úloha 2. Co je pravděpodobnější: hodit při 4 hodech kostkou aspoň jednou 6, nebo při 24 hodech dvěma kostkami hodit aspoň jednou dvě 6?

Úloha 3. Kolikrát nejméně musíme hodit kostkou, aby pravděpodobnost, že aspoň jednou hodíme šestku, byla alespoň 99 %?

Úloha 4. Ve třídě OC je 17 dívek a 11 chlapců. Určete pravděpodobnost, že

(a) při náhodné volbě dvojčlenné služby budou vybrány dvě dívky.
(b) při náhodné volbě dvojčlenné služby budou zastoupena obě pohlaví.
(c) při náhodném vylosování čtyř lidí na zkoušení budou vylosováni samí hoši.
(d) při náhodném vylosování čtyř lidí na zkoušení bude vylosován Max a tři další hoši.
(e) při náhodném vylosování čtyř lidí na zkoušení budou vylosovány alespoň dvě Kačky.

1. **(a)** $\frac{5}{13}$ **(b)** $\frac{5}{13}$ **(c)** $\left(\frac{5}{13}\right)^3$ **(d)** $3 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{8}{13}$ **(e)** $\frac{5}{13} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{8}{13}$ **(f)** $\frac{8}{13} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13}$

2. První jev má pravděpodobnost $1 - \frac{5^4}{6^4} \doteq 0{,}52$, druhý $1 - \frac{35^{24}}{36^{24}} \doteq 0{,}49$, takže pravděpodobnější je první.

3. 26-krát

4. **(a)** $\frac{\binom{17}{2}}{\binom{28}{2}}$ **(b)** $\frac{17 \cdot 11}{\binom{28}{2}}$ **(c)** $\frac{\binom{11}{4}}{\binom{28}{4}}$ **(d)** $\frac{\binom{10}{3}}{\binom{28}{4}}$ **(e)** $\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{24}{2} + \binom{4}{3} \cdot \binom{24}{1} + \binom{4}{4} \cdot \binom{24}{0}}{\binom{28}{4}}$