

## Cvičení na soustavy rovnic

**Úloha 1.** Nalezněte množiny řešení následujících soustav rovnic:

$$(a) \left( \begin{array}{cc|c} 3 & 5 & 2 \\ 300 & 500 & 200 \end{array} \right), \quad (b) \left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right), \quad (c) \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right), \quad (d) \left( \begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 3 \end{array} \right).$$

**Úloha 2.** Rozhodněte, pro které dvojice reálných čísel  $(p, q)$  bude mít soustava daná maticí

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & p & q \end{array} \right)$$

(a) nekonečně mnoho řešení, (b) žádné řešení, (c) právě jedno řešení.

**Úloha 3.** Rozhodněte, zda se množiny  $K$  a  $L$  rovnají, pokud

- (a)  $K = \{(1; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  $L = \{(1; -s) \mid s \in \mathbb{R}\}$ ,
- (b)  $K = \{(t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  $L = \{(2s; 2s) \mid s \in \mathbb{R}\}$ ,
- (c)  $K = \{(1 + t; 1 - t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  $L = \{(2 + t; -t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,
- (d)  $K = \{(2; 3 - t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  $L = \{(3; 2 - t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,
- (e)  $K = \{(-1 + 2t; t; 2 + 2t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  $L = \{(3 - p; 2 - \frac{p}{2}; 6 - p) \mid p \in \mathbb{R}\}$ .

**Úloha 4.** Nalezněte zápis množiny řešení části (a) Úlohy 1 takový, že bude obsahovat jen celá čísla.

**Úloha 5.** Z celkem jednadvaceti dvorních dam některé hrají na loutnu a některé na harfu. Deset jich hraje na loutnu. Těch, co hrají na harfu, je dvakrát více než těch, co hrají *pouze* na loutnu. Určete, kolik jich hraje na harfu; nalezněte všechny možnosti.

**Úloha 6.** Vymyslete soustavu  $n$  lineárních rovnic, jejíž množina řešení bude  $K$ , pokud

- (a)  $n = 2$ ,  $K = \{(1 + t; 1 - 2t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,
- (b)  $n = 3$ ,  $K = \{(1 - 2s; 2; 3s) \mid s \in \mathbb{R}\}$ ,
- (c)  $n = 2$ ,  $K = \{(t - u; t + u; u; t) \mid t, u \in \mathbb{R}\}$

**Úloha 7.** Pavouk má 8 očí, 8 nohou a žádné rohy. Nosorožec má 2 oči, 4 nohy a 1 roh. Hlemýžď má 2 oči, žádné nohy a 2 rohy. Jacksonův chameleon má 2 oči, 4 nohy a 3 rohy. V matfyzácké zoo mají dohromady 14 očí, 20 nohou a 9 rohů. Kolik kterých druhů zvířat se tam nachází? Najděte všechny možnosti. Předpokládáme, že žádná jiná než zmiňovaná zvířata se zde nevyskytují a že počet zvířat je nezáporné celé číslo.

**Úloha 8.** Nalezněte předpis kvadratické funkce  $y = ax^2 + bx + c$ , jejíž graf prochází body  $(-1; 0)$ ,  $(1; 5)$  a  $(2; 2)$ .

1. (a)  $\{(\frac{2}{3} - \frac{5}{3}t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$  (b)  $\emptyset$ , (c)  $\{(\frac{2}{5} - \frac{3}{5}t; -\frac{1}{5} - \frac{1}{5}t; \frac{3}{5} - \frac{2}{5}t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,  
(d)  $\{(1 - a - b - 2c + d; a; 1 + 2b + 5c - 3d; b; c; d) \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$

2. (a)  $p = 6, q = 0$ , (b)  $p = 6, q \neq 0$ , (c)  $p \neq 6, q$  může být cokoliv

3. (a) ano (b) ano (c) ano (d) ne (e) ne

4. Např.  $\{(-1 - 5t; 1 + 3t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

5.  $h \in \{8; 10; 12; 14\}$

6. (a) např.  $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{array}\right)$ , (b) např.  $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ , (c) např.  $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ .

7.  $(p, n, h, c) \in \{(0, 5, 2, 0), (1, 0, 0, 3)\}$

8.  $y = -\frac{1}{6}(11x^2 - 15x - 26)$