18. Vzdálenosti v rovině

Úloha 1. Rozmyslete si, že přímky $p\colon 2x - y + 4 = 0$ a $q\colon -4x + 2y + 7 = 0$ jsou rovnoběžné, a určete jejich vzdálenost.

Úloha 2. Nalezněte všechny možné hodnoty $m \in \mathbb{R}$ takové, že bod $M[4; m]$ bude mít od přímky $p\colon 3x - 4y + 2 = 0$ vzdálenost 2.

Úloha 3. Nalezněte obecné rovnice všech přímek, které budou rovnoběžné s přímkou $p\colon 3x - 4y + 2 = 0$ a jejich vzdálenost od oné přímky bude 2.

Úloha 4. Nalezněte všechny body na přímce $q\colon x = 1 + 2t$, $y = 2 + t$, $t \in \mathbb{R}$, které budou mít od přímky $p\colon 3x - 4y + 2 = 0$ vzdálenost 3.

Úloha 5. Na přímce $p\colon 3x - 4y + 2 = 0$ nalezněte bod, který je nejblíže bodu $D[3; 9]$. (Nápověda: Oním nejbližším bodem je pata kolmice na p spuštěné z bodu D. Přijde mi lehce praktičtější si onu kolmici popsat parametricky.)

⋆ **Úloha 6.** Postupem podobným jako v Úloze 5 nalezněte obecný vzorec pro souřadnice bodu na přímce $ax+by+c = 0$, který bude nejblíže bodu $P[p_1; p_2]$.

Úloha 7. Množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od přímek $p\colon 3x-4y+2 = 0$ a $q\colon 5x+12y-7 = 0$, je sjednocením dvou přímek; určete jejich obecné rovnice. (Rozmyslete si, že toto je další možná metoda, jak hledat rovnice os úhlů.)

⋆ **Úloha 8.** Nalezněte obecné rovnice všech přímek, které budou procházet bodem $A[4; 7]$ a jejich vzdálenost od počátku $O[0; 0]$ bude rovna 1. (Nápověda: Může být praktické si zvolit $c = 1$ v obecné rovnici, což je možné kdykoliv, když ty přímky neprochází počátkem.)

1. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

2. 1 a 6

3. $3x - 4y - 8 = 0$ a $3x - 4y + 12 = 0$

4. $[-11; -4]$ a $[19; 11]$

5. $[6; 5]$

6. $[p_1; p_2] - \frac{ap_1+bp_2+c}{a^2+b^2}(a; b)$ neboli $\left[p_1 - \frac{ap_1+bp_2+c}{a^2+b^2}\, a;\ p_2 - \frac{ap_1+bp_2+c}{a^2+b^2}\, b\right]$

7. $14x - 112y + 61 = 0$ a $64x + 8y - 9 = 0$

8. $4x - 3y + 5 = 0$ a $12x - 5y - 13 = 0$