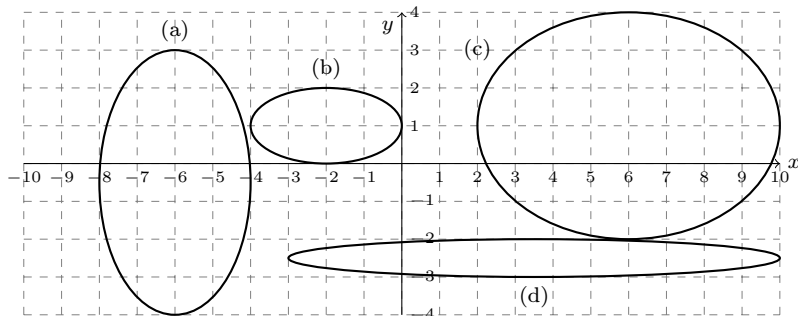


21. Další úlohy o elipse

Úloha 1. Jaké rovnice budou mít níže znázorněné elipsy?



Úloha 2. Zkuste si nejprve tipnout, kde budou mít elipsy z Úlohy 1 ohniska (na základě „provázkové“ konstrukce nebo jakkoliv jinak). Potom pro ony elipsy spočítejte přesně excentricitu a porovnejte ji se svými tipy.

Úloha 3. Tipněte si, co by to tak mohly být *hlavní vrcholy* a *vedlejší vrcholy* elipsy (nebo to najděte na netu), a vyznačte si je do obrázku v Úloze 1.

★ **Úloha 4.** Zkuste vymyslet vzorec pro obsah elipsy, jejíž poloosy mají délky a a b . (Poznámka: pro obvod žádný „hezký“ vzorec není.) (Nápověda: Elipsa je jenom „roztážená“ kružnice.)

Úloha 5. Země je Slunci nejbližší cca $147,09 \cdot 10^6$ km (tzv. *perihelium*) a nejdále cca $152,10 \cdot 10^6$ km (tzv. *afelium*). Podle 1. Keplerova zákona se Země pohybuje po elipse, v jejímž jednom ohnisku je Slunce.

(a) Ze zadaných údajů dopočítejte délky poloos a excentricitu trajektorie Země.

★ (b) Země oběhne Slunce přesně za jeden (astronomický) rok. Jak dlouho Zemi trvá dostat se z perihelia do vedlejšího vrcholu elipsy? Jak dlouho z afelia? Využijte vzorec z Úlohy 4 a toho, že podle 2. Keplerova zákona jsou plochy opsané průvodičem za jednotku času stejné.

★ (c) Jak dlouho by trval jeden oběh Země kolem Slunce, pokud by Země obíhala po kružnici o poloměru $147,09 \cdot 10^6$ km? Použijte 3. Keplerův zákon.

Úloha 6. Popište množinu všech bodů v rovině, jejichž vzdálenost od osy y je dvojnásobná oproti vzdálenosti od bodu $[3; 0]$.

Úloha 7. Do elipsy je vepsán čtverec; určete délky stran onoho čtverce v závislosti na délkách poloos elipsy.

Úloha 8. Určete rovnice rovnoběžek s přímkou $y = 2x$, které jsou tečnami elipsy o rovnici $x^2 + 6y^2 = 6$.

Úloha 9. Kolmý řez bagetou je elipsa o délkách poloos $a = 4$ cm a $b = 2,5$ cm.

(a) Co bude řezem, pokud bagetu rozkrojíme pod úhlem 45° tak, že řez bude procházet hlavní osou?

(b) Co bude řezem, pokud bagetu rozkrojíme pod úhlem 45° tak, že řez bude procházet vedlejší osou?

(c) Ve kterém případě se na výsledný kus pečiva vejde více pomazánky? Použijte výsledek Úlohy 4.

$$1. \text{ (a) } \frac{(x+6)^2}{2^2} + \frac{\left(y+\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = 1 \quad \text{(b) } \frac{(x+2)^2}{2^2} + \frac{(y-1)^2}{1^2} = 1 \quad \text{(c) } \frac{(x-6)^2}{4^2} + \frac{(y-1)^2}{3^2} = 1$$

$$\text{(d) } \frac{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2}{\left(\frac{13}{2}\right)^2} + \frac{\left(y+\frac{5}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

$$4. S = \pi ab$$

$$5. \text{ (a) } a \doteq 149,60 \cdot 10^6 \text{ km}; b \doteq 149,57 \cdot 10^6 \text{ km}; e \doteq 2,51 \cdot 10^6 \text{ km} \quad \text{(b) Z perihelia je to cca } 0,2473 \text{ roku} \\ \doteq 90,3 \text{ dní a z afelia cca } 0,2527 \text{ roku } \doteq 92,3 \text{ dní.} \quad \text{(c) cca } 0,975 \text{ roku } \doteq 356,1 \text{ dní}$$

$$6. \text{ jde o elipsu se středem v bodě } [4; 0], \text{ hlavní osa je totožná s osou } x, a = 2, b = \sqrt{3}$$

$$7. 2\sqrt{\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}$$

$$8. y = 2x + 5 \text{ a } y = 2x - 5$$

$$9. \text{ (a) elipsa o rozměrech } a = 4, b = 2,5 \cdot \sqrt{2} \quad \text{(b) elipsa o rozměrech } a = 4\sqrt{2}, b = 2,5 \quad \text{(c) vyjde to} \\ \text{nastejno}$$