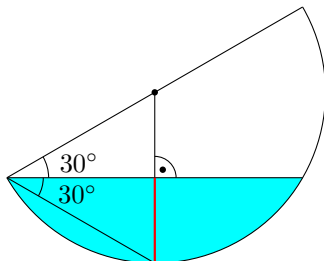


Řešení úlohy s polokoulí

Úloha. Bruno v laboratoři naklonil těleso \mathfrak{T} plné kyseliny o 30° , čímž se z něj část kyseliny vylila. Určete, jaký objem kyseliny v \mathfrak{T} zůstal, pokud \mathfrak{T} je polokoule o poloměru 1 (otočená plochou stranou nahoru).

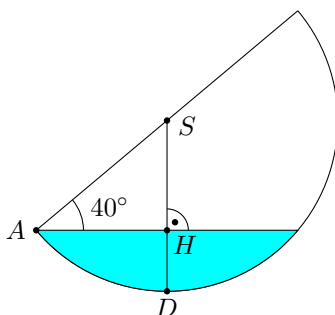
Řešení. Nákres situace:



Stačí nám spočítat, jaká bude výška příslušné úseče. V tomto konkrétním případě (30°) to bude polovina poloměru, jak je patrné z obrázku (vznikne tam rovnostranný trojúhelník). Stačí tedy již jen dosadit do vzorce pro objem úseče $r = 1$, $v = \frac{1}{2}$:

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(3 - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{24} \pi \doteq 0,6545.$$

V méně speciálním případě, např. 40° , je postup obdobný:



Zajímá nás $|HD|$, což spočteme jako rozdíl $|SD| - |SH|$, přičemž $|SD|$ je poloměr, tj. 1, a $|SH| = \sin 40^\circ$ s využitím pravoúhlého trojúhelníka AHS (opět $|AS| = 1$). Do vzorce pro objem úseče tedy dosadíme $r = 1$, $v = 1 - \sin 40^\circ$. Vyjde přibližně 0,3531. \square