Snad trochu zajímavější úlohy na derivace

Úloha 1. Nalezněte předpis kubické funkce f (tj. polynomu stupně 3), která bude splňovat f(0) = 0, f(1) = 1, f'(0) = 0, f'(1) = 0. Ověřte si v nějakém kreslítku grafů, že výsledek opravdu vypadá tak, jak má.

Úloha 2. Nalezněte příklad polynomiální funkce, která bude mít dva stacionární body, ale žádné lokální extrémy.

Úloha 3. Dokažte, že rovnice $e^x = x$ nemá v reálných číslech řešení, zatímco $e^x = ex$ má jedno řešení. (Nápověda: uvažte extrémy a monotonii funkcí $e^x - x$ a $e^x - ex$).