20. Základní úlohy o elipse

Úloha 1. Následující rovnice jsou „zamaskované“ rovnice (rovnoosých) elips; převeďte je do středového (tj. „běžného“) tvaru, určete souřadnice středu, délky poloos, excentricitu a souřadnice ohnisek.

(a) $x^2 + 2x + 4y^2 - 16y + 13 = 0$

(b) $16x^2 - 96x + 5y^2 - 10y + 69 = 0$

Úloha 2. Napište (středovou) rovnici elipsy, jejíž osy splývají s osami souřadnic a která prochází body $K[2\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ a $L[6; 0]$.

Úloha 3. Elipsa je dána rovnicí $4x^2 + 9y^2 = 36$. Najděte sjejí společné body s přímkou o rovnici (a) $2x + 3y - 6 = 0$, (b) $x - y - 6 = 0$, (c) $2x + 3\sqrt{3}y - 12 = 0$.

⋆ **Úloha 4.** Dokažte vztah $a^2 = b^2 + e^2$. (Použijte definici elipsy pomocí ohnisek.)

1. **(a)** $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$; střed $[-1;2]$, hlavní poloosa 2, vedlejší poloosa 1, excentricita $\sqrt{3}$, ohniska $[-1-\sqrt{3};2]$ a $[-1+\sqrt{3};2]$ **(b)** $\frac{(x-3)^2}{5} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$; střed $[3;1]$, hlavní poloosa 4, vedlejší poloosa $\sqrt{5}$, excentricita $\sqrt{11}$, ohniska $[3;1-\sqrt{11}]$ a $[3;1+\sqrt{11}]$

2. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

3. **(a)** $[3;0]$ a $[0;2]$ **(b)** nemá průsečíky **(c)** $[\frac{3}{2};\sqrt{3}]$