

Extra úlohy

Úloha 1. Spočtěte hodnotu výrazu

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}.$$

Úloha 2. Najděte po dvou různá přirozená čísla a , b , c taková, že \sqrt{a} , \sqrt{b} , \sqrt{c} ani \sqrt{abc} nejsou celá čísla, ale \sqrt{ab} , \sqrt{bc} i \sqrt{ca} jsou.

Úloha 3. Najděte všechny dvojice reálných čísel x , y splňující

$$x^2 + y^2 + xy = 133,$$

$$x + y + \sqrt{xy} = 19.$$

Úloha 4. Dokažte, že následující nerovnosti platí pro všechna $x, y \in \mathbb{R}$:

(a) $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$

(b) $x^2 + y^2 + 2y + 4 \geq xy + 2x$