

1 Dělení polynomů

Úloha 1. Vydělte následující polynomy se zbytkem:

(a) $(14t^5 + 4t^4 - t^3 + 2t^2 + 3t + 5) : (2t^2 - 1)$

(b) $(5s^4 + s^2 + 2s + 21) : s^2$

(c) $(x^3 + \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}) : (x + \sqrt{3})$

★ (d) $(x^{2022} + x^{2021} + \dots + x^2 + x^1 + 1) : (x - 1)$

★ **Úloha 2.** Rozmyslete si, že pokud nějaký polynom p (s jedinou neznámou x) dělíme dvojčlenem $x - a$ (kde a je nějaké číslo), tak zbytek po tomto dělení bude stejný, jako když za x dosadíme a .

2 Úpravy polynomů

Úloha 3. Rozložte následující polynomy „maximálně“ na součin:

(a) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

(b) $2rst + t^2 + r^2s^2$

(c) $4x^4y^6 - x^2y^8$

(d) $4x^2y^4 - x^4y^8$

(e) $(x + y)^2 - (x + 2y)^2$

(f) $a^2 - 3$

(g) $x^3 - y^6$

(h) $27a^3 + \frac{b^3}{27}$

(i) $x^4 - y^4$

Úloha 4. Vymyslete „vzorec“ pro $(a + b + c)^2$.

★ **Úloha 5.** Rozmyslete si, že pro libovolné přirozené číslo $n > 1$ platí

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}),$$

tedy např. $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$.

1.

(a) $7t^3 + 2t^2 + 3t + 2$ zb. $6t + 7$

(b) $5s^2 + 1$ zb. $2s + 21$

(c) $x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} + 3$ zb. $-6\sqrt{3} - 3$

(d) $x^{2021} + 2x^{2020} + 3x^{2019} + \dots + 2020x^2 + 2021x + 2022$ zb. 2023

3.

(a) $(4x - 3y)^2$

(b) $(rs + t)^2$

(c) $x^2y^6(2x - y)(2x + y)$

(d) $x^2y^4(2 - xy^2)(2 + xy^2)$

(e) $-y(2x + 3y)$

(f) $(a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3})$

(g) $(x - y^2)(x^2 + xy^2 + y^4)$

(h) $(3a + \frac{b}{3})(9a^2 + ab + \frac{b^2}{9})$

(i) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$

4. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ab + 2ac$