

33. Pravděpodobnost bez kombinatoriky

**Úloha 1.** Bára a Terka obě vystřelí na terč. Bára ho zasáhne s pravděpodobností 0,87, Terka pak 0,91. (Ne)zásah jedné je nezávislý na (ne)zásahu té druhé. Doplňte následující tabulku s pravděpodobnostmi možných výsledků jejich výstřelů (např.  $B\checkmark T\times$  = Bára zasáhne a Terka ne).

	$B\checkmark$	$B\times$
$T\checkmark$		
$T\times$		

**Úloha 2.** Na zamyšlení k v Úloze 1 – ještě než to nabušíte do kalkulačky, zamyslete se, kolik to vyjde (a proč):

**Úloha 3.** Stále se odkazujícíe na Úlohu 1, určete pravděpodobnost následujících jevů:

- (a) Jaký bude součet prvního řádku?
- (b) Jaký bude součet prvního sloupce?
- (c) Jaký bude součet celé tabulky?

- (a) Aspoň jedna střelkyně trefí terč.
- (b) Aspoň jedna střelkyně netrefí terč.
- (c) Právě jedna střelkyně trefí terč.
- (d) Žádná nebo obě střelkyně trefí terč.

**Úloha 4.** Bára i Terka (stejně pravděpodobnosti jako v Úloze 1) vystřelí každá na terč desetkrát (všechny výstřely jsou na sobě nezávislé). Jaká je pravděpodobnost, že se

- (a) Bára desetkrát trefí?
- (b) Bára desetkrát netrefí?
- (c) Bára aspoň jednou netrefí?
- (d) Bára aspoň jednou trefí?
- (e) obě střelkyně desetkrát trefí?
- (f) Bára desetkrát trefí a Terka desetkrát netrefí?
- (g) Bára *nebo* Terka (mohou i obě) desetkrát trefí?

- (h) Bára v prvních 5 výstřelech trefí a v dalších 5 ne?
- (i) Bára trefí právě při každém druhém výstřelu?
- (j) Bára přesně pětkrát trefí?
- (k) Bára trefí přesně pětkrát a Terka přesně sedmkrát?
- (l) Terka trefí alespoň osmkrát?
- ★ (m) Bára a Terka trefí stejněkrát?

**Úloha 5.** Máme upravené šestistěnné kostky, na kterých čísla 1 až 6 padají s pravděpodobnostmi podle této tabulky:  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0,3 & 0,25 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \end{bmatrix}$ . Určete pravděpodobnost, že

- (a) při hodu jednou kostkou padne sudé číslo.
- (b) při hodu dvěma kostkami padnou dvě sudá čísla.
- (c) při hodu dvěma kostkami padne aspoň jedna jednička.
- (d) při hodu dvěma kostkami padne na první jedna nebo dva, zatímco na druhé tři nebo čtyři.
- (e) při hodu dvěma kostkami padne na první jedna nebo dva, *nebo* na druhé tři nebo čtyři.
- (f) při hodu třemi kostkami padne aspoň jedno liché číslo.
- (g) při hodu dvěma kostkami padne součet čtyři.
- (h) při hodu dvěma kostkami padne totéž číslo.
- ★ (i) při hodu šesti kostkami padnou všechna možná čísla.

Ve všech výsledcích počítáme s  $b = 0,87$  a  $t = 0,91$ .

1.

	B✓	B✗
T✓	$bt = 0,7917$	$(1 - b)t = 0,1183$
T✗	$b(1 - t) = 0,0783$	$(1 - b)(1 - t) = 0,0117$

2. (a)  $0,91 = t$     (b)  $0,87 = b$     (c)  $1$

3.
- (a)  $bt + b(1 - t) + t(1 - b) = 1 - (1 - b)(1 - t) = 0,9883$   
(b)  $b(1 - t) + t(1 - b) + (1 - b)(1 - t) = 1 - bt = 0,2083$   
(c)  $b(1 - t) + (1 - b)t = 0,1966$   
(d)  $bt + (1 - b)(1 - t) = 0,8034$
4.
- (a)  $b^{10} \doteq 0,2484$     (b)  $(1 - b)^{10} \doteq 1,3786 \cdot 10^{-9}$   
(c)  $1 - b^{10} \doteq 0,7516$     (d)  $1 - (1 - b)^{10}$  (číslo velmi blízko 1)    (e)  $b^{10}t^{10} \doteq 0,0967$   
(f)  $b^{10}(1 - t)^{10} \doteq 8,662 \cdot 10^{-12}$   
(g)  $b^{10} + t^{10} - b^{10}t^{10} = 1 - (1 - b^{10})(1 - t^{10}) \doteq 0,5411$

- (h)  $b^5(1 - b)^5 \doteq 1,8506 \cdot 10^{-5}$   
(i)  $b^5(1 - b)^5 \doteq 1,8506 \cdot 10^{-5}$   
(j)  $\binom{10}{5}b^5(1 - b)^5 \doteq 4,6635 \cdot 10^{-3}$   
(k)  $\left[\binom{10}{5}b^5(1 - b)^5\right] \cdot \left[\binom{10}{7}t^7(1 - t)^3\right] \doteq 2,1082 \cdot 10^{-4}$   
(l)  $\binom{10}{8}t^8(1 - t)^2 + \binom{10}{9}t^9(1 - t)^1 + \binom{10}{10}t^{10}(1 - t)^0 \doteq 0,946$   
(m)  $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k}^2 b^k t^k (1 - b)^{10-k} (1 - t)^{10-k} \doteq 0,2872$
5.
- (a)  $0,25 + 0,1 + 0,05 = 0,4$     (b)  $0,4^2 = 0,16$   
(c)  $1 - (1 - 0,3)^2 = 0,51$   
(d)  $(0,3 + 0,25) \cdot (0,2 + 0,1) = 0,165$   
(e)  $(0,3 + 0,25) + (0,2 + 0,1) - (0,3 + 0,25)(0,2 + 0,1) = 0,685$     (f)  $1 - 0,4^3 = 0,936$   
(g)  $2 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,25^2 = 0,1825$   
(h)  $0,3^2 + 0,25^2 + 0,2^2 + 0,1^2 + 0,1^2 + 0,05^2 = 0,215$   
(i)  $6! \cdot 0,3 \cdot 0,25 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,05 = 0,0054$