

## 22. Základní úlohy o hyperbole

**Úloha 1.** Následující rovnice jsou (možná) „zamaskované“ rovnice hyperbol; převedte je do středového tvaru, určete souřadnice středu, délky poloos, excentricitu, souřadnice ohnisek, rovnice asymptot a průsečíky s osami souřadnic. Hyperbolu *načrtněte*.

(a)  $4x^2 - 9y^2 + 18y - 45 = 0$

(b)  $x^2 - 4y^2 + 4x - 4y + 2 = 0$

**Úloha 2.** Napište rovnice všech možných hyperbol, jejichž osy splývají s osami souřadnic a které prochází body  $K[2; 1]$  a  $L[8; -2]$ .

**Úloha 3.** Pro hyperbolu  $h$  danou rovnicí  $x^2 - y^2 = 1$  nalezněte všechny přímky rovnoběžné s přímkou  $p$ , které budou mít s  $h$  právě jeden společný bod, jestliže  $p$  je (a)  $x = 0$ , (b)  $y = 0$ , (c)  $y = 2x$ , (d)  $y = x$ ,

**1. (a)**  $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ ; střed  $[0; 1]$ , hlavní poloosa  $a = 3$ , vedlejší poloosa  $b = 2$ , excentricita  $\sqrt{13}$ , ohniska  $[\pm\sqrt{13}; 1]$ , asymptoty  $y = \pm\frac{2}{3}x + 1$ , průsečíky s osou  $x$   $[\pm\frac{3}{2}\sqrt{5}; 0]$ , s osou  $y$  nejsou  
**(b)**  $\frac{(x+2)^2}{1} - \frac{(y+\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2} = 1$ ; střed  $[-2; -\frac{1}{2}]$ , hlavní poloosa  $a = 1$ , vedlejší poloosa  $b = \frac{1}{2}$ , excentricita  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , ohniska  $[-2 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}; -\frac{1}{2}]$ , asymptoty  $y = \pm\frac{1}{2}(x+2) - \frac{1}{2}$ , průsečíky s osou  $x$   $[-2 \pm \sqrt{2}; 0]$ , s osou  $y$   $[0; -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}]$

**2.**  $-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$

**3. (a)**  $x = \pm 1$  **(b)** žádná neexistuje **(c)**  $y = 2x \pm \sqrt{3}$  **(d)**  $y = x + c$ , kde  $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$