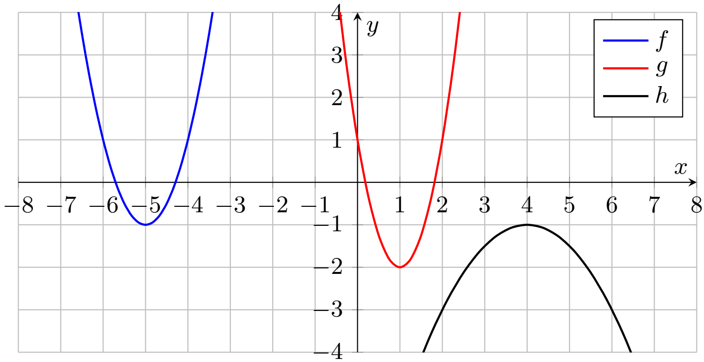
1. Kvadratické funkce

Úloha 1. Určete předpisy kvadratických funkcí f, g, h, jejichž grafy jsou níže.



Úloha 2. U funkcí z úlohy 1 určete definiční obor a obor hodnot.

Úloha 3. Pohledem na graf rozhodněte, kolik řešení budou mít rovnice

(a) $f(x) = 0$

(b) $g(x) = -3$

(c) $h(x) = -1$

(d) $g(x) = x$

(e) $f(x) = x$.

Úloha 4. O kvadratické funkci víme, že její graf protíná osu x v bodech $[7; 0]$ a $[17; 0]$. O následujících údajích rozhodněte, zda je už umíme jednoznačně určit, a pokud ano, určete je:

- x-ová souřadnice vrcholu paraboly,
- y-ová souřadnice vrcholu paraboly,
- x-ová souřadnice průsečíku s osou y,
- y-ová souřadnice průsečíku s osou y.

Úloha 5. Může existovat kvadratická funkce f taková, že by současně platilo $f(0) = f(2)$ a $f(1) = f(3)$?

Úloha 6. Nalezněte předpis kvadratické funkce f, jejíž graf prochází následujícími body:

(a) $[0; -3]$, $[1; 0]$, $[-1; -4]$,

(b) $[1; 2]$, $[2; 7]$, $[-1; 4]$.

Úloha 7. U funkcí z úlohy 6 určete souřadnice vrcholu a načrtněte jejich grafy (výsledek si můžete zkontrolovat např. ve Photomathu).

Úloha 8. Projektil vypálený ze země v čase $t = 0$ se v čase $t = 1$ nacházel ve výšce 400 m a v čase $t = 5$ ve výšce 600 m. Určete (a) jaké maximální výšky projektil dosáhl, (b) v jakém čase to bylo, (c) kdy dopadl na zem. Předpokládejte „obvyklé fyzikální předpoklady“ (bez odporu vzduchu, rovná zem, projektil letí po parabole...)

Úloha 9. Parabolická nosná konstrukce mostu přes řeku má vrchol 6 m nad vodorovnou vozovkou 24 m dlouhou. Svislé nosné traverzy jsou rozmístěny pravidelně ve vzdálenostech 3 m od sebe. Vypočítejte délky všech traverz.

⋆ **Úloha 10.** Reálná čísla a, b splňují $2a + 3b = 13$. Jaké maximální hodnoty může nabývat součin $a \cdot b$?

1. $f(x) = 2(x+5)^2 - 1, \quad g(x) = 3(x-1)^2 - 2, \quad h(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 - 1$

2. def. obor je vždy $\mathbb{R}$, $H(f) = \langle -1; \infty)$, $H(g) = \langle -2; \infty)$, $H(h) = (-\infty; -1\rangle$

3. **(a)** 2 **(b)** 0 **(c)** 1 **(d)** 2 **(e)** 0

4. Umíme určit x-ovou souřadnici vrcholu paraboly – ten je totiž vždy horizontálně přesně mezi průsečíky s osou x, takže ona souřadnice je $(7+17)/2 = 12$. Dále x-ová souřadnice průsečíku s osou y je vždy 0. Zbývající dvě hodnoty určit nedokážeme: kvadratické funkce $f_1(x) = (x-7)(x-17)$ a $f_2(x) = 2(x-7)(x-17)$ mají obě zadané průsečíky s osou x, ale různou pozici vrcholu i průsečíku s osou y.

5. nemůže; grafem je vždy parabola, což je osově souměrná křivka, přičemž $f(0) = f(2)$ by znamenalo, že bude osově souměrná podle přímky $x = 1$, zatímco $f(1) = f(3)$ by vedlo k osové souměrnosti podle přímky $x = 2$

6. **(a)** $f(x) = x^2 + 2x - 3$ **(b)** $f(x) = 2x^2 - x + 1$

8. **(a)** $\frac{11045}{14}$ m **(b)** $\frac{47}{14}$ **(c)** $\frac{47}{7}$

9. $\frac{21}{8}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{45}{8}$, 6 a pak ty samé

10. $\frac{169}{24}$ (pro $a = \frac{13}{4}$, $b = \frac{13}{6}$)