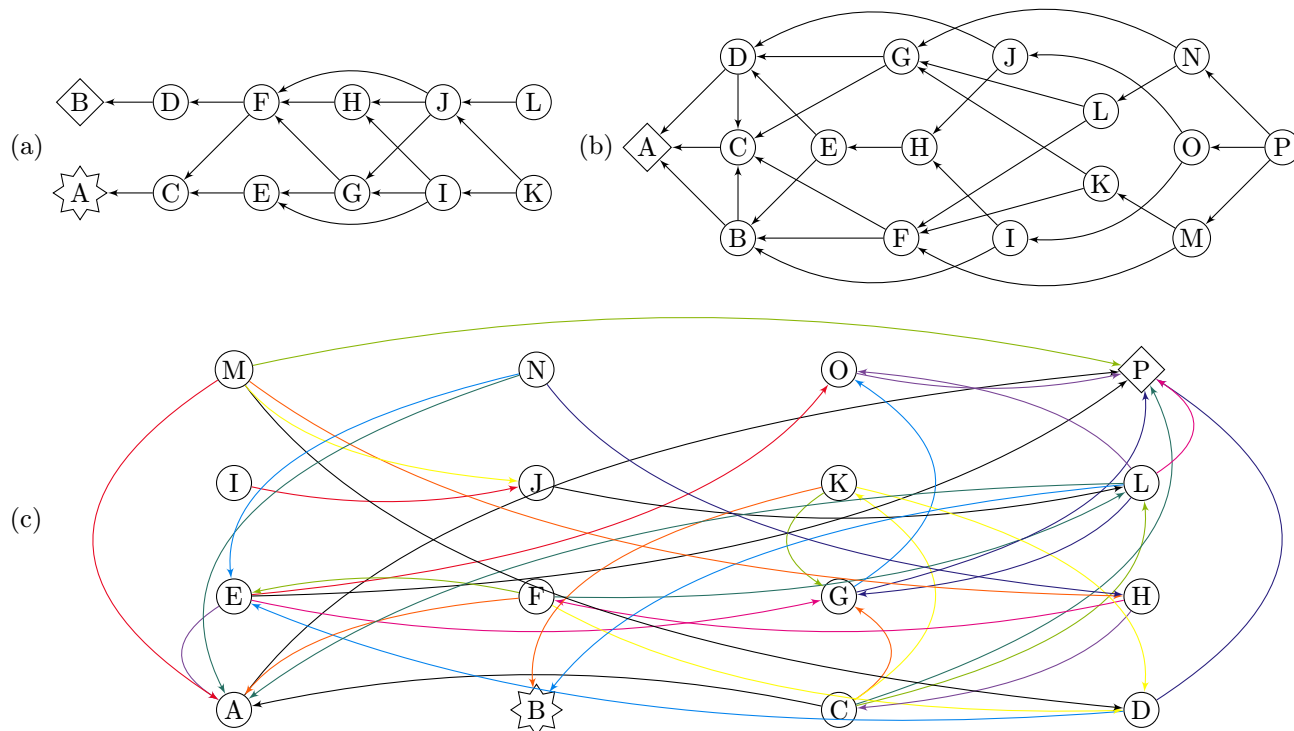


Teorie her

Úloha 1. Určete, které pozice jsou v následujících hrách vyhrávající (tzn. hráč na tahu při ideální hře určitě vyhraje) a které prohrávající. Hvězda značí koncovou vyhrávající pozici, čtverec prohrávající, ostatní je potřeba dopočítat.



Úloha 2. V pravém horním rohu šachovnice 8×8 stojí

- (a) jednostranná věž (může se pohybovat jen doleva nebo dolů o libovolný počet polí),
- (b) jednostranný král (může se pohybovat právě o jedno pole dolů, doleva nebo doleva dolů).

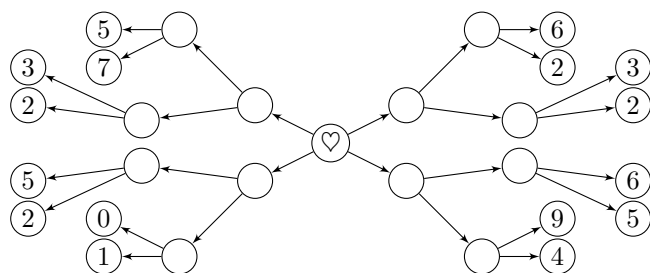
Hráči se střídají v tazích, kdo nemůže táhnout, prohrál. Určete, které pozice jsou vyhrávající a které prohrávající.

Úloha 3. Na stole jsou dvě hromádky (A a B) o pěti sirkách. V jednom tahu můžeme brát sirky pouze z jedné hromádky. Kdo nemůže táhnout, prohrál. Určete, které pozice jsou vyhrávající a prohrávající, pokud

- (a) v jednom tahu můžeme z A nebo B odebrat jednu nebo dvě sirky,
- (b) v jednom tahu můžeme z A nebo B odebrat jednu až tři sirky,
- (c) v jednom tahu můžeme z A odebrat jednu nebo dvě sirky, nebo z B jednu až tři sirky.

Úloha 4. Vedle sebe je napsaných n mínusů. V jednom tahu hráč přepíše buď jeden, nebo dva sousední mínusy na plusy. Hráči se střídají, kdo nemůže táhnout, prohrál. Kdo vyhraje? (Zkuste si pro malé hodnoty n , potenciálně zkuste přijít na obecný výsledek pro všechna n .)

Úloha 5. V této hře (diagram vpravo) proti sobě hrají Max a Mína. Začínají na políčku se srdíčkem a střídavě se pohybují po šipkách, dokud nedojedou do místa s číslem. Maxův cíl je skončit na políčku s co nejvyšším číslem, naopak Mína chce co nejmenší. Rozhodněte, jaký bude finální výsledek, pokud je první na tahu



Úloha 6. Opět proti sobě hrají Max a Mína. Začínají s figurkou v levém dolním rohu šachovnice, střídají se v tazích figurkou, hra končí, jakmile někdo z nich táhne na políčko s číslem. Maxův cíl je skončit na políčku s co nejvyšším číslem, naopak Mína chce co nejmenší. Rozhodněte, jaký bude finální výsledek, pokud jejich figurkou je

- (a) princ (může táhnout jenom o jedna nahoru, nebo o jedna doprava),
- (b) jednostranná věž (může táhnout o libovolný počet polí nahoru, nebo o libovolný počet doprava),
- (c) jednostranný král (může táhnout jenom o jedna nahoru, o jedna doprava nebo o jedna doprava nahoru).

Pro každou figuru rozeberte situaci, kdy začíná Max i kdy začíná Mína.

9	8	7	6	5	4	3	2
							8
							7
							6
							5
							4
							3
•							2

★ **Úloha 7.** Rozmyslete si, že *minimaxový algoritmus* z předchozích dvou úloh je vlastně stejně aplikovatelný i na úlohy o vyhrávajících a prohrávajících pozicích, pokud přidělíme vhodné „ceny“ pozic.

1.

- (a) vyhrávající: A, D, E, F, I, J
- (b) vyhrávající: B, C, D, H, K, L, M, N, O
- (c) vyhrávající: A, B, C, D, E, G, H, I, L, M, O

2.

- (a) prohrávající jsou přesně pole na diagonále

V	V	V	V	V	V	V	V
P	V	P	V	P	V	P	V
V	V	V	V	V	V	V	V
P	V	P	V	P	V	P	V
V	V	V	V	V	V	V	V
P	V	P	V	P	V	P	V
V	V	V	V	V	V	V	V
P	V	P	V	P	V	P	V

- (b) (prohrávající = obě souřadnice liché, pokud je levý dolní roh (1, 1))

3.

- (a) prohrávající jsou ty se stejným počtem sirek na obou hromádkách
- (b) prohrávající jsou ty se stejným počtem sirek na obou hromádkách
- (c) prohrávající jsou tyto (A, B) : $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(1, 1)$, $(4, 1)$, $(2, 2)$, $(5, 2)$, $(4, 0)$, $(3, 4)$, $(1, 5)$, $(4, 5)$

4. pro $n > 0$ vždy začínající hráč vyhraje; hraje tak, že nejprve tahem doprostřed to rozdělí na dvě „sekce“ o stejné velikosti a následně opakuje to, co dělá druhý hráč, aby po jeho tahu byly obě sekce stejné

5.

- (a) 6
- (b) 2

6.

- (a) začíná Max: 7, začíná Mína: 4
- (b) začíná Max: 9, začíná Mína: 2
- (c) začíná Max: 7, začíná Mína: 4