Determinanty všeho druhu

Úloha 1. Spočtete následující velmi zajímavé determinanty:

(a) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}$ (b) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ (c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$ (d) $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{6} \\ \sqrt{6} & \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{6} & \sqrt{3} \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ (f) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ (g) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

(h) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & -12 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ (i) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Úloha 2. Jak se spočte determinant matice, která vypadá jako v Úloze 1, části (g)?

Úloha 3. Nalezněte všechna reálná x, aby platilo

(a) $\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$ (b) $\begin{vmatrix} x-1 & x & x+2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & x & 2 \end{vmatrix} = 0$ (c) $\begin{vmatrix} 8 & 6 & 4 \\ x & 5 & 5 \\ 7 & x & x-2 \end{vmatrix} = 0$

Úloha 4. Spočtěte obsah trojúhelníka, který má vrcholy v bodech o souřadnicích $[1; 2]$, $[2; 5]$ a $[5; 6]$.

1. (a) -23 (b) 0 (c) -8 (d) $5\sqrt{3}+3\sqrt{6}-12$ (e) -15 (f) 900 (g) -40 (h) 28 (i) -1

2. Prostě se vynásobí čísla na diagonále.

3. (a) $x=1$ (b) $x=2$ (c) $x \in \{1;5\}$

4. 4