

10. Další výpočty s vektory a body

Úloha 1. Skříň jsme přesunuli po úsečce z bodu $A[-2; 4]$ do bodu $B[3; 7]$, přičemž jsme na ni při tom působili silou $\mathbf{F}(2; 1)$.

- (a) Jak daleko jsme ji přesunuli?
- (b) Jak velkou silou jsme působili?
- (c) Kolik práce jsme vykonali?
- (d) Určete, o jak velký úhel jsme silou působili „špatně“.
- (e) Určete souřadnice vektoru síly \mathbf{G} , který bude mít stejnou velikost jako \mathbf{F} , ale bude působit tím „správným“ směrem (tj. od A do B).

Úloha 2. Najděte nějaký nenulový vektor, který bude kolmý na vektor

- (a) $(2; 1)$,
- (b) $(3; -1; 2)$

(tj. úhel jimi sevřený bude 90°). Jak efektivně poznáme, že dva vektory jsou na sebe kolmé, když známe jejich souřadnice?

Úloha 3. Nalezněte reálná čísla a, b taková, že bude platit $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 16$ a $\mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = 3$, kde $\mathbf{u} = (1; a; b)$, $\mathbf{v} = (2; -1; 4)$, $\mathbf{w} = (-1; 4; 4)$.

Úloha 4. Nalezněte reálná čísla a, b taková, že body K, L, M budou ležet na jedné přímce, jestliže jejich souřadnice jsou

- (a) $K[1; 2; 3]$, $L[4; 5; 7]$, $M[10; a; b]$,
- (b) $K[1; 5; 6]$, $L[3; a; 2]$, $M[5; 1; b]$.

(Nápověda: Na tuto úlohu vůbec není potřeba skalární součin.)

Úloha 5. Nalezněte všechna reálná čísla p taková, že odchylka vektorů \mathbf{u} a \mathbf{v} bude α , jestliže

- (a) $\mathbf{u} = (1; 1)$, $\mathbf{v} = (2; p)$, $\alpha = 60^\circ$,
- (b) $\mathbf{u} = (3; 1)$, $\mathbf{v} = (1; p)$, $\alpha = 30^\circ$,
- (c) $\mathbf{u} = (-p; p + 1)$, $\mathbf{v} = (1; 2p)$, $\alpha = 90^\circ$.

1.

- (a) $\sqrt{34}$ (metrů)
- (b) $\sqrt{5}$ (Newtonů)
- (c) 13 (Joulů)
- (d) $\arccos\left(\frac{13}{\sqrt{170}}\right) \doteq 4^\circ 24'$
- (e) $\left(5\sqrt{\frac{5}{34}}; 3\sqrt{\frac{5}{34}}\right)$

2.

- (a) např. $(-1; 2)$
- (b) např. $(1; 3; 0)$ nebo $(124; 138; -117)$ nebo mnohé další...

3. $a = -2, b = 3$

4.

- (a) $a = 11, b = 15$
- (b) $a = 3, b = -2$

5.

- (a) $p = -4 + 2\sqrt{3}$
- (b) $p_1 = \frac{1}{13} (6 - 5\sqrt{3}), p_2 = \frac{1}{13} (5\sqrt{3} + 6)$
- (c) $p_1 = 0, p_2 = -\frac{1}{2}$