

32. Pravděpodobnost aneb Jinak formulovaná kombinatorika

Ve všech úlohách předpokládáme, že všechny volby, uspořádání atd. jsou stejně pravděpodobné.

Úloha 1. Náhodně zamícháme karty s čísly $1, \dots, 8$. Jaká je pravděpodobnost, že ve výsledném pořadí

- (a) bude jednička na prvním místě?
- (b) bude jednička na jiném než prvním místě?
- (c) bude jednička na prvním místě a osmička na posledním?
- (d) bude jednička bezprostředně před dvojkou?
- (e) bude jednička bezprostředně následována sudým číslem?
- (f) bude jednička bezprostředně následována lichým číslem?
- (g) bude jednička před dvojkou (ne nutně bezprostředně)?
- ★ (h) budou sudá i lichá čísla tvořit nepřerušované úseky?
- ★ (i) budou sudá čísla tvořit nepřerušovaný úsek?

Úloha 2. V loterii se losuje 10 z celkem 50 čísel (každé může být vylosováno nejvýše jednou). Soutěžící si na losu zvolí dvanáct různých čísel. Jaká je pravděpodobnost, že

- (a) žádné z čísel na losu nebude vylosováno?
- (b) všechna vylosovaná čísla budou na losu?
- (c) bude vylosováno alespoň jedno číslo z losu?
- (d) bude vylosováno právě jedno číslo z losu (je jedno které)?
- (e) budou vylosována právě dvě čísla z losu (je jedno která)?

Úloha 3. V pytli, do kterého nevidíme, je pět červených a osm zelených koulí. Karel postupně z pytle vytáhl tři koule (po vytažení je už nevracel). Jaká je pravděpodobnost, že

- (a) první vytažená koule je červená?
- (b) druhá vytažená koule je červená?
- (c) jsou všechny vytažené koule červené?
- (d) je právě jedna z vytažených koulí červená?
- (e) *pouze ta první* z vytažených koulí je červená?
- (f) *pouze ta první* z vytažených koulí je zelená?

- ★ **Úloha 4.** Kolik by musel Karel vytáhnout z pytle koulí (stejná situace jako v Úloze 3), aby pravděpodobnost, že mezi vytaženými budou právě tři červené, byla co nejvyšší? (Nápověda: Prostě to spočítejte pro různá čísla.)

$$1. \text{ (a) } \frac{1}{8} \quad \text{(b) } \frac{7}{8} \quad \text{(c) } \frac{1}{7 \cdot 8} \quad \text{(d) } \frac{1}{8} \quad \text{(e) } \frac{1}{2} \quad \text{(f) } \frac{3}{8} \quad \text{(g) } \frac{1}{2} \quad \text{(h) } \frac{1}{35} \quad \text{(i) } \frac{1}{14}$$

$$2. \text{ (a) } \frac{\binom{38}{10}}{\binom{50}{10}} \doteq 0,046 \quad \text{(b) } \frac{\binom{12}{10}}{\binom{50}{10}} \doteq 6,425 \cdot 10^{-9} \quad \text{(c) } 1 - \text{výsledek (a)} \quad \text{(d) } \frac{12 \cdot \binom{38}{9}}{\binom{50}{10}} \doteq 0,19$$

$$\text{(e) } \frac{\binom{12}{2} \cdot \binom{38}{8}}{\binom{50}{10}} \doteq 0,31$$

$$3. \text{ (a) } \frac{5}{13} \quad \text{(b) } \frac{5}{13} \quad \text{(c) } \frac{\binom{5}{3}}{\binom{13}{3}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{13 \cdot 12 \cdot 11} = \frac{5}{143} \quad \text{(d) } \frac{5 \cdot \binom{8}{2}}{\binom{13}{3}} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7}{13 \cdot 12 \cdot 11} = \frac{70}{143} \quad \text{(e) } \frac{5 \cdot 8 \cdot 7}{13 \cdot 12 \cdot 11} = \frac{70}{429}$$

$$\text{nebo taky } \frac{1}{3} \cdot \text{výsledek (d)} \quad \text{(f) } \frac{8 \cdot 5 \cdot 4}{13 \cdot 12 \cdot 11} = \frac{40}{429}$$

$$4. 8, \text{ pravděpodobnost je } \frac{560}{1287} \doteq 0,435$$