

Cvičení na výroky

Úloha 1. Sestavte tabulku pravdivostních hodnot pro složené výroky

- (a) $(x \wedge y) \Rightarrow (y \vee z)$,
- (b) $(x \Leftrightarrow \neg y) \vee (x \Leftrightarrow y)$,
- (c) $(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge y \wedge \neg z)$.

Úloha 2. Výroky z Úlohy 1 znegujte (tak, aby ve výsledku se negovaly pouze x , y či z , nikoliv složené výroky).

Úloha 3. Znegujte následující výroky:

- (a) Přišel jsem, viděl jsem, zvítězil jsem.
- (b) Nebude-li pršet, nezmoknem.
- (c) Bude-li každý z nás z křemene, bude celý národ z kvádrů.
- (d) Půjdu do školy právě tehdy, když nebudu nemocný a nebude sněžit.
- (e) Když půjdu do školy, tak nebudu nemocný a nebude sněžit.

Úloha 4. Výroky (b) a (c) z Úlohy 3 přepište pomocí *obměněné implikace* (tj. s využitím „pravidla“ $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$).

Úloha 5. Vymyslete nějaký složený výrok S obsahující x , y a z , jehož pravdivostní tabulka bude

| x | y | z | S |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Dokážete vymyslet recept pro *jakýkoliv* poslední sloupec?

Nápověda: Inspirujte se Úlohou 1 (c).

- ★ **Úloha 6.** Ukažte, že pomocí operace $x \uparrow y$, která je definována jako $\neg(x \wedge y)$, lze dostat všechny ostatní logické operace.

1.

| x | y | z | $(x \wedge y) \Rightarrow (y \vee z)$ | $(x \Leftrightarrow \neg y) \vee (x \Leftrightarrow y)$ | $(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge y \wedge \neg z)$ |
|-----|-----|-----|---------------------------------------|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

2. (a) $(x \wedge y) \wedge (\neg y \wedge \neg z)$, (b) $(x \Leftrightarrow y) \wedge (\neg x \Leftrightarrow y)$, (c) $(\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee z)$

3. (a) Nepřišel jsem, nebo jsem neviděl, nebo jsem nezvítězil. (b) Nebude pršet a zmoknem. (c) Bude každý z nás z křemene a celý národ z kvádrů nebude. (d) Nepůjdu do školy právě tehdy, když nebudu nemocný a nebude sněžit. (e) Půjdu do školy a budu nemocný nebo bude sněžit.

4. (b) Zmokneme-li, bude pršet. (c) Nebude-li celý národ z kvádrů, nebude každý z nás z křemene.

5. např. $(\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z) \vee (\neg x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z)$

6. $\neg x = x \uparrow x$, $x \wedge y = (x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)$, $x \vee y = (x \uparrow x) \uparrow (y \uparrow y)$, $x \Rightarrow y = x \uparrow (y \uparrow y)$, $x \Leftrightarrow y = (x \uparrow y) \uparrow ((x \uparrow x) \uparrow (y \uparrow y))$