16. O jednom trojúhelníku

Všechny úlohy se postupně odkazují na tytéž body, přímky atd.

Mějme body $A[-3;2]$, $B[5;4]$ a přímky $p\colon x + 3y - 3 = 0$ a $q\colon x = 2 + t,\ y = -2 + 2t,\ t \in \mathbb{R}$.

Úloha 1. Ověřte, že bod A leží na přímce p a bod B na přímce q.

Úloha 2. Nalezněte souřadnice průsečíku přímek p a q; nadále se na něj budeme odkazovat jako na bod C.

Úloha 3. Určete obecnou rovnici přímky AB.

Úloha 4. Určete souřadnice středu kružnice opsané trojúhelníku ABC. Návod: nalezněte rovnice (obecné či parametrické, to je na vás) os dvou stran (i volba stran je na vás) a spočtěte jejich průsečík. (Výsledky obsahují pro kontrolu obecné rovnice všech tří os.)

Úloha 5. Spočtěte poloměr kružnice opsané trojúhelníku ABC.

Úloha 6. Určete souřadnice průsečíku výšek trojúhelníku ABC (postup je podobný jako v Úloze 4).

⋆ **Úloha 7.** Určete rovnici (parametrickou nebo obecnou) osy úhlu BAC.

⋆ **Úloha 8** (Pokud jste řešili Úlohu 7)**.** Rozmyslete si, jak by se počítaly souřadnice středu kružnice vepsané trojúhelníku ABC (počítat je nemusíte).

Úloha 9. Rozhodněte, které z následujících bodů se nachází uvnitř trojúhelníka ABC:

$$K[7;3],\quad L[-1;3],\quad M[0;2],\quad N[1;-1],\quad O[2;3],\quad P[\pi;\sqrt[3]{44}]$$

1. Ano, leží.

2. $C[3;0]$

3. např. $x - 4y + 11 = 0$

4. osa AB: $4x+y-7=0$; osa BC: $x+2y-8=0$; osa CA: $3x-y+1=0$
střed kružnice opsané má souřadnice $\left[\frac{6}{7};\frac{25}{7}\right]$

5. $\frac{5}{7}\sqrt{34}$

6. $\left[\frac{23}{7};-\frac{8}{7}\right]$

7. parametrická: $x = -3 + \left(\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{3}{\sqrt{10}}\right)t,\ y = 2 + \left(\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{10}}\right)t$
obecná: $\left(\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{10}}\right)x - \left(\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{3}{\sqrt{10}}\right)y + \left(\frac{11}{\sqrt{17}} + \frac{3}{\sqrt{10}}\right) = 0$

8. Jedna možnost je metodou jako v Úloze 7 nalézt rovnici ještě jedné osy a pak spočítat průsečík (na papíře dost děsivá představa, ale s dobrým softwarem by to problém nebyl). Jinou možností může být např. si pomocí nějakých vzorců spočítat poloměr kružnice vepsané a pak nalézt rovnice dvou rovnoběžek se stranami v dané vzdálenosti. Popravdě nevím, jaká metoda je vlastně nejlepší.

9. M, O a P