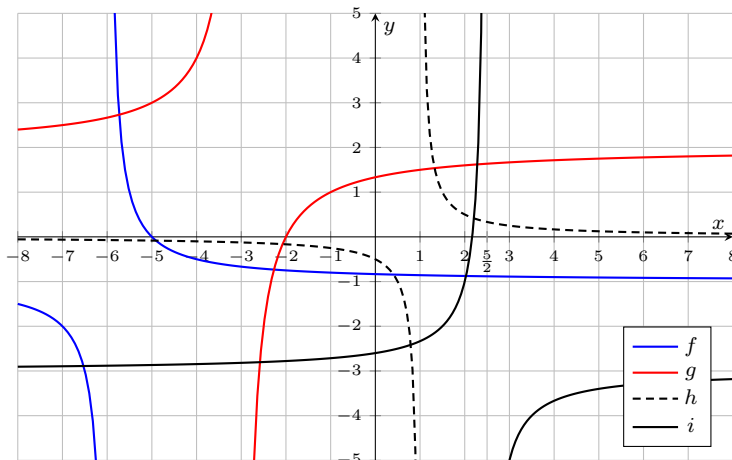


5. Lineární lomené funkce

Úloha 1. Upravte následující předpisy lineárních lomených funkcí do středového tvaru: (a) $y = \frac{2x+1}{x+1}$
(b) $y = \frac{1+x}{1-x}$ (c) $y = \frac{2x+1}{3x+1}$ (d) $y = \frac{-x+2}{2x-3}$.

Úloha 2. Určete předpisy lineárních lomených funkcí f , g , h , i , jejichž grafy jsou níže.



Úloha 3. U funkcí z úlohy 2 určete definiční obory a obory hodnot.

Úloha 4. K funkcím z úlohy 2 určete předpisy inverzních funkcí. (Možná si při tom něčeho všimnete, čímž se to stane poččetně velmi jednoduchým...)

Úloha 5. K funkcím z úlohy 2 určete souřadnice průsečíků s osami soustavy souřadnic.

Úloha 6. Načrtněte grafy následujících funkcí; výsledky si můžete zkontrolovat v GeoGebře nebo Photomathu atd. (nebo se mě zeptejte). (a) $y = \frac{1}{x-1}$ (b) $y = \frac{x}{x+2}$ (c) $y = \frac{2x-1}{2x+1}$ (d) $y = \frac{1}{2|x|+1} - 1$
(e) $y = \left| \frac{1}{2x+1} - 1 \right|$ (f) $y = \frac{1}{x+|x|+1} - 1$ (g) $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Úloha 7. Nalezněte předpis lineární lomené funkce, jejíž graf prochází body (a) $[0; -1]$, $[1; 1]$, $[2; 2]$
(b) $[0; 0]$, $[1; 1]$, $[2; 2]$.

Úloha 8. Rozhodněte následující:

(a) Jaké mají lineární lomené funkce extrémy?

(b) Mohou být lineární lomené funkce liché? Sudé? Prosté? Shora/zdola omezené?

★ **Úloha 9.** Funkce $y = \frac{1}{x}$ je příkladem lineární lomené funkce, která je sama sobě inverzní funkcí. Nalezněte příklad(y) dalších takových lineárních lomených funkcí, případně je nalezněte všechny.

$$1. \text{ (a) } y = -\frac{1}{x+1} + 2 \quad \text{(b) } y = -\frac{2}{x-1} - 1 \quad \text{(c) } y = \frac{\frac{1}{9}}{x+\frac{1}{3}} + \frac{2}{3} \quad \text{(d) } y = \frac{\frac{1}{4}}{x-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}$$

$$2. f(x) = \frac{1}{x+6} - 1, \quad g(x) = -\frac{2}{x+3} + 2, \quad h(x) = \frac{1}{2(x-1)}, \quad i(x) = -\frac{1}{x-\frac{5}{2}} - 3$$

$$3. D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-6\}, H(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \quad D(g) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}, H(g) = \mathbb{R} \setminus \{2\}, \\ D(h) = \mathbb{R} \setminus \{1\}, H(h) = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad D(i) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\}, H(i) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$4. f^{-1}(x) = \frac{1}{x+1} - 6, \quad g^{-1}(x) = -\frac{2}{x-2} - 3, \quad h^{-1}(x) = \frac{1}{2x} + 1, \quad i^{-1}(x) = -\frac{1}{x+3} + \frac{5}{2}$$

$$5. f: P_y[0; -\frac{5}{6}], P_x[-5; 0]; \quad g: P_y[0; \frac{4}{3}], P_x[-2; 0]; \quad h: P_y[0; -\frac{1}{2}], P_x \text{ neexistuje}; \quad i: P_y[0; -\frac{13}{5}], P_x[\frac{13}{6}; 0]$$

$$7. \text{ (a) } y = -\frac{12}{x+2} + 5 \quad \text{(b) neexistuje}$$

$$8. \text{ (a) žádné} \quad \text{(b) liché ano (např. } y = \frac{1}{x} \text{), sudé nikdy, prosté vždy, shora ani zdola omezené nejsou nikdy}$$

$$9. \text{ např } y = \frac{1}{x-1} + 1; \text{ obecně jde o funkce tvaru } y = \frac{c}{x-d} + d, \text{ kde } c \neq 0$$