19. Všechno možné s kružnicemi

Úloha 1. Kružnice k má střed v bodě $S[2;-1]$ a poloměr 4.

(a) Určete rovnici kružnici k.

(b) Určete souřadnice průsečíků k s osou x.

(c) Určete souřadnice průsečíků k s osou y.

(d) Určete souřadnice průsečíků k s přímkou p: $x = -1 + t$, $y = 1 - 2t$, $t \in \mathbb{R}$.

(e) Určete souřadnice průsečíků k s kružnicí ℓ o středu $[3;0]$ a poloměru $\sqrt{10}$.

(f) Určete rovnici kružnice m_1, která bude mít střed v bodě $[7;4]$ a bude mít s k vnější dotyk.

(g) Určete rovnici kružnice m_2, která bude mít střed v bodě $[7;4]$ a bude mít s k vnitřní dotyk.

(h) Určete obecnou rovnici tečny ke k procházející bodem $P\left[\frac{46}{13};\frac{35}{13}\right]$ (který na k leží). (Nápověda: Ona tečna bude kolmá na PS, což nám dá normálový vektor.)

(i) Určete obecné rovnice obou tečen ke k procházejících bodem $[-18;19]$. (Nápověda: Typově jde vlastně jen o jinak formulovanou Úlohu 2 z posledního domácího úkolu.)

(j) Určete obecné rovnice obou tečen ke k procházejících bodem $[6;7]$.

(k) Určete body dotyku tečen z podúloh (i) a (j).

(l) Určete obecné rovnice všech rovnoběžek s přímkou $2x + y = 0$, které budou tečnami kružnice k. (Nápověda: Hledejte „koeficient c“ v rovnici přímky tak, aby po dosazení do rovnice kružnice vyšla kvadratická rovnice s nulovým diskriminantem. Alternativně využijte vzorec pro vzdálenost bodu od přímky, čímž dostanete rovnici s abs. hodnotou s neznámou c.)

(m) Nalezněte všechna reálná čísla a s vlastností: Přímka EF je tečnou kružnice k, přičemž souřadnice bodů jsou $E[-3;-1]$ a $F[a;0]$. (Nápověda: Napište si parametrickou rovnici oné přímky, která bude záviset na a; po dosazení do rovnice kružnice získáte kvadratickou rovnici, jejíž diskriminant by měl být nulový.)

Úloha 2 (kompletně převzatá z Petákové)**.** Určete rovnici kružnice, která

(a) má střed v bodě $S[-5;4]$ a dotýká se přímky p: $3x - 4y + 6 = 0$.

(b) se dotýká osy x v bodě $T[3;0]$ a prochází bodem $M[0;1]$.

(c) má střed v bodě $S[-5;4]$ a na přímce $2x - y + 4 = 0$ vytíná tětivu délky 8.

$\star$ (d) prochází bodem $M[2;1]$ a dotýká se přímek $p_1: x - y - 3 = 0$ a $p_2: 7x + y + 3 = 0$.

Úloha 3. Množina všech bodů, jejichž vzdálenost od bodu $[3;1]$ je trojnásobná oproti vzdálenosti od bodu $[-1;5]$, je jistá kružnice. Určete souřadnice středu a poloměr této kružnice.

1. **(a)** $(x-2)^2+(y+1)^2=16$ **(b)** $[2-\sqrt{15};0]$ a $[2+\sqrt{15};0]$ **(c)** $[0;-1-2\sqrt{3}]$ a $[0;-1+2\sqrt{3}]$ **(d)** $[2;-5]$ pro $t=3$ a $\left[-\frac{6}{5};\frac{7}{5}\right]$ pro $t=-\frac{1}{5}$ **(e)** $[2;3]$ a $[6;-1]$
(f) $(x-7)^2+(y-4)^2=66-40\sqrt{2}$ **(g)** $(x-7)^2+(y-4)^2=66+40\sqrt{2}$
(h) $5x+12y-50=0$ **(i)** $4x+3y+15=0$ a $3x+4y-22=0$ **(j)** $x-6=0$ a $3x-4y+10=0$ **(k)** pro (i) $\left[-\frac{6}{5};-\frac{17}{5}\right]$ a $\left[\frac{22}{5};\frac{11}{5}\right]$; pro (j) $[6;-1]$ a $\left[-\frac{2}{5};\frac{11}{5}\right]$
(l) $2x+y-3-4\sqrt{5}=0$ a $2x+y-3+4\sqrt{5}=0$ **(m)** $-\frac{9}{4}$ a $-\frac{15}{4}$

2. **(a)** $(x+5)^2+(y-4)^2=25$ **(b)** $(x-3)^2+(y-5)^2=25$ **(c)** $(x+5)^2+(y-4)^2=36$
(d) $(x-1)^2+y^2=2$ a $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$

3. střed $\left[-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right]$, poloměr $\frac{3}{2}\sqrt{2}$