

# Kreslení grafů

**Úloha 1.** Načrtněte graf funkce, o které víte příslušné údaje.

- (a)  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $H_f = \langle -1; \infty \rangle$ , funkce je sudá, průsečíky s osami jsou v  $[\pm\sqrt{2}; 0]$  a  $[0; 0]$ , funkce je kladná na  $(-\infty; -\sqrt{2})$  a  $(\sqrt{2}; \infty)$ , záporná na  $(-\sqrt{2}; 0)$  a  $(0; \sqrt{2})$ , klesající na  $(-\infty; -1)$  a  $\langle 0; 1 \rangle$ , rostoucí na  $\langle -1; 0 \rangle$  a  $\langle 1; \infty \rangle$ , lok. minima v  $-1$  a  $1$ , přičemž  $f(\pm 1) = -1$ , lok. maximum v  $0$  a  $f(0) = 0$ , konvexní na  $(-\infty; -\sqrt{3}/3)$  a  $\langle \sqrt{3}/3; \infty \rangle$ , konkávní na  $\langle -\sqrt{3}/3; \sqrt{3}/3 \rangle$ ,  $\pm\sqrt{3}/3$  jsou inflexní body a  $f(\pm\sqrt{3}/3) = -5/9$ , asymptoty nejsou,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty$ .
- (b)  $D_f = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$ ,  $H_f = \mathbb{R}$ , není sudá ani lichá, průsečík s  $x$  je  $[-1/\sqrt[3]{2}; 0]$ , funkce kladná na  $(-1/\sqrt[3]{2}; 0)$  a  $(0; \infty)$ , záporná na  $(-\infty; -1/\sqrt[3]{2})$ , rostoucí na  $(-\infty; 0)$  a  $(1; \infty)$ , klesající na  $(0; 1)$ , lok. minimum v  $1$  a  $f(1) = 3$ , konvexní na  $(-\infty; 0)$  a  $(0; \infty)$ , asymptota bez směrnice  $x = 0$ , asymptota se směrnicí  $y = 2x$  v  $\infty$  i  $-\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .
- (c)  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $H_f = (0; 1)$ , není sudá ani lichá, průsečík s  $y$  je  $[0; \frac{1}{2}]$ , klesající na  $(-\infty; \infty)$ , konvexní na  $\langle 0; \infty \rangle$ , konkávní na  $(-\infty; 0)$ , inflexní bod v  $0$ , asymptoty se směrnicí  $y = 0$  v  $\infty$  a  $y = 1$  v  $-\infty$ .
- (d)  $D_f = (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$ ,  $H_f = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$ , není sudá ani lichá, průsečíky s osami nejsou, klesající na  $(-\infty; -1)$ ,  $\langle -\frac{1}{3}; 0 \rangle$  a  $(0; \infty)$ , rostoucí na  $(-1; -\frac{1}{3})$ , lok. maximum v  $-\frac{1}{3}$ , přičemž  $f(-\frac{1}{3}) = -\frac{27}{4}$ , konkávní na  $(-\infty; -1)$  a  $(-1; 0)$ , konvexní na  $(0; \infty)$ , asymptoty bez směrnice  $x = -1$  a  $x = 0$ , se směrnicí  $y = 0$  v  $\infty$  i  $-\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ .

**Úloha 2.** Pokračujte průběhy funkcí a) a c) z učebnice (Příklad 17)...

1. Vykreslete si v Geogebře nebo něčem podobném: (a)  $x^4 - 2x^2$ , (b)  $2x + x^{-2}$ ,  
(c)  $\frac{1}{1 + e^x}$ , (d)  $\frac{1}{x(x + 1)^2}$