

# Derivace – trénink na písemku

*Výsledky jsou na druhé straně.*

**Úloha 1.** Nalezněte rovnici tečny

- (a) k funkci  $2^x$  v bodě 0,
- (b) k funkci  $\sin x$  v bodě  $\pi$ .

**Úloha 2.** U následujících funkcí určete maximální (tj. co největší) intervaly, na kterých je funkce rostoucí či klesající, a nalezněte všechna lokální maxima a minima.

- (a)  $2x^3 - x^2 - 8x - 4$
- (b)  $x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 5$
- (c)  $\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$
- (d)  $\frac{1 - 2x^2}{x^2 + 3}$
- (e)  $x^2 - \ln(x^2)$

**Úloha 3.** Nalezněte globální extrémy následujících funkcí na zadaných intervalech:

- (a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$  na  $\langle 0; 2 \rangle$
- (b)  $(x^2 + 1)e^x$  na  $\langle -2; 0 \rangle$
- (c)  $2x^3 - x^2 - 8x - 4$  na  $\langle -3; 2 \rangle$

## Výsledky

**Úloha 1.** (a)  $y = (\ln 2)x + 1$ ; (b)  $y = -x + \pi$

**Úloha 2.** (a) Rostoucí na  $(-\infty; -1)$  a  $\langle \frac{4}{3}; \infty)$ , klesající na  $\langle -1; \frac{4}{3}$ , lok. maximum v  $-1$ , lok. minimum v  $\frac{4}{3}$ .

(b) Rostoucí na  $\langle 0; \infty)$ , klesající na  $(-\infty; 0)$ , lok. minimum v  $0$ . (Stacionární bod  $3$  není extrémem.)

(c) Rostoucí na  $(0; \frac{2}{3})$ , klesající na  $(-\infty; 0)$  a  $\langle \frac{2}{3}; \infty)$ , lok. maximum v  $\frac{2}{3}$ . (Pozor na to, že je potřeba vzít v potaz i bod  $0$ , ve kterém funkce není definována.)

(d) Rostoucí na  $(-\infty; 0)$ , klesající na  $\langle 0; \infty)$ , lok. maximum v  $0$ .

(e) Rostoucí na  $\langle -1; 0)$  a  $\langle 1; \infty)$ , klesající na  $(-\infty; 1)$  a  $(0; 1)$ , lok. minimum v  $-1$  a  $1$ .

**Úloha 3.** (a) Minimum v  $0$ , maximum v  $1$ .

(b) Minimum v  $-1$ , maximum v  $0$ .

(c) Minimum v  $-3$ , maximum v  $-1$ .