

### 34. Nezávislost a podmíněná pravděpodobnost

**Úloha 1.** Na jisté vysoké škole 15% studentů neprojde zkouškou z matematiky, 10% zkouškou z fyziky a 5% ani jednou ze zkoušek. Jsou jevy „Student neudělá zkoušku z matematiky“ a „Student neudělá zkoušku z fyziky“ nezávislé?

★ **Úloha 2.** Dokažte, že pokud jsou  $A$ ,  $B$  nezávislé jevy, pak jsou nezávislé i dvojice  $(A, B')$ ,  $(A', B)$  a  $(A', B')$ .

**Úloha 3.** Novákovi mají dvě děti.

- (a) Pokud víme, že jedno dítě je dívka, s jakou pravděpodobností je i to druhé dívka?
- (b) Pokud víme, že to starší dítě je dívka, s jakou pravděpodobností je i to mladší dívka?

Předpokládejte, že pohlaví dětí jsou na sobě nezávislá a narození chlapce a dívky je stejně pravděpodobné.

**Úloha 4.** Hodíme dvěma spravedlivými mincemi.

- (a) Pokud víme, že na jedné z nich padla panna, s jakou pravděpodobností padla i na druhé?
- (b) Pokud víme, že na první z nich padla panna, s jakou pravděpodobností padla i na druhé?

**Úloha 5.** Hodíme dvěma mincemi, na nichž panna padne s pravděpodobností  $\frac{3}{5}$ .

- (a) Pokud víme, že na jedné z nich padla panna, s jakou pravděpodobností padla i na druhé?
- (b) Pokud víme, že na první z nich padla panna, s jakou pravděpodobností padla i na druhé?

**Úloha 6.** Hodíme dvěma spravedlivými šestistennými kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že

- (a) na první kostce padla trojka, pokud na druhé padla čtyřka?
- (b) na první kostce padla trojka, pokud součet čísel na kostkách je 4?
- (c) součet padlých čísel je sudý, pokud je jejich součin sudý?
- (d) součin padlých čísel je sudý, pokud je jejich součet sudý?

**Úloha 7.** Náhodně seřadíme čísla  $1, \dots, 8$ . Jaká je pravděpodobnost, že

- (a) výsledné pořadí končí 8, pokud začíná 1?
- (b) výsledné pořadí končí 8, pokud *nezačíná* 1?
- (c) ve výsledném pořadí je trojka bezprostředně za dvojkou, pokud je ve výsledném pořadí dvojka bezprostředně za jedničkou?

**Úloha 8.** Marta hází spravedlivou mincí; pokud padne panna, tak druhý hod uskuteční tou samou, pokud orel, tak druhý hod provede mincí, na které padne panna s pravděpodobností  $\frac{4}{5}$ .

- (a) Určete pravděpodobnost, že v prvním hodu padne panna.
- (b) Určete pravděpodobnost, že v obou hodech padne panna.
- (c) Určete pravděpodobnost, že v obou hodech padne orel.
- (d) Určete pravděpodobnost, že nejprve padne panna a potom orel.
- (e) Určete pravděpodobnost, že nejprve padne orel a potom panna.
- (f) Určete pravděpodobnost, že v druhém hodu padne orel.
- (g) Pokud v druhém hodu padl orel, s jakou pravděpodobností padla v prvním panna?
- (h) Pokud v druhém hodu padl orel, s jakou pravděpodobností padl v prvním orel?
- (i) Pokud v druhém hodu padla panna, s jakou pravděpodobností padla v prvním panna?
- (j) Pokud v druhém hodu padla panna, s jakou pravděpodobností padl v prvním orel?

1. nejsou, protože  $0,05 \neq 0,15 \cdot 0,10$

3. (a)  $\frac{1}{3}$     (b)  $\frac{1}{2}$

4. (a)  $\frac{1}{3}$     (b)  $\frac{1}{2}$

5. (a)  $\frac{(\frac{3}{5})^2}{1-(\frac{2}{5})^2} = \frac{3}{7}$     (b)  $\frac{3}{5}$

6. (a)  $\frac{1}{6}$     (b)  $\frac{1}{3}$     (c)  $\frac{1}{3}$     (d)  $\frac{1}{2}$

7. (a)  $\frac{1}{7}$     (b)  $\frac{6 \cdot 6!}{7 \cdot 7!} = \frac{6}{49}$     (c)  $\frac{6!}{7!} = \frac{1}{7}$

8. (a)  $\frac{1}{2}$     (b)  $\frac{1}{4}$     (c)  $\frac{1}{10}$     (d)  $\frac{1}{4}$     (e)  $\frac{2}{5}$

(f)  $\frac{7}{20} = (c) + (d)$     (g)  $\frac{5}{7} = \frac{(\frac{d}{f})}{(\frac{f}{f})}$     (h)  $\frac{2}{7} = \frac{(c)}{(\frac{f}{f})}$

(i)  $\frac{5}{13} = \frac{(\frac{b}{b})}{(\frac{b}{b})+(\frac{e}{e})}$     (j)  $\frac{8}{13} = \frac{(\frac{e}{e})}{(\frac{b}{b})+(\frac{e}{e})}$