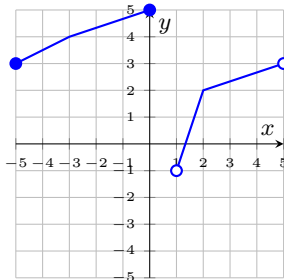
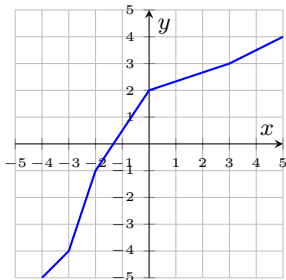
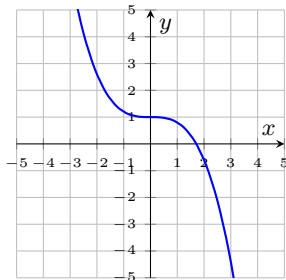


## 2. Inverzní funkce

**Úloha 1.** Dokreslete k zadaným grafům funkcí grafy k nim inverzních funkcí.



**Úloha 2.** Nalezněte zcela obecně předpis inverzní funkce k lineární funkci  $f(x) = kx + q$ , kde  $k$  a  $q$  jsou reálná čísla (výsledkem bude předpis funkce, ve kterém budou vystupovat  $k$  a  $q$ ). Bude inverzní funkce existovat vždy?

**Úloha 3.** Funkce  $f$  je definována po částech:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & \text{pro } x \geq -1 \end{cases}$$

Načrtněte graf funkce, ujistěte se, že jde o prostou funkci, a nalezněte obdobný předpis („po částech“) pro  $f^{-1}$ .

**Úloha 4.** Rozhodněte, které výroky platí pro každou funkci  $f$ :

- (a) Je-li  $f$  prostá, pak je  $f^{-1}$  také prostá.
- (b) Je-li  $f$  rostoucí, pak je  $f^{-1}$  také rostoucí.
- (c) Je-li  $f$  klesající, pak je  $f^{-1}$  také klesající.
- (d) Je-li  $f$  neklesající a prostá, pak už musí být rostoucí.

**Úloha 5.** Rozhodněte, v jakém vztahu jsou funkce  $f^{-1}$  a  $g^{-1}$ , je-li  $f$  libovolná prostá funkce a  $g$  je zadaná předpisem níže; např. pokud je  $g(x) = f(x) + 1$ , tak  $g^{-1}(x) = f^{-1}(x - 1)$  (proč?).

- (a)  $g(x) = f(x + 1)$
- (b)  $g(x) = -f(x)$
- (c)  $g(x) = 2f(x)$
- (d)  $g(x) = f(2x)$ .

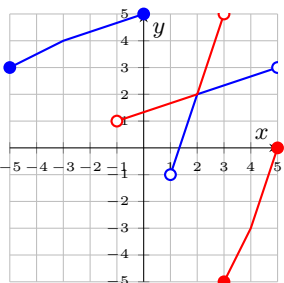
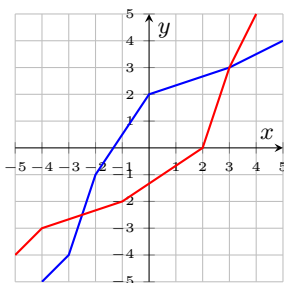
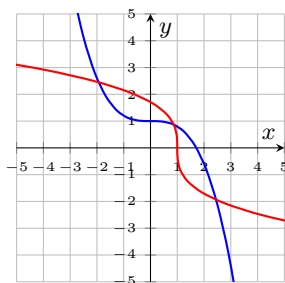
Můžete na to jít tak, že si představíte (či rovnou načrtnete) grafy  $f$  a  $g$  a co se s nimi stane po přechodu k inverzním funkcím.

\* **Úloha 6.** Rozhodněte, co musí splňovat čtveřice reálných čísel  $a, b, c, d$ , aby funkce s předpisem

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

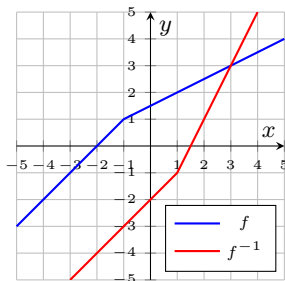
byla prostá.

\* **Úloha 7.** Známe již tři „překlápěcí operace“ s grafem funkce:  $f(x) \rightarrow -f(x)$ ,  $f(x) \rightarrow f(-x)$  a  $f(x) \rightarrow f^{-1}(x)$ . Kolik nejvíc různých grafů funkcí můžeme aplikováním těchto operací dostat z jednoho grafu funkce?



1.

2. Inverzní funkce existuje, právě když  $k \neq 0$ . Její předpis je  $f^{-1}(x) = \frac{1}{k}x - \frac{q}{k}$



3.

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{pro } x < 1 \\ 2x - 3 & \text{pro } x \geq 1 \end{cases}$$

4. (a) ano (b) ano (c) ano (d) ano

5. (a)  $g^{-1}(x) = f^{-1}(x) - 1$  (b)  $g^{-1}(x) = f^{-1}(-x)$  (c)  $g^{-1}(x) = f^{-1}(\frac{1}{2}x)$

(d)  $g^{-1}(x) = \frac{1}{2}f^{-1}(x)$

6. Musí platit  $ad \neq bc$ .

7. 8 (se započítáním i toho původního)