Subject: Date: Section "3"

Problem (1) 8- Universal Mines Inc. operates three mines in West Virginia. The ore from each mine is separated into two grades before it is shipped; the daily production capacities of the mines, as well as their daily operating costs, are as follows:

	High-grade ore Tons/day	Low-grade ore Tons/day	Operating cost $ 1000/day
Mine I	4	4	20
Mine II	6	4	22
Mine III	1	6	18

Universal has committed itself to deliver 54 tons of high-grade ore and 65 tons of low-grade ore by the end of the week. It also has labor contracts that guarantee employees in each mine a full day's pay for each day or fraction of a day the mine is open. Determine the number of days each mine should be operated during the upcoming week if Universal Mines is to fulfill its commitment at minimum total cost.

Solution

Subject: جدول 2

Date:

1) Dicision Variables :-

x_1 : number of days for mine 1 / week.

x_2 : number of days for mine 2 / week.

x_3 : number of days for mine 3 / week.

2) Objective :- minimize Cost

$Z_{min} = 20x_1 + 22x_2 + 18x_3$ ($ 1000)

3) Constraints :- subject to :

$4x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 54$ tons

$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 65$ tons

hidden variables

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ and $x_1, x_2, x_3 \leq 7$ ← عدد الأيام في الأسبوع

فمينفعش نقول ان ال $x_1 = 8$ مثلاً لينه عشان بنتعامل في الأسبوع لو في الشهر ماشي تمام.

x_1, x_2, x_3 are integers

ليه عشان هو قايل إن اللي أقل من يوم بنتعامل أنه يوم.

The linear Programming Model :-

$Z_{min} = 20x_1 + 22x_2 + 18x_3$

subject to :

$4x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 54$

$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 65$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ and $x_1, x_2, x_3 \leq 7$

x_1, x_2, x_3 are integers.

(3) (4)

Subject: Date:

Problem (2) A town has budgeted ₵ 250,000 for the development of new rubbish disposal. 7 sites are available, whose projected capacities and development costs are given below. (Constraints)

site	A	B	C	D	E	F	G
Capacity. tons/wk	20	17	15	15	10	8	5
Cost. ₵ 1000	145	92	70	70	84	14	47

Which sites should the town develop ?

Solution

1) Decision Variables :-

x_i = The site should be developed , $i = 1, 2, \ldots, 7$.

and

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{If No} \\ 1 & \text{If Yes} \end{cases}$$

Subject: Date:

(2) Objective :- Maximize Capacity

أنه يسأل أيه الأماكن اللي لازم تكون هي بيتدر علي أكبر Capacity اللي عملها التالية:

$$Z_{max} = 20x_1 + 17x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 10x_5 + 8x_6 + 5x_7$$

وزي ما عرفنا إن الـ $x_i = 1$ يعني فاللي هتكون هتكون هيبقى 1 مضروب في الـ Capacity بتاعتها، واللي 0 هيبقى بصفر فمش هي برا حساباتي، والـ Z هيبقى مجموع اللي هيديني أكبر Capacity بناءً علي اللي أختار مدن بالضبط اللي هتحقق لي اللي عايزاه وهايركلهم

(4) Constraints :-

Subject to :

$$145x_1 + 92x_2 + 70x_3 + 70x_4 + 84x_5 + 14x_6 + 47x_7 \le 250$$

Where

$$x_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \text{ Binary, Integers.}$$

لأنه يا إما أخدها وأ لا يعني كدا علي بعض يا إما ؟

The Linear Programming model :-

$$Z_{max} = 20x_1 + 17x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 10x_5 + 8x_6 + 5x_7$$

Subject to :

$$145x_1 + 92x_2 + 70x_3 + 70x_4 + 84x_5 + 14x_6 + 47x_7 \le 250$$

where :-

$$x_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \text{ Binary, Integers.}$$

العزيز

Subject: Date:

Problem (2): A certain farming organization operates three farms of comparable productivity. The output of each farm is limited both by the usable acreage and by the amount of water available for irrigation. Following are the data for the upcoming seasons.

منظمة زراعية معينة تمتلك ٣ مزارع ليهم نفس الإنتاج ، الـ ٣ مزارع دول الإنتاج بتاعها محصور على حاجتين بتعتمد على المساحة الصالحة للزراعة وكمان حاجة كمية المياه ودى موضحة في الجدول الآتي

المساحة الصالحة للزراعة

(كمية المياه اللي تقدر تغطيها الأرض بالفدان)

Farm	Usable acreage	Water available in acre feet
1	400	1500
2	600	2000
3	300	900

The organization is considering three crops for planting which differ primarily in their expected profit per acre and in their consumption of water. Furthermore, the total acreage that can be devoted to each of the crops its limited by the amount of appropriate harvesting equipment avilable.

المنظمة هي بتقول ان عندها ٣ أنواع من المحاصيل ممكن تزرعها في الـ farms دي

كل crops ليها المساحة اللي هتزرع فيها واستهلاك المياه وكل crop ليه

Profit بيرجعلي لما يزرعوا.

Subject :

Date:

الحد الأدنى من المساحة — استهلاك المياه بالفدان لكل فدان — الربح للفدان

Crop	Minimum acreage	Water Consumption in acre feet per acre	Expected Profit per acre
A	700	5	Rs. 400
B	800	4	Rs. 300
C	300	3	Rs. 100

In order to maintain a uniform work load among the farms, (constraint) it is the policy of the organization that the percentage of the usable acreage planted must be the same at each farm. However, any combination of the crops may be grown at any of the farms. (objective) The organization wishes to know how much of each crop should be planted at the respective farms in order to maximize expected profit. Formulate this as a linear programming model.

عشان نخلي الـ load موحد في كل المزارع فهدفه دايماً هي عاوزة ان تكون النسبة لمساحة المزروعة الكاملة للاستخدام يجب ان تكون هي نفسها في كل مزرعة ومع ذلك أي combination بين الـ crops ممكن يتزرع في أي مزرعة. "يعني لو زرعت ½ المساحة في الـ 1 يبقى لازم أزرع نص الـ 2 و ½ المزرعة الثالثة".

هو عاوز يعرف كمية كل crops اللي هتزرع في كل farm عشان يخلي الربح أعلى ما يمكن.

Solution

Subject: Date:

1 Decision Variables :-

X_{1A} : The number of acres that were planted from the Crop A on the farm 1.

X_{2A} : The number of acres that were planted from the Crop A on the farm 2.

X_{3A} : The number of acres that were planted from the Crop A on the farm 3.

X_{1B} : The number of acres that were planted from the Crop B on the farm 1.

X_{2B} : The number of acres that were Planted from the Crop B on the farm 2.

X_{3B} : The number of acres that were Planted from the Crop B on the farm 3.

X_{1C} : The number of acres that were planted from the Crop C on the farm 1.

X_{2C} : The number of acres that were planted from the Crop C on the farm 2.

X_{3C} : The number of acres that were planted from the Crop C on the farm 3.

بدل ماكتب زرعت كل واحد منهن اختصروا في متغير واحد :

X_{ij} : The number of acres that were planted from the Crop j on the farm i , $i = 1,2,3 \rightarrow$ farm

$j = A, B, C \rightarrow$ Crop

Subject: Date:

② **Objective:** Maximize Profit:

(Profit of A بالفدان) — (المساحة الكلية من الفدادين التي زرعت من المحصول A في 1,2,3)

$$Z_{max} = 400\,(X_{1A} + X_{2A} + X_{3A})$$

(Profit of B بالفدان) — (المساحة الكلية التي زرعت من B في 1,2,3)

$$+\ 300\,(X_{1B} + X_{2B} + X_{3B})$$

(Profit of C بالفدان) — (المساحة الكلية من الفدادين التي زرعت من المحصول C في 1,2,3)

$$+\ 100\,(X_{1C} + X_{2C} + X_{3C})$$

③ **Constraints:**

Subject to:

① المساحة الكلية التي تزرع في المزرعة 1, 2, 3 على الأكثر تكون 400, 600, 300 يعني هنزرع من A, B, C في ①, ②, ③ مش كل مساحة لازم المساحة اللي هو قايلها.

$$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} \le 400$$
$$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} \le 600$$
$$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} \le 300$$

number of area in each farm

② الحد الأدنى من المساحة التي هتزرع للـ A,B,C في كل مزرعة 1,2,3 هو 700, 800, 300

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} \ge 700$$
$$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} \ge 800$$
$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} \ge 300$$

minimum area for each crop

③ استهلاك المياه لكل crop من A,B,C في المزارع 1,2,3 لا يتخطى الـ 1500, 2000, 900

(مياه الري لعدد الفدادين التي زرعت من A في 1 لا تتخطى الـ 1500)

$$5X_{1A} + 4X_{1B} + 3X_{1C} \le 1500$$
$$5X_{2A} + 4X_{2B} + 3X_{2C} \le 2000$$
$$5X_{3A} + 4X_{3B} + 3X_{3C} \le 900$$

Water available in each farm.

Subject: Date:

④ هو كمان ان نسبة المساحة المزروعة في كل مزرعة لكل المحاصيل واحدة . " احسب النسبة دي ازاي " عدد الفدادين اللي زرعت لكل المحاصيل في كل مزرعة مقسومة على مساحة المزرعة " .

$$\frac{X_{1A} + X_{1B} + X_{1C}}{400} = \frac{X_{2A} + X_{2B} + X_{2C}}{600} = \frac{X_{3A} + X_{3B} + X_{3C}}{300}$$

hidden Constraints

مايقفش بالسالب $X_{ij} \geq 0 \quad , i = 1,2,3 \; ; \; j = A,B,C$

Subject: Date:

Problem (4):

A city hospital has the following minimal daily requirement of nurses :

Period	1	2	3	4	5	6
Clock Time (24 hrs. day)	(6-10) AM	10 AM-2PM	(2-6) PM	(6-10) PM	6PM-2AM	(2-6) AM
Minimal number of nurses	2	7	15	8	20	6

Nurses report to the hospital at the beginning of each Period and work for 8 Consecutive hours. The hospital wants to determine the minimal number of nurses to be employed so that there is sufficient number of nurses available for each period. Formulate this as linear Programming Problem.

Solution

- مستشفى يتشغل 6 شفتات في اليوم في كل شيفت بحتاج حد أدنى من الممرضين.
- الممرضات بيقدم تقارير المستشفى في بداية كل فترة، وبيشتغلوا لمدة 8 ساعات متتالية.
- المطلوب إن المستشفى يورد على أقل عدد الممرضات المراد توظيفهم بحيث يوفر عدد كافي من الممرضين لكل فترة.
- يعني هي عايزة توفق أد إيه من الممرضين بحيث توفر الحد الأدنى لكل فترة

العزيز

Subject: Section 4 (1)(11)(01) Date:

Sheet (4) :-

(1) Decision Variables :-

عدد الممرضات الملتحقات بالخدمة عند بداية الساعة أو الفترة .

Let x_i : The number of nurses joining duty at the Start of any Period i, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

{i.e.} x_1 : The number of nurses beginning work at the start of Period 1 "start at 6 A.M"

and so on.

x_6 : The number of nurses beginning work at the Start of Period 6 "start at 2 A.M."

(2) Modeling :-

Objective :- → Min the number of nurses to be employed

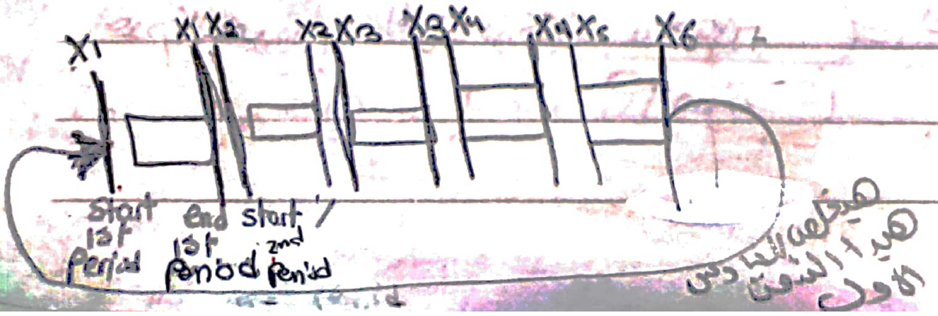
يعني هقلل عدد الممرضات اللي هيشتغلوا في كل الدوران

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 .$$

Constraints :- → بإن كل عدد في بداية كل دورة لا يقل عن الحد الأدنى في كل دورة .

Subject to

بداية كل دورة هي نهاية الدورة اللي قبلها على طول يعني مثلاً هي x_1 بدأت أمسي؟ لما x_6 خلصت و x_2 بدأت أمسي؟ لما x_1 خلصت و x_3 بدأت أمسي



Subject: كده العربيات لحد بداية الفترة

دي بتاعها الدورة التالية 8 ن نهاية الدورة هي بداية الجديدة

Date:

عدد اللي هيتعلم عند بداية الفترة التالية هي العدد اللي موجود عند بداية الفترة

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_2 + x_3 \geq 15$$

$$x_3 + x_4 \geq 8$$

$$x_4 + x_5 \geq 20$$

$$x_5 + x_6 \geq 6$$

$$x_6 + x_1 \geq 2$$

العدد المطلوب لعاينك لبداية الفترة الجديدة وليس في الفترة

$x_i \geq 0$ and integer ; $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Problem (5):

A truck Company requires the following number of drivers for its trucks during 24 hours:

Time	00 - 04 hr	04 - 08 hr	08 - 12 hr	12 - 16 hr	16 - 20 hr	20 - 24 hr
No. Required	5	10	20	12	22	8

According to the shift schedule a driver may join for duty at midnight, 04, 08, 12, 16, 20 hours and work continuously for 8 hours. Formulate the problem as L.P. Problem for optimal shift plan.

Solution

السواق يبدأ الشغل عند 4، 8، 12، 16، 20 والشفت بتاعه بيستمر لمدة 8 ساعات وعند كل بداية شفت 4، 8، 12، 16 بيحتاجوا عدد معين من السواقين

Scanned with CamScanner

Subject: Date:

(1) Decision Variables:-

Let x_i : The number of drivers joining duty at midnight, 00, 04, 08, 12, 16 and 20, for $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, respectively.

(2) Modeling:-

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6$$

هقلل عدد السواقين اللي هيشتغلوا وهاخد بعين الاعتبار إن العدد في كل وقت يبقى هو العدد المطلوب

Subject to

$x_1 + x_2 \geq 10$ ← السواقين اللي هيبدأوا الفترة التانية من الساعة 4 لازم يكونوا متواجدين من قبلها، ليه عشان بعد بداية الفترة يبدأ يكون العدد كامل

$x_2 + x_3 \geq 20$

$x_3 + x_4 \geq 12$

$x_4 + x_5 \geq 22$

$x_5 + x_6 \geq 8$

$x_6 + x_1 \geq 5$

and

$x_i \geq 0$, integer, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Project: Date:

Problem (6)

A chemical company produces two products, X and Y. Each unit of product X requires 3 hours on operation I and 4 hours on operation II, while each unit of product Y requires 4 hours on operation I and 5 hours on operation II. Total available time for operations I and II is 20 hours and 26 hours respectively. The production of each unit of product Y also results in two units of a by-product Z at no extra cost. It can be sold for Rs 20/unit.

Product X sells at profit of Rs 10/unit, while Y sells at profit of Rs 20/unit.

By-product Z brings a unit profit of Rs. 6 if sold in case it cannot be sold, the destruction cost it Rs. 4/unit. Forecasts indicate that not more than 5 units of Z can be sold. Formulate L.P. model to determine the quantities of X and Y to be produced, keeping Z in mind, so that the profit earned is maximum.

Solution

Product	Operation I	Operation II	Profit
X	3 hrs	4 hrs	Rs 10/unit
Y	4 hrs	5 hrs	Rs 20/unit
Total Time	20 hrs	26 hrs	

Subject: Date:

- The Production of each unit of product Y also results in two units of a by-product Z at no extra Cost. → each 2Y → Z

- By-Product Z
  - If sold → Profit R.S 6/unit.
  - If Cannot be sold → destruction cost is R.S 4/unit.

- not more than 5 units of Z can be sold.

① Decision Variables:-

Let: X_1: number of units of X.
X_2: number of units of Y.
X_3: number of units of Z sold.
X_4: number of units of Z destroyed.

② Modeling:-

Product			
X	3 hrs	4 hrs	
Y	4 hrs	5 hrs	
	24 hrs	28 hrs	

Date:

Objective: Maximize the profit.

$$Max\ Z = 10x_1 + 20x_2 + 6x_3 - 4x_4$$

لازم يشيل اللي خسروا عشان يشوف الربح العالي.

Constraints:

Subject to

$3x_1 + 4x_2 \leq 20$ → Time available of operation I.

$4x_1 + 5x_2 \leq 26$ → Time available of operation II.

$x_3 \leq 5$ → The number of units of Z sold

$2Y = Z \Rightarrow 2x_2 = x_3 + x_4$

→ The number of units of product Z produced.

عدد الوحدات المنتجة من Z.

and

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$.

(17)

Problem (7):

An oil Company produces two grades of gasoline P and Q which it sells at R.s. 30 and R.s. 40 per litre. The Company buy four different Crude oils with the following Constituents and Costs:

Crude oil	Constituents A	B	C	Price / Litre (Rs.)
1	0.75	0.15	0.10	20.00
2	0.20	0.30	0.50	22.50
3	0.70	0.10	0.20	25.00
4	0.40	0.10	0.50	27.50
5				

Constrains

Gasoline P → have at least 55% of A.

→ No more than 40% of C.

Constrains

Gasoline Q → does not contain more than 25% of C

Determine how the Crudes should be used to maximize the profit?

Solution

(1) Decision variables:

$x_{ij} \Rightarrow$ no of liters of gasoline j from crude oil i ; $i = 1, 2, 3, 4$

$j = P$ and Q.

(2) Modeling:

$$\text{Max } Z = 30(x_{1P} + x_{2P} + x_{3P} + x_{4P}) + 40(x_{1Q} + x_{2Q} + x_{3Q} + x_{4Q}) - 20(x_{1P} + x_{1Q}) - 225(x_{2P} + x_{2Q}) - 25(x_{3P} + x_{3Q}) - 27.5(x_{4P} + x_{4Q})$$

Subject to (عدد اللترات P الي جت من الخام)

(نسبة المغير A في الخام الأول)

$$0.75x_{1P} + 0.20x_{2P} + 0.70x_{3P} + 0.40x_{4P} \geq 0.55(x_{1P} + x_{2P} + x_{3P} + x_{4P})$$

$$0.10x_{1P} + 0.50x_{2P} + 0.50x_{3P} + 0.50x_{4P} \leq 0.4(x_{1P} + x_{2P} + x_{3P} + x_{4P})$$

$$0.10x_{1Q} + 0.50x_{2Q} + 0.20x_{3Q} + 0.50x_{4Q} < 0.25(x_{1Q} + x_{2Q} + x_{3Q} + x_{4Q})$$

العزيز