Test book :- Problems in Operations Research, Gupta, 10th edition.
:- Operations Research, Shaum. (1)

Subject: not pure Mathematics
it is use techniques + statistics and Programming to solve complex problems

Date: **Section "1"**

Operation Research "OR"

فيه مشكلة وعندي هدف "objective" لازم أحققه وعاوز أوصل للحل الأفضل "optimal"

_ is a discipline that deals with the application of advanced analytical methods to help make better decisions. In operations research, problems are broken down into basic components and then solved in defined steps by mathematical analysis.

التحسين " جعله أفضل ما يكون للشيء "

The central objective of operations research is optimization, i.e., "to do things best under the given circumstances."
"Constraints"

هو تخصص يتعامل مع تطبيق أساليب تحليلية متقدمة للمساعدة في اتخاذ قرارات أفضل " حل أفضل للمشاكل ".
تكون بحوث العمليات من مجموعة من الأساليب (الطرق) المختلفة للبحث عن الحل الأمثل للحصول على أقل تكلفة ممكنة أو أكبر ربح ممكن. ماتقدرش نقول إنها Pure Math ولكن هي بتحول المشكلة لـ Math لإيجاد حل.
يتم تقسيم المشكلات إلى مكونات أساسية ثم يتم حلها في خطوات محددة عن طريق التحليل الرياضي.

جعله أفضل ما يكون

Optimization :- is a branch of OR which uses mathematical techniques such as linear and nonlinear programming to derive values for system variables that will optimize performance.

* يعني مثلاً عندي مصنع عاوزه أوصله لإنتاجية وأخلية أفضل *

(2)

- Use Mathematics to solve real life Problems (in business, industry, health care, ---)

- Problem $\xrightarrow{\text{convert}}$ Math "equations"
  لما نكتبها
  ① Mathematical Modeling ② Solve this Problem.

> لحل الأداء أفضل مايكون يجب قيم المتغيرات النظام التي من شأنها
> تحسين الأداء: "يعني القيم اللي هتخليه أفضل مايكون" ← يعني أحسن حل

** Optimization Problems :-

In an optimization problem we min or max a specific quantity "objective", which depends on a finite number of variables. These variables may be independent of one another or may be related through one or more constraints.

- Objective
  - **Maximize** "Profit, Production, Performance, ---
  - **Minimize** "Time, Cost, Effort, Risk, ---

> عشان أوصل لأفضل حل للمشكلة اللي عندي بيكون ده على حسب
> هدفي فلو مثلاً أنا عاوزة ربح أو زيادة إنتاج أو تحسين أداء ...
> فده معناه أن الهدف هو الزيادة "Max". طب لو أنا عاوزة
> أقل وقت أو تكلفة أو مجهود أو خطر معين في المشكلة فده معناه
> أن الهدف هو التقليل "Min".

** • The Two Main Phases in Optimization Problem :-

① Objective
- Max
- Min

Subject:

Date:

② Constraints : (**)

S.t.

Subjected to

إن عندي شوية قيود بمعنى إني عاوز أحسن الإنتاج بس لازم المصنع بينتج كمية معينة أو عاوز أشتغل أيام معينة..

(**) Mathematical Program :-

– A mathematical program is an optimization problem in which the objective and constraints are given as mathematical functions and functional relationships.

- Mathematical Programs have the form:- (**)

(1) Optimize: $Z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ → Objective.

(2) Subjected to "s.t." : → Constraints

$$\left.\begin{matrix} g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{matrix}\right\} \begin{matrix} = \\ \leq \\ \geq \end{matrix} \left\{\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{matrix}\right.$$

each of the m Constraint relationships involves one of the three signs $\leq, =, \geq$

(3) $x_j \geq 0$, for $j = 1, 2, \ldots, n$ أي كمية لازم موجب

→ hidden conditions. Generally they involve non negativity or integer requirements on the input variables.

كده ذكيات مفروضين تبع الموضوع مثلاً أو زيد نقاط

إن أنا أحط قيد معين إن لازم كل الـ variables يكونوا موجبين

ليه hidden لأني أنا بفهمه لوحدي من المسألة إن لازم يبقى أكبر من الصفر زي مثلاً عدد حاجة أو وقت وهكذا

مفيش يبقى سالب أو ربح أنا مثلاً متكاملة دي فترة بالسالب كده

Subject: Date:

Problem Formulation:

"Modeling the problem with Mathematical Program"

Step 1: Determine the quantity to be obtimized and express it as a mathematical function.

Step 2: Identify all requirements, restrications and limitations and express it as a mathematical function.

في أي Optimization Problems أول خطوة : لازم أعرف كل الـ variables
بتعبر عن ايه .

الخطوة التانية : أكتب المشكلة اللي عندي على هيئة الـ Mathematical Program

ودايماً منساش أحط شرط : إن لازم كل الـ Variables يكونوا موجبين .

*

Example:

أنا عندي متغيرين x_1, x_2 بيعبروا عن حاجة معينة الهدف عاوزة أقلل مجموع مربعاتهم تحت بعض القيود

$$\text{Min}: Z = x_1^2 + x_2^2$$

عاوزة أدور على قيم لـ x_1 و x_2 عشان تديني أقل قيمة لـ Z

$$\text{S.t}: \quad x_1 - x_2 = 3$$

$$x_2 \geq 2$$

is an optimization problem for the objective Z.

The input variables are x_1 and x_2, which are constrained in two ways: x_1 must exceed x_2 by 3 and also x_2 must be greater than or equal to 2.

it is desired to find values for the input variables which minimize the sum of their squares, subjected to the limitations imposed by constraints.

Scanned with CamScanner

Subject: Date:

** - After modeling the problem there is more than one method to solve by:
→ Graphically "2 Variables"
→ Theoritically

Problems :-

(1) Factory works for 50 hours per week, it produces 2 kinds of games

	Manufacturing تصنيع	ثمن البيع Sale
Game I	اللعبة الأولى تحتاج وقت (الواحدة) 3.5 h	28 $
Game II	اللعبة الثانية تحتاج وقت 4 h	31 $

How many games of $game_I$, $game_{II}$ should be produced to maximize the profit?

Solution — عاوز عدد اللعب اللي هينتجها من I، II كمان نزود الربح وهو نفسه قيود معينة (أي عدد الساعات)

(1) Decision variables :- متغيرات القرار

$x_1 \equiv$ the number of $game_I$ product weakly.

$x_2 \equiv$ the number of $game_{II}$ product weakly.

(2) Modeling the problem :-

(a) Objective :- Maximize the profit — زيادة الربح من بيع اللعبتين يعني عاوزة انتاج أد ايه للعبتين عشان أكبر الربح

$$Max : Z = 28x_1 + 31x_2$$

إنتاج اللعبة الأولى في بيعها يديني المكسب اللي منها | إنتاج اللعبة الثانية في بيعها يديني المكسب اللي منها

يعني

Z: عاوزة أكبر الربح منهم هما الاتنين

Constraints :

Subjected to : عدد اللعب اللي انتجها الشبه في عدد الساعات لإنتاج اللعبة الثانية

المصنع بيشتغل 50 ساعة فإنتاج اللعبة الأولي والتانية لازم مايعديش الـ 50 ساعة

$$3.5x_1 + 4x_2 \leq 50$$

عدد اللعب اللي انتجها الأولي في عدد الساعات لإنتاج اللعبة

$$x_1, x_2 \geq 0$$

→ hidden Constraint : x_1, x_2 Must be +ve

لأنه بيعبر عن عدد.

Graphical Solution of optimization problems
2D Problems

(1) لو الـ hidden cont "$x_1, \dots, x_n \geq 0$" فداه معناه ان هنرسم في الربع الأول.

(2) عشان نعرف المنطقة اللي بتحتوي على الـ feasible solution هنرسم كل الـ Constraints :-

المساحة اللي بتتوافر عليها كل الـ constraints

ديما بحليها = مهما كانت > أو < أو $\geq$ أو $\leq$

$$a_1x_1 + b_1x_2 = c_1 \rightarrow ①$$

using ①, ②, ..., ⓝ

$$a_2x_1 + b_2x_2 = c_2 \rightarrow ②$$

Put $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = ?$

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = ?$

$$a_nx_1 + b_nx_2 = c_n \rightarrow ⓝ$$

يعني هنحط في المعادلات مرة الـ $x_1 = 0$ وهنشوف الـ $x_2 = ?$ والعكس.

هنحط الـ $x_2 = 0$ وهنشوف الـ $x_1 = ?$.

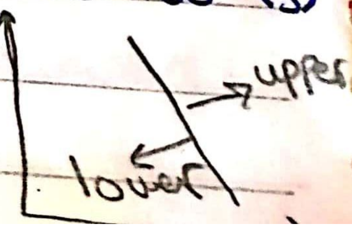
بعد ما نرسم كل الـ Constraints ونشوف بتقاطعوا في انهي منطقة وتكون منطقة التقاطع دي هي الـ space of feasible soln.

(3) كل خط هيقسم المساحة إلى ٣ أجزاء

Upper → Most of times > function.

lower → Most of times < function.

Line → Always = function



Multiples of a → multiplied by 1,2,3,4,---

(7)

Subject: Date:

يعني عشان نطلع أنهي مساحة اللي هانا اللي فوق الخط ولا اللي تحت هنعوض بأي نقطة فوق أو تحت الخط ، النقطة اللي هتحقق القيد اللي هي المعادلة هي دي المنطقة اللي معايا . والمنطقة اللي مابين النقط المشتركة اللي بتحقق القيود هي دي الـ feasible area و هو الجزء اللي فيه كل الحلول اللي تديني الـ Max أو الـ Min وبنختار منهم أفضل نقطة فيهم اللي تحقق الـ Max أو الـ Min بتاع الـ Z .

(4) عشان نختار النقاط اللي تحقق الـ optimal solu عندي طريقتين :-

① نعوض كل النقط في الـ feasible area ونختار النقطة اللي تحقق الـ Max أو الـ Min دي حسب الهدف بتاع المسألة

② نرسم الـ Z اللي هو الخط بتاع الـ Max أو الـ Min

let $Z = a x_1 + b x_2$ عشان نوحد القسمة على الـ a,b

⇐ using the multiples of the product of ab, then

Put Z by this multiple of ab

∴ $a x_1 + b x_2 = c$ لازم الخط مايكونش جوا الـ feasible area.

let $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{c}{b}$ ⇒

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{c}{a}$

ونرسم الخط ده الوسط وناخد نقطة فوق أو تحت الخط ونشوفها بتحقق الـ max أو الـ min بتاعت الـ Z عشان أشوف هحرك الخط إزاى .

③ لو عاوز الـ Max هختار آخر نقطة في الـ feasible area هتخبط في الخط ، لو عاوز الـ Min هختار أول نقطة في الـ feasible area هتخبط في الخط .

★ طريقة أسرع لرسم الـ Z ← هحط الـ Z=0 وهدور على تلات نقاط أو 2 تحقق المعادلة $a x_1 + b x_2 = 0$ بتبقى منهم أكيد (0,0) والنقطة التانية اللي هتدي الـ Zero هي (-b,a) أو (b,-a) حيث

$(a)(b) + (b)(-a) = 0$

$(a)(-b) + (b)(a) = 0$

Scanned with CamScanner

Subject: Date:

① Example:

Maximize: $Z = 20x_1 + 30x_2$

Subject to:

$$0.4x_1 + 0.3x_2 \leq 18$$

$$0.2x_1 + 0.4x_2 \leq 14$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solution:

(1) let $0.4x_1 + 0.3x_2 = 18 \rightarrow$ ①

Put $x_1 = 0 \rightarrow 0.3x_2 = 18 \rightarrow x_2 = 60$

$\therefore$ 1st point of first line $(0, 60)$

$x_2 = 0 \rightarrow 0.4x_1 = 18 \rightarrow x_1 = 45$

$\therefore$ 2nd point of first line $(45, 0)$

let $0.2x_1 + 0.4x_2 = 14 \rightarrow$ ②

Put $x_1 = 0 \rightarrow 0.4x_2 = 14 \rightarrow x_2 = 35$

$\therefore$ 1st point of 2nd line $(0, 35)$

$x_2 = 0 \rightarrow 0.2x_1 = 14 \rightarrow x_1 = 70$

$\therefore$ 2nd point of 2nd line $(70, 0)$

(2) هنعوض بنقطة تحت او فوق الخط ① والخط ②

- هاخد $(0,0)$ واقعة تحت الخط ① ونشوف هتحقق الشرط

$0.4(0) + (0.3)(0) \leq 18$ ولاء، حققت الشرط وطلعت أقل من 18

$\therefore$ هاخد المنطقة اللي تحت الخط. لو خدنا أي نقطة فوق الخط مش

هتحقق الشرط فمنقول هاخد المساحة اللي تحت ومثلاً لو أخدت

النقطة $(60, 20)$ فوق الخط $0.4x_1 + 0.3x_2$ هنعوض هتطلع 30 لامش أقل من الـ 18

فهاخد المساحة اللي تحت.

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 10$ ممكن نختار اي رقم يقبل القسمة على

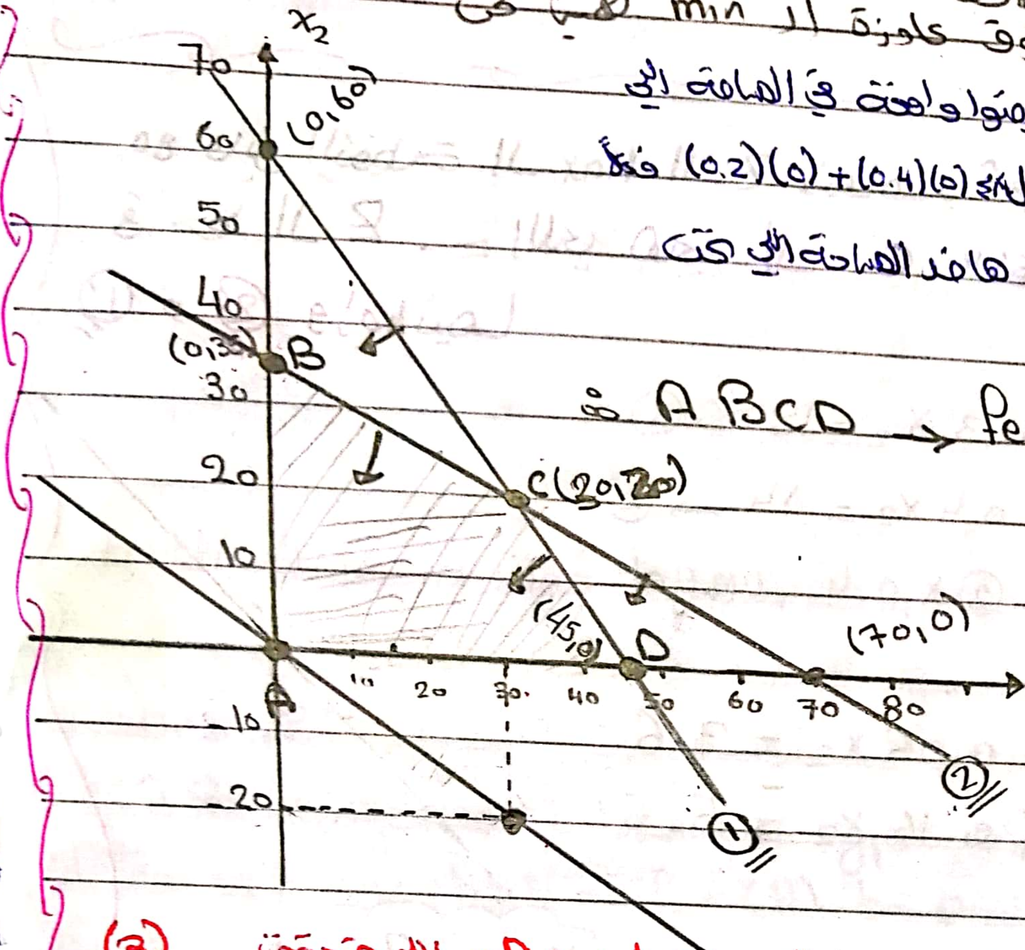
$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 15 \Rightarrow (0,10) , (15,0)$

Subject:

(9)

وهنا، نقطة فوق هذا الخط داه وكده تجاوزة ال Max

هي فوق علاوة ال min هي في خ



هاخد ال (0,0) يرضوا واحدة في المساحة الي

في الخط ② ← هل $(0.2)(0) + (0.4)(0) \leq$ فعلاً

أقل من 14 ؛ هاخد المساحة الي تحت

الخط.

∴ $ABCD \rightarrow$ feasible area.

(3) ايجاد النقطة الي هتديني ال optimal soln الي هتحقق

ال Max لل Z بطريقتين :- واحدة من النقاط ABCD هي الي هتحقق ال Z

(a) using the line of Z

∴ $Z = 20x_1 + 30x_2$

$(20)(30) = 600$ using the multiples of 600 like

1200, 1800, ...

let $20x_1 + 30x_2 = 1200$

If $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{1200}{30} \rightarrow x_2 = 40$

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1200}{20} \rightarrow x_1 = 60$

∴ the two points of the line $Z = (0,40)$ and

$Z = (60,0)$

هيطلع الخط ده لو وصلنا ال area

معنا أو نخليه يرضوا عليه

وقدار ال (0,0) أو هاخد (0,0) و (30,-20)

العزل

Subject: Date:

∴ عايز النقطة الـ Max الـ Z فهاخد آخر نقطة تخبط في خط الـ Z . ⇐ اللي هي الـ C "نقطة التقاطع بين الخطين ① و ② وإحداثيها

$0.4X_1 + 0.3X_2 = 18 \rightarrow ①$

$0.2X_1 + 0.4X_2 = 14 \rightarrow ②$

① × 0.2 − ② × 0.4 , we get

$0.08X_1 + 0.06X_2 = 3.6$

$- \; 0.08X_1 + 0.16X_2 = 5.6$

$-0.1X_2 = -2 \Rightarrow X_2 = 20$

put $X_2 = 20$ in ① , we get:

$0.4X_1 + (0.3)(20) = 18$

$0.4X_1 + 6 = 18 \rightarrow 0.4X_1 = 12 \rightarrow X_1 = 30$

∴ C = (30, 20) is the optimal feasible solution

<u>(b)</u> Using the points of the feasible area.

The point that satisfy the objective "Max $Z = 20X_1 + 30X_2$"

is the optimal feasible solution.

∴ $Z = 20X_1 + 30X_2$

Using the Corners of the feasible area.

A : (0,0) → $Z = 20(0) + 30(0) = 0$

B : (0,35) → $Z = 20(0) + 30(35) = 1050$

C : (30,20) → $Z = 20(30) + 30(20) = 1200$ → Max

D : (45,0) → $Z = 20(45) + 30(0) = 900$

ملحوظة

لو عندي أكثر من نقطة بتحقق ال Max أو ال Min
اللي هو الهدف بتاعنا يبقى الوقت دي علطول optimal solution
ويبقى عندي أكثر من optimal solution وأي نقطة واقعة
على الخط الواصل بين النقاط دي تعتبر برضو optimal solution
حتى لو عوضنا بأي نقطة على الخط داه في ال Z هتطلع نفس قيمة
النقاط دي.

(5)

Problem (2):

A Small generator burns 2 types of fuel low Sulfur (L) and high sulfur (H) to produce electricity. For each hour of use, each gallon of (L) emits 3 units of sulfur, generates 4 kw and costs 60 cents, while each gallon of (H) emits 5 units of sulfur, generates 4 kw and costs 50 cents. The environmental protection agency insists that Max amount of sulfur that can be emitted per hour is 15 units, suppose that at least 16 kw must be generated per hour. How many gallons of L and H should be used hourly to minimize the cost of the fuel?

(مولد كهرباء، يحرق، الوقود، منخفض الكبريت، المعامل، objective، Total amount of sulfur → constrains 1، constrains 2)

مولد صغير بيحرق نوعين
من الوقود منخفض الكبريت
وعالي الكبريت بتاع الكهرباء

Solution

Subject: Date:

كل جالون يطلع — التالت الجالون بيولد

Type of fuel	each gallon emits	generates	Cost
Low sulfur "L"	3 units of sulfur dioxide ثاني أكسيد الكبريت	4 KW	60 cents
High sulfur "H"	5 units of sulfur dioxide	4 KW	50 cents

→ The Max amount of sulfur that can be emitted per hour is 15 units. أقصى حد للثاني أكسيد الكربون المنبعث

→ Suppose that at least 16 KW must be generated per hour. ويولد على الأقل 16 KW

(1) Decision Variables :-

$x_1 \equiv$ amount of low sulfur that can be emitted per hour (amount of gallons)

$x_2 \equiv$ amount of High sulfur that can be emitted per hour

(2) Modeling the problem :-

Objective :- Min the cost of fuel. عاوز يقلل تكلفة الوقود

التكلفة الكلية (H) + (L) ← $\text{Min} \quad Z = 60x_1 + 50x_2$

كمية الكبريت المستخدمة في الساعة X سعر الواحد هيدينى تكلفة الـ (L) — كمية الكبريت (H) المستخدمة في الساعة X سعر الواحدة هيديني تكلفة الـ (H)

Constraints :- (الواحد بـ emit 3unit)

Subject to $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$4x_1 + 4x_2 \geq 16$

$x_1, x_2 \geq 0$ → # ليه أكبر من الصفر علشان بيعبروا عن كمية #

Subject: Date:

(3) Graphical Solution :-

(1) Let $3x_1 + 5x_2 = 15 \rightarrow (1)$

Put $x_1 = 0 \rightarrow 5x_2 = 15 \rightarrow x_2 = 3$

∴ 1st Point of first line $(0, 3)$

$x_2 = 0 \rightarrow 3x_1 = 15 \rightarrow x_1 = 5$

∴ 2nd Point of first line $(5, 0)$

Let $4x_1 + 4x_2 = 16 \rightarrow (2)$

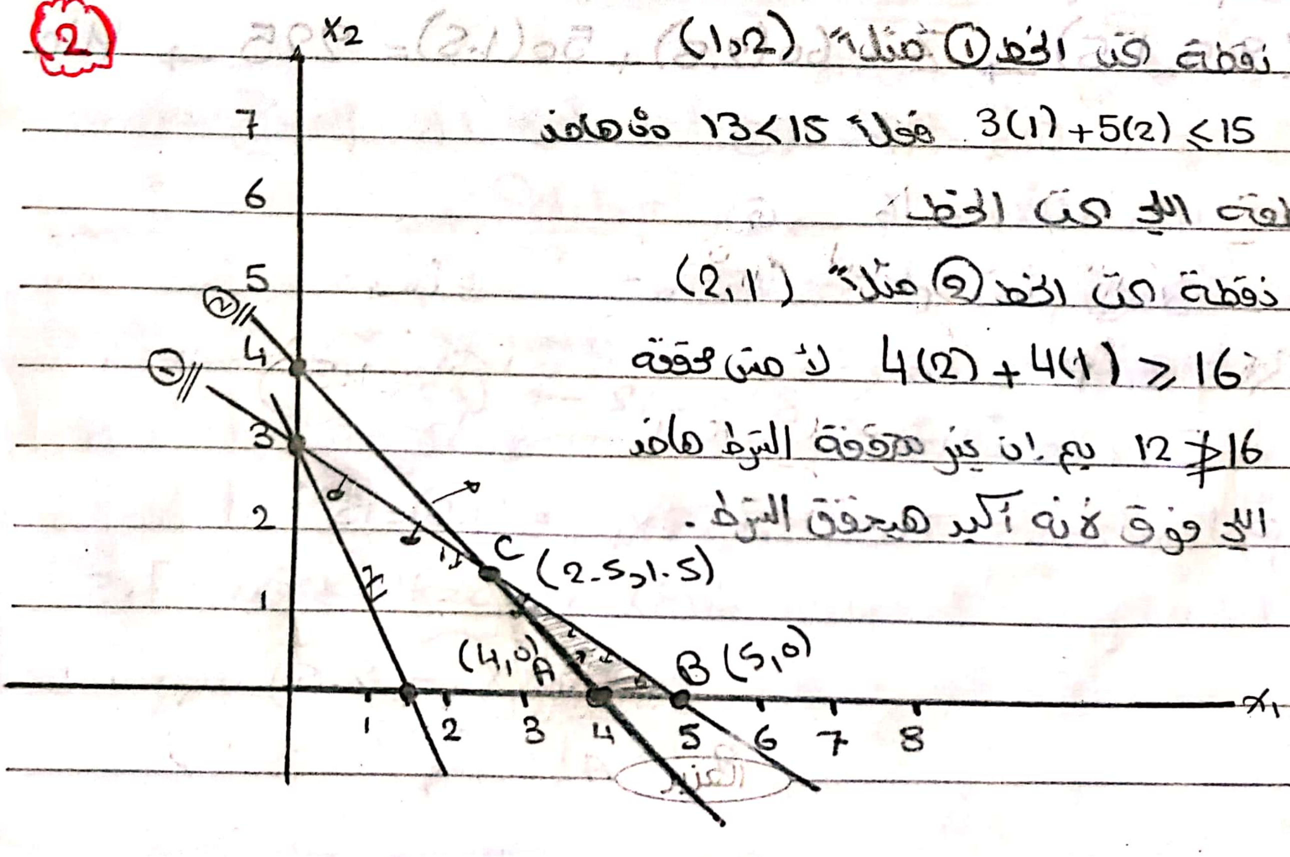
Put $x_1 = 0 \rightarrow 4x_2 = 16 \rightarrow x_2 = 4$

∴ 1st Point of 2nd line $(0, 4)$

$x_2 = 0 \rightarrow 4x_1 = 16 \rightarrow x_1 = 4$

∴ 2nd point of 2nd line $(4, 0)$

(2)



• هاخد نقطة تحت الخط (1) مثلاً (1,2)

هل $3(1)+5(2) \leq 15$ فعلاً $13<15$ فهاخد

المنطقة اللي تحت الخط.

هاخد نقطة تحت الخط (2) مثلاً (2,1)

هل $4(2)+4(1) \geq 16$ لا مش محققة

لأن $12 \ngtr 16$ يبقى اللي يبقى محققة الشرط هاخد

الجزء اللي فوق لأنه أكيد هيحقق الشرط.

Subject: Date:

∴ ABc is a feasible area.

③ The point that Min $Z = 60x_1 + 50x_2$

(a) using the line of Z :-

ادور على رقم ينقسم على معاملات ال x_1 ، x_2 ويطلع رقم صحيح من الخطوط اللي عندها

$60x_1 + 50x_2 = 150$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{150}{50} \rightarrow x_2 = 3$

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{150}{60} \rightarrow x_1 = 2.5$

∴ the two points $(0,3)$, $(2.5, 0)$

هنمشي بالمسطرة الخط Z لحاتي لما يخرج في أول نقطة في ال Feasible area

عشان بيدور على ال Min وهي اللي تحقق داه النقطة

C : $(2.5, 1.5)$

(b) using the corners ABC of the feasible area:-

A: $(4,0) \rightarrow Z = 60(4) + 50(0) = 240$

C: $(2.5, 1.5) \rightarrow Z = 60(2.5) + 50(1.5) = 225 \rightarrow$ Min

$3x_1 + 5x_2 = 15 \rightarrow ①$

$4x_1 + 4x_2 = 16 \rightarrow ②$

4 × ① − 3 × ② , we get

$12x_1 + 20x_2 = 60$

$-\ 12x_1 \mp 12x_2 \mp 48$

$8x_2 = 12 \rightarrow x_2 = 1.5$

put $x_2 = 1.5$ in ① : $3x_1 + 5(1.5) = 15$

$3x_1 + 7.5 = 15 \rightarrow 3x_1 = 7.5$

∴ $x_1 = 2.5$

العزيز

(15)

Subject: Date:

B: (5,0) → Z = 60(5) + 50(0) = 300

∴ C: (2.5, 1.5) is the optimal feasible solution *

③

صندوق استثمار بيمول صفقتين A,B

يخطط لاستثمار مايصل الي 6000$

Problem (3):

صندوق استثمار

A trust fund is planning to invest up to 6000 $ in 2 types of bonds A and B, bond A is safer than bond B, and A carries a dividend of 8% and B carries a dividend of 10%. Suppose that the funds rules state that no more than 4000 $ may be invested in bond B, while at least 1500 $ must be invested in bond A. How much should be invested in each type of bond to maximize the funds return?

الصفقات "صفقة" ؛ يعطي أرباحا ؛ التمويل ؛ الفلوس اللي هنجيلهم

اللي هنرجعلها لازم يبقى أكبر من اللي استثمرتوا في ال A,B ⇐ يعني عاوزة أزود الربح العائد للصندوق

Solution

bonds (الصفقات)	Carries a dividend (الربح)
A	8% = 0.08
B	10% = 0.1

- The Max amount of money invested in Two bonds is 6000 $.
- The amount of money invested in bond B is no more than 4000 $.
- The amount of money invested in bond A is at least 1500 $.

العزيز

Subject: Date:

(1) Decision Variables :-

$x_1 \equiv$ The amount of money invested in bond A.

$x_2 \equiv$ The amount of money invested in bond B.

(2) Modeling the Problem :-

Objective :- Max the fund return.

الربح الكلي

Max $Z = 0.08 x_1 + 0.1 x_2$

الفلوس اللي أستثمرها في السفقة A الفلوس اللي أستثمرها

في السفقة B X الربح العائد منها X الربح اللي مقابل ليها

Constraints :-

subject to $x_1 + x_2 \leq 6000$

$x_2 \leq 4000$

$x_1 \geq 1500$

$x_1, x_2 \geq 0$

ليه حطيت الـ hidden لأنه أكبر لأن

هنا بتكلم عن فلوس مصروفة فلازم موجب.

(3) Graphical Solution :-

① Let $x_1 + x_2 = 6000 \longrightarrow (1)$

Put $x_1 = 0 \longrightarrow x_2 = 6000$

$\therefore$ 1st point of 1st line is $(0, 6000)$

$x_2 = 0 \longrightarrow x_1 = 6000$

$\therefore$ 2nd point of 1st line is $(6000, 0)$

Let $x_2 = 4000 \longrightarrow$ ②

Put $x_1 = 0 \longrightarrow x_2 = 4000$

∴ the Point of 2^{nd} Line is $(0, 4000)$

Let $x_1 = 1500 \longrightarrow$ ③

Put $x_2 = 0 \longrightarrow x_1 = 1500$

∴ the Point of 3rd Line is $(1500, 0)$

②

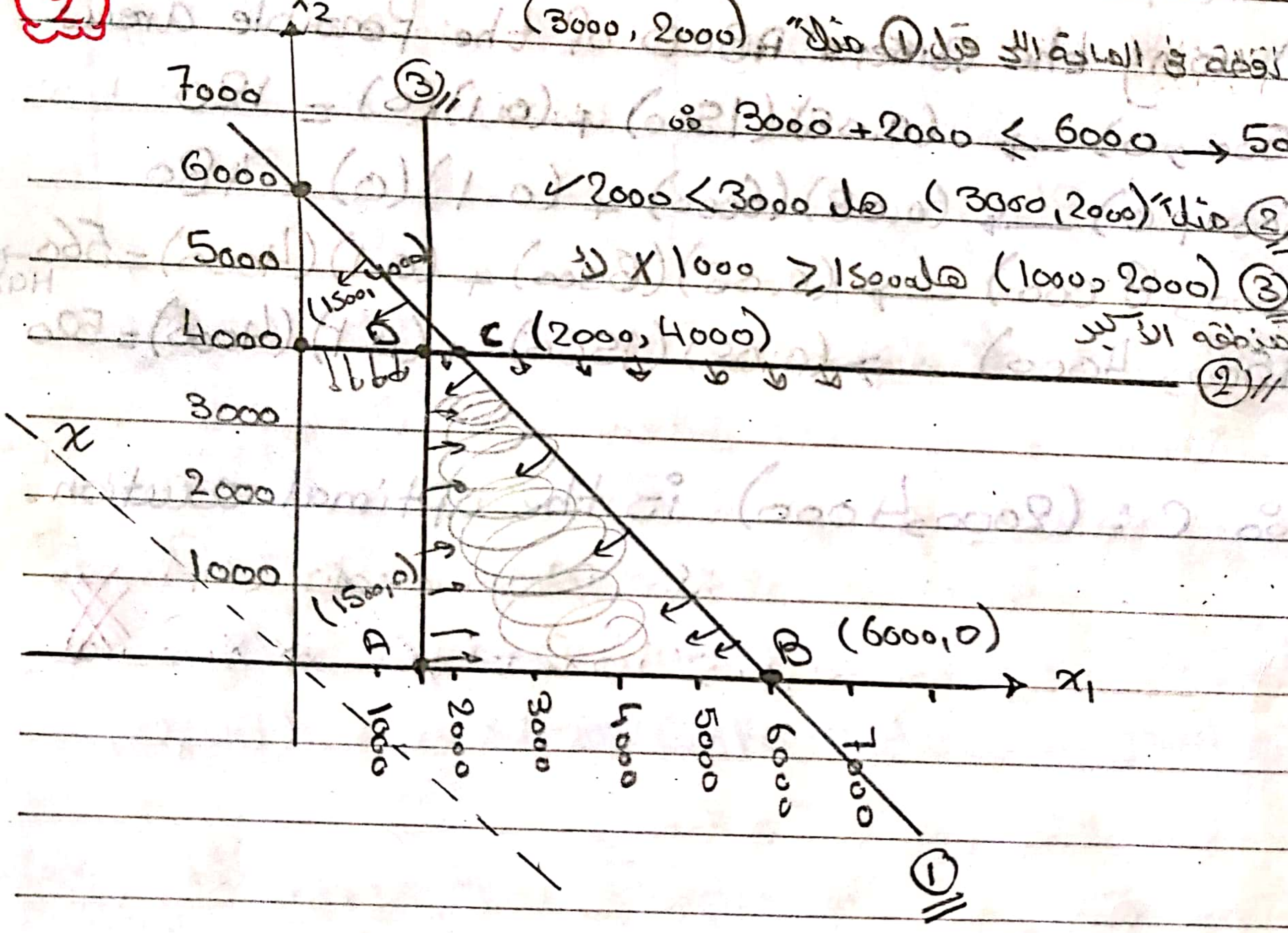
هنحط نقطة في المنطقة اللي قبل ① مثلاً $(3000, 2000)$

$\therefore 3000 + 2000 \leq 6000 \longrightarrow 5000 < 6000$

اللي قبل ② مثلاً $(3000, 2000)$ هل $2000 < 3000$ ✓

اللي قبل ③ $(1000, 2000)$ هل $1000 \geq 1500$ ✗ لا

فهاخد المنطقة الأكبر



C ⇒ intersection between ① and ②

$x_1 + x_2 = 6000 \longrightarrow$ ①

$x_2 = 4000 \longrightarrow$ ② Solve ①, ②, we get

$x_1 = 6000 - 4000 = 2000 \longrightarrow x_1 = 2000$

∴ $C : (2000, 4000)$

Subject : Date:

D ⇒ intersection between ②'' , ③''

$X_2 = 4000$, $X_1 = 1500$

∴ D : (1500, 4000)

③ The point that Max $Z = 0.08X_1 + 0.1X_2$

(a) using the line of Z :-

The Point C : (2000, 4000) is the optimal solutions

(b) using the Corners ABCD of the feasible area:-

A: (1500, 0) → (0.08)(1500) + (0.1)(0) = 120

B: (6000, 0) → (0.08)(6000) + (0.1)(0) = 480

C: (2000, 4000) → (0.08)(2000) + (0.1)(4000) = 560 → H(a)

D: (1500, 4000) → (0.08)(1500) + (0.1)(4000) = 520

∴ C : (2000, 4000) is the optimal solution.

Date:

Problem (4) :-

شركة بتشتغل ١٠ ساعات في اليوم بتصنع منتجين بيمروا على ٣ عمليات متتالية

A Company that operates 10 hours a day manufactures two Products on three sequential processes. The following table summarizes the data of the Problem:

Product	Minutes Per unit			
	Process 1	Process 2	Process 3	unit Profit
1	10	6	8	2 $
2	5	20	10	3 $

Determine the optimal max of the two products?

Solution

(1) Decision variables :-

عدد الوحدات المنتجة من Product 1

$x_1 \equiv$ number of units Produced of Product 1.

$x_2 \equiv$ number of units Produced of Product 2.

(2) Modeling the Problem :-

Objective :- Max the Profit of two Products.

$$Max: Z = 2x_1 + 3x_2$$

ربح الـ unit الواحدة X عددهم تبع الـ Prod 1 يديني الربح الكلي تبع الـ Product ①

ربح الـ unit الواحدة X عددهم تبع الـ Prod 2 يديني الربح الكلي تبع الـ Prod ②

Subject: Date:

Constraints:- A company operates at Max 10 hours = 600 min (10 X 60)

يبقى لازم المنتجين في كل Process ميعديش ال 10 ساعات اللي هي 600 دقيقة

Subject to

$$10x_1 + 5x_2 \leq 600$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600$$

$$8x_1 + 10x_2 \leq 600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

لـ عدد الدقايق لكل unit x عدد يعني الزمن الكلي لكل ال units

→ داه ال hidden const عشان لازم العدد يبقى موجب

(3) Graphical Solution:-

① Let $10x_1 + 5x_2 = 600 \rightarrow (1)$

Put $x_1 = 0 \rightarrow 5x_2 = 600 \rightarrow x_2 = 120$

∴ 1st point of 1st line is (0, 120)

$x_2 = 0 \rightarrow 10x_1 = 600 \rightarrow x_1 = 60$

∴ 2nd point of 1st line is (60, 0)

Let $6x_1 + 20x_2 = 600 \rightarrow (2)$

Put $x_1 = 0 \rightarrow 20x_2 = 600 \rightarrow x_2 = 30$

∴ 1st point of 2nd line is (0, 30)

$x_2 = 0 \rightarrow 6x_1 = 600 \rightarrow x_1 = 100$

∴ 2nd point of 2nd line is (100, 0)

Subject: أقرب

(21)

Let $8x_1 + 10x_2 = 600 \longrightarrow$ ③

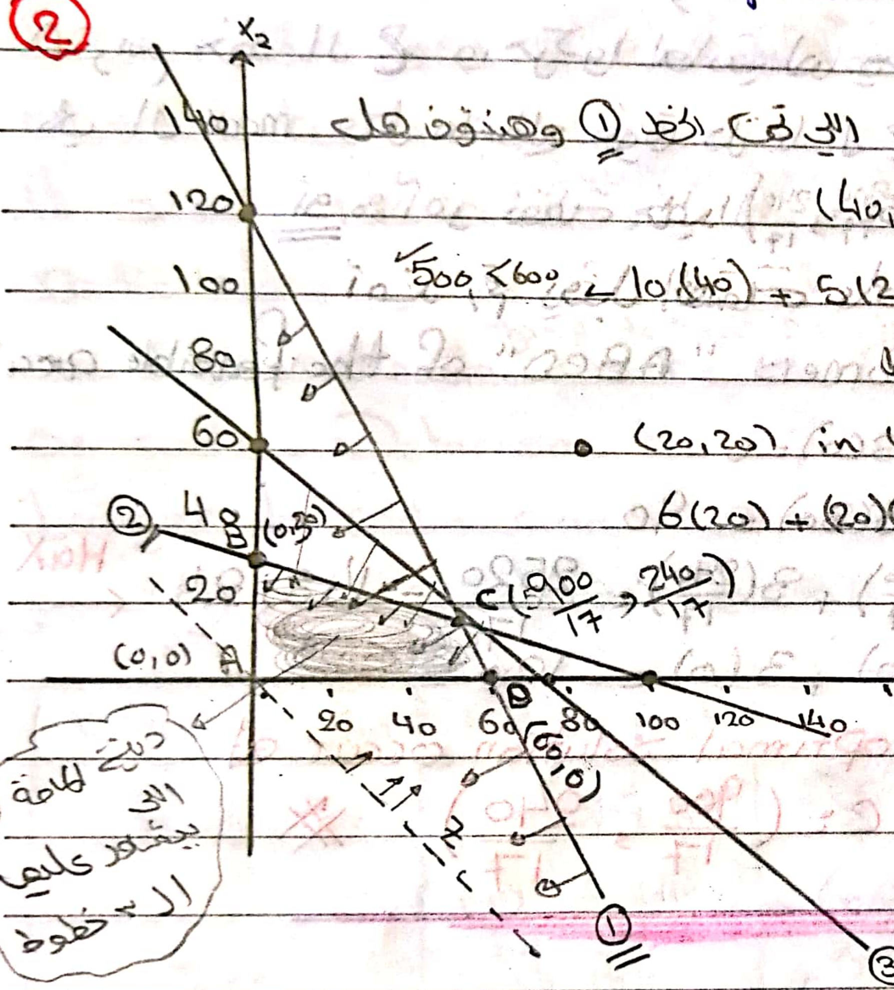
Put $x_1 = 0 \longrightarrow 10x_2 = 600 \longrightarrow x_2 = 60$

$\therefore$ 1st Point of 3rd line is $(0, 60)$

$x_2 = 0 \longrightarrow 8x_1 = 600 \longrightarrow x_1 = 75$

$\therefore$ 2nd Point of 3rd line is $(75, 0)$

②



• هنشوف نقطة واقعة في المساحة التي تحت الخط ① وهنشوف هل

هتحقق المتراجحة ولا لا: (40, 20)

هل $10(40) + 5(20) \le 600$ ← $500 < 600$ ✓

يتحقق فالمساحة المظللة التي تحت الخط

• $(20,20)$ in line ②

$6(20) + (20)(20) \overset{?}{\le} 600 \to 520 < 600$

هاض المساحة التي تحت الخط

• $(20,20)$ in ③

$8(20) + 10(20) = 360 < 600$

هاض المساحة التي تحت الخط

فأن هنحل المعادلتين ① و ② مع بعض عشان نجيب C ⇐ نقطة تقاطع ① مع ② ⇐ C

$10x_1 + 5x_2 = 600 \longrightarrow$ ①

$6x_1 + 20x_2 = 600 \longrightarrow$ ②

$\therefore C: \left(\frac{900}{17}, \frac{240}{17}\right)$

$6 \times$ ① $- 10 \times$ ②, we get

$60x_1 + 30x_2 = 3600$

$-\ 60x_1 \mp 200x_2 = \mp 6000$

$-170x_2 = -2400 \to x_2 = \frac{240}{17}$

$\therefore$ using ①, $10x_1 + 5\left(\frac{240}{17}\right) = 600 \to 10x_1 + \frac{1200}{17} = 600$

$\to 10x_1 = \frac{9000}{17} \to x_1 = \frac{900}{17}$

العزيز

$\ldots,\ x_2 \le 10$

$x_1, x_2 \ge 0 \longrightarrow$ hidden constrains $\longrightarrow$ عدم وجود قيم بالسالب

Date:

Subject:

(3) ∵ ABCD → Feasible area.

(a) using The line of Z

Solve $2X_1 + 3X_2 = 0$

we have $(0,0)$, $(-3,2)$, $(3,-2)$

هـرسم خط الـ Z وأحركوا لغايت لما يخبط في آخر نقطة عشان يدي الـ max وكل ما بطلع فوق كل ما الـ Z هتزيـــد.

فآخر نقطة هي الـ $C:(\frac{900}{17},\frac{240}{17})$

(b) using the Corners "ABCD" of the Feasible area?

$A:(0,0) \longrightarrow 2(0)+3(0)=0$

$B:(0,30) \longrightarrow 2(0)+3(30)=90$

$C:(\frac{900}{17},\frac{240}{17}) \longrightarrow 2(\frac{900}{17})+3(\frac{240}{17}) = \frac{2520}{17} = 148.24 \longleftarrow$ Max

$D:(60,0) \longrightarrow 2(60)+3(0)=120$

So The optimal Solution occur at

$C:(\frac{900}{17},\frac{240}{17})$ ※

subject :

Date:

Problem (5):

المحلي

عرض وبيع المنتجات على الراديو والتلفزيون

Show and Sell can advertise its products on local radio and television (TV). The advertising budget is limited to $ 10,000 a month. Each minute of radio advertising costs $ 15 and each minute of TV commercials $ 300. Show and Sell likes to advertise on radio at least twice as much as on TV. In the meantime, it is not practical to use more than 400 minutes of radio advertising a month. From past experience, advertising on TV is estimated to be 25 times as effective as on radio. Determine the optimum allocation of the budget to radio and TV advertising?

تقتصد ميزانية الإعلانات

كل دقيقة من الإعلانات الإذاعية تكلف $15

وكل دقيقة في التلفزيون تكلف $300

الإعلان على الـ radio مرتين على الأقل بقدر الإعلان على الـ TV

مستخدمش أكثر من 400 دقيقة من الإعلانات الإذاعية شهرياً

الإعلان على التلفزيون يكون فعال 25 ضعف على الراديو

ميزانية

عاوز نزود الناس فهيبوء

على الميزانية الـ max كمان نزود الناس اللي هو هدفنا أكثر حاجة إيه

يكون نوعين على

تكلفة الدقيقة

advertising on	Minute Cost
Radio	$ 15
TV	$ 300

- The advertising budget is limited to $ 10,000 a month.

أقصى حد للميزانية هي 10,000 $

- not use more than 400 min of radio advertising a month

لا تستخدم أكثر من 400 دقيقة على الراديو

- advertising on TV is 25 times as effective as on radio

الإعلان على الـ TV تأثيره 25 مرة أكثر من الـ Radio

Solution

Scanned with CamScanner

Subject: Date:

(1) Decision Variables:

$x_1 \equiv$ number of minutes for radio per month

$x_2 \equiv$ number of minutes for TV per month.

(2) Modeling the Problem: الهدف زيادة التأثير على ال x_1, x_2

$$\text{Max } Z = x_1 + 25x_2.$$

Subjected to

$$15x_1 + 300x_2 \leq 10,000$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_1 \geq 2x_2 \longrightarrow x_1 - 2x_2 \geq 0$$

(3) Graphical Solution:

(1) let $15x_1 + 300x_2 = 10,000 \longrightarrow (1)$

at $x_1 = 0 \longrightarrow x_2 = \frac{10000}{300} \longrightarrow x_2 = \frac{100}{3}$

at $x_2 = 0 \longrightarrow x_1 = \frac{10000}{15} \longrightarrow x_1 = \frac{2000}{3}$

Line (1) $\left(0, \frac{100}{3}\right), \left(\frac{2000}{3}, 0\right)$

let $x_1 = 400 \longrightarrow (2)$

at $x_2 = 0 \longrightarrow x_1 = 400$

Line (2) $(400, 0)$

let $x_1 - 2x_2 = 0 \longrightarrow (3)$

Subject:

Date:

at $X_1 = 0 \longrightarrow X_2 = 0$

at $X_2 = 0 \longrightarrow X_1 = 0$

Line 3 $(0, 0)$

Complete.....

...rations Research "OR": not Pure Mathematics, That uses techniques, statistics and Programming to arrive at optimal solutions to solve complex Problems.

بحوث العمليات مقدرش أقول عليها إن هي Pure Math هي بتعالج مشاكل حقيقية في الواقع اللي بنواجهها في الصناعة والإدارة والصحة باستخدام الرياضيات وهي مش بتحل وبس دي بتدور من خلالها على أفضل حل. ويستخدم الـ Programming لما يكون حلها صعب وكبير.

① → Problem $\xrightarrow{\text{Convert}}$ Mathematics "equations" → Mathematical Modeling

كلام حلو جدا

② Techniques to solve this Problem.

Formulation problem:-

→ Decision variables: Define the all variables in the problems.

في الخطوة دي بعرف كل المتغيرات اللي عندي في المسألة مثلاً لو عندي عدد ساعات هيكون متغير بعرفه، عدد علب مثلاً بيصنعها هتكون متغير تاني وهكذا

- Objective: (**) Page (2) and (**) page (3)
- Constraints: (***) page (3) and (***) page (3)

Finally: Target → optimal solution. يدور على أفضل حل اللي هو قيم الـ x_1 والـ x_2 ... x_n اللي هتحقق الـ objective اللي هيطلع الربح أعلى حاجة أو أقل

نوع من أنواع الـ Math Problem اللي هو الـ

- Linear programming → linear. لما كل العلاقات بتكون فيها الـ x أس 1 مثلاً $2x_1 + 4x_2 \leq 5$ (power 1)

- non linear → معادلات فيها $\sin x, \cos x$ أو e^{x} أو أس الدرجة $2, 3, n$

Note: كل ما تزيد المسألة بحيث إن نزيد الـ Constrains والـ Decision var كل ما بنحتاج إننا نستخدم الـ Computer أحول المسألة لأكواد Coding عشان يسهل عليك حل الـ complex prob.

→ Optimal Solution: is a feasible solution where the objective function reaches its maximum or minimum value.

…ations Research "OR" :- not Pure Mathematics, That uses techniques, statistics and Programming to arrive at optimal solutions to solve Complex Problems.

بحوث العمليات مقدرش أقول عليها إن هي Pure Math هي بتعالج مشاكل حقيقية في الواقع "ريل" اللي بنواجهها في الصناعة والزراعة والصحة باستخدام الرياضيات وهي مش بتحل وبس دي بتدور على كل الحلول وتختار أفضل حل. وبنستخدم الـ Programming لما يكون الموضوع كبير.

① → Problem $\xrightarrow{\text{Convert}}$ Mathematics "equations" → Mathematical Modeling

كلام جدا مهم

② Techniques to solve this Problem.

Formulation Problem :-

→ Decision Variables :- Define the all Variables in the problems.

في الخطوة دي بنعرف كل المتغيرات اللي عندي في المسألة مثلاً لو عندي عدد ماكينات هيكون متغير معين، عدد منتجات مثلاً بيصنعها هتكون متغير تاني وهكذا!

- Objective : (**) Page (2) and (**) page (3)
- Constraints : (***) page (3) and (***) page (3)

Finally :- Target → optimal solution. (x_1 والـ x_2 ... x_n) بدور على أفضل حل اللي هو قيم الـ ... اللي هتحقق الـ objective اللي هتخلي الربح أعلى حاجة أو أقل

نوع من أنواع الـ Math Problem اللي هو الـ

- Linear programming $\xrightarrow{\text{Linear. لية}}$ عشان شكل المعادلات بيكون فيها المتغيرة الأس في. مثلاً " $2x_1 + 4x_2 \leq 5$

power 1.

- non linear → x^3, x^n, e^x أو فيها دوال زي $\cos x$, $\sin x$, $\ln x$

Note كل ما تزيد المشكلة بيصعب إن تزيد الـ Constrains والـ Decision var كل ما بيحتاج إننا نستخدم الـ Computer أحول المشكلة لـ Coding عشان يسهل عليّ حل الـ complex problem

→ Optimal Solution: is a feasible solution where the objective function reaches its maximum or minimum value.

(26)

هو عاوز يشتغل على الأقل 20 ساعة في الأسبوع
لتأمين حاجة، وهو بيروح المدرسة بنفس الوقت فرصة تشتغل
في متجرين، في الأول ممكن يشتغل ما بين 5 إلى 12 ساعة
والثاني ممكن يشتغل ما بين 6 إلى 10 ساعات
الاثنين بيدفعوا في الساعة نفس الفلوس، هو عاوز ياخذ قراره بناءً على ضغط الشغل من خلال مقابلتهم
لناس بتشتغل بالفعل في المتجرين

Problem (6):

John must work at least 20 hours a week to supplement his income while attending school. He has the opportunity to work in two retail stores. In store 1, he can work between 5 and 12 hours a week, and in store 2, he is allowed between 6 and 10 hours. both stores Pay the same hourly wage. In deciding how many hours to work in each store, John want to base his decision on work stress. Based on interviews with Present employees. John estimates that, on an ascending scale of 1 to 10, the stress factor are 8 and 6 at stor 1 and 2, respectively. Because stress factor by the hour, he estimate the total stress for each store at the end of the week is Proportional to the number of the hours he works in the store. How many hours should John work in each store? هو عاوز يعرف هو هيشتغل في كل
واحد كام ساعة بحيث إن تكون الـ stress أقل حاجة.

Solution:

- Decision variables:

  x_1 : Number of working hour in store 1 per week.

  x_2 : Number of working hour in store 2 per week.

- objective:

  min stress $Z_{min} = 8x_1 + 6x_2$

- subject to "constrains"

$x_1 + x_2 \geq 20$

$x_1 \geq 5$, $x_1 \leq 12$ العزيز

$x_2 \geq 6$, $x_2 \leq 10$ عدد ساعات لا ينفع يكون بالسالب

$x_1, x_2 \geq 0 \rightarrow$ hidden constrains $\rightarrow$