ALA 07 (HA) zum 06.06.2013

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

6. Juni 2013

1. (i)

$$\frac{x+1}{x^2-x-6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{(A+B)x + (2B-3A)}{(x+2)(x-3)}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{rcl} A+B & = & 1 \\ 2B-3A & = & 1 \end{array} \qquad \Rightarrow \begin{array}{rcl} A & = & 1-B \\ 4 & = & 5B \end{array} \qquad \Rightarrow \begin{array}{rcl} A & = & 1/5 \\ B & = & 4/5 \end{array}$$

$$\int \frac{x+1}{x^2-x-6}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{5(x+2)} + \frac{4}{5(x-3)}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}\ln|x+2| + \frac{4}{5}\ln|x-3|$$

Probe:

$\frac{1}{5}\ln|x+2| + \frac{4}{5}\ln|x-3| = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{x+2} + \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{x-3} = \frac{(x-3)+4(x+2)}{5(x+2)(x-3)} = \frac{x+1}{(x+2)(x-3)}$ $\square$

(ii)

(iii)

2. (a)

(b)

(c)

3. (i)

(ii)

(iii)

4. (a)

(b)

(c)

(d)

(e)

5. (a)

(b)

(c) Der Nenner lässt sich in Faktoren zerlegen: $x^2 - x - 6 = (x+2) \cdot (x-3)$

$$\frac{3x+2}{x^2-x-6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{A(x-3)+B(x+2)}{x^2-x-6} =$$

$$\frac{(A+B)x - 3A + 2B}{x^2-x-6}$$

Für A und B ergeben sich somit: $A = \frac{11}{5}$, $B = \frac{4}{5}$
Man erhält eine Partialbruchzerlegung: $\frac{3x+2}{x^2-x-6} = \frac{11}{5(x+2)} + \frac{4}{5(x-3)}$ Nun kann man ganz einfach gemäß der Regeln für integrieren.

$$\int \frac{3x+2}{x^2-x-6}\,\mathrm{d}x = \int \frac{11}{5x+10} + \int \frac{4}{5x-15}\,\mathrm{d}x = \frac{11}{5} \cdot ln|x+10| + \frac{4}{5} \cdot ln|x-3|$$

(d) Der Nenner lässt sich in Faktoren zerlegen: $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$
$\frac{x+1}{x^2+8x+16} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x+4} = \frac{A(x+4)+B(x+4)}{x^2+8x+16}$
Für A und B ergeben sich somit: $A + B = 1$ und $4A + 4B = 1$ also zB: $A = B = \frac{1}{2}$
Man erhält eine Partialbruchzerlegung: $\frac{1}{2x+8} + \frac{1}{2x+8}$ Nun kann man ganz einfach gemäß der Regeln für Integrieren.

$$\int \frac{x+1}{x^2+8x+16}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2x+8} + \int \frac{1}{2x+8}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \cdot ln|x+8| + \frac{1}{2} \cdot ln|x+8| = ln|x+8|$$