RS 07 (HA) zum 07.12.2012

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

7. Dezember 2012

1. a)

$$\begin{aligned} f(x) &= (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1) && \text{(KNF)} \\ &= \overline{x_3}x_2x_1 \vee \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1 \vee \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_3x_2x_1 && \text{(DNF)} \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_2x_3 && \text{(Reed-Muller-Form)} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} g(x) &= x_3 \oplus x_1 && \text{(Reed-Muller-Form)} \\ &= \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1} \wedge x_3x_2x_1 \wedge x_3\overline{x_2}x_1 \wedge \overline{x_3}x_2\overline{x_1} && \text{(DNF)} \\ &= (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee x_1) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) && \text{(KNF)} \end{aligned}$$

2. Es sei $a \bar{\wedge} b$ die Schreibweise für (a NAND b).

a) Da $a \wedge a = a$ gilt, ist $a \bar{\wedge} a = \overline{a}$, also lässt sich die Negation von a durch NAND-Kombination von a mit sich selbst bilden. Wahrheitstafel:

a	$a \wedge a$	$a \bar{\wedge} a$	$\overline{a}$
0	0	1	1
1	1	0	0

Um AND zu erreichen, kann das Ergebnis von NAND einfach negiert werden (siehe oben). Dann gilt $a \wedge b = \overline{a \bar{\wedge} b} = (a \bar{\wedge} b) \bar{\wedge} (a \bar{\wedge} b)$. Wahrheitstafel:

a	b	$a \wedge b$	$a \bar{\wedge} b$	$(a \bar{\wedge} b) \bar{\wedge} (a \bar{\wedge} b)$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	1

Nach de Morgan gilt $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$. Dies lässt sich umformen zu $a \vee b = \overline{a} \bar{\wedge} \overline{b}$. Die Negation von a und b kann wie oben mit NAND dargestellt werden: $a \vee b = (a \bar{\wedge} a) \bar{\wedge} (b \bar{\wedge} b)$.

a	b	$a \vee b$	$a \bar{\wedge} a = \overline{a}$	$b \bar{\wedge} b = \overline{b}$	$(a \bar{\wedge} a) \bar{\wedge} (b \bar{\wedge} b)$
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1

b)

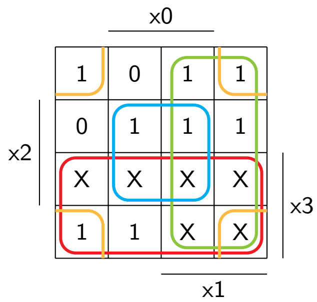
$$\begin{aligned} f(x_3, x_2, x_1) &= (\overline{x_3}(\overline{x_2} \vee x_1)) \vee (x_1(\overline{x_2} \vee x_1)) \\ &= (\overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee x_1) \\ &= x_1 \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \\ &= x_1 \wedge (x_2 \bar{\wedge} x_3) \\ &= \big(x_1 \bar{\wedge} (x_2 \bar{\wedge} x_3)\big) \bar{\wedge} \big(x_1 \bar{\wedge} (x_2 \bar{\wedge} x_3)\big) \end{aligned}$$

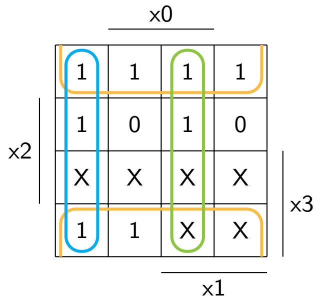
3. a) Funktionstabelle für A und B:

x	x_4	x_3	x_2	x_1	A	B
0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1

$A(x) = x_3 \vee x_1 \vee x_2 x_0 \vee \overline{x_2}\,\overline{x_0}$
$B(x) = \overline{x_2} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee x_1 x_0$

b) Karnaugh-Veitch-Diagramme:

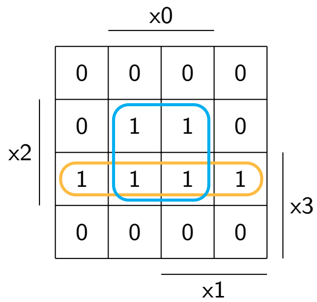




4. a) Funktionstabelle:

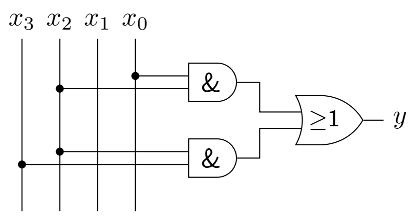
x	x_3	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

b) Karnaugh-Veitch-Diagramm:

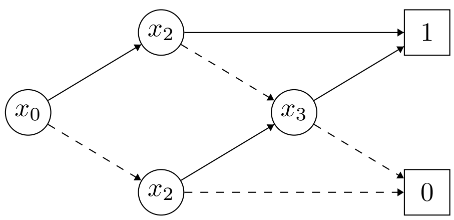


c) $y = x_3 x_2 \vee x_2 x_0$

d) Schaltnetz (US-Symbole):



e) Binäres Entscheidungsdiagramm (ROBDD):



Die Schaltvariable x_1 wurde weggelassen, da sie für den Wert der Schaltfunktion ohne Bedeutung ist. Durchgezogene Linien haben den Wert 1, gestrichelte den Wert 0.