

DM 06-B (HA) zum 30.11.2012

Paul Bienkowski, Jascha Andersen, Benedikt Bushart

29. November 2012

1. a) $AB = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 30 & 17 & 5 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad AD = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 26 \\ -4 \end{pmatrix} \quad BB = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$CD = (12) \quad DC = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 3 & 6 & -6 \\ -2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

b) Das gesuchte Element $(AB)_{3;2}$ lässt sich wie folgt berechnen:

$$(AB)_{3;2} = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 15$$

Die gesuchte Spalte $(AB)_{i;4}$ lautet folgendermaßen:

$$(AB)_{i;4} = \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \\ 3 \\ 23 \end{pmatrix}$$

2. a) $B_1 + B_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

$$A(B_1 + B_2) = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & -1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 56 \\ 12 & -8 \\ 28 & 16 \end{pmatrix}$$

$$AB_1 = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & -1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 52 \\ 6 & 12 \\ 14 & 28 \end{pmatrix}$$

$$AB_2 = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & -1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 4 \\ 6 & -20 \\ 14 & -12 \end{pmatrix}$$

$$AB_1 + AB_2 = \begin{pmatrix} 26 & 52 \\ 6 & 12 \\ 14 & 28 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 26 & 4 \\ 6 & -20 \\ 14 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 56 \\ 12 & -8 \\ 28 & 16 \end{pmatrix} = A(B_1 + B_2) \quad \square$$

b) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 266 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 17 \\ 22 & 10 & 34 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (AB)^T = \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 5 & 10 \\ 17 & 34 \end{pmatrix}$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, B^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 5 & 10 \\ 17 & 34 \end{pmatrix} = (AB)^T \quad \square$$

c) $A^T B^T$ ist unsinnig, da B^T 3 Zeilen hat, A^T jedoch nur 2 Spalten.

3. Im Folgenden gilt $N = 1 \dots n$, $M = 1 \dots m$, $P = 1 \dots p$.

Es ist zu zeigen, dass

$$A(B_1 + B_2) = AB_1 + AB_2$$

Es sei $B = B_1 + B_2$. Daraus folgt:

$$(b_{NP}) = (b1_{NP}) + (b2_{NP})$$

Die linke Seite der Gleichung lässt sich also so formulieren:

$$A(B_1 + B_2) = AB = \sum_{N=1 \dots n} (a_{MN}) \cdot (b_{NP}) = \sum_{N=1 \dots n} (a_{MN}) \cdot ((b1_{NP}) + (b2_{NP}))$$

Die rechte Seite der Gleichung lautet folgendermaßen:

$$AB_1 + AB_2 = \sum_{N=1 \dots n} (a_{MN}) \cdot (b1_{NP}) + \sum_{N=1 \dots n} (a_{MN}) \cdot (b2_{NP})$$

Mit Hilfe der Rechenregeln des Summenzeichens lässt sich dies umformen zu:

$$AB_1 + AB_2 = \sum_{N=1 \dots n} (a_{MN}) \cdot ((b1_{NP}) + (b2_{NP})) = A(B_1 + B_2)$$

4. a) Behauptung: $f(\hat{f}^{-1}(B'))$ Teilmenge B'

Beweis: Es sei b element $f(\hat{f}^{-1}(B'))$, dann gibt es ein a element $\hat{f}^{-1}(B')$ mit $f(a) = b$. Somit gilt b element B' mit $f(a)$.

b)