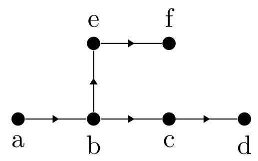
DM 05-B (HA) zum 23.11.2012

Paul Bienkowski, Jascha Andersen, Benedikt Bushart

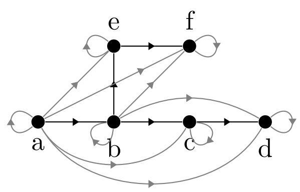
22. November 2012

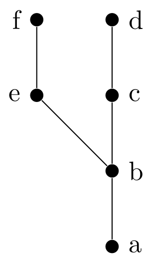
1. a) Die vorgegebene Relation:



	a	b	c	d	e	f
a	0	1	0	0	0	0
b	0	0	1	0	1	0
c	0	0	0	1	0	0
d	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0

b) c) Die Ordnungsrelation R^+ als gerichteter Graph und als Hasse-Diagramm:



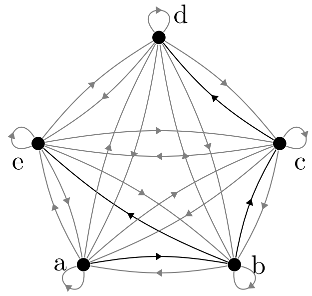


d) Da in der Äquivalenzrelation jedes Paar aus Elementen jeder Äquivalenzklasse auftritt, gilt:

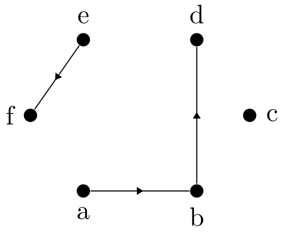
$$S = \bigcup_{k \in K} k^2$$

wobei K die Menge der Äquivalenzklassen darstellt. In diesem Fall gibt es nur eine Äquivalenzklasse $K = \{k_1\} = A$, daher gilt:

$$S = A^2$$

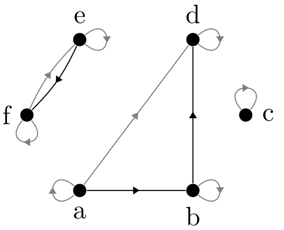


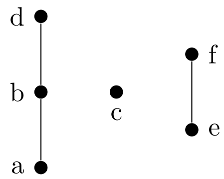
2. a) Die vorgegebene Relation:



	a	b	c	d	e	f
a	0	1	0	0	0	0
b	0	0	0	1	0	0
c	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0

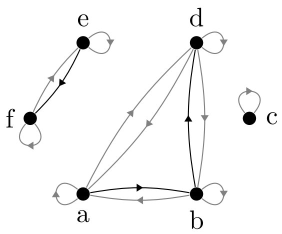
b) c) Die Ordnungsrelation R^+ als gerichteter Graph und als Hasse-Diagramm:



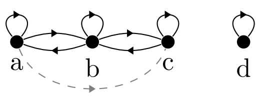


d) Da in diesem Fall die drei Äquivalenzklassen $\{\{a, b, d\}, \{c\}, \{e, f\}\}$ vorliegen, gilt:

$$S = \{a, b, d\}^2 \cup \{c\}^2 \cup \{e, f\}^2$$



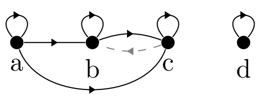
3. a) $R = \{(a, b), (b, a), (b, c), (c, a), (a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$



Diese Relation ist reflexiv (jeder Knoten hat eine Kante zu sich selbst) und symmetrisch (zwei Knoten sind immer durch zwei Kanten in beide Richtungen verbunden).

Sie ist jedoch nicht transitiv, da z.B. die gestrichelte Kante (a, c) fehlt, und es einen „Weg" von a über b nach c gibt ($(a, b), (b, c) \in R$).

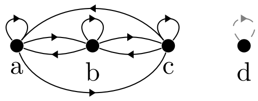
b) $R = \{(a, b), (b, c), (a, c), (a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$



Diese Relation ist transitiv (da sowohl $(a, b), (b, c) \in R$ als auch $(a, c) \in R$ gilt) und ebenfalls reflexiv (siehe oben).

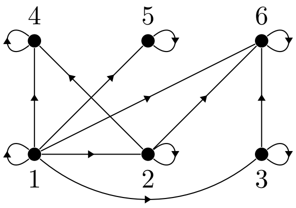
Sie ist jedoch nicht symmetrisch, da z.B. $(b, c) \in R$ gilt, aber die gestrichelte Kante $(c, b) \notin R$.

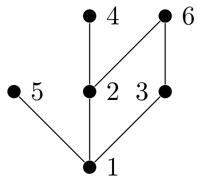
c) $R = \{(a,b),(b,a),(b,c),(c,b),(a,c),(c,a),(a,a),(b,b),(c,c)\}$



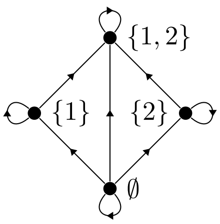
Diese Relation ist transitiv (wie (b)) und symmetrisch (wie (a)). Allerdings fehlt dem Knoten d die Schleife ($(d,d) \notin R$, gestrichelte Kante), somit ist sie nicht reflexiv.

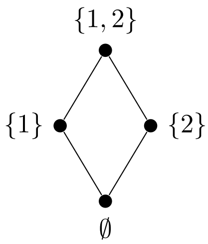
4. a) $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(2,6),(3,3),(3,6),(4,4),(5,5),(6,6)\}$





b) $M = \{1,2\}$
$R = \{(\emptyset,\emptyset),(\emptyset,\{1\}),(\emptyset,\{2\}),(\emptyset,M),(\{1\},\{1\}),(\{1\},M),(\{2\},\{2\}),(\{2\},M),(M,M)\}$





c) $A = \mathcal{P}(M) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$