Hans Ole Hatzel (6416555), Paul Bienkowski 7.11.12

ALA, Blatt 1

10. April 2013

1.
$$\frac{2}{x+5} \geq 3$$

Für $x > -2$:
$$\frac{2}{x+5} \geq 3 \leftrightarrow 2 \geq 3 \cdot (x+5)$$
$$\leftrightarrow 2 \geq 3x + 15$$
$$\leftrightarrow -13 \geq 3x$$
$$\leftrightarrow \frac{-13}{3} \geq x$$

Intervallschreibweise: $[-\frac{13}{3}, \infty)$ Für $x < -2$:
$$\frac{2}{x+5} \geq 3 \leftrightarrow 2 \geq 3 \cdot (x+5)$$
$$\leftrightarrow 2 \leq 3x + 15$$
$$\leftrightarrow -13 \leq 3x$$
$$\leftrightarrow \frac{-13}{3} \leq x$$

Intervallschreibweise: $[-\frac{13}{3}, -\infty)$
Insgesamt erfüllen also folgende $x \in \mathbb{R}\backslash\{-5\}$ die Ungleichung:
$$[-\frac{13}{3}, -\infty) \cup [-\frac{13}{3}, \infty)$$

3. a)
$$|a_n - a| = \left|\frac{2n-1}{n+3} - 2\right| = \left|\frac{2n-1}{n+3} - \frac{2 \cdot (n+3)}{n+3}\right| = \left|\frac{2n-1}{n+3} - \frac{2n+6}{n+3}\right| = \left|-\frac{7}{n+3}\right| = \frac{7}{n+3}$$

b) Es sei $\mathcal{E} > 0$ folgilich ergibt sich aus a:

$$|a_n - a| < \mathcal{E} \leftrightarrow \frac{7}{n+3} < \mathcal{E}$$

Durch Umformen ergibt sich daraus:

$$n + 3 > \frac{7}{\mathcal{E}} \leftrightarrow n > \frac{7}{\mathcal{E}} - 3$$

Entsprechend kann man ein N wählen sodass $|a_n - a| < \mathcal{E}$ für $n \geq N$ wie in der Definition von Konvergenz gefordert.

c) Hier muss die oben berechnete Gleichung benutzt werden. Zum Beispiel so: $n > \frac{7}{\frac{1}{10}} - 3$ daraus folgt $n > 67$ folglich muss das kleinstmögliche $N = 68$ sein (da n *größer als* 67*).*

$\mathcal{E}$	N
$\frac{1}{10}$	68
$\frac{1}{100}$	698
$\frac{1}{100000}$	699998