RS 06 (HA) zum 30.11.2012

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

4. Dezember 2012

1. a) Die Funktion liegt bereits als KNF vor:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x_3 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1}) && \text{(KNF)} \\ &= x_2 x_3 \vee \overline{x_1}\, \overline{x_2} && \text{(DNF)} \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 && \text{(Reed-Muller-Form)} \end{aligned}$$

b) Die Funktion liegt bereits nahezu als Reed-Muller-Form vor:

$$\begin{aligned} g(x) &= x_3 \oplus x_1 && \text{(Reed-Muller-Form)} \\ &= \overline{x_3} x_1 \vee x_3 \overline{x_1} && \text{(DNF)} \\ &= (x_3 \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) && \text{(KNF)} \end{aligned}$$

2. a)

- Da AND(a, a) immer a ergibt, muss NAND die Negation von a sein:

  NOT(a) = NAND(a, a)

a	NAND(a, a)	NOT(a)
0	1	1
1	0	0

- Um AND zu erreichen, kann ebenso das Inverse der Ausgabe von NAND verwendet werden:

  AND(a, b) = NOT(NAND(a, b)) = NAND(NAND(a, b), NAND(a, b))

a	b	AND(a, b)	NAND(a, b)	NOT(NAND(a, b))
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	1

- Nach de Morgan gilt:

  NOT(**OR**(a, b)) = AND(NOT(A), NOT(B))

  $\Downarrow$

  OR(A, B) = NAND(NOT(A), NOT(B))

  $\Downarrow$

  OR(A, B) = NAND(NAND(A, A), NAND(B, B))

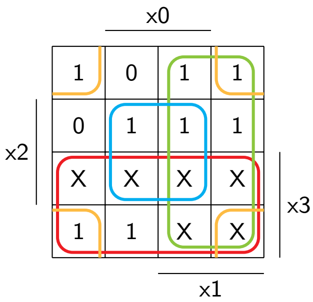
b) Es sei $a \barwedge b$ die Schreibweise für NAND(a, b).

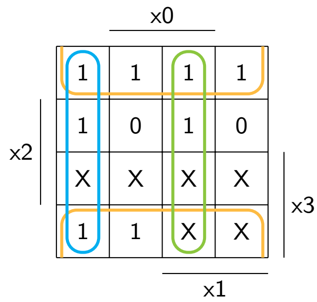
$$\begin{aligned} f(x_3, x_2, x_1) &= (\overline{x_3}(\overline{x_2} \vee x_1)) \vee (x_1(\overline{x_2} \vee x_1)) \\ &= (\overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee x_1) \\ &= x_1 \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \\ &= x_1 \wedge (x_2 \barwedge x_3) \\ &= \big(x_1 \barwedge (x_2 \barwedge x_3)\big) \barwedge \big(x_1 \barwedge (x_2 \barwedge x_3)\big) \end{aligned}$$

3. a) Funktionstabelle für A und B:

x	x_4	x_3	x_2	x_1	A	B
0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1

Karnaugh-Veitch-Diagramme:





$A(x) = x_3 \lor x_1 \lor x_2 x_0 \lor \overline{x_2}\ \overline{x_0}$

$B(x) = \overline{x_2} \lor \overline{x_1}\ \overline{x_0} \lor x_1 x_0$