RS 06 (HA) zum 30.11.2012

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

4. Dezember 2012

1. a) Die Funktion liegt bereits als KNF vor:

$$\begin{array}{rcll} f(x) & = & (x_3 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1}) & \text{(KNF)} \\ & = & x_2 x_3 \vee \overline{x_1}\ \overline{x_2} & \text{(DNF)} \\ & = & 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 & \text{(Reed-Muller-Form)} \end{array}$$

b) Die Funktion liegt bereits nahezu als Reed-Muller-Form vor:

$$\begin{array}{rcll} g(x) & = & x_3 \oplus x_1 & \text{(Reed-Muller-Form)} \\ & = & \overline{x_3} x_1 \vee x_3 \overline{x_1} & \text{(DNF)} \\ & = & (x_3 \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) & \text{(KNF)} \end{array}$$

2. Es sei $a \,\overline{\wedge}\, b$ die Schreibweise für (a NAND b).

a) Da $a \wedge a = a$ gilt, ist $a \,\overline{\wedge}\, a = \overline{a}$, also lässt sich die Negation von a durch NAND-Kombination von a mit sich selbst bilden. Wahrheitstafel:

a	$a \wedge a$	$a \,\overline{\wedge}\, a$	$\overline{a}$
0	0	1	1
1	1	0	0

Um AND zu erreichen, kann das Ergebnis von NAND einfach negiert werden (siehe oben). Dann gilt $a \wedge b = \overline{a \,\overline{\wedge}\, b} = (a \,\overline{\wedge}\, b) \,\overline{\wedge}\, (a \,\overline{\wedge}\, b)$. Wahrheitstafel:

a	b	$a \wedge b$	$a \,\overline{\wedge}\, b$	$(a \,\overline{\wedge}\, b) \,\overline{\wedge}\, (a \,\overline{\wedge}\, b)$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	1

Nach de Morgan gilt $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$. Dies lässt sich umformen zu $a \vee b = \overline{a} \,\overline{\wedge}\, \overline{b}$. Die Negation von a und b kann wie oben mit NAND dargestellt werden: $a \vee b = (a \,\overline{\wedge}\, a) \,\overline{\wedge}\, (b \,\overline{\wedge}\, b)$.

a	b	$a \vee b$	$a \,\overline{\wedge}\, a = \overline{a}$	$b \,\overline{\wedge}\, b = \overline{b}$	$(a \,\overline{\wedge}\, a) \,\overline{\wedge}\, (b \,\overline{\wedge}\, b)$
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1

b)

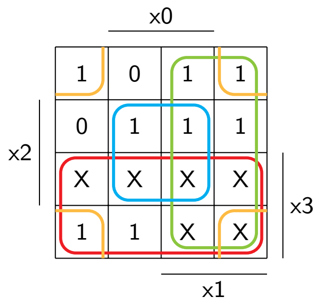
$$\begin{array}{rcl} f(x_3, x_2, x_1) & = & (\overline{x_3}(\overline{x_2} \vee x_1)) \vee (x_1(\overline{x_2} \vee x_1)) \\ & = & (\overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee x_1) \\ & = & x_1 \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \\ & = & x_1 \wedge (x_2 \,\overline{\wedge}\, x_3) \\ & = & \big(x_1 \,\overline{\wedge}\, (x_2 \,\overline{\wedge}\, x_3)\big) \,\overline{\wedge}\, \big(x_1 \,\overline{\wedge}\, (x_2 \,\overline{\wedge}\, x_3)\big) \end{array}$$

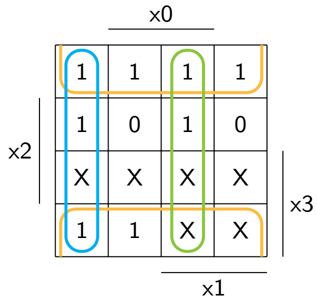
3. a) Funktionstabelle für A und B:

x	x_4	x_3	x_2	x_1	A	B
0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1

$A(x) = x_3 \vee x_1 \vee x_2 x_0 \vee \overline{x_2}\,\overline{x_0}$
$B(x) = \overline{x_2} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee x_1 x_0$

b) Karnaugh-Veitch-Diagramme:

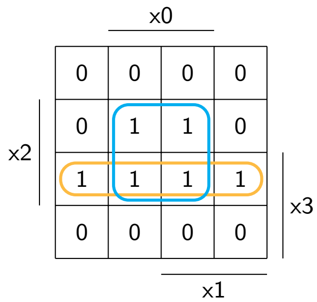




4. a) Funktionstabelle:

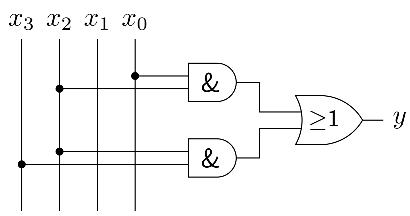
x	x_3	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

b) Karnaugh-Veitch-Diagramm:

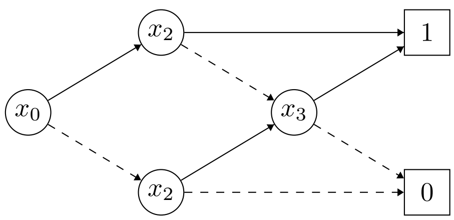


c) $y = x_3 x_2 \vee x_2 x_0$

d) Schaltnetz (US-Symbole):



e) Binäres Entscheidungsdiagramm (ROBDD):



Die Schaltvariable x_1 wurde weggelassen, da sie für den Wert der Schaltfunktion ohne Bedeutung ist. Durchgezogene Linien haben den Wert 1, gestrichelte den Wert 0.