ALA 05 (HA) zum 15.05.2013

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

15. Mai 2013

1. (i) $f(x) = x^{-\frac{5}{4}} + x^{\frac{7}{6}}$
$f'(x) = -\frac{1}{12}x^{-\frac{13}{12}}$

(ii) $f'(x) = cos(x^2) \cdot 2x$

(iii) $f'(x) = 2 \cdot sin(x) \cdot cos(x)$

(iv) $f'(x) = cos(x)^2 + sin(x) \cdot -sin(x)$

(v) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x^2}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$

(vi) $f'(x) = (x^3-1)^{acrtan(x)} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot ln(x^3-1) + arctan(x) \cdot \left(\frac{1}{x^3-1} \cdot 3x^2\right)$

2.

3. $f(1) = -1$
$f(2) = 17$

Die werte von $f(x)$ haben im Intervall $[1,2]$ einen Vorzeichenwechsel. Da die Funktion (wie alle Polynome) stetig ist, muss es dementsprechend eine Nullstelle im Intervall geben.

$$x_1 = \frac{2 - 4 \cdot 2^3 - (10 \cdot 2) + 5}{24 - 10} = 1.5526316$$

Entsprechend berechnen sich weitere x_n Werte.

$$
\begin{aligned}
x_0 &= 2 \\
x_1 &= 1.5526316 \\
x_2 &= 1.3177844 \\
x_3 &= 1.2277567 \\
x_4 &= 1.2122722 \\
x_5 &= 1.2118115 \\
x_6 &= 1.2118111 \\
x_7 &= 1.2118111
\end{aligned}
$$

Das Newtensche Näherungsverfahren gibt uns also einen ungefähren Wert von 1.2118111 für die Nullstelle zurück.

4. Die Seitenlängen des Rechtecks seien a und b Seitenlängen des Rechtecks, und F seine Fläche. Dabei haben die sich gegenüberliegenden Seiten die beide Teil des Seils sind beide die Länge a. Sowie L wie in der Aufgabe vorgegeben eine Konstante für die Länge der Leine.

$F = a \cdot b$
$L = 2a + b$
$b = L - 2a$
$F = a \cdot (L - 2a) = aL - 2a^2$
Diese Funktion zeigt nun die Fläche in Abhängikeit der Seitenlänge a. Nun ist das Maximum zu suchen.
$f(a) = aL - 2a^2$
$f'(a) = L - 4a$
Nullstelle der 1. Ableitung suchen:
$L - 4a = 0$
$a = \frac{L}{4}$
Da es sich um eine quadratische Funktion handelt haben wir damit bereits das Maximum gefunden. Das Rechteck ist also maximal groß wenn $a = \frac{L}{4}$ und folglich $b = \frac{L}{2}$ wählen.

5. a)

b)