RS 07 (HA) zum 07.12.2012

Paul Bienkowski, Hans Ole Hatzel

4. Dezember 2012

1. a) Die Funktion liegt bereits als KNF vor:

$$
\begin{array}{rcll}
f(x) & = & (x_3 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1}) & \text{(KNF)} \\
& = & x_2 x_3 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2} & \text{(DNF)} \\
& = & 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 & \text{(Reed-Muller-Form)}
\end{array}
$$

b) Die Funktion liegt bereits nahezu als Reed-Muller-Form vor:

$$
\begin{array}{rcll}
g(x) & = & x_3 \oplus x_1 & \text{(Reed-Muller-Form)} \\
& = & \overline{x_3} x_1 \vee x_3 \overline{x_1} & \text{(DNF)} \\
& = & (x_3 \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) & \text{(KNF)}
\end{array}
$$

2. Es sei $a \barwedge b$ die Schreibweise für (a NAND b).

a) Da $a \wedge a = a$ gilt, ist $a \barwedge a = \overline{a}$, also lässt sich die Negation von a durch NAND-Kombination von a mit sich selbst bilden. Wahrheitstafel:

a	$a \wedge a$	$a \barwedge a$	$\overline{a}$
0	0	1	1
1	1	0	0

Um AND zu erreichen, kann das Ergebnis von NAND einfach negiert werden (siehe oben). Dann gilt $a \wedge b = \overline{a \barwedge b} = (a \barwedge b) \barwedge (a \barwedge b)$. Wahrheitstafel:

a	b	$a \wedge b$	$a \barwedge b$	$(a \barwedge b) \barwedge (a \barwedge b)$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	1

Nach de Morgan gilt $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$. Dies lässt sich umformen zu $a \vee b = \overline{a} \barwedge \overline{b}$. Die Negation von a und b kann wie oben mit NAND dargestellt werden: $a \vee b = (a \barwedge a) \barwedge (b \barwedge b)$.

a	b	$a \vee b$	$a \barwedge a = \overline{a}$	$b \barwedge b = \overline{b}$	$(a \barwedge a) \barwedge (b \barwedge b)$
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1

b)

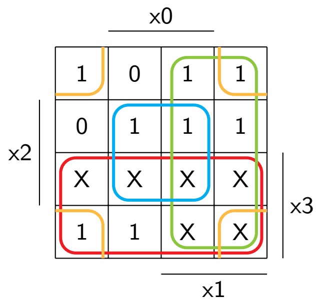
$$
\begin{array}{rcl}
f(x_3, x_2, x_1) & = & (\overline{x_3}(\overline{x_2} \vee x_1)) \vee (x_1(\overline{x_2} \vee x_1)) \\
& = & (\overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_3} \vee x_1) \\
& = & x_1 \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \\
& = & x_1 \wedge (x_2 \barwedge x_3) \\
& = & \big(x_1 \barwedge (x_2 \barwedge x_3)\big) \barwedge \big(x_1 \barwedge (x_2 \barwedge x_3)\big)
\end{array}
$$

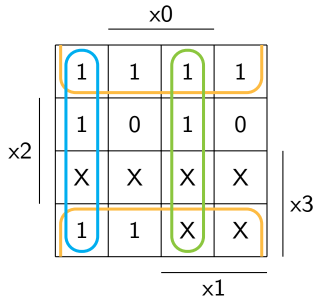
3. a) Funktionstabelle für A und B:

x	x_4	x_3	x_2	x_1	A	B
0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1

$A(x) = x_3 \vee x_1 \vee x_2x_0 \vee \overline{x_2}\,\overline{x_0}$
$B(x) = \overline{x_2} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee x_1x_0$

b) Karnaugh-Veitch-Diagramme:

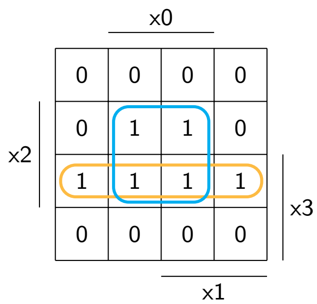




4. a) Funktionstabelle:

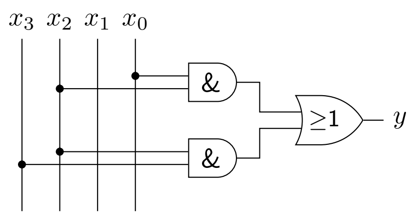
x	x_3	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

b) Karnaugh-Veitch-Diagramm:

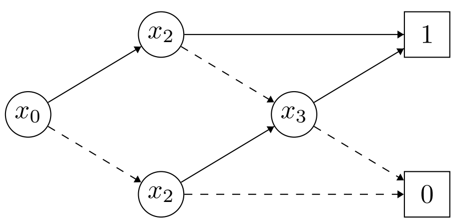


c) $y = x_3x_2 \vee x_2x_0$

d) Schaltnetz (US-Symbole):



e) Binäres Entscheidungsdiagramm (ROBDD):



Die Schaltvariable x_1 wurde weggelassen, da sie für den Wert der Schaltfunktion ohne Bedeutung ist. Durchgezogene Linien haben den Wert 1, gestrichelte den Wert 0.