64-040 Modul IP7: Rechnerstrukturen

http://tams.informatik.uni-hamburg.de/
lectures/2012ws/vorlesung/rs

– Kapitel 8 –

Andreas Mäder

Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Fachbereich Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

Wintersemester 2012/2013

Kapitel 8

Nutzen einer (abstrakten) Algebra?!

Analyse und Beschreibung von

- gemeinsamen, wichtigen Eigenschaften
- mathematischer Operationen
- mit vielfältigen Anwendungen

Spezifiziert durch

- die Art der Elemente (z.B. ganze Zahlen, Aussagen, usw.)
- die Verknüpfungen (z.B. Addition, Multiplikation)
- zentrale Elemente (z.B. Null-, Eins-, inverse Elemente)

Anwendungen: z.B. fehlerkorrigierende Codes auf CD/DVD

Boole'sche Algebra

- George Boole, 1850: Untersuchung von logischen Aussagen mit den Werten *true* (wahr) und *false* (falsch)
- Definition einer Algebra mit diesen Werten
- Vier grundlegende Funktionen:
  - NEGATION (NOT) Schreibweisen: $\neg a$, $\overline{a}$, ~a
  - UND –"– $a \wedge b$, $a \,\&\, b$
  - ODER –"– $a \vee b$, $a \mid b$
  - XOR –"– $a \oplus b$, $a \,\hat{}\, b$
- Claude Shannon, 1937: Realisierung der Boole'schen Algebra mit Schaltfunktionen (binäre digitale Logik)

Grundverknüpfungen

- zwei Werte: *wahr* (*true*, 1) und *falsch* (*false*, 0)
- vier grundlegende Verknüpfungen:

NOT(x)

x	
0	0
1	1

AND(x, y)

x \ y	0	1
0	0	0
1	0	1

OR(x, y)

x \ y	0	1
0	0	1
1	1	1

XOR(x,y)

x \ y	0	1
0	0	1
1	1	0

- alle logischen Operationen lassen sich mit diesen Funktionen darstellen

$\Rightarrow$ *vollständige Basismenge*

Anzahl der binären Funktionen

- insgesamt 4 Funktionen mit einer Variable
  $f_0(x) = 0,\ f_1(x) = 1,\ f_2(x) = x,\ f_3(x) = \neg x$
- insgesamt 16 Funktionen zweier Variablen (s. Beispiel)
- allgemein 2^{2^n} Funktionen von n Variablen
- später noch viele Beispiele

Anzahl der binären Funktionen (cont.)

<table>
<tr><th>x = 0 1 0 1
y = 0 0 1 1</th><th>Bezeichnung</th><th>Notation</th><th>Alternativnotation</th><th>Java/C-Notation</th></tr>
<tr><td>0 0 0 0</td><td>Nullfunktion</td><td>0</td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>0 0 0 1</td><td>AND</td><td>$x \cap y$</td><td></td><td>x&&y</td></tr>
<tr><td>0 0 1 0</td><td>Inhibition</td><td>$y > x$</td><td></td><td>y>x</td></tr>
<tr><td>0 0 1 1</td><td>Identität y</td><td>y</td><td></td><td>y</td></tr>
<tr><td>0 1 0 0</td><td>Inhibition</td><td>$x > y$</td><td></td><td>x>y</td></tr>
<tr><td>0 1 0 1</td><td>Identität x</td><td>x</td><td></td><td>x</td></tr>
<tr><td>0 1 1 0</td><td>XOR</td><td>$x \oplus y$</td><td>$x \neq y$</td><td>x!=y</td></tr>
<tr><td>0 1 1 1</td><td>OR</td><td>$x \cup y$</td><td></td><td>x||y</td></tr>
<tr><td>1 0 0 0</td><td>NOR</td><td>$\neg(x \cup y)$</td><td></td><td>!(x||y)</td></tr>
<tr><td>1 0 0 1</td><td>Äquivalenz</td><td>$\neg(x \oplus y)$</td><td>$x = y$</td><td>x==y</td></tr>
<tr><td>1 0 1 0</td><td>NICHT x</td><td>$\neg x$</td><td>x'</td><td>!x</td></tr>
<tr><td>1 0 1 1</td><td>Implikation</td><td>$x \leq y$</td><td>$x \rightarrow y$</td><td>y>=x</td></tr>
<tr><td>1 1 0 0</td><td>NICHT y</td><td>$\neg y$</td><td>y'</td><td>!y</td></tr>
<tr><td>1 1 0 1</td><td>Implikation</td><td>$x \geq y$</td><td>$x \leftarrow y$</td><td>x>=y</td></tr>
<tr><td>1 1 1 0</td><td>NAND</td><td>$\neg(x \cap y)$</td><td></td><td>!(x&&y)</td></tr>
<tr><td>1 1 1 1</td><td>Einsfunktion</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr>
</table>

Boole'sche Algebra

- 6-Tupel $< \{0,1\}, \vee, \wedge, \neg, \ 0,1 >$ bildet eine Algebra

- $\{0,1\}$ Menge mit zwei Elementen
- $\vee$ ist die „Addition"
- $\wedge$ ist die „Multiplikation"
- $\neg$ ist das „Komplement" (nicht das Inverse!)
- 0 (false) ist das Nullelement der Addition
- 1 (true) ist das Einselement der Multiplikation

Rechenregeln: Ring / Algebra

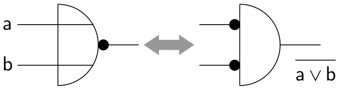
Eigenschaft	Ring der ganzen Zahlen	Boole'sche Algebra
Kommutativgesetz	$a + b = b + a$ $a \times b = b \times a$	$a \vee b = b \vee a$ $a \wedge b = b \wedge a$
Assoziativgesetz	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$
Distributivgesetz	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
Identitäten	$a + 0 = a$ $a \times 1 = a$	$a \vee 0 = a$ $a \wedge 1 = a$
Vernichtung	$a \times 0 = 0$	$a \wedge 0 = 0$
Auslöschung	$-(-a) = a$	$\neg(\neg a) = a$
Inverses	$a + (-a) = 0$	—

Rechenregeln: Ring / Algebra (cont.)

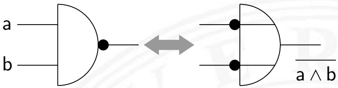
Eigenschaft	Ring der ganzen Zahlen	Boole'sche Algebra
Distributivgesetz	—	$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
Komplement	—	$a \vee \neg a = 1$
	—	$a \wedge \neg a = 0$
Idempotenz	—	$a \vee a = a$
	—	$a \wedge a = a$
Absorption	—	$a \vee (a \wedge b) = a$
	—	$a \wedge (a \vee b) = a$
De-Morgan Regeln	—	$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$
	—	$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$

De-Morgan Regeln

$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$



$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$



1. Ersetzen von *UND* durch *ODER* und umgekehrt
   $\Rightarrow$ Austausch der Funktion
2. Invertieren aller Ein- und Ausgänge

Verwendung

- bei der Minimierung logischer Ausdrücke
- beim Entwurf von Schaltungen
- siehe Abschnitte: „Schaltfunktionen“ und „Schaltnetze“

XOR: Exklusiv-Oder / Antivalenz

$\Rightarrow$ entweder a oder b (ausschließlich)
a ungleich b ($\Rightarrow$ Antivalenz)

- $a \oplus b = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$
  genau einer von den Termen a und b ist wahr
- $a \oplus b = (a \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)$
  entweder a ist wahr, oder b ist wahr, aber nicht beide gleichzeitig
- $a \oplus a = 0$

Logische Operationen in Java und C

- Datentyp für Boole'sche Logik
  - Java: Datentyp `boolean`
  - C: implizit für alle Integertypen

- Vergleichsoperationen
- Logische Grundoperationen
- Bitweise logische Operationen
  = parallele Berechnung auf Integer-Datentypen

- Auswertungsreihenfolge
  - Operatorprioritäten
  - Auswertung von links nach rechts
  - (optionale) Klammerung

Vergleichsoperationen

- a == b   wahr, wenn *a* gleich *b*
  a != b   wahr, wenn *a* ungleich *b*
  a >= b   wahr, wenn *a* größer oder gleich *b*
  a > b   wahr, wenn *a* größer *b*
  a < b   wahr, wenn *a* kleiner *b*
  a <= b   wahr, wenn *a* kleiner oder gleich *b*

- Vergleich zweier Zahlen, Ergebnis ist logischer Wert
- Java: Integerwerte alle im Zweierkomplement
  C: Auswertung berücksichtigt signed/unsigned-Typen

Logische Operationen in C

- zusätzlich zu den Vergleichsoperatoren <, <=, ==, !=, >, >=
- drei **logische** Operatoren:

!	logische Negation
&&	logisches UND
||	logisches ODER

- Interpretation der Integerwerte:
  der Zahlenwert *0* $\Leftrightarrow$ logische 0 (false)
  alle anderen Werte $\Leftrightarrow$ logische 1 (true)

$\Rightarrow$ völlig andere Semantik als in der Mathematik **Achtung!**

$\Rightarrow$ völlig andere Funktion als die bitweisen Operationen

Logische Operationen in C (cont.)

- verkürzte Auswertung von links nach rechts (*shortcut*)
  - Abbruch, wenn Ergebnis feststeht
  - \+ kann zum Schutz von Ausdrücken benutzt werden
  - − kann aber auch Seiteneffekte haben, z.B. Funktionsaufrufe

- Beispiele
  - `(a > b) || ((b != c) && (b <= d))`
  -

Ausdruck	Wert
`!0x41`	`0x00`
`!0x00`	`0x01`
`!!0x00`	`0x00`
`0x69 && 0x55`	`0x01`
`0x69 || 0x55`	`0x01`

Logische Operationen in C: Logisch vs. Bitweise

- der Zahlenwert *0* ⇔ logische 0 (false)
  alle anderen Werte ⇔ logische 1 (true)
- Beispiel: `x = 0x66` und `y = 0x93`

bitweise Operation		logische Operation	
Ausdruck	Wert	Ausdruck	Wert
`x`	`0110 0110`	`x`	`0000 0001`
`y`	`1001 0011`	`y`	`0000 0001`
`x & y`	`0000 0010`	`x && y`	`0000 0001`
`x | y`	`1111 0111`	`x || y`	`0000 0001`
`~x | ~y`	`1111 1101`	`!x || !y`	`0000 0000`
`x & ~y`	`0110 0100`	`x && !y`	`0000 0000`

Logische Operationen in C: verkürzte Auswertung

- logische Ausdrücke werden von links nach rechts ausgewertet
- Klammern werden natürlich berücksichtigt
- Abbruch, sobald der Wert eindeutig feststeht (*shortcut*)
- Vor- oder Nachteile möglich (codeabhängig)
  - + `(a && 5/a)` niemals Division durch Null. Der Quotient wird nur berechnet, wenn der linke Term ungleich Null ist.
  - + `(p && *p++)` niemals Nullpointer-Zugriff. Der Pointer wird nur verwendet, wenn `p` nicht Null ist.

Ternärer Operator

- ⟨*condition*⟩ `?` ⟨*true-expression*⟩ `:` ⟨*false-expression*⟩
- Beispiel: `(x < 0) ? -x : x` Absolutwert von x

Logische Operationen in Java

- Java definiert eigenen Datentyp `boolean`
- elementare Werte `false` und `true`
- alternativ `Boolean.FALSE` und `Boolean.TRUE`
- **keine** Mischung mit Integer-Werten wie in C

- Vergleichsoperatoren `<`, `<=`, `==`, `!=`, `>`, `>=`
- verkürzte Auswertung von links nach rechts (*shortcut*)

- Ternärer Operator
  ⟨*condition*⟩ `?` ⟨*true-expression*⟩ `:` ⟨*false-expression*⟩
- Beispiel: `(x < 0) ? -x : x` Absolutwert von x

Bitweise logische Operationen

Integer-Datentypen doppelt genutzt:

1. Zahlenwerte (Ganzzahl, Zweierkomplement, Gleitkomma)
   arithmetische Operationen: Addition, Subtraktion, usw.

2. Binärwerte mit w einzelnen Bits (Wortbreite w)
   Boole'sche Verknüpfungen, bitweise auf allen w Bits
   - Grundoperationen: Negation, UND, ODER, XOR
   - Schiebe-Operationen: shift-left, rotate-right, usw.

Bitweise logische Operationen (cont.)

- Integer-Datentypen interpretiert als Menge von Bits

⇒ bitweise logische Operationen möglich

- in Java und C sind vier Operationen definiert:

Negation	`~x`	Invertieren aller einzelnen Bits		
UND	`x&y`	Logisches UND		aller einzelnen Bits
OR	`x|y`	–"–	ODER	–"–
XOR	`x^y`	–"–	XOR	–"–

- alle anderen Funktionen können damit dargestellt werden

  es gibt insgesamt 2^{2^n} Operationen mit n Operanden

Bitweise logische Operationen: Beispiel

`x`	=	`0010 1110`	
`y`	=	`1011 0011`	
`~x`	=	`1101 0001`	alle Bits invertiert
`~y`	=	`0100 1100`	alle Bits invertiert
`x & y`	=	`0010 0010`	bitweises UND
`x | y`	=	`1011 1111`	bitweises ODER
`x ^ y`	=	`1001 1101`	bitweises XOR

Schiebeoperationen

- Ergänzung der bitweisen logischen Operationen
- für alle Integer-Datentypen verfügbar

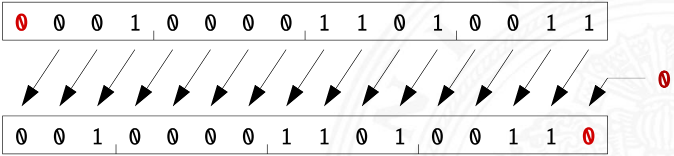
- fünf Varianten

Shift-Left	`shl`
Logical Shift-Right	`srl`
Arithmetic Shift-Right	`sra`
Rotate-Left	`rol`
Rotate-Right	`ror`

- Schiebeoperationen in Hardware leicht zu realisieren
- auf fast allen Prozessoren im Befehlssatz

Shift-Left (`shl`)

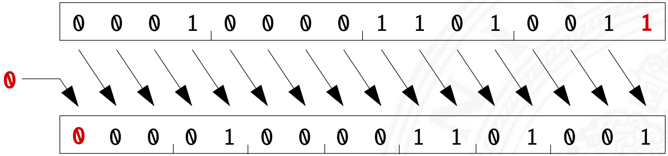
- Verschieben der Binärdarstellung von x um n bits nach links
- links herausgeschobene n bits gehen verloren
- von rechts werden n Nullen eingefügt



- in Java und C direkt als Operator verfügbar: `x << n`
- `shl` um n bits entspricht der Multiplikation mit 2^n

Logical Shift-Right (`srl`)

- Verschieben der Binärdarstellung von x um n bits nach rechts
- rechts herausgeschobene n bits gehen verloren
- von links werden n Nullen eingefügt



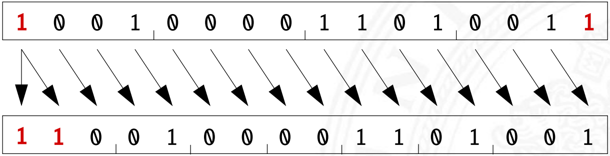
- in Java direkt als Operator verfügbar: `x >>> n`

  in C nur für `unsigned`-Typen definiert: `x >> n`

  für `signed`-Typen nicht vorhanden

Arithmetic Shift-Right (`sra`)

- Verschieben der Binärdarstellung von x um n bits nach rechts
- rechts herausgeschobene n bits gehen verloren
- von links wird n-mal das MSB (Vorzeichenbit) eingefügt
- Vorzeichen bleibt dabei erhalten (gemäß Zweierkomplement)



- in Java direkt als Operator verfügbar: `x >> n`

  in C nur für `signed`-Typen definiert: `x >> n`
- `sra` um n bits ist ähnlich der Division durch 2^n

Arithmetic Shift-Right: Beispiel

- `x >> 1` aus `0x10D3` (4 307) wird `0x0869` (2 153)

`0 0 0 1 | 0 0 0 0 | 1 1 0 1 | 0 0 1 1`

`0 0 0 0 | 1 0 0 0 | 0 1 1 0 | 1 0 0 1`

- `x >> 3` aus `0x90D3` (-28 460) wird `0xF21A` (-3 558)

`1 0 0 1 | 0 0 0 0 | 1 1 0 1 | 0 0 1 1`

`1 1 1 1 | 0 0 1 0 | 0 0 0 1 | 1 0 1 0`

Arithmetic Shift-Right: Division durch Zweierpotenzen?

- positive Werte: `x >> n` entspricht Division durch 2^n
- negative Werte: `x >> n` Ergebnis ist zu klein (!)

- gerundet in Richtung negativer Werte statt in Richtung Null:

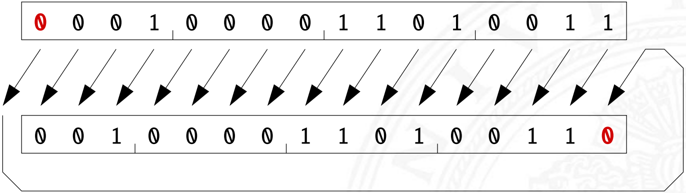
  `1111 1011` (-5)
  `1111 1101` (-3)
  `1111 1110` (-2)
  `1111 1111` (-1)

- in C: Kompensation durch Berechnung von `(x + (1<<k)-1) >> k`

  Details: Bryant, O'Hallaron [BO11]

Rotate-Left (`rol`)

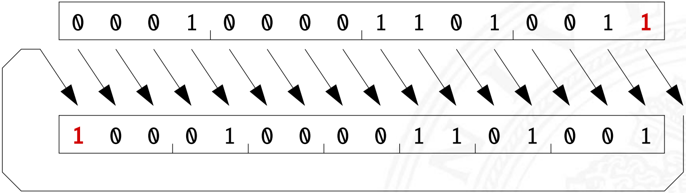
- Rotation der Binärdarstellung von x um n bits nach links
- herausgeschobene Bits werden von rechts wieder eingefügt



- in Java und C nicht als Operator verfügbar
- Java: `Integer.rotateLeft( int x, int distance )`

Rotate Right (ror)

- Rotation der Binärdarstellung von x um n bits nach rechts
- herausgeschobene Bits werden von links wieder eingefügt



- in Java und C nicht als Operator verfügbar
- Java: `Integer.rotateRight( int x, int distance )`

Shifts statt Integer-Multiplikation

- Integer-Multiplikation ist auf vielen Prozessoren langsam oder evtl. gar nicht als Befehl verfügbar

- Add./Subtraktion und logische Operationen: typisch 1 Takt
  Shift-Operationen: meistens 1 Takt

⇒ eventuell günstig, Multiplikation mit Konstanten durch entsprechende Kombination aus shifts+add zu ersetzen

- Beispiel: $9 \cdot x = (8 + 1) \cdot x$ ersetzt durch `(x << 3) + x`
- viele Compiler erkennen solche Situationen

Beispiel: bit-set, bit-clear

Bits an Position p in einem Integer setzen oder löschen?

- Maske erstellen, die genau eine 1 gesetzt hat
- dies leistet `(1 << p)`, mit $0 \leq p \leq w$ bei Wortbreite w

```
public int bit_set( int x, int pos ) {
  return x |  (1 << pos);      // mask = 0...010...0
}

public int bit_clear( int x, int pos ) {
  return x & ~(1 << pos);      // mask = 1...101...1
}
```

Beispiel: Byte-Swapping *network to/from host*

Linux: `/usr/include/bits/byteswap.h`

```
...
/* Swap bytes in 32 bit value.  */
#define __bswap_32(x) \
  ((((x) & 0xff000000) >> 24) | (((x) & 0x00ff0000) >>  8) |\
   (((x) & 0x0000ff00) <<  8) | (((x) & 0x000000ff) << 24))
...
```

Linux: `/usr/include/netinet/in.h`

```
...
#  if __BYTE_ORDER == __LITTLE_ENDIAN
#   define ntohl(x) __bswap_32 (x)
#   define ntohs(x) __bswap_16 (x)
#   define htonl(x) __bswap_32 (x)
#   define htons(x) __bswap_16 (x)
#  endif
...
```

Beispiel: RGB-Format für Farbbilder

Farbdarstellung am Monitor / Bildverarbeitung?

- Matrix aus $w \times h$ Bildpunkten
- additive Farbmischung aus Rot, Grün, Blau
- pro Farbkanal typischerweise 8-bit, Wertebereich 0..255
- Abstufungen ausreichend für (untrainiertes) Auge

- je ein 32-bit Integer pro Bildpunkt
- typisch: `0x00RRGGBB` oder `0xAARRGGBB`
- je 8-bit für Alpha/Transparenz, rot, grün, blau

- `java.awt.image.BufferedImage(TYPE_INT_ARGB)`

Beispiel: RGB-Rotfilter

```
public BufferedImage redFilter( BufferedImage src ) {
  int     w = src.getWidth();
  int     h = src.getHeight();
  int type = BufferedImage.TYPE_INT_ARGB;
  BufferedImage dest = new BufferedImage( w, h, type );

  for( int y=0; y < h; y++ ) {         // alle Zeilen
    for( int x=0; x < w; x++ ) {       // von links nach rechts
      int  rgb = src.getRGB( x, y ); // Pixelwert bei (x,y)
                                     // rgb = 0xAARRGGBB
      int  red = (rgb & 0x00FF0000); // Rotanteil maskiert
      dest.setRGB( x, y, red );
    }
  }
  return dest;
}
```

Beispiel: RGB-Graufilter

```java
public BufferedImage grayFilter( BufferedImage src ) {
  ...
  for( int y=0; y < h; y++ ) {    // alle Zeilen
    for( int x=0; x < w; x++ ) { // von links nach rechts
      int   rgb = src.getRGB( x, y );        // Pixelwert
      int   red = (rgb & 0x00FF0000) >>>16; // Rotanteil
      int green = (rgb & 0x0000FF00) >>> 8; // Grünanteil
      int  blue = (rgb & 0x000000FF);       // Blauanteil

      int  gray = (red + green + blue) / 3; // Mittelung

      dest.setRGB( x, y, (gray<<16)|(gray<<8)|gray );
    }
  }
  ...
}
```

Beispiel: Bitcount (mit while-Schleife)

Anzahl der gesetzten Bits in einem Wort?

- Anwendung z.B. für Kryptalgorithmen (Hamming-Distanz)
- Anwendung für Medienverarbeitung

```
public static int bitcount( int x ) {
  int count = 0;

  while( x != 0 ) {
    count += (x & 0x00000001);  // unterstes bit addieren
    x = x >>> 1;                // 1-bit rechts-schieben
  }

  return count;
}
```

Beispiel: Bitcount (parallel, tree)

- Algorithmus mit Schleife ist einfach aber langsam
- schnelle parallele Berechnung ist möglich

```
int BitCount(unsigned int u)
{ unsigned int uCount;
  uCount = u - ((u >> 1) & 033333333333)
             - ((u >> 2) & 011111111111);
  return ((uCount + (uCount >> 3)) & 030707070707) % 63;
}
```

- viele Algorithmen: bit-Maskierung und Schieben
  - `http://gurmeet.net/puzzles/fast-bit-counting-routines`
  - `http://graphics.stanford.edu/~seander/bithacks.html`
  - D. E. Knuth: *The Art of Computer Programming*: Volume 4A, Combinational Algorithms: Part1, Abschnitt 7.1.3 [Knu09]
  - `java.lang.Integer.bitCount()`
- viele neuere Prozessoren/DSPs: eigener bitcount-Befehl

Tipps & Tricks: Rightmost bits

D. E. Knuth: *The Art of Computer Programming*, Vol 4.1 [Knu09]

Grundidee: am weitesten rechts stehenden 1-Bits / 1-Bit Folgen erzeugen Überträge in arithmetischen Operationen

- Integer x, mit $x = (\alpha\, 0\, [1]^a\, 1\, [0]^b)_2$

  beliebiger Bitstring α, eine Null, dann $a+1$ Einsen und b Nullen, mit $a \geq 0$ und $b \geq 0$.
- Ausnahmen: $x = -2^b$ und $x = 0$

$$
\Rightarrow \quad
\begin{aligned}
x &= (\alpha\, 0\, [1]^a\, 1\, [0]^b)_2 \\
\overline{x} &= (\overline{\alpha}\, 1\, [0]^a\, 0\, [1]^b)_2 \\
x-1 &= (\alpha\, 0\, [1]^a\, 0\, [1]^b)_2 \\
-x &= (\overline{\alpha}\, 1\, [0]^a\, 1\, [0]^b)_2
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad \overline{x}+1 = -x = \overline{x-1}$$

Tipps & Tricks: Rightmost bits (cont.)

D. E. Knuth: *The Art of Computer Programming*, Vol 4.1 [Knu09]

$$\begin{aligned} x &= (\alpha\,0\,[1]^a\,1\,[0]^b)_2 & \qquad \overline{x} &= (\overline{\alpha}\,1\,[0]^a\,0\,[1]^b)_2 \\ x-1 &= (\alpha\,0\,[1]^a\,0\,[1]^b)_2 & \qquad -x &= (\overline{\alpha}\,1\,[0]^a\,1\,[0]^b)_2 \end{aligned}$$

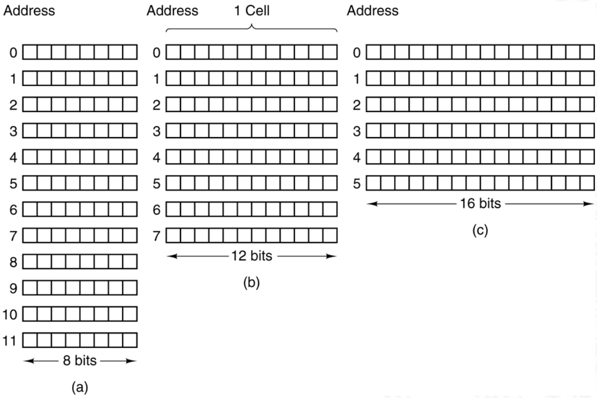
$x\&(x-1)$	$= (\alpha \;\; 0[1]^a 0[0]^b)_2$	letzte 1 entfernt
$x\&-x$	$= (0^\infty 0[0]^a 1[0]^b)_2$	letzte 1 extrahiert
$x \mid -x$	$= (1^\infty 1[1]^a 1[0]^b)_2$	letzte 1 nach links verschmiert
$x \oplus -x$	$= (1^\infty 1[1]^a 0[0]^b)_2$	letzte 1 entfernt und verschmiert
$x \mid (x-1)$	$= (\alpha \;\; 0[1]^a 1[1]^b)_2$	letzte 1 nach rechts verschmiert
$\overline{x}\&(x-1)$	$= (0^\infty 0[0]^a 0[1]^b)_2$	letzte 1 nach rechts verschmiert
$((x \mid (x-1))+1)\&x$	$= (\alpha \;\; 0[0]^a 0[0]^b)_2$	letzte 1-Bit Folge entfernt

Aufbau und Adressierung des Speichers

- Abspeichern von Zahlen, Zeichen, Strings?
  - kleinster Datentyp üblicherweise ein Byte (8-bit)
  - andere Daten als Vielfache: 16-bit, 32-bit, 64-bit, ...
- Organisation und Adressierung des Speichers?
  - Adressen typisch in Bytes angegeben
  - erlaubt Adressierung einzelner ASCII-Zeichen, usw.
- aber Maschine/Prozessor arbeitet wortweise
- Speicher daher ebenfalls wortweise aufgebaut
- typischerweise 32-bit oder 64-bit

Speicher-Organisation

- Speicherkapazität: Anzahl der Worte $\cdot$ Bits/Wort
- Beispiele: $12 \cdot 8 \quad 8 \cdot 12 \quad 6 \cdot 16$ Bits

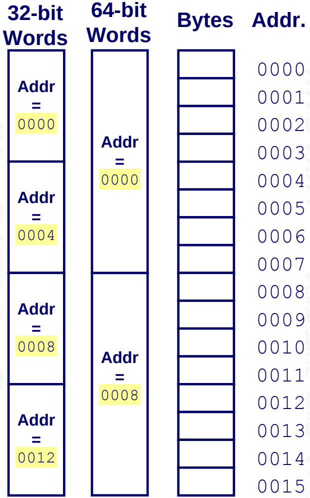


[Tan09]

Wort-basierte Organisation des Speichers

- Speicher Wort-orientiert
- Adressierung Byte-orientiert
  - die Adresse des ersten Bytes im Wort
  - Adressen aufeinanderfolgender Worte unterscheiden sich um 4 (32-bit Wort) oder 8 (64-bit)

  - Adressen normalerweise Vielfache der Wortlänge
  - verschobene Adressen „in der Mitte" eines Worts oft unzulässig



[BO11]

Datentypen auf Maschinenebene

- gängige Prozessoren unterstützen mehrere Datentypen
- entsprechend der elementaren Datentypen in C, Java, ...
- `void*` ist ein **Pointer** (Referenz, Speicheradresse)
- Beispiel für die Anzahl der Bytes:

C Datentyp	DEC Alpha	typ. 32-bit	Intel IA-32 (x86)
int	4	4	4
long int	8	4	4
char	1	1	1
short	2	2	2
float	4	4	4
double	8	8	8
long double	8	8	10/12
void *	8	4	4

Datentypen auf Maschinenebene (cont.)

Abhängigkeiten (!)

- Prozessor
- Betriebssystem
- Compiler

segment word size	16 bit			32 bit						64 bit			
compiler	Microsoft	Borland	Watcom	Microsoft	Intel Windows	Borland	Watcom	Gnu v.3.x	Intel Linux	Microsoft	Intel Windows	Gnu	Intel Linux
bool	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
char	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
wchar_t		2		2	2	2	2	2	2	2	2	4	4
short int	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
int	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
long int	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	8
__int64				8	8			8	8	8	8	8	8
enum	2	2	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
float	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
double	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
long double	10	10	8	8	16	10	8	12	12	8	16	16	16
__m64				8	8				8		8	8	8
__m128				16	16				16	16	16	16	16
__m256					32				32		32		32
pointer	2	2	2	4	4	4	4	4	4	8	8	8	8
far pointer	4	4	4										
function pointer	2	2	2	4	4	4	4	4	4	8	8	8	8
data member pointer (min)	2	4	6	4	4	8	4	4	4	4	4	8	8
data member pointer (max)		4	6	12	12	8	12	4	4	12	12	8	8
member function pointer (min)	2	12	6	4	4	12	4	8	8	8	8	16	16
member function pointer (max)		12	6	16	16	12	16	8	8	24	24	16	16

Table 1 shows how many bytes of storage various objects use for different compilers.

`www.agner.org/optimize/calling_conventions.pdf`

Byte-Order

- *Wie sollen die Bytes innerhalb eines Wortes angeordnet werden?*
- Speicher wort-basiert ⇔ Adressierung byte-basiert

Zwei Möglichkeiten / Konventionen:

- **Big Endian**: Sun, Mac, usw.
  das MSB (*most significant byte*) hat die kleinste Adresse
  das LSB (*least significant byte*) hat die höchste –"–

- **Little Endian**: Alpha, x86
  das MSB hat die höchste, das LSB die kleinste Adresse

satirische Referenz auf Gulliver's Reisen (Jonathan Swift)

Byte-Order: Beispiel

```
     int A =  15213;
     int B = -15213;
long int C =  15213;
```

Dezimal:	15213			
Binär:	0011	1011	0110	1101
Hex:	3	B	6	D

Linux/Alpha A	Sun A
6D	00
3B	00
00	3B
00	6D

Linux/Alpha B	Sun B
93	FF
C4	FF
FF	C4
FF	93

Linux C	Alpha C	Sun C
6D	6D	00
3B	3B	00
00	00	3B
00	00	6D
	00	
	00	
	00	
	00	

2-Komplement
Big Endian
Little Endian

[BO11]

Byte-Order: Beispiel Datenstruktur

```
/* JimSmith.c - example record for byte-order demo */

typedef struct employee {
  int       age;
  int    salary;
  char     name[12];
} employee_t;

static employee_t jimmy = {
  23,                  // 0x0017
  50000,               // 0xc350
  "Jim Smith",         // J=0x4a i=0x69 usw.
};
```

Byte-Order: Beispiel x86 und SPARC

```
tams12> objdump -s JimSmith.x86.o
JimSmith.x86.o:     file format elf32-i386

Contents of section .data:
 0000 17000000 50c30000 4a696d20 536d6974  ....P...Jim Smit
 0010 68000000                             h...

tams12> objdump -s JimSmith.sparc.o
JimSmith.sparc.o:     file format elf32-sparc

Contents of section .data:
 0000 00000017 0000c350 4a696d20 536d6974  .......PJim Smit
 0010 68000000                             h...
```

Netzwerk Byte-Order

- Byte-Order muss bei Datenübertragung zwischen Rechnern berücksichtigt und eingehalten werden

- Internet-Protokoll (IP) nutzt ein Big Endian Format

$\Rightarrow$ auf x86-Rechnern müssen alle ausgehenden und ankommenden Datenpakete umgewandelt werden

- zugehörige Hilfsfunktionen / Makros in `netinet/in.h`
  - inaktiv auf Big Endian, **byte-swapping** auf Little Endian
  - `ntohl(x)`: network-to-host-long
  - `htons(x)`: host-to-network-short
  - ...

Beispiel: Byte-Swapping *network to/from host*

Linux: `/usr/include/bits/byteswap.h`

```
...
/* Swap bytes in 32 bit value.  */
#define __bswap_32(x) \
  ((((x) & 0xff000000) >> 24) | (((x) & 0x00ff0000) >>  8) |\
   (((x) & 0x0000ff00) <<  8) | (((x) & 0x000000ff) << 24))
...
```

Linux: `/usr/include/netinet/in.h`

```
...
#  if __BYTE_ORDER == __LITTLE_ENDIAN
#   define ntohl(x) __bswap_32 (x)
#   define ntohs(x) __bswap_16 (x)
#   define htonl(x) __bswap_32 (x)
#   define htons(x) __bswap_16 (x)
#  endif
...
```

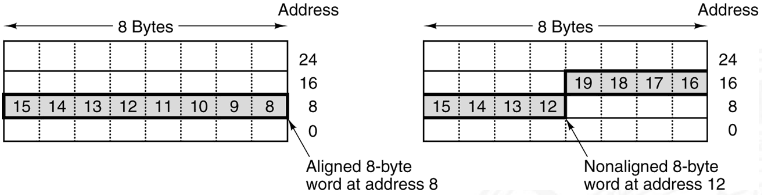
Programm zum Erkennen der Byte-Order

- Programm gibt Daten byteweise aus
- C-spezifische Typ- (Pointer-) Konvertierung
- Details: Bryant, O'Hallaron: 2.1.4 (Abb. 2.3, 2.4) [BO11]

```
void show_bytes( byte_pointer start, int len ) {
  int i;
  for( i=0; i < len; i++ ) {
    printf( " %.2x", start[i] );
  }
  printf ("\n" );
}

void show_double( double x ) {
  show_bytes( (byte_pointer) &x, sizeof( double ));
}
  ...
```

Misaligned Memory Access



[Tan09]

- Speicher Byte-weise adressiert
- aber Zugriffe lesen/schreiben jeweils ein ganzes Wort

Was passiert bei „krummen" (*misaligned*) Adressen?

- automatische Umsetzung auf mehrere Zugriffe (x86)
- Programmabbruch (SPARC)

Literatur

[BO11] R.E. Bryant, D.R. O'Hallaron:
Computer systems – A programmers perspective.
2nd edition, Pearson, 2011. ISBN 0–13–713336–7

[Knu09] D.E. Knuth: *The Art of Computer Programming, Volume 4, Fascicle 1, Bitwise Tricks & Techniques; Binary Decision Diagrams*. Addison-Wesley Professional, 2009.
ISBN 978–0–321–58050–4

[Tan06] A.S. Tanenbaum: *Computerarchitektur: Strukturen, Konzepte, Grundlagen*. 5. Auflage, Pearson Studium, 2006.
ISBN 3–8273–7151–1

Literatur (cont.)

[Tan09] A.S. Tanenbaum: *Structured Computer Organization*. 5th rev. edition, Pearson International, 2009. ISBN 0–13–509405–4

[Hei05] K. von der Heide: *Vorlesung: Technische Informatik 1 — interaktives Skript*. Universität Hamburg, FB Informatik, 2005. `tams.informatik.uni-hamburg.de/lectures/2004ws/vorlesung/t1`