试卷标题: 三角函数简单随机题

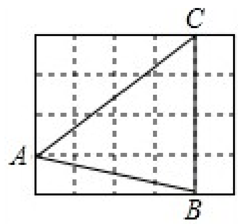
试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6

一、选择题（本大题共 14 小题，共 42.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$tanA=\frac{5}{12}$，则$cosA$等于( )

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

2. 如图，在4×5的正方形网格中，每个小正方形的边长都是1，$\triangle ABC$的顶点都在这些小正方形的顶点上，那么$\sin\angle ACB$的值为( )



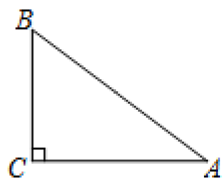
A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{17}}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

3. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，如果$AC=4$，$BC=3$，那么$cosA$的值为( )



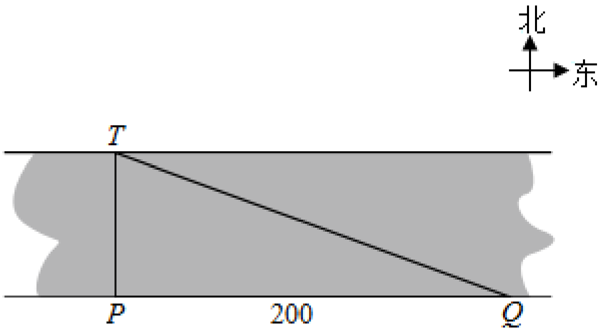
A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{3}$

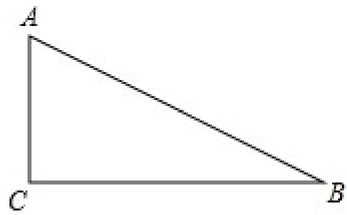
D. $\frac{3}{4}$

4. 如图，为了测量一条河流的宽度，一测量员在河岸边相距200米的P、Q两点分别测定对岸一棵树T的位置，T在P的正北方向，且T在Q的北偏西$70°$方向，则河宽¿的长¿可以表示为( )



A. $200\tan 70°$米　B. $\frac{200}{\tan 70^{\circ}}$米　C. $200\sin 70°$米　D. $\frac{200}{\sin 70^{\circ}}$米

5. 如图，在△ABC中，∠$C=90°$，设∠A，∠B，∠C所对的边分别为a，b，c，则(　)



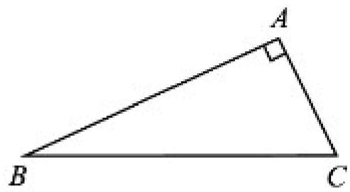
A. $c=b\sin B$

B. $b=c\sin B$

C. $a=b\tan B$

D. $b=c\tan B$

6. 如图，在Rt△ABC中，∠$A=90°$，$\sin B=\frac{1}{3}$，$AC=2$，则BC长为(　)



A. 2　B. 4　C. 6　D. 8

7. 在Rt△ABC中，∠$C=90°$.若$\sin A=\frac{4}{5}$，则$\tan B$的值为(　)

A. $\frac{4}{3}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{5}$　D. $\frac{4}{5}$

8. 在Rt△ABC中，∠$C=90^{\circ}$，$AC=1$，$BC=3$，则∠A的正切值为(　)

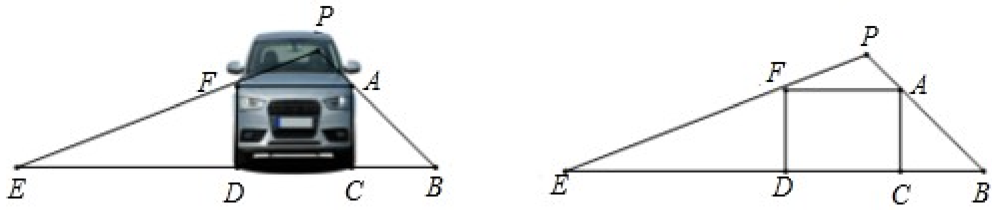
A. 3　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

试卷标题: 三角函数简单随机题

试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6

9. 如图，$\triangle ABC$、$\triangle FED$区域为驾驶员的盲区，驾驶员视线PB与地面BE的夹角$\angle PBE=43°$，视线PE与地面BE的夹角$\angle PEB=20°$，点A，F为视线与车窗底端的交点，$AF/$¿BE，$AC\perp BE$，$FD\perp BE$.若A点到B点的距离$AB=1.6m$，则盲区中DE的长度是(　)

¿参考数据：$\sin 43°\approx 0.7$，$\tan 43°\approx 0.9$，$\sin 20°\approx 0.3$，$\tan 20°\approx 0.4$¿

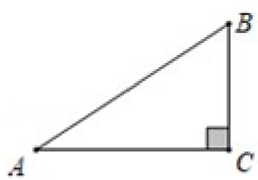


A. $2.6m$　　B. $2.8m$　　C. $3.4m$　　D. $4.5m$

10. 在$\triangle ABC$中，$AB=12\sqrt{2}$，$AC=13$，$\cos B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则$BC$边长为（　）

A. 7　　B. 8　　C. 8或17　　D. 7或17

11. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$BC=2$，$AB=3$，则下列结论正确的是(　)



A. $\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\cos A=\dfrac{2}{3}$

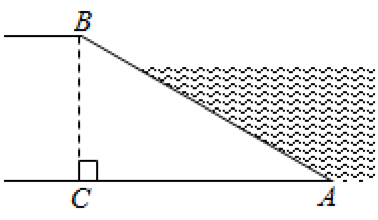
C. $\sin A=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

D. $\tan A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 某人沿着坡度为$1:2.4$的斜坡向上前进了$130m$，那么他的高度上升了(　)

A. $50m$　　B. $100m$　　C. $120m$　　D. $130m$

13. 如图，河坝横断面迎水坡AB的坡比为$1:\sqrt{3}$，坝高$BC=3m$，则AB的长度为(　)



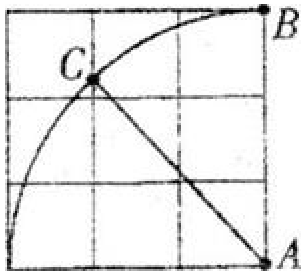
A. $6m$

B. $3\sqrt{3}m$

C. $9m$

D. $6\sqrt{3}m$

14. 如图，在3×3的网格中，A，B均为格点，以点A为圆心，以AB的长为半径作弧，图中的点C是该弧与格线的交点，则$\sin\angle BAC$的值是(　)



A. $\frac{1}{2}$

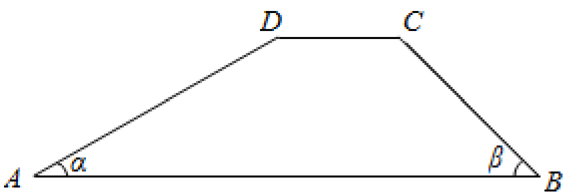
B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

二、填空题（本大题共 3 小题，共 9.0 分）

15. 如图，我市在建高铁的某段路基横断面为梯形$ABCD$，$DC/¿AB$. BC长6米，坡角β为$45°$，AD的坡角α为$30°$，则AD长为______米¿结果保留根号¿.

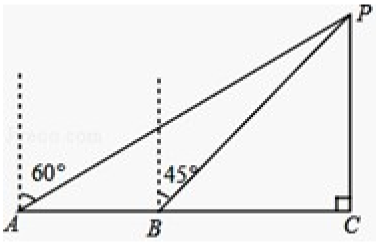


16. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，则$\sin\frac{A}{2}=¿$______.

试卷标题: 三角函数简单随机题

试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6

17. 一艘货轮由西向东航行，在A处测得灯塔P在它的北偏东$60°$方向，继续航行到达B处，测得灯塔P在它的东北方向，若灯塔P正南方向4海里的C处是港口，点A，B，C在一条直线上，则这艘货轮由A到B航行的路程为_____海里¿结果保留根号¿.



三、计算题（本大题共 1 小题，共 6.0 分）

18. 计算：$|-1|^{2020}-¿\sqrt{3}-2∨\frac{+1}{\tan 30^{\circ}}$.

四、解答题（本大题共 12 小题，共 96.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

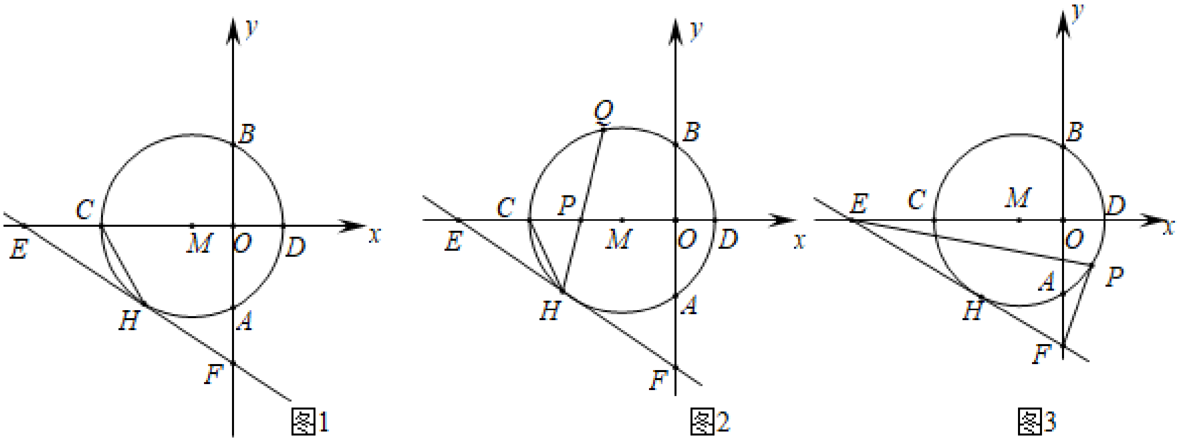
19. ¿本小题8.0分¿

如图1所示，以点$M(-1,0)$为圆心的圆与y轴，x轴分别交于点A，B，C，D，与$\odot M$相切于点H的直线EF交x轴于点$E(-5,0)$，交y轴于点$F\left(0,-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$.

(1)求$\odot M$的半径r；

(2)如图2所示，连接CH，弦HQ交x轴于点P，若$\cos\angle QHC=\frac{3}{4}$，求$\frac{PH}{PD}$的值；

(3)如图3所示，点P为$\odot M$上的一个动点，连接PE，PF，求$PF+\frac{1}{2}PE$的最小值.

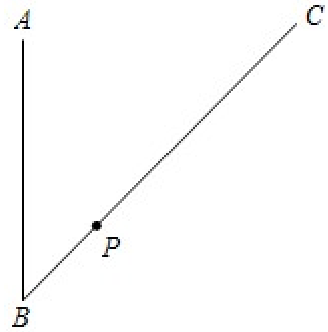


20. ¿本小题8.0分¿

如图，在点B正北方$150\sqrt{2}cm$的A处有一信号接收器，点C在点B的北偏东$45°$的方向，一电子狗P从点B向点C的方向以$5\,cm/s$的速度运动并持续向四周发射信号，信号接收器接收信号的有效范围为$170\,cm$.

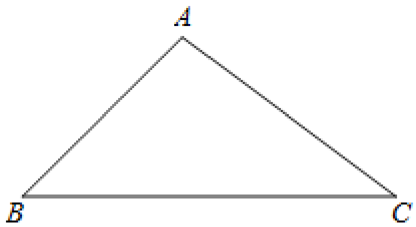
(1)求出点A到线段BC的最小距离；

(2)请判断点A处是否能接收到信号，并说明理由．若能接收信号，求出可接收信号的时间．



21. ¿本小题8.0分¿

如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B$为锐角，$AB=3\sqrt{2}$，$AC=5$，$\sin C=\frac{3}{5}$，求BC的长.

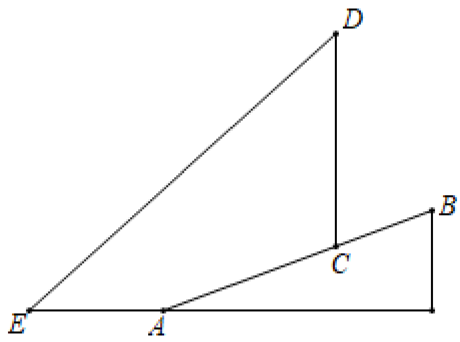


22. ¿本小题8.0分¿

为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想，某森林保护区开展了寻找古树活动．如图，在一个坡度¿或坡比¿$i=1$：2.4的山坡AB上发现有一棵古树CD.测得古树底端C到山脚点A的距离$AC=26$米，在距山脚点A水平距离6米的点E处，测得古树顶端D的仰角$\angle AED=48°$¿古树CD与山坡AB的剖面、点E在同一平面上，古树CD与直线AE垂直¿，则古树CD的高度约为多少米？¿参考数据：$\sin 48°\approx 0.73$，$\cos 48°\approx 0.67$，$\tan 48°\approx 1.11$¿

试卷标题: 三角函数简单随机题

试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6

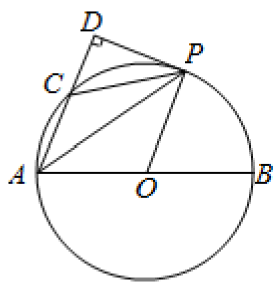


23. ¿本小题8.0分¿

如图，在⊙O中，AB为⊙O的直径，C为⊙O上一点，P是$\overset{\frown}{BC}$的中点，过点P作AC的垂线，交AC的延长线于点D.

(1)求证：DP是⊙O的切线；

(2)若$AC=5$，$\sin\angle APC=\dfrac{5}{13}$，求$AP$的长.

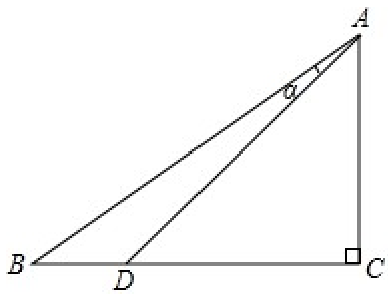


24. ¿本小题8.0分¿

如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，D为BC上一点，$AB=5$，$BD=1$，$tanB=\dfrac{3}{4}$.

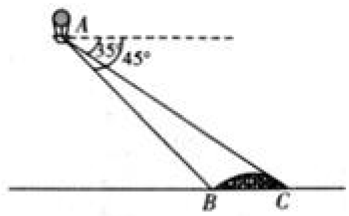
(1)求AD的长；

(2)求$sin\alpha$的值.



25. ¿本小题8.0分¿

小明在热气球A上看到正前方横跨河流两岸的大桥BC，并测得B，C两点的俯角分别为$45❑^{\circ}$，$35❑^{\circ}$.已知大桥BC长度为$100\,m$，且与地面在同一水平面上，请求出热气球离地面的高度．¿结果保留整数，参考数据：$\sin 35❑^{\circ}\approx\frac{7}{12}$，$\cos 35❑^{\circ}\approx\frac{5}{6}$，$\tan 35❑^{\circ}\approx\frac{7}{10}$¿



26. ¿本小题8.0分¿

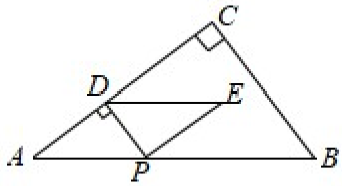
如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=8$，$BC=6$.动点P从点A出发，沿AB以每秒5个单位长度的速度向终点B运动．当点P不与点A重合时，过点P作$PD\perp AC$于点D、$PE/¿AC$，过点D作$DE/¿AB$，DE与PE交于点E.设点P的运动时间为t秒．

(1)线段AD的长为______.¿用含t的代数式表示¿.

(2)当点E落在BC边上时，求t的值．

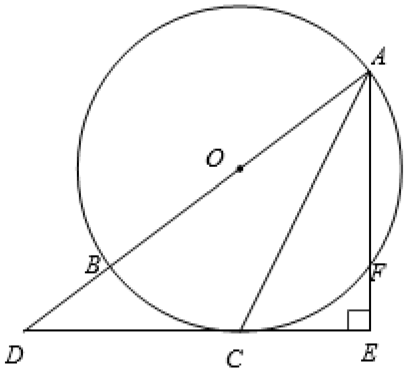
(3)设$\triangle DPE$与$\triangle ABC$重叠部分图形的面积为S，求S与t之间的函数关系式．

(4)若线段PE的中点为Q，当点Q落在$\triangle ABC$一边垂直平分线上时，直接写出t的值．



27. ¿本小题8.0分¿

如图，AB为$\odot O$的直径，C、F为$\odot O$上两点，且点C为$\overset{\frown}{BF}$的中点，过点C作AF的垂线，交AF的延长线于点E，交AB的延长线于点D.



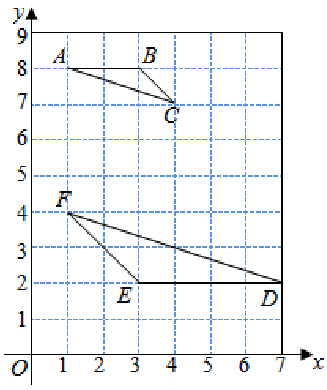
(1)求证：DE是$\odot O$的切线；

(2)当$BD=2$，$sinD=\dfrac{3}{5}$时，求AE的长.

28. ¿本小题8.0分¿

如图，在平面直角坐标系中，每个小方格都是边长为1个单位的小正方形，点A、B、C都是

格点¿每个小方格的顶点叫格点¿，其中$A(1,8)$，$B(3,8)$，$C(4,7)$.



$(1)\angle A$的正弦值是_____；

$(2)\triangle ABC$外接圆的半径是_____；

(3)已知$\triangle ABC$与$\triangle \stackrel{\text{def}}{=}$¿点$D$、$E$、$F$都是格点¿成位似图形，则位似中心$M$的坐标是_____；

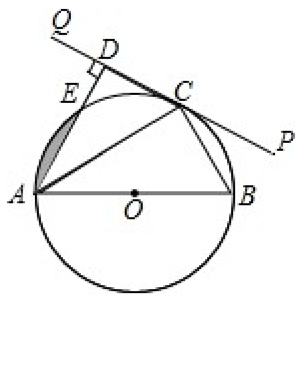
(4)请在网格图中的空白处画一个格点$\triangle A_1B_1C_1$，使$\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle ABC$，且相似比为$\sqrt{2}:1$.

29. ¿本小题8.0分¿

如图，AB是$\odot O$的直径，点C是$\odot O$上一点¿与点A，B不重合¿，过点C作直线PQ，使得$\angle ACQ=\angle ABC$.

(1)求证：直线PQ是$\odot O$的切线.

(2)过点A作$AD\perp PQ$于点D，交$\odot O$于点E，若$\odot O$的半径为2，$\sin\angle DAC=\frac{1}{2}$，求图中阴影部分的面积.



试卷标题: 三角函数简单随机题

试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6

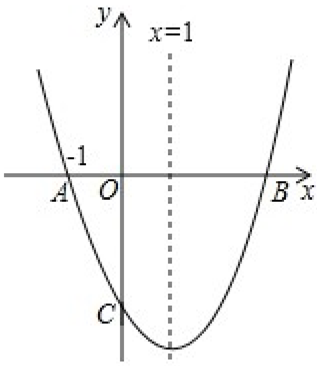
30. ¿本小题8.0分¿

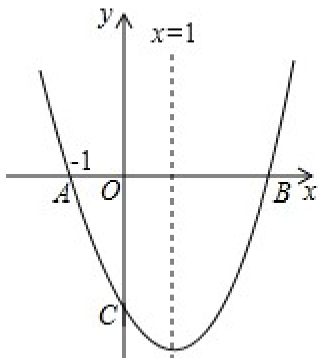
如图，二次函数$y=x^2+bx+c$的图象与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，且关于直线$x=1$对称，点A的坐标为$(-1,0)$.

(1)求二次函数的表达式；

(2)连接BC，若点P在y轴上时，BP和BC的夹角为$15°$，求线段CP的长度；

(3)当$a \le x \le a+1$时，二次函数$y=x^2+bx+c$的最小值为$2a$，求a的值.





备用图

答案和解析

1.【答案】D

【解析】

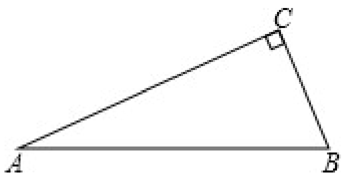
【分析】

本题考查了勾股定理和锐角三角函数的定义．解题的关键是掌握勾股定理和锐角三角函数的定义．

根据$tanA=\dfrac{5}{12}$求出第三边长的表达式，求出$cosA$即可．

【解答】

解：如图：



设$BC=5x$，

$\because tanA=\dfrac{5}{12}$，

$\therefore AC=12x$，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=13x$，

$\therefore cosA=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12x}{13x}=\dfrac{12}{13}$．

故选：D．

2.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查锐角三角函数的定义，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题．

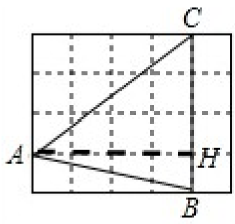
如图，过点A作$AH\perp BC$于H．利用勾股定理求出AC即可解决问题．

【解答】

解：如图，过点A作$AH\perp BC$于H．

试卷标题: 三角函数简单随机题

试卷 ID: 200003 日期: 2022.9.6



在$Rt\triangle ACH$中，$\because AH=4$，$CH=3$，

$\therefore AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

$\therefore \sin\angle ACH=\dfrac{AH}{AC}=\dfrac{4}{5}$，

故选：D．

3.【答案】A

【解析】解：$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，

由勾股定理得，$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\therefore cosA=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{5}$，

故选：A．

根据勾股定理求出斜边AB的长，根据余弦的概念求出$cosA$．

本题考查锐角三角函数的定义及运用，在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边．

4.【答案】B

【解析】

【分析】

此题考查了解直角三角形的应用$-$¿方向角问题，掌握方向角与正切函数的定义是解题的关键．

在直角三角形PQT中，利用PQ的长，以及$\angle PQT$的度数，进而得到$\angle PTQ$的度数，根据三角函数即可求得PT的长．

【解答】

解：在$Rt\triangle PQT$中，

$\because \angle QPT=90°$，$\angle PQT=90°-70°=20°$，

$\therefore \angle PTQ=70°$，

$\therefore \tan 70°=\dfrac{PQ}{PT}$，

$\therefore PT=\dfrac{PQ}{\tan 70^\circ}=\dfrac{200}{\tan 70^\circ}$，

即河宽$\dfrac{200}{\tan 70^\circ}$米，

故选：B.

5.【答案】B

【解析】

【分析】

本题主要考查了锐角三角函数的定义，属于基础题.

根据锐角三角函数的定义，进行判断，就可以解决问题.

【解答】

解：$\because Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a、b、c，

$\therefore sinB=\dfrac{b}{c}$，即$b=csinB$，故$A$选项不成立，$B$选项成立；

$tanB=\dfrac{b}{a}$，即$b=atanB$，故C选项不成立，D选项不成立.

故选：B.

6.【答案】C

【解析】

【试题解析】

【分析】

本题考查的是锐角三角函数的定义，掌握锐角B的对边与斜边的比叫做$\angle B$的正弦是解题的关键.

根据正弦的定义列式计算即可.

【解答】

解：在$Rt\triangle ABC$中，$\angle A=90°$，$sinB=\dfrac{AC}{BC}$，

则$\dfrac{2}{BC}=\dfrac{1}{3}$，

解得，$BC=6$.

故选C.

7.【答案】B

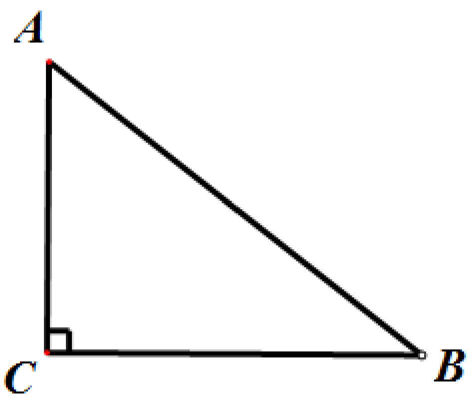
【解析】

【分析】

本题考查的是锐角三角函数的定义，勾股定理.先求出$\angle B$的对边与邻边，然后再进行解答.

【解答】

解：如图：



$\because \angle C=90°$，

则设一直角边为$BC=4k$，斜边为$AB=5k$，

$\therefore$另一直角边为$AC=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$，

$\therefore tanB=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{4}$.

故选B.

8.【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了锐角三角函数的定义，能熟记锐角三角函数的定义的内容是解此题的关键，根据锐角三角函数的定义求出即可．

【解答】解：$\because$在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，$AC=1$，$BC=3$，

$\therefore \angle A$的正切值为$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{1}=3$，

故选A．

9.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

首先证明四边形$ACDF$是矩形，求出AC，DF即可解决问题．

【解答】

解：$\because FD\perp EB$，$AC\perp EB$，

$\therefore DF/$¿AC，

$\because AF/$¿EB，

$\therefore$四边形$ACDF$是平行四边形，

$\because \angle ACD=90°$，

$\therefore$四边形$ACDF$是矩形，

$\therefore DF=AC$，

在$Rt\triangle ACB$中，$\because \angle ACB=90°$，

$\therefore AC=AB\cdot\sin 43°\approx 1.6\times 0.7=1.12(m)$，

$\therefore DF=AC=1.12(m)$，

在$Rt\triangle$≝¿中，$\because \angle FDE=90°$，

$\therefore \tan\angle E=\dfrac{DF}{DE}$，

$\therefore DE\approx\frac{1.12}{0.4}=2.8\left(m\right)$，

故选：B.

10.【答案】D

【解析】

【试题解析】

【分析】

本题主要考查解直角三角形的应用，先根据$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得$\angle B=45°$.分情况讨论，当$\triangle ABC$为钝角三角形时，$BC=BD-CD=12-5=7$；当$\triangle ABC$为锐角三角形时，$BC=BD+CD=12+5=17$，即可得到答案.

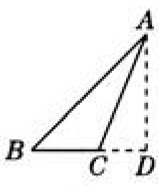
【解答】

解：$\because\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore\angle B=45°$.

当$\triangle ABC$为钝角三角形时，

如图①.



①

$\because AB=12\sqrt{2}$，$\angle B=45°$，

$\therefore AD=BD=12$.

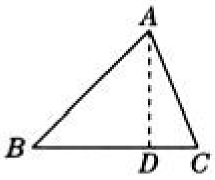
$\because AC=13$，

$\therefore$由勾股定理得$CD=5$，

$\therefore BC=BD-CD=12-5=7$.

当$\triangle ABC$为锐角三角形时，

如图②.



②

$BC=BD+CD=12+5=17$.

故选 D.

11.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.首先利用勾股定理求得AC的长，然后利用三角函数的定义求解，即可作出判断.

【解答】

解：在直角△ABC中，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

$A.sinA=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$，故 A 错误；

$B.cosA=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，故 B 错误；

$C.sinA=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$，故 C 错误；

$D.tanA=\frac{BC}{AC}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故 D 正确.

故选 D.

12.【答案】A

【解析】

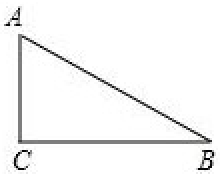
【分析】

本题考查解直角三角形的应用−¿坡度坡角问题，根据坡度的定义可以求得AC、BC的比值，根

据AC、BC的比值和AB的长度即可求得AC的值，即可解题.

【解答】

解：



如图，根据题意知：$AB=130$米，$tanB=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2.4}$，

设$AC=x$，则$BC=2.4x$，

由勾股定理得：$x^2+¿$，解得$x=50¿$负值舍去¿，

即他的高度上升了$50m$.

故选A.

13.【答案】A

【解析】解：∵迎水坡AB的坡比为$1:\sqrt{3}$，

$\therefore\frac{BC}{AC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，即$\frac{3}{AC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，

解得，$AC=3\sqrt{3}$，

由勾股定理得，$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=6(m)$，

故选：A.

根据坡度的概念求出AC，根据勾股定理求出AB.

本题考查的是解直角三角形的应用$-¿$坡度坡角问题，掌握坡度的概念是解题的关键.

14.【答案】B

【解析】

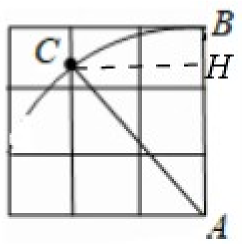
【分析】

本题考查锐角三角函数的定义，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

如图作$CH \perp AB$于H.在$Rt\triangle ACH$中，$\sin\angle BAC=\frac{CH}{AC}$即可解决问题.

【解答】

解：如图作$CH \perp AB$于H，



在$Rt\triangle ACH$中，$\sin\angle BAC=\frac{CH}{AC}=\frac{2}{3}$.

故选B.

15.【答案】$6\sqrt{2}$

【解析】

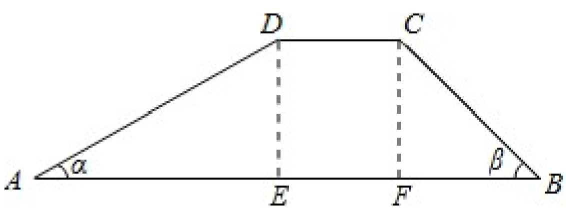
【分析】

本题考查解直角三角形的应用$-¿$坡度坡角问题，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

过点D作$DE \perp AB$于E，过点C作$CF \perp AB$于F.首先证明$DE=CF$，解直角三角形求出CF，再根据直角三角形30度角的性质即可解决问题.

【解答】

解：过点D作$DE \perp AB$于E，过点C作$CF \perp AB$于F.



$\because CD/¿AB$，$DE \perp AB$，$CF \perp AB$，

$\therefore DE=CF$，

在$Rt\triangle CFB$中，$CF=BC\cdot\sin 45°=3\sqrt{2}$¿米¿，

$\therefore DE=CF=3\sqrt{2}$¿米¿，

在$Rt\triangle ADE$中，$\angle A=30°$，$\angle AED=90°$，

$\therefore AD=2DE=6\sqrt{2}$¿米¿，

故答案为$6\sqrt{2}$.

16.【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】解：$\because sinA=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\angle A=60°$，

$\therefore\sin\frac{A}{2}=\sin 30°=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

根据$\angle A$的正弦求出$\angle A=60°$，再根据$30°$的正弦值求解即可.

本题考查了特殊角的三角函数值，熟记$30°$、$45°$、$60°$角的三角函数值是解题的关键.

17.【答案】$4\sqrt{3}-4$

【解析】

【分析】

本题考查了解直角三角形的应用、勾股定理的应用；求出AC和BC的长度是解决问题的关键，

根据题意得：$PC=4$海里，$\angle PBC=45°$，$\angle PAC=30°$，在直角三角形APC中，由勾股定理得出$AC=\sqrt{3}PC=4\sqrt{3}$海里，在直角三角形BPC中，得出$BC=PC=4$海里，即可得出答案.

【解答】

解：根据题意得：$PC=4$海里，$\angle PBC=90°-45°=45°$，$\angle PAC=90°-60°=30°$，

在直角三角形APC中，$\because\angle PAC=30°$，$\angle C=90°$，

$\therefore AC=\sqrt{3}PC=4\sqrt{3}$海里，

在直角三角形BPC中，∵ $\angle PBC=45°$，$\angle C=90°$，

∴ $BC=PC=4$海里，

∴ $AB=AC=BC=\left(4\sqrt{3}-4\right)$海里，

故答案为$4\sqrt{3}-4$.

18.【答案】解：原式¿$1-$¿

¿$1-2+\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-1$.

【解析】此题考查了实数的运算，有理数的乘方，绝对值以及特殊角的三角函数值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．原式利用有理数的乘方，绝对值以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

19.【答案】解：(1)如图1，连接MH，

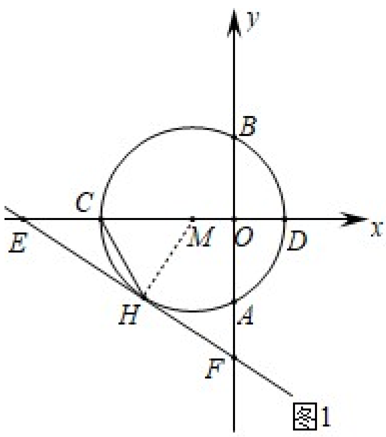


图1

∵ $E(-5,0)$，$F\left(0,-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$，$M(-1,0)$，

∴ $OE=5$，$OF=\frac{5\sqrt{3}}{3}$，$EM=4$，

$\therefore$在$Rt\triangle OEF$中，$\tan\angle OEF=\frac{OF}{OE}=\frac{\frac{5}{3}\sqrt{3}}{5}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore\angle OEF=30°$,

$\because EF$是$\odot M$的切线,

$\therefore\angle EHM=90°$,

$\therefore\sin\angle MEH=\sin 30°=\frac{MH}{ME}=\frac{1}{2}$,

$\therefore MH=\frac{1}{2}ME=2$,

即$r=2$;

(2)如图2，连接DQ、CQ，MH.

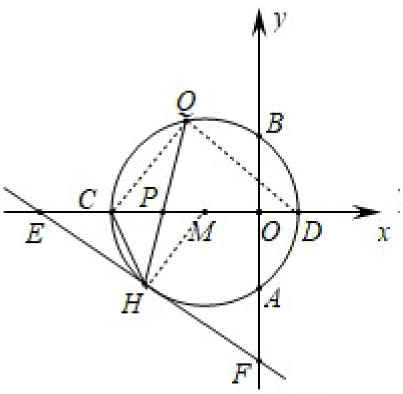


图2

$\because\angle QHC=\angle QDC$，$\angle CPH=\angle QPD$,

$\therefore\triangle PCH\backsim\triangle PQD$,

$\therefore\frac{PH}{PD}=\frac{CH}{DQ}$,

由(1)可知，$\angle HEM=30°$,

$\therefore\angle EMH=60°$,

$\because MC=MH=2$,

$\therefore \triangle CMH$为等边三角形，

$\therefore CH=2$，

$\because CD$是$\odot M$的直径，

$\therefore \angle CQD=90°$，$CD=4$，

$\therefore$在$Rt\triangle CDQ$中，$\cos\angle QHC=\cos\angle QDC=\dfrac{QD}{CD}=\dfrac{3}{4}$，

$\therefore QD=\dfrac{3}{4}CD=3$，

$\therefore \dfrac{PH}{PD}=\dfrac{CH}{QD}=\dfrac{2}{3}$；

(3)连MP，取CM的中点G，连接PG，则$MP=2$，$G(-2,0)$，

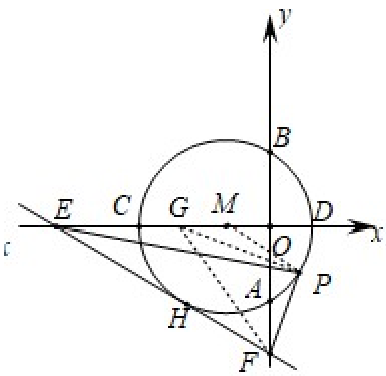


图3

$\therefore MG=\dfrac{1}{2}CM=1$，

$\therefore \dfrac{MG}{MP}=\dfrac{MP}{ME}=\dfrac{1}{2}$，

又$\because \angle PMG=\angle EMP$，

$\therefore \triangle MPG\backsim\triangle MEP$，

$\therefore \frac{PG}{PE}=\frac{MG}{MP}=\frac{1}{2}$,

$\therefore PG=\frac{1}{2}PE$,

$\therefore PF+\frac{1}{2}PE=PF+PG$,

当F，P，G三点共线时，$PF+PG$最小，连接FG，即$PF+\frac{1}{2}PE$有最小值¿FG,

在$Rt\triangle OGF$中，$OG=2$，$OF=\frac{5\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore FG=\sqrt{OG^2+OF^2}=\sqrt{2^2+}$¿¿.

$\therefore PF+\frac{1}{2}PE$的最小值为$\frac{\sqrt{111}}{3}$.

【解析】此题是圆的综合题，考查了切线的性质，圆周角定理，锐角三角函数，等边三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质及勾股定理等内容，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

(1)连接MH，求出$\angle OEF=30°$，则得出$\sin\angle MEH=\sin 30°=\frac{MH}{ME}=\frac{1}{2}$，求出

$MH=\frac{1}{2}ME=2$，则答案可得出;

(2)连接DQ、CQ，MH.根据相似三角形的判定得到$\triangle PCH\backsim\triangle PQD$，证得$\triangle CMH$为等边三角形，求出$CH=2$，从而求得$DQ$的长，则可求出答案;

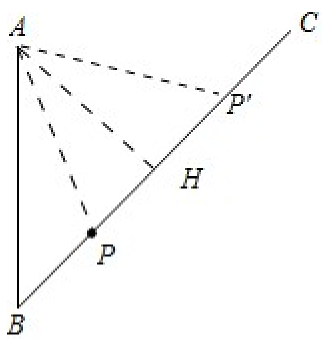
(3)连MP，取CM的中点G，连接PG，则$MP=2$，$G(-2,0)$，证明$\triangle MPG\backsim\triangle MEP$，得出

$PG=\frac{1}{2}PE$，$PF+\frac{1}{2}PE=PF+PG$，由勾股定理可求出最小值为$FG=\frac{\sqrt{111}}{3}$.

20.【答案】解：(1)作$AH\perp BC$于H.

在$Rt\triangle ABH$中，$\because AB=150\sqrt{2}cm$，$\angle B=45°$,

$\therefore AH=AB\cdot\sin 45°=150cm$,



答：点A到线段BC的最小距离为$150\,cm$.

(2)$\because AH=150\,cm<170\,cm$,

$\therefore$点A处能接收到信号.

当$AP=170\,cm$时，$PH=\sqrt{170^2-150^2}=80\,cm$,

当$AP'=170\,cm$时，$HP'=80\,cm$,

$\therefore PP'=160\,cm$,

$\therefore$可接收信号的时间¿$\dfrac{160}{5}=32\,s$.

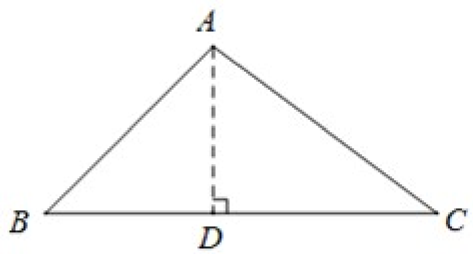
答：可接收信号的时间$32\,s$.

【解析】(1)作$AH\perp BC$于H.求出AH即可解决问题；

(2)当$AP=170\,cm$时，$PH=\sqrt{170^2-150^2}=80\,cm$，当$AP'=170\,cm$时，$HP'=80\,cm$，根据$PP'=160\,cm$，求出运动时间即可解决问题；

本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

21.【答案】解：作$AD\perp BC$于点D,



$\therefore\angle ADB=\angle ADC=90°$.

$\because AC=5$，$sinC=\dfrac{3}{5}$,

$\therefore AD=AC\cdot sinC=3$.

$\therefore$在$Rt\triangle ACD$中，$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=4$.

$\because AB=3\sqrt{2}$，

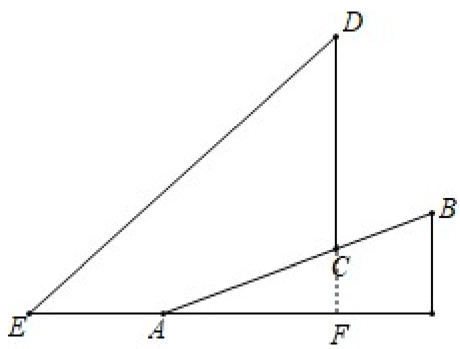
$\therefore$在$Rt\triangle ABD$中，$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=3$.

$\therefore BC=BD+CD=7$.

【解析】作$AD\perp BC$，在$\triangle ACD$中求得$AD=ACsinC=3$、$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=4$，再在$\triangle ABD$中根据$AB=3\sqrt{2}$、$AD=3$求得$BD=3$，继而根据$BC=BD+CD$可得答案.

本题主要考查解直角三角形，解题的关键是根据题意构建合适的直角三角形及三角函数的定义.

22.【答案】解：延长DC交EA的延长线于点F，则$CF\perp EF$，



$\because$山坡AC上坡度$i=1$：2.4，

$\therefore$令$CF=k$，则$AF=2.4k$，

在$Rt\triangle ACF$中，由勾股定理，得$CF^2+AF^2=AC^2$，

$\therefore k^2+¿$，

解得$k=10$，

$\therefore AF=24$，$CF=10$，

$\therefore EF=AE+AF=30$，

在$Rt\triangle \stackrel{def}{=}¿$中，$\tan\angle \stackrel{def}{=}¿\frac{DF}{EF}$，

$\therefore DF=EF\cdot\tan\angle \stackrel{def}{=}¿30\times\tan 48°=30\times 1.11=33.3$，

$\therefore CD=DF-CF=23.3$，

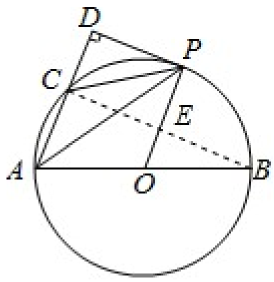
因此，古树CD的高度约为23.3米.

【解析】本题考查解直角三角形的应用$-¿$仰角俯角问题，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型.

如图，根据已知条件得到$\frac{CF}{AF}=1$：2.4，设$CF=k$，则$AF=2.4k$，根据勾股定理得到

$AC=\sqrt{CF^2+AF^2}=26$，求得$AF=24$，$CF=10$，得到$EF=6+24=30$，根据三角函数的定义即可得到结论．

23.【答案】(1)证明：∵P是$\overset{\frown}{BC}$的中点，



∴$\overset{\frown}{PC}=\overset{\frown}{PB}$，

∴$\angle PAD=\angle PAB$，

∵$OA=OP$，

∴$\angle APO=\angle PAO$，

∴$\angle DAP=\angle APO$，

∴$AD/¿OP$，

∵$PD\perp AD$，

∴$PD\perp OP$，

∴DP是⊙O的切线；

(2)解：连接BC交OP于E，

∵AB为⊙O的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∵P是$\overset{\frown}{BC}$的中点，

∴$OP\perp BC$，$CE=BE$，

∴四边形$CDPE$是矩形，

∴$CD=PE$，$PD=CE$，

∵$\angle APC=\angle ABC$，

∴$\sin\angle APC=\sin\angle ABC=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，

∵$AC=5$，

∴$AB=13$，

∴$BC=12$，

$\therefore PD=CE=BE=6$，

$\because OE=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$，$OP=\frac{13}{2}$，

$\therefore CD=PE=\frac{13}{2}-\frac{5}{2}=4$，

$\therefore AD=9$，

$\therefore AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$.

【解析】(1)根据已知条件得到$\angle PAD=\angle PAB$，推出$AD/¿OP$，根据平行线的性质得到$PD\perp OP$，于是得到DP是$\odot O$的切线；

(2)连接BC交OP于E，根据圆周角定理得到$\angle ACB=90°$，推出四边形$CDPE$是矩形，得到$CD=PE$，$PD=CE$，解直角三角形即可得到结论.

本题考查了切线的判定，垂径定理，解直角三角形，矩形的判定和性质，正确的作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

24.【答案】解：(1)$\because tanB=\frac{3}{4}$，可设$AC=3x$，得$BC=4x$，

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore ¿$，

解得，$x=-1¿$舍去$¿$，或$x=1$，

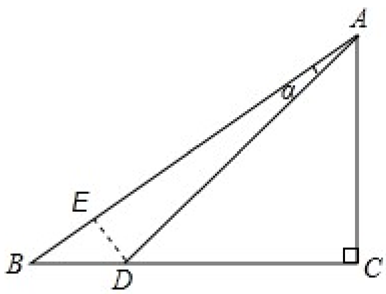
$\therefore AC=3$，$BC=4$，

$\because BD=1$，

$\therefore CD=3$，

$\therefore AD=\sqrt{CD^2+AC^2}=3\sqrt{2}$；

(2)过点作$DE\perp AB$于点E，



$\because tanB=\dfrac{3}{4}$，可设$DE=3y$，则$BE=4y$，

$\because AE^2+DE^2=BD^2$，

$\therefore$ ¿，

解得，$y=\dfrac{-1}{5}$¿舍¿，或$y=\dfrac{1}{5}$，

$\therefore DE=\dfrac{3}{5}$，

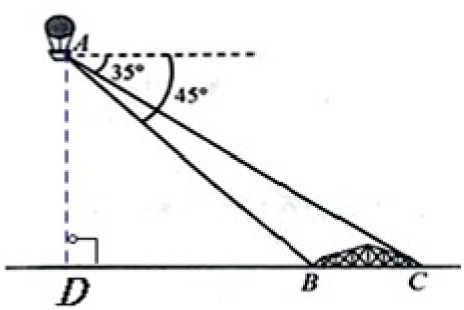
$\therefore sin\alpha=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

【解析】本题是解直角三角形的应用，主要考查了解直角三角形，勾股定理，第二小题关键是构造直角三角形.

(1)根据$tanB=\dfrac{3}{4}$，可设$AC=3x$，得$BC=4x$，再由勾股定理列出x的方程求得x，进而由勾股定理求AD；

(2)过点D作$DE\perp AB$于点E，解直角三角形求得BE与DE，进而求得结果.

25.【答案】解：如图，作$AD\perp CB$延长线于点D



由题知：$\angle ACD=35°$、$\angle ABD=45°$.

在$Rt\triangle ACD$中，$\angle ACD=35°$，

$\therefore \tan 35°=\dfrac{AD}{CD}\approx\dfrac{7}{10}$，

$\therefore CD=\dfrac{10}{7}AD$.

在$Rt\triangle ABD$中，$\angle ABD=45°$，

$\therefore \tan 45°=\dfrac{AD}{BD}=1$，

$\therefore BD=AD$.

由题$BC=CD-DB=100$，

$\therefore \dfrac{10}{7}AD-AD=100$，

解得$AD\approx 233m$.

答：热气球到地面的距离约为233米.

【解析】本题主要考查解直角三角形的应用.过点A作$AD\perp CB$延长线于点D，构造两个直角三角形$Rt\triangle ACD$和$Rt\triangle ABD$，分别在两个直角三角形中用含AD的式子表示CD和BD，再利用和已知量BC间的等量关系，即可求得AD的长，即热气球离地面的高度.

26.【答案】$4t$

【解析】解：(1)如图1中，

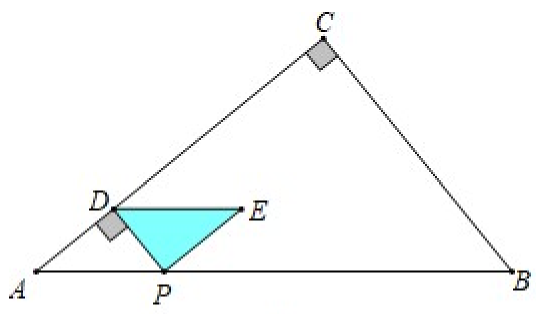


图1

在$Rt\triangle ACB$中，$\because \angle C=90°$，$AC=8$，$BC=6$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

$\because PD\perp AC$，

$\therefore cosA=\frac{AD}{AP}=\frac{AC}{AB}$，

$\therefore \frac{AD}{5t}=\frac{8}{10}$，

$\therefore AD=4t$，

故答案为$4t$.

(2)如图2中，当点E落在BC上时，

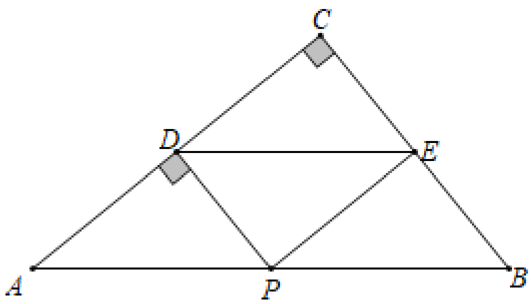


图2

$\because DE/¿AB$，$PE/¿AD$，

$\therefore$四边形$APED$是平行四边形，

$\therefore DE=AP=5t$，$AD=PE=4t$，

$\therefore \frac{DE}{AB}=\frac{CD}{AC}$，

$\therefore \frac{5t}{10}=\frac{8-4t}{8}$，

解得$t=1$，

$\therefore$当点E落在BC边上时，t的值为1.

(3)①如图1中，当$0<t\le 1$时，重叠部分是$\triangle PDE$，

$\because PE$/¿AD，

$\therefore \angle DPE=\angle ADP=90°$，

$\because DE=5t$，$PE=4t$，

$\therefore PD=3t$，

$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot PD\cdot PE=\frac{1}{2}\times 3t\times 4t=6t^2$.

②如图3中，当$1<t\le 2$时，

$S=\frac{1}{2}\cdot(MN+PD)\cdot PN=\frac{1}{2}[3t+3t-\frac{3}{5}(10-5t)]\cdot\frac{4}{5}(10-5t)=-18t^2+48t-24$.

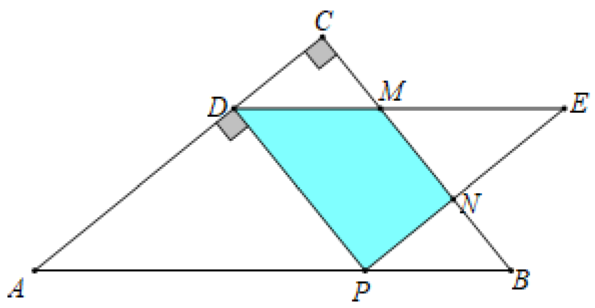


图3

综上所述，$S=\begin{cases}6t^2 & (0<t\le 1)\\ -18t^2+48t-24 & (0<t\le 2)\end{cases}$.

(4)①如图$4-1$中，当点Q落在线段AC的垂直平分线MN上时，

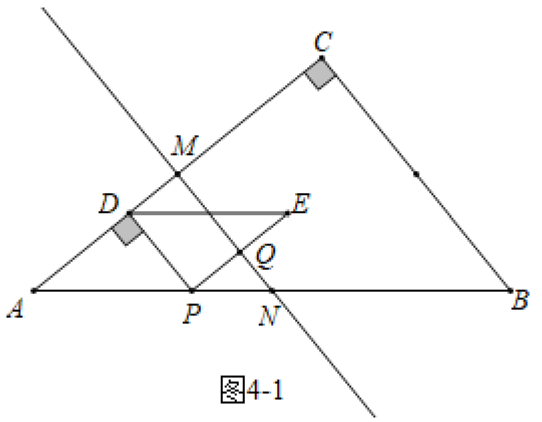


图4-1

由题意：$\dfrac{PQ}{PN}=\dfrac{4}{5}$，可得$\dfrac{2t}{5-5t}=\dfrac{4}{5}$，解得$t=\dfrac{2}{3}$.

②如图$4-2$中，当点Q落在线段AB的垂直平分线MN上时，

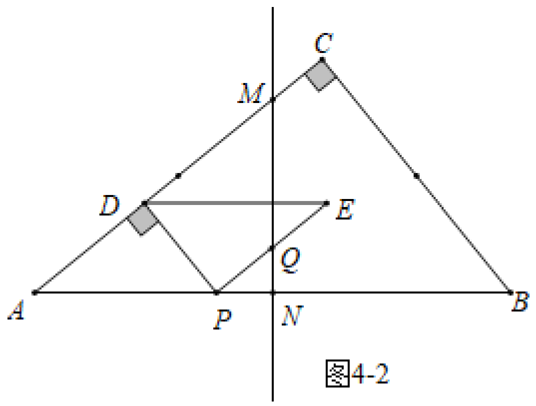


图4-2

由题意：$\dfrac{PN}{PQ}=\dfrac{4}{5}$，可得$\dfrac{5-5t}{2t}=\dfrac{4}{5}$，解得$t=\dfrac{25}{33}$

③如图$4-3$中，当点Q落在线段BC的垂直平分线上时，$AP=PB$，此时$t=1$，

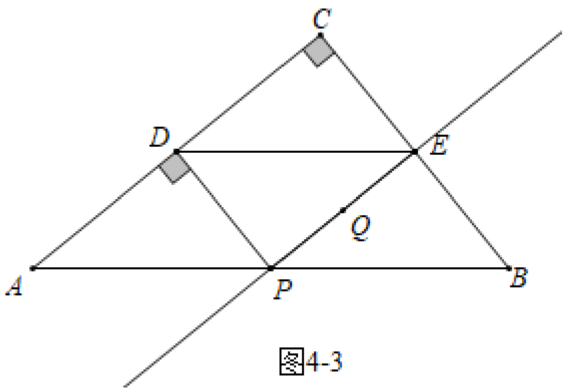


图4-3

综上所述，满足条件的t的值为$\frac{2}{3}$或$\frac{25}{33}$或1．

(1)解直角三角形求出AB，根据$cosA=\frac{AD}{AP}=\frac{AC}{AB}$求解即可．

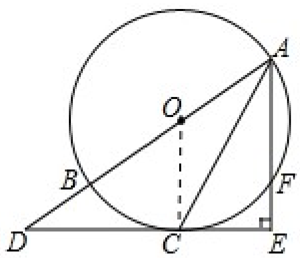
(2)首先证明四边形$APED$是平行四边形，由$\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{AC}$，构建方程即可解决问题．

(3)分两种情形：①如图1中，当$0<t\le1$时，②如图3中，当$1<t\le2$时，分别求解即可．

(4)分三种情形：①如图4－1中，当点Q落在线段AC的垂直平分线MN上时．②如图4－2中，当点Q落在线段AB的垂直平分线MN上时．③如图4－3中，当点Q落在线段BC的垂直平分线上时，分别求解即可．

本题属于三角形综合题，考查了解直角三角形，平行四边形的判定和性质，线段的垂直平分线，多边形的面积等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题．

27.【答案】解：(1)证明：连接OC，



∵点C为弧BF的中点，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CF}$，

∴$\angle BAC=\angle FAC$，

∵$OA=OC$，

∴$\angle OCA=\angle OAC$．

∴$\angle OCA=\angle FAC$，

$\therefore OC$/¿AE，

$\because AE\perp DE$，

$\therefore OC\perp DE$.

$\therefore DE$是$\odot O$的切线.

(2)在$Rt\triangle DCO$中，$sinD=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{3}{5}$，

设$OC=3x$，$OD=5x$，

则$5x=3x+2$，

$\therefore x=1$，

$\therefore OC=3$，$OD=5$，$AD=8$，

$\because$在$Rt\triangle DEA$中，$sinD=\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AE}{8}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore AE=\dfrac{24}{5}$.

【解析】本题考查切线的判定和性质，锐角三角函数的定义等知识.

(1)连接OC，如图，由$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CF}$得到$\angle BAC=\angle FAC$，加上$\angle OCA=\angle OAC$，则$\angle OCA=\angle FAC$，所以$OC$/¿$AE$，从而得到$OC\perp DE$，然后根据切线的判定定理得到结论；

(2)根据锐角三角函数的定义，可得出$sinD=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{3}{5}$，再设$OC=3x$，$OD=5x$，根据$BD=2$，就可得出$OC$和$OD$的长，要求$AE$的长，根据$sinD=\dfrac{AE}{AD}$，求出$AD$的长，就可得出答案.

28.【答案】解：$(1)\dfrac{\sqrt{10}}{10}$；

$(2)\sqrt{5}$；

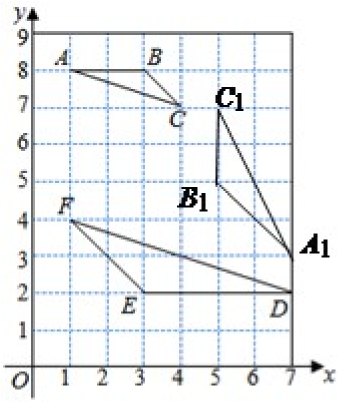
$(3)(3,6)$；

(4)由网格特点可知，$AB=2$，$BC=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{10}$，

$\because\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle ABC$，且相似比为$\sqrt{2}:1$，

$\therefore A_1B_1=2\sqrt{2}$，$B_1C_1=2$，$A_1C_1=2\sqrt{5}$.

则$\triangle A_1B_1C_1$如图所示：



【解析】

【分析】

本题考查锐角三角函数的定义、位似图形及性质、勾股定理、相似三角形的性质、三角形的外接圆等知识点.

(1)根据正弦的定义，结合网格特点解答；

(2)根据三角形的外接圆的概念解答；

(3)根据位似变换和位似中心的概念解答；

(4)根据相似三角形的对应边的比相等，都等于相似比解答.

【解答】

解：(1)如图1，

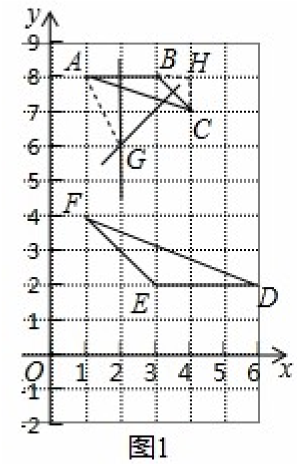


图1

由网格特点和勾股定理得$CH=1$，$AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

则$sinA=\dfrac{HC}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

故答案为$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$;

(2)作AB、BC的垂直平分线交于G，连接AG，根据网格特点可知，点G的坐标为$(2,6)$，

则$AG=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

则$\triangle ABC$外接圆的半径是$\sqrt{5}$.

故答案为$\sqrt{5}$；

(3)如图2，连接BE、FC，

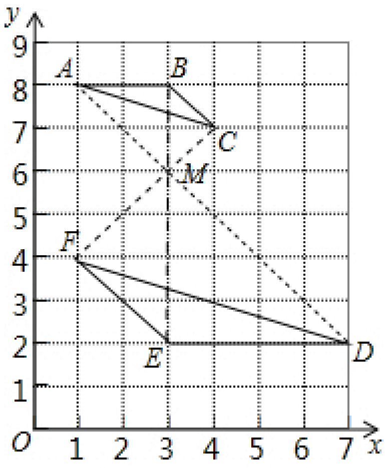
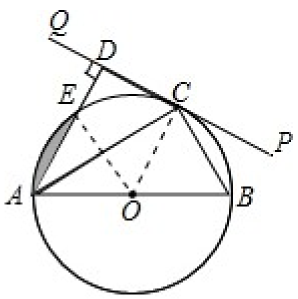


图2

根据网格特点，BE与FC交于点M，点M的坐标为$(3,6)$， 根据位似中心的概念可知，位似中心M的坐标是$(3,6)$. 故答案为$(3,6)$；

(4)见答案.

29.【答案】解：(1)证明：如图，连接OC，



$\because AB$是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90°$，

$\because OA=OC$，

$\therefore \angle CAB=\angle ACO$.

$\because \angle ACQ=\angle ABC$，

$\therefore \angle CAB+\angle ABC=\angle ACO+\angle ACQ=\angle OCQ=90°$，即$OC\perp PQ$，

$\therefore$直线PQ是$\odot O$的切线.

(2)连接OE，

$\because \sin\angle DAC=\frac{1}{2}$，$AD\perp PQ$，

$\therefore \angle DAC=30°$，$\angle ACD=60°$.

又$\because OA=OE$，

$\therefore \triangle AEO$为等边三角形，

$\therefore \angle AOE=60°$.

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle AEO}¿S_{扇形}-\frac{1}{2}OA\cdot OE\cdot\sin 60°¿\frac{60\pi}{360}\times 2^2-\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$.

$\therefore$图中阴影部分的面积为$\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$.

【解析】本题考查了切线的判定与性质、等边三角形的判定与性质、解直角三角形及扇形和三角形的面积计算等知识点，熟练掌握相关性质及定理是解题的关键.

(1)连接OC，由直径所对的圆周角为直角，可得$\angle ACB=90°$；利用等腰三角形的性质及已知条件$\angle ACQ=\angle ABC$，可求得$\angle OCQ=90°$，按照切线的判定定理可得结论.

(2)由$\sin\angle DAC=\frac{1}{2}$，可得$\angle DAC=30°$，从而可得$\angle ACD$的度数，进而判定$\triangle AEO$为等边三角形，则$\angle AOE$的度数可得；利用$S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle AEO}$，可求得答案.

30.【答案】解：$(1)\because$点$A(-1,0)$与点B关于直线$x=1$对称，

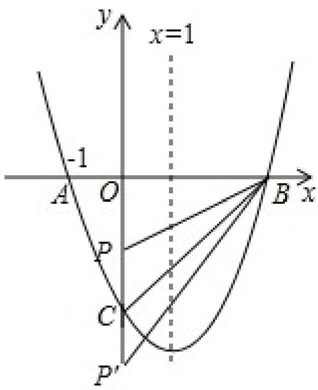
$\therefore$点B的坐标为$(3,0)$，

代入$y=x^2+bx+c$，得：

$\begin{cases}1-b+c=0\\9+3b+c=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=-2\\c=-3\end{cases}$，

所以二次函数的表达式为$y=x^2-2x-3$；

(2)如图所示：



由抛物线解析式知$C(0,-3)$，

则$OB=OC=3$，

$\therefore \angle OBC=45°$，

若点P在点C上方，则$\angle OBP=\angle OBC-\angle PBC=30°$，

$\therefore OP=OBtan\angle OBP=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$，

$\therefore CP=3-\sqrt{3}$；

若点P在点C下方，则$\angle OBP'=\angle OBC+\angle P'BC=60°$，

$\therefore OP'=OBtan\angle OBP'=\sqrt{3}OB=3\sqrt{3}$，

$\therefore CP'=3\sqrt{3}-3$；

综上，CP的长为$3-\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}-3$；

(3)若$a+1<1$，即$a<0$，

则函数的最小值为¿，

解得$a=1-\sqrt{5}$¿正值舍去¿；

若$a<1<a+1$，即$0<a<1$，

则函数的最小值为$1-2-3=2a$，

解得：$a=-2$¿舍去¿；

若$a>1$，

则函数的最小值为$a^2-2a-3=2a$，

解得$a=2+\sqrt{7}$¿负值舍去¿；

综上，a的值为$1-\sqrt{5}$或$2+\sqrt{7}$.

【解析】(1)先根据题意得出点B的坐标，再利用待定系数法求解可得；

(2)分点P在点C上方和下方两种情况，先求出$\angle OBP$的度数，再利用三角函数求出OP的长，从而得出答案；

(3)分对称轴$x=1$在a到$a+1$范围的右侧、中间和左侧三种情况，结合二次函数的性质求解可得.

本题是二次函数的综合问题，解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、三角函数的运用、二次函数的图象与性质及分类讨论思想的运用.