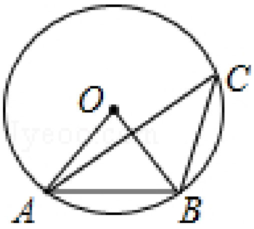
圆 78 题（含解析）---朱韬老师共享

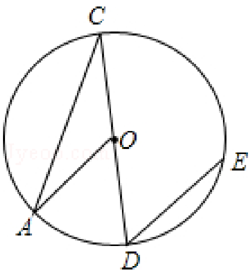
圆:

填空：

1. 如图，点 A，B，C 都在⊙O 上，且点 C 在弦 AB 所对的优弧上，若∠AOB=72°，则∠ACB 的度数是（　　）

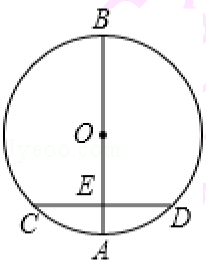


2. 如图，已知 CD 为⊙O 的直径，过点 D 的弦 DE 平行于半径 OA，若∠D 的度数是 50°，则∠C 的度数是（　　）

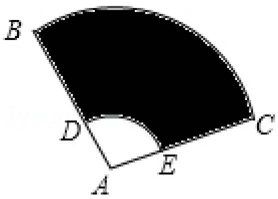


3. 一个圆锥的侧面展开图形是半径为 8cm，圆心角为 120°的扇形，则此圆锥的底面半径为（　　）

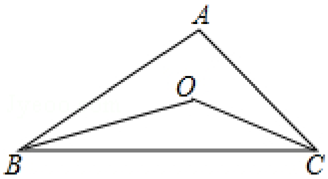
4．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB，垂足为 E，如果 AB=20，CD=16，那么线段 OE 的长为（　　）



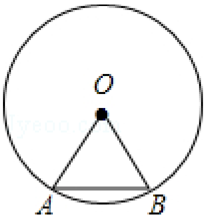
5．如图，扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB，AC 夹角为 120°，AB 的长为 30cm，贴纸部分 BD 的长为 20cm，则贴纸部分的面积为（　　）



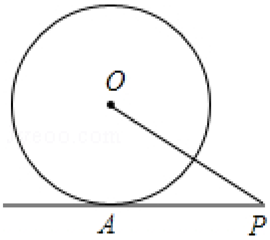
6．如图，O 是△ABC 的内心，∠BOC=100°，则∠A=____________．



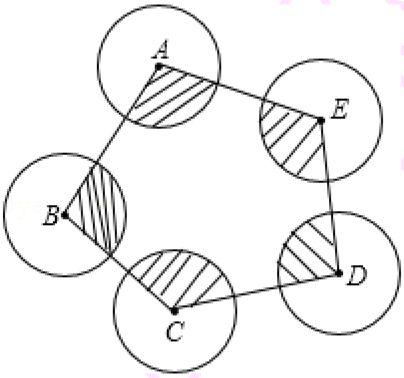
7．如图，在⊙O 中，∠AOB=60°，AB=3cm，则劣弧 AB 的长为____________cm．



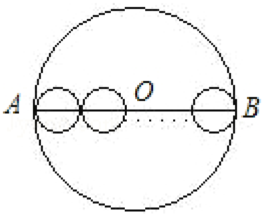
8．如图，已知 PA 是⊙O 的切线，切点为 A，PA=3，∠APO=30°，那么 OP=____________．



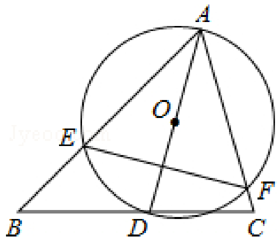
9．如图，⊙A、⊙B、⊙C、⊙D、⊙E 相互外离，它们的半径都为 1．顺次连接五个圆心得到五边形 ABCDE，则图中五个阴影部分的面积之和是____________．



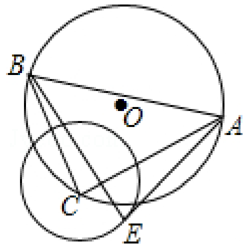
10．如图，⊙O 的直径为 AB，周长为 P_1，在⊙O 内的 n 个圆心在 AB 上且依次相外切的等圆，且其中左、右两侧的等圆分别与⊙O 内切于 A、B，若这 n 个等圆的周长之和为 P_2，则 P_1 和 P_2 的大小关系是（　　）



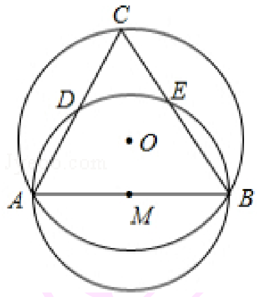
11．如图，△ABC 中，∠BAC=60°，∠ABC=45°，AB=$2\sqrt{2}$，D 是线段 BC 上的一个动点，以 AD 为直径画⊙O 分别交 AB，AC 于 E，F，连接 EF，则线段 EF 长度的最小值为__________．



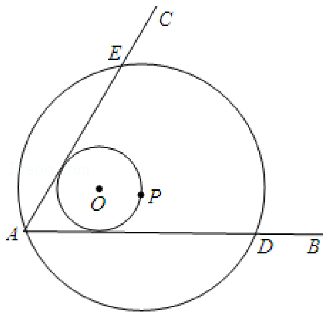
12．如图，⊙O 为△ABC 的外接圆，∠ACB=75°，∠BAC=45°，AC=$\sqrt{6}$，点 E 为半径为 1 的⊙C 上一点，设△ABE 的面积为 S，则 S 的取值范围是（　　）



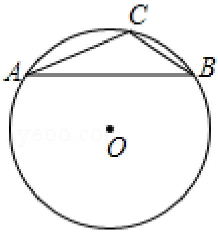
13．如图，⊙O 的半径为 2，弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$，以 AB 为直径作⊙M，点 C 是优弧$\overset{\frown}{AB}$上的一个动点，连结 AC、BC 分别交⊙M 于点 D、E，则线段 CD 的最大值为（　　）



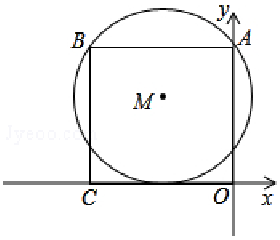
14．如图∠BAC=60°，半径长 1 的⊙O 与∠BAC 的两边相切，P 为⊙O 上一动点，以 P 为圆心，PA 长为半径的⊙P 交射线 AB、AC 于 D、E 两点，连接 DE，则线段 DE 长度的最大值为（　　）



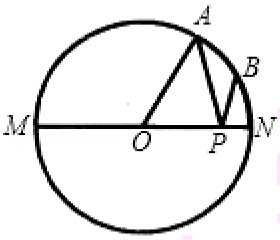
15．如图，点 C 是⊙O 上一动点，弦 AB=6，∠ACB=120°，则△ABC 内切圆半径 r 的最大值为（　　）



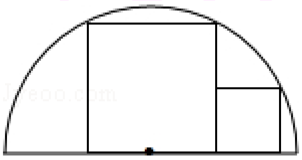
16．如图，在直角坐标系中，四边形 OABC 为正方形，顶点 A，C 在坐标轴上，以边 AB 为弦的⊙M 与 x 轴相切，若点 A 的坐标为（0，8），则圆心 M 的坐标为（　　）



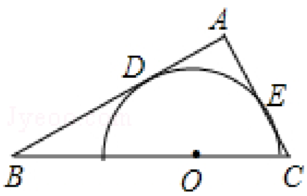
17．如图，⊙O 的半径为 1，点 A 是半圆上的一个三等分点，点 B 是弧 $\overset{\frown}{AN}$ 的中点，P 是直径 MN 上的一个动点，则 PA+PB 的最小值为（　　）



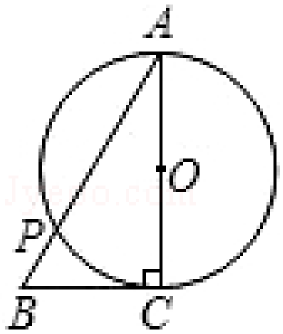
18．如图，两正方形彼此相邻且内接于半圆，若小正方形的面积为 16cm^2，则该半圆的半径为（　　）



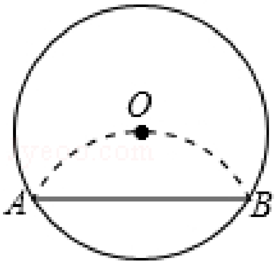
19．如图，△ABC 中，∠A=90°，AC=3，AB=4，半圆的圆心 O 在 BC 上，半圆与 AB、AC 分别相切于点 D、E，则半圆的半径为（　　）



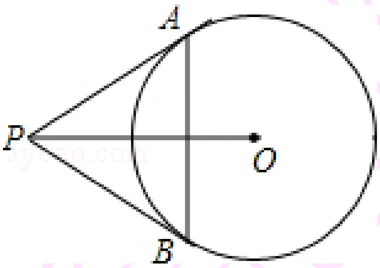
20．如图，在△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=8，以 AC 为直径作圆与斜边交于点 P，则 BP 的长为____________．



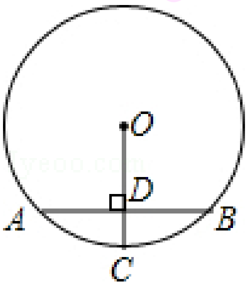
21．如图，将半径为 2cm 的圆形纸片折叠后，圆弧恰好经过圆心 O，则折痕 AB 的长为____________cm．



22 .如图，⊙O 的直径是 10cm，PA，PB 切⊙O 于点 A、B 两点，若 PO=13cm，则△PAB 的周长为____________cm．

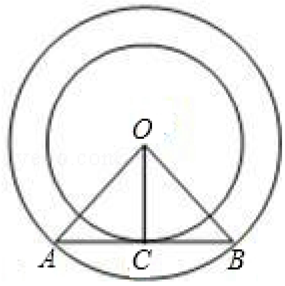


23．如图，AB 是⊙O 的弦，AB=10，⊙O 的半径 OC⊥AB 于 D，如果 OD：DC=3：2，那么⊙O 的直径长为____________．

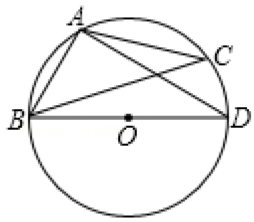


24．△ABC 中，∠ACB=90°，AB=4，⊙C 的半径长是 2，当∠A=30°时，⊙C 与直线 AB 的位置关系是＿＿＿＿＿＿；当∠A=45°时，⊙C 与直线 AB 的位置关系是＿＿＿＿＿＿．

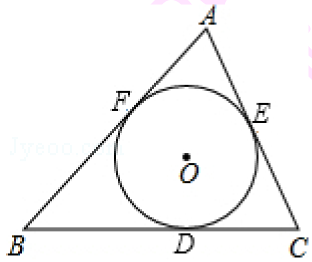
25．如图，在半径分别为 5cm 和 3cm 的两个同心圆中，大圆的弦 AB 与小圆相切于点 C，则弦 AB 的长为＿＿＿＿＿＿cm．



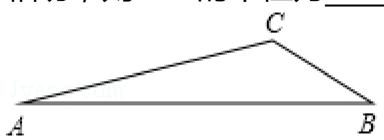
26. 如图，△ABC 内接于⊙O，∠BAC=120°，AB=AC，BD 为⊙O 的直径，AD=6，则 BC=＿＿＿＿＿＿．



27．如图，⊙O 是△ABC 的内切圆，D、E、F 为三个切点，
①若△ABC 的周长为 26cm，BC=12cm，则 AF=＿＿＿＿＿＿cm；
②若∠A=70°，则∠BOC=＿＿＿＿＿＿．

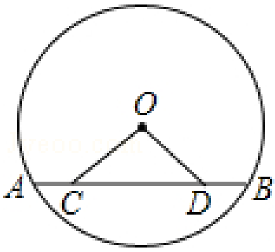


28．如图，在△ABC 中，∠B=30°，∠A=15°，BC=12，以 A 为圆心作圆和 BC 相切，则⊙A 的半径为＿＿＿＿＿＿．

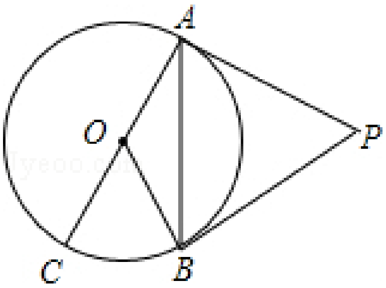


解答：

1．如图所示，AB 是⊙O 的弦（非直径），C、D 是 AB 上的两点，并且 AC=BD．求证：OC=OD．



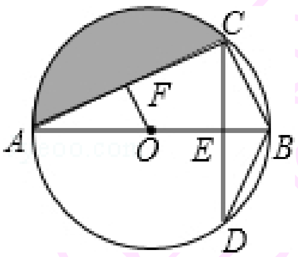
2．如图，PA、PB 是⊙O 的切线，A、B 为切点，AC 是⊙O 的直径，∠BAC=20°，求∠P 的度数．



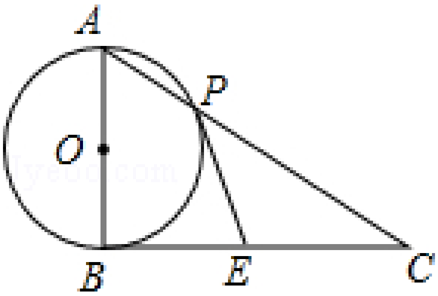
3．如图，AB 为⊙O 的直径，CD⊥AB 于点 E，交⊙O 于点 D，OF⊥AC 于点 F．

（1）请写出三条与 BC 有关的正确结论；

（2）当∠D=30°，BC=1 时，求圆中阴影部分的面积．



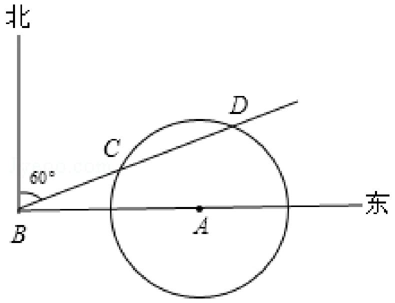
4．如图，AB 是⊙O 的直径，BC 切⊙O 于 B，AC 交⊙O 于 P，E 是 BC 边上的中点，连接 PE，PE 与⊙O 相切吗？若相切，请加以证明；若不相切，请说明理由．



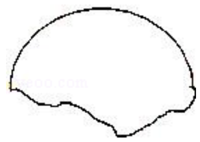
5．如图，在气象站台 A 的正西方向 240km 的 B 处有一台风中心，该台风中心以每小时 20km 的速度沿北偏东 60°的 BD 方向移动，在距离台风中心 130km 内的地方都要受到其影响．

（1）台风中心在移动过程中，与气象台 A 的最短距离是多少？

（2）台风中心在移动过程中，气象台将受台风的影响，求台风影响气象台的时间会持续多长？



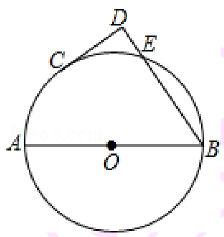
6．某地出土一个明代残破圆形瓷盘，为复制该瓷盘需确定其圆心和半径，请在图中用直尺和圆规画出瓷盘的圆心（不要求写作法、证明和讨论，但要保留作图痕迹）



7．如图，AB 为⊙O 的直径，C 为$\overset{\frown}{AE}$中点，CD⊥BE 于 D．

（1）判断 DC 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

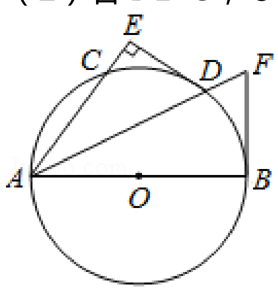
（2）若 DC=3，⊙O 半径为 5，求 DE 长．



8．如图，AB 为⊙O 的直径，D 是弧 BC 的中点，DE⊥AC 交 AC 的延长线于 E，⊙O 的切线 BF 交 AD 的延长线于 F．

（1）求证：DE 是⊙O 的切线；

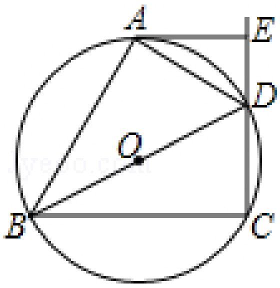
（2）若 DE=3，⊙O 的半径为 5．求 BF 的长．



9．如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，BD 是⊙O 的直径，AE⊥CD，垂足为 E，DA 平分∠BDE．

（1）求证：AE 是⊙O 的切线；

（2）若 AE=2，DE=1cm，求 BD 的长．



10．（1）如图 1，在单位长度为 1 的正方形网格中，一段圆弧经过网格的交点 A，B，C．用直尺和圆规画出该圆弧所在圆的圆心 O 的位置（不用写作法，保留作图痕迹），并依图直接写出该圆弧的半径为____________．

（2）如图 2，点 B 为 AC 中点，弦 AC=8，BD⊥AC 于 D，BD=2，过 A 作该圆弧的切线，交 DB 的延长线于 P，求 PA 的长．

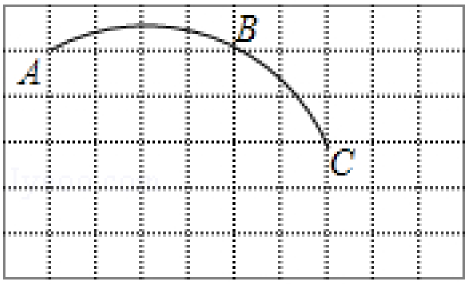


图1

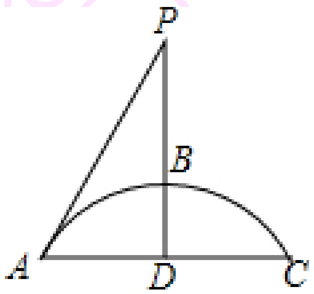
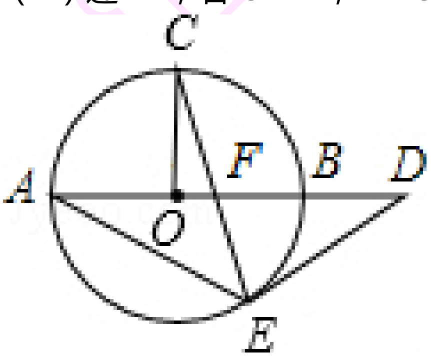


图2

11．如图，AB 为⊙O 的直径，半径 OC⊥AB，D 为 AB 延长线上一点，过 D 作⊙O 的切线，E 为切点，连接 CE 交 AB 于点 F．

（1）求证：DE=DF；

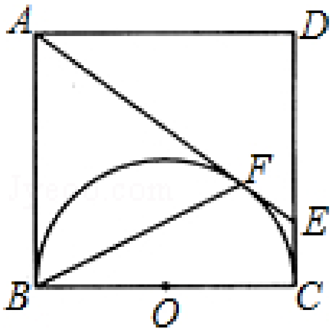
（2）连 AE，若 OF=1，BF=3，求 DE 长．



12．如图，正方形 ABCD 的边长为 4，以 BC 为直径作圆，过 A 点作圆的切线，交 DC 于 E，切点为 F．

（1）求△ADE 的面积；

（2）求 BF 的长．



13．已知点 C 是线段 BD 上一动点，分别以线段 BC 和线段 DC 为边在 BD 同侧作等边△ABC 和等边△CDE，⊙O 是△ABC 的外接圆．

（1）如图 1，求证：CE 为⊙O 的切线；

（2）如图 2，若△CDE 的边 DE 所在的直线与⊙O 切于点 F，求 CD：BC 的值．

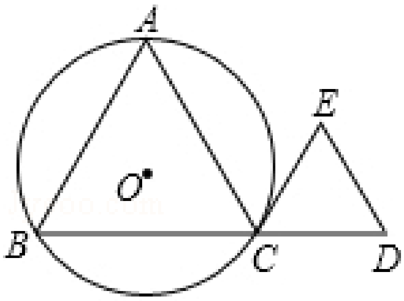


图1

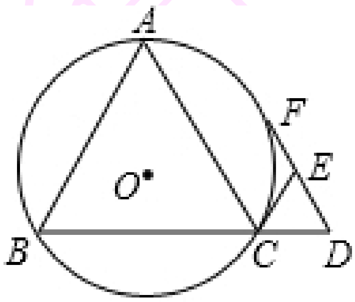


图2

14．已知 Rt△ABC 中，∠A=30°，∠C=90°，D 为射线 AB 上一动点，经过点 C 的⊙O 与直线 AB 相切于点 D，交射线 AC 于点 E．

（1）如图 1，点 D 在边 AC 上，若 AB=12，求⊙O 的半径；

（2）如图 2，CD 平分∠ACB，⊙O 的半径为 1，求 AC 的长．

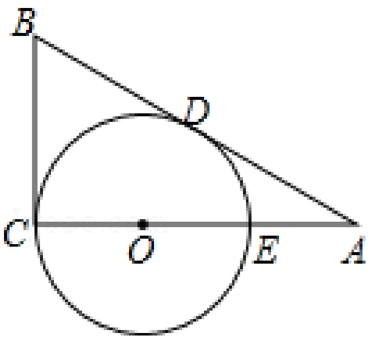


图1

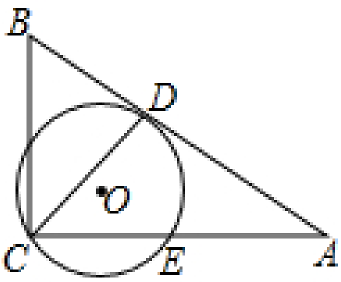
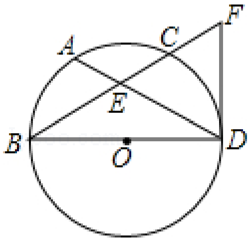


图2

15．如图，BD 为⊙O 的直径，A 为$\widehat{BC}$的中点，A 交 BC 于点 E，过 D 作⊙O 的切线，交 BC 的延长线于 F，

（1）求证：DF=EF；

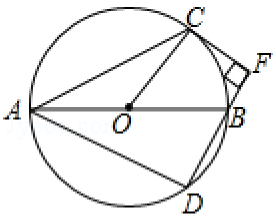
（2）AE=2，DE=4，求 DB 长．



16．如图，AB 为⊙O 的直径，C、D 为⊙O 上的点；OC⊥AD，CF⊥DB 于 F．

（1）求证：CF 为⊙O 的切线；

（2）若 BF=1，DB=3，求⊙O 的半径．



17．以⊙O 的弦 AB 为边向圆外作正方形 ABCD．

（1）如图 l，求证：OC=OD；

（2）如图 2，过 D 作 DM 切⊙O 于 M，若 AB=2，DM=$2\sqrt{2}$，求⊙O 的半径．

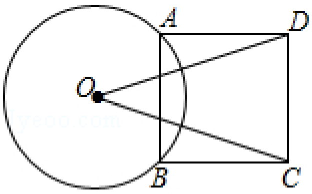


图1

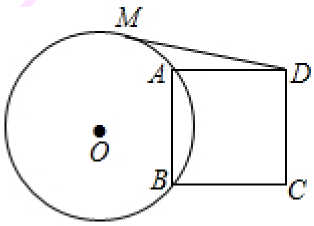


图2

18．已知，△ABC 中，AC=BC，∠ACB=90 °，以 BC 为直径的⊙O 交 AB 于 D．

（1）如图 1，求证：AD=BD．

（2）如图 2，弦 CE 交 BD 于 M，若 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle BCM}$，求$\frac{BD}{CE}$的值．

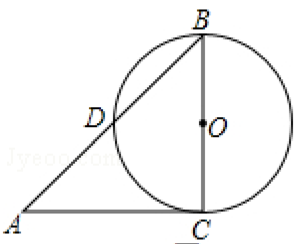


图1

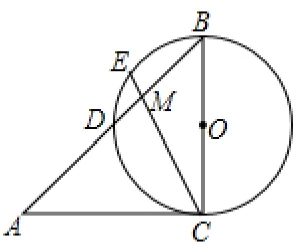
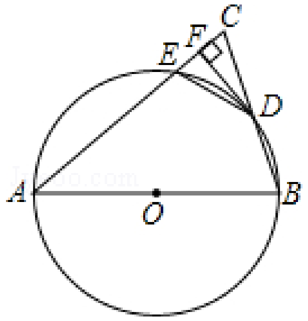


图2

19．如图，已知在△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径的⊙O 与边 BC 交于点 D，与边 AC 交于点 E，过点 D 作 DF⊥AC 于 F．

（1）求证：DF 为⊙O 的切线；

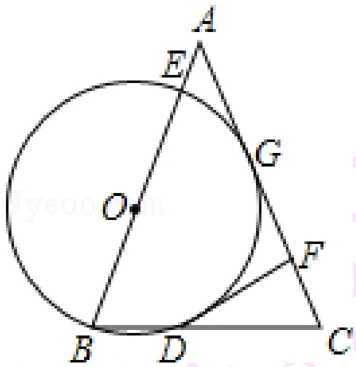
（2）若 DE=$\frac{\sqrt{5}}{2}$，AB=$\frac{5}{2}$，求 AE 的长．



20．如图，AB=AC，点 O 在 AB 上，⊙O 过点 B，分别与 BC、AB 交于 D、E，过 D 作 DF⊥AC 于 F．

（1）求证：DF 是⊙O 的切线；

（2）若 AC 与⊙O 相切于点 G，⊙O 的半径为 3，CF=1，求 AC 长．



21．已知等腰 Rt△ABC，AC=BC=2，D 为射线 CB 上一动点，经过点 A 的⊙O 与 BC 相切于点 D，交直线 AC 于点 E．

（1）如图 1，当点 O 在斜边 AB 上时，求⊙O 的半径；

（2）如图 2，点 D 在线段 BC 上，使四边形 AODE 为菱形时，求 CD 的长．

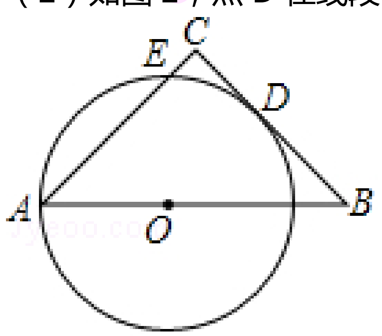


图1

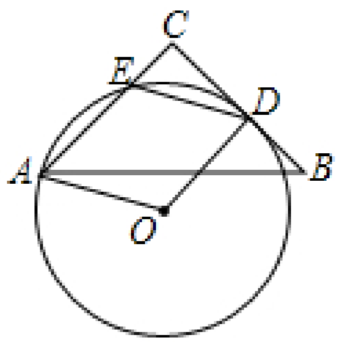


图2

22．已知，CD 是⊙O 的弦，A 为$\widehat{CD}$的中点，E 为 CD 延长线上一点，EG 切⊙O 于 G，AG 交 CD 于 K

（1）如图 1，求证：KE=GE；

（2）如图 2，AC∥EG，$\frac{DK}{CK}=\frac{3}{5}$，AK=$2\sqrt{10}$，求⊙O 的半径．

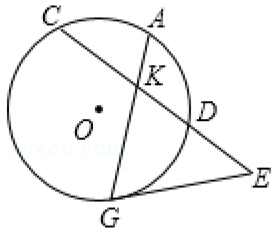


图1

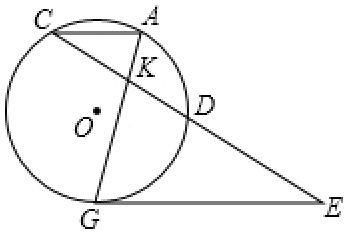
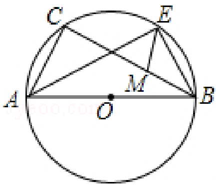


图2

23．（10 分）如图，AB 为⊙O 的直径，$\widehat{AC}=\widehat{CE}$，点 M 为 BC 上一点，且 CM=AC．

（1）求证：M 为△ABE 的内心；

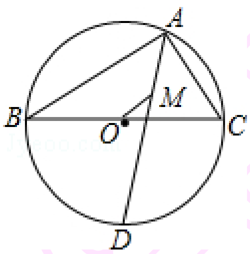
（2）若⊙O 的半径为 5，AE=8，求 $S_{\triangle BEM}$．



24．如图，⊙O 为△ABC 的外接圆，BC 为直径，AD 平分∠BAC 交⊙O 于 D，点 M 为△ABC 的内心．

（1）求证：BC=$\sqrt{2}$DM；

（2）若 DM=$5\sqrt{2}$，AB=8，求 OM 的长．



25．已知 AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，D 是 BC 的中点，过 D 作⊙O 的切线交 AC 于 E，DE=4，CE=2．

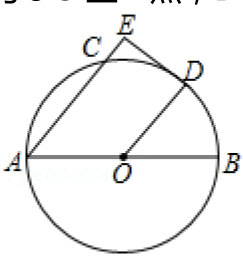


图1

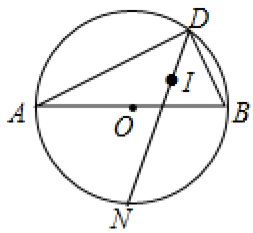


图2

（1）如图 1，求证：①DE⊥AC；②求⊙O 的半径；

（2）如图 2，若 I 是△ABD 的内心，DI 的延长线交⊙O 于 N，求 IN 的长度．

26．已知点 C 是⊙O 上一动点，弦 AB=6，∠ACB=120°．

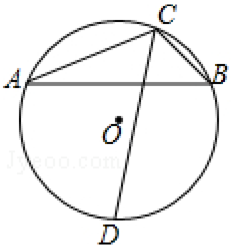


图1

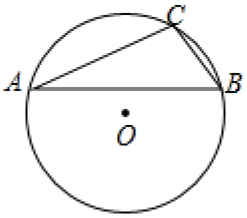


图2

（1）如图 1，若 CD 平分∠ACB，求证：AC+BC=CD；

（2）如图 2，△ABC 内切圆半径为 r．①用含 r 的代数式表示 AC+BC；②求 r 的最大值．

27．已知，直线 l 经过⊙O 的圆心 O，且与⊙O 交于 A、B 两点，点 C 在⊙O 上，且∠AOC=30°，点 P 是直线 l 上的一个动点（与 O 不重合），直线 CP 与⊙O 交于点 Q，且 QP=QO．

（1）如图 1，当点 P 在线段 AO 上时，求∠OCP 的度数．

（2）如图 2，当点 P 在 OA 的延长线上时，求∠OCP 的度数．

（3）如图 3，当点 P 在 OB 的延长线上时，求∠OCP 的度数．

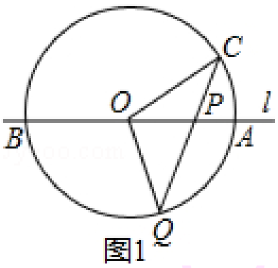


图1

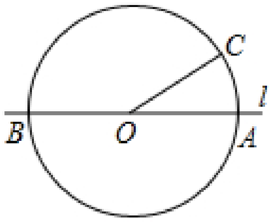


图2

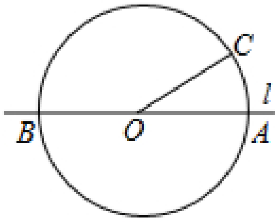


图3

28．小明学习了垂径定理，做了下面的探究，请根据题目要求帮小明完成探究．

（1）更换定理的题设和结论可以得到许多真命题．如图 1，在⊙0 中，C 是劣弧 AB 的中点，直线 CD⊥AB 于点 E，则 AE=BE．请证明此结论；

（2）从圆上任意一点出发的两条弦所组成的折线，成为该圆的一条折弦．如图 2，PA，PB 组成⊙0 的一条折弦．C 是劣弧 AB 的中点，直线 CD⊥PA 于点 E，则 AE=PE+PB．可以通过延长 DB、AP 相交于点 F，再连接 AD 证明结论成立．请写出证明过程；

（3 如图 3，PA，PB 组成⊙0 的一条折弦，若 C 是优弧 AB 的中点，直线 CD⊥PA 于点 E，则 AE，PE 与 PB 之间存在怎样的数量关系？写出结论，不必证明．

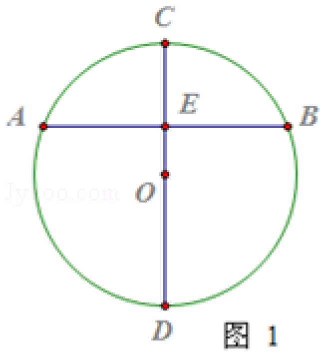


图 1

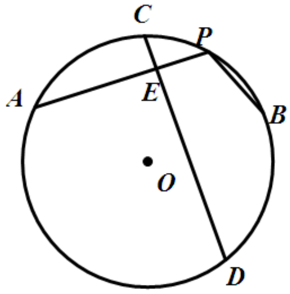


图 2

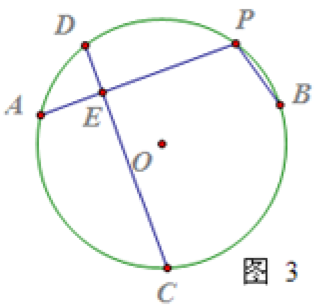


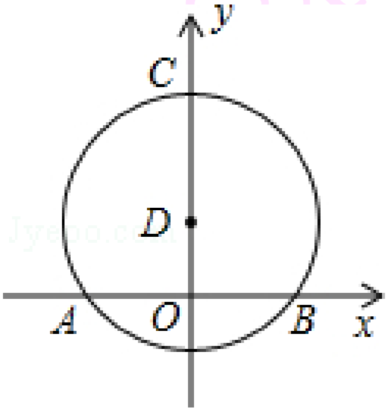
图 3

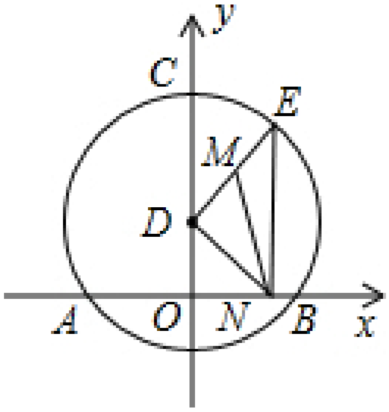
29．如图，在平面直角坐标系中，⊙D 与坐标轴分别相交于 A（ $-\sqrt{3}$，0），B（$\sqrt{3}$，0），C（0，3）三点．

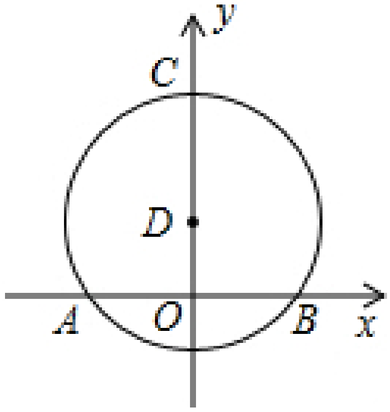
（1）求⊙D 的半径；

（2）E 为优弧 AB 一动点（不与 A，B，C 三点重合），EN⊥x 轴于点 N，M 为半径 DE 的中点，连接 MN，求证：∠DMN=3∠MNE；

（3）在（2）的条件下，当∠DMN=45°时，求 E 点的坐标．







30．在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为（2，$\sqrt{3}$），C、D 分别为 x 轴、y 轴的正半轴上的动点，将△OCD 沿 CD 翻折，使点 O 落到直线 AC 上的点 B 处（如图 1）．

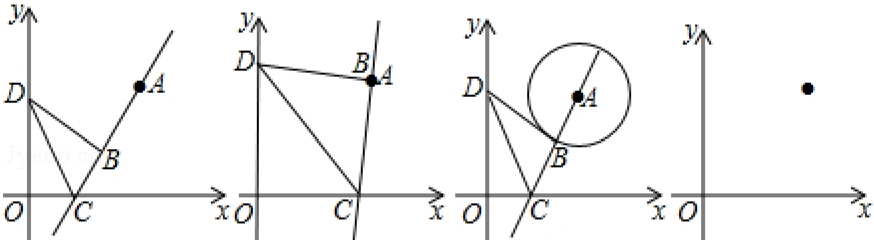


图1　图2　图3　图4

（1）如图 2，若点 B 与点 A 重合，求 OC 的长；

（2）如图 3，若点 B 不与点 A 重合，以 A 为圆心，AB 为半径作⊙A，设⊙A 的半径长为 r，OC 的长为 l．

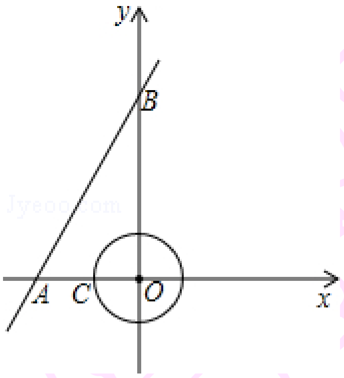
（Ⅰ）当 l=1 时，求四边形 ACOD 的面积；

（Ⅱ）当 l=3r，且 2≤l≤4 时，判断⊙A 直线 CD 的位置关系，并证明你的结论．

31．如图，直线 l 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x+4$，l 与 x 轴，y 轴分别交于点 A，B．

（1）求原点 O 到直线 l 的距离；

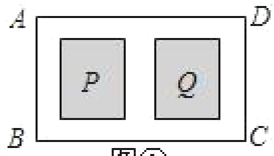
（2）有一个半径为 1 的⊙C 从坐标原点出发，以每秒 1 个单位长的速度沿 y 轴正方向运动，设运动时间为 t（秒）．当⊙C 与直线 l 相切时，求 t 的值．



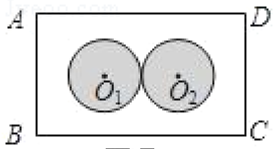
32．要对一块长 60 米、宽 40 米的矩形荒地 ABCD 进行绿化和硬化．

（1）设计方案如图①所示，矩形 P、Q 为两块绿地，其余为硬化路面，P、Q 两块绿地周围的硬化路面宽都相等，并使两块绿地面积的和为矩形 ABCD 面积的$\frac{1}{4}$，求 P、Q 两块绿地周围的硬化路面的宽．

（2）某同学有如下设想：设计绿化区域为相外切的两等圆，圆心分别为 O_1 和 O_2，且 O_1 到 AB、BC、AD 的距离与 O_2 到 CD、BC、AD 的距离都相等，其余为硬化地面，如图②所示，这个设想是否成立？若成立，求出圆的半径；若不成立，说明理由．



图①



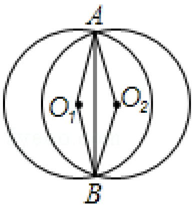
图②

33．如图①、②、③是两个半径都等于 2 的⊙O_1和⊙O_2，由重合状态沿水平方向运动到互相外切过程中的三个位置，⊙O_1和⊙O_2相交于 A、B 两点，分别连接 O_1A、O_1B、O_2A、O_2B 和 AB．

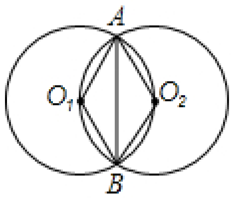
（1）如图②，当$\angle AO_1B=120°$时，求两圆重叠部分图形的周长 l；

（2）设$\angle AO_1B$ 的度数为 x，两圆重叠部分图形的周长为 y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

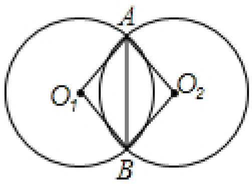
（3）由（2），若 $y=2\pi$，则线段 O_2A 所在的直线与⊙O_1有何位置关系，为什么？除此之外，它们还有其它的位置关系，写出其它位置关系时 x 的取值范围．(奖励提示：如果你还能解决下列问题，将酌情另加 1～5 分，并计入总分．）在原题的条件下，设$\angle AO_1B$ 的度数为 2n，可以发现有些图形的面积 S 也随$\angle AO_1B$ 变化而变化，试求出其中一个 S 与 n 的关系式，并写出 n 的取值范围．



图①



图②



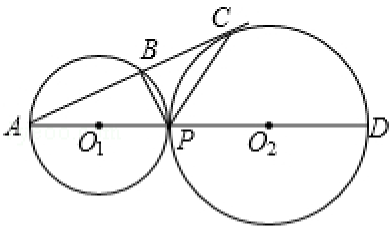
图③

34．如图，已知⊙O_1与⊙O_2外切于点 P，A 在⊙O_1上，AC 切⊙O_2于点 C，交⊙O_1于点 B，AP 的延长线交⊙O_2于点 D．

（1）求证：PC 平分$\angle BPD$；

（2）求证：$PC^2=PB\cdot PD$；

（3）当⊙O_1、⊙O_2的半径分别为 2cm、3cm 时，$\sin\angle BAP$ 的值是多少？当⊙O_1、⊙O_2的半径分别为 4cm、6cm 时，$\sin\angle BAP$ 的值是多少？分析 $\sin\angle BAP$ 值的变化，你能发现什么规律？请尝试证明或否定你的猜想．

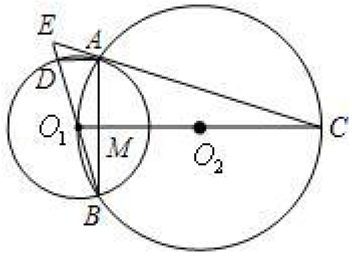


35．如图，AB 是⊙O_1与⊙O_2的公共弦，O_1在⊙O_2上，BD，O_1C 分别是⊙O_1与⊙O_2的直径，CA 与 BD 的延长线交于 E 点，AB 与 O_1C 相交于 M 点．

（1）求证：EA 是⊙O_1的切线；

（2）连接 AD，求证：AD∥O_1C；

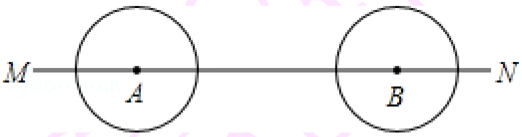
（3）若 DE=1，设⊙O_1与⊙O_2的半径分别为 r，R，且$\frac{r}{R}=\frac{1}{2}$，求 r 的长．



36．如图，点 A，B 在直线 MN 上，AB=11 厘米，⊙A，⊙B 的半径均为 1 厘米．⊙A 以每秒 2 厘米的速度自左向右运动，与此同时，⊙B 的半径也不断增大，其半径 r（厘米）与时间 t（秒）之间的关系式为 r=1+t（t≥0）．

（1）试写出点 A、B 之间的距离 d（厘米）与时间 t（秒）之间的函数表达式；

（2）问点 A 出发后多少秒两圆相切？



37．已知⊙O_1和⊙O_2的半径都等于 1，O_1O_2=5，在线段 O_1O_2的延长线上取一点 O_3，使 O_2O_3=3，以 O_3为圆心，R=5 为半径作圆．

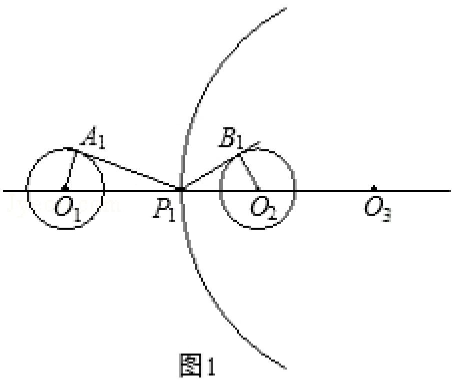


图1

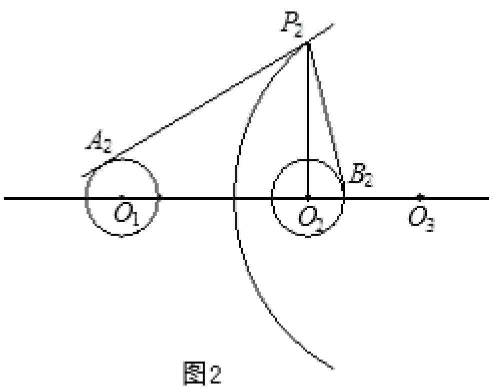


图2

（1）如图 1，$\odot O_3$ 与线段 O_1O_2 相交于点 P_1，过点 P_1 分别作 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的切线 P_1A_1、P_1B_1（A_1、B_1 为切点），连接 O_1A_1、O_2B_1，求 $P_1A_1:P_1B_1$ 的值；

（2）如图 2，若过 O_2 作 $O_2P_2\perp O_1O_2$ 交 O_3 于点 P_2，又过点 P_2 分别作 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的切线 P_2A_2、P_2B_2（A_2、B_2 为切点），求 $P_2A_2:P_2B_2$ 的值；

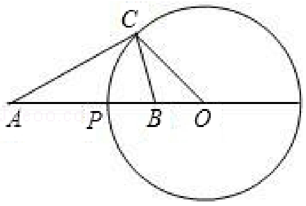
（3）设在 $\odot O_3$ 上任取一点 P，过点 P 分别作 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的切线 PA、PB（A、B 为切点），由（1）（2）的探究，请提出一个正确命题．（不要求证明）

38．已知点 P 在线段 AB 上，点 O 在线段 AB 延长线上．以点 O 为圆心，OP 为半径作圆，点 C 是圆 O 上的一点．

（1）如图，如果 AP=2PB，PB=BO．求证：$\triangle CAO\backsim\triangle BCO$；

（2）如果 AP=m（m 是常数，且 m＞1），BP=1，OP 是 OA，OB 的比例中项．当点 C 在圆 O 上运动时，求 AC：BC 的值（结果用含 m 的式子表示）；

（3）在（2）的条件下，讨论以 BC 为半径的圆 B 和以 CA 为半径的圆 C 的位置关系，并写出相应 m 的取值范围．



39．如图 1，已知 Rt$\triangle$ABC 中，$\angle CAB=30°$，BC=5．过点 A 作 $AE\perp AB$，且 AE=15，连接 BE 交 AC 于点 P．

（1）求 PA 的长；

（2）以点 A 为圆心，AP 为半径作 $\odot A$，试判断 BE 与 $\odot A$ 是否相切，并说明理由；

（3）如图 2，过点 C 作 $CD\perp AE$，垂足为 D．以点 A 为圆心，r 为半径作 $\odot A$；以点 C 为圆心，R 为半径作 $\odot C$．若 r 和 R 的大小是可变化的，并且在变化过程中保持 $\odot A$ 和 $\odot C$ 相切，且使 D 点在 $\odot A$ 的内部，B 点在 $\odot A$ 的外部，求 r 和 R 的变化范围．

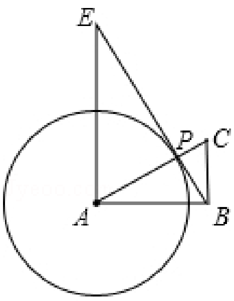


图1

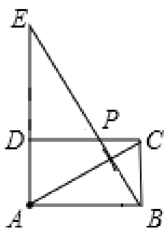
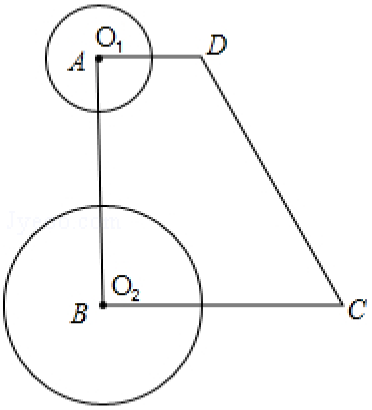


图2

40．如图，直角梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠A=90°，∠C=60°，AD=3cm，BC=9cm .⊙O_1的圆心 O_1从点 A 开始沿折线 A - D - C 以 1cm/s 的速度向点 C 运动，⊙O_2的圆心 O_2从点 B 开始沿 BA 边以$\sqrt{3}$cm/s 的速度向点 A 运动，⊙O_1半径为 2cm，⊙O_2的半径为 4cm，若 O_1、O_2分别从点 A、点 B 同时出发，运动的时间为 t．

（1）请求出⊙O_2与腰 CD 相切时 t 的值；

（2）在 0s＜t≤3s 范围内，当 t 为何值时，⊙O_1与⊙O_2外切？



41．如图，⊙C 经过坐标原点 O，分别交 x 轴正半轴、y 轴正半轴于点 B、A，点 B 的坐标为（$4\sqrt{3}$，0），点 M 在⊙C 上，并且∠BMO=120 度．

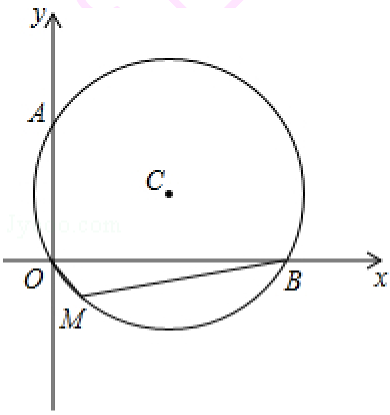
（1）求直线 AB 的解析式；

（2）若点 P 是⊙C 上的点，过点 P 作⊙C 的切线 PN，若∠NPB=30°，求点 P 的坐标；

（3）若点 D 是⊙C 上任意一点，以 B 为圆心，BD 为半径作⊙B，并且 BD 的长为正整数．

①问这样的圆有几个？它们与⊙C 有怎样的位置关系？

②在这些圆中，是否存在与⊙C 所交的弧（指⊙B 上的一条弧）为 90°的弧，若存在，请给出证明；若不存在，请说明理由．



42．宏远广告公司要为某企业的一种产品设计商标图案，给出了如下几种初步方案，供继续设计选用（设图中圆的半径均为 r）

（1）如图 1，分别以线段 O_1O_2 的两个端点为圆心，以这条线段的长为半径作出两个互相交错的圆的图案，试求两圆相交部分的面积；

（2）如图 2，分别以等边△$O_1O_2O_3$ 的三个顶点为圆心，以其边长为半径，作出三个两两相交的相同的圆，这时，这三个圆相交部分的面积又是多少呢？

（3）如图 3，分别以正方形 $O_1O_2O_3O_4$ 的四个顶点为圆心，以其边长为半径，作出四个相同的圆，这时，这四个圆相交部分的面积又是多少呢？

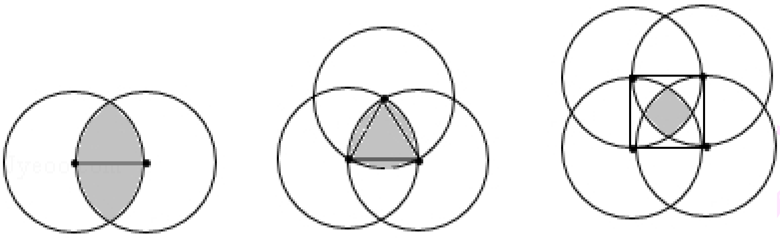


图1　　图2　　图3

43．如图 1，圆 O_1 与圆 O_2 都经过 A、B 两点，经过点 A 的直线 CD 与圆 O_1 交于点 C，与圆 O_2 交于点 D．经过点 B 的直线 EF 与圆 O_1 交于点 E，与圆 O_2 交于点 F．

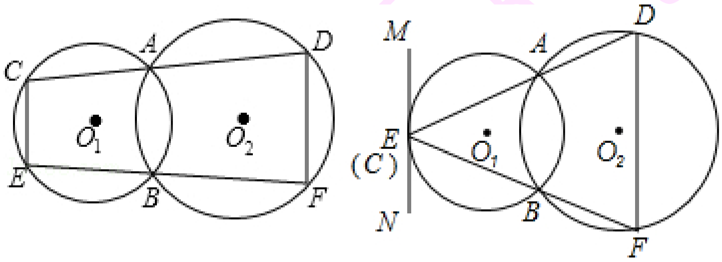
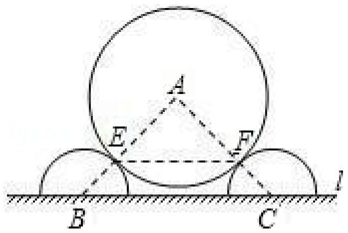


图1　　图2

（1）求证：CE∥DF；

（2）在图 1 中，若 CD 和 EF 可以分别绕点 A 和点 B 转动，当点 C 与点 E 重合时（如图 2），过点 E 作直线 MN∥DF，试判断直线 MN 与圆 O_1 的位置关系，并证明你的结论．

44．如图是某城市一个主题雕塑的平面示意图，它由置放于地面 l 上两个半径均为 2 米的半圆与半径为 4 米的⊙A 构成．点 B、C 分别是两个半圆的圆心，⊙A 分别与两个半圆相切于点 E、F，BC 长为 8 米．求 EF 的长．

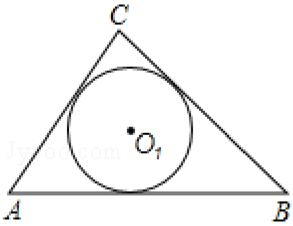


45 已知 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6，BC=8．

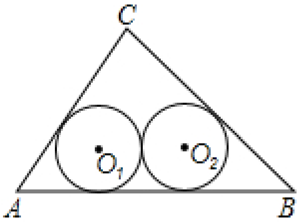
（Ⅰ）如图①，若半径为 r_1 的⊙O_1 是 Rt△ABC 的内切圆，求 r_1；

（Ⅱ）如图②，若半径为 r_2 的两个等圆⊙O_1、⊙O_2 外切，且⊙O_1 与 AC、AB 相切，⊙O_2 与 BC、AB 相切，求 r_2；

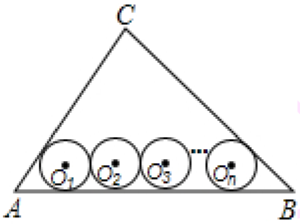
（Ⅲ）如图③，当 n 大于 2 的正整数时，若半径 r_n 的 n 个等圆⊙O_1、⊙O_2、…、⊙O_n 依次外切，且⊙O_1 与 AC、BC 相切，⊙O_n 与 BC、AB 相切，⊙O_1、⊙O_2、⊙O_3、…、⊙O_{n-1} 均与 AB 边相切，求 r_n．



图①



图②



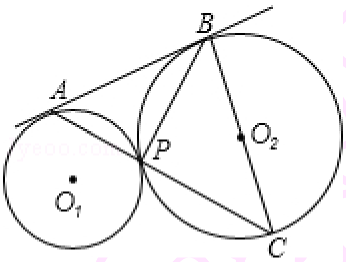
图③

46．如图，⊙O_1 与⊙O_2 外切于点 P，外公切线 AB 切⊙O_1 于点 A，切⊙O_2 于点 B，

（1）求证：AP⊥BP；

（2）若⊙O_1 与⊙O_2 的半径分别为 r 和 R，求证：$\frac{AP^2}{BP^2}=\frac{r}{R}$；

（3）延长 AP 交⊙O_2 于 C，连接 BC，若 r：R=2：3，求 tan∠C 的值．

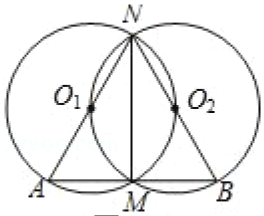


47．如图 1，两半径为 r 的等圆⊙O_1 和⊙O_2 相交于 M，N 两点，且⊙O_2 过点 O_1．过 M 点作直线 AB 垂直于 MN，分别交⊙O_1 和⊙O_2 于 A，B 两点，连接 NA，NB．

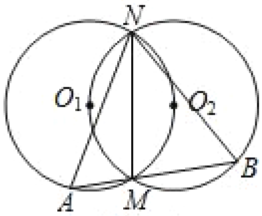
（1）猜想点 O_2 与⊙O_1 有什么位置关系，并给出证明；

（2）猜想△NAB 的形状，并给出证明；

（3）如图 2，若过 M 的点所在的直线 AB 不垂直于 MN，且点 A，B 在点 M 的两侧，那么（2）中的结论是否成立，若成立请给出证明．



图（1）



图（2）

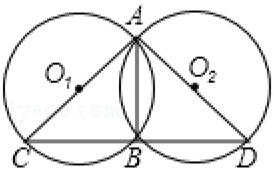
48．已知：⊙O_1与⊙O_2相交于点 A、B，过点 B 作 CD⊥AB，分别交⊙O_1和⊙O_2于点 C、D．

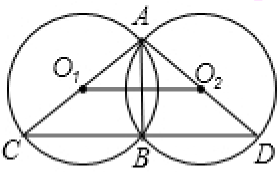
（1）如图，求证：AC 是⊙O_1的直径；

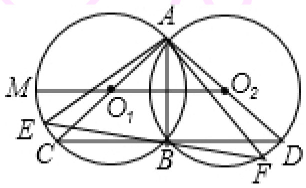
（2）若 AC=AD，

①如图，连接 BO_2、O_1O_2，求证：四边形 O_1C BO_2是平行四边形；

②若点 O_1在⊙O_2外，延长 O_2O_1交⊙O_1于点 M，在劣弧$\overset{\frown}{MB}$上任取一点 E（点 E 与点 B 不重合），EB 的延长线交优弧$\overset{\frown}{BDA}$于点 F，如图所示，连接 AE、AF，则 AE____________AB（请在横线上填上“≥、≤、<、>”这四个不等号中的一个）并加以证明．（友情提示：结论要填在答题卡相应的位置上）





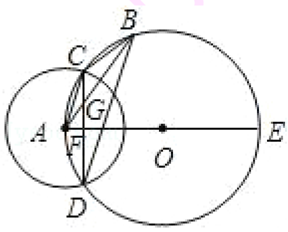


49．已知：如图，⊙O 与⊙A 相交于 C，D 两点，A，O 分别是两圆的圆心，△ABC 内接于⊙O，弦 CD 交 AB 于点 G，交⊙O 的直径 AE 于点 F，连接 BD．

（1）求证：△ACG∽△DBG；

（2）求证：$AC^2=AG\cdot AB$；

（3）若⊙A，⊙O 的直径分别为$6\sqrt{5}$，15，且 CG：CD=1：4，求 AB 和 BD 的长．



50．（2005•烟台）（1）如图 1，直线 MN 与⊙O 相交，且与⊙O 的直径 AB 垂直，垂足为 P，过点 P 的直线与⊙O 交于 C、D 两点，直线 AC 交 MN 于点 E，直线 AD 交 MN 于点 F．求证：PC•PD=PE•PF．

（2）如图 2，若直线 MN 与⊙O 相离．（1）中的其余条件不变，那么（1）中的结论还成立吗？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由．

（3）在图 3 中，直线 MN 与⊙O 相离，且与⊙O 的直径 AB 垂直，垂足为 P．

①请按要求画出图形：画⊙O 的割线 PCD（PC＜PD），直线 BC 与 MN 交于 E，直线 BD 与 MN 交于 F．

②能否仍能得到（1）中的结论？请说明理由．

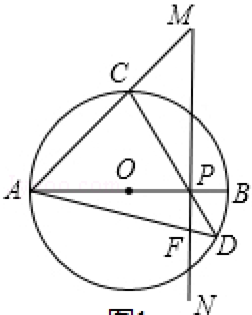


图1

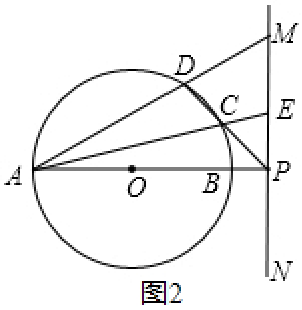


图2

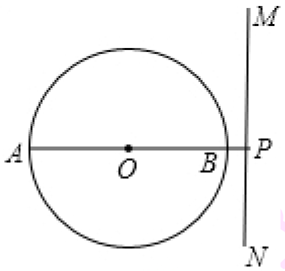


图3

解析：

填空：

1．解：根据圆周角定理，得$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=36°$

2．解：$\because OA\parallel DE$，$\therefore \angle D=\angle AOD=50°$，

$\because OA=OC$，$\therefore \angle ACO=\angle OAC=\frac{1}{2}\angle AOD=25°$．

3．解：设此圆锥的底面半径为 r，

根据圆锥的侧面展开图扇形的弧长等于圆锥底面周长可得：

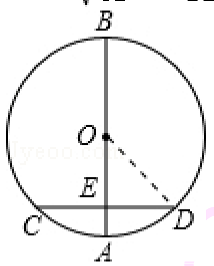
$2\pi r=\frac{120\pi \cdot 8}{180}$，$r=\frac{8}{3}$cm．

4．解：$\because$弦 $CD\perp AB$，垂足为 E

$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 16=8$ $\because OA$ 是半径 $OA=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 20=10$

连接 OD，在 Rt△ODA 中，$OD=OA=10$，$DE=8$

$OE=\sqrt{OD^2-DE^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$



5．

解：$S=S_{扇形BAC}-S_{扇形DAE}=\frac{120\pi\times 30^2}{360}-\frac{120\pi(30-20)^2}{360}=\frac{800}{3}\pi cm^2$，

6．解：$\because O$ 是△ABC 的内心，

$\therefore OB$ 平分$\angle ABC$，OC 平分$\angle ACB$，$\therefore \angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\because \angle OBC+\angle OCB=180°-\angle BOC=180°-100°=80°$，$\therefore \frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=80°$，

即$\angle ABC+\angle ACB=160°$，

$\therefore \angle A=180°-(\angle ABC+\angle ACB)=180°-160°=20°$；

故答案为 20°．

7. 解：∵∠AOB=60°，AB=3cm，

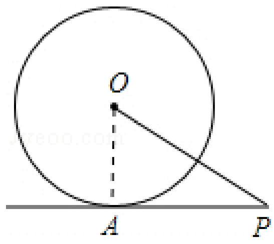
∴三角形 OAB 是等边三角形，∴圆的半径是 3 厘米，

则劣弧 AB 的长为：$\frac{60\times\pi\times3}{180}$=π(cm)，答：劣弧 AB 的长为 πcm．答案为 π．

8．解：如图，连接 OA，

∵PA 是⊙O 的切线，切点为 A，∴OA⊥AP，

∵PA=3，∠APO=30°，∴cos30°=$\frac{3}{OP}$，∴OP=$2\sqrt{3}$．



9．解：由图可得，5 个扇形的圆心角之和为：(5－2)×180°=540°，

则五个阴影部分的面积之和=$\frac{540\pi\times1^2}{360}$=1.5π．故答案为：1.5π．

10．解：∵⊙O 的直径为 AB，周长为 P_1∴$P_1=2\pi\times\frac{AB}{2}=\pi\cdot AB$．

∵⊙O 内的 n 个圆心在 AB 上且依次相外切的等圆，∴n 个小圆的半径为$\frac{AB}{2n}$，

∴$P_2=2\pi\times\frac{AB}{2n}\times n=\pi\cdot AB$，∴$P_1=P_2$．

11．解：由垂线段的性质可知，当 AD 为△ABC 的边 BC 上的高时，直径 AD 最短，

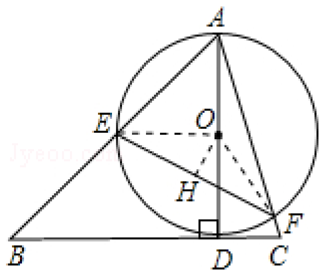
如图，连接 OE，OF，过 O 点作 OH⊥EF，垂足为 H，

∵在 Rt△ADB 中，∠ABC=45°，AB=$2\sqrt{2}$，∴AD=BD=2，即此时圆的直径为 2，

由圆周角定理可知∠EOH=$\frac{1}{2}$∠EOF=∠BAC=60°，

∴在 Rt△EOH 中，EH=OE•sin∠EOH=1×$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

由垂径定理可知 EF=2EH=$\sqrt{3}$．故答案为：$\sqrt{3}$．



12．解：过 C 点作 CH⊥AB 于 H，交⊙C 于 E_1、E_2 点，则 E 点运动到 E_1 点时 S 最小，E 点运动到 E_2 点时 S 最大，

∵∠BAC=45°，∴△ACH 为等腰直角三角形，

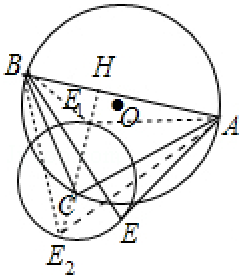
而 $AC=\sqrt{6}$，∴$AH=CH=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\sqrt{3}$，∠ACH=45°，

∵∠ACB=75°，∴∠BCH=30°，

在 Rt△BCH 中，$BH=\frac{\sqrt{3}}{3}CH=1$，∴$AB=AH+BH=\sqrt{3}+1$，

∵$HE_1=CH-CE_1=\sqrt{3}-1$，$HE_2=CH+CE_2=\sqrt{3}+1$，

∴△ABE_1 的面积$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)\times(\sqrt{3}+1)=1$，△$ABE_2$ 的面积$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+1)\times(\sqrt{3}+1)=2+\sqrt{3}$，∴$1\le S\le 2+\sqrt{3}$．



13. 解：如图：连接 OM，OB，OA，BD．

则在 Rt△OMB 中，

∵OB=2，$MB=\sqrt{3}$，∴OM=1．

∵OB=2，∴∠OBM=30°．∴∠MOB=60°．

连接 OA．则∠AOB=120°．∴$\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=60°$．

∵AB 是直径，∴∠ADB=90°，∴∠CDB=90°，∴∠CBD=30°，∴$CD=\frac{1}{2}BC$，

∴当 BC 取最大值时，CD 最大．

如图 2，当 BC 是直径时，BC 最大，此时点 A、D 重合．即 BC=4．

∴$CD_{最大}=2$．

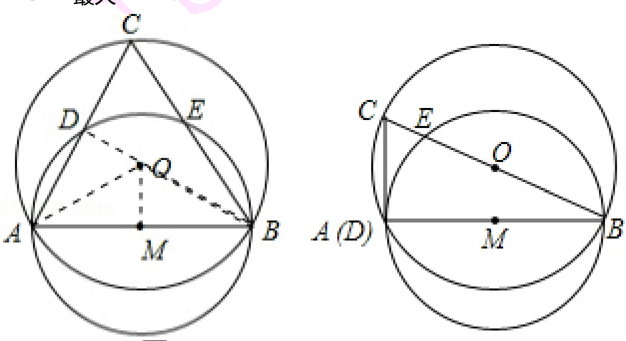


图1　　图2

14．解：连接 AO 并延长，与 ED 交于 F 点，与圆 O 交于 P 点，此时线段 ED 最大，连接 OM，PD，可得 F 为 ED 的中点，

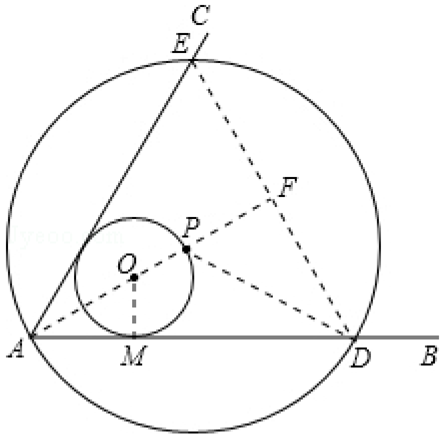
∵∠BAC=60°，AE=AD，∴△AED 为等边三角形，∴AF 为角平分线，即∠FAD=30°，

在 Rt△AOM 中，OM=1，∠OAM=30°，∴OA=2，∴PD=PA=AO+OP=3，

在 Rt△PDF 中，∠FDP=30°，PD=3，∴PF=$\frac{3}{2}$，

根据勾股定理得：FD=$\sqrt{PD^2-PF^2}$=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

则 DE=2FD=$3\sqrt{3}$．



15．解：当点 C 为$\overset{\frown}{AB}$的中点时，△ABC 内切圆半径 r 的最大，如图，连结 OC 交 AB 于 D 点，⊙M 为△ABC 的内切圆，作 ME⊥AC 于 E 点，

∵点 C 为$\overset{\frown}{AB}$的中点，∴OC⊥AB，AD=BD=$\frac{1}{2}$AB=6，AC=BC，∴点 M 在 CD 上，

∴ME 和 MD 都为⊙M 的半径，

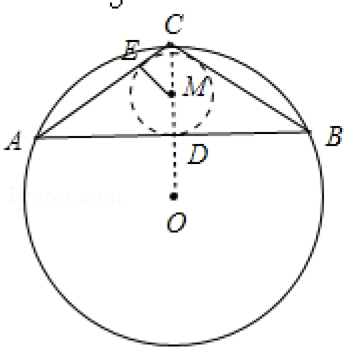
设 ME=MD=r，∵∠ACB=120°，∴∠A=30°，∠ACD=60°，

在 Rt△ACD 中，CD=$\frac{\sqrt{3}}{3}$AD=$\sqrt{3}$，

在 Rt△CEM 中，∠ECM=60°，∠CME=30°，

∴CE=$\frac{\sqrt{3}}{3}$EM=$\frac{\sqrt{3}}{3}$r，∴CM=2CE=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$r，

∵CM+DM=CD，∴$\frac{2\sqrt{3}}{3}$r+r=$\sqrt{3}$，



∴r=6 - $3\sqrt{3}$．

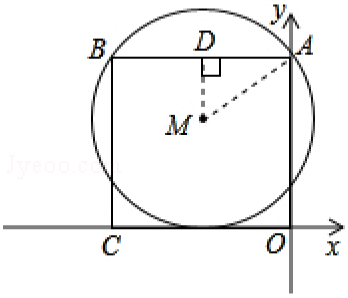
16．解：过点 M 作 MD⊥AB 于 D，连接 AM，设⊙M 的半径为 R，

∵四边形 OABC 为正方形，顶点 A，C 在坐标轴上，以边 AB 为弦的⊙M 与 x 轴相切，点 A 的坐标为（0，8），∴DA=4，AB=8，DM=8 - R，AM=R，

又∵△ADM 是直角三角形，

根据勾股定理可得 $AM^2=DM^2+AD^2$，∴$R^2=(8-R)^2+4^2$，

解得 R=5，∴M（ - 4，5）.



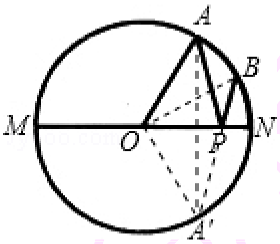
17．解：作点 A 关于 MN 的对称点 A′，连接 A′B，交 MN 于点 P，连接 OA′，OB，AA′．

∵点 A 与 A′关于 MN 对称，点 A 是半圆上的一个三等分点，

∴∠A′ON=∠AON=60°，PA=PA′，

∵点 B 是弧$\overset{\frown}{AN}$的中点，∴∠BON=30°，∴∠A′OB=∠A′ON+∠BON=90°，

又∵OA=OA′=1，∴A′B=$\sqrt{2}$．∴PA+PB=PA′+PB=A′B=$\sqrt{2}$．



18．解：如图，圆心为 A，设大正方形的边长为 2x，圆的半径为 R，

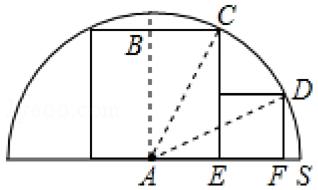
∵正方形有两个顶点在半圆上，另外两个顶点在圆心两侧，

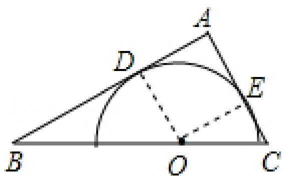
∴AE=BC=x，CE=2x；

∵小正方形的面积为 $16cm^2$，∴小正方形的边长 EF=DF=4，

由勾股定理得，$R^2=AE^2+CE^2=AF^2+DF^2$，

即 $x^2+4x^2=(x+4)^2+4^2$，解得，x=4，∴R= $4\sqrt{5}$cm．





19．解：连接 OE，OD，

∵圆 O 切 AC 于 E，圆 O 切 AB 于 D，

∴∠OEA=∠ODA=90°，

∵∠A=90°，∴∠A=∠ODA=∠OEA=90°，

∵OE=OD，∴四边形 ADOE 是正方形，

∴AD=AE=OD=OE，

设 OE=AD=AD=OD=R，

∵∠A=90°，∠OEC=90°，∴OE∥AB，∴△CEO∽△CAB，

同理△BDO∽△BAC，∴△CEO∽△ODB，∴$\frac{OE}{BD}=\frac{CE}{OD}$，

即$\frac{R}{4-R}=\frac{3-R}{R}$，解得：R=$\frac{12}{7}$，

20．解：∵在△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=8；

由勾股定理，得：BC=6．

∵AC 是圆的直径，∠C=90°，

∴BC 为圆的切线；

由切割线定理，得：BC^2=BP•BA，

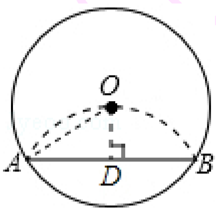
∴BP=BC^2÷BA=3.6．

21. 解：过点 O 作 OD⊥AB 交 AB 于点 D，连接 OA，

∵OA=2OD=2cm，∴AD=$\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$cm，

∵OD⊥AB，∴AB=2AD=$2\sqrt{3}$cm．

故答案为：$2\sqrt{3}$．



22．解：连接 AO，BO，

∵PA，PB 为圆 O 的切线，∴OA⊥AP，OB⊥BP，

又圆 O 的直径是 10cm，

在 Rt△APO 中，OA=$\frac{1}{2}$×10=5cm，PO=13cm，

根据勾股定理得：AP=$\sqrt{PO^2-OA^2}$=12cm，

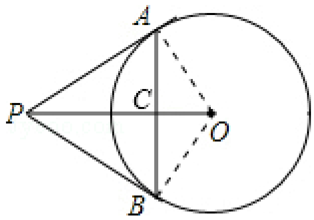
根据切线长定理得到：AP=BP，PO 平分∠APB，

∴OP⊥AB，垂足为 C，∴C 为 AB 的中点，

又 $S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}AP\bullet OA=\frac{1}{2}OP\bullet AC$，

∴AC=$\frac{AP\bullet OA}{OP}=\frac{60}{13}$cm，∴AB=2AC=$\frac{120}{13}$cm，

则△APB 的周长=AP+AB+BP=12+$\frac{120}{13}$+12=$33\frac{3}{13}$（cm）.



23．解：连接 OA，

∵OC⊥AB，CO 过圆心 O，∴AD=BD=$\frac{1}{2}$AB=5，

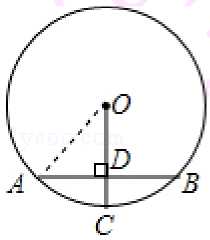
设 OD=3k，DC=2k，则 AO=5k，

在 Rt△OAD 中，由勾股定理得：$AO^2=OD^2+AD^2$，

即（5k）^{2}=（3k）^{2}+5^2，

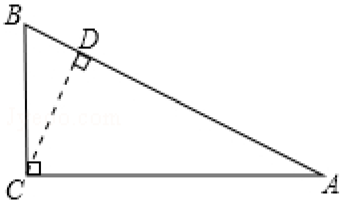
解得：k=$\frac{5}{4}$，OA=5k=$\frac{25}{4}$，

即⊙O 的直径是 2OA=$\frac{25}{2}$，故答案为：$\frac{25}{2}$．



24．解：根据题意画出图形，如图所示：

当∠A=30°，



过 C 作 CD⊥AB，交 AB 于点 D．

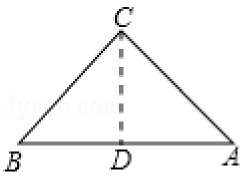
在 Rt△ACD 中，∵AB=4，∠A=30°，∴BC=$\frac{1}{2}$AB=2，∴AC=$\sqrt{AB^2-BC^2}$=2$\sqrt{3}$，

∴CD=$\frac{1}{2}$AC=$\sqrt{3}$，

又∵圆 C 的半径为 2，则$\sqrt{3}$＜2，∴CD＜R，∴则⊙C 与 AB 的位置关系是相交；

故答案为：相交；

当∠A=45°时，



过 C 作 CD⊥AB，交 AB 于点 D．

在 Rt△ACD 中，∵AB=4，∠A=45°，∴AB=AC，∴CD=$\frac{1}{2}$AB=2，

又∵圆 C 的半径为 2，则 CD=R，∴则⊙C 与 AB 的位置关系是相切．

故答案为：相切．

25．解：大圆的弦 AB 与小圆相切于点 C，

∴OC⊥AB，

由垂径定理知，AC=BC，

由勾股定理得，AC=4，

∴AB=2AC=8．

26 解：连接 CD．

∵△ABC 内接于⊙O，∠BAC=120°，AB=AC，∴∠CBA=∠BCA=30°．

∴∠BDA=∠ACB=30°．

∵BD 为⊙O 的直径，∴∠BAD=90°，∠BDA=30°，

∴∠DBC=90°－30°－30°=30°，∴∠DBA=60°，∠BDC=60°，

∴BC=AD=6．

27．解：①∵⊙O 是△ABC 的内切圆，D、E、F 为三个切点，

∴AF=AE，BF=BD，CE=CD，

∵BC=12cm，∴BF+CE=BC=12cm，∴AF+AE=26 - 2BC=2cm，∴AF=1cm，

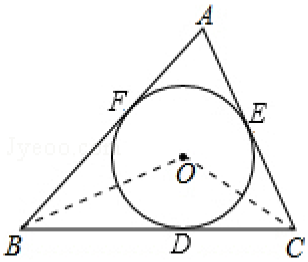
故答案为：1；

②∵∠A=70°，∴∠ABC+∠ACB=180° - 70°=110°，

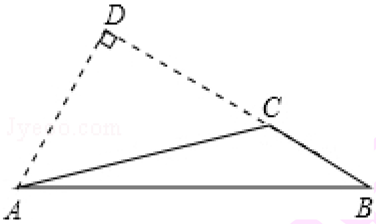
∵O 为△ABC 的内心，∴∠ABO=∠OBD，∠ACO=∠OCB，

∴∠OBC+∠OCB=$\frac{1}{2}$×110°=55°，

则∠BOC=180° - 55°=125°．故答案为：125°．



28．解：过 A 作 BC 延长线的垂线，垂足为 D，



∵∠ACD 为△ABC 的外角，∠B=30°，∠CAB=15°，

∴∠ACD=∠B+∠CAB=30°+15°=45°，

又∠D=90°，∠B=30°，∴∠DAB=60°，

∴∠DAC=∠DAB - ∠CAB=60° - 15°=45°，∴AD=CD，

可设 AD=CD=x，又 BC=12，

则有 BD=CD+BC=x+12，

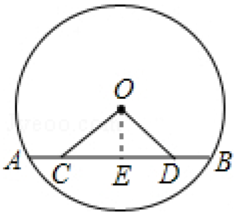
在 Rt△ABD 中，tanB=tan30°=$\frac{AD}{BD}$，即$\frac{x}{x+12}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得：x=6$\sqrt{3}$+6，∴AD=6$\sqrt{3}$+6，则⊙A 的半径为 6$\sqrt{3}$+6．

解答：

1 证明：过 O 作 OE⊥AB 于 E，则 AE=BE，

又∵AC=BD，∴CE=DE．∴OE 是 CD 的中垂线， ∴OC=OD．



2．解：根据切线的性质得：∠PAC=90°，

∴∠PAB=90°﹣∠BAC=90°﹣20°=70°，

根据切线长定理得 PA=PB，

∴∠PAB=∠PBA=70°，

∴∠P=180°﹣70°×2=40°．

3．解：（1）答案不唯一，只要合理均可．例如：

①BC=BD；②OF∥BC；③∠BCD=∠A；④△BCE∽△OAF；⑤BC^2=BE•AB；

⑥$BC^2=CE^2+BE^2$；⑦△ABC 是直角三角形；⑧△BCD 是等腰三角形．

（2）连接 OC，则 OC=OA=OB，

∵∠D=30°，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$，∴∠A=∠D=30°，

∴∠COB=2∠A=60°∴∠AOC=120°，

∵AB 为⊙O 的直径，∴∠ACB=90°，

在 Rt△ABC 中，BC=1，∴AB=2，AC=$\sqrt{3}$，

∵OF⊥AC，∴AF=CF，

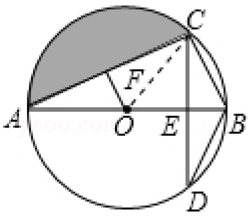
∵OA=OB，∴OF 是△ABC 的中位线，

∴OF=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$，

∴$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}AC\cdot OF=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$S_{扇形AOC}=\frac{1}{3}\pi\times OA^2=\frac{\pi}{3}$，

∴$S_{阴影}=S_{扇形AOC}-S_{\triangle AOC}=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$．



4．答：PE 与⊙O 相切．

证明：如图，连接 OP，OE

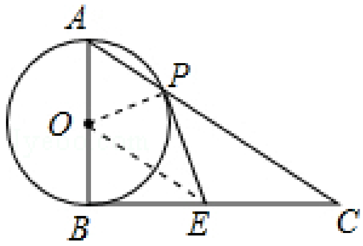
∵$OA=OB=\frac{1}{2}AB$，BE=EC，∴OE 为△ABC 的中位线，

∴OE∥AC，∴∠A=∠BOE，∠APO=∠POE，

∵OA=OP，∴∠A=∠OPA，∴∠BOE=∠POE，

∵OP=OB，OE=OE，∴△OBE≌△OPE，

∴∠OBE=∠OPE=90°，∴PE 与⊙O 相切．



5．解：(1) 如图，过 A 作 AE⊥DB 于 E，由题意知，∠ABE=30°，

又因为 AB=240km，故 $AE=\frac{1}{2}AB=120$（km），

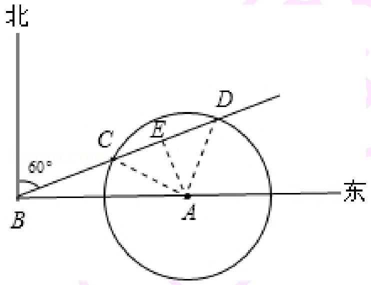
故台风中心在移动过程中，与气象台 A 的最短距离是 120km．

(2) 连接 AC，AD，则 AC=AD=130km，

由勾股定理得：$CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{130^2-120^2}=50$（km），

由垂径定理得：CE=DE，故 CD=100km，100÷20=5（小时）．

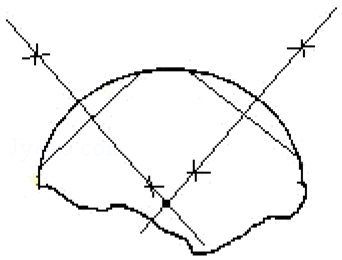
答：台风影响气象台的时间会持续 5 小时．



6．解：在圆上取两个弦，根据垂径定理，

垂直平分弦的直线一定过圆心，

所以作出两弦的垂直平分线即可．



7．解：(1) DC 与⊙O 相切．理由如下：

连结 AE、OC，它们相交于 F 点，如图，

∵AB 为⊙O 的直径，∴∠AEB=90°，

∵CD⊥BE，∴∠D=90°，∴CD∥AE，

又∵C 为$\overset{\frown}{AE}$中点，∴OC⊥AE，AF=EF，∴OC⊥CD，

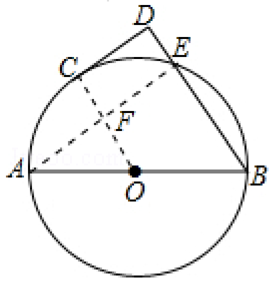
∴CD 为⊙O 的切线；

(2) ∵∠D=∠DCF=∠CFE=90°，

∴四边形 CFED 为矩形，∴EF=CD=3，DE=CF，∴AF=3，

在 Rt△OFA 中，OA=5，

∴OF=$\sqrt{OA^2-AF^2}$=4，∴CF=OC - OF=5 - 4=1，∴DE=1．



8． (1) 证明：连接 OD，BC，OD 与 BC 相交于点 G，

∵D 是弧 BC 的中点，∴OD 垂直平分 BC，

∵AB 为⊙O 的直径，∴AC⊥BC，∴OD∥AE．

∵DE⊥AC，∴OD⊥DE，∵OD 为⊙O 的半径，∴DE 是⊙O 的切线．

(2) 解：由 (1) 知：OD⊥BC，AC⊥BC，DE⊥AC，

∴四边形 DECG 为矩形，∴CG=DE=3，∴BC=6．

∵⊙O 的半径为 5，∴AB=10，∴AC=$\sqrt{AB^2-BC^2}$=8，

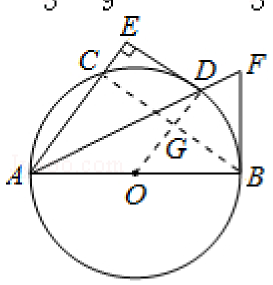
由 (1) 知：DE 为⊙O 的切线，∴DE^2=EC•EA，即 3^2=（EA - 8）EA，

解得：AE=9．

∵D 为弧 BC 的中点，∴∠EAD=∠FAB，∵BF 切⊙O 于 B，∴∠FBA=90°．

又∵DE⊥AC 于 E，∴∠E=90°，∴∠FBA=∠E，∴△AED∽△ABF，∴$\frac{BF}{DE}=\frac{AB}{AE}$，

∴$\frac{BF}{3}=\frac{10}{9}$，∴BF=$\frac{10}{3}$．



9．(1) 证明：连接 OA．

∵AO=DO，∴∠OAD=∠ODA．

∵DA 平分∠BDE，∴∠ODA=∠EDA，∴∠OAD=∠EDA．

∵∠EAD+∠EDA=90°，∴∠EAD+∠OAD=90°，即∠OAE=90°．∴OA⊥AE，

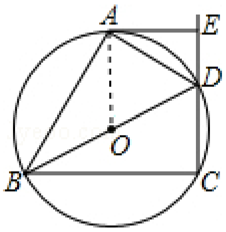
∴AE 是⊙O 的切线．

(2) 解：在直角△ADE 中，$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{5}$cm．

∵BD 是⊙O 的直径，∴∠BAD=90°，

∵∠AED=90°，∠ADE=∠ADB，∴Rt△BAD∽Rt△AED．∴$\frac{DE}{AD}=\frac{AD}{BD}$．

∴$BD=\frac{AD^2}{DE}=\frac{5}{1}=5$cm．



10．解：(1) 如图 1，分别作 AB 于 BC 的垂直平分线，交点即为 O；

连接 OA，$OA=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$．故答案为：$2\sqrt{5}$；

(2) 如图 2，设圆心为 O，连接 OA，OD，

∵BD⊥AC，点 B 为 AC 中点，∴点 B，D，O 在同一条直线上，∴$AD=\frac{1}{2}AC=4$，

设 OA=x，则 OD=OB－BD=x－2，

∵$OA^2=OD^2+AD^2$，∴$x^2=16+(x-2)^2$，解得：x=5，

∴OA=OB=5，OD=3，

∵AD 是⊙O 的切线，∴OA⊥PA，∴∠P+∠O=90°，

∵∠O+∠OAD=90°，∴∠P=∠OAD，

∵∠ADO=∠PDA=90°，∴△PAD∽△AOD，∴$\frac{PA}{AO}=\frac{AD}{OD}$，∴$\frac{PA}{5}=\frac{4}{3}$，∴$PA=\frac{20}{3}$．

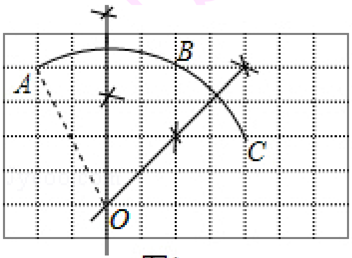


图1

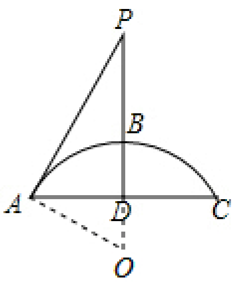


图2

11．解：（1）连接 OE，

∵DE 为圆的切线，∴OE⊥ED，∴∠OEC+∠CED=90°，

∵OC⊥AD，∴∠COD=90°，∴∠C+∠CFO=90°，

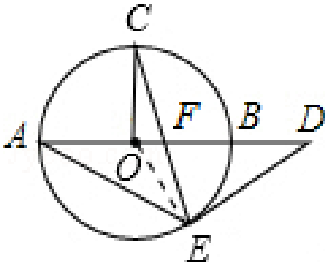
∵∠CFO=∠DFE，∴∠C+∠DFE=90°，

∵OC=OE，∴∠C=∠OEC，∴∠DFE=∠DEF，∴DE=DF；

（2）在 Rt△OED 中，OE=OB=OF+FB=1+3=4，

根据勾股定理得：$OD^2=OE^2+ED^2$，即（1+DF）^{2}=（1+DE）$^2=4^2+DE^2$，

解得：DE=7.5．



12．解：（1）∵AB⊥BC，∴AB 为圆 O 的切线，

又 AE 为圆 O 的切线，∴AB=AF=4，

同理得到 EF=EC，

设 EF=EC=x，则有 DE=DC - EC=4 - x，AE=AF+EF=4+x，

在 Rt△ADE 中，利用勾股定理得：$AE^2=AD^2+DE^2$，即（4+x）$^2=4^2+$（4 - x）^{2}，

解得：x=1，∴DE=4 - 1=3，

则 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot DE=6$；

（2）连接 OA，OF，

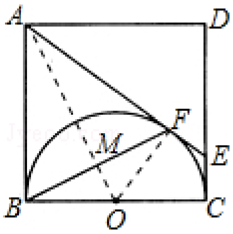
∵OB⊥AB，OF⊥AF，且 OB=OF，∴AO 为∠BAF 的平分线，

∵AB=AF，∴AM⊥BF，M 为 BF 的中点，

在 Rt△ABO 中，根据勾股定理得：$OA=\sqrt{AB^2+OB^2}=2\sqrt{5}$，

∵$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}AB\cdot OB=\frac{1}{2}OA\cdot BM$，∴$BM=\frac{4\times 2}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

则 $BF=2BM=\frac{8\sqrt{5}}{5}$．



13．(1) 证明：连结 OC，如图 1，

∵△ABC 和△CDE 都是等边三角形，∴∠ACB=∠ECD=60°，

∴∠ACE=60°，

∵⊙O 是等边△ABC 的外接圆，∴点 O 是等边△ABC 的外心和内心，

∴$\angle ACO=\frac{1}{2}\angle ACB=30°$，∴∠OCE=30°+60°=90°，∴OC⊥CE，

∴CE 为⊙O 的切线；

(2) 解：作 OH⊥BC 于 H，连结 OF、OC、FC，如图 2，

∵OH⊥BC，∴BH=CH，

设 OH=a，则 $CH=\sqrt{3}a$，OC=2a，∴$BC=2\sqrt{3}a$，

∵DF 与⊙O 切于点 F，∴OF⊥FD，

∵△CDE 为等边三角形，∴∠CED=60°，∠D=60°，∴∠CEF=120°，

而∠OCE=∠OFE=90°，∴∠COF=60°，

∴△OCF 为等边三角形，∴∠OFC=60°，FC=OC=2a，∴∠CFD=30°，∴∠FCD=90°，

∴$CD=\frac{\sqrt{3}}{3}FC=\frac{2\sqrt{3}a}{3}$，∴CD：BC=$\frac{2\sqrt{3}a}{3}$：$2\sqrt{3}a$=1：3．

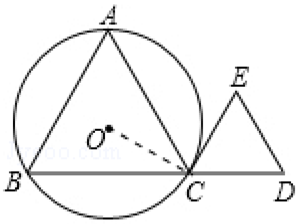


图1

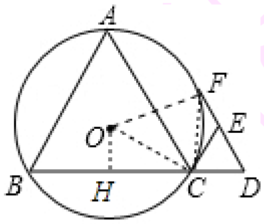


图2

14．解：(1) 连结 OD，如图 1，

∵∠A=30°，∠C=90°，AB=12，∴$BC=\frac{1}{2}AB=6$，

∵点 O 在边 AC 上，∴BC 为⊙O 的切线，

而⊙O 与直线 AB 相切于点 D，

∴BD=BC=6，OD⊥AB，∴AD=6，

在 Rt△AOD 中，$OD=\frac{\sqrt{3}}{3}AD=2\sqrt{3}$，

即⊙O 的半径为 $2\sqrt{3}$．

(2) 作 OH⊥CE 于 H，EF⊥AD 于 F，连结 OC、OD、OE，如图 2，

∵⊙O 与直线 AB 相切于点 D，∴OD⊥AB，

∵CD 平分∠ACB，∴∠DCE=45°，∴∠DOE=2∠DCE=90°，

而 OD=OE，∴四边形 ODFE 为正方形，

∴EF=OE=1，

在 Rt△AEF 中，AE=2EF=2，

∵OE∥AB，∴∠OEC=30°，

在 Rt△OEH 中，OH=$\frac{1}{2}$OE=$\frac{1}{2}$，∴EH=$\sqrt{3}$OH=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵OH⊥CE，∴CH=EH，∴CE=2EH=$\sqrt{3}$，∴AC=CE+AE=2+$\sqrt{3}$.

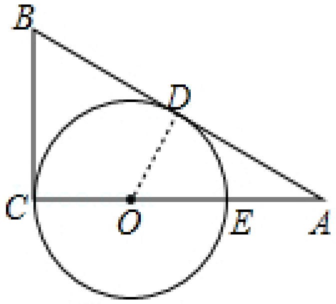


图1

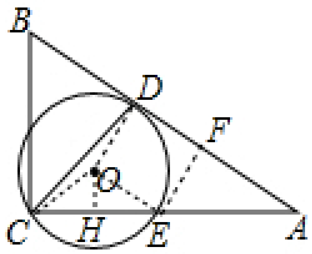


图2

15．解：(1) 连接 OA，

∵A 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，∴OA⊥BC，∴∠OAE+∠AEG=90°，

∵∠AEG=∠FED，∴∠OAE+∠FED=90°，

∵DE 为圆的切线，∴DE⊥BD，即∠FDE+∠ADB=90°，

∵OA=OD，∴∠OAE=∠ADB，∴∠FED=∠FDE，∴DF=EF；

(2) 连接 AB，

∵BD 为圆的直径，∴∠BAD=90°，∴∠ABE+∠AEB=90°，

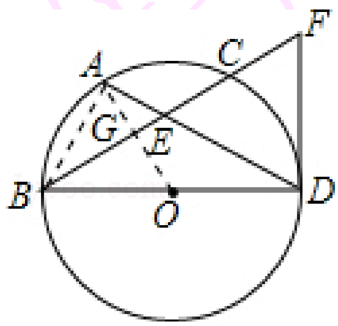
∵OA⊥BC，∴∠OAD+∠AEB=90°，∴∠ABE=∠OAD=∠ADO，

∵∠BAE=∠DAB，∴△ABE∽△ADB，

∴$\frac{AB}{AE}=\frac{AD}{AB}$，即 AB^2=AE•AD=2×(2+4)=12，

在 Rt△ABD 中，根据勾股定理得：$BD^2=AB^2+AD^2$=12+36=48，

则 BD=4$\sqrt{3}$.



16．（1）证明：∵AB 为⊙O 的直径，∴∠ADB=90°，

又∵OC⊥AD，CF⊥DB，

∴CO∥DF，∴∠OCF=90°，∴CF 为⊙O 的切线；

（2）解：连接 BC，

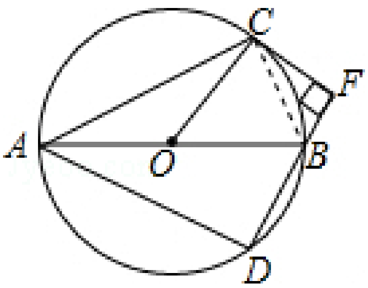
∵CF 为⊙O 的切线，∴$FC^2=FB\times FD$，

∵BF=1，DB=3，∴FC=2，∴$BC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

∵∠ACO+∠OCB=90°，∠OCB+∠BCF=90°，∴∠ACB=∠FCB，

又∵∠ACB=∠F，∴△BFC∽△BCA，∴$\frac{BC}{AB}=\frac{BF}{BC}$，∴$\frac{\sqrt{5}}{AB}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，

解得：AB=5．



17．解：（1）连接 OA、OB，

∵OA=OB，∴∠OAB=∠OBA，

∵ABCD 是正方形，∴∠DAB=∠ABC=90°，∴∠OAD=∠OBC，

在△OAD 和△OBC 中，

$\begin{cases}OA=OB\\ \angle OAD=\angle OBC\\ AD=BC\end{cases}$，∴△OAD≌△OBC（SAS），∴OD=OC．

（2）作 OH⊥AB 垂足为 H，延长 OH 交 DC 于点 G，

设半径为 r，则

∵AB=2，∴AH=HB=1，∴$OH^2+1^2=r^2$，

∵DM 切⊙O 于 M，∴∠OMD=90°，∴$r^2+DM^2=OD^2$，

在△ODG 中，

∵$OG^2+DG^2=OD^2$，∴$(OH+HG)^2+AH^2=OD^2$，∴$(OH+2)^2+1^2=OD^2$，

解得：OH=1，∴$r=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$．

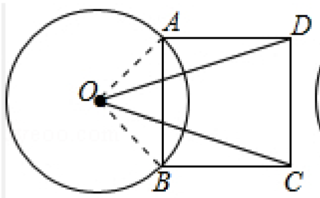


图1

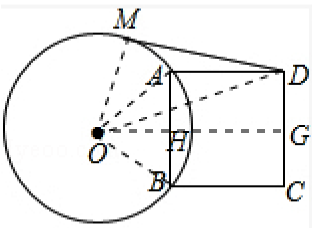


图2

18．（1）证明：连接 CD，∵BC 为⊙O 的直径，∴∠BDC=90°，

即 CD⊥AB，

∵△ABC 中，AC=BC，∴AD=BD．

（2）解：过点 M 作 MN⊥BC 于 N，连接 BE．

∵BC 为⊙O 的直径，∴∠CEB=∠CNM=90°，

∵∠BCE 为公共角，∴△CMN∽△CBE，∴$\frac{CM}{BC}=\frac{CN}{CE}=\frac{MN}{BE}$，

设圆的半径为 x，

则 BC=AC=2x，AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=2$\sqrt{2}$x，

∵$S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle BCM}$，∴MN=$\frac{1}{3}$AC，∴MN=$\frac{2}{3}$x，

∵△BMN∽△BAC，∴$\frac{BN}{BC}=\frac{MN}{AC}=\frac{1}{3}$，∴$\frac{CN}{BC}=\frac{2}{3}$，∴CN=$\frac{4}{3}$x，

在 Rt△CMN 中，CM=$\sqrt{CN^2+MN^2}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$x，

∴$\frac{CM}{BC}=\frac{CN}{CE}$，∴CE=$\frac{BC\cdot CN}{CM}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$x，

∵BD=$\frac{1}{2}$AB=$\sqrt{2}$x，∴$\frac{BD}{CE}=\frac{\sqrt{2}x}{\frac{4\sqrt{5}}{5}x}=\frac{\sqrt{10}}{4}$．

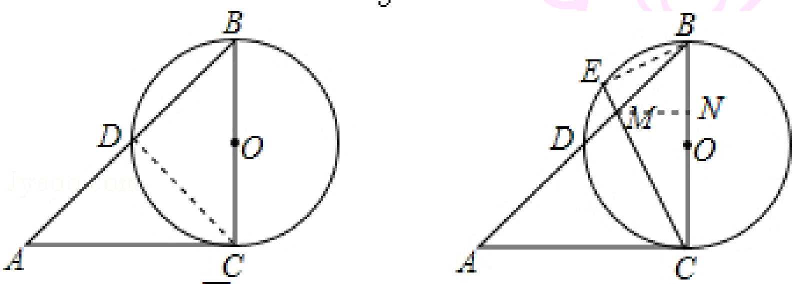


图1　图2

19．（1）证明：连接 AD，OD；

∵AB 为⊙O 的直径，∴∠ADB=90°，

即 AD⊥BC；

∵AB=AC，∴BD=DC．

∵OA=OB，∴OD∥AC．

∵DF⊥AC，∴DF⊥OD．∴∠ODF=∠DFA=90°，∴DF 为⊙O 的切线．

（2）解：连接 BE 交 OD 于 G；

∵AC=AB，AD⊥BC，ED=BD，∴∠EAD=∠BAD．

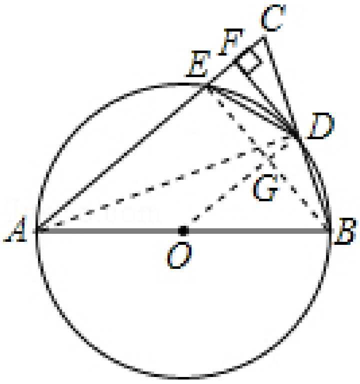
∴$\overset{\frown}{ED}=\overset{\frown}{BD}$．∴ED=BD，OE=OB．∴OD 垂直平分 EB．∴EG=BG．

又 AO=BO，∴OG=$\frac{1}{2}$AE．

在 Rt△DGB 和 Rt△OGB 中，$BD^2-DG^2=BO^2-OG^2$

$\therefore (\frac{\sqrt{5}}{2})^2 - (\frac{5}{4} - OG)^2 = BO^2 - OG^2$

解得：$OG=\frac{3}{4}$．$\therefore AE=2OG=\frac{3}{2}$．



20．(1) 证明：连接 OD，

∵AB=AC，∴∠B=∠C，

∵OB=OD，∴∠B=∠ODB，∴∠ODB=∠C，∴OD∥AC，

∵DF⊥AC，∴OD⊥DF，则 DF 为圆 O 的切线；

(2) 解：连接 OG，

∵AC 与圆 O 相切，∴OG⊥AC，

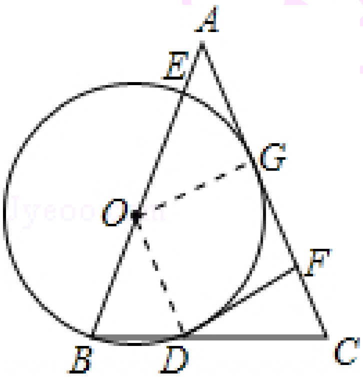
∴∠OGF=∠GFD=∠ODF=90°，且 OG=OD，

∴四边形 ODFG 为边长为 3 的正方形，

设 AB=AC=x，则有 AG=x - 3 - 1=x - 4，AO=x - 3，

在 Rt△AOG 中，利用勾股定理得：$AO^2=AG^2+OG^2$，即$(x-3)^2=(x-4)^2+3^2$，

解得：x=8，则 AC=8．



21．（1）解：连接 OD，

∵⊙O 切 BC 于 D，∴∠ODB=90°，

设圆 O 的半径长为 a，

∵△ABC 为等腰直角三角形，∠C=90°，AC=BC=2，

∴OD∥AC，AB=$\sqrt{2^2+2^2}$=2$\sqrt{2}$，∠B=∠CAB=45°

∴OB=2$\sqrt{2}$ - a，∠DOB=∠B=45°∴2a²=（2√2 - a）²

解得：a_1=4 - 2$\sqrt{2}$，a_2= - 2$\sqrt{2}$ - 4，

∵a＞0，∴a=4 - 2$\sqrt{2}$即⊙O 半径长为 4 - 2$\sqrt{2}$．

（2）解：连 EO，

∵四边形 OAED 为菱形，∴AE=AO，

∵AO=EO，∴△AEO 为等边三角形，∴∠AEO=60°

同理△EOD 是等边三角形，∴∠OED=∠ODE=60°，

∵∠ODC=90°，∴∠EDC=30°，

∵∠C=90°，∴ED=2EC，

∵ED=4 - 2$\sqrt{2}$，∴CE=2 - $\sqrt{2}$，∴CD=$\sqrt{3}$CE=2$\sqrt{3}$ - $\sqrt{6}$．

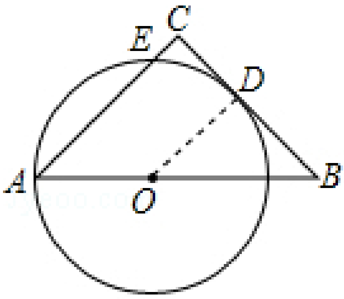


图1

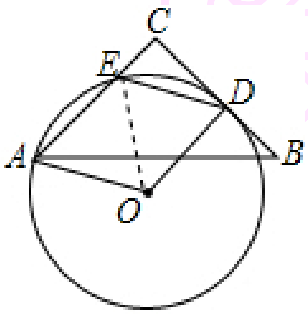


图2

22．（1）证明：连接 OA，OG，

∵A 为$\overset{\frown}{CD}$的中点，EG 切⊙O 于 G，∴OA⊥CD，OG⊥EG，

∴∠A+∠AKC=90°，∠AGO+∠EGK=90°，

∵OA=OC，∠AKC=∠EKG，∴∠A=∠AGO，∠A+∠EKG=90°，

∴∠EKG=∠EGK，∴KE=GE；

（2）解：连接 OA，OG，OC，设 OA 与 CD 交于点 F，

∵AC∥EG，∴∠CAK=∠EGK，

∵∠AKC=∠EKG，∠EKG=∠EGK，∴∠CAK=∠CKA，∴AC=KC，

∵$\frac{DK}{CK}=\frac{3}{5}$，

设 DK=3x，CK=5x，则 AC=5x，CD=DK+CK=8x，

∴CF=DF=4x，FK=DF - DK=x，

在 Rt△ACF 中，AF=$\sqrt{AC^2-CF^2}$=3x，

在 Rt△AKF 中，$AF^2+FK^2=AK^2$，

∴（3x）^{2}+x^2=（2$\sqrt{10}$）^{2}，

解得：x=2，

∴AF=3x=6，CF=4x=8，

设⊙O 的半径为 y，

则 OF=y﹣6，

在 Rt△OCF 中，$OC^2=OF^2+CF^2$，∴y^2=64+（y﹣6）^{2}，

解得：y=$\frac{25}{3}$，∴⊙O 的半径为：$\frac{25}{3}$．

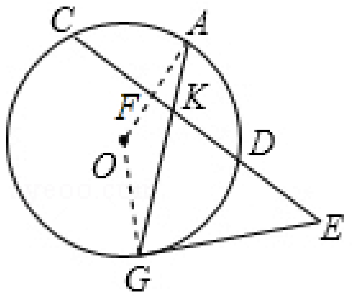


图1

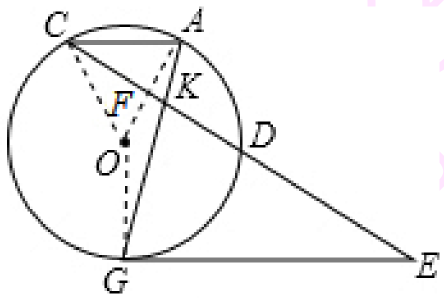


图2

23．（1）证明：连接 CE，

∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$，∴AC=CE，∠ABC=∠EBC，∵CM=AC，∴AC=CE=CM，

∴A、M、E 三点在以 C 为圆心，AC 为半径的圆上，∴∠AEM=$\frac{1}{2}$∠ACM，

∵AB 是直径，∴∠ACB=∠AEB=90°，

∴∠ACM=90°，∴∠AEM=45°，∴∠BEM=∠AEM=45°，

∴点 M 是∠ABE 与∠AEB 的角平分线的交点，∴M 为△ABE 的内心；

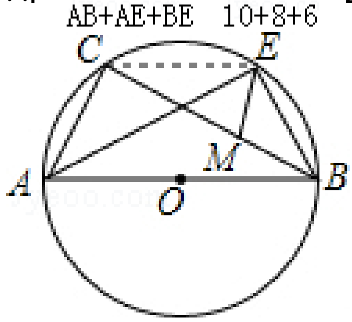
（2）解：∵AB 是直径，∴∠AEB=90°，

∵⊙O 的半径为 5，AE=8，∴AB=10，∴BE=$\sqrt{AB^2-AE^2}$=6，

∵M 为△ABE 的内心∴△ABE 的内切圆的半径为 r．

∵$S_{\triangle ABE}$=$\frac{1}{2}$AE•BE=$\frac{1}{2}$（AB+AE+BE）•r，

∴r=$\frac{AE\bullet BE}{AB+AE+BE}$=$\frac{6\times 8}{10+8+6}$=2，∴$S_{\triangle BEM}$=$\frac{1}{2}$BE•r=$\frac{1}{2}$×6×2=6．



24．(1) 证明：连结 MC、DC、BD，如图，

∵点 M 为△ABC 的内心，∴MC 平分∠ACB，∴∠ACM=∠BCM，

∵BC 为直径，∴∠BAC=90°，

∵AD 平分∠BAC，∴∠BAD=∠CAD=$\frac{1}{2}$∠BAC=45°，

∴∠DBC=∠BCD=45°，∴△BDC 为等腰直角三角形，∴BC=$\sqrt{2}$DC，

又∵∠DMC=∠MAC+∠ACM=45°+∠ACM，

而∠DCM=∠BCD+∠BCM，

∴∠DMC=∠DCM，∴DC=DM，∴BC=$\sqrt{2}$DM；

(2) 解：作 MF⊥BC 于 F，ME⊥AC 于 E，MH⊥AB 于 H，如图，

∵DM=$5\sqrt{2}$，∴BC=$\sqrt{2}$DM=10，

而 AB=8，∴AC=$\sqrt{BC^2-AB^2}$=6，

设△ABC 的内切圆半径为 r，

∵点 M 为△ABC 的内心，∴MH=ME=MF=r，

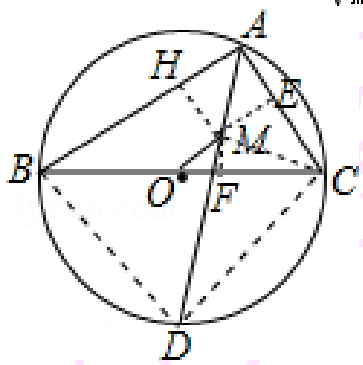
∴四边形 AHME 为正方形，∴AH=AE=r，则 CE=CF=6 - r，BH=BF=8 - r，

而 BF+FC=BC，∴8 - r+6 - r=10，解得 r=2，

∴MF=2，CF=6 - 2=4，

∵OC=5，∴OF=5 - 4=1，

在 Rt△OMF 中，OM=$\sqrt{MF^2+OF^2}$=$\sqrt{5}$．



25．(1) ①证明：如图 1，连接 AD．

∵点 D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，∴∠1=∠2．

∵∠2=$\frac{1}{2}$∠3，∴∠1+∠2=∠3，即∠CAB=∠3，∴AE∥OD．

又∵DE 是⊙O 的切线，OD 是半径，

∴DE⊥OD，∴DE⊥AC；

②解：∵AB 是直径，

∴∠ADB=90°．

由①知，DE⊥AC，∴∠E=90°．

∵DE=4，CE=2，

∴根据勾股定理求得 CD=$\sqrt{CE^2+ED^2}=2\sqrt{5}$．

∵点 D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，

∴BD=CD=$2\sqrt{5}$．

∵DE 是⊙O 的切线，

∴∠EDC=∠1．

∴利用①中的∠1=∠2 得到∠EDC=∠2，

∴∠EDC=∠2，

∴sin∠EDC=sin∠2，即$\frac{CE}{CD}=\frac{BD}{AB}$，

∴$\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{AB}$，则 AB=10，

故⊙O 的半径为 5；

（2）解：如图 2，连接 AN、BN，AI．

∵I 是△ABD 的内心，

∴∠1=∠4，∠5=∠6．

∴$\overset{\frown}{AN}=\overset{\frown}{BN}$，

∴AN=BN，∠1=∠2．

∴∠2=∠4．

∵AB 是直径，且 AB=10，

∴∠ANB=90°，

∴AN=BN=$5\sqrt{2}$．

∵∠3=∠4+∠5=∠2+∠6，即∠AIN=∠IAN，

∴IN=AN=$5\sqrt{2}$．

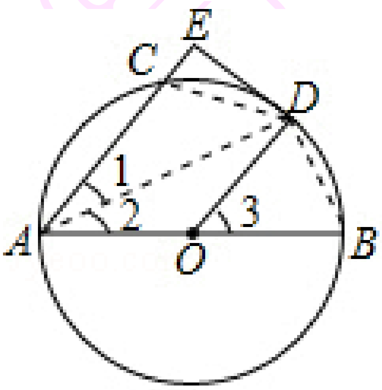


图1

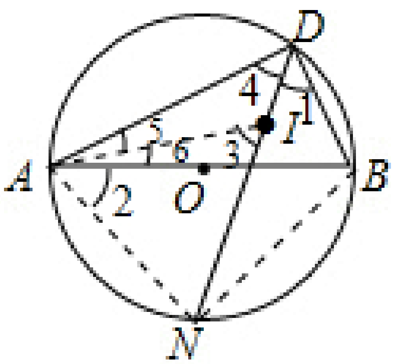


图2

26.（1）证明：在 CD 上截取 CE=BC，如图 1，

∵CD 平分∠ACB，∠ACB=120°，∴∠ACD=∠BCD=60°，

∴△BCE 为等边三角形，∠ABD=∠ACD=60°，

∴BE=BC=CE，∠1+∠ABE=60°，∠ABE+∠2=60°，∴∠1=∠2，

在△ACB 和△DEB 中

$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ \angle 1=\angle 2\\ BC=BE\end{cases}$，∴△ACB≌△DEB，∴AC=DE，∴CD=CE+DE=BC+AC；

（2）解：①作弦 CD 平分∠ACB，设△ABC 的内心为 P 点，作 PQ⊥AB 于 Q，PH⊥BC 于 H，PF⊥AC 于 F，如图，

则 PF=PQ=PH=r，

∵CD 平分∠ACB，∠ACB=120°，∴∠ACD=∠BCD=60°，

∴∠CPF=∠CPH=30°，

∴$CF=\frac{\sqrt{3}}{3}PF=\frac{\sqrt{3}}{3}r$，$CH=\frac{\sqrt{3}}{3}PH=\frac{\sqrt{3}}{3}r$，

∴$AF=AQ=AC-CF=AC-\frac{\sqrt{3}}{3}r$，$BH=BQ=BC-CH=BC-\frac{\sqrt{3}}{3}r$，

而 AB=AQ+BQ，

∴$AC-\frac{\sqrt{3}}{3}r+BC-\frac{\sqrt{3}}{3}r=6$，∴$AC+BC=6+\frac{2\sqrt{3}}{3}r$；

②∵AC+BC=CD，∴$CD=6+\frac{2\sqrt{3}}{3}r$，∴当 CD 为直径时，r 最大，

如图 3，当 CD 为直径，

∴CD⊥AB，垂足为 M，∴$AM=BM=\frac{1}{2}AB=3$，AC=BC，

∵∠ACD=60°，∴∠CAM=30°，∴$CD=\frac{\sqrt{3}}{3}AM=\sqrt{3}$，∴$AC=2CD=2\sqrt{3}$，

∴$2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6+\frac{2\sqrt{3}}{3}r$，∴$r=6-3\sqrt{3}$，即 r 的最大值为 $6-3\sqrt{3}$．

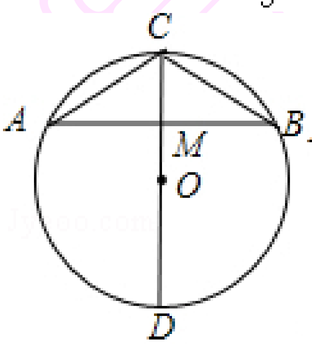


图3

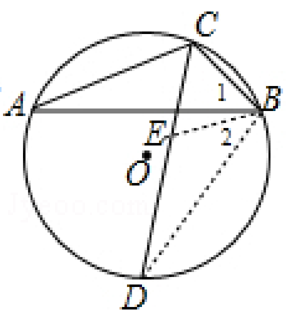


图1

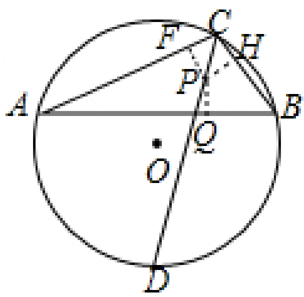


图2

27．解：（1）如图 1，设∠OCP=x，

∵OC=OQ，QP=QO，∴∠OCP=∠Q=x，∠POQ=∠OPQ，

由三角形的外角性质，∠OPQ=∠COP+∠AOC=x+30°，

在△OPQ 中，x+（x+30°）+（x+30°）=180°，

解得 x=40°，即∠OCP=40°；

（2）如图 2，设∠Q=x，

∵OC=OQ，∴∠OCQ=x，

∵QP=QO，∴∠QOP=∠QPO=$\frac{1}{2}$（180° - x），

由三角形的外角性质，∠OCQ=∠AOC+∠QPO，

∴30°+$\frac{1}{2}$（180° - x）=x，

解得 x=80°，∴∠OCP=180° - ∠OCQ=180° - 80°=100°；

（3）如图 3，设∠QPO=x，

∵QP=QO，∴∠QPO=∠QOP=x，

∵OC=OQ，∴∠OQC=∠OCP=∠QPO+∠QOP=x+x=2x，

由三角形的外角性质，∠AOC=∠QPO+∠OCP=x+2x=30°，

解得 x=10°，∴∠OCP=2×10°=20°．

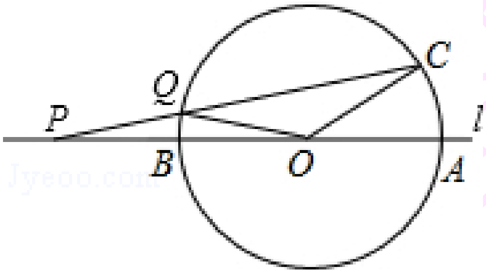


图3

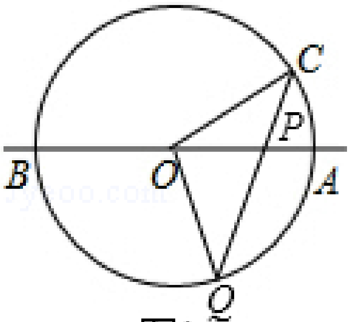


图1

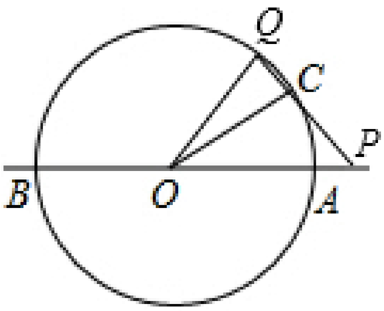


图2

28．证明：(1)如图 1，连接 AD，BD，

∵C 是劣弧 AB 的中点，∴∠CDA=∠CDB，∴△ADB 为等腰三角形，

∵CD⊥AB，∴AE=BE；

(2)如图 2，延长 DB、AP 相交于点 F，再连接 AD，

∵ADBP 是圆内接四边形，∴∠PBF=∠PAD，

∵C 是劣弧 AB 的中点，∴∠CDA=∠CDF，

∵CD⊥PA，∴△AFD 为等腰三角形，∴∠F=∠A，AE=EF，∴∠PBF=∠F，

∴PB=PF，∴AE=PE+PB

(3)AE=PE - PB．

连接 AD，BD，AB，DB、AP 相交于点 F，

∵弧 AC=弧 BC，∴∠ADC=∠BDC，

∵CD⊥AP，∴∠DEA=∠DEF，∠ADE=∠FDE，

∵DE=DE，∴△DAE≌△DFE，

∴AD=DF，AE=EF，∴∠DAF=∠DFA，

∴∠DFA=∠PFB，∠PBD=∠DAP，

∴∠PFB=∠PBF，

∴PF=PB，

∴AE=PE - PB；

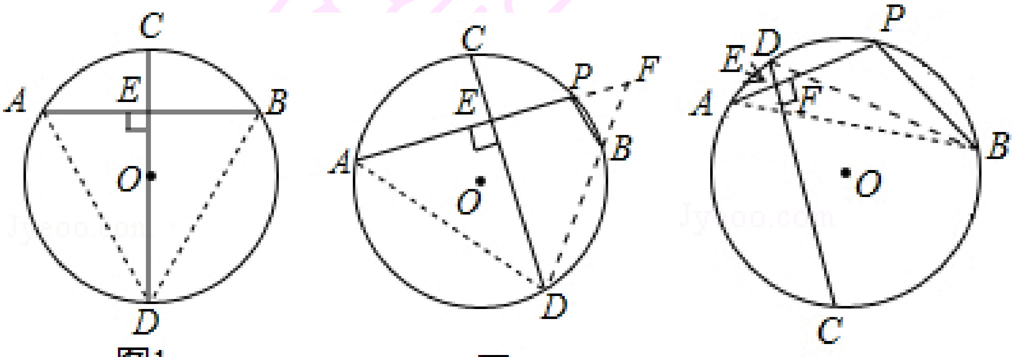


图1　图2　图3

29．(1)解：由于 OA=OB=$\sqrt{3}$，且 OD⊥AB，根据垂径定理知圆心 D 必在 y 轴上；

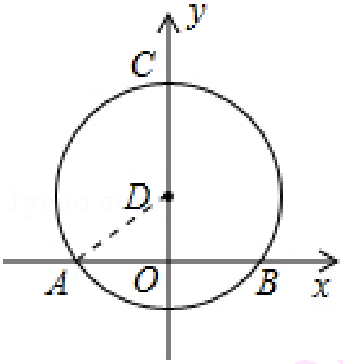
连接 AD，设⊙D 的半径为 R，则 AD=R，OD=3 - R；

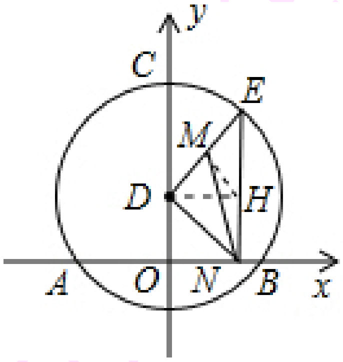
Rt△ADO 中，根据垂径定理得：

$AD^2=AO^2+OD^2$，即 $R^2=3+(3-R)^2$，解得 R=2；

即⊙D 的半径为 2；

（2）证明：过 D 作 $DH\perp EN$ 于 H，连接 MH；
易知四边形 DHNO 是矩形，则 $HN=OD=1$；
Rt△DHE 中，MH 是斜边 DE 的中线，
$\therefore DM=ME=MH=\frac{1}{2}DE=1$；
∴△MEH、△MHN 是等腰三角形，即$\angle MEH=\angle MHE=2\angle MNE$；
$\because \angle DMN=\angle E+\angle MNE$，故$\angle DMN=3\angle MNE$；
（3）解：$\because \angle DMN=45°$，$\therefore \angle MNE=15°$，$\angle E=30°$；
Rt△DHE 中，$DE=2$，$\angle E=30°$；$\therefore DH=1$，$EH=\sqrt{3}$；
$\therefore EN=EH+HN=\sqrt{3}+1$；
故 E（1，$\sqrt{3}+1$），
根据轴对称性可知，点 E 在第二象限的对称点（﹣1，$\sqrt{3}+1$）也可以．
故点 E 的坐标为：（1，$\sqrt{3}+1$）或（﹣1，$\sqrt{3}+1$）．





30．解：（1）作 $AH\perp x$ 轴于 H，如图 2，
∵点 A 的坐标为（2，$\sqrt{3}$），$\therefore OH=2$，$AH=\sqrt{3}$，
∵△OCD 沿 CD 翻折，使点 O 落到直线 AC 上的点 B 处，且点 B 与点 A 重合，
$\therefore OC=AC$，
设 $OC=x$，则 $CH=2-x$，$AC=x$，在 Rt△ACH，
$\because AC^2=CH^2+AH^2$，$\therefore x^2=(2-x)^2+(\sqrt{3})^2$，解得 $x=\frac{7}{4}$，
即 OC 的长为$\frac{7}{4}$；
（2）（Ⅰ）作 $AH\perp x$ 轴于 H，如图 3，
当 $l=1$ 时，$CB=CO=1$，$CH=OH-OC=1$，
在 Rt△ACH 中，$AH=\sqrt{3}$，$CH=1$，$\therefore AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=2$，
$\therefore \angle CAH=30°$，$\angle ACH=60°$，$AB=AC-BC=1$，$\therefore \angle DOH=120°$，
∵△OCD 沿 CD 翻折，使点 O 落到直线 AC 上的点 B 处，
$\therefore \angle DCO=\angle DCB=60°$，$\angle DBC=\angle DOC=90°$，

∴DB 垂直平分 AC，

∴△DAC 为等边三角形，

∴∠DAC=60°，

∴∠DAH=90°，

∴四边形 AHOD 为矩形，

∴四边形 ACOD 的面积=$S_{矩形AHOC}-S_{\triangle ACH}=2\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$；

（Ⅱ）⊙A 直线 CD 相切．理由如下：

当 $l=3r$，且 $2\le l\le4$ 时，即 $\frac{2}{3}\le r\le\frac{4}{3}$，如图 4，作 AE⊥DC 于 E，作 AH⊥x 轴于 H，

∵△OCD 沿 CD 翻折，使点 O 落到直线 AC 上的点 B 处，

∴∠DBC=∠DOC=90°，CB=CO=3r，

∴⊙A 与 DB 相切，

∴AB=r，

∴AC=2r，

在 Rt△AHC 中，CH=3r﹣2，AH=$\sqrt{3}$，

∵$AC^2=CH^2+AH^2$，

∴$(2r)^2=(3r-2)^2+(\sqrt{3})^2$，解得 $r_1=1$，$r_2=\frac{7}{5}$，

∴r=1，

∴AC=2，CH=1，

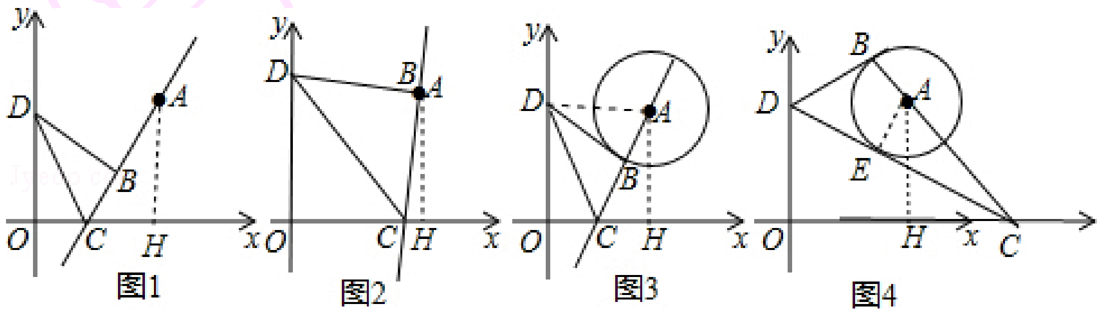
∴∠ACH=60°，

∴∠DCO=∠DCB=30°，

在 Rt△ACE 中，∠ACE=30°，AC=2，

∴AE=1，

∴CD 与⊙A 相切．



31．解：(1) 在 $y=\frac{4}{3}x+4$ 中，令 x=0，得 y=4，得 BO=4，令 y=0，得 x=﹣3，得 AO=3，

$\therefore AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=5$（2 分）

设点 O 到直线 AB 的距离为 h，

$\because S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AO\cdot BO=\frac{1}{2}AB\cdot h\therefore h=\frac{AO\cdot BO}{AB}=2.4$；（4 分）

（2）如图，设⊙C 与直线 l 相切于点 D，连 CD，则 CD⊥AB，（5 分）

$\because AO\perp BO$，$\therefore \angle BDC=\angle BOA=90°$

$\because \angle ABO=\angle CBD\therefore \triangle ABO\backsim\triangle CBD\therefore \frac{BC}{AB}=\frac{CD}{AO}$

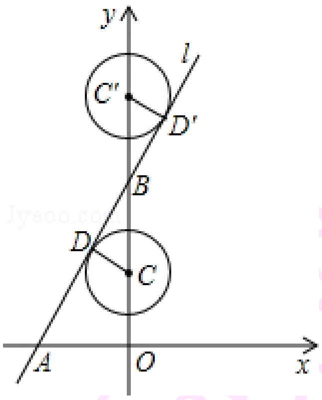
由（1）得 AO=3，BO=4，AB=5

$\therefore \frac{BC}{5}=\frac{1}{3}\therefore BC=\frac{5}{3}\therefore OC=4-\frac{5}{3}=\frac{7}{3}\therefore t=CO=\frac{7}{3}$（秒）（8 分）

根据对称性得 $BC'=BC=\frac{5}{3}$

$\therefore OC'=4+\frac{5}{3}=\frac{17}{3}\therefore t=OC'=\frac{17}{3}$（秒）（9 分）

∴当⊙C 与直线 l 相切时，$t=\frac{7}{3}$秒或$\frac{17}{3}$秒．（10 分）



32．解：（1）设 P、Q 两块绿地周围的硬化路面的宽都为 x 米，

根据题意，得：$(60-3x)\times(40-2x)=60\times40\times\frac{1}{4}$，

解得，$x_1=10$，$x_2=30$，

经检验，$x_2=30$ 不符合题意，舍去．

所以，两块绿地周围的硬化路面宽都为 10 米．

（2）设想成立．

设圆的半径为 r 米，O_1 到 AB 的距离为 y 米，

根据题意，得：$\begin{cases}2y=40\\2y+2r=60\end{cases}$，

解得：y=20，r=10，符合实际．

所以，设想成立，则圆的半径是 10 米．

33．解：(1) 如图②由题意知

解法一：依对称性得，$\angle AO_2B=\angle AO_1B=120°$，

$\therefore l=2\times[\frac{1}{3}\times(2\pi\times2)]=\frac{8\pi}{3}$，

解法二：$\because O_1A=O_1B=O_2A=O_2B$，∴四边形 AO_1BO_2 是菱形，

$\therefore\angle AO_2B=\angle AO_1B=120°$，$\therefore l=2\times\overset{\frown}{AO_2B}$的长$=2\times\frac{120\times\pi\times2}{180}=\frac{8\pi}{3}$；

(2) 由 (1) 知菱形 AO_1BO_2 中 $\angle AO_2B=\angle AO_1B$，且度数都是 x，

$\therefore y=2\times\frac{x\cdot\pi\times2}{180}$，得 $y=\frac{\pi}{45}x$（$0\le x\le180$）；

(3) 若 $y=2\pi$，则线段 O_2A 所在直线与圆 O_1 相切，

因为 $y=2\pi$，由 (2) 知 $\frac{\pi}{45}x=2\pi$，

解得 $x=90$，

$\therefore\angle AO_1B=90°$，知菱形 AO_1BO_2 是正方形，$\therefore\angle O_1AO_2=90°$，即 $O_2A\perp O_1A$，

而 O_1A 是圆 O_1 的半径，且点 A 为 O_1A 的外端，

∴线段 O_2A 所在的直线与圆 O_1 相切．

还有线段 O_2A 所在的直线与圆 O_1 相交，此时 $0\le x<90$ 和 $90<x\le180$，

如：扇形 O_1AB 的面积：$S=\frac{2n}{360}\pi\times2^2=\frac{\pi}{45}n$（$0\le n\le90$）；

$\triangle O_1AB$ 的面积：$S=4\sin n°\cos n°$（$0\le n\le90$）；

半重叠部分图形的面积：$S=\frac{\pi}{45}n-4\sin n°\cos n°$（$0\le n\le90$）．

34．(1) 证明：连接 CO_2、CD，

$\because$AC 是⊙O_2 的切线，AP 是圆 O_1 的直径，

$\therefore\angle ABP=\angle AC\odot O_2=90°$，$\therefore PB\parallel O_2C$．$\therefore\angle BPC=\angle PCO_2$，

$\because O_2C=O_2P$，$\therefore\angle O_2PC=\angle O_2CP$，$\therefore\angle O_2PC=BPC$，即 PC 平分∠BPD．

(2) 证明：∵PC 平分∠BPD，∠PBC=∠PCD，

$\therefore\triangle PBC\sim\triangle PCD$．$\therefore\frac{PB}{PC}=\frac{PC}{PD}$．$\therefore PC^2=PB\cdot PD$．

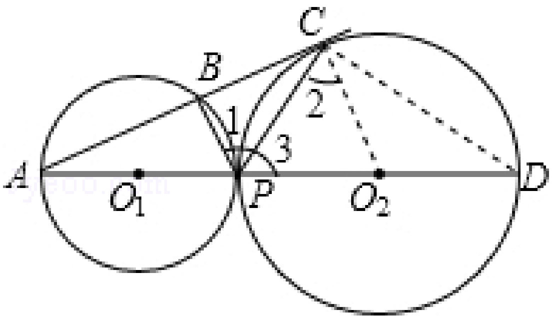
(3) 解：当⊙O_1 与⊙O_2 的半径分别为 2cm、3cm 时，$\sin\angle BAP=\frac{3}{7}$

当⊙O_l 与⊙O_2 的半径分别为 4cm、6cm 时，$\sin\angle BAP=\frac{3}{7}$．

当⊙O_l 与⊙O_2 的半径之比为定值时，sin∠BAP 的值唯一确定，

显然$\frac{R}{r}$的值唯一确定 sin∠BAP 的值．

$\sin\angle BAP=\frac{CO_2}{AO_2}=\frac{R}{2r+R}$．



35．（1）证明：连接 O_1A，（1 分）

∵O_1C 是⊙O_2 的直径，∴∠O_1AC=90°，（2 分）∴O_1A⊥AE．

又∵点 A 在⊙O_1 上，∴AE 是⊙O_1 的切线．（3 分）

（2）证明：在⊙O_2 中，∠O_1BA 与∠O_1CA 都是$\overset{\frown}{O_1A}$上的圆周角，

∴∠O_1BA=∠O_1CA．（4 分）

在⊙O_1 中，由弦切角定理，得∠DAE=∠O_1BA，（5 分）

∴∠O_1CA=∠DAE．（6 分）∴AD∥O_1C．（7 分）

（3）解：∵$\frac{r}{R}=\frac{1}{2}$，R=2r，

在 Rt△AO_1C 中，$O_1A^2=O_1M\cdot O_1C$，$r^2=O_1M\cdot 2R=O_1M\cdot 4r$，

即 $O_1M=\frac{1}{4}r$．（8 分）

∵在 Rt△BAD 中，O_1M∥AD，∴$\frac{O_1M}{AD}=\frac{BO_1}{BD}$．

即$\frac{\frac{1}{4}r}{AD}=\frac{r}{2r}$，$AD=\frac{1}{2}r$．①

∵在△EO_1C 中，AD∥O_1C，∴$\frac{ED}{EO_1}=\frac{AD}{O_1C}$，$\frac{1}{1+r}=\frac{AD}{4r}$

即 $AD=\frac{4r}{1+r}$；②（9 分）

由①和②得$\frac{1}{2}r=\frac{4r}{1+r}$，解之，得 r=7．（10 分）

（3）解法二：∵∠DBA=∠O_1CA，∠DAB=∠O_1AC=90°，

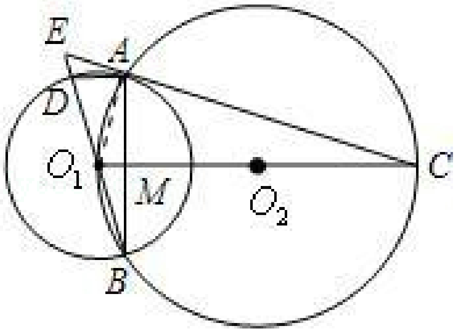
∴△DBA∽△O_1CA．

又∵$\frac{r}{R}=\frac{1}{2}$，∴$\frac{DA}{O_1A}=\frac{BD}{O_1C}=\frac{2r}{2R}=\frac{1}{2}$．（8 分）

设 DA=x，∴$O_1D=O_1A=2x$，$O_1C=8x$．

∵DA∥O_1C，ED=1，$EO_1=1+2x$，∴$\frac{ED}{EO_1}=\frac{DA}{O_1C}$，$\frac{1}{1+2x}=\frac{x}{8x}$，（9 分）

解之，得 $x=\frac{7}{2}$．∴r=2x=7．（10 分）



36 解：（1）当 $0\le t\le 5.5$ 时点 A 在点 B 的左侧，此时函数表达式为 $d=11-2t$，当 $t>5.5$ 时点 A 在点 B 的右侧，圆心距等于点 A 走的路程减去 11，此时函数表达式为 $d=2t-11$；

（2）分四种情况考虑：两圆相切可分为如下四种情况：

①当两圆第一次外切，由题意，

可得 $11-2t=1+1+t$，$t=3$；

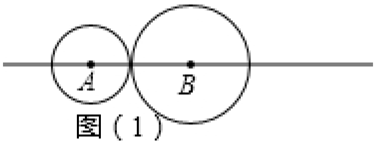
②当两圆第一次内切，由题意，

可得 $11-2t=1+t-1$，$t=\frac{11}{3}$；

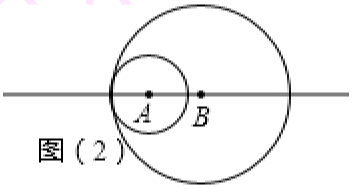
③当两圆第二次内切，由题意，可得 $2t-11=1+t-1$，$t=11$；

④当两圆第二次外切，由题意，可得 $2t-11=1+t+1$，$t=13$．

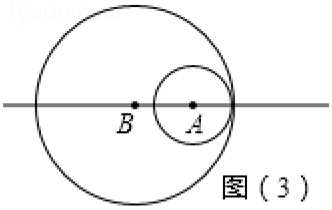
所以，点 A 出发后 3 秒、$\frac{11}{3}$秒、11 秒、13 秒时两圆相切．



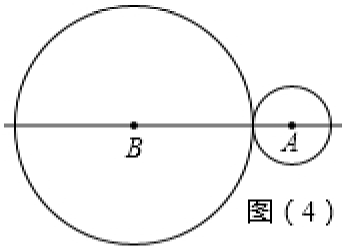
图（1）



图（2）



图（3）



图（4）

37．解：（1）在图 1 中，由已知 A 为切点，得 $O_1A_1\perp P_1A_1$．

$\therefore\triangle O_1A_1P_1$ 是直角三角形．

同理可得$\triangle O_2B_1P_1$ 是直角三角形．

$\therefore P_1A_1=\sqrt{8}$，$P_1B_1=\sqrt{3}$．

$\therefore P_1A_1:P_1B_1=\sqrt{8}:\sqrt{3}=2\sqrt{2}:\sqrt{3}$．

（2）在图 2 中，连接 O_1A_2，O_2B_2，P_2O_1，P_2O_3．

在 Rt△$O_2O_3P_2$ 中，$P_2O_2=4$，$P_2B_2=\sqrt{15}$．

同理可解，得 $P_2O_1=\sqrt{41}$，$P_2A_2=\sqrt{40}$．

∴P_2A_2：$P_2B_2=\sqrt{40}:\sqrt{15}=\sqrt{8}:\sqrt{3}=2\sqrt{2}:\sqrt{3}$．

（3）提出的命题是开放性的，只要正确都可以．

如：1．设在⊙O_3 上任取一点 P，过点 P 分别作⊙O_1、⊙O_2 的切线 PA、PB（A、B 为切点）.

则有 PA：PB=$2\sqrt{2}:\sqrt{3}$或 PA：PB 是一个常数；

2．在平面上任取一点 P，过点 P 分别作⊙O_1、⊙O_2 的切线 PA、PB（A、B 为切点），

若 PA：PB=$\sqrt{8}:\sqrt{3}$，则点 P 在⊙O_3 上．

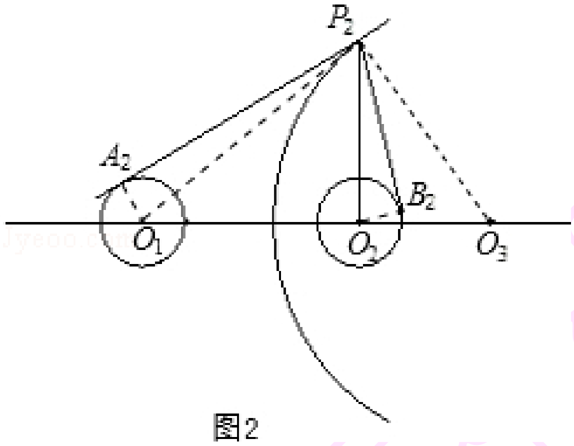


图2

38（1）证明：∵AP=2PB=PB+BO=PO，

∴AO=2PO．∴$\frac{AO}{PO}=\frac{PO}{BO}=2$．（2 分）

∵PO=CO，（1 分）∴$\frac{AO}{CO}=\frac{CO}{BO}$．

∵∠COA=∠BOC，∴△CAO∽△BCO．（1 分）

（2）解：设 OP=x，则 OB=x - 1，OA=x+m，

∵OP 是 OA，OB 的比例中项，∴$x^2=(x-1)(x+m)$．（1 分）∴$x=\frac{m}{m-1}$．

即 OP=$\frac{m}{m-1}$．（1 分）∴OB=$\frac{1}{m-1}$．（1 分）

∵OP 是 OA，OB 的比例中项，即$\frac{OA}{OP}=\frac{OP}{OB}$，

∵OP=OC，∴$\frac{OA}{OC}=\frac{OC}{OB}$．（1 分）

设⊙O 与线段 AB 的延长线相交于点 Q，当点 C 与点 P，点 Q 不重合时，

∵∠AOC=∠COB，∴△CAO∽△BCO．（1 分）∴$\frac{AC}{BC}=\frac{OC}{OB}$．（1 分）

∴$\frac{AC}{BC}=\frac{OC}{OB}=\frac{OP}{OB}=m$．

当点 C 与点 P 或点 Q 重合时，可得$\frac{AC}{BC}$=π，

∴当点 C 在圆 O 上运动时，AC：BC=m．(1 分)

（3）解：由（2）得，AC＞BC，且 AC－BC=（m－1）BC（m＞1），AC+BC=（m+1）BC，

⊙B 和⊙C 的圆心距 d=BC，

显然 BC＜（m+1）BC，∴⊙B 和⊙C 的位置关系只可能相交、内切或内含．

当⊙B 与⊙C 相交时，(m－1）BC＜BC＜（m+1）BC，得 0＜m＜2，

∵m＞1，

∴1＜m＜2；(1 分)

当⊙B 与⊙C 内切时，(m－1）BC=BC，得 m=2；(1 分)

当⊙B 与⊙C 内含时，BC＜（m－1）BC，得 m＞2．(1 分)

39．

解：(1）∵在 Rt△ABC 中，∠CAB=30°，BC=5，∴AC=2BC=10；

∵AE∥BC，∴△APE∽△CPB，

∴PA：PC=AE：BC=3：1，∴PA：AC=3：4，PA=$\frac{3\times10}{4}=\frac{15}{2}$．

（2）BE 与⊙A 相切；

∵在 Rt△ABE 中，AB=$5\sqrt{3}$，AE=15，∴tan∠ABE=$\frac{AE}{AB}=\frac{15}{5\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，

∴∠ABE=60°；

又∵∠PAB=30°，∴∠ABE+∠PAB=90°，

∴∠APB=90°，∴BE⊥AP∴BE 与⊙A 相切；

（3）因为 AD=5，AB=$5\sqrt{3}$，所以 r 的变化范围为 5＜r＜$5\sqrt{3}$；

当⊙A 与⊙C 外切时，R+r=10，所以 R 的变化范围为 10－$5\sqrt{3}$＜R＜5；

当⊙A 与⊙C 内切时，R－r=10，所以 R 的变化范围为 15＜R＜10+$5\sqrt{3}$．

40．解：(1）如图所示，设点 O_2 运动到点 E 处时，⊙O_2 与腰 CD 相切．

过点 E 作 EF⊥DC，垂足为 F，则 EF=4cm．

方法一：作 EG∥BC，交 DC 于 G，作 GH⊥BC，垂足为 H．

由直角三角形 GEF 中，∠EGF+∠GEF=90°，

又∠EGF+∠CGH=90°，

∴∠GEF=∠CGH=30°，

设 FG=xcm，则 EG=2xcm，又 EF=4cm，

根据勾股定理得：$x^2+4^2=(2x)^2$，解得 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

则 $HB=GE=\frac{8\sqrt{3}}{3}$cm，又在直角三角形 CHG 中，∠C=60°，

∴$CH=(9-\frac{8\sqrt{3}}{3})$ cm，

则 $EB=GH=CH\tan60°=(9-\frac{8\sqrt{3}}{3})\times\sqrt{3}$cm．

所以，$t=(9-\frac{8\sqrt{3}}{3})$ 秒．

方法二：延长 EA、FD 交于点 P．通过相似三角形，也可求出 EB 长．

方法三：连接 ED、EC，根据面积关系，列出含有 t 的方程，直接求 t．

（2）由于 $0s<t\le3s$，所以，点 O_1 在边 AD 上．

如图连接 O_1O_2，则 $O_1O_2=6$cm．

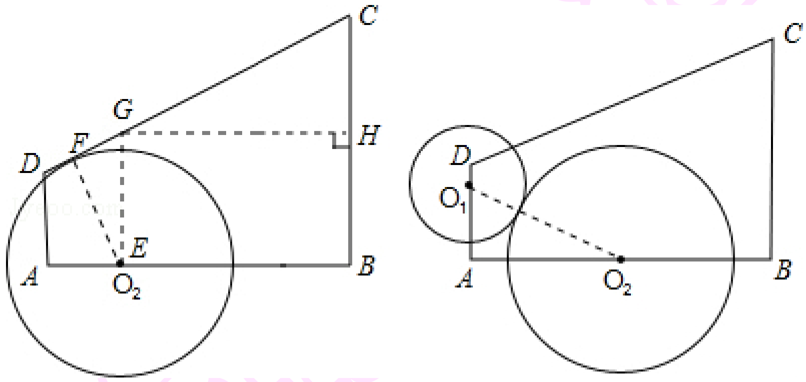
由勾股定理得，

$t^2+(6\sqrt{3}-\sqrt{3}t)^2=6^2$，

即 $t^2-9t+18=0$．

解得：$t_1=3$，$t_2=6$（不合题意，舍去）．

所以，经过 3 秒，⊙O_1 与⊙O_2 外切．



41．解：（1）连接 AB，

∵四边形 ABMO 是圆内接四边形∴∠BAO=180°－∠BMO=60°

∵$OB=4\sqrt{3}$∴OA=4，即 A 点坐标为（O，4）

设直线 AB 的解析式是 $y=kx+b$

把（0，4）和（$4\sqrt{3}$，0），代入，得：

$4\sqrt{3}k+4=0$，$k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$∴直线 AB 解析式为 $-\frac{\sqrt{3}x}{3}+4$；

（2）点 P 有两种情况：

第一种情况：作 CH⊥OB，垂足为 H，交弧 OMB 于 P_1，$P_1H=2$，

点 P_1 坐标为（$2\sqrt{3}$，－2），

第二种情况：作直径 OP_2，过点 P_2 作 ⊙C 的切线 P_2N_2，连接 P_2B，

点 P_2 的坐标为（$4\sqrt{3}$，4），

∴点 P 的坐标为（$2\sqrt{3}$，﹣2）或（$4\sqrt{3}$，4）；

（3）①这样的圆有 8 个，它们与⊙C 的位置关系是相交，内切；

②不存在；

过点 C 作 ⊙C 直径 D_1D_2，使 D_1D_2⊥AB，

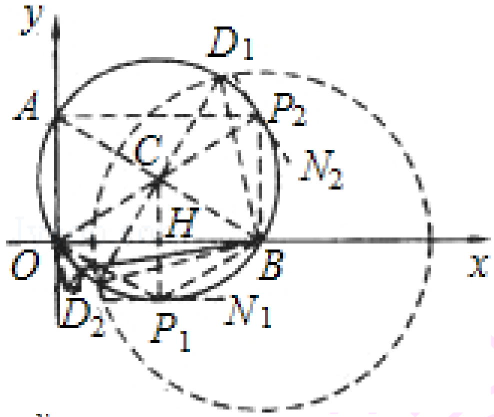
以点 B 为圆心，BD 为半径作圆，

则 ⊙B 上的劣弧 D_1D_2 的度数为 90°，

连接 BD_1、BD_2，则△BD_1D_2 是等腰直角三角形，

$BD_1=4\sqrt{2}$，

不是正整数，∴不存在．



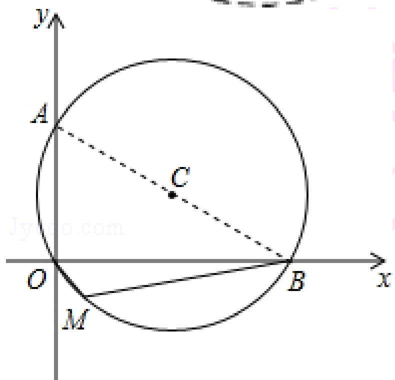


图1

42．解：（1）设两圆交于 A，B 两点，连接 O_1A，O_2A，O_1B，O_2B．

则 $S_{阴}=S_{菱形}+4S_{弓}$．

∵$S_{菱形}=2S_{\triangle AO_1O_2}$，△$O_1O_2A$ 为正三角形，其边长为 r．

∴$S_{\triangle AO_1O_2}=\frac{\sqrt{3}r^2}{4}$，$S_{弓}=\frac{60\pi r^2}{360}-\frac{\sqrt{3}r^2}{4}=\frac{\pi r^2}{6}-\frac{\sqrt{3}r^2}{4}$．

∴$S_{阴}=2\times\frac{\sqrt{3}r^2}{4}+4\left(\frac{\pi r^2}{6}-\frac{\sqrt{3}r^2}{4}\right)=\frac{2}{3}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$．

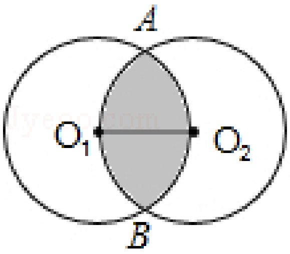


图1

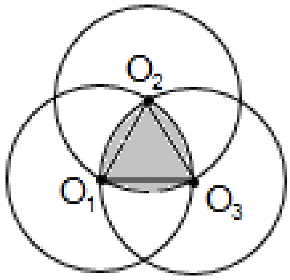


图2

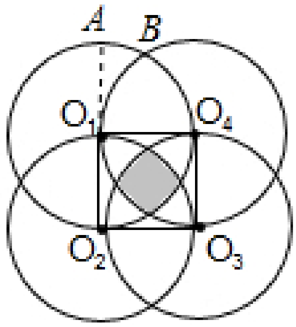


图3

（2）图 2 阴影部分的面积为：

$S_{阴}=S_{\triangle O_1O_2O_3}+3S_{弓}$

∵△$O_1O_2O_3$ 为正三角形，边长为 r，

∴$S_{\triangle O_1O_2O_3}=\frac{\sqrt{3}r^2}{4}$．∴$S_{弓}=\frac{60\pi r^2}{360}-\frac{\sqrt{3}r^2}{4}$．

$S_{阴}=\frac{\sqrt{3}r^2}{4}+3\left(\frac{60\pi r^2}{360}-\frac{\sqrt{3}r^2}{4}\right)=\frac{\pi r^2}{2}-\frac{\sqrt{3}r^2}{2}$．

（3）延长 O_2O_1 与⊙O_1 交于点 A，⊙O_1 与⊙O_4 交于点 B．

由（1）知，$S_{O_1BO_4}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}r^2}{2}\right)$．

∵$S_{O_1AB}=S_{扇形AO_1O_4}-S_{O_1BO_4}=\frac{90\pi r^2}{360}-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}r^2}{2}\right)=\frac{\pi r^2}{4}-\frac{1}{3}\pi r^2+\frac{\sqrt{3}r^2}{4}$，

则 $S_{正方形O_1O_2O_3O_4}-4S_{O_1AB}=r^2-4\left(\frac{\pi r^2}{4}-\frac{1}{3}\pi r^2+\frac{\sqrt{3}r^2}{4}\right)=\left(\frac{1}{3}\pi+1-\sqrt{3}\right)r^2$．

43．（1）证明：连接 AB；

∵四边形 ABEC 是⊙O_1 的内接四边形，∴∠BAD=∠E．

又∵四边形 ADFB 是⊙O_2 的内接四边形，

∴∠BAD+∠F=180°．∴∠E+∠F=180°．∴CE∥DF．

（2）解：MN 与⊙O_1 相切，

过 E 作⊙O_1 的直径 EH，连接 AH 和 AB；

∵MN∥DF，∴∠MEA=∠D．

又∵∠D=∠ABE，∠ABE=∠AHE，∴∠MEA=∠AHE．

∵EH 为⊙O_1 的直径，∴∠EAH=90°．∴∠AHE+∠AEH=90°．

∴∠MEA+∠AEH=90°．

又∵EH 为⊙O_1的直径，∴MN 为⊙O_1的切线．

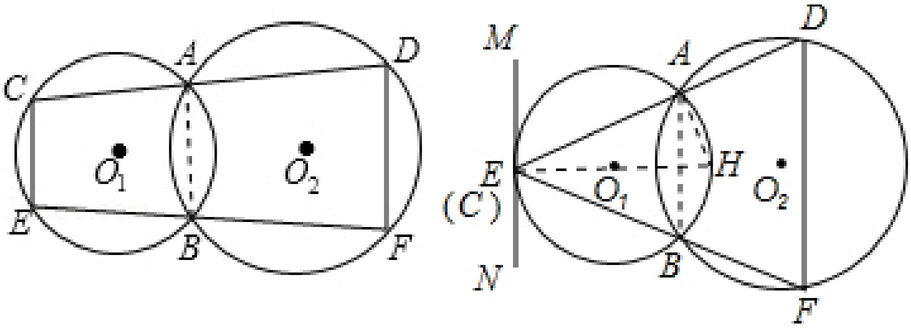


图1　　图2

44．解：∵⊙A 分别与两个半圆相切于点 E、F，点 A、B、C 分别是三个圆的圆心，∴AE=AF=4 米，BE=CF=2 米，AB=AC=6 米．

则在△AEF 和△ABC 中，∠EAF=∠BAC，$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，∴△AEF∽△ABC．

故$\frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AB}$，则 EF=$BC\cdot\frac{AE}{AB}=8\times\frac{2}{3}=\frac{16}{3}$（米）．

45．解：(Ⅰ)∵在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6，BC=8，

∴AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=10．

如图 1，设⊙O_1与 Rt△ABC 的边 AB，BC，CA 分别切于点 D，E，F．

连接 O_1D，O_1E，O_1F，AO_1，BO_1，CO_1．

于是 $O_1D\perp AB$，$O_1E\perp BC$，$O_1F\perp AC$．

$S_{\triangle AO_1C}=\frac{1}{2}AC\cdot O_1F=\frac{1}{2}AC\cdot r_1=3r_1$，$S_{\triangle BO_1C}=\frac{1}{2}BC\cdot O_1E=\frac{1}{2}BC\cdot r_1=4r_1$，

$S_{\triangle AO_1B}=\frac{1}{2}AB\cdot O_1D=\frac{1}{2}AB\cdot r_1=5r_1$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=24$．

又∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AO_1C}+S_{\triangle BO_1C}+S_{\triangle AO_1B}$，

∴$24=3r_1+4r_1+5r_1$，∴$r_1=2$．

（Ⅱ）如图 2，连接 AO_1，BO_2，CO_1，CO_2，O_1O_2，则

$S_{\triangle AO_1C}=\frac{1}{2}AC\cdot r_2=3r_2$，$S_{\triangle BO_2C}=\frac{1}{2}BC\cdot r_2=4r_2$．

∵等圆⊙O_1，⊙O_2外切，∴$O_1O_2=2r_2$，且 $O_1O_2\parallel AB$．

过点 C 作 CM⊥AB 于点 M，交 O_1O_2于点 N，则

$CM=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{24}{5}$，$CN=CM-r_2=\frac{24}{5}-r_2$．

∴$S_{\triangle CO_1O_2}=\frac{1}{2}O_1O_2\cdot CN=\left(\frac{24}{5}-r_2\right)r_2$，

∴$S_{梯形AO_1O_2B}=\frac{1}{2}(2r_2+10)r_2=(r_2+5)r_2$．

∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AO_1C}+S_{\triangle BO_2C}+S_{\triangle CO_1O_2}+S_{梯形AO_1O_2B}$，

$\therefore 3r_2+4r_2+(\frac{24}{5}-r_2)\cdot r_2+(r_2+5)r_2=24$，

解得 $r_2=\frac{10}{7}$．

（Ⅲ）如图 3，连接 AO_1，BO_n，CO_1，CO_n，O_1O_n，则

$S_{\triangle AO_1C}=\frac{1}{2}AC\cdot r_n=3r_n$，$S_{\triangle BO_nC}=\frac{1}{2}BC\cdot r_n=4r_n$．

∵等圆⊙O_1，⊙O_2，…，⊙O_n依次外切，且均与 AB 边相切，

∴O_1，O_2，…，O_n均在直线 O_1O_n上，且 O_1O_n∥AB，

$\therefore O_1O_n=(n-2)2r_n+2r_n=2(n-1)r_n$．

过点 C 作 CH⊥AB 于点 H，交 O_1O_n于点 K，

则 $CH=\frac{24}{5}$，$CK=\frac{24}{5}-r_n$．

$S_{\triangle CO_1O_n}=\frac{1}{2}O_1O_n\cdot CK=(n-1)(\frac{24}{5}-r_n)r_n$，

$S_{梯形AO_1O_nB}=\frac{1}{2}[2(n-1)r_n+10]r_n=[(n-1)r_n+5]r_n$．

$\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AO_1C}+S_{\triangle BO_nC}+S_{\triangle CO_1O_n}+S_{梯形AO_1O_nB}$，

$\therefore 24=3r_n+4r_n+(n-1)(\frac{24}{5}-r_n)r_n+[(n-1)r_n+5]r_n$．

解得 $r_n=\frac{10}{2n+3}$．

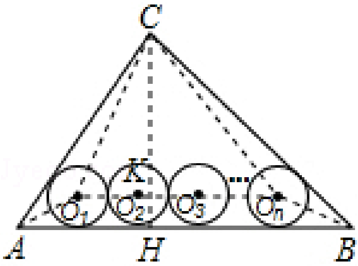


图3

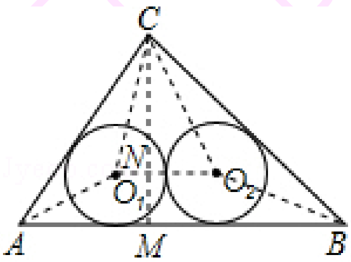


图2

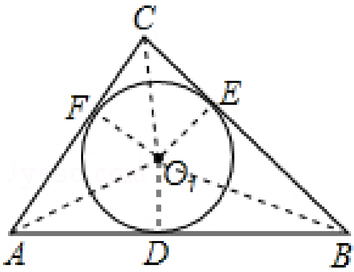


图1

46（1）证明：如图，连接 O_2B，O_1A，则 AO_1⊥AB，O_2B⊥AB，所以 AO_1∥O_2B，

过点 P 作两圆的公切线 PF，交于 AB 于点 F，作 O_1E⊥AP，O_2D⊥BP．

根据垂径定理，得点 E，点 D 分别是 AP，BP 的中点．

根据弦切角定理知，$\angle ABP=\angle FPB=\frac{1}{2}\angle BO_2P$，$\angle BAP=\angle FPA=\frac{1}{2}\angle AO_1P$．

$\because AO_1\parallel O_2B$，$\therefore \angle AO_1P+\angle BO_2P=180°$，

$\therefore \angle FPB+\angle FPA=\angle APB=90°$，即 AP⊥BP；

（2）证明：∵△APB 是直角三角形．

$\therefore \angle ABP=\angle BO_2D=\angle APO_1$．

设$\angle ABP=\angle BO_2D=\angle APO_1=\beta$，则有 $\sin\beta=\frac{BP}{2R}$，$\cos\beta=\frac{AP}{2r}$．

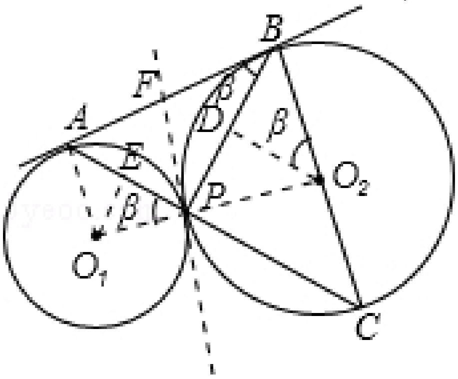
$\therefore \tan\beta=\frac{r}{R}\cdot\frac{BP}{AP}=\frac{r}{R}\cdot\frac{1}{\tan\beta}$，

$\therefore(\tan\beta)^2=\frac{AP^2}{BP^2}=\frac{r}{R}$，

$\therefore\frac{AP^2}{BP^2}=\frac{r}{R}$．

（3）解：$\because\angle ABP=\angle C$，

$\therefore\tan\angle C=\tan\beta=\tan\angle ABP=\sqrt{\frac{r}{R}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．



47．解：（1）O_2在⊙O_1上，

证明：$\because$⊙O_2过点O_1，$\therefore O_1O_2=r$，

又$\because$⊙O_1的半径也是r，$\therefore$点O_2在⊙O_1上；

（2）△NAB 是等边三角形，

证明：$\because MN\perp AB$，$\therefore\angle NMB=\angle NMA=90$ 度，

$\therefore$BN 是⊙O_2的直径，AN 是⊙O_1的直径，

即 $BN=AN=2r$，O_2在 BN 上，O_1在 AN 上．

连接O_1O_2，则O_1O_2是△ABN 的中位线．$\therefore AB=2O_1O_2=2r$，

$\therefore AB=BN=AN$，则△NAB 是等边三角形．

（3）仍然成立．

证明：由（2）得，△NAB 是等边三角形，

$\therefore$在⊙O_1中$\widehat{MN}$所对的圆周角为 60 度，在⊙O_2中$\widehat{MN}$所对的圆周角为 60 度，

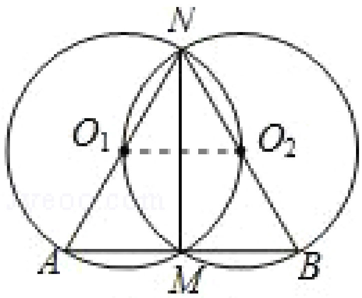
$\therefore$当点 A，B 在点 M 的两侧时，

在⊙O_1中$\widehat{MN}$所对的圆周角$\angle MAN=60°$，

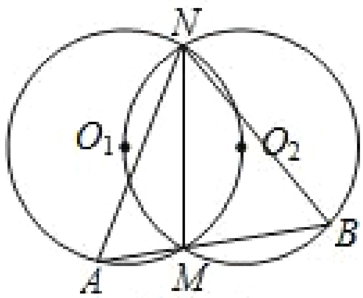
在⊙O_2中$\widehat{MN}$所对的圆周角$\angle MBN=60°$，

$\therefore$△NAB 是等边三角形．

（2），（3）是中学生猜想为等腰三角形证明正确给一半分．



图（1）



图（2）

48．（1）证明：∵$CD\perp AB$，（1 分）

∴$\angle ABC=90°$．（2 分）∴AC 是⊙O_1的直径．（3 分）

（2）①证明：∵$CD\perp AB$，∴$\angle ABD=90°$．

∴AD 是⊙O_2的直径．（4 分）

∵AC=AD，

∵$CD\perp AB$，∴CB=BD．（5 分）

∵O_1、O_2分别是 AC、AD 的中点，∴$O_1O_2\parallel CD$ 且 $O_1O_2=\frac{1}{2}CD=CB$．（6 分）

∴四边形 O_1CBO_2是平行四边形．（7 分）

②解：AE＞AB，（8 分）

当点 E 在劣弧$\overset{\frown}{MC}$上（不与点 C 重合）时，

∵AC=AD，∴$\angle ACD=\angle ADC$．

∴$\angle AEB=\angle ACD=\angle ADC=\angle AFB$．∴AE=AF．（9 分）

记 AF 交 BD 为 G，

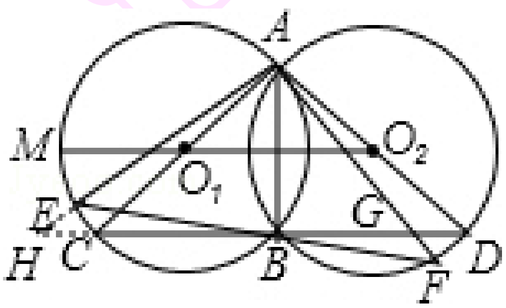
∵$AB\perp CD$，∴AF＞AG＞AB．（10 分）

当点 E 与点 C 重合时，AE=AC＞AB，

当点 E 在劣弧$\overset{\frown}{CB}$上（不与点 B 重合）时，设 AE 交 CD 与 H，

AE＞AH＞AB．（11 分）

综上，AE＞AB．（12 分）



49．(1) 证明：在△ACG 和△DBG 中，

∵∠CAG=∠BDG，∠AGC=∠DGB，∴△ACG∽△DBG．

(2) 证明：连接 AD，则 AC=AD．

在△ACG 和△ABC 中，

∵AC=AD，∴∠ACG=∠ABC．

又∵∠CAG=∠BAC，∴△ACG∽△ABC．∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AG}{AC}$，即 $AC^2=AG\bullet AB$．

(3) 解：连接 CE，则∠ACE=90°．

∵⊙O 与⊙A 相交于 C，D 两点，

∴圆心 O，A 在弦 CD 的垂直平分线上，即 AO 垂直平分弦 CD．

∴CF=DF，CF⊥AE 且$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$．

∵⊙A，⊙O 的直径分别为 $6\sqrt{5}$，15，∴AC=$3\sqrt{5}$，AE=15．

在 Rt△CFA 和 Rt△ECA 中，

∵∠ACF=∠ADC=∠AEC，∴Rt△CFA∽Rt△ECA．

∴$\frac{AC}{AE}=\frac{AF}{AC}$，即 $AF=\frac{AC^2}{AE}=\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}=3$．

在 Rt△AFC 中，由勾股定理，得 $AC^2=AF^2+CF^2$，

即 $(3\sqrt{5})^2=3^2+CF^2$．解得 CF=6（舍去负值）．

∵CG：CD=1：4，且 CD=2CF=12，∴CG：DG=1：3，

∴$CG=FG=12\times\frac{1}{4}=3$，$DG=12\times\frac{3}{4}=9$．

在 Rt△AFG 中，由勾股定理，得 $AG^2=AF^2+FG^2=3^2+3^2=18$，

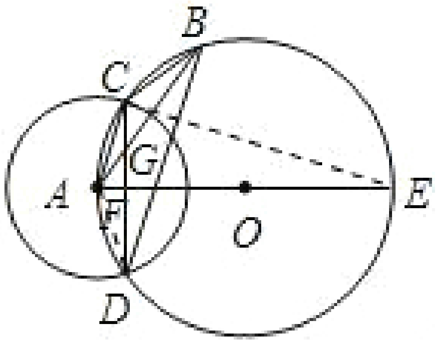
∴$AG=3\sqrt{2}$（舍去负值）．

由 (2)，有 $AC^2=AG\bullet AB$，即 $(3\sqrt{5})^2=3\sqrt{2}\bullet AB$．

解得 $AB=\frac{15\sqrt{2}}{2}$．

由 (1)，有△ACG∽△DBG，得$\frac{AC}{DB}=\frac{AG}{DG}$．

∴$BD=\frac{AC\bullet DG}{AG}=\frac{3\sqrt{5}\times 9}{3\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{10}}{2}$．



50．（1）证明：连接 BD

∵AB 是⊙O 直径，∴∠ADB=90°．

∴∠ADC+∠BDC=90°．

∵MN⊥AB，∴∠AEP+∠BAC=90°．

∵∠BAC=∠BDC，∴∠ADC=∠AEP．

∵∠DPF=∠EPC，∴△PDF∽△PEC．∴$\frac{PC}{PF}=\frac{PE}{PD}$

即 PC•PD=PE•PF．

（2）解：结论仍然成立．

证明：连接 BD．

∵AB 是⊙O 直径，∴∠ADB=90°．∴∠ABD+∠BAD=90°．

∵∠ACD=∠PCE，∠ABD=∠ACD，∴∠PCE+∠BAD=90°．

∵MN⊥AB，∴∠PFA+∠BAD=90°．∴∠PCE=∠PFA．

∵∠EPC=∠FPD，∴△PCE∽△PFD．∴$\frac{PC}{PF}=\frac{PE}{PD}$，∴PC•PD=PE•PF．

（3）解：结论仍然成立．

证明：连接 AC．

∵AB 是⊙O 直径，∴∠ACB=90°，∴∠A+∠ABC=90°．

∵∠ABC=∠EBP，∴∠A+∠EBP=90°．

∵MN⊥AB，∴∠PEB+∠EBP=90°．∴∠A=∠PEB．

∵∠A=∠D，∴∠D=∠PEB．

∵∠DPF=∠EPC，∴△DPF∽△EPC．∴$\frac{PC}{PF}=\frac{PE}{PD}$．∴PC•PD=PE•PF．

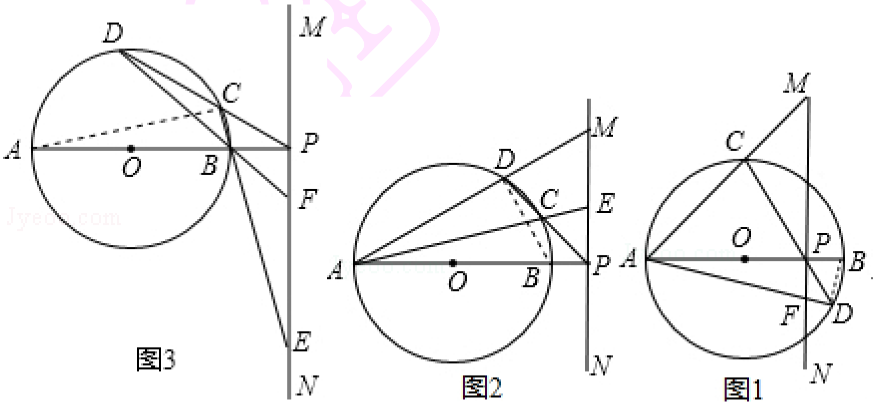


图3 图2 图1