

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

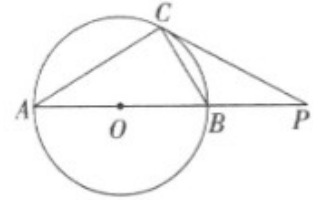
一、选择题 (本大题共 11 小题, 共 33.0 分。在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 在数轴上, 点 A 所表示的实数为 5, 点 B 所表示的实数为 a , $\odot A$ 的半径为 3, 要使点 B 在 $\odot A$ 内时, 实数 a 的取值范围是 ()

A. $a > 2$ B. $a > 8$ C. $2 < a < 8$ D. $a < 2$ 或 $a > 8$

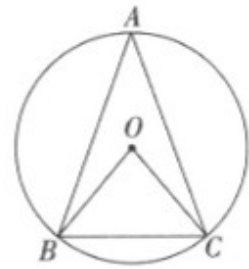
2. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle ACB = 90^\circ$, 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 P , $\angle P = 28^\circ$, 则 $\angle CAB$ 的度数为 ()

A. 62°
B. 31°
C. 28°
D. 56°



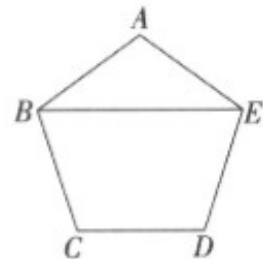
3. 如图, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle ABC = 70^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

A. 100°
B. 90°
C. 80°
D. 70°

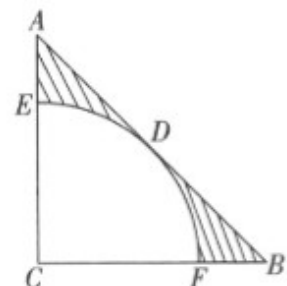


4. 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 中, 连接 BE , 则 $\angle ABE$ 的度数为 ()

A. 30°
B. 36°
C. 54°
D. 72°



5. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = \sqrt{2}$, 以点 C 为圆心画弧与斜边 AB 相切于点 D , 交 AC 于点 E , 交 BC 于点 F , 则图中阴影部分的面积是 ()



A. $1 - \frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi - 1}{4}$

C. $2 - \frac{\pi}{4}$

D. $1 + \frac{\pi}{4}$

6. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $AB = BC$,

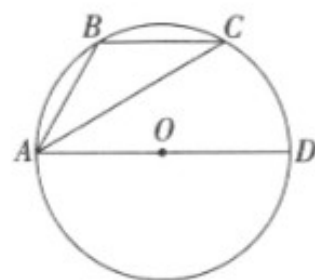
$\angle BAC = 30^\circ$, AD 是直径, $AD = 8$, 则 AC 的长为 ()

A. 4

B. $4\sqrt{3}$

C. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

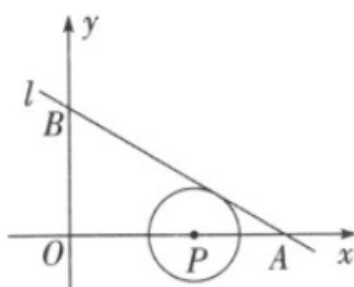
D. $2\sqrt{3}$



7. 我们将在平面直角坐标系中圆心坐标和半径均为整数的圆称为“整圆”. 如图, 直线

$l: y = kx + 4\sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , $\angle OAB = 30^\circ$, 点 P 在 x 轴上, $\odot P$ 与 l 相切.

当点 P 在线段 OA 上运动时, 使得 $\odot P$ 成为整圆的点 P 的个数是 ()



A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

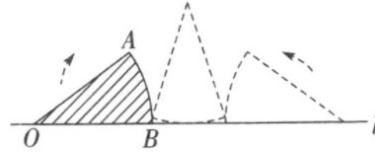
8. 如图, 在扇形纸片 OAB 中, $OA = 10$, $\angle AOB = 36^\circ$, OB 在直线 l 上, 将此扇形沿 l 按顺时

针方向旋转, 旋转过程中无滑动. 当 OA 落在 l 上时, 停止旋转, 则点 O 所经过的路线长为

()

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

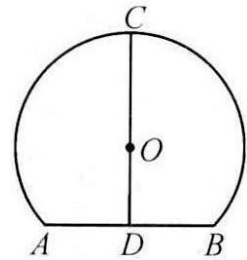


- A. 12π B. 11π C. 10π D. $10\pi + 5\sqrt{5} - 5$

9. 如图, 石拱桥的桥顶到水面的距离 CD 为 $8m$, 桥拱半径 OC 为 $5m$, 则

水面宽 AB 为 ()

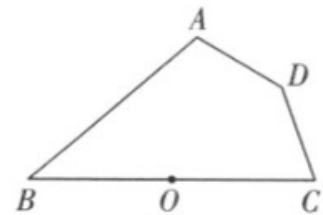
- A. $4m$
B. $5m$
C. $6m$
D. $8m$



10. 如图, O 为线段 BC 的中点, 点 A 、 C 、 D 到点 O 的距离相等.

若 $\angle ABC = 40^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是 ()

- A. 130°
B. 140°
C. 150°
D. 160°

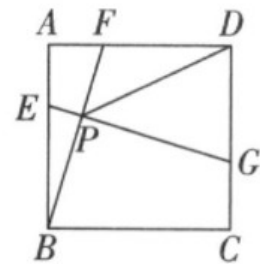


11. 如图, 在边长为6的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 分别在边 AB 、

AD 、 CD 上, EG 与 BF 交于点 P , $AE = 2$, $BF = EG$, $DG > AE$,

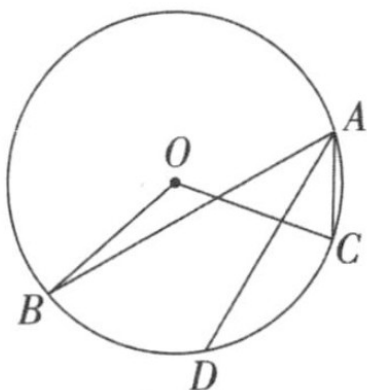
则 DP 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{5} + 3$
B. $2\sqrt{13}$
C. $2\sqrt{13} - 2$
D. $2\sqrt{13} - \frac{6}{5}$

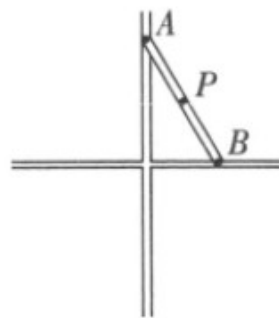


二、填空题 (本大题共 15 小题, 共 45.0 分)

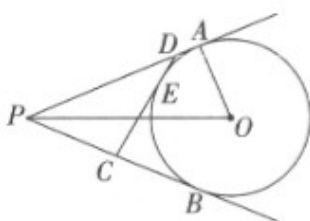
12. 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 若 $\angle BOC = 120^\circ$, 则 $\angle CAD$ 的度数为 _____.



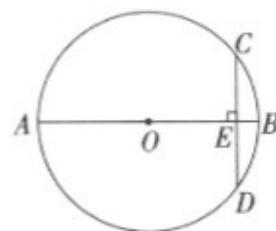
13. 著名画家达·芬奇不仅画艺超群, 同时还是一位数学家、发明家. 他曾经设计过一种如图所示的圆规, 有两个互相垂直的滑槽, 滑槽的宽度忽略不计, 一根没有弹性的木棒两端 A 、 B 能在滑槽内自由滑动, 将笔插入位于木棒中点 P 处的小孔中, 随着木棒的滑动就可以画出一个圆. 若 $AB = 20\text{ cm}$, 则画出的圆的半径为 _____ cm .



14. 如图, PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, CD 切 $\odot O$ 于点 E . 若 $PO = 13$, $AO = 5$, 则 $\triangle PCD$ 的周长为 _____.



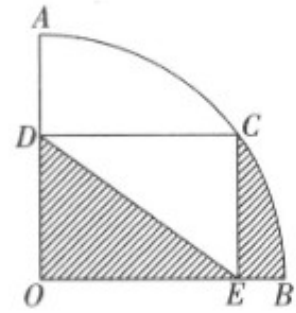
15. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E . 已知 $CD = 6$, $EB = 1$, 则 $\odot O$ 的半径为 _____.



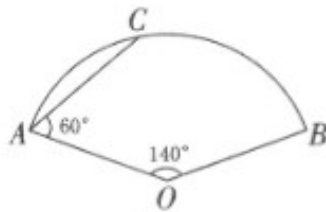
试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

16. 如图, 在半径为10的扇形 OAB 中, $\angle AOB=90^\circ$, C 为 \widehat{AB} 上一点, $CD \perp OA$, $CE \perp OB$, 垂足分别为 D 、 E . 若 $\angle CDE$ 为 36° , 则图中阴影部分的面积为_____.

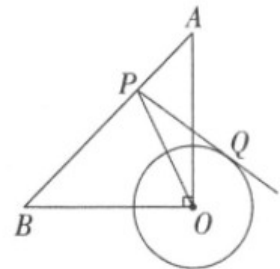


17. 如图, 在扇形 OAB 中, AC 为弦, $\angle AOB=140^\circ$, $\angle CAO=60^\circ$, $OA=6$, 则 \widehat{BC} 的长为_____.

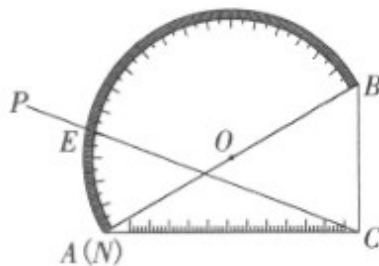


18. 一个圆锥的底面半径是 4 cm , 其侧面展开图的圆心角是 120° , 则圆锥的母线长为_____ cm .

19. 如图, 在 $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB=4\sqrt{2}$, $\odot O$ 的半径为2, P 是边 AB 上的动点, 过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线 PQ , Q 为切点, 则线段 PQ 长的最小值为_____.

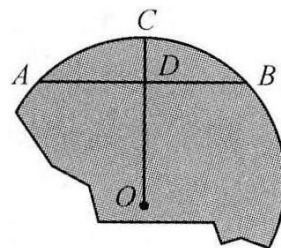


20. 如图, 量角器的直径与直角三角尺 ABC 的斜边 AB 重合, 其中量角器 0° 刻度线的端点 N 与点 A 重合, 射线 CP 从 CA 处出发按顺时针方向以每秒 2° 的速度旋转, CP 与量角器的半圆弧交于点 E , 第35秒时, 点 E 在量角器上对应的度数是_____ $^\circ$.

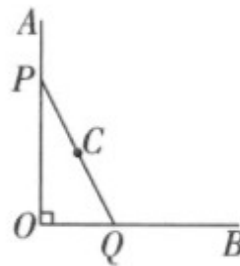


21. 已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c , 满足 $a+b^2+c-6\sqrt{a-1}+28=4\sqrt{a-1}+10b$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为_____.

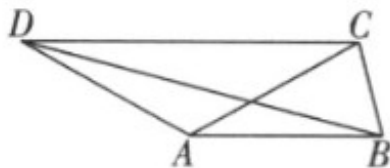
22. 如图, 破残的轮子上弓形的弦 AB 为 4 cm , 高 CD 为 1 cm , 则这个轮子的直径大小为_____ cm .



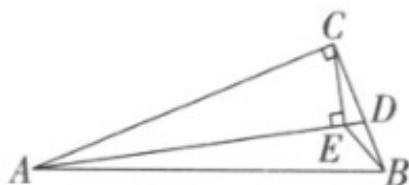
23. 如图, $OA \perp OB$, P, Q 分别是射线 OA, OB 上的两个动点, C 是线段 PQ 的中点, 且 $PQ=4$, 则在线段 PQ 滑动的过程中, 点 C 运动形成的路径长为_____.



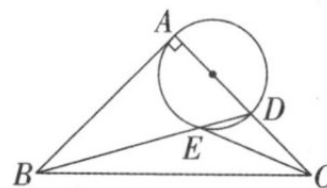
24. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $BC=1$, $AB=AC=AD=2$, 则 BD 的长为_____.



25. 如图, 在 $Rt \triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=5$, $AC=12$, D 是边 BC 上的一个动点, 连接 AD , 作 $CE \perp AD$ 于点 E , 连接 BE , 则 BE 长的最小值为_____.



26. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB=AC=2$, D 是边 AC 上的一个动点, 连接 BD , 以 AD 为直径的圆交 BD 于点 E , 则线段 CE 长的最小值为_____.



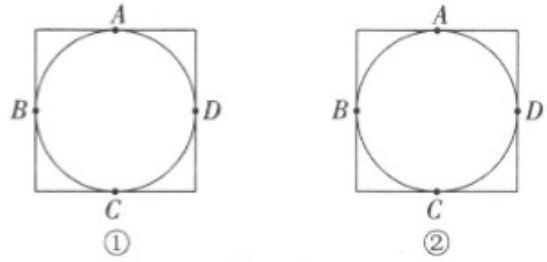
试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

三、解答题（本大题共 13 小题，共 104.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

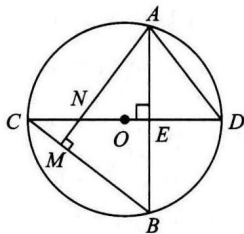
27. 本小题8.0分

如图，有一个圆与正方形的四边都相切，切点分别为 A 、 B 、 C 、 D 。试用无刻度的直尺分别在图①②中画出 22.5° 、 135° 的圆周角并标注度数。



28. 本小题8.0分

如图，在 $\odot O$ 中，直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ， $AM \perp BC$ 于点 M ，交 CD 于点 N ，连接 AD 。

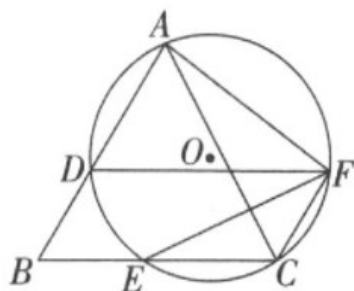


(1)求证： $AD=AN$ 。

(2)若 $AB=4\sqrt{2}$ ， $ON=1$ ，求 $\odot O$ 的半径。

29. 本小题8.0分

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， D 是 AB 上一点， $\odot O$ 经过点 A 、 C 、 D ，交 BC 于点 E ，过点 D 作 $DF \parallel BC$ ，交 $\odot O$ 于点 F ，连接 CF 。

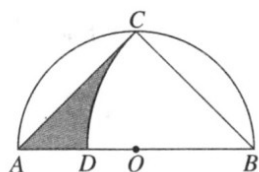


(1)求证：四边形 $DBCF$ 是平行四边形；

(2)连接 AF 、 EF ，求证： $AF=EF$ ．

30. 本小题8.0分

如图，点 C 在以 AB 为直径的半圆 $\odot O$ 上， $AC=BC$ ．以 B 为圆心，以 BC 的长为半径画圆弧交 AB 于点 D ．

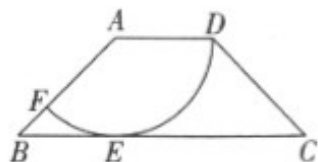


(1)求 $\angle ABC$ 的度数；

(2)若 $AB=2$ ，求阴影部分的面积．

31. 本小题8.0分

如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=2$ ， $AB=2\sqrt{2}$ ．以点 A 为圆心、 AD 长为半径的圆与 BC 相切于点 E ，交 AB 于点 F ．



(1)求 $\angle B$ 的度数及 \widehat{DE} 的长度；

(2)在 BE 的延长线上取一点 G ，使得 \widehat{DE} 上的一个动点 P 到点 G 的最短距离为 $2\sqrt{2}-2$ ，求

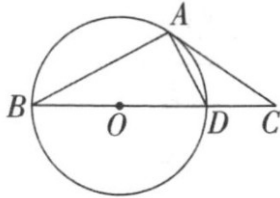
BG 的长．

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

32. 本小题8.0分

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上一点, 以 BD 为直径的 $\odot O$ 经过点 A , 且 $\angle CAD = \angle ABC$.



(1) 请判断直线 AC 是否是 $\odot O$ 的切线, 并说明理由;

(2) 若 $CD=2$, $CA=4$, 求弦 AB 的长.

33. 本小题8.0分

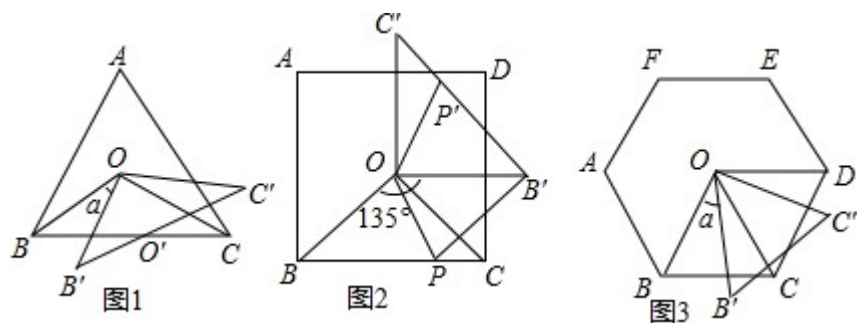
在下列正多边形中, O 是正多边形的中心, 定义: $\triangle OBC$ 为相应正多边形的基本三角形, 如图1, $\triangle OBC$ 是正三角形 ABC 的基本三角形; 如图2, $\triangle OBC$ 是正方形 $ABCD$ 的基本三角形; 如图3, $\triangle OBC$ 是正 n 边形 $ABCDEF \dots$ 的基本三角形, 将基本三角形 OBC 绕点 O 逆时针旋转 $\angle \alpha$ 得到 $\triangle OB'C'$.

(1) 若线段 BC 与线段 $B'C'$ 相交于点 O' , 则图1中 $\angle \alpha$ 的取值范围是_____, 图3中 $\angle \alpha$ 的取值范围是_____

(2) 在图1中, 若 BC 与 $B'C'$ 相交于点 O' 求证: $BO' = C'O'$.

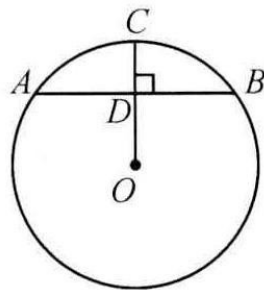
(3) 在图2中, 正方形的边长为4, 将基本三角形 OBC 绕点 O 逆时针旋转 135° 得到 $\triangle OB'C'$, 边 BC 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' , 若 $B'P + OP'$ 有最小值, 求出该最小值及此时 BP 的长度.

(4) 如图3, 当 $B'C' \perp OC$ 时, 直接写出 α 的值.



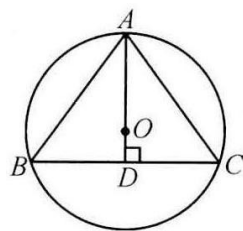
34. 本小题8.0分

如图，在 $\odot O$ 中，半径 $OC \perp AB$ 于点 D 。已知 $\odot O$ 的半径为2， $AB=3$ 。求 DC 的长，精确到0.01。



35. 本小题8.0分

如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，圆心 O 在这个三角形的高线 AD 上， $AB=10$ ， $BC=12$ ，求 $\odot O$ 的半径。

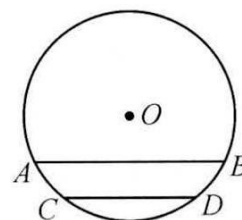


36. 本小题8.0分

已知：如图，在 $\odot O$ 中，弦 $AB \parallel CD$ 。求证： $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 。

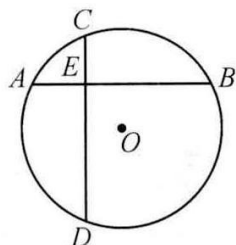
试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2



37. 本小题8.0分

如图, 已知在 $\odot O$ 中, AB , CD 两弦互相垂直于点 E , AB 被分成 4 cm 和 10 cm 两段.

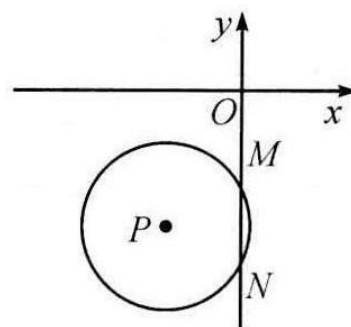


(1)求圆心 O 到 CD 的距离;

(2)若 $\odot O$ 半径为 8 cm , 求 CD 的长是多少?

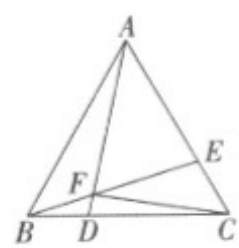
38. 本小题8.0分

如图, 半径为5的 $\odot P$ 与 y 轴交于点 $M(0, -4)$, $N(0, -10)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象过点 P , 求 k 的值.



39. 本小题8.0分

如图, 在等边三角形 ABC 中, $AB=6$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, 且 $BD=CE$, 连接 AD 、 BE 交于点 F , 连接 CF , 求线段 CF 长的最小值.



试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】解: $\because \odot A$ 的半径为3, 若点B在 $\odot A$ 内,

$\therefore AB < 3$,

\because 点A所表示的实数为5,

$\therefore 2 < a < 8$,

故选: C.

2. 【答案】B

【解析】略

3. 【答案】C

【解析】略

4. 【答案】B

【解析】略

5. 【答案】A

【解析】略

6. 【答案】B

【解析】略

7. 【答案】A

【解析】略

8. 【答案】A

【解析】解：点 O 所经过的路线长 $\frac{90\pi \times 10}{180} + \frac{36\pi \times 10}{180} + \frac{90\pi \times 10}{180} = 5\pi + 2\pi + 5\pi = 12\pi$.

9. 【答案】 D

【解析】略

10. 【答案】 B

【解析】略

11. 【答案】 C

【解析】如图，过点 E 作 $EM \perp CD$ 于点 M ，交 BF 于点 N ，
利用 $Rt \triangle BAF \cong Rt \triangle EMG$ ，得 $BF \perp EG$.

在 $Rt \triangle EPB$ 中，出现“定边($BE=4$)对直角($\angle EPB=90^\circ$)”模型，

\therefore 点 P 在以 BE 的中点 O 为圆心，2为半径的半圆上在正方形内部上移动.

连接 OP 、 OD .

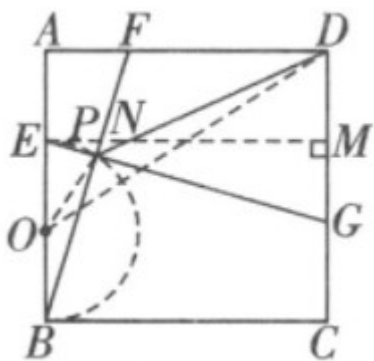
$\because OP+DP \geq OD$ ，即 $DP \geq OD-OP$ ，

\therefore 当 O 、 P 、 D 三点共线时， DP 有最小值，

此时 $DP=OD-OP=\sqrt{4^2+6^2}-2=2\sqrt{13}-2$.

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2



12. 【答案】 30°

【解析】略

13. 【答案】 10

【解析】略

14. 【答案】 24

【解析】略

15. 【答案】5

【解析】略

16. 【答案】 10π

【解析】解：连接OC，注意到 $S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形OBC}}$ ．

17. 【答案】 $\frac{8\pi}{3}$

【解析】略

18. 【答案】 12

【解析】略

19. 【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】 略

20. 【答案】 140

【解析】 略

21. 【答案】 $\frac{25}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查三角形的外接圆与外心、非负数的性质、勾股定理，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答．根据题目中的式子可以求得 a 、 b 、 c 的值，从而可以求得 $\triangle ABC$ 的外接圆半径的长．

【解答】

解： $\because a+b^2+\textcolor{red}{c}-6\sqrt{a-1}+28=4\sqrt{a-1}+10b$ ，

$\therefore (a-1-4\sqrt{a-1}+4)+(b^2-10b+25)+\textcolor{red}{c}-6\sqrt{a-1}=0$ ，

$\therefore \textcolor{red}{c}$ ，

$\therefore \sqrt{a-1}-2=0$ ， $b-5=0$ ， $c-6=0$ ， 解得 $a=5$ ， $b=5$ ， $c=6$ ，

如图， $AC=BC=5$ ， $AB=6$ ，

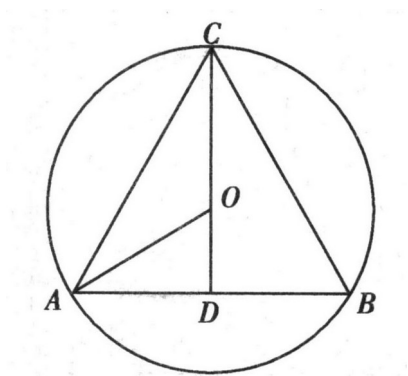
$\therefore AD=3$ ， $\therefore CD=4$ ，

设 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 r ， 则 $OC=r$ ， $OD=4-r$ ， $OA=r$ ，

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

$$\therefore 3^2 + r^2 = 25, \text{ 解得 } r = \frac{25}{8}.$$



22. 【答案】5

【解析】略

23. 【答案】 π

【解析】略

24. 【答案】 $\sqrt{15}$

【解析】以点A为圆心，AB长为半径构造 $\odot A$ ，延长BA交 $\odot A$ 于点F，连接DF.

$\because DC \parallel AB$,

$\therefore \angle DAF = \angle ADC, \angle ACD = \angle CAB.$

$\because AD = AC$,

$\therefore \angle ADC = \angle ACD.$

$\therefore \angle DAF = \angle CAB.$

$\because AF = AD = AC = AB$,

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle CAB.$

$\therefore DF = CB = 1.$

$\because BF$ 是直径,

$\therefore \angle FDB = 90^\circ.$

$$\therefore BD = \sqrt{BF^2 - DF^2} = \sqrt{15}.$$

25. 【答案】 $\sqrt{61}-6$

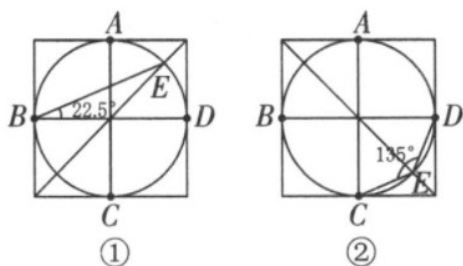
【解析】 略

26. 【答案】 $\sqrt{5}-1$

【解析】 连接 AE . 由 AD 为直径, 得 $\angle AED = 90^\circ$,
 则 $\angle AEB = 90^\circ$,
 此时出现“定长(AB)对直角($\angle AEB$)”模型,
 \therefore 点 E 始终在以 AB 为直径的圆上运动.

取 AB 的中点 M , 连接 CM , 与圆的交点即为满足题意的点 E , 此时 CE 取最小值 $\sqrt{5}-1$.

27. 【答案】 解: 画法不唯一, 如图①②所示



【解析】 见答案

28. 【答案】 解: (1) 证明: $\because AE \perp CD, AM \perp BC,$

$$\therefore \angle AMC = \angle AEN = 90^\circ.$$

$$\because \angle ANE = \angle CNM,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BAM.$$

$$\text{又} \because \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle BAD.$$

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

在 $\triangle ANE$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAN = \angle EAD, \\ AE = AE, \\ \angle AEN = \angle AED, \end{cases} \therefore \triangle ANE \cong \triangle ADE (ASA) \therefore AD = AN.$$

$$(2) \because AB = 4\sqrt{2}, AB \perp CD,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}.$$

设 $NE = x$, 则 $OE = x - 1$, $NE = ED = x$,

$$\therefore r = OD = OE + ED = 2x - 1.$$

连接 AO , 则 $AO = OD = 2x - 1$.

在 $Rt \triangle AOE$ 中, $OA^2 = AE^2 + OE^2$,

$$\therefore 6,$$

解得 $x = 2$ (负值舍去)

$$\therefore r = 2x - 1 = 3.$$

【解析】见答案.

29. 【答案】解: (1) $\because AC = BC, \therefore \angle BAC = \angle B$.

$\because DF \parallel BC, \therefore \angle ADF = \angle B. \therefore \angle BAC = \angle ADF$.

$$\because \widehat{CD} = \widehat{CD}, \therefore \angle BAC = \angle CFD. \therefore \angle ADF = \angle CFD.$$

$\therefore BD \parallel CF. \therefore$ 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.

(2) 连接 AE .

$$\because \widehat{AF} = \widehat{AF}, \therefore \angle ADF = \angle AEF.$$

$$\because \angle ADF = \angle B, \therefore \angle AEF = \angle B.$$

\because 四边形 $AECF$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\therefore \angle ECF + \angle EAF = 180^\circ$.

$$\because BD \parallel CF, \therefore \angle ECF + \angle B = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle EAF = \angle B. \therefore \angle AEF = \angle EAF.$$

$$\therefore AF = EF.$$

【解析】见答案

30. 【答案】解：(1) $\because AB$ 为半圆 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\because AC = BC$ ， $\therefore \angle ABC = 45^\circ$.

(2) $\because AB = 2$ ， \therefore 易得 $AC = BC = \sqrt{2}$.

\therefore 阴影部分的面积为 $\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} - \frac{45 \cdot \pi \times (\sqrt{2})^2}{360} = 1 - \frac{\pi}{4}$.

【解析】本题考查了扇形面积的计算，圆周角定理，等腰直角三角形的性质，熟练掌握扇形的面积公式是解题的关键.

(1) 根据圆周角定理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，根据等腰三角形的性质即可得到结论；

(2) 根据扇形的面积公式即可得到结论.

31. 【答案】解：(1) 如图，连接 AE .

\because 以 AD 长为半径的圆与 BC 相切于点 E ， $\therefore AE \perp BC$ ， $AE = 2$.

在 $Rt \triangle AEB$ 中， $\because AB = 2\sqrt{2}$ ， $\therefore BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 2$.

$\therefore AE = BE$ ， $\therefore \angle B = \angle BAE = 45^\circ$.

又 $\because AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle B = 135^\circ$.

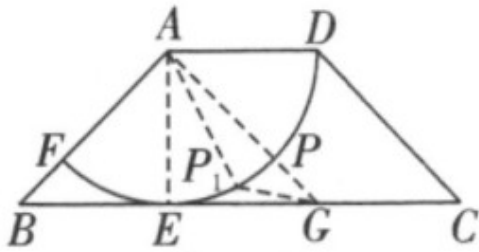
$\therefore \widehat{DF}$ 的长度为 $\frac{135\pi \times 2}{180} = \frac{3}{2}\pi$.

(2) 如图，连接 AG ，交 \widehat{DE} 于点 P ，取 \widehat{DE} 上异于点 P 的另一点 P_1 ，连接 P_1A 、 P_1G .

在 $\triangle P_1AG$ 中， $P_1A + P_1G > AG$ ，

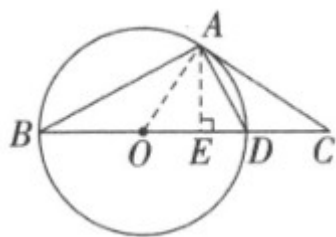
又 $\because AG = AP + PG$ ， $AP = AP_1$ ， $\therefore P_1G > PG$.

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

$$\therefore BG=4.$$

$$\because S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} OA \cdot AC = \frac{1}{2} OC \cdot AE, \therefore AE = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

\therefore 在 $Rt \triangle AEO$ 中, $OE = \sqrt{OA^2 - AE^2} = \frac{9}{5}$, $\therefore BE = OB + OE = \frac{24}{5}$.

\therefore 在 $Rt \triangle AEB$ 中, $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$.



【解析】见答案

33. 【答案】 $0^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ $0^\circ \leq \alpha \leq \frac{360^\circ}{n}$

【解析】解：(1)由题意图1中, $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, O 是中心,
 $\therefore \angle AOB = 120^\circ$ $\therefore \angle \alpha$ 的取值范围是: $0^\circ < \alpha \leq 120^\circ$,
 图3中, $\because ABCDEF$ 是正 n 边形, O 是中心,

$$\therefore \angle BOC = \frac{360^\circ}{n},$$

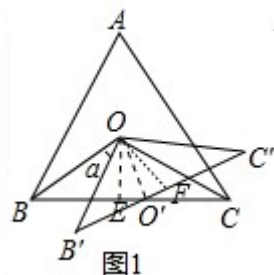
$$\therefore \angle \alpha \text{ 的取值范围是: } 0^\circ < \alpha \leq \frac{360^\circ}{n},$$

故答案为: $0^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$, $0^\circ \leq \alpha \leq \frac{360^\circ}{n}$.

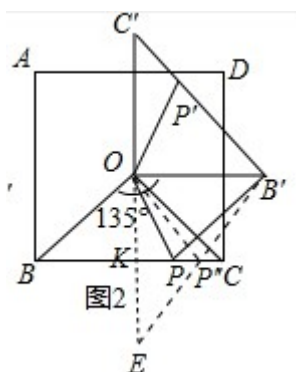
(2)如图1中, 作 $OE \perp BC$ 于 E , $OF \perp B'C'$ 于 F , 连接 OO' .

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2


$$\because \angle OEB = \angle OFC' = 90^\circ, OB = OC \therefore \angle OBE = \angle C',$$
$$\therefore \triangle OBE \cong \triangle OC'F \text{ (AAS)},$$
$$\therefore OE = OF, \quad BE = C'F$$
$$\therefore OO' = OO',$$
$$\therefore Rt \triangle OO'E \cong Rt \triangle OO'F \text{ (HL)},$$
$$\therefore O'E = O'F,$$
$$\therefore BO' = O'C'.$$

(3)如图2中, 总点 O 光源 BC 的对称点 E , 连接 OE 交 BC 于 K , 连接 EB' 交 BC 于点 P'' , 连接 OP'' , 此时 $OP''+B'P''$ 的值最小, 即 $B'P+OP'$ 有最小值.


$$\because \angle BOB^{\circ}=135^{\circ}, \angle BOC=90^{\circ},$$
$$\therefore \angle OCB = \angle B'OC = 45^\circ,$$
$$\therefore OB' \parallel BC,$$
$$\because OK \perp BC, OB=OC,$$
$$\therefore BK=CK=2, \quad OB=2\sqrt{2},$$

$$\therefore KP'' \parallel OB', OK = KE,$$

$$\therefore EP'' = P''B',$$

$$\therefore KP'' = \frac{1}{2}OB' = \sqrt{2},$$

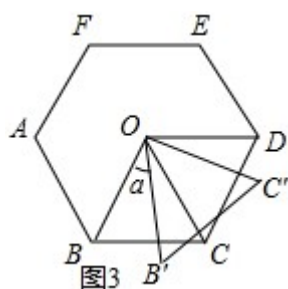
$$\therefore BP'' = 2 + \sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt } \triangle OEB' \text{ 中, } EB' = \sqrt{OB'^2 + OE^2} = \sqrt{4^2 + 4^2}.$$

$$\therefore OP'' = OP',$$

$$\therefore B'P + OP' \text{ 有最小值, 最小值为 } 3\sqrt{2}, \text{ 此时 } BP'' = 2 + \sqrt{2}.$$

(4)如图3中,



$$\therefore OC \perp B'C', OB' = OC',$$

$$\therefore \angle COB' = \frac{1}{2} \angle C'OB' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCO = 60^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

(1)根据正多边形的中心角的定义即可解决问题;

(2)如图1中,作 $OE \perp BC$ 于 E , $OF \perp B'C'$ 于 F , 连接 OO' . 利用全等三角形的性质分别证明: $BE = C'F$, $EO' = FO'$ 即可解决问题;

(3)如图2中, 总点 O 光源 BC 的对称点 E , 连接 OE 交 BC 于 K , 连接 EB' 交 BC 于点 P'' , 连接 OP'' , 此时 $OP'' + B'P''$ 的值最小, 即 $B'P + OP'$ 有最小值.

(4)利用等腰三角形三线合一的性质即可解决问题;

试卷标题: 圆简单典型题

试卷 ID: 200002 日期: 2022.9.2

本题属于四边形综合题,考查了正多边形的性质,旋转变换,全等三角形的判定和性质,解题的关键是学会添加常用辅助线,构造全等三角形解决问题,属于中考压轴题.

34.【答案】解:连接 OA .

$$\because OC \perp AB,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = \sqrt{2^2 - \frac{9}{4}}.$$

$$\therefore DC = OC - OD = 2 - \frac{\sqrt{7}}{2} \approx 0.68.$$

【解析】求圆中的弦长或其他线段长时,通常连半径,由半径、弦的一半以及圆心到弦的距离构成直角三角形进行求解.

35.【答案】解:连接 OB .

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高.

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 6 \text{ 在 } Rt \triangle ABD \text{ 中, } AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 8.$$

设圆的半径是 R ,则 $OD = 8 - R$.

在 $Rt \triangle OBD$ 中,根据勾股定理得: $R^2 = 6^2 + \dots$

$$\text{解得 } R = \frac{25}{4}.$$

【解析】见答案

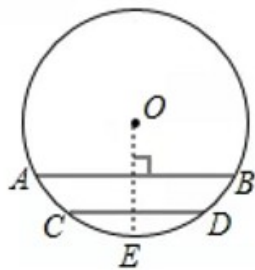
36.【答案】证明:过点 O 作 $OE \perp AB$,交 $\odot O$ 于点 E ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore OE \perp CD.$$

$$\therefore \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EB}, \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{ED}.$$

$$\therefore \widehat{AE} - \widehat{CE} = \widehat{EB} - \widehat{ED}, \text{ 即 } \widehat{AC} = \widehat{BD}.$$



【解析】见答案

37. 【答案】解：(1)过点 O 分别作 $OM \perp AB$ 于点 M ， $ON \perp CD$ 于点 N ，则

$$\angle ONE = \angle OME = 90^\circ,$$

$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore \angle NEM = 90^\circ.$$

\therefore 四边形 $ONEM$ 是矩形.

$$\therefore ON = EM.$$

$$\because OM \perp AB,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times (4 + 10) = 7(\text{cm}).$$

$$\therefore EM = 7 - 4 = 3(\text{cm}).$$

$$\therefore ON = 3\text{cm}, \text{ 即圆心 } O \text{ 到 } CD \text{ 的距离为 } 3\text{cm}.$$

39.【答案】解 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AB=6$,

$\therefore AB=BC=AC=6$, $\angle ABD=\angle BCE=60^\circ$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中,
$$\begin{cases} AB=BC, \\ \angle ABD=\angle BCE, \\ BD=CE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE$.

$\therefore \angle BAD=\angle CBE$.

$\because \angle AFB$ 是 $\triangle BDF$ 的一个外角,

$\therefore \angle AFB=\angle CBE+\angle ADB=\angle BAD+\angle ADB$.

\because 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle BAD+\angle ADB=180^\circ-\angle ABD=120^\circ$,

$\therefore \angle AFB=120^\circ$.

\therefore 点 F 的运动路径是以点 O 为圆心的如图所示的 \widehat{AB} , 且 $\angle AOB=2(180^\circ-\angle AFB)=120^\circ$.

连接 OA 、 OB 、 OC 、 OF .

$\because OA=OB$, $AC=BC$, $OC=OC$,

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOC$.

$\therefore \angle OAC=\angle OBC$, $\angle ACO=\angle BCO=30^\circ$.

\because 四边形 $OBCA$ 的内角和为 360° , $\angle AOB+\angle ACB=120^\circ+60^\circ=180^\circ$,

$\therefore \angle OBC=90^\circ$.

\therefore 在 $Rt \triangle OBC$ 中, $OB=\frac{1}{2}OC$.

由勾股定理, 得 $OB^2+BC^2=OC^2$,

即 $OB^2+6^2=4OB^2$,

解得 $OB=2\sqrt{3}$, 负值舍去,

此时 $OF=OB=2\sqrt{3}$, $OC=2OB=4\sqrt{3}$.

\because 点 F 在 \widehat{AB} 上运动, 总有 $CF \geq OC-OF$, 即 $CF \geq 2\sqrt{3}$,

\therefore 当 O 、 F 、 C 三点共线时, 线段 CF 长的值最小, 最小值为 $2\sqrt{3}$.

