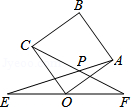
**折叠圆轨迹圆100左右题**

**Pid [200011]**

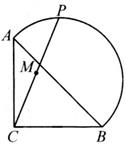
一、选择题（本大题共**21**小题，共**9.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 如图，线段的长为，是的中点，以为边长做正方形，连接、交于点，将正方形从与重合的位置开始，绕着点逆时针旋转止，则点运动的路径长为(    )



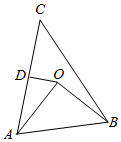
A. B. C. D.

1. 如图，在等腰直角三角形中，，点在以斜边为直径的半圆上，为的中点，当点沿半圆从点运动至点时，点运动的路径长是(    )



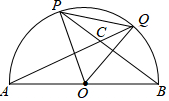
A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，已知点是的边的中点，点为内部上的一点，已知，，，则的最小值为(    )



A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，等边三角形的边长为，以为圆心，为直径的半圆经过点，点，连接，相交于点，将等边三角形从与重合的位置开始，绕着点顺时针旋转度，则交点运动的路径是(    )



A. 长度为的线段 B. 半径为的一段圆弧  
C. 半径为的一段圆弧 D. 无法确定

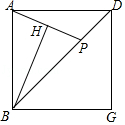
1. 如图，中，，为中点，且，，分别平分和，交于点，则的最小值为(    )



|  |
| --- |
|  |

A. B. C. D.

1. 如图，正方形的边长是，点从点出发沿向点运动，至点停止运动，连接，过点作垂直于直线于点，在点运动过程中，点所走过的路径长是(    )



A. B. C. D.

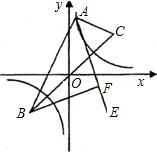
1. 如图，在中，，，，在线段上有一动点不与重合，以为直径作交于点，连，则的最小值为．(    )



|  |
| --- |
|  |

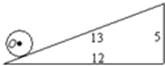
A. B. C. D.

1. 如图，点是函数的图象上的点，点、的坐标分别为、，试利用性质：“函数的图象上任意一点都满足”求解下面问题：作的内角平分线，过作的垂线交于，已知当点在函数的图象上运动时，点总在一个圆上运动，则这圆的半径为(    )



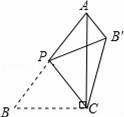
A. B. C. D.

1. 如图，一个半径为的圆沿着一个直角三角形的三边滚动一周，那么这个圆的圆心所经过的总路程为(    )



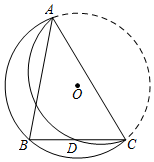
A. B. C. D.

1. 如图，在中，，，，是边上的动点不与点重合，将沿所在的直线翻折，得到，连接，则下面结论错误的是(    )



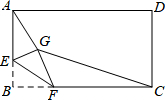
A. 当时，  
B. 当时，  
C. 当时，  
D. 长度的最小值是

1. 如图，已知是的内接三角形，的半径为，将劣弧沿折叠后刚好经过弦的中点若，则弦的长为(    )



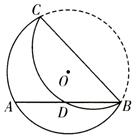
A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，矩形中，，，点是边上一点，且，点是边上的任意一点，把沿翻折，点的对应点为，连接，，则三角形的面积的最小值为(    )



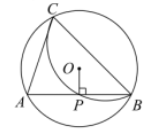
A. B. C. D.

1. 如图，在中，点在优弧上，将沿折叠后刚好经过的中点若的半径为，，则的长是．(    )

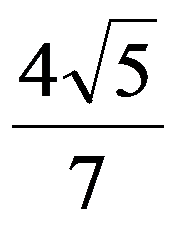
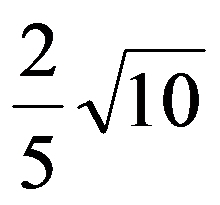
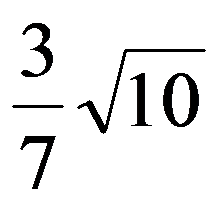
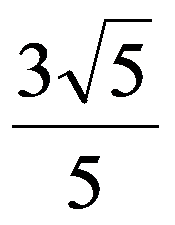


A.   
B.   
C.   
D.

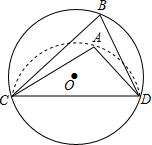
1. 如图，是的内接三角形，把弧沿折叠后，与弦交于点，恰好，若，，则等于       (    )



A.   
B.   
C.   
D.

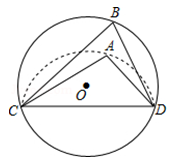


1. 如图，是的弦，是圆心，把的劣弧沿着对折，是对折后劣弧上的一点，，则的度数是(    )



A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，是的弦，是圆心，把的劣弧沿着对折，是对折后劣弧上的一点，，则的度数是(    )



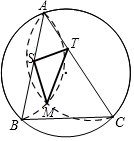
A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，点是优弧上一点，则的度数为(    )



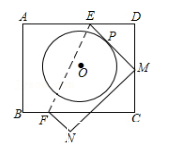
A. B. C. D.

1. 如图，内接于，，，将劣弧和分别沿直线、折叠后交于点，点、是弦、上的动点，则的周长的最小值为(    )



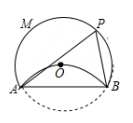
A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，矩形中，，将矩形沿折叠，使点落在边中点处，点落在处．连接，以矩形对称中心为圆心的圆与相切于点，则圆的半径为(    )



A.   
B.   
C.   
D.

1. 如图，将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，点是优弧上一点，则的度数为(    )



A.   
B.   
C.   
D.

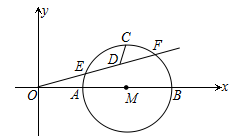
1. 如图所示是一张圆形纸片，直径，现将点折叠至圆心形成折痕，再把、折叠至圆心处，最后将圆形打开铺平如图所示，则的长是(    )

|  |
| --- |
|  |

A. B. C. D.

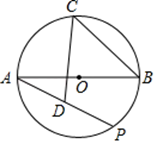
二、填空题（本大题共**35**小题，共**21.000008**分）

1. 如图，、，以为直径作，射线交于、两点，为弧的中点，为的中点．当射线绕点旋转时，的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_



提示：连结想垂径定理，考虑点的轨迹隐形圆

1. 如图，是的直径，，为弧中点，点是上一个动点，取弦的中点，则的最大值为          ．



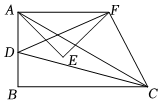
1. 如图，已知和，其中，，，将绕点顺时针旋转一周，连接并延长与直线相较于点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

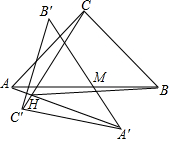
1. 如图，正方形的边长为，以为圆心，为直径的圆经过点、，连接、相交于点，将正方形从与重合的位置开始，绕着点逆时针旋转，则点运动的路径长是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 如图，在与中，为的角平分线，且，，，现将绕点顺时针旋转，在旋转过程中，当的面积最大时，则点到直线的距离为\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，点为等腰底边的中点，将等腰绕点旋转，点的对应点为，点的对应点为，点的对应点为，直线、交于点，若，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，已知点是第一象限内的一个定点，若点是以为圆心，个单位长为半径的圆上的一个动点，连接，以为边向右侧作等边三角形当点在上运动一周时，点运动的路径长是\_\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

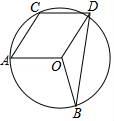
1. 如图，半径为的半圆的初始状态是直径平行于桌面上的直线，然后把半圆沿直线进行无滑动滚动，使半圆的直径与直线重合为止，则圆心运动路径的长度等于\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 如图，等腰直角三角形的直角顶点为线段的中点，，，连接，交于点，将从与重合的位置开始，绕着点逆时针旋转为止，则点运动的路径长为                   ．

|  |
| --- |
|  |

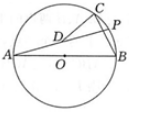
1. 在中，弧所对的圆心角，点为上的动点，以、为边构造▱当\_\_\_\_时，线段最长．



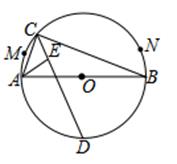
1. 如图，为的直径，且，点在半圆上，，垂足为点，是上任意一点，过点作于点，是的内心，连接、，当点在弧上从点运动到点时，求内心所经过的路径长\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

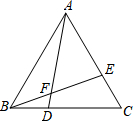
1. 如图，是的直径，，，是上一动点，是的中点，连接，则的最小值为       \_\_\_\_\_\_．



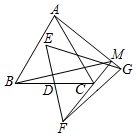
1. 如图，是的直径，、是弧异于、上两点，是弧上一动点，的角平分线交于点，的平分线交于点当点从点运动到点时，则、两点的运动路径长的比是\_\_\_\_\_\_\_\_．



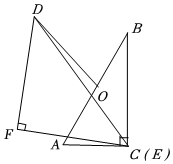
1. 如图，等边中，，点、点分别在和上，且，连接、交于点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．



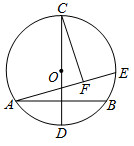
1. 如图，，均是边长为的等边三角形，点是边，的中点，直线，相交于点，若线段的长为，则当绕点旋转时，的取值范围是\_\_\_\_\_\_．



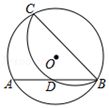
1. 两个三角板如图放置，其中，，，，为的中点，连接若，将三角板绕点旋转，在旋转的过程中，线段存在最小值为\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，半径为的中，为直径，弦且过半径的中点，点为上一动点，于点当点从点出发逆时针运动到点时，点所经过的路径长为\_\_\_\_\_\_ ．



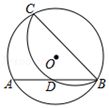
1. 如图，在中，点在优弧上，将弧沿折叠后刚好经过的中点若的半径为，，则的长是\_\_\_\_\_\_\_\_．



1. 将一张半径为的圆形纸片如图连续对折两次后展开得折痕、，且，垂足为如图，之后将纸片如图翻折，使点与点重合，折痕与相交于点，连接、如图，则的面积是\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

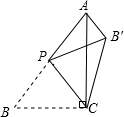
1. 如图，在中，点在优弧上，将劣弧沿弦翻折后刚好经过的中点，若的半径为，，则的长是\_\_\_ ．



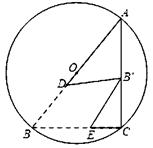
1. 如图，是半径为的的弦，将沿着弦折叠，点是折叠后的上一动点不与，点重合，连接并延长交于点，连接，则下列四个结论：  
   ；；若折叠后的经过圆心，则；其中正确的是\_\_\_\_\_\_请将正确答案的序号填在横线上



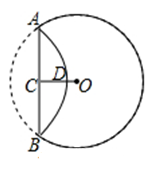
1. 如图，在中，，，，是直线上的动点不与点重合，将沿所在的直线翻折，得到，连接，长度的最小值是，长度的最大值是，则的值等于      ．



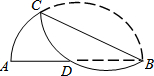
1. 如图，内接于为的直径，，，、分别是边、上的两个动点不与端点、、重合，将沿折叠，点的对应点恰好落在线段上包含端点、，若为等腰三角形，则的长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



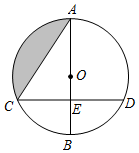
1. 如图，是的弦，，垂足为，将劣弧沿弦折叠交于且，若，则的直径为\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，将弧沿弦折叠交直径于点，若，，则的长是\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，是以点为圆心的圆形纸片的直径，弦于点，，将阴影部分沿着弦翻折压平，翻折后，弧对应的弧为，则点与弧所在圆的位置关系为\_\_\_\_\_\_．



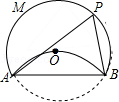
1. 如图，将上的沿弦翻折交半径于点，再将沿翻折交于点，连结若，，则线段的长为\_\_\_\_



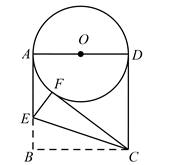
1. 如图，是半圆的直径，点不与点，重合为半圆上一点，将图形沿折叠，分别得到点，的对应点点，，过点作，若与半圆恰好相切，则的大小为

|  |
| --- |
|  |

1. 如图，将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，点是优弧上一点，则的度数为\_\_\_\_．



1. 如图，正方形的边长为，的直径为，将正方形沿折叠，点落在圆上的点，则的长为\_\_\_\_\_\_\_\_．

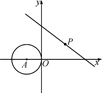


1. 把方程化成一般形式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，一次项系数为\_\_\_\_\_\_\_\_，常数项为\_\_\_\_\_\_\_\_．

二次函数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

在一个不透明的袋子中装有除颜色外其余均相同的个小球，其中红球个，黑球个，若再放入个一样的黑球并摇匀，此时，随机摸出一个球是黑球的概率等于，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

如图，在扇形中，，半径，将扇形沿过点的直线折叠，点恰好落在弧上的点处，折痕交于点，则整个阴影部分的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．  
   
如图，在直角坐标系中，的圆心的坐标为，半径为，点为直线上的动点，过点作的切线，切点为，则切线长的最小值是\_\_\_\_\_\_\_．

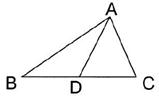
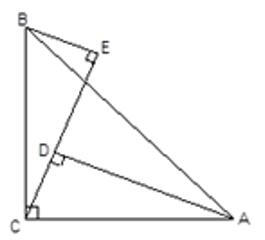
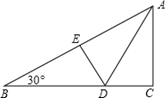


1. 一个多边形的内角和是，则这个多边形的边数为\_\_\_\_\_\_\_．

已知点与点关于轴成轴对称，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

若，，则\_\_\_\_．

如图，折叠直角三角形纸片的直角，使点落在上的点处，已知，，则的长是\_\_\_\_\_\_\_\_．  
  
如图，，，，，垂足分别为，，，，则的长为\_\_\_\_\_\_\_\_．  
  
已知，如图中，，，则中线的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

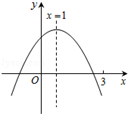


等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为，则该等腰三角形的顶角的度数是\_\_\_\_\_\_\_\_．

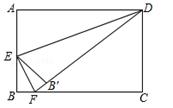
在直角坐标系中，已知，在坐标轴上确定一点，使为等腰三角形，符合条件的点共有\_\_\_\_\_\_\_\_个．

1. 已知关于的一元二次方程有实数根．且，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

有三张正面分别标有数字，，的不透明卡片，它们除数字不同其余全部相同现将它们背面朝上，洗匀后从中任意抽取一张，将该卡片正面上的数字记为；不放回，再从中任意抽取一张，将该卡片正面朝上的数字记为，则使关于的不等式组 的解集中有且只有个非负整数的概率为\_\_\_\_\_\_\_．  
二次函数图象如图，下列结论：；；当时，；；若，且，其中正确的有          ．



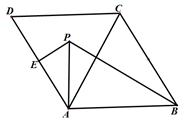
如图，在矩形中，，，是边的中点，是线段上的动点，将沿所在直线折叠得到，连接，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_．



如图，矩形的顶点，在轴上，且关于轴对称，反比例函数的图象经过点，反比例函数的图象分别与，交于点，，若，，则等于\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 两个边长为的等边三角形拼成的菱形，在内部，，在上，则的最小值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



1. 如图，中，，将沿折叠，使底角顶点落在三角形三边的垂直平分线的交点处，若，则为          度

|  |
| --- |
|  |

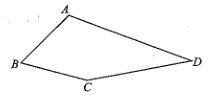
三、解答题（本大题共**45**小题，共**60.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

1. 本小题分  
   如图，一根木棒，斜靠在与地面垂直的墙壁上，当木棒端沿向下滑动时，同时端沿射线向右滑动，实践发现木棒的中点运动的路径是一个优美的几何图形，我们把这样的点叫优美点．如果木棒长为，与地面的倾斜角．  
   当木棒端沿向下滑动到点时，同时端沿射线向右滑动到时，木棒的中点所经过的路径长为多少？  
   若点为上由点向点运动的一运动点，连接．  
   如图，设的中点为，问点是不是优美点，如是，请求出点运动过程中所经过的路径长．  
   如图，过点作，垂足为点点运动过程中，点是不是优美点，如是，请求出点所经过的路径长．  
   如图，若点以每秒个单位长度由点向点运动，同时点以每秒个单位长度的速度由点向点运动，连接，为的中点，则在的运动过程中，点经过的路径长为多少？直接写结果

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分

如图，在四边形中，，，．



求的度数；

连接，探究、、三者之间的数量关系，并说明理由；

若，点在四边形内部运动，且满足，求点运动路径的长度．

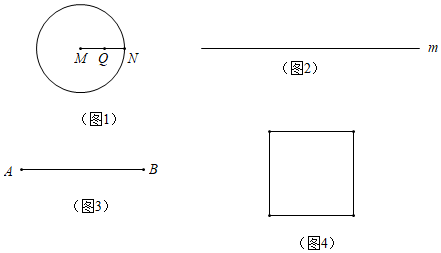
1. 本小题分  
   如图，在平面直角坐标系中，二次函数的图象与轴交于、两点，点为抛物线的顶点，为线段中点．  
   求，的值；  
   求证：．  
   以抛物线的顶点为圆心，为半径作点是圆上一动点，点为的中点如图  
   当面积最大时，求的长度；  
   若点为的中点，求点运动的路径长．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，两块直角三角纸板和按图所示的方式摆放重合点为，其中，，将绕着点顺时针旋转，记旋转角为．  
   当，点在上时，求的长；  
   当能转到，，三点共线时，求的面积；  
   如图，连接，点是的中点，连接，求的最大值和最小值．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   同学们，我们知道图形是由点、线、面组成，结合具体实例，已经感受到“点动成线，线动成面”的现象，下面我们一起来进一步探究：  
     
   【概念认识】  
   已知点和图形，点是图形上任意一点，我们把线段长度的最小值叫做点与图形之间的距离．  
   例如，以点为圆心，为半径画圆如图，那么点到该圆的距离等于；若点是圆上一点，那么点到该圆的距离等于；连接，若点为线段中点，那么点到该圆的距离等于，反过来，若点到已知点的距离等于，那么满足条件的所有点就构成了以点为圆心，为半径的圆．  
   【初步运用】  
   如图，若点到已知直线的距离等于，请画出满足条件的所有点．  
   【深入探究】  
   如图，若点到已知线段的距离等于，请画出满足条件的所有点．  
   如图，若点到已知正方形的距离等于，请画出满足条件的所有点正方形边长大于．



1. 本小题分  
   如图，与均为等腰直角三角形，，的延长线与交点，与相交于点，现将绕点旋转．  
   如图，求证：；  
   如图，若，猜想与的数量关系，并证明你猜想的结论；  
   若，在将绕点旋转的过程中，请直接写出点运动路径的长度．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   在平面直角坐标系中，正方形，，，，现有一个动点从点出发，向轴的负方向运动，速度为每秒个单位，同时另一个动点以相同的速度．从点出发，向轴正方向运动，作直线，交射线于，设两运动点运动的时间为秒．  
   求证：≌；  
   求出直线的解析式用含的式子表示；  
   求为何值时，为等腰三角形；  
   当在线段上运动时，过、、三点的一个圆交于，点关于的对称点为，在第一象限内是否存在一个点，并且到的距离为定值，如存在，请直接写出这个定值；如不存在，请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，在平面直角坐标系中，过轴上一点作平行于轴的直线交某函数图象于点，点是轴上一动点，连接，过点作交于点点在线段上，不与点重合我们称为“线段的偏离直角”，如图．  
   如图，抛物线与轴交于点，与轴交于点、，平行于轴交抛物线于另一点，求、、三点的坐标点坐标用含的式子表示．  
   如图，已知为“线段的偏离直角”，若在线段上存在不同的两个点、，且与点、相对应的两个点、，都与点重合，求的取值范围．  
   如图，若点的坐标为则线段存在唯一一点使为“线段的偏离直角”，连接，如图，点为直线上方抛物线上的动点，过点作于点，连接，是否存在点使中某个角恰好等于的倍？若存在，求出点的横坐标，若不存在，说明理由．

|  |
| --- |
|  |

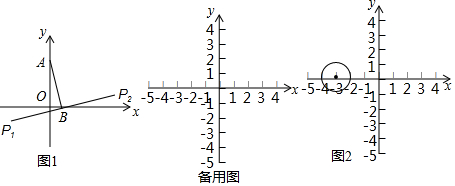
1. 本小题分  
   教材呈现：浙教版八年级下册数学教材第页的部分内容：

|  |
| --- |
| 连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线．如图，在中，，分别是，的中点，就是的一条中位线．我们可得到下面三角形的中位线定理： 三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半． 已知：如图，是的中位线． 求证：且． |

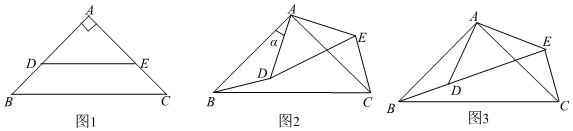
请根据教材内容，结合图，写出证明过程：  
如图，等腰直角三角形中，，，点，分别是，的中点，将绕点逆时针旋转一周，点，的对应点分别是，，连结，设的中点为，在旋转过程中，点和点之间的距离会变化吗？若变化，请说明理由，若不变化，请求出这个距离的值；  
在的旋转过程中，连结如图，求度数的取值范围．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   在平面直角坐标系中，点的坐标为，且，点的坐标为，将线段绕点旋转，分别得到线段，，称点，为点关于点的“伴随点”，图为点关于点的“伴随点”的示意图．  
     
   已知点，  
   当点的坐标分别为，时，点关于点的“伴随点”的坐标分别为\_\_\_\_\_\_；  
   点是点关于点的“伴随点”，直接写出与之间的关系式；  
   如图，点的坐标为，以为圆心，为半径作圆，若在上存在点关于点的“伴随点”，直接写出点的纵坐标的取值范围．



1. 本小题分  
   把两个等腰直角和按图所示的位置摆放，将绕点按逆时针方向旋转，如图，连接，，设旋转角为．  
     
   如图，与的数量关系是\_\_\_\_\_\_，与的位置关系是\_\_\_\_\_\_；  
   如图，中和的数量关系和位置关系是否仍然成立，若成立，请证明；若不成立请说明理由．  
   如图，当点在线段上时，\_\_\_\_\_\_．  
   当旋转角\_\_\_\_\_\_时，的面积最大．



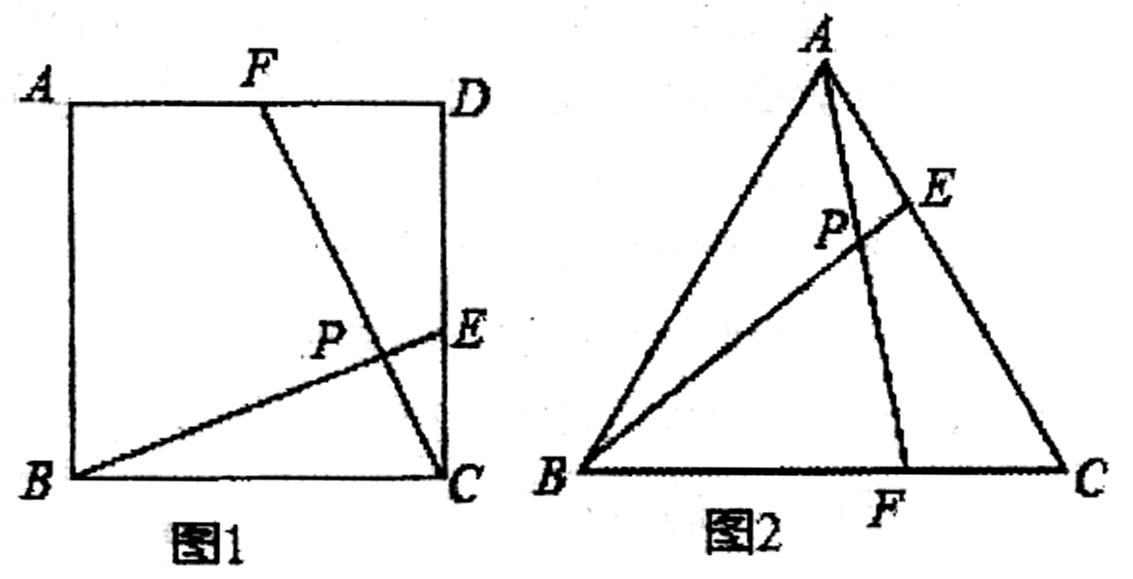
1. 本小题分  
   抛物线与轴交于、两点点在点的左侧，与轴交于点，线段的中点为点将绕着点逆时针旋转，点的对应点为，点的对应点为．  
   求、、三点的坐标；  
   当旋转至时，求此时、两点间的距离；  
   点是线段上的动点，旋转后的对应点为，当恰巧落在边上时，连接，，试求最小时点的坐标；  
   连接，，则在旋转过程中，的面积是否存在最大值？若存在，直接写出最大值，若不存在，说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，在等边中，点，分别是边，上的动点，，与交于点，连接．  
   设，直接写出等边外接圆的半径长为\_\_\_\_\_\_，内切圆的半径长为\_\_\_\_\_\_．  
   求的度数．  
   若，在点，的运动过程中，是否存在最小值？如果存在，求此最小值；如果不存在，请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   问题发现：如图，在边长为的正方形中，点、分别是边、上的动点，连接、交于点，若始终保持．

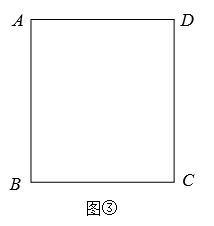
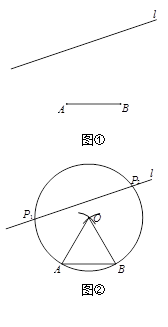


证明图中的线段和的关系是，且；

当点从点运动到点时，求点运动的路径长；

拓展探究：如图，在边长为的等边三角形中，点、分别是边、上的动点，连接、，交于点，若始终保持，当点从点运动到点时，直接写出点运动的路径长．

1. 本小题分  
   数学课上老师出了这样一道题：如图，已知线段和直线，在直线上找点，使得，请用无刻度的直尺和圆规作出所有的点．



**Ⅰ**如图，小明的作图方法如下：

第一步：分别以点、为圆心，长为半径作弧，两弧在上方交于点；

第二步：连接、；

第三步：以为圆心，长为半径作，交于点和．

则图中、即为所求的点．

请在图中，连接*A*、*B*、*A*、，说明．

**Ⅱ**【方法迁移】

如图，在矩形的边上找点，使得，请用无刻度的直尺和圆规在图矩形的边上作出所有的点不写作法，保留作图痕迹

**Ⅲ**【深入探究】

已知矩形，，，为边上的点，若满足的点恰有两个，则的取值范围为             ．  
已知矩形，，，为矩形内一点，且，则的最小值为               ．

1. 本小题分

已知，

用无刻度的直尺和圆规作，使且的面积为面积的一半，只需要画出一个即可作图不必写作法，但要保留作图痕迹

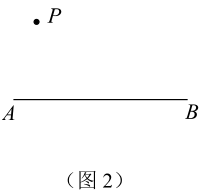
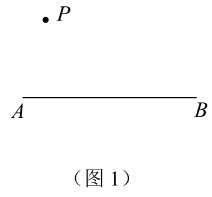
|  |
| --- |
|  |

在中，若，，则面积的最大值是\_\_\_\_．

1. 本小题分  
   如图，抛物线，经过、两点，交轴于点，以为边在轴上方作等边．  
   求抛物线的解析式；  
   在轴上方的抛物线上是否存在点，是？若存在，请求出点的坐标；若不存在，请说明理由；  
   如图，是线段上的动点，是线段上的动点，与相交于点．  
   若，试猜想与的数量关系及的度数，并说明理由；  
   若，当点由运动到时，请直接写出点经过的路径长不需要写过程．

|  |
| --- |
|  |

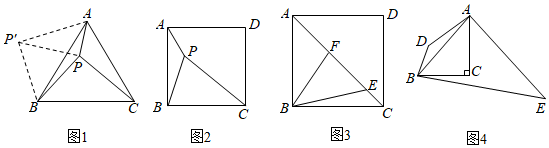
1. 本小题分  
   如图，平面内有线段和一点按照要求，用无刻度的直尺和圆规作图，请保留作图痕迹．



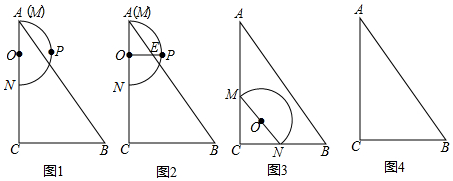
在图中求作，使，且使点到和的距离相等；

在图中求作，使点到点、点的距离相等，且使．

1. 本小题分  
   【问题背景】  
   如图，点是等边内一点，，，，求的度数．  
      
   【方法探索】  
   小丽通过分析、思考，形成如下思路：  
   思路一：将绕点逆时针旋转，得到，连接，从而求出的度数；  
   思路二：将绕点顺时针旋转，得到，连接，从而求出的度数．  
      
   下面是某位同学的解题，请你完成后续解题过程．  
   解：把绕着点逆时针旋转得到，连接．  
   请接着写下去．  
   【类比探究】  
   如图，若点是正方形内一点，，，，直接写出 \_\_\_\_\_\_ ；  
   如图，点、在正方形的对角线上，且满足，直接写出线段，，间的数量关系为\_\_\_\_\_\_ ；  
   【拓展延伸】  
   如图，在四边形中，，，，，过点作，，连接，问线段是否存在最小值？若存在，请求出最小值若不存在，请说明理由．



1. 本小题分  
   如图，在中，，，，以为直径的半圆按如图所示位置摆放，点与点重合，点在边的中点处，点从现在的位置出发沿方向以每秒个单位长度的速度运动，点随之沿下滑，并带动半圆在平面内滑动，设运动时间为秒，点运动到点处停止，点为半圆中点．  
     
   如图，当点与点重合时，连接交边于，则为\_\_\_\_\_\_；  
   如图，当半圆的圆心落在了的斜边的中线时，求此时的，并求出此时的面积；  
   在整个运动的过程中，当半圆与边有两个公共点时，求出的取值范围；  
   请直接写出在整个运动过程中点的运动路径长．



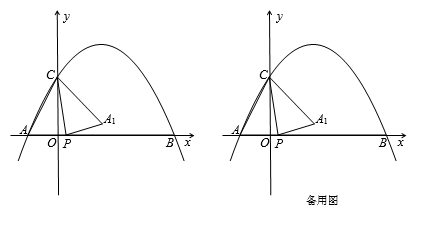
1. 本小题分  
   问题发现：  
   如图，在中，，，，点是的中点，点在边上，将沿着折叠后得到，连接并使得最小，请画出符合题意的点；  
   问题探究：  
   如图，已知在和中，，，，连接，点是的中点，连接，求的最大值．  
   问题解决：  
   西安大明宫遗址公园是世界文化遗产，全国重点文物保护单位，为了丰富同学们的课外学习生活，培养同学们的探究实践能力，周末光明中学的张老师在家委会的协助下，带领全班同学去大明宫开展研学活动．在公园开设的一处沙地考古模拟场地上，同学们参加了一次模拟考古游戏．张老师为同学们现场设计了一个四边形的活动区域，如图所示，其中为一条工作人员通道，同学们的入口设在点处，，，，米．在上述条件下，小明想把宝物藏在距入口尽可能远的处让小鹏去找，请问小明的想法是否可以实现？如果可以，请求出的最大值及此时区域的面积，如果不能，请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   问题提出  
   如图，内接于半径是的，是的中位线，则的最大值是\_\_\_\_\_\_．  
   问题探究  
   如图，在等腰中，，，边上的中线，求等腰外接圆的半径；  
   问题解决  
   如图，工人师傅现要在一张足够大的板材上剪裁出一个形状为的部件，已知的部件要满足，边上的中线，且边与边之和要最大，是否能剪裁出满足要求的三角形部件，若能，请求出的最大值；若不能，请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   已知如图，函数的图像与轴交于，两点，与轴交于点．  
     
   求、的值；  
   点从点出发，沿着线段向点以个单位长度秒的速度匀速运动，到达点时停止运动，连接，将沿着翻折，点的对应点记作．  
   若点的纵坐标为，则的取值范围是          直接填空  
   当点恰好落在抛物线的对称轴上时，求此时点的运动时间．



1. 本小题分  
   在平面直角坐标系中，的半径为．  
   对于线段，给出如下定义：若线段沿着某条直线对称可以得到的弦，则称线段是的以直线为对称轴的“反射线段”，直线称为“反射轴”．  
   如图，线段，，中是的以直线为对称轴的“反射线段”有\_\_\_\_\_\_；  
   已知点坐标为，点坐标为，  
   若线段是的以直线为对称轴的“反射线段”，求反射轴与轴的交点的坐标．  
   若将“反射线段”沿直线的方向向上平移一段距离，其反射轴与轴的交点的纵坐标的取值范围为，求的取值范围．  
   已知点，是在以原点为圆心，半径为的圆上的两个动点，且满足，若是的以直线为对称轴的“反射线段”，当点在圆上运动一周时，求反射轴未经过的区域的面积．  
   已知点，是在以为圆心，半径为的圆上的两个动点，且满足，若是的以直线为对称轴的“反射线段”，当点在圆上运动一周时，请直接写出反射轴与轴交点的纵坐标的取值范围．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   问题提出：如图，在中，，于点，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_ ．  
   问题探究：如图，在四边形中，，，，连接，求面积的最大值．  
   问题解决：如图，某市郊区点处有一棵古树，点处是某市古树名木保护研究中心，且，为加强对该古树的检测和保护，拟在距古树处设置三个观测点，，，以形成保护区域四边形那么，是否可以形成一个满足要求的面积最大的四边形？若可以，求出满足条件的四边形的最大面积；若不可以，请说明理由研究中心及各观测点的占地面积忽略不计

|  |
| --- |
|  |

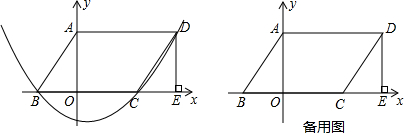
1. 本小题分  
   如图，是正三角形，，把绕的内心旋转得到



在图中画出点和，保留画图痕迹，简要说明理由

若，，求点运动到点路径的长

1. 本小题分  
   如图，在平面直角坐标系中，二次函数的图象经过平行四边形的顶点，轴，垂足为点点在轴正半轴上，点在轴负半轴上，点在轴正半轴上，且．  
     
   求二次函数的表达式，并判断点是否在该函数图象上；  
   点是线段上一点，在线段下方作．  
   当点运动时，使的一边始终过点，另一边交射线于点，不含点与重合的情形设，，求关于的函数关系式，并求出的取值范围．  
   当时，将绕点旋转，一条边交线段于点，另一条边交线段于点，连接，以为直径作，设圆心的坐标为，求与之间的函数关系式，并直接写出点从点运动到点时圆心运动的路径长．



1. 本小题分  
   在平面直角坐标系中，的半径为给出如下定义：记线段的中点为，当点不在上时，平移线段，使点落在上，得到线段分别为点，的对应点线段长度的最小值称为线段到的“平移距离”．  
   已知点的坐标为，点在轴上．  
   若点与原点重合，则线段到的“平移距离”为\_\_\_\_\_\_；  
   若线段到的“平移距离”为，则点的坐标为\_\_\_\_\_\_；  
   若点，都在直线上，，记线段到的“平移距离”为，求的最小值；  
   若点的坐标为，，记线段到的“平移距离”为，直接写出的取值范围．

|  |
| --- |
|  |

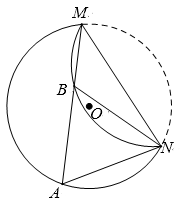
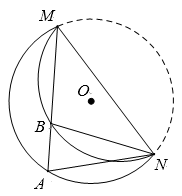
1. 本小题分  
   已知抛物线与轴交于点和点．  
   求抛物线的函数解析式；  
   如图，将抛物线沿轴翻折得到抛物线，抛物线与轴交于点，点是线段上的一个动点，过点作轴交抛物线于点，求线段的长度的最大值；  
   在的条件下，当线段处于长度最大值位置时，作线段的垂直平分线交于点，垂足为，点是抛物线上一动点，与直线相切，且：，求满足条件的所有点的坐标．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，将长为的线段绕点旋转得到，点的运动轨迹为，是半径上一动点，是上的一动点，连接．  
   当\_\_\_\_\_\_度时，有最大值，最大值为\_\_\_\_\_\_．  
   如图，若是中点，且于点，求的长；  
   如图，将扇形沿折痕折叠，使点的对应点恰好落在的延长线上，求阴影部分面积．  
   如图，将扇形沿折叠，使折叠后的弧恰好与半径相切，切点为，若，求点到折痕的距离．

|  |
| --- |
|  |

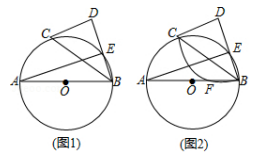
1. 本小题分  
   如图，点，，在上，将沿折叠后，与交于点   
   若，则\_\_\_\_\_\_；  
   如图，点恰好是翻折所得的中点   
     
   图  
   若，求的度数；   
   若，求的值；  
   如图，若，求的值



图

1. 本小题分

如图，为的直径，点是上一点，是的切线，，交于点．

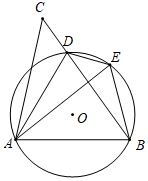


求证：；

若，，求的长；

在的条件下，将沿弦折叠，如图，交于点，求的长．

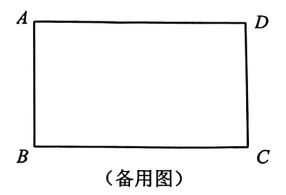
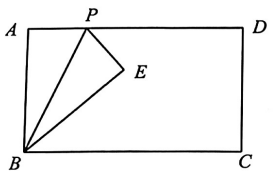
1. 本小题分  
   如图，是的边上一点，连接，作的外接圆，将沿直线折叠，点的对应点落在上．  
     
   求证：．  
   填空：  
   当，，时，边的长为\_\_\_\_\_\_．  
   当\_\_\_\_\_\_时，四边形是菱形．



1. 本小题分

如图，在矩形中，，，是边上一点，将沿着直线折叠，得到．

请在备用图上用没有刻度的直尺和圆规，在边上作出一点，使平分，并求出此时的面积；作图要求：保留作图痕迹，不写作法．



连接并延长交线段于点，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_直接写出答案

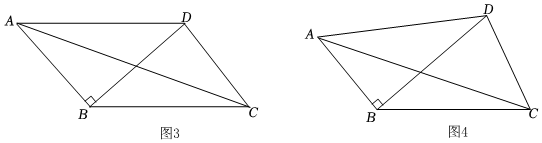
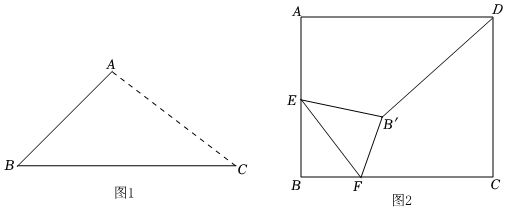
1. 本小题分  
   如图，点，，在上，将沿折叠后，与交于点．  
   若，则 \_\_\_\_\_\_ ；  
   如图，点恰好是翻折所得的中点．  
   若，求的度数；  
   若，求的值；  
   如图，若，求的值．

|  |
| --- |
|  |

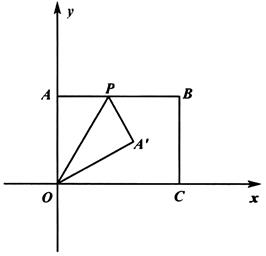
1. 本小题分  
   如图，将矩形纸片沿直线折叠，顶点恰好与边上的动点重合点不与点，重合，折痕为，点，分别在边，上，连接，，，与相交于点．  
   求证：∽；  
   在图中，作出经过，，三点的要求保留作图痕迹，不写作法；  
   随着点在上运动，当中的恰好与，同时相切，如图，若，求的长．  
   在的条件下，点是上的动点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   问题发现：  
   如图，点为平面内一动点，且，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_，的最大值为\_\_\_\_\_\_；  
     
   轻松尝试：  
   如图，在矩形中，，，为边的中点，是边上的动点，将沿所在直线折叠得到，连接，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．  
   方法运用：  
   在四边形中，，点是上方的动点，且，，．  
     
   如图，当时，求线段的最大值．  
   如图，当时，用含式子表示线段的最大值．



1. 本小题分  
   已知：二次函数，当时，函数有最大值．  
   求此二次函数图象与坐标轴的交点；  
   将函数图象轴下方部分沿轴向上翻折，得到的新图象与直线恒有四个交点，从左到右，四个交点依次记为，，，，当以为直径的圆与轴相切时，求的值．  
   若点是中翻折得到的抛物线弧部分上任意一点，若关于的一元二次方程恒有实数根时，求实数的最大值．
2. 本小题分  
   如图，矩形的三个顶点，，，是边上一个动点，将沿着翻折到．



若恰好落在的角平分线上，求的坐标；

求到直线距离的最小值．

1. 本小题分  
   在折叠圆形纸片综合实践课上，小东同学展示了如下的操作及问题：如图，的半径为，通过折叠圆形纸片，使得劣弧沿弦折叠后恰好过圆心，则长为\_\_\_\_\_\_ ；  
   请同学们进一步研究以下问题：  
   如图，弦，垂足为点，劣弧沿弦折叠后经过的中点，，求的半径；  
   如图，的半径为，劣弧沿弦折叠后与直径相切于点，，求弦的长．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，将矩形纸片沿直线折叠，顶点恰好与边上的动点重合点不与点，重合，折痕为，点，分别在边，上，连接，，，与相交于点如图   
   在图中，作出经过，，三点的保留作图痕迹，不写做法；  
   判断点与中的位置关系，并说明理由；  
   设   
   如图，当的恰好与，都相切时，求的长和半径；  
   如图，点是中上的动点，是的中点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_ ．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，抛物线的图象经过点，交轴于点、点在点左侧，顶点为．  
   求抛物线的解析式；  
   将沿直线对折，点的对称点为，试求的坐标；  
   抛物线的对称轴上是否存在点，使？若存在，求出点的坐标；若不存在，请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图，矩形中，，，把矩形折叠，使得点与射线上的动点重合，不与点、重合，为折痕，点、分别在边、上．  
   请用尺规在图中作出过点、、的不写作法，保留作图痕迹；  
   连接，若直线与过、、三点的相切，求直线与的位置关系；  
   把绕点顺时针旋转得，当落在边上时，求的长．

|  |
| --- |
|  |

1. 本小题分  
   如图中直径，点是的中点，点是上的一个动点，将沿线段折叠交于点．  
   如图，当时，求此时的长．  
   如图，连结，当点与点重合时，求此时的长．  
   设，，请直接写出关于的函数表达式及自变量的取值范围．

|  |
| --- |
|  |

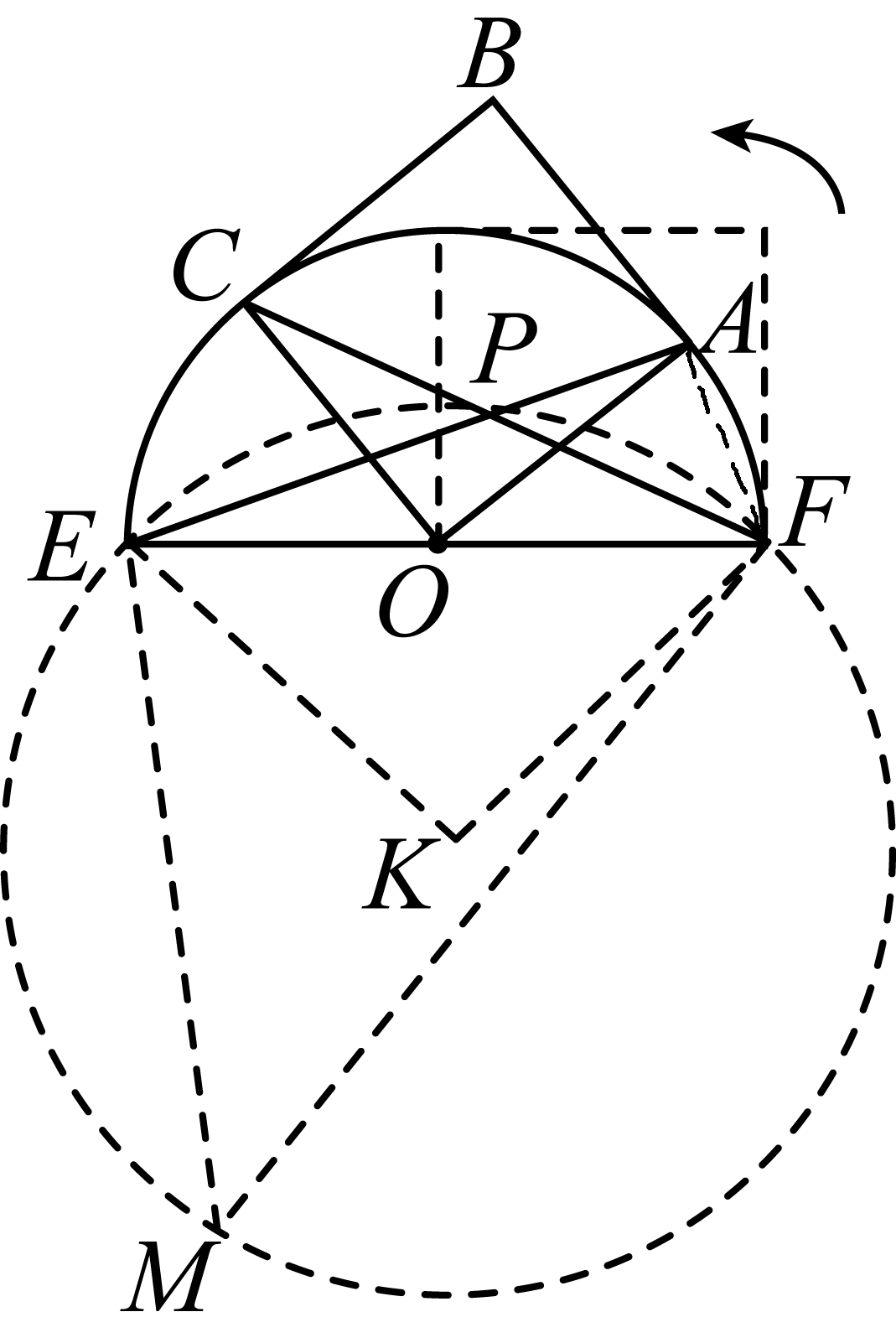
1. 本小题分  
   如图，为的内接三角形，为的直径，将沿直线折叠得到，交于点连接交于点，延长和相交于点，过点作交于点．  
   求证：直线是的切线；  
   若，，求的值．

|  |
| --- |
|  |

**答案和解析**

1.【答案】

【解析】解：如图，连接．  
  
四边形是正方形，  
，  
，  
是直径，  
，  
，  
，  
点在以为圆心的圆上，点的运动轨迹是，  
在上取一点，连接、、、，则，  
，  
，  
，  
运动的路径长，  
故选*B*．  
如图，连接首先证明，推出点在以为圆心的圆上，点的运动轨迹是，在上取一点，连接、、、，则，推出，因为，所以，根据弧长公式计算即可解决问题．  
本题考查正方形的性质、旋转的性质、轨迹、圆等知识，解题的关键是正确发现轨迹的位置，学会添加辅助线，利用圆的有关性质解决问题，属于中考选择题中的压轴题．



2.【答案】

【解析】

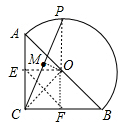
【分析】

本题考查了轨迹：点按一定规律运动所形成的图形为点运动的轨迹．解决此题的关键是利用等腰三角形的性质和圆周角定理确定点的轨迹为以为直径的半圆．取的中点、的中点、的中点，连结、、、、、，如图，利用等腰直角三角形的性质得到，则，，再根据等腰三角形的性质得，则，于是根据圆周角定理得到点在以为直径的圆上，由于点点在点时，点在点；点点在点时，点在点，则利用四边形为正方得到，所以点的路径为以为直径的半圆，然后根据圆的周长公式计算点运动的路径长．

【解答】

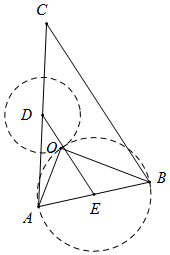
解：取的中点、的中点、的中点，连结、、、、、，如图，

在等腰中，，  
，  
，，  
为的中点，    
，  
，  
点在以为直径的圆上，  
点点在点时，点在点；点点在点时，点在点，易得四边形为正方形，，  
点的路径为以为直径的半圆，  
点运动的路径长．  
故选*B*．



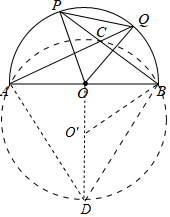
3.【答案】

【解析】解是的边的中点，，  
点在以为圆心，为半径的圆上，  
，  
点在以为直径的圆上，  
点在与的交点上，  
当两圆相切时，最小，  
连接，  
，  
，  
，  
，  
的最小值为，  
故选：．  
点在以为圆心，为半径的圆上，点也在在以为直径的圆上，由此可知点在与的交点上，当两圆相切时，最小．  
本题考查最短路径问题，由定点定长、，确定点的轨迹是在与的交点处是解题的关键．



4.【答案】

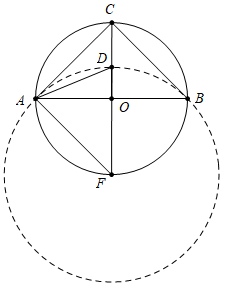
【解析】解：如图，  
，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹是弧，所在圆的半径是等边三角形的外接圆的半径，  
易知等边三角形的外接圆的半径，  
故选：．  
如图点的运动轨迹是弧，所在圆的半径是等边三角形的外接圆的半径．  
本题考查轨迹，等边三角形的性质、旋转变换等知识，解题的关键是证明，得出点的运动轨迹是弧．



5.【答案】

【解析】

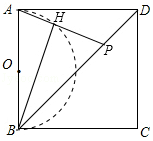
【分析】  
本题主要考查了最短距离问题，三角形的角平分线的定义，外角的性质，圆周角定理，得到点的运动轨迹是关键作辅助线，以为直径作，延长交于，再证明点的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆的一部分，可根据时，最短，分别求得及即可．  
【解答】  
解：如图，以为直径作，延长交于．  
  
平分，  
，  
，  
，  
平分，  
，  
，，  
，  
，  
，  
的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆的一部分，  
当时，最短，  
此时，，  
．  
故选*D*．



6.【答案】

【解析】

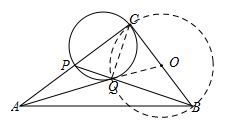
【分析】  
本题考查轨迹、正方形的性质，圆的周长公式等知识，解题的关键是学会确定点的运动轨迹，属于中考常考题型．由题意点在以为直径的半圆上运动，根据圆的周长公式即可解决问题．  
【解答】  
解：如图，  
  
，  
，  
点在以为直径的半圆上运动，由题意  
，  
点所走过的路径长，  
故选：．



7.【答案】

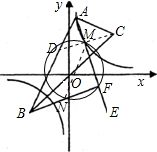
【解析】

【分析】  
本题考查了圆周角定理和勾股定理的综合应用，解决本题的关键是确定点运动的轨迹，从而把问题转化为圆外一点到圆上一点的最短距离问题连接，可得，从而知点在以为直径的上，继而知当点、、三点共线时最小，根据勾股定理求得的长，即可得线段的最小值．  
【解答】  
解：如图，连接，  
  
则，  
点在以为直径的上，  
，，  
，  
当点、、三点共线时，最小，  
，  
，  
．  
故选*D*．



8.【答案】

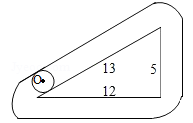
【解析】解：如图：过作，垂足为，交于，  
平分，且是边上的高，  
是等腰三角形，  
，  
，  
即长为定值，  
过作于，  
则四边形是平行四边形，  
，  
在中，无论怎么变化，有两个条件不变：  
的长为定值，，  
因此如果作的外接圆，那么点总在以为直径的圆上运动，因此点的运动轨迹应该是个圆．  
圆的直径为，且，  
圆的半径为．  
故选*C*．  
本题给出了角平分线，给出了两条线段的等值差，因此可通过构建等腰三角形作出这个等值差进行求解．  
本题以反比例函数为背景，结合了等腰三角形的知识、平行四边形的知识、三角形外接圆的知识等．综合性强．在本题中能够找出、的等值差以及让与这个等值差相关联是解题的关键．



9.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查了直角三角形的性质和弧长的计算方法，本题中弄清圆的运动轨迹是关键．  
通过观察可以发现圆转动时三个角上共转动了圆心角的弧长，即转动了一个圆的周长，利用圆的周长公式即可计算．  
【解答】  
解：如图，  
  
转动的弧长之和为：厘米，  
因此圆心共转过了厘米；  
故选*B*．

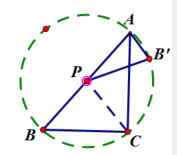


10.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查翻折变换折叠问题，直角三角形斜边上的中线，平行线的判定，勾股定理，相似三角形的判定和性质，圆周角定理，两点之间线段最短等知识点．  
*A*.由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半以及折叠的性质，易得，即可得；  
*B*.由，可得点，，，在以为圆心，长为半径的圆上，然后由圆周角定理求得答案；  
*C*.当时，易证得∽，然后由相似三角形的对应边成比例和勾股定理，求得的长；  
*D*.易得当有最小值时，的长度有最小值，根据两点之间线段最短可知：、、三点在一条直线上时，有最小值求得答案．  
【解答】  
解：在中，，，

，  
由折叠的性质可得，，  
，  
，  
，  
，故*A*选项结论正确，不符合题意；  
，  
点，，，在以点为圆心，长为半径的圆上．  
  
，故*B*选项结论正确，不符合题意；  
当时，，  
，  
∽，  
，

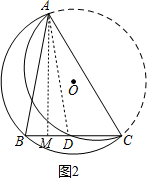
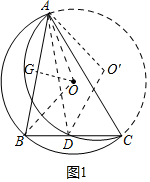


在中，，  
故*C*选项结论错误，符合题意；

由轴对称的性质可知：，  
长度固定不变，  
当有最小值时，的长度有最小值．  
根据两点之间线段最短可知：、、三点在一条直线上时，有最小值，  
故*D*选项结论正确，不符合题意．  
故选*C*．

11.【答案】

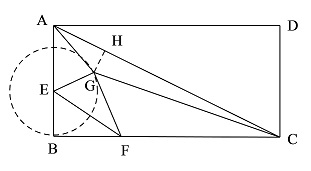
【解析】解：如图，设折叠后的所在圆的圆心为，连接，，  
，  
连接，，   
同理，，  
，  
与是等圆，  
，  
设的半径为，  
过作于，  
，，  
，，  
，  
，  
，  
如图，过作于，   
，  
可设，则，  
为的中点，  
，  
，  
，，  
，  
在中，，  
，  
，  
负值舍去，  
．  
故选：．  
取折叠后的弧所在圆圆心为，则与设等圆，是公共的圆周角，所以可以证得，过作于，则为的中点，在中，利用勾股定理，可以求出和的长度，由于是中点，可以证明，然后根据勾股定理即可得到结论．  
本题是一道圆的综合题，考查了圆中的折叠变换，注意等圆中的公共角，公共弦，公共弧，这些都是相等的，利用这些等量关系，比如此题中的，是解决此类题的突破口．



12.【答案】

【解析】

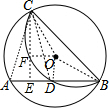
【分析】  
本题考查的是矩形的性质，翻折变换折叠问题、勾股定理、三角形的面积．  
先确定出时，当四边形的面积最小，三角形的面积最小，即再用锐角三角函数求出点到的距离，最后用面积之差即可得出结论．  
【解答】  
解：四边形是矩形，  
，，，  
根据勾股定理得：，  
，，  
点在上的任何位置时，点始终在的下方，  
  
，的大小是定值，  
要使最小，则四边形的面积最小，  
设点到的距离为，  
  
，  
要四边形的面积最小，即：最小，  
点是以点为圆心，为半径的圆上  
在矩形内部的一部分点，  
时，最小，即点，点，点共线，  
由折叠知，  
延长交于，则，  
在中，，  
在中，，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
故选*A*．



13.【答案】

【解析】

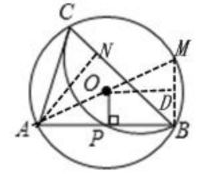
【分析】  
本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了圆周角定理和垂径定理．  
连接、、、、，作于，于，如图，利用垂径定理得到，则，于是根据勾股定理可计算出，再利用折叠的性质可判断弧和弧所在的圆为等圆，则根据圆周角定理得到  ，所以，利用等腰三角形的性质得，接着证明四边形为正方形得到，然后计算出后得到，于是得到．  
【解答】  
解：连接、、、、，作于，于，  
  
为的中点，  
，  
，  
在中， ，  
将沿折叠后刚好经过的中点．  
弧和弧所在的圆为等圆，  
它们所对的圆周角都是，  
，  
，  
，  
易得四边形为正方形，  
，  
在中，  
，  
 ，  
而，  
．  
故选*B*．



14.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查了三角形的外接圆和外心，折叠的性质，垂径定理，圆的有关知识，勾股定理等知识，添加恰当辅助线构造直角三角形是本题的关键．  
连接并延长交于点，过点作于点，过点作于点，由垂径定理和圆周角定理可得，，由三角形中位线可得，，由锐角三角函数可得，由勾股定理可求的长，由等腰三角形的性质可得，即可求解．  
【解答】  
解：如图，连接并延长交于点，过点作于点，过点作于点，  
  
是直径  
  
  
，且  
  
点与点关于对称，  
．  
，  
，且  
，  
，  
  
设，则，  
，  
，  
，  
，  
  
故选：．



15.【答案】

【解析】解：如图，翻折，点落在处，  
  
，  
四边形是的内接四边形，  
，  
，  
故选：．  
先求出，再利用圆内接四边形的性质即可．  
此题是折叠问题，主要考查了折叠的性质，圆内接四边形的性质，解本题的关键是得出．



16.【答案】

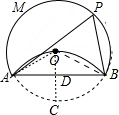
【解析】解：如图，翻折，点落在处，  
  
，  
四边形是的内接四边形，  
，  
，  
故选：．  
先求出，再利用圆内接四边形的性质即可．  
此题是折叠问题，主要考查了折叠的性质，圆内接四边形的性质，解本题的关键是得出．



17.【答案】

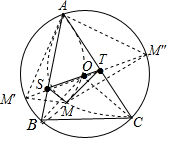
【解析】

【分析】  
本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了含度的直角三角形三边的关系和折叠的性质．然后根据圆周角定理计算的度数．作半径于，连结、，如图，根据折叠的性质得，则，根据含度的直角三角形三边的关系得，接着根据三角形内角和定理可计算出．  
【解答】  
解：作半径于，连结、，如图，  
将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，  
，  
，  
，  
又，  
，  
，  
．  
故选*D*．



18.【答案】

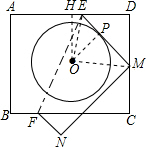
【解析】解：作点关于的对称点，关于的对称点，  
将劣弧和分别沿直线、折叠后交于点，  
点，在圆周上，  
连接，交于，交于，  
则的周长最小，  
连接，，，，  
则，  
，  
，  
，  
，  
，  
的周长的最小值为，  
故选：．  
作点关于的对称点，关于的对称点，根据折叠的性质得到点，在圆周上，连接，交于，交于，则的周长最小，连接，，，，根据圆周角定理得到是的直径，即可得到结论．  
本题考查了三角形的外接圆与外心，轴对称最短路线问题，翻折变换折叠问题，圆周角定理，勾股定理，正确的作出辅助线是解题的关键．



19.【答案】

【解析】

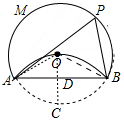
【分析】  
本题考查的是切线的性质、折叠的性质、矩形的性质、勾股定理的应用，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．  
连接、、，作于，根据矩形的性质得到，，根据切线的性质得到，根据勾股定理求出，再根据勾股定理列出方程，解方程得到答案．  
  
【解答】  
解：连接、、，作于，  
  
点是矩形对称中心，  
，，  
以为圆心的圆与相切，  
，  
由折叠的性质可知，，  
在中，，即，  
解得，，  
，  
，  
设，则，  
，  
，  
解得，，  
  
故选*B*．



20.【答案】

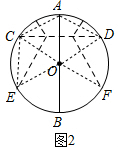
【解析】

【分析】  
本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了含度的直角三角形三边的关系和折叠的性质．作半径于，连结、，如图，根据折叠的性质得，则，根据含度的直角三角形三边的关系得到，接着根据三角形内角和定理可计算出，然后根据圆周角定理计算的度数．  
【解答】  
解：作半径于，连结、，如图，  
  
将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，  
，  
，  
，  
又，  
，  
，  
．  
故选*D*．



21.【答案】

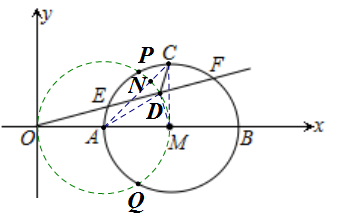
【解析】解：如图，连接、、、、、、和，  
   
由折叠及圆的半径相等可知，，，，，  
、、和都是等边三角形，  
，  
直径，  
半径为，  
的长是   
故选：．  
如图，连接、、、、、、和，由折叠及圆的半径相等可得出、、和都是等边三角形，从而可求得的度数，再由直径求得半径，则可利用弧长公式求得答案．  
本题考查了弧长的计算、折叠的性质及等边三角形的判定与性质等知识点，数形结合求得圆心角的度数是解题的关键．



22.【答案】

【解析】

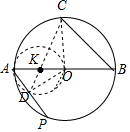
【分析】  
本题主要考查了圆周角定理及其推论、垂径定理以及勾股定理等知识，熟练掌握这些知识是解题的关键，连接，如图，利用垂径定理得到，则，再根据勾股定理得到点在以点为圆心，为半径的圆上，利用点与圆的位置关系可判断出当点为与的交点时，的值最小，此时．  
【解答】  
解：如图，连接，、、  
  
以点为圆心，以长为为半径作分别交于与点位于轴同侧、，交线段于点，  
、，为的直径，  
，  
，  
，  
，  
点和都在上，  
，  
为的中点，  
，  
，  
，  
点在上，  
当射线绕点旋转时，点在中的弧上运动，  
当点运动到与点重合时，的长最小，最小值为线段的长，  
为弧的中点，  
，  
，  
，  
，  
即的最小值为．  
故答案为．



23.【答案】

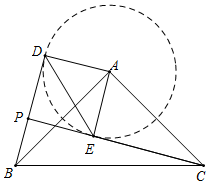
【解析】

【分析】  
本题考查圆周角定理、轨迹、勾股定理、点与圆的位置关系等知识，解题的关键是正确寻找点的运动轨迹，学会构造辅助圆解决问题．如图，连接，，首先证明点的运动轨迹为以为直径的，连接，当点在的延长线上时，的值最大，利用勾股定理求出即可解决问题．  
【解答】  
解：如图，连接，，  
  
是的中点，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹为以为直径的，连接，  
当点在的延长线上时，的值最大，  
为弧中点，  
，  
在中，，，，  
，  
，  
，  
的最大值为，  
故答案为．



24.【答案】．

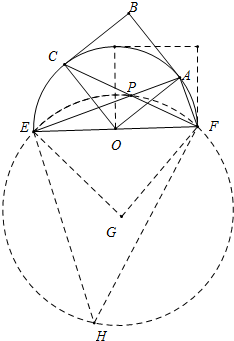
【解析】解：由已知可得点轨迹是以点为圆心，长为半径的圆．  
如图，当与圆相切时，最小．  
在中，利用勾股定理可得．  
在和中  
，  
≌．  
，．  
四边形是正方形．  
．  
．  
  
故答案为．  
由已知可得点轨迹是以点为圆心，长为半径的圆，所以当与圆相切时，最小．通过勾股定理求出长，再借助≌，得到、长，从而计算出长．  
本题主要考查了旋转的性质、勾股定理、全等三角形的判定和性质、正方形的判定和性质，解题的关键是分析出点运动轨迹，找到点位置．



25.【答案】

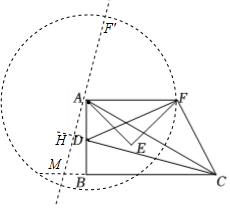
【解析】

【分析】  
本题考查正方形的性质、旋转的性质、轨迹、圆及圆内接四边形的性质等知识，解题的关键是正确发现轨迹的位置，学会添加辅助线，利用圆的有关性质解决问题，属于中考填空题中的压轴题．  
如图，点运动的路径是以为圆心的弧，在上取一点，连接、，只要证明，求出的长即可解决问题．  
【解答】  
解：如图，点运动的路径是以为圆心的弧，在上取一点，连接、．  
  
四边形是正方形，  
，  
，  
是直径，  
，  
，  
，  
，  
，，  
，  
的长  
故答案为



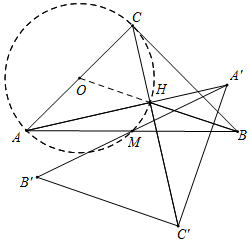
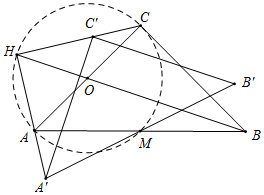
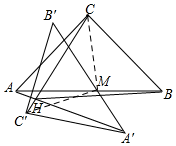
26.【答案】

【解析】解：由题意可知，点在以为圆心，以长为半径的圆上运动，过点作，与的延长线交于点，与延长线交于点，与交于点点与位于点的两旁，如图，  
   
当点位于处时，点到的距离则最大，此时的面积最大，  
，，，  
，，  
在和中，  
，  
≌，  
，，  
，  
，  
，  
，  
，  
即当的面积最大时，则点到直线的距离为，  
故答案为：．  
点在以为圆心，以长为半径的圆上运动，过点作，与的延长线交于点，与延长线交于点，与交于点点与位于点的两旁，如图，当点位于处时，点到的距离则最大，此时的面积最大，通过全等三角形的证明和解直角三角形求得的长度，进而便可求得结果．  
本题主要考查了旋转变换，等腰直角三角形的性质，角平分的性质，全等三角形的性质与判定，求点到直线的距离，关键是根据点运动的轨迹确定离直线距离最远的点的位置．



27.【答案】

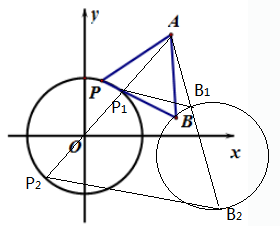
【解析】解：如图，连接，，  
  
由旋转可得，≌，  
点为等腰底边的中点，  
，，，  
，  
，  
又中，，  
，即，  
在等腰绕点旋转过程中，点的运动轨迹是以中点为圆心，的长为半径的圆，  
如图所示，连接，，  
  
，  
当点在线段上时，的长最长，  
此时，中，，，  
；  
如图所示，连接，，  
  
，  
当点在线段的延长线上时，的长最短，  
此时，中，，，  
；  
综上所述，的取值范围是：．  
故答案为：．  
连接，，求得，可得在等腰绕点旋转过程中，点的运动轨迹是以中点为圆心，的长为半径的圆，当点在线段上时，的长最长，此时，中，，，进而得出；当点在线段的延长线上时，的长最短，；据此可得的取值范围．  
本题主要考查了旋转的性质，勾股定理以及等腰直角三角形的性质的综合运用，解决问题的关键是依据，得到点的运动轨迹是以中点为圆心，的长为半径的圆．



28.【答案】

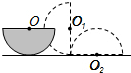
【解析】

【分析】  
本题考查了弧长的计算及点的运动轨迹，等边三角形性质，正确的作出图形是解题的关键．  
连接并延长分别交于点，，此时点是上到点距离最近的点，点是上到点距离最远的点，当在点时，为等边三角形，当在点时，为等边三角形，点，，在同一条直线上，点运动的路径就是以为直径的一个圆，由等边三角形的性质及圆的周长计算公式即可求出．  
【解答】  
解：如图，  
  
由图可知，连接并延长分别交于点，，此时点是上到点距离最近的点，点是上到点距离最远的点，当在点时，为等边三角形，当在点时，为等边三角形，点，，在同一条直线上，点运动的路径就是以为直径的一个圆，  
，，  
，  
点是以为圆心，个单位长为半径的圆上的一个动点，  
，  
，  
点运动的路径长是：．  
故答案为．



29.【答案】

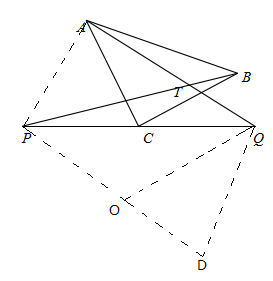
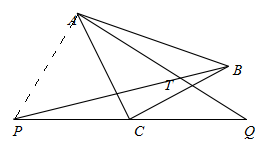
【解析】解：由图形可知，圆心先向前走的长度，从到的运动轨迹是一条直线，长度为圆的周长，  
然后沿着弧旋转圆的周长，  
则圆心运动路径的长度为：，  
故答案为：．  
根据题意得出半圆在无滑动旋转中通过的路程为圆弧，根据弧长公式求出弧长即可．  
本题考查的是弧长的计算和旋转的知识，解题关键是确定半圆作无滑动翻转所经过的路线并求出长度．



30.【答案】

【解析】

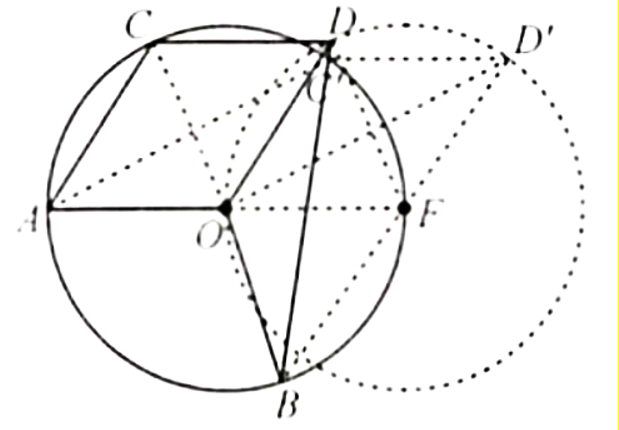
【分析】  
本题考查了等腰直角三角形性质，旋转的基本性质和弧长的计算．先依据题意得，依次得到、、、四点共圆，根据圆周角定理求得和的度数，再推断出点在以为弦的圆上运动，求得的长，最后得出的轨迹为的弧长，求的弧长即可．  
【解答】  
解：为中点，，  
，  
等腰直角三角形中，，  
，  
，  
以点为圆心，以为半径，则、、、在圆上，为直径，  
如图所示，连接，  
  
则，  
，，  
、两点不变，点在以为弦的圆上运动，若以为圆心，则，  
延长交圆于点，连接，  
  
则，  
，  
，，  
当点与点重合，、重合；当点与点重合，、重合，  
的轨迹为的弧长，  
．  
故答案为：



31.【答案】

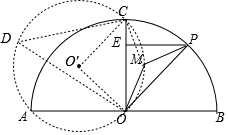
【解析】

【分析】  
本题考查圆周角定理、平行四边形的性质、全等三角形的判定和性质、点与圆的位置关系等知识，解题的关键是确定点的运动轨迹，灵活运用所学知识解决问题，属于中考填空题中的压轴题．如图，连接，延长交于，连接由≌，可得，推出点的运动轨迹是为圆心为半径的圆，推出当点在的延长线上时，的值最大，由此即可解决问题；  
【解答】  
解：如图，连接，延长交于，连接．  
  
四边形是平行四边形，  
，，  
，  
≌，  
，  
点的运动轨迹是为圆心、为半径的圆，  
当点在的延长线上时，的值最大，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
故答案为．



32.【答案】

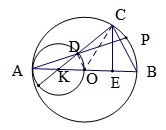
【解析】解：的内心为，  
，，  
，  
，即，  
，  
，，  
而，  
≌，  
，  
  
所以当点在弧上从点运动到点时，点在以为弦，  
并且所对的圆周角为的劣弧上，  
点在扇形内时，  
过、、三点作，连，，  
在优弧取点，连，，  
，  
，  
，而，  
，  
弧的长，  
故答案为：  
首先证明，推出当点在弧上从点运动到点时，点在以为弦，并且所对的圆周角为的劣弧上，利用弧长公式计算即可解决问题．  
本题考查了弧长的计算公式、三角形内心的性质、三角形全等的判定与性质、圆周角定理和圆的内接四边形的性质，解题的关键是正确寻找点的运动轨迹，属于中考选择题中的压轴题．



33.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查圆周角定理、勾股定理、点与圆的位置关系等知识，解题的关键是正确寻找点的运动轨迹，学会构造辅助圆解决问题，连接，，首先证明点的运动轨迹为以为直径的，连接，当点在上时，的值最小，利用勾股定理求出即可解决问题．  
【解答】  
解：如图，连接，，  
  
是的中点，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹为以为直径的，连接，  
当点在上时，的值最小．  
，  
是等边三角形，  
，  
作，  
在中，  
，，  
，，  
，  
在中，  
  
  
，  
．  
故答案为．

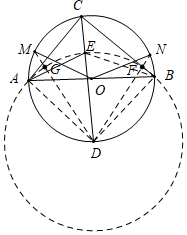


34.【答案】

【解析】

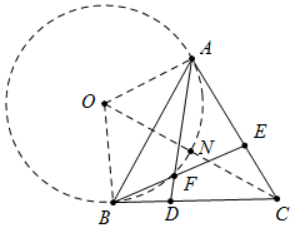
【分析】  
本题考查弧长公式，圆周角定理，三角形的内心等知识，解题的关键是理解题意，正确寻找点的运动轨迹，属于中考填空题中的压轴题。  
如图，连接设易知点在以为圆心为半径的圆上，运动轨迹是，点的运动轨迹是，由题意，设，则，利用弧长公式计算即可解决问题．  
【解答】

解：如图，连接设．  
  
是直径，  
，  
是的内心，  
，  
，  
，  
，  
，  
易知点在以为圆心为半径的圆上，运动轨迹是，点的运动轨迹是，  
，设，则  
．  
故答案为．



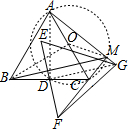
35.【答案】

【解析】解：如图，是等边三角形，  
，，  
，  
≌  
，  
又，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹是为圆心，为半径的弧上运动，  
连接交于，当点与重合时，的值最小，最小值．  
故答案为．  
首先证明，推出点的运动轨迹是为圆心，为半径的弧上运动，连接交于，当点与重合时，的值最小．  
本题考查全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质、圆的有关知识等知识，解题的关键是学会添加辅助圆解决问题，属于中考填空题中的压轴题．



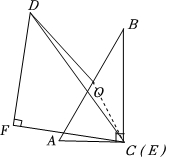
36.【答案】

【解析】解：取中点，连接，，，，如图所示．  
、均为边长为的等边三角形，点为、的中点，  
，，，，  
，，  
，  
，  
、、、四点共圆．  
由点圆最值，可得当在线段与该圆的交点处时，线段最小，  
此时，，  
，  
则．  
当在线段的延长线上时，线段最大，  
．  
故答案为：．  
取中点，连接，，，，易证，则有，从而可得、、、四点共圆，由点圆最值，可得当在线段与该圆的交点处时，线段最小，当在线段的延长线上时，线段最大，只需求出、的值，即可解决此题．  
本题考查了旋转的性质，等边三角形的性质、等腰三角形的性质，相似三角形的判定与性质，四点共圆的判定，勾股定理，线段最值点圆最值等知识，求出动点的运动轨迹是解决本题的关键．



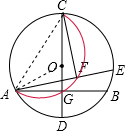
37.【答案】

【解析】解：连接，  
   
，，，  
，  
点是的中点，  
，  
，，  
，  
点在以为圆心，为半径的圆上运动，  
当、、依次在同一直线上时，的值最小为．  
故答案为：．  
连接，根据勾股定理求出与，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质求得，当、、三点依次在同一直线上时，的值最小，求得此时的便可．  
本题考查了旋转的性质，直角三角形的性质，勾股定理，关键是确定点的运动轨迹．



38.【答案】

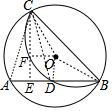
【解析】解：连接，，  
  
，  
为的中点，即，  
的半径为，弦且过半径的中点，  
，  
在中，根据勾股定理得：，  
又，  
在中，根据勾股定理得：，  
，  
始终是直角三角形，点的运动轨迹为以为直径的半圆，  
当位于点时，，此时与重合；  
当位于时，，此时与重合，  
当点从点出发顺时针运动到点时，点所经过的路径长，  
在中，，  
，  
所对圆心角的度数为，  
直径，  
的长为，  
则当点从点出发顺时针运动到点时，点所经过的路径长为  
故答案为：  
连接，，由，利用垂径定理得到为的中点，由中点的定义确定出的长，在直角三角形中，由与的长，利用勾股定理求出的长，进而确定出的长，由求出的长，在直角三角形中，利用勾股定理求出的长，由垂直于，得到三角形始终为直角三角形，点的运动轨迹为以为直径的半圆，如图中红线所示，当位于点时，，此时与重合；当位于时，，此时与重合，可得出当点从点出发顺时针运动到点时，点所经过的路径长，在直角三角形中，利用锐角三角函数定义求出的度数，进而确定出所对圆心角的度数，再由的长求出半径，利用弧长公式即可求出的长，即可求出点所经过的路径长．  
此题考查了圆的综合题，涉及的知识有：坐标与图形性质，勾股定理，锐角三角函数定义，弧长公式，以及圆周角定理，其中根据题意得到点从点出发顺时针运动到点时，点所经过的路径长，是解本题的关键．



39.【答案】

【解析】

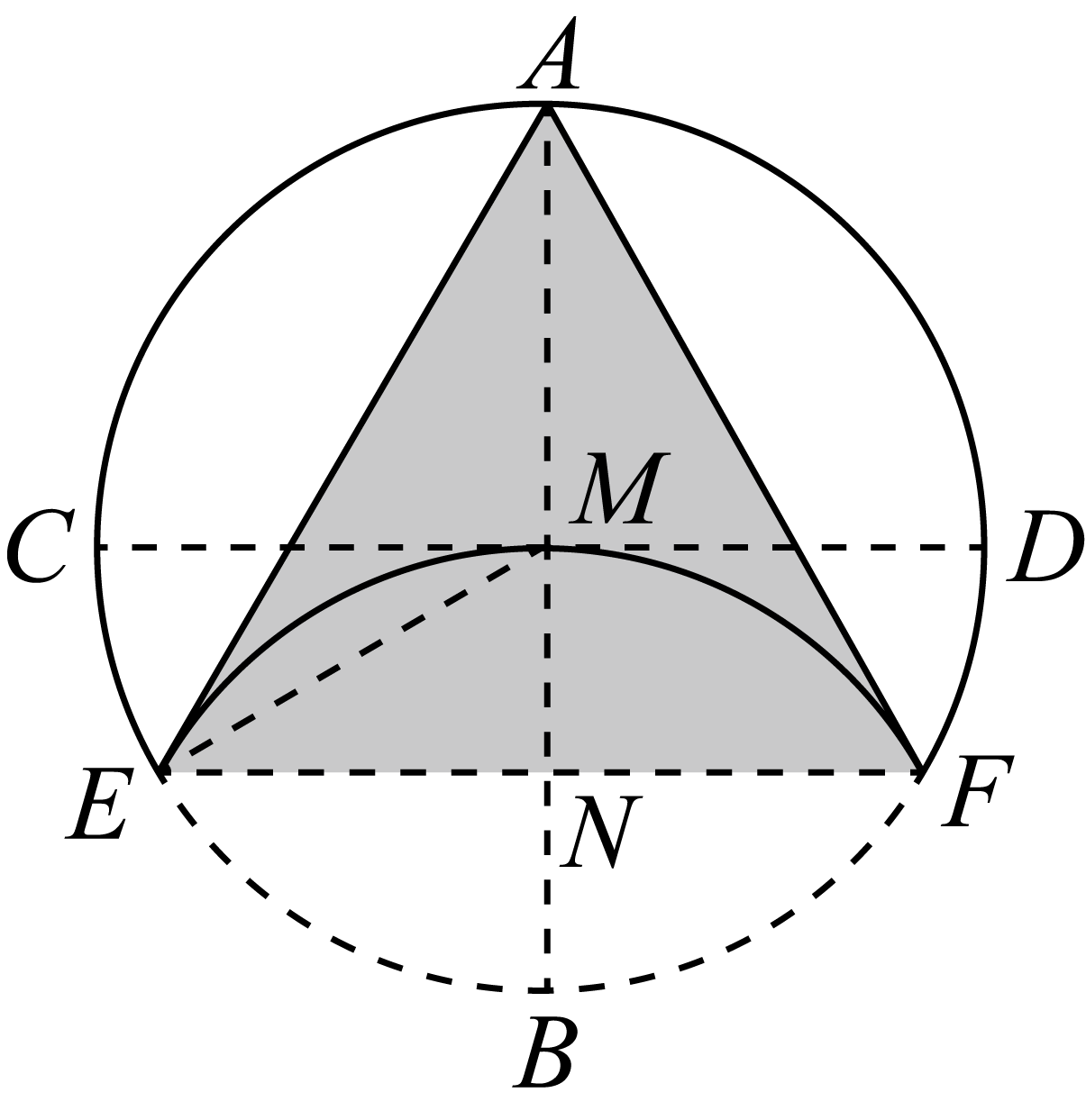
【分析】  
本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等也考查了园周角定理和垂径定理．  
【解答】  
解：连接，，，，，过点作于，过点作于，如图：  
，  
点是的中点，  
，，  
在中，由勾股定理得：  
，  
是折叠而得，  
和所在的圆为等圆，  
它们所对的圆周角都是，  
，  
，  
，  
三线合一，  
  
，，，  
四边形为正方形，  
，  
在中，由勾股定理得：  
，  
，  
，  
在中，由勾股定理得：  
，  
故答案为．



40.【答案】

【解析】

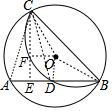
【分析】  
本题圆的综合题型，主要考查了翻折变换的性质，等边三角形的判定与性质，综合题，但难度不大，仔细分析便不难求解．连接，根据直角三角形角所对的直角边等于斜边的一半求出，然后求出，根据等边对等角求出，然后利用三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出，从而得到，同理求出，再根据三角形的内角和等于求出，从而判定是等边三角形，求出、，然后求出、，再根据三角形的面积公式求即可．  
【解答】  
解：连接，  
  
纸片沿折叠，、两点重合，  
，则，  
，  
，  
又都是半径，  
，  
，  
，  
同理可求，  
，  
是等边三角形，  
则，，  
，，  
的面积为：．  
故答案为：．



41.【答案】

【解析】

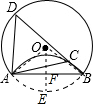
【分析】  
本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等也考查了圆周角定理和垂径定理先连接，，，，，过点作于，过点作于，利用垂径定理得到，则，于是根据勾股定理可计算出，再利用折叠的性质可判断弧和弧所在的圆为等圆，则根据圆周角定理得到，所以，利用等腰三角形的性质得，接着证明四边形为正方形，得到，然后计算出后得到，于是得到的长．  
【解答】  
解：连接，，，，，过点作于，过点作于，如图：  
，  
点是的中点，  
，，  
在中，由勾股定理得：  
，  
是折叠而得，  
和所在的圆为等圆，  
它们所对的圆周角都是，  
，  
，  
，  
三线合一，  
，  
，，，  
四边形为正方形，  
，  
在中，由勾股定理得：  
，  
，  
，  
在中，由勾股定理得：  
，  
故答案为．



42.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查了翻折变换折叠问题，也考查了垂径定理．  
根据翻折的性质以及圆的相关知识逐一判断即可．  
【解答】  
解：将沿着弦折叠，  
，  
，  
，  
，故正确；  
，不一定成立，故错误；  
如图，连接和，过作于，交于，  
  
沿着弦折叠，正好经过圆心，  
，  
，  
，  
；故正确；  
故答案为：．



43.【答案】

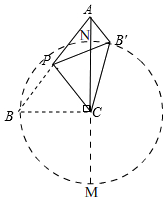
【解析】

【分析】

此题是折叠问题，主要考查了圆的性质，极值，求出和是解本题的关键 先判断出长度的最大值和长度的最小值的位置，最后简单计算即可．

【解答】

解：如图，点是直线上的动点，

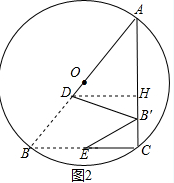
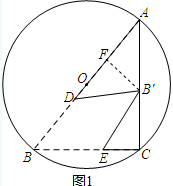


沿所在的直线翻折得到，点落在以点为圆心，为半径的圆上，  
，  
圆外一点到圆上的点的距离最大和最小的点是圆外一点过圆心的直线和圆的交点，  
延长交圆于，  
长度的最小值是，  
长度的最大值是，  
；  
故答案为．

44.【答案】或或

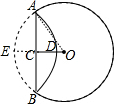
【解析】

【分析】  
本题考查了三角形的外接圆，折叠的性质，圆周角定理，等腰三角形的性质，分类讨论是解题的关键．根据圆周角定理得到，根据勾股定理得到，根据折叠的性质得到，，然后分三类情况进行讨论：当时，设，根据相似三角形的性质得到；当时，可得到；当时，根据相似三角形的性质和勾股定理即可得到结论．  
【解答】  
解：为的直径，  
，  
，，  
，  
将沿折叠，点的对应点恰好落在线段上，  
，，  
若为等腰三角形，  
当时，设，  
则，  
如图，过作于，  
  
则，  
，，  
∽，  
，  
，  
解得：，  
；  
当时，则；  
当时，如图，过作于，  
  
，  
，，  
∽，  
，  
设，  
，，  
，，  
，  
，  
，不合题意舍去，  
，  
故答案为：或或．



45.【答案】

【解析】解：延长交于，连接，如图，设，则，，  
劣弧沿弦折叠交于，  
，  
，  
，  
，  
在中，，  
解得负值舍去，  
，  
的直径为．  
故答案为．  
延长交于，连接，如图，设，则，，利用折叠的性质得，则，再根据垂径定理得到，在中利用勾股定理得，然后求出即可得到的直径．  
本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了折叠的性质．

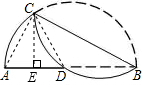


46.【答案】

【解析】

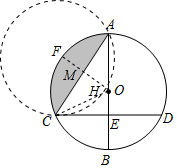
【分析】

本题考查了翻折变换的性质，勾股定理的应用和圆周角定理，相似三角形的判定与性质，等腰三角形三线合一的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，作辅助线构造出等腰三角形和直角三角形是解题的关键，难点在于求出．  
根据折叠的性质可得，再根据在同圆或等圆中，等弧所对的圆周角相等可得，根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得，从而得到，根据等角对等边可得，过点作于，根据等腰三角形三线合一的性质可得，然后利用和相似，根据相似三角形对应边成比例列式求出，在中，利用勾股定理列式计算即可得解．  
【解答】  
解：弧沿弦折叠交直径于点，  
，  
，  
在中，，  
，  
，  
过点作于，  
  
则，  
，  
是直径，  
，  
，  
，  
，  
又，  
∽，  
，  
，  
在中，．  
故答案为：．



47.【答案】点在圆外

【解析】解：过作，交于，交弧于，连接，  
为的直径，，  
，  
，  
，  
在中，由勾股定理得：，  
在中，，  
，  
，  
由勾股定理得：，  
由折叠得：弧所在圆与圆是等圆，  
弧所在圆的半径为，  
，  
，  
，  
在所在圆外，  
故答案为：点在圆外．  
过作，交于，交弧于，连接，根据已知条件得到，求得，根据勾股定理得到，由折叠得：弧所在圆与圆是等圆，根据点与圆的位置关系即可得到结论．  
本题考查了点和圆的位置关系、垂径定理、勾股定理、折叠的性质，要知道将弧沿所对的弦折叠时，所构成的圆与原来的圆是等圆，其圆心在这条弦的垂直平分线上，并熟练掌握点和圆的位置关系．



48.【答案】

【解析】

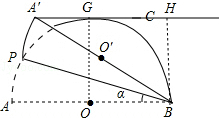
【分析】  
本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了折叠的性质．连接、、，作于，如图，，先利用折叠和圆周角定理得到

|  |
| --- |
| 再利用弧、弦、圆心角的关系得到，则，然后利用勾股定理计算出，接着再计算出即可． 【解答】 解：连接、、，作于，如图，， 上的沿弦翻折交半径于点，再将沿翻折交于点， 、和为等圆中的弧， 它们所对的圆周角为， ，  ， ， 在中，， 在中，， ． 故答案为． |

49.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了折叠的性质．作于，于，如图，根据切线的性质得到，再利用可证明四边形为正方形，接着根据折叠的性质得，，所以，根据特殊角的三角函数值得到，然后利用可确定的度数．  
【解答】  
解：作于，于，如图，  
  
与半圆恰好相切，  
为的半径，即，  
，  
，，，  
四边形为正方形，  
图形沿折叠，分别得到点，的对应点点，，  
，，  
，  
，  
，  
．  
故答案为．

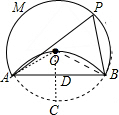


50.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了含度的直角三角形三边的关系和折叠的性质，求得是解题的关键．作半径于，连结、，如图，根据折叠的性质得，则，根据含度的直角三角形三边的关系得到，接着根据三角形内角和定理可计算出，然后根据圆周角定理计算的度数．  
【解答】  
解：如图作半径于，连结、，

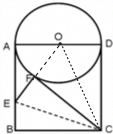
将沿弦折叠，圆弧恰好经过圆心，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
故答案为．



51.【答案】

【解析】

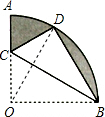
【分析】  
本题主要考查折叠问题，正方形和圆的性质，全等三角形、切线的判定，勾股定理等通过证明≌，可以得到是的切线，然后在直角中利用勾股定理计算可以求出线段的长．  
【解答】  
解：如图，连接，．  
  
在和中，，，，  
所以≌，  
所以，  
所以是的切线．  
因为，  
所以，，三点共线．  
因为，  
所以在中，，，，  
由勾股定理得，，解得．  
故答案是．



52.【答案】  ；；；  
 ；  
；  
；

【解析】

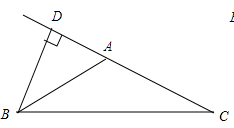
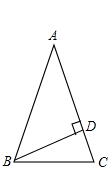
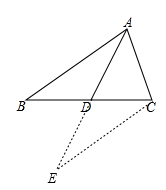
【分析】  
本题考查一元二次方程的概念将方程化为一般形式找出一次项系数和常数项即可．  
【解答】  
解：方程化为一般形式为  ，其中一次项系数为，常数项为．  
故答案为  ；；．  
【分析】  
本题考查了二次函数的性质二次函数顶点式，当时二次函数有最小值，即，为最小值；当时二次函数有最大值，即，为最大值根据性质即可求解．  
【解答】  
解：有题意得：当时，为最小值．  
故答案为．  
【分析】  
本题考查了概率根据概率的定义用黑球的数量除以球的总数即可表示出摸出黑球的概率根据定义即可列出方程．  
【解答】  
解：由题意得：，  
解得．  
故答案为．  
【分析】  
本题考查了扇形的面积及翻折掌握和熟记扇形的面积公式和翻折的性质是解题的关键先求出扇形的面积和三角形的面积，然后用扇形面积减去两个三角形的面积即可．  
【解答】  
解：如图，，  
连接．  
根据折叠的性质，，，，，即是等边三角形，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
整个阴影部分的面积为：．  
故答案为．  
【分析】  
本题考查了圆的切线定理及点到直线的距离公式圆的切线垂直于切点与圆心所连的线段熟记点到直线的距离公式是解题的关键先将直线化为，然后根据代入公式计算即可．  
【解答】  
解：连接，，当最小时，最小，  
当直线时，最小，  
的坐标为，，可化为，  
  
  
故答案为．



53.【答案】；  
；  
；  
；  
；  
；  
或；  
．

【解析】

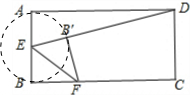
【分析】  
本题主要考查多边形的内角和定理，解题的关键是根据已知等量关系列出方程从而解决问题．本题根据多边形的内角和定理和多边形的内角和等于，列出方程，解出即可．  
【解答】  
解：设这个多边形的边数为，  
则有，  
解得：，  
这个多边形的边数为．  
故答案为；  
【分析】  
此题主要考查了关于轴对称点的坐标，关键是掌握点的坐标的变化规律．关于轴对称点的坐标特点：横坐标不变，纵坐标互为相反数可得、的值．  
【解答】  
解：点与关于轴成轴对称，  
，，  
，  
故答案为；  
【分析】  
此题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键．将两边平方，利用完全平方公式展开，将的值代入即可求出所求式子的值．  
【解答】  
解：将两边平方得：，  
即，故，  
故答案为；  
【分析】  
本题主要考查的是翻折的性质、含角的直角三角形的性质，根据题意得出是解题的关键．由折叠的性质可知，，在中，，故此，从而得到，于是可求得．  
【解答】  
解：由折叠的性质可知，，  
，  
．  
又，  
．  
．  
．  
故答案为；  
【分析】  
本题考查了垂直的性质的运用，直角三角形的性质的运用，全等三角形的判定及性质的运用，解答时证明三角形全等是关键．根据条件可以得出，进而得出≌，就可以得出，就可以求出的值．  
【解答】  
解：，，  
，  
．  
，  
．  
在和中，  
  
≌，  
，．  
，，  
，  
  
故答案为．  
【分析】  
本题主要考查全等三角形的判定和性质，构造全等三角形的方法，把、和转化到一个三角形中是解题的关键．延长到点，使，连接，可证明≌，可求得，在中可利用三角形三边关系可求得的取值范围，则可求得的取值范围．  
【解答】  
解：延长到点，使，连接，  
是的中线，  
，  
在和中，  
  
≌，  
，  
在中，，且，  
即，，  
，  
，  
故答案为；  
【分析】  
本题主要考查了直角三角形的性质、等腰三角形的性质．此题难度适中，解题的关键在于正确画出图形，结合图形，利用数形结合思想求解．首先根据题意画出图形，一种情况等腰三角形为锐角三角形，即可推出顶角的度数为另一种情况等腰三角形为钝角三角形，由题意，即可推出顶角的度数为．  
【解答】  
解：如图，等腰三角形为锐角三角形，  
  
，，  
，  
即顶角的度数为．  
如图，等腰三角形为钝角三角形，  
  
，，  
，  
．  
故答案为或；  
【分析】  
本题考查了等腰三角形的判定的应用，注意：有两边相等的三角形是等腰三角形，注意要进行分类讨论．根据等腰三角形的判定得出可能为底，可能为腰两种情况，依此即可得出答案．  
【解答】  
解：以为圆心，以为半径作圆，此时交坐标轴于两个点除外；  
以为圆心，以为半径作圆，此时交坐标轴于四个点；  
作线段的垂直平分线，此时交坐标轴于两个点；  
符合条件的点共有：个．  
故答案为．



54.【答案】；  
；  
  
；  
．

【解析】

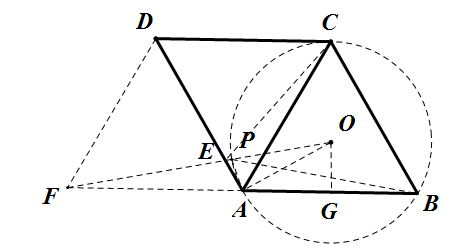
【分析】  
本题考查的是根与系数的关系，画数桩法求概率，二次函数与系数的关系，反比例函数的几何意义等有关知识．  
根据根与系数的关系得到，，再利用得到，然后解不等式和利用中的结论可确定满足条件的的取值范围；  
首先根据题意可求得所有可能结果，然后解不等式组求得不等式组的解集得出符合要求的点的坐标，再利用概率公式即可求得答案；  
 根据抛物线的对称性得到抛物线的对称轴为直线，根据抛物线对称轴方程得到，则可对进行判断；由抛物线开口方向得到，由得到，由抛物线与轴的交点在轴上方得到，则可对进行判断；利用时，函数有最大值对进行判断；根据二次函数图象的对称性得到抛物线与轴的另一个交点在点与之间，则时，，于是可对进行判断；由得到，则可判断和所对应的函数值相等，则，于是可对进行判断；  
如图所示点在以为圆心为半径的圆上运动，当、、共线时时，此时的值最小，根据勾股定理求出，根据折叠的性质可知，即可求出  
设出点坐标，根据函数关系式分别表示各点坐标，根据割补法表示的面积，构造方程．  
【解答】  
解：根据题意得，，  
而，  
所以，解得，  
而，  
所以的范围为．  
故答案为．  
解画树状图为：  
  
，  
   
解得：，  
当，  
解得：，  
根据不等式组的解集中有且只有个非负整数解，  
则时符合要求，  
故，  
即，符合要求，  
当，  
解得：，  
根据不等式组的解集中有且只有个非负整数解，  
则时符合要求，  
故，  
即，舍  
故所有组合中只有种情况符合要求，  
故使关于的不等式组的解集中有且只有个非负整数解的概率为：，  
故答案为．  
：抛物线开口向下，  
，  
抛物线对称轴为，即，  
，  
抛物线与轴的交点在轴上方，  
，  
，所以错误；  
，  
，所以正确；  
时，函数值最大，  
，即，所以正确；  
抛物线与轴的交点到对称轴的距离大于，  
抛物线与轴的一个交点在点与之间，  
抛物线与轴的另一个交点在点与之间，  
时，，  
，所以错误；  
当，则，  
和所对应的函数值相等，  
，  
，所以正确；  
故答案为．  
 如图所示点在以为圆心为半径的圆上运动，当、、共线时时，此时的值最小，  
  
根据折叠的性质，≌，  
，  
，  
是边的中点，，  
，  
，  
，  
．  
故答案为．  
 设点的坐标为，则点坐标为  
由图象可知，点，，，  
矩形面积为：  
  
  
  
  
   
  
代入式得  
故答案为．



55.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查菱形的性质，四点共圆，等边三角形的性质，勾股定理等知识．  
作的外接圆，圆心为，把沿折叠，使点落在点处，连接交于，交于，作，垂足为，连接，，先证四边形是菱形，再求出，，，即可求出的最小值．  
【解答】  
解：如图，作的外接圆，圆心为，把沿折叠，使点落在点处，连接交于，交于，作，垂足为，连接，，  
  
，  
  
  
，，，四点共圆，  
，，，在一条直线时，最大，则最小，即最小，  
由翻折性质可得，  
则四边形是菱形，  
则垂直平分，，  
是等边的外接圆，，，  
 ，  
 ，  
，  
  
  
  
．  
故答案为．



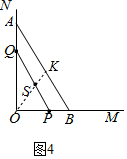
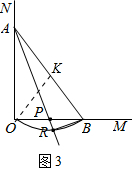
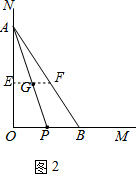
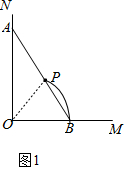
56.【答案】

【解析】

【分析】  
此题考查了折叠的性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理、三角形外角的性质以及三角形外接圆的性质．此题难度较大，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想与方程思想的应用．  
首先连接，设，由折叠的性质易得：，又由三角形三边的垂直平分线的交于点，可得，且是外接圆的圆心，然后利用等边对等角与三角形外角的性质，可用表示出、，的度数，又由三角形内角和定理，可得方程，解此方程求得的度数，继而求得的度数．  
【解析】  
解：连接，  
设，  
由折叠的性质可得：，  
，  
三角形三边的垂直平分线的交于点，  
，且是外接圆的圆心，  
，，  
，，  
，  
中，，  
，  
解得：，  
，  
，  
，  
，  
，  
故答案为：．

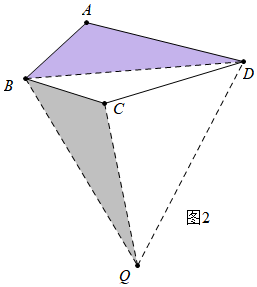
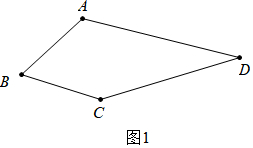


57.【答案】解：连接．  
  
在中，，，，  
，  
，，  
是等边三角形，  
，  
由题意点的运动路径是，  
点的运动路径的长  
  
如图中，取，的中点，，连接．  
  
点是优美点，点运动轨迹是的中位线．  
，，  
，  
，，  
，  
点运动过程中所经过的路径长为．  
  
如图中，点是优美点，  
  
，  
，  
点在为直径的圆上，点的运动轨迹是，圆心是的中点，连接．  
点所经过的路径长  
  
  
  
，，，，  
，  
，  
的中点的运动轨迹是的斜边上的中线，  
点经过的路径长为．



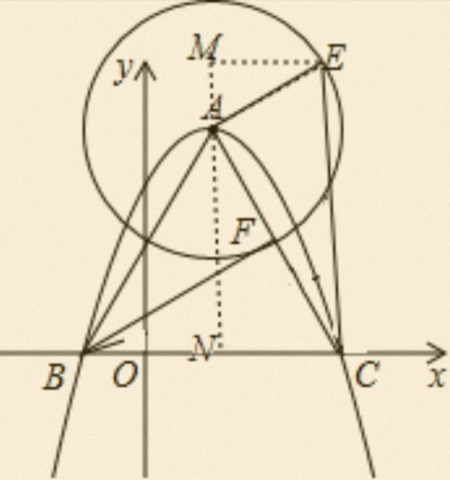
【解析】由题意，推出点的运动轨迹是，利用弧长公式求解即可．  
如图中，取，的中点，，连接点是优美点，点运动轨迹是的中位线．  
如图中，点是优美点，点的运动轨迹是，圆心是的中点，连接．  
首先证明，推出的中点的运动轨迹是的斜边上的中线．  
本题属于三角形综合题，考查了直角三角形斜边中线的性质，三角形的中位线定理，弧长公式等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

58.【答案】解：如图中，  
  
在四边形中，，，，  
；  
  
如图中，结论：．  
理由：连接以为边向下作等边三角形；  
  
，  
，  
，，  
≌，  
，，  
，  
，  
，  
，，  
；  
  
如图中，连接，将绕点顺时针旋转得到，连接．  
  
则是等边三角形，，，，  
，  
，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹在为圆心的圆上，且过，，在优弧上取一点，连接，，，，  
，  
，，  
，  
是等边三角形，  
半径，  
点的运动路径．



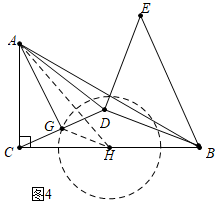
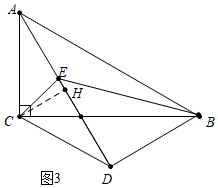
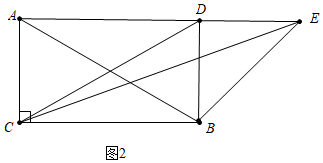
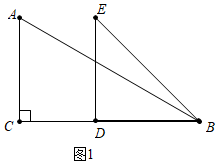
【解析】利用四边形内角和定理计算即可；  
连接以为边向下作等边三角形想办法证明是直角三角形即可解决问题；  
如图中，连接，将绕点顺时针旋转得到，连接想办法证明即可解决问题．  
本题考查四边形综合题、等边三角形的判定和性质、勾股定理以及逆定理、弧长公式等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造等边三角形解决问题，属于中考压轴题．

59.【答案】解：抛物线的表达式为：，  
即，解得：，  
抛物线的表达式为：，  
故；  
  
点的坐标为：，  
则，点是的中点，，  
；  
  
当时，面积最大，  
Ⅰ当点在轴右侧时，  
  
过点作轴的平行线交轴于点，交于点，  
则，  
则∽，相似比为：：，  
则，  
故点，  
则点的坐标为：，  
所以；  
Ⅱ当点在轴左侧时，  
则点、关于点对称，  
故点坐标为，  
则点的坐标为：，  
所以，  
综上所述．  
点，点，  
设点，  
由，根据两点间距离公式得：，  
则点，点，  
设：，，则，，即点，  
将、的值代入式得：，  
整理得：，  
即点到定点的距离等于定值，  
故点运动的轨迹为半径为的圆，  
则点运动的路径长为．



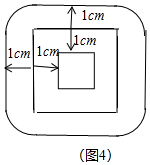
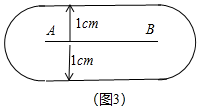
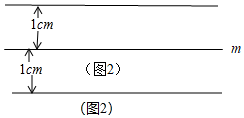
【解析】抛物线的表达式为：，即，解得：，即可求解；  
点的坐标为：，则，点是的中点，，即可求解；  
设点，由，根据两点间距离公式得：，则点，点，设：，，则，，即点，将、的值代入式得：，即可求解．  
本题考查的是二次函数综合运用，涉及到等腰三角形性质、中点公式运用、圆的基本知识等，综合性强，难度适中．

60.【答案】解：如图中，  
  
在中，，，，  
，  
，  
；  
  
如图中，当、、共线时，易证四边形是矩形，  
  
．  
  
如图中，当、、共线时，作于．  
  
在中，，  
，  
，  
，  
，  
．  
  
如图中，取的中点，连接．  
  
，，  
，  
点的运动轨迹是以为圆心为半径的圆，  
在中，，  
的最小值，  
的最大值．



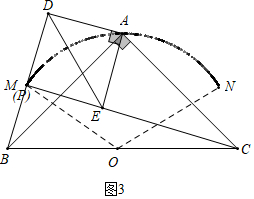
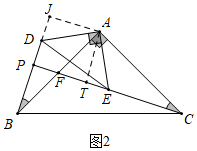
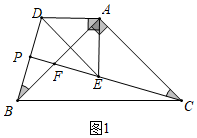
【解析】如图中，根据，只要求出即可解决问题；  
分两种情形分别求解即可解决问题；  
如图中，取的中点，连接由，，推出，可得点的运动轨迹是以为圆心为半径的圆，根据点与圆的位置关系即可解决问题；  
本题考查几何变换综合题、特殊直角三角形的性质、旋转变换、解直角三角形、勾股定理、点与圆的位置关系等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，学会添加常用辅助线，构造三角形中位线解决问题．

61.【答案】解：【初步运用】  
点到已知直线的距离等于，  
点的轨迹是平行于直线且到直线距离为的两条直线，如图所示：  
  
【深入探究】  
点到已知线段的距离等于，  
点的轨迹是平行于线段且到线段距离为的两条线段和以点或点为圆心，为半径的两个半圆，如图所示，  
  
点到已知正方形的距离等于，  
点的轨迹是平行于正方形其中一条边且到其中一边的距离为的八条线段和以正方形的四个顶点为圆心，为半径的四个四份之一圆，如图所示，



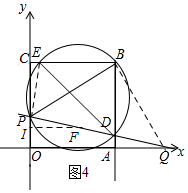
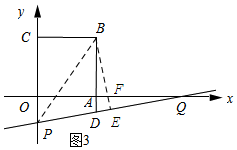
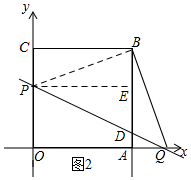
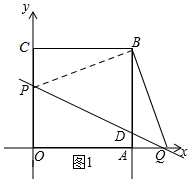
【解析】本题是圆的综合题，考查了圆的有关知识，理解新定义“点与图形之间的距离”是本题的关键，确定点的运动轨迹是本题的难点．  
  
【初步运用】  
由题意可得点的轨迹是平行于直线且到直线距离为两条直线，即可求解；  
【深入探究】  
确定点的轨迹即可求解；  
确定点的轨迹即可求解．

62.【答案】证明：如图中，  
   
与均为等腰直角三角形，  
，，，  
，  
≌，  
，  
，  
，  
．  
  
解：如图中，结论：．  
   
理由：过点作于，交的延长线于．  
≌，  
全等三角形的对应边上的高相等，  
，  
四边形是矩形，  
，  
四边形是正方形，  
，  
，，，  
≌，  
，  
，，，  
≌，  
，  
，  
．  
  
如图中，  
   
，  
，  
点的为直径的圆上运动，设轨迹为，的中点为，连接，．  
当时，，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
的最小值为，  
同法可证，的最小值为，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹的长



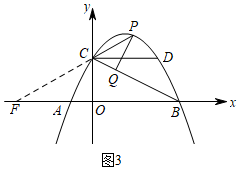
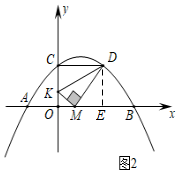
【解析】证明≌，推出，由，可得．  
如图中，结论：过点作于，交的延长线于首先证明四边形是正方形，证明≌，推出，证明≌，推出，可得结论．  
点的为直径的圆上运动，设轨迹为，的中点为，连接，求出的最小值为，的最小值为，可得，利用弧长公式求解即可．  
本题属于几何变换综合题，考查了等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质，正方形的判定和性质，弧长公式等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，第三个问题的关键是求出的大小．

63.【答案】解：如图所示：连接．  
  
点和点运动的速度相同，  
．  
四边形为正方形，  
，．  
在和中，  
，  
≌．  
  
设点的坐标为，则点的坐标为．  
设直线的解析式为．  
将点的坐标代入得：，解得：，  
直线的解析式为．  
当时，如图所示：连接，过点作，垂足为，则四边形为矩形．  
  
四边形为矩形，  
．  
，，  
，即．  
，  
∽．  
，即，解得负值已舍去．  
当时，点与点重合，点与点重合，此时，为等腰直角三角形．  
如图所示：当点位于轴的下方时，为钝角．  
  
要使为等腰三角形，则．  
．  
，  
．  
．  
，，  
．  
又，，  
假设不成立．  
当点位于轴的下方时，不能构成等腰三角形．  
综上所述，当或时，为等腰三角形．  
  
如图所示：连结、，过点作，垂足为．  
  
由题意可知点的坐标为，的坐标为．  
，  
为圆的直径．  
．  
由可知：≌．  
，．  
，即．  
为等腰直角三角形．  
．  
平分．  
．  
．  
点与点关于对称，  
点在上，且．  
，，  
．  
在和中，  
，  
≌．  
，．  
．  
将代入直线的解析式得：．  
．  
．  
设点的坐标为，则，．  
将代入得：，即．  
点的轨迹为双曲线的一个部分．  
第一象限内不存在一个点，使到的距离为定值．



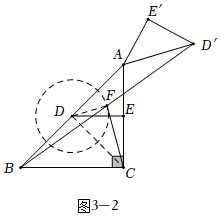
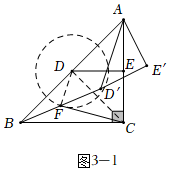
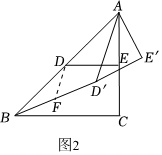
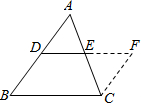
【解析】连接依据题意可得到，然后依据正方形的性质可得到，，接下来依据可证明≌；  
设点的坐标为，则点的坐标为设直线的解析式为，将点的坐标代入可求得直线的解析式；  
当时，如图所示：连接，过点作，垂足为，则四边形为矩形，然后用含的式子，表示出、的长，从而得到的长，然后证明∽，接下来，依据相似三角形对应边成比例列出关于的方程即可；，当时，点与点重合，点与点重合，此时，为等腰直角三角形；如图所示：当点位于轴的下方时，为钝角，可证明不是等腰三角形此种情况不成立；  
连结、，过点作，垂足为由题意可知点的坐标为，的坐标为首先证明为等腰直角三角形，于是可证明，然后证明为的角平分线，从而可得到点在上，接下来，证明≌，于是可证明，，将代入直线的解析式求得点的纵坐标，从而得到的长，然后依据求得的长，从而得到点的坐标为，设点的坐标为，消去字母得到与的函数关系，然后依据点的轨迹作出判断即可．  
本题主要考查的是圆的综合应用，解答本题主要应用了全等三角形的性质和判定、相似三角形的性质和判定、圆周角定理以及其推理、轴对称图形的性质、等腰直角三角形的性质和判定、角平分线的性质，用含的式子表示出点的坐标，然后消去字母得到点的纵坐标与横坐标的函数关系式是解题的关键．

64.【答案】解：当时，，  
，  
当时，，  
，  
解得：，，  
，，  
，  
轴，  
；  
与重合，且，  
的轨迹是以为直径的圆，  
存在不同的两个点、，  
，  
，  
；  
点是线段存在唯一一点使为“线段的偏离直角”，  
如图，过作轴于，  
  
设，则，  
，，  
∽，  
，  
，  
，  
只有一个点，所以方程只有一个解，  
，  
，  
，  
当时，延长交轴于，如图，  
  
，  
，，  
，，  
，  
，  
，  
，  
设的解析式为：，  
则，解得：，  
的解析式为：，  
联立，解得：舍，，  
点的横坐标为；  
当时，如图，作，  
  
设，  
，，  
，  
，  
，  
，  
，  
∽，  
，即，  
过作轴的平行线交轴于，同时过作于，  
，，  
∽，  
，  
设，则，，  
，  
，  
代入抛物线的解析式中得：，  
解得：舍，，  
的横坐标为，  
综上，存在两个点，点的横坐标是或．



【解析】分别令和可得，，三点的坐标，将抛物线的解析式配方成顶点式可知对称轴是：，根据对称性可得点的坐标；  
先根据圆周角定理确定的轨迹是以为直径的圆，再由直角三角形斜边中线和垂线段最短的性质得：，列不等式可解答；  
先作辅助线，构建相似三角形，证明∽，则，列方程，根据，可得的值，求出抛物线的解析式，当中某个角恰好等于的倍时，存在两种情况：当时，延长交轴于，如图，确定点的坐标，求设的解析式为：，联立方程组可得的横坐标；当时，如图，作，证明∽和∽，表示的坐标，代入抛物线的解析式中可得结论．  
此题是二次函数综合题，主要考查了抛物线的对称性，圆的性质，相似三角形的判定和性质，新定义的理解和掌握，构造出三角形相似是解本题的关键．

65.【答案】证明：在中，延长到点，使得，连接．  
   
在和中，  
，  
≌，  
，，  
，  
又，  
，  
四边形是平行四边形，  
，；  
  
解：的值不变．  
理由：如图中，连接．  
   
，，  
，  
，  
，，  
，  
的值不变；  
  
解：，  
点的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆，  
如图中，当与在的下方相切时，的值最小，  
   
，，  
，  
，  
，  
如图中，当与在的方相切时，的值最大，同法可得   
   
综上所述，．



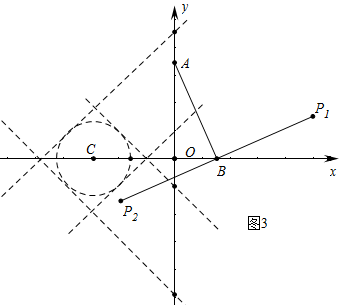
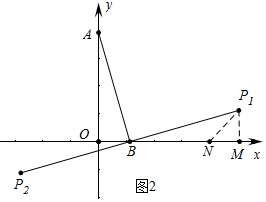
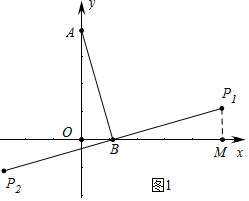
【解析】在中，延长到点，使得，连接证明四边形是平行四边形，可得结论；  
连接，利用三角形中位线定理解决问题；  
由可知点的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆，如图中，当与在的下方相切时，的值最小，如图中，当与在的方相切时，的值最大，求出的最小值和最大值，可得结论．  
本题属于几何变换综合题，考查了等腰直角三角形的判定和性质，三角形中位线定理，平行四边形的判定和性质，直线与圆的位置关系等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题．

66.【答案】，和，；  
或；  
或．

【解析】

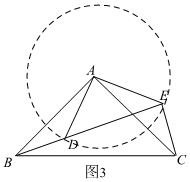
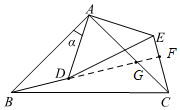
【试题解析】

【分析】  
本题考查圆综合题、一次函数的解析式、切线的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，本题的突破点是发现点的运动轨迹是直线，题目比较难，属于中考压轴题．  
根据全等三角形即可解决问题；  
如图中，取，则，作轴于，首先说明的运动轨迹是一条直线，求出这条直线的解析式即可解决问题；  
利用的结论，关于的“伴随点”，与之间的关系式：或，由题意可知，当直线或与有交点时，在上存在点关于点的“伴随点”，求出这两条直线和相切时的的值，即可解决问题；  
【解答】  
解：如图中，作轴于．  
  
，，易证，  
≌，  
，，  
当，时，，，，  
，  
与关于对称，  
，  
当，时，同法可得，，  
故答案为，和，；  
  
如图中，取，则，作轴于．  
  
≌，  
，，  
，  
是等腰直角三角形，  
，  
点在经过点，与轴的夹角为的直线上，  
易知这条直线的解析式为，  
是点关于点的“伴随点”，与之间的关系式为，  
同法可得，在直线，  
与之间的关系式：或；  
  
如图中，  
  
由可知，关于的“伴随点”，  
与之间的关系式：或，  
由题意可知，当直线或与有交点时，在上存在点关于点的“伴随点”，  
易知相切时或，  
观察图象可知，满足条件的的范围为：或．

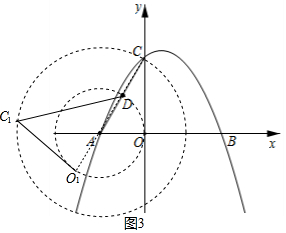
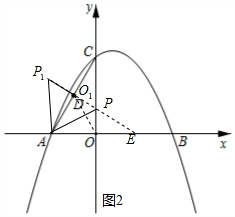
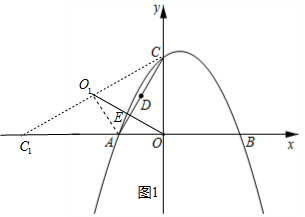


67.【答案】      或

【解析】解：，且，理由如下：  
，，  
，  
；  
，点，分别在，上，  
；  
故答案为：；；  
成立，  
证明：根据旋转的性质可得：，，，  
≌，  
，  
作的延长线交于点，交于点，  
   
≌，  
，  
，  
，  
；  
当点在线段上时，  
，  
，  
，  
又，，  
≌，  
，  
，  
故答案为：；  
由题意知，点的轨迹是以为圆心为半径的圆，  
在中，当为底时，点到的距离最大时，的面积最大，  
   
当时，的面积最大，  
旋转角为或，  
故答案为：或．  
由，，则，可得答案；  
利用证明≌，得，作的延长线交于点，交于点，由全等知，又，则，从而证明；  
由≌，得，则；  
点的轨迹是以为圆心为半径的圆，在中，当为底时，点到的距离最大时，的面积最大，从而得出答案．  
本题是几何变换综合题，主要考查了等腰直角三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，三角形的内角和定理，旋转的性质等知识，证明≌是解题的关键．



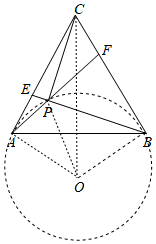
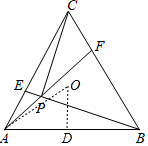
68.【答案】解：当时，，  
，  
当时，，  
即：，  
，  
，，  
，；  
如图，  
   
将绕点逆时针旋转至，连接，交于，  
则，此时落在轴上，理由如下：  
，  
，  
，  
，  
，   
，  
，  
，，  
，  
；  
如图，  
   
由题意得，此时旋转角是，即落在点处，  
连接，  
，  
是等边三角形，  
，，  
，  
，  
作点的对称点，连接，交于，则最小，最小值   
，  
，  
，  
，，  
最小是，此时点；  
如图，  
   
当运动到时，．



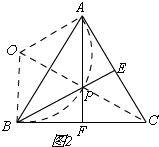
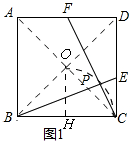
【解析】分别把和代入抛物线的解析式求得结果；  
当时，，此时点在轴上，解求得结果；  
由知：两个定点点和到直线轴上一点的距离之和最小，所以作点关于轴的对称点，连接，交轴于点，进一步求得结果；  
点和点运动的轨迹是以为圆心，半径分别是和的圆，且是小圆的切线，当时，的面积最大，进一步求得结果．  
本题考查了二次函数的求值，旋转性质，确定圆的条件，解直角三角形等知识，解决问题的关键是根据条件画出图形，并利用图形计算．

69.【答案】

【解析】解：如图，点为等边外接圆的圆心，也是内切圆的圆心，作于点，连接，  
   
等边三角形的边长为，  
，  
又，  
．  
为内切圆半径，  
   
故答案为：，   
为等边三角形，  
，，  
又，  
在和中，  
，  
≌；  
，．  
又，  
．  
．  
存在最小值．  
是等边三角形，  
，，  
在和中，  
，  
≌，  
，  
，  
，  
如图，过点，点，点作，连接，，  
   
点在上运动，  
，  
，，，  
，  
，  
，  
，，  
垂直平分，  
，  
，，  
，  
，  
在中，，  
当点在上时，有最小值，  
的最小值，  
点为等边外接圆的圆心，也是内切圆的圆心，作于点，连接，由等边三角形的边长、外接圆半径、内切圆半径正好组成一个直角三角形，从而求得它们的长度．  
根据证得≌，由全等三角形的性质和外角的性质即可以得到答案．  
由“”可证≌，可得，可求，过点，点，点作，则点在上运动，利用锐角三角函数可求，的长，即可求解．  
本题是圆的综合题，考查了三角形的内切圆和三角形的外接圆，全等三角形的判定和性质，等边三角形的性质，锐角三角函数，圆的有关知识，确定点的运动轨迹是解题的关键．

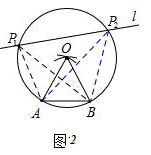


70.【答案】解：，，  
理由：  
四边形是正方形，  
，，  
在和中，  
，  
≌，  
，，  
，  
，  
，  
，  
即：，且；  
如图，  
   
由知，，  
在点从点到点的过程中，始终有，  
，  
点运动得路径是以为直径的圆弧上，  
点的运动路径长为；  
如图，  
   
点在以为圆心，为半径的圆弧上，  
当点运动到中点时，点也运动到的中点，此时点经过的中点，  
此时为等腰三角形，，  
，  
，  
，  
点的路径为，

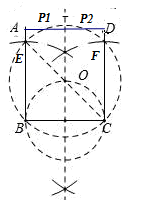


【解析】此题主要考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，动点问题，解本题的关键是确定出点的运动轨迹，也是本题的难点．  
由正方形的性质，得出结论，直接判断出≌，再利用互余得出即可；  
由题意判断出点的运动轨迹，然后用弧长公式计算即可；  
由题意判定出点的运动轨迹是以点为圆心，为半径的三分之一圆，计算即可．

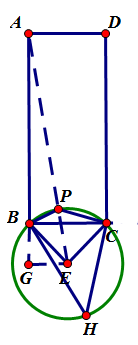
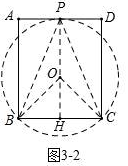
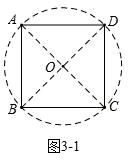
71.【答案】解：Ⅰ，  
是等边三角形，  
，  
．



Ⅱ如图，分别以 为圆心，以为半径作圆，交、于 ，连接，  
作的中垂线交于，  
以为圆心，为半径作圆，交于、．  
点、即为所求．



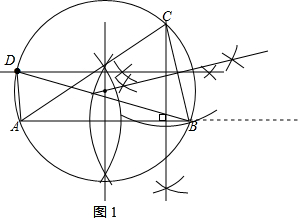
Ⅲ当点和点重合时，最小，此时和，和重合，；  
  
当和圆相切时，最大．  
  
满足的点恰有两个，则的取值范围为．  
故答案为：．  
如图所示：以为斜边作等腰直角三角形，以为圆心，为半径作圆，过点作交延长线于，  
，  
，  
四边形是圆的内接四边形，  
，  
．  
当、、三点在一条直线上时最小．  
，，  
，  
，  
在中，由勾股定理得：  
，  
．  
故答案为．



【解析】

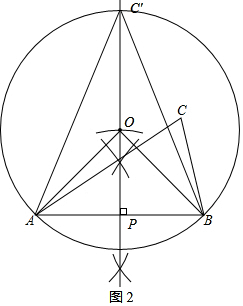
【分析】  
本题考查圆周角定理，等腰直角三角形的性质，等边三角形的性质，圆的内接四边形的性质，勾股定理，点和圆的位置关系，尺规作图，关键是掌握定边定角的三角形第三个顶点的轨迹是圆．  
Ⅰ根据等边三角形的性质和圆周角定理即可解答；  
Ⅱ根据等腰直角三角形的性质和圆周角定理，分别以 为圆心，以为半径作圆，交、于 ，连接，作的中垂线交于，以为圆心，为半径作圆，交于、即可解答；  
Ⅲ由Ⅱ可知：当点和点重合时，最小，此时和，和重合；  
当和圆相切时，最大，根据等腰直角三角形的性质即可解答；  
以为斜边作等腰直角三角形，以为圆心，为半径作圆，过点作交延长线于，  
当、、三点在一条直线上时最小利用勾股定理求得即可解答．

72.【答案】解：如图所示，即为所求．  
  
．

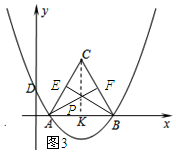
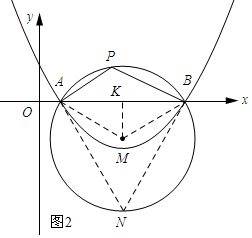
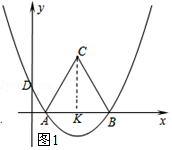


【解析】

【分析】  
本题主要考查作图复杂作图，解题的关键判断出点是以为弦的圆上、圆的确定及线段的中垂线的尺规作图等知识点．  
先作出的外接圆，再作边上的高，继而作出此高的中垂线，与外接圆的交点即为所求；  
作以为弦且所对圆心角为的，则垂直于弦的直径与优弧的交点即为使三角形面积最大的点，根据作图得出边上的高可得答案．  
【解答】  
解：见答案，如图所示；  
如图所示，作以为弦，且所对圆心角为的，  
  
点轨迹为圆上不与重合的任一点，  
当在位置上时，高最长，  
故面积最大，  
，  
，  
则，  
，  
的面积为，  
故答案为：．

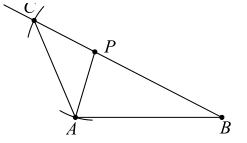
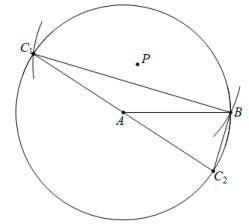


73.【答案】解：将点，代入抛物线的解析式得：，  
解得：，．  
抛物线的解析式为．  
  
存在点，使得．  
理由：如图所示：过点作轴，垂足为．  
  
为等边三角形，  
，．  
，  
，．  
．  
．  
．  
设  
，即，  
解得：，．  
点的坐标为或．  
  
结论：，．  
为等边三角形，  
，．  
在和中，  
≌．  
，．  
．  
．  
当时，由可知点在以为圆心以为半径的圆上，过点作，垂足为．  
  
，  
．  
．  
又，垂足为，  
，．  
．  
点运动的路径．  
当时，点在的垂直平分线上时，如图所示：过点作，则点运动的路径的长．  
  
，，  
．  
点运动的路径为．  
综上所述，点运动的路径为或．



【解析】将点，代入抛物线的解析式得到关于、方程组，解关于、的方程组求得、的值即可；  
过点作轴，垂足为依据等边三角形的性质可求得，然后依据三角形的面积公式结合已知条件可求得的面积，设，然后依据三角形的面积公式可得到关于的方程，从而可得到点的坐标；  
首先证明≌，依据全等三角形的性质可知：，，然后通过等量代换可得到，最后依据三角形的内角和定理可求得；  
当时，由可知点在以为直径的圆上，过点作，垂足为先求得的半径，然后依据弧长公式可求得点运动的路径；当时，点在的垂直平分线上时，过点作，则点运动的路径的长．  
本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、等边三角形的性质、全等三角形的性质和判定、扇形的弧长公式，判断出点运动的轨迹生成的图形的形状是解题的关键．

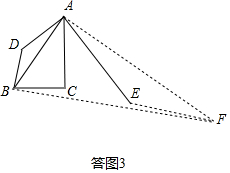
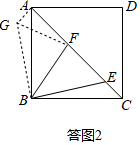
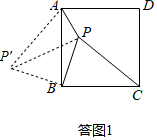
74.【答案】解：如图所示： 以为圆心，的长为半径画圆，  
以为圆心，的长为半径画弧，交圆于．  
连接、，并延长交圆于连接．  
和即为所求作的三角形．  
  
如图所示：以为圆心，为半径画弧交的延长线于．  
连接．  
即为所求作的三角形．



【解析】本题考查尺规作图复杂作图，等腰三角形的判定和性质，三角形外角的性质，掌握等腰三角形的判定和性质，三角形外角的性质是关键．  
根据得点在以为圆心，的长为半径圆上；根据点到和的距离相等，根据等腰三角形的三线合一可知，垂直平分，根据相等垂直平分线的性质得定长，所以点在以为圆心，的长为半径圆上，两圆的交点即所求即可解答；  
先确定点到点、距离相等的点的轨迹，再根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质即可解答．

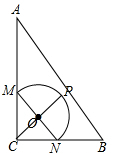
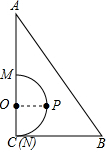
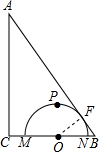
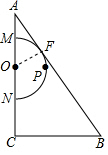
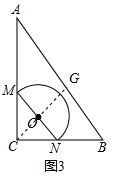
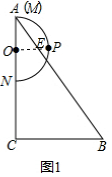
75.【答案】

【解析】解：由于将绕点逆时针旋转，得到，  
，，  
又，  
为等边三角形，，  
．  
，  
，  
．  
  
如答图，将绕点逆时针旋转，得到，  
则，，  
，．  
，  
，  
在中，．  
由旋转的性质可知，，  
故答案为：．  
如答图，将绕点逆时针旋转，得到，  
则，．  
四边形为正方形，为对角线，  
，  
由旋转可知，，．  
，，  
，  
．  
在和中，  
，  
≌，  
．  
又，  
在中，由勾股定理可得：，  
即，  
故答案为：．  
，，，  
，  
如答图，过点作，且使，  
，，  
，  
又，  
．  
，  
由于为定点，为定长，  
故点的轨迹为以为圆心、为半径的圆．  
，  
，  
则当、、三点共线时，最小，  
最小为．  
由将绕点逆时针旋转，易证明为等边三角形，且，，，由勾股定理逆定理可判定，则；  
将绕点逆时针旋转，得到，则为等腰直角三角形，，，由勾股定理可得由，可得，在直角三角形中用勾股定理可求，由旋转可得；  
将绕点逆时针旋转，得到，由正方形性质可得由旋转可知，，，，由，可得，从而可用证明≌，所以又，则在中，由勾股定理有，即；  
由勾股定理易得过点作，且使，则易证，从而得由于为定点，为定长，故点的轨迹为以为圆心、为半径的圆当、、三点共线时，最小．由勾股定理可得，则最小值为．  
本题考查了等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理及其逆定理，正方形的性质，图形旋转的性质，解题的关键是学会利用旋转法构造辅助线，利用全等三角形的性质或相似三角形的性质解决问题．

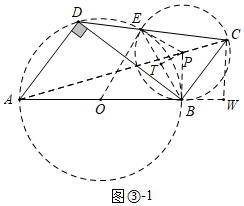
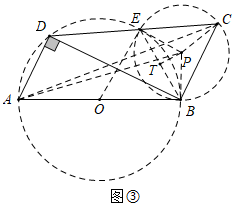
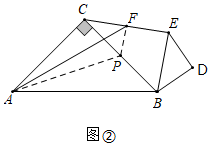
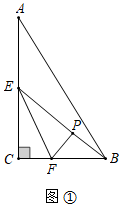


76.【答案】

【解析】解：连接，  
   
为中点，  
，  
．  
点为半圆中点，  
，  
，  
即，  
解得，  
，  
故答案为：；  
  
，，，  
，  
如图，当圆心落在斜边中线吋，  
，  
   
点在圆上，  
，  
．  
设为中点，则，  
，  
．  
又，  
∽，  
，即，  
解得：，，  
，  
；  
  
如图，  
   
当圆与边相切于点，连接，  
．  
，  
∽，  
，即，  
解得，  
；  
如图，  
   
当圆与边相切于点，连接，  
．  
，  
∽，  
，即，  
解得：，  
，  
综上，当或时圆与边有两个交点；  
  
当点开始运动到点与点重合时，点运动的路程为；  
当点与点重合时，如图，  
   
，，  
，  
．  
当圆运动到如图所示时，此时，  
   
，为中点，  
，，  
，，  
当点从运动到如图所示时，点始终在的角平分线上运动，  
当点从运动到如图所示时，点的运动路径为，  
当点从运动到点与点重合时，这段时间内运动的路径长为．  
从点与点重合到点与重合，运动的路程为，  
整个过程中点的运动路径长为．  
首先根据中点求出的长度，进而求出圆的半径，然后利用得到可得出的长度，最后利用即可求解；  
首先利用等腰三角形的性质和直角三角形斜边中线的性质推出，进而有∽，则，从而求出的值和，的长度，最后利用三角形面积公式求解即可；  
分两种情况：当在边上与圆相切时和当在边上与圆相切时，分别求出这两种临界状况，然后数形结合即可得出答案；  
分别画图分析出点的运动轨迹，然后分三段分别进行讨论即可．  
本题主要考查圆的综合问题及动点问题，掌握相似三角形的判定及性质，解直角三角形并分情况讨论是关键，找到点的运动轨迹是难点．



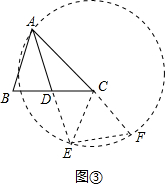
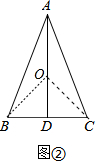
77.【答案】解：如图中，点即为所求．当，，共线时，的值最小．  
  
  
如图中，取的中点，连接，．  
  
，，  
，  
，，  
，  
，，，  
，  
，  
，  
的最大值为．  
  
如图中，作的外接圆交于，连接，，．  
  
，，  
，  
，  
，  
是等边三角形，，  
，  
点的运动轨迹是圆弧，不妨设圆心为，连接，，，则，  
作于，在中，，，  
，  
，，  
，  
在中，，  
，  
，  
的最大值为，此时，，共线，如图中，作于．  
  
，  
，  
，  
，，  
，  
．



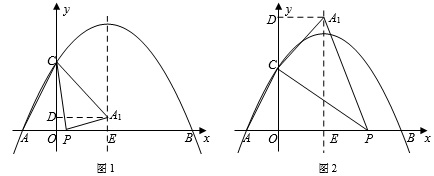
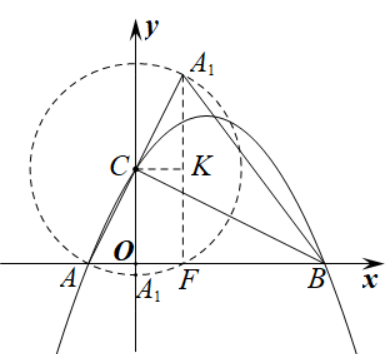
【解析】如图中，当，，共线时，的值最小．  
如图中，取的中点，连接，求出，即可解决问题．  
如图中，作的外接圆交于，连接，，证明是等边三角形，，由，推出点的运动轨迹是圆弧，不妨设圆心为，连接，，，则，求出，即可解决问题．  
本题属于四边形综合题，考查了解直角三角形，圆周角定理，等边三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会利用辅助圆解决问题，属于中考压轴题．

78.【答案】

【解析】解：如图中，  
，，  
，  
是的弦，直径为，  
，  
是最大值为，  
的最大值为．  
故答案为．  
  
如图中，  
  
，是中线，  
垂直平分线段，  
的外接圆的圆心在线段上，设圆心为，连接，．  
，设，  
则，，  
，  
，  
解得，  
等腰外接圆的半径为．  
  
如图中，延长到，使得，连接，延长到，使得，连接．  
  
，，，  
≌，  
，，  
，  
，  
，  
是等边三角形，  
，  
，  
，  
点的运动轨迹是图中优弧，  
，  
当是直径时，的值最大，最大值．  
利用三角形的中位线定理解决问题即可．  
由题意垂直平分线段，推出的外接圆的圆心在线段上，设圆心为，连接，由题意，设，则，，根据，构建方程求出即可．  
如图中，延长到，使得，连接，延长到，使得，连接证明，因为，推出，推出点的运动轨迹是图中优弧，由题意，推出当是直径时，的值最大，由此即可解决问题．  
本题属于圆综合题，考查了三角形的中位线定理，圆周角定理，全等三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题．



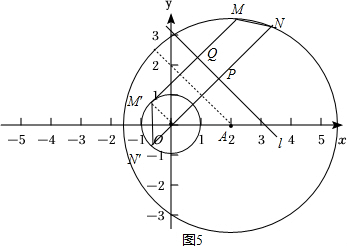
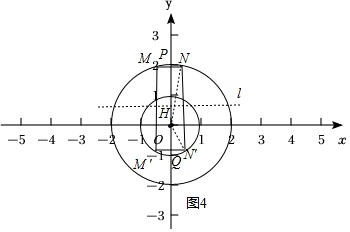
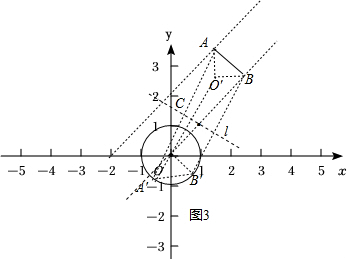
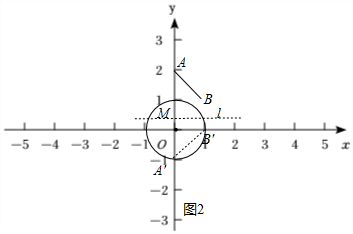
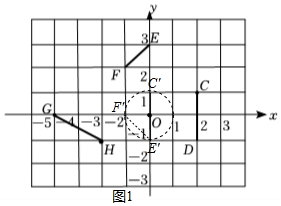
79.【答案】解：将，两点坐标代入得，  
  
解得  
所以，的值分别为，；  
由知，  
令，得，则，  
所以，，，  
由题意知的轨迹为以为圆心，为半径的圆的一部分如图，易知的最小值为，  
当与点重合时，取得最大值，  
故点作轴，过点作，则在圆上，且四边形为矩形，，  
所以，即的最大值为，  
所以；  
  
故答案为；   
当点恰好落在抛物线的对称轴上如图位置时，，设点运动了秒．  
过点作轴于点，设抛物线对称轴与轴相较于点．  
  
抛物线对称轴是直线，  
又，，  
，  
在中，，  
因为，，，  
在中，．  
解得，  
当点恰好落在抛物线的对称轴上如图位置时，同理可得．  
当点恰好落在抛物线的对称轴上时，点的运动时间为秒或秒



【解析】此题是二次函数的综合题，主要涉及待定系数法的运用和翻折变换知识灵活运用已知，注意分类讨论是解得此类问题的关键．  
运用待定系数法即可求出、的值；  
由题意知的轨迹为以为圆心，为半径的圆的一部分，进而求解即可；  
当点恰好落在抛物线的对称轴上如图位置时，设点运动了秒，过点作轴于点，设抛物线对称轴与轴相交于点，先求出抛物线对称轴，在中，利用勾股定理列式计算即可，当点恰好落在抛物线的对称轴上如图位置时，同理可得的值．

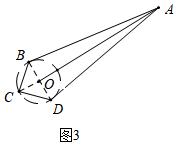
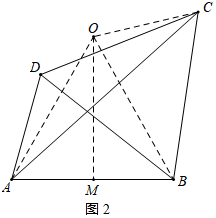
80.【答案】、

【解析】解：如图，  
   
是关于直线的对称的弦，  
是的以直线为对称轴的“反射线段”，  
是关于直线的对称的弦，  
线段是的以直线为对称轴的“反射线段”，  
，的直径，  
，  
线段不是的以直线为对称轴的“反射线段”，  
故答案是：、；  
如图，  
   
关于直线的对称弦是，  
直线与轴交点；  
如图，  
   
以为斜边作等腰直角三角形，连接，交于，作，交于，  
则是的反射弦，对称轴是的中垂线，  
，，  
，  
设交轴于，  
由得，，  
当时，舍去，，  
；  
如图，  
  
   
是的反射弦，和交轴于、，的中点是，  
点的轨迹是以为圆心，为半径的圆，  
，  
，  
，  
同理可得：，  
，，  
，  
，  
如图，  
   
当在上运动时，的反射弦是，当与相切时，过点，  
此时解析式是，  
设，  
，  
，舍去，  
，  
，  
直线的解析式是，  
直线与轴交点的纵坐标记作，则的范围是：或．  
在圆中找出对应的弦，其中大于圆的直径，故否定；  
画出的反射弦，找出对应点的垂直平分线；  
以为斜边作等腰直角三角形，连接，交于，作，交于，则是的反射弦，对称轴是的中垂线，然后根据垂直平分线上点到线段两端距离相等，求得时的值，从而确定的范围；  
是的反射弦，和交轴于、，的中点是，点的轨迹是以为圆心，为半径的圆，根据“垂径定理”求出弦心距，进而确定圆的半径，从而求出圆的面积；  
当在上运动时，的反射弦是，当与相切时，过点，此时解析式是，求出与圆的交点坐标，进而求出的函数关系式，从而确定反射轴与轴交点的纵坐标的取值范围．  
本题考查了以圆为背景的阅读理解题，解决问题的关键是找出不同情境下的“反射弦”．

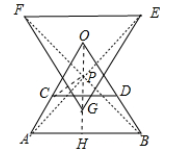


81.【答案】

【解析】解：如图中，取的中点，连接，如图所示：  
  
，，，  
，  
，  
，  
，  
的最大值为，  
故答案为：．  
如图中，以为边向上作等边，连接，过点作于．  
  
是等边三角形，，，  
，  
，  
，，  
是等边三角形，  
，，  
，，  
，  
≌，  
，  
点的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆，点到的距离的最大值为，  
的面积的最大值；  
可以，理由如下：  
由题意得：，，在以为圆心，为半径的圆上，  
如图中，延长交于，过点作的垂线交于，，  
  
则，，  
此时四边形的面积最大，最大面积  
取的中点，连接利用斜边中线的性质求出，求出的最大值即可解决问题．  
以为边向上作等边，连接，过点作于证明≌，推出，推出点的运动轨迹是以为圆心，为半径的圆，点到的距离的最大值为，由此即可解决问题．  
延长交于，过点作的垂线交于，，此时四边形的面积最大．  
本题属于四边形综合题，考查了四边形的面积，等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质等知识，本题综合性强，有一定难度，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题．

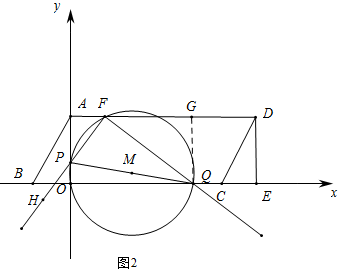
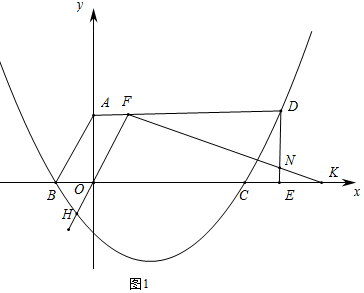


82.【答案】解：点和如图所示；画出的中线的交点即为点再把绕的内心旋转得到即可；  
  
延长交于，交于，  
，，  
，，  
，，  
，  
点运动到点路径的长：．



【解析】本题考查作图基本作图、等边三角形的性质、三角形的内心、轨迹等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，记住圆的周长公式．  
画出的中线的交点即为点再把绕的内心旋转得到即可；  
求出的长即可利用圆周长公式解决问题．

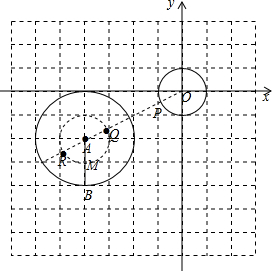
83.【答案】解：  
  
四边形是平行四边形，  
  
点的坐标为，  
点的坐标为，  
点的坐标为，点的坐标为  
二次函数图象经过点、，  
  
解得  
所求二次函数的解析式为  
当时，  
点在二次函数的图象上  
如图  
     
  
  
  
  
即  
  
  
  
  
当，  
点与点重合时，  
不含点与点重合的情形，  
的取值范围是  
如图，过点作于点  
  
则．  
设，则  
由知，∽  
  
即  
  
，是的直径，  
圆心是的中点，  
  
即  
  
当点与点重合时，  
得点的坐标为，  
圆心在中点处，  
  
点与点重合时，  
，  
，  
，  
即  
与重合，  
  
即  
由勾股定理得：  
  
点与点重合，坐标为  
圆心  
所以圆心在点和间运动．  
由勾股定理得圆心运动的路径长  
圆心运动的路径长是



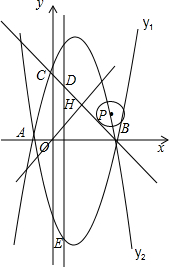
【解析】由得的比值，根据平行四边形的性质及点的坐标即可得到点的坐标，再结合待定系数法即可求出二次函数的解析式；  
结合图形和已知条件得到∽，根据相似三角形对应线段成比例的性质得，代入相关数值即可得到与的函数关系式，结合最值和点与点重合情形即可求得的取值范围；  
过点作于点，结合得到∽，设，根据相似三角形对应线段成比例得到关系式，即可表示出、、的长，结合圆的相关知识得到与之间的关系式，最后根据锐角三角函数的定义及勾股定理分当点与点重合时或点与点重合两种情况求得圆心的坐标，进而得到圆心的运动路径长．  
此题考查了待定系数法求解析式，相似三角形的判定和性质的应用，还考查了锐角三角函数的意义及应用，最后一问关键要搞清点的运动轨迹，起始位置和终点的位置．

84.【答案】  或

【解析】解：，，，  
，  
线段到的“平移距离”线段的长，  
故答案为：．  
线段到的“平移距离”为，  
或，  
，  
或．  
故答案为：或．  
如图，取的中点，连接交于点，以为中点作线段，使得且，则四边形为平行四边形．  
，  
由题意可知，，  
设直线交轴于点，交轴于点，  
点，，  
，  
过点作直线于点，交于点．  
在中，可得．  
，  
，  
．  
．  
的最小值是当点与点重合时取得；  
如图中，由题意，的中点的运动轨迹是为圆心为半径是圆，  
   
的最小值，的最大值，  
．  
求出点的坐标，即可得出结论．  
因为线段到的“平移距离”为，所以或，由此即可解决问题．  
如图中，设直线交轴于，交轴于，则点，，过点作直线于点，交于点利用面积法求出的长，可得结论．  
求出的最大值与最小值，可得结论．  
本题属于圆综合题，考查了线段到的“平移距离”的定义，一次函数的性质，三角形的面积，轨迹等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题．

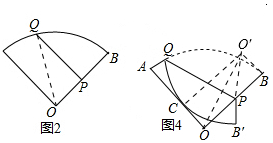


85.【答案】解：将点和点代入得：，，  
抛物线的函数解析式为：；  
由对称性可知，抛物线的函数解析式为：，  
，设直线的解析式为：，  
把，代入得，，，  
直线的解析式为：，  
设，，其中，  
，  
，当时，；  
此时，，；  
由题意可知，是等腰直角三角形，  
线段的垂直平分线为：，  
由知，直线的解析式为：，  
，  
是的中点，  
，  
，，  
，  
设的半径为，  
：，  
，  
与直线相切，  
点在与直线平行且距离为的直线上，  
点在直线或的直线上，  
点在抛物线上，  
，  
解得：，，  
，  
解得：，，  
符合条件的点坐标有个，分别是，，，



【解析】将点和点代入即可得到结论；  
由对称性可知，得到抛物线的函数解析式为，求得直线的解析式为：，设，，其中，得到，即可得到结论；  
由题意得到是等腰直角三角形，求得线段的垂直平分线为，由知，直线的解析式为，得到，根据：，得到，由于与直线相切，推出点在与直线平行且距离为的直线上，于是列方程即可得到结论．  
本题考查了待定系数法求函数的解析式，折叠的性质，二次函数的最大值问题，等腰直角三角形的性质，线段的垂直平分线的性质，直线与圆的位置关系，正确的理解题意是解题的关键．

86.【答案】；；  
如图，连接，  
  
点是的中点，  
．  
，  
  
在中，，  
，  
；  
由折叠的性质可得，，，  
在中，  
解得，  
．  
找点关于的对称点，连接、、、，如图，  
则，，，点是所在圆的圆心，  
，  
折叠后的弧恰好与半径相切于点，  
，  
，  
四边形是矩形，  
在中，，  
在，，  
，  
即到折痕的距离为．

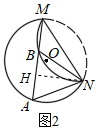
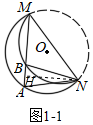
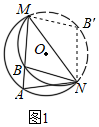


【解析】

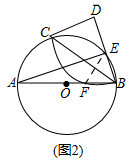
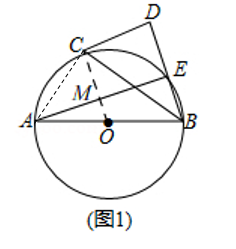
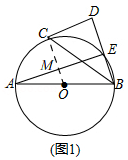
解：是半径上一动点，是上的一动点，  
当取最大时，点与点重合，点与点重合，  
此时，，，  
故答案为：，；  
见答案．  
见答案．  
见答案．  
【分析】  
先判断出当取最大时，点与点重合，点与点重合，即可得出结论；  
先判断出，最后用弧长用弧长公式即可得出结论；  
先在中，，解得，最后用面积的和差即可得出结论．  
先找点关于的对称点，连接、、、，证明四边形是矩形，由勾股定理求，从而求出的长，进而得出．  
此题是圆的综合题，主要考查了圆的性质，弧长公式，扇形的面积公式，熟记公式是解本题的关键．

87.【答案】

【解析】解：将还原后点的对应点为，连接、，如图所示：  
  
则，，  
，  
；  
故答案为：；  
由得，  
，，  
，  
点是翻折所得的中点，  
，  
，  
，  
，  
，  
设，则，  
在中，由三角形内角和定理得：，  
解得 ，  
即；  
作于，如图所示：  
  
同得：，，  
，  
，  
，  
设，  
，  
，  
，  
，  
；  
如图，过点作于点，  
  
由勾股定理得：，，  
，  
，  
，  
，  
点为的黄金分割点，则．  
将还原后点的对应点为，连接、，则，，求出，由三角形的外角性质即可得出答案；  
由得，证出，由等腰三角形的性质得出，，设，则，在中，由三角形内角和定理得出方程，解方程即可；  
作于，设，由三角函数定义得，由勾股定理得，则，由三角函数定义即可得出答案；  
过点作于点，由勾股定理得，，则，证出，则点为的黄金分割点，即可得出结论．  
本题是圆的综合题目，考查了圆内接四边形的性质，圆心角、弧、弦之间的关系，折叠的性质，等腰三角形的判定与性质，三角函数定义，勾股定理以及黄金分割等知识；本题综合性强，熟练掌握圆内接四边形的性质、等腰三角形的判定与性质以及勾股定理是解题的关键．



88.【答案】证明：如图，连接交于，  
  
与相切于点，  
，  
即，  
是的直径，  
，  
，  
，  
，  
；  
连接，  
  
由知，，  
四边形是矩形，  
，  
在中，根据勾股定理得，  
，  
，  
，  
，  
为直径，  
，  
在中，根据勾股定理，  
长度为；  
如图，  
  
在中，根据勾股定理得，  
连接，  
，  
，  
由折叠知，

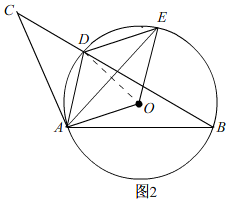
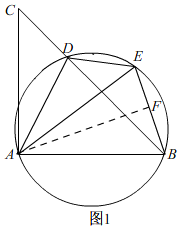


【解析】此题是圆的综合题，主要考查了切线的性质，垂径定理，矩形的判定和性质，折叠的性质，勾股定理，锐角三角函数，熟练掌握这些知识是解本题的关键．  
由切线的性质得出，进而判断出，即可得出结论；  
先判断出四边形是矩形，进而求出，再根据勾股定理求出，最后用三角函数即可得出结论；  
先利用勾股定理求出，再由折叠知，即可得出结论．

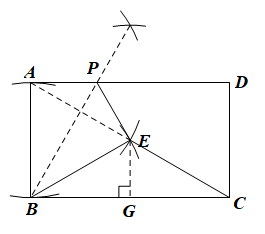
89.【答案】解：证明：由折叠知，，，  
，  
，  
，  
；  
；  
．

【解析】

【分析】  
此题是圆的综合题，主要考查了折叠的性质，圆周角定理，锐角三角函数，菱形的性质，等边三角形的判定和性质，求出是解本题的关键．  
利用折叠的性质得出，，再判断出，得出，即可得出结论；  
先求出，再判断出，利用锐角三角函数求出，进而求出，即可得出结论；  
先判断出是等边三角形，得出，进而求出，再求出，即可求出，利用折叠的性质求出，即可得出结论．  
【解答】  
解：见答案；  
如图，过点作于，  
  
由知，，  
，  
，，  
，  
在中，，  
，  
由知，，  
，  
由知，，  
，  
，  
故答案为  
如图，  
  
四边形是菱形，  
，  
连接，  
，  
，  
是等边三角形，  
，  
同理：，  
，  
由折叠知，，，  
，  
，  
，  
，  
由知，，  
，  
由折叠知，，  
，  
，  
故答案为．

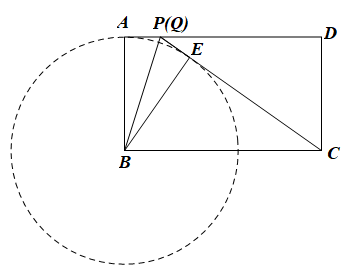
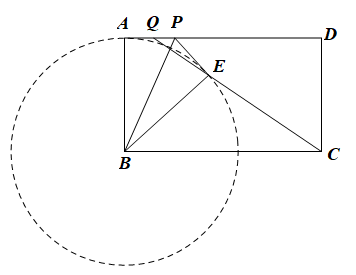


90.【答案】解：如图所示，平分，过点作，  
  
平分，  
，  
又，  
，  
在中，，即，  
．  
又由作图可知，，  
，  
，  
，  
，即，  
．  
．



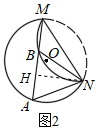
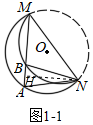
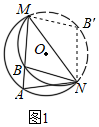
【解析】

【分析】  
本题主要考查尺规作图作线段的垂直平分线，作等边三角形，解直角三角形，切线的性质，勾股定理，根据题意得出以及当时，即为圆的切线时，最大是解题的关键．  
根据，平分，推出，得出，即为等边三角形，接下来分别以点，为圆心，以为半径画弧，两弧的交点即为点，再作的垂直平分线，交于点，即可完成尺规作图过点作，根据作图得出的结论，求出的长度，即可求出的面积  
通过分析得出点在以点为圆心，的长为半径的圆上，当时，即为圆的切线时，最大，接下来利用角平分线的定义和平行线的性质以及勾股定理，求出的长度，即可求出的最大值．  
【解答】  
  
解：因为折叠过程中，，所以点在以点为圆心，的长为半径的圆上，如图所示：  
  
当时，即为圆的切线时，最大，此时点与点重合，点，，三点共线，如图所示：  
  
，且，  
，  
，  
，  
又，  
在中，，  
，  
的最大值为，  
故答案为：．



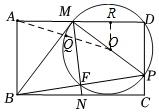
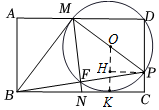
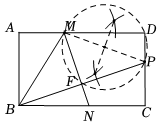
91.【答案】

【解析】解：将还原后点的对应点为，连接、，如图所示：  
  
则，，  
，  
；  
故答案为：；  
由得，  
，，  
，  
点是翻折所得的中点，  
，  
，  
，  
，  
，  
设，则，  
在中，由三角形内角和定理得：，  
解得 ，  
即；  
作于，如图所示：  
  
同得：，，  
，  
，  
，  
设，  
，  
，  
，  
，  
；  
如图，过点作于点，  
  
由勾股定理得：，，  
，  
，  
，  
，  
点为的黄金分割点，则．  
将还原后点的对应点为，连接、，则，，求出，由三角形的外角性质即可得出答案；  
由得，证出，由等腰三角形的性质得出，，设，则，在中，由三角形内角和定理得出方程，解方程即可；  
作于，设，由三角函数定义得，由勾股定理得，则，由三角函数定义即可得出答案；  
过点作于点，由勾股定理得，，则，证出，则点为的黄金分割点，即可得出结论．  
本题是圆的综合题目，考查了圆内接四边形的性质，圆心角、弧、弦之间的关系，折叠的性质，等腰三角形的判定与性质，三角函数定义，勾股定理以及黄金分割等知识；本题综合性强，熟练掌握圆内接四边形的性质、等腰三角形的判定与性质以及勾股定理是解题的关键．



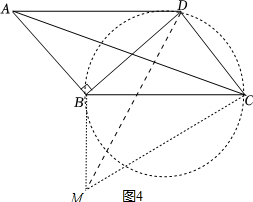
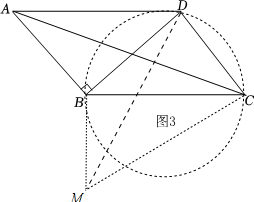
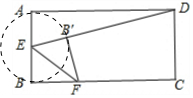
92.【答案】

【解析】证明：将矩形纸片沿直线折叠，顶点恰好与边上的动点重合，  
，  
四边形是矩形，  
，  
又，  
∽；  
解：作出经过，，三点的如下：  
   
设与相切于，连接，过作于，如图：  
   
，  
在上，  
与相切，  
，  
，  
将矩形纸片沿直线折叠，顶点恰好与边上的动点重合，  
，  
，  
≌，  
，，  
设，则，  
，  
，  
与相切，  
，  
四边形是矩形，  
，  
，  
，  
，  
，  
，即，  
解得，  
的长是；  
解：过作于，连接交于，如图：  
   
由知，，  
，，  
半径为，  
为中点，，  
是的中位线，  
，，  
，  
在中，，  
当为与交点时，最小，此时，  
故答案为：．  
证明与两组角对应相等即可；  
作的中点，以为直径作圆即可；  
设与相切于，连接，过作于，证明≌，得，，设，则，可表达出，又，可得，解得的长是；  
过作于，连接交于，用勾股定理可求得，当为与交点时，最小，此时．  
本题考查圆的综合应用，涉及翻折变换，三角形全等的判定与性质，相似三角形的判定与性质，锐角三角函数等知识，解题的关键是作辅助线，构造直角三角形和相似三角形．

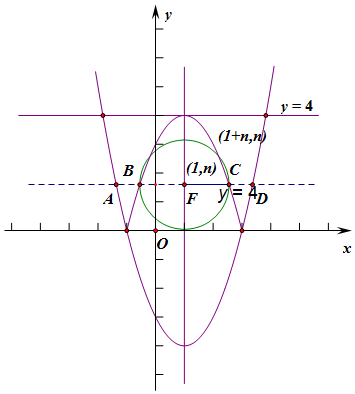


93.【答案】

【解析】解：，，，  
，  
当点落在线段上时，的值最小，最小值为，  
，，，  
，  
当点落在线段的延长线上时，的值最大，最大值为，  
故答案为：；；  
如图所示点在以为圆心为半径的圆上运动，当、、共线时，此时的值最小，  
根据折叠的性质，≌，  
，   
，  
是边的中点，，  
，  
，  
，  
．  
故答案为：；  
如图中，以为边作等腰直角三角形，  
   
，  
，  
，，  
≌，  
，  
欲求的最大值，只要求出的最大值即可，  
定值，，  
点在以为直径的上运动，  
由图象可知，当点在上方，时，的值最大，最大值，  
的最大值为．  
如图中，以为边作直角三角形，使，  
   
，  
，  
，，  
≌，  
，  
欲求的最大值，只要求出的最大值即可，  
定值，，  
点在以为直径的上运动，  
由图象可知，当点在上方，时，的值最大，最大值，  
的最大值为．  
分点的两种位置关系解答．  
如图所示点在以为圆心为半径的圆上运动，当、、共线时，此时的值最小，根据勾股定理求出，根据折叠的性质可知，即可求出．  
以为边作等腰直角三角形，由≌，推出，推出欲求的最大值，只要求出的最大值即可，由定值，，推出点在以为直径的上运动，由图象可知，当点在上方，时，的值最大；  
以为边作直角三角形，由≌，推出，推出欲求的最大值，只要求出的最大值即可，由定值，，推出点在以为直径的上运动，由图象可知，当点在上方，时，的值最大．  
本题考查四边形综合题、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、圆等知识，正确的作出辅助线构造全等三角形是解题的关键，学会用转化的思想思考问题，掌握旋转法添加辅助线，属于中考压轴题．

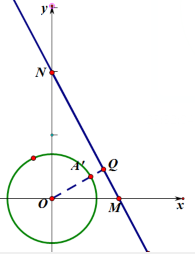
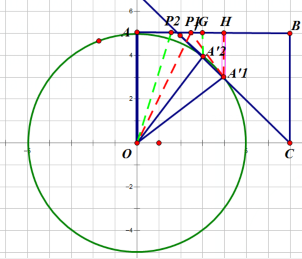


94.【答案】解：抛物线的对称轴为：．  
，抛物线开口向上，大致图象如图所示．  
  
当时，随增大而增大；  
由已知：当时，函数有最大值．  
当时，，  
，得：．  
．  
令，得，令，得或，  
抛物线与轴交于，  
抛物线与轴交于、；  
  
，  
其折叠得到的部分对应的解析式为：，其顶点为．  
图象与直线恒有四个交点，  
．  
由，解得，  
，．  
当以为直径的圆与轴相切时，．  
即：，  
，  
，  
得，  
，  
．  
另法：直径，且与轴相切，  
，  
对称轴为直线，  
，则，  
又在上，  
，  
得，  
，  
  
若关于的一元二次方程恒有实数根，则须恒成立，即恒成立，即恒成立．  
点是中翻折得到的抛物线弧部分上任意一点，  
，  
   取 值之下限  
实数的最大值为．



【解析】此题主要考查了二次函数综合以及一元二次方程根的判别式等知识，利用分段函数讨论得出的取值范围是解题关键．  
根据函数解析式作出大致图象，结合函数图象的增减性和对称性质解答；  
其折叠得到的部分对应的解析式为：，其顶点为结合函数图象得到的取值范围为根据函数与直线的交点方程求得，易得的长度．当以为直径的圆与轴相切时，由此求得的值；  
由根的判别式知，恒成立，即恒成立，即恒成立．根据点是中翻折得到的抛物线弧部分上任意一点，则，由二次函数函数值的取值范围求得实数的最大值．

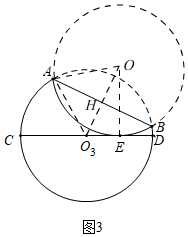
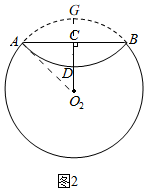
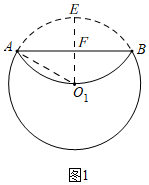
95.【答案】解：将沿着翻折到．  
设点坐标为，  
，，  
点在以为圆心，  
为半径的圆上，  
恰好落在的角平分线上，  
到、的距离相等，设为，  
，  
，  
解得或，  
的坐标为或，  
当的坐标为，如图：  
过点作于，  
，，  
在中由勾股定理得：  
，  
解得：，  
；  
当的坐标为，如图：  
过点作于，  
，  
在中由勾股定理得：  
，  
解得：，  
；  
综上所述：当恰好落在的角平分线上，的坐标为或．  
设一次函数与轴、轴的交点分别为、，  
当时，  
当时，  
，，  
，，  
由勾股定理得：  
，  
点在以为圆心，为半径的圆上，  
过点作于，  
当、、在一直线上时，到直线的距离最小，最小值为线段的长，  
，  
，  
．  
即到直线距离的最小值为．



【解析】本题考查矩形的性质，图形与坐标，折叠的性质，勾股定理，解方程，角平分线的性质，圆的认识，一次函数图像上点的坐标特征，面积法求高，分类讨论的数学思想．  
先根据折叠的性质得点在以为圆心，为半径的圆上，再根据恰好落在的角平分线上得到、的距离相等，设为，得，再根据得关于的方程，解方程即可求得的坐标，设点坐标为，过点作于，在中由勾股定理得关于的方程，解方程即可求得的坐标，同理可求的坐标；  
设直线与轴、轴的交点为、，过点作于，当、、在一直线上时，到直线的距离最小，最小值为线段的长，先求、的坐标，得、、的长，再根据直角三角形的面积公式，求得的长即可解答．

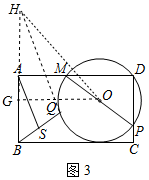
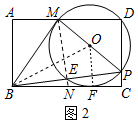
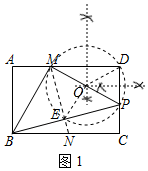
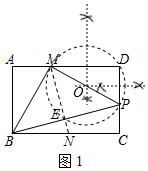
96.【答案】

【解析】解：如图，过点作于，并延长交虚线劣弧于，  
  
，  
由折叠知，，  
连接，  
在中，，  
根据勾股定理得，，  
，  
故答案为：；  
  
如图，延长交虚线劣弧于，  
由折叠知，，  
  
是的中点，  
，  
，  
设的半径为，则，  
弦，  
，  
连接，  
在中，根据勾股定理得，，  
舍去负值，  
，  
即的半径为；  
  
如图，记实线劣弧所在的圆心为，连接，，，，  
则，  
  
折叠后与直径相切，  
，  
的半径为，  
，  
，  
，  
在中，根据勾股定理得，，  
是和的公共弦，  
，  
，，  
在中，根据勾股定理得，，  
．  
过点作于，得出，再根据勾股定理，即可得出结论；  
同的方法先判断出，再根据勾股定理建立方程求解，即可得出结论；  
先求出，进而求出，进而利用勾股定理求出，即可得出结论．  
此题是圆的综合题，主要考查了垂径定理，勾股定理，相交两圆的连心线垂直于勾股弦，构造出直角三角形是解本题的关键．

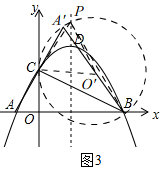
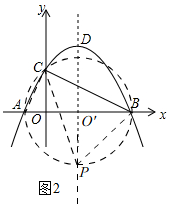
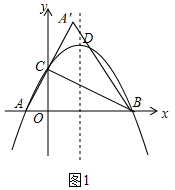


97.【答案】

【解析】解：在图中，作、的垂直平分线，交于点，以为半径作圆即可．如图所示．  
  
点在上，  
理由如下：如图，连接，，  
  
，  
是直径，  
点是的中点，  
，  
将矩形纸片沿直线折叠，顶点恰好与边上的动点重合，  
垂直平分，  
，，且，  
，  
点在上．  
设与的交点为，连接、，如图所示．  
  
为直角三角形，  
为的直径，  
与相切，  
，  
，  
为等腰直角三角形，  
，，  
，且，，  
≌，  
，．  
设，则，，  
  
，  
，  
解得：，  
，，  
半径为；  
如图，延长，使，连接，，，  
  
，，  
，，  
当取最小值时，有最小值，  
当点在时，的值最小，  
，，  
，  
的最小值，  
的最小值为，  
故答案为：  
在图中，作、的垂直平分线，交于点，以为半径作圆即可；  
由圆周角定理可得是直径，可得，由折叠的性质可得垂直平分，由直角三角形的性质可得，即可得结论；  
设与的交点为，连接、，由为直角三角形，可得出为的直径，根据与相切，可得出，进而可得出为等腰直角三角形，根据同角的余角相等可得出，由“”可证出≌，根据全等三角形的性质可得出、，设，根据勾股定理结合半径为直径的一半，即可得出关于的方程，解之即可得出值，再将代入中求出的长度和半径；  
延长，使，连接，，，由三角形中位线定理可得，，即当取最小值时，有最小值，则当点在时，的值最小，由勾股定理可求的值，即可求解．  
本题是圆的综合题，考查了圆的有关知识，矩形的性质，切线的性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理，解题的关键是中证明≌．

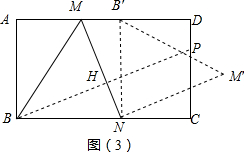
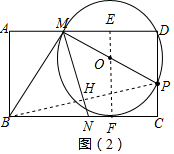
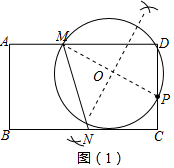


98.【答案】解：抛物线交轴于点、，  
抛物线的解析式为，  
  
如图，由知，抛物线的解析式为，  
则点，  
，，  
，，  
，  
，  
∽，  
，  
，  
，  
，  
由折叠知，点与关于对称，  
则与的交点恰为点，  
即点是的中点，  
设点，  
则，，  
，，  
；  
  
当点在直线的下方时，如图，  
由知，是以为斜边的直角三角形，  
作的外接圆，则圆心为抛物线与轴的交点，记作，  
，半径为，  
，设点的坐标为，  
，  
，  
，  
；  
当点在直线上方时，如图，  
由知，，  
由折叠知，是以为斜边的直角三角形，作的外接圆，记圆心为，是的中点，  
，  
，的半径为，  
，  
点在上，  
  
设点，  
  
舍或，  
，  
即满足条件的点的坐标为或



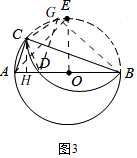
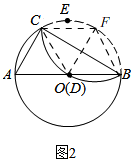
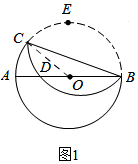
【解析】先判断出抛物线的二次项系数，再根据交点式，即可得出结论；  
先判断出，进而得出的中点恰好是点，利用中点坐标公式即可得出结论；  
分点在直线下方和上方，判断出点在或的外接圆上，求出此圆的半径和圆心的坐标，即可得出结论．  
此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，折叠的性质，相似三角形的判定和性质，中点坐标公式，判断出点在或的外接圆上是解本题的关键．

99.【答案】解：如图所示：  
   
过作交于、交于，连接，如图所示：  
   
则四边形是矩形，  
是的切线，  
，  
，  
四边形是矩形，  
，  
，  
，  
把矩形折叠，使得点与射线上的动点重合，不与点、重合，为折痕，  
垂直平分，  
，  
在和中，  
，  
≌，  
，，  
，  
，  
的半径为，  
四边形是矩形，  
，，  
，  
是的中位线，  
，  
，  
直线与相切；  
四边形是矩形，  
，，，  
绕点顺时针旋转得，当落在边上，连接交于点，如图所示：  
   
则垂直平分，，，  
，，四边形是正方形，  
，  
，，  
∽，  
，  
即，  
解得：，  
，  
，  
．



【解析】连接，作的垂直平分线，以的中点为圆心，以的长为半径作，则过，，三点；  
过作交于、交于，连接，则四边形是矩形，证明≌，得出，，得出，由勾股定理得出，得出的半径为，证明是的中位线，得出，求出，得出直线与相切；  
证明∽，得出，求出，即可得出答案．  
本题是圆综合题，主要考查了切线的判定与性质、全等三角形的判定与性质、矩形的判定与性质、正方形的判定与性质、三角形中位线的判定与性质、折叠的性质、旋转的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理等知识；熟练掌握切线、矩形、正方形、折叠、旋转的性质，证明三角形全等与三角形相似是解题的关键．

100.【答案】解：如图，连接，  
，  
，  
中直径，  
，  
的长为；  
  
如图，作点关于的对称点，连接，，，，  
由折叠知，，，  
点与点重合，  
，  
，  
，  
，  
是等边三角形，  
，  
，  
四边形是菱形，  
，  
，  
是等边三角形，  
；  
  
如图，  
作点关于的对称点，连接，，，  
由折叠知，，，  
，  
，  
过点作于，  
，  
是的直径，  
，  
，  
在中，，  
，  
，  
，  
由知，当点与点重合时，，即，  
当点与点重合时，连接，，  
点是的中点，为直径，  
，  
，  
点是上的一个动点，，  
当点在半径包括点上时，，，  
当点在半径不包括上时，，，  
即．



【解析】连接，求出，进而用弧长公式即可求解结果；  
作点关于的对称点，连接，，，，先判断出，进而得出是等边三角形，求出，再判断出是等边三角形，即可得出结论；  
作点关于的对称点，连接，，，由折叠判断出，过点作于，进而得出，再求出，得出，再判断出，最后分两种情况，利用线段的差，即可得出结论．  
此题是圆的综合题，主要考查了折叠的性质，弧长公式，菱形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，锐角三角函数，解的关键是判断出四边形是菱形，解的关键是构造出直角三角形求出．

101.【答案】证明：将沿直线折叠得到，  
．  
点在的垂直平分线上．  
同理得：点在的垂直平分线上．  
即，  
．  
．  
是的半径，  
直线是的切线；  
解：为的直径，  
．  
．  
，  
．  
．  
，  
∽．  
．  
．  
，  
；  
，，  
．  
．  
，  
．  
，  
．  
，  
．  
．  
，  
∽．  
   
，，  
．  
，  
．  
．  
解得：或舍去．  
，，  
．

【解析】欲证明直线是的切线，只需推知即可；  
根据折叠的性质得到：通过相似三角形∽的对应边成比例得到：所以，所以需要求得线段、的长度，和锐角三角函数的定义求得；根据∽是对应边成比例得到：，即；结合勾股定理知所以利用方程思想求得答案．  
此题主要考查了圆的综合应用以及相似三角形的性质和勾股定理等知识，在运用切线的性质时，若已知切点，连接切点和圆心，得垂直；若不知切点，则过圆心向切线作垂直，即“知切点连半径，无切点作垂直”圆与相似三角形，及三角函数相融合的解答题、与切线有关的性质与判定有关的证明题是近几年中考的热点，故要求学生把所学知识融会贯穿，灵活运用．