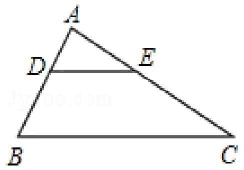
相似三角形：

填空：

1. 如果一个三角形的三边长为 5、12、13，与其相似的三角形的最长的边为 39，那么较大的三角形的周长为

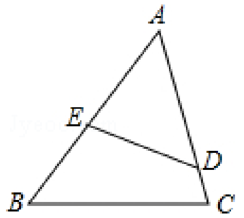
____________，面积为 ____________．

2. 如图，在△ABC 中，DE∥BC，AD=2，AE=3，BD=4，则 AC=____________．



3. 五边形 ABCDE∽五边形 A′B′C′D′E′，∠A=120°，∠B′=130°，∠C=105°，∠D′=85°，则∠E=____________．

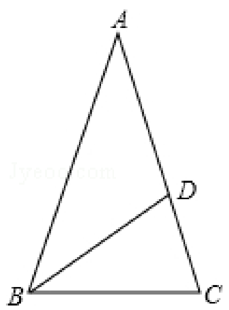
4. 如图，在△ABC 中，D、E 分别是 AC、AB 边上的点，∠AED=∠C，AB=6，AD=4，AC=5，则 AE=____________．



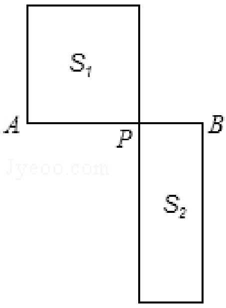
5. 如图，△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（2，2），B（4，0），C（6，4）以原点为位似中心，将△ABC 缩小，位似比为 1：2，则线段 AC 中点 P 变换后对应点的坐标为____________．

6. 从美学角度来说，人的上身长与下身长之比为黄金比时，可以给人一种协调的美感．某女老师上身长约 61.80cm，下身长约 93.00cm，她要穿约________cm 的高跟鞋才能达到黄金比的美感效果（精确到 0.01cm）．

7. 如图，△ABC 中，AB=AC，∠A=36°，BD 平分∠ABC 交 AC 于点 D，点 D 为 AC 的黄金分割点（AD＞CD），AC=6，则 CD=____________．

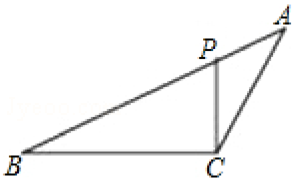


8．如图，已知 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 PA＞PB，若 S_1 表示 PA 为一边的正方形的面积，S_2 表示长是 AB，宽是 PB 的矩形的面积，则 S_1______ S_2．（填"＞""＝"或"＜"）

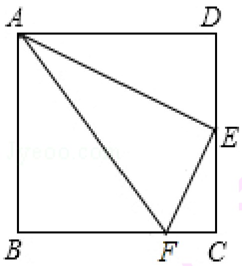


9．如图，△ABC 中，P 为 AB 上一点，在下列四个条件中：

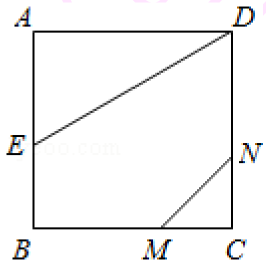
①∠ACP=∠B；②∠APC=∠ACB；③AC^2=AP•AB；④AB•CP=AP•CB，能满足△APC 与△ACB 相似的条件是（　　）



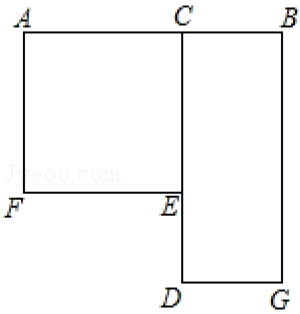
10．如图，在正方形 ABCD 中，E 是 CD 的中点，点 F 在 BC 上，且 FC=$\frac{1}{4}$BC．图中相似三角形共有（ ）对



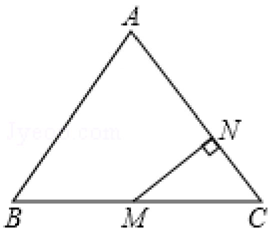
11．如图，正方形 ABCD 的边长为 2，AE=EB，MN=1，线段 MN 的两端在 CB，CD 上滑动，当 CM=______时，△AED 与以 M，N，C 为顶点的三角形相似．



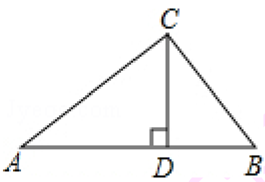
12．如图，C 是 AB 的黄金分割点，BG=AB，以 CA 为边的正方形的面积为 S_1，以 BC、BG 为边的矩形的面积为 S_2，则 S_1____________S_2（填“＞”“＜”“=”）．



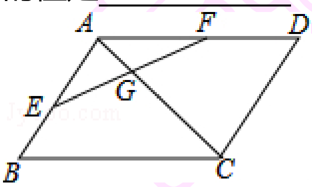
13．如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=6，点 M 为 BC 的中点，MN⊥AC 于点 N，则 MN 等于（　　）



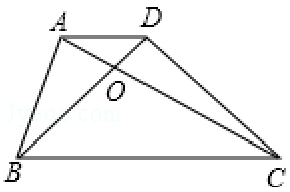
14．在△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB 于点 D，则下列说法正确的有_______（填序号）．①AC•BC=AB•CD；②AC^2=AD•DB；③BC^2=BD•BA；④CD^2=AD•DB．



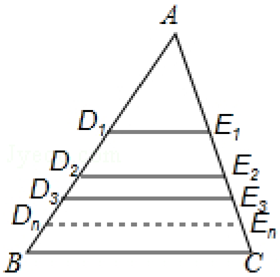
15．如图，在▱ABCD 中，E、F 分别是 AB、AD 的中点，EF 交 AC 于点 G，则$\frac{AG}{GC}$的值是____________．



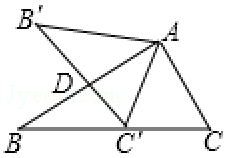
16．如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，AC，BD 交于点 O，$S_{\triangle AOD}$：$S_{\triangle COB}$=1：9，则 $S_{\triangle DOC}$：$S_{\triangle BOC}$=____________．



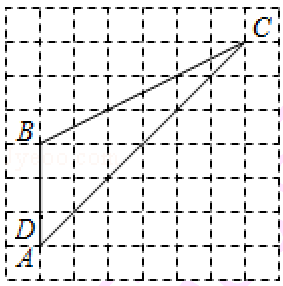
17．如图，在△ABC 中，BC=a．若 D_1，E_1 分别是 AB，AC 的中点，则 $D_1E_1=\frac{1}{2}a$；若 D_2，E_2 分别是 D_1B，E_1C 的中点，则 $D_2E_2=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+a\right)=\frac{3}{4}a$…若 D_nE_n 分别是 $D_{n-1}B$，$E_{n-1}C$ 的中点，则 D_nE_n 的长是多少（n＞1，且 n 为整数，结果用含 a，n 的代数式表示）？



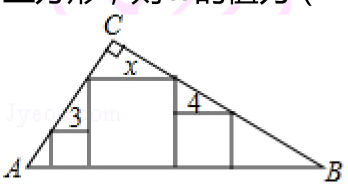
18．如图，将△ABC 绕顶点 A 顺时针旋转 60°后，得到△AB′C′，且 C′为 BC 的中点，则 C′D：DB′=（　　）



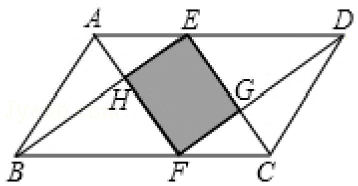
19．如图，在正方形网格中，点 A、B、C、D 都是格点，点 E 是线段 AC 上任意一点．如果 AD=1，那么当 AE=__________时，以点 A、D、E 为顶点的三角形与△ABC 相似．



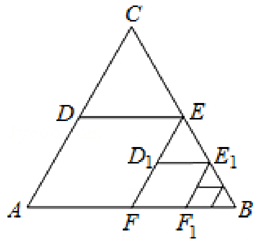
20．如图，在直角三角形 ABC 中（∠C=90°），放置边长分别为 3，4，x 的三个正方形，则 x 的值为（　　）



21．如图，▱ABCD 中，E、F 分别为 AD、BC 上的点，且 DE=2AE，BF=2FC，连接 BE、AF 交于点 H，连接 DF、CE 交于点 G，则 $\frac{S_{四边形EHFG}}{S_{平行四边形ABCD}}$=__________．

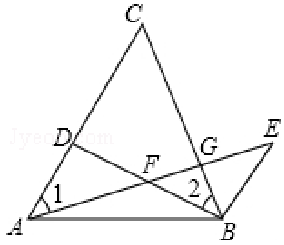


22．如图，△ABC 是边长为 1 的等边三角形，取 BC 边中点 E，作 ED∥AB 交 AC 于点 D，EF∥AC 交 AB 于点 F，得到四边形 EDAF，它的面积记做 S_1，取 BE 边中点 E_1，作 E_1D_1∥FB 交 EF 于点 D_1，E_1F_1∥EF 交 AB 于点 F_1，得到四边形 $E_1D_1FF_1$，它的面积记做 S_2．照此规律作下去，则 S_{2013}=____________．



解答：

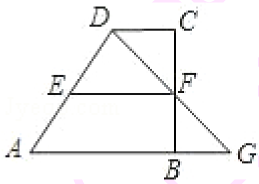
1．已知：如图所示，D 是 AC 上一点，BE∥AC，AE 分别交 BD，BC 于点 F，G，∠1=∠2．则证明 BF^2=FG•EF．



2．如图，梯形 ABCD 中，AB∥CD，点 F 在 BC 上，连 DF 与 AB 的延长线交于点 G．

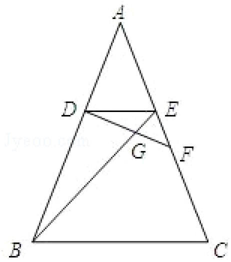
（1）求证：△CDF∽△BGF；

（2）当点 F 是 BC 的中点时，过 F 作 EF∥CD 交 AD 于点 E，若 AB=6cm，EF=4cm，求 CD 的长．



3．已知：如图，在△ABC 中，AB=AC，DE∥BC，点 F 在边 AC 上，DF 与 BE 相交于点 G，且∠EDF=∠ABE．

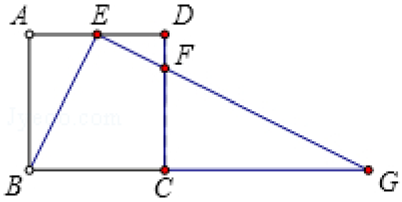
求证：（1）△DEF∽△BDE；（2）DG•DF=DB•EF．



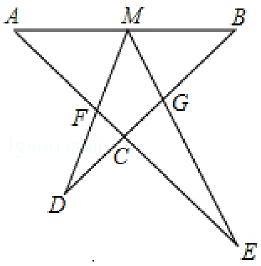
4．如图，在正方形 ABCD 中，E、F 分别是边 AD、CD 上的点，$AE=ED$，$DF=\frac{1}{4}DC$，连接 EF 并延长交 BC 的延长线于点 G．

（1）求证：△ABE∽△DEF；

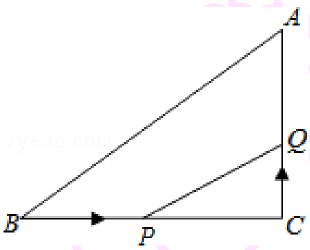
（2）若正方形的边长为 4，求 BG 的长．



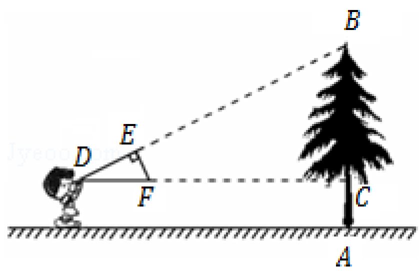
5．如图，M 为线段 AB 的中点，AE 与 BD 交于点 C，∠DME=∠A=∠B，且 DM 交 AC 于 F，ME 交 BC 于 G．写出图中的所有相似三角形，并选择一对加以证明．



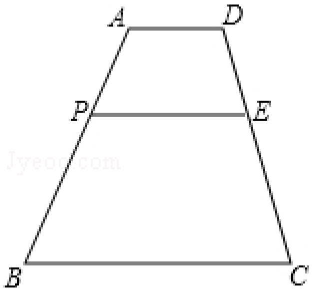
6．如图，在△ABC 中，∠C=90°，BC=16cm，AC=12cm，点 P 从 B 出发沿 BC 以 2cm/s 的速度向 C 移动，点 Q 从 C 出发，以 1cm/s 的速度向 A 移动，若 P、Q 分别从 B、C 同时出发，设运动时间为 ts，当为何值时，△CPQ 与△CBA 相似？



7．如图，小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上，已知纸板的两条直角边 DE=40cm，EF=20cm，测得边 DF 离地面的高度 AC=1.5m，CD=8m，求树高 AB．

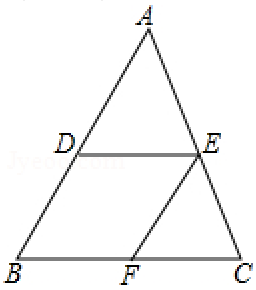


8．如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，P 是 AB 上一点，PE∥BC 交 CD 于点 E．若 AD=2，BC=$\frac{9}{2}$，则点 P 在何处时，PE 把梯形 ABCD 分成两个相似的小梯形？



9．如图，已知线段 AB，P_1是 AB 的黄金分割点（$AP_1>BP_1$），点 O 是 AB 的中点，P_2是P_1关于点 O 的对称点．求证：P_1B 是 P_2B 和 P_1P_2的比例中项．

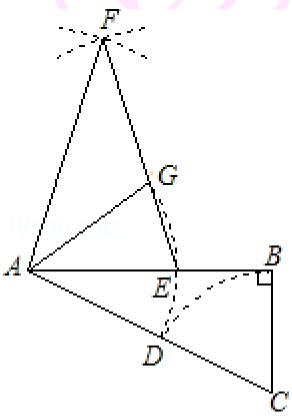
10．如图，已知 DE∥BC，EF∥AB，设 $S_{\triangle ABC}=S$，$S_{\triangle ABC}=S_1$，$S_{\triangle ECF}=S_2$，请验证 $\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}+\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=1$．



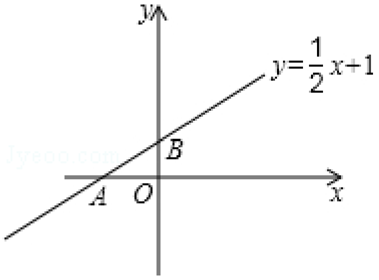
11．如图，在 Rt△ABC 中，∠B=90°，AB=1，BC=$\frac{1}{2}$，以点 C 为圆心，CB 为半径的弧交 CA 于点 D；以点 A 为圆心，AD 为半径的弧交 AB 于点 E．

（1）求 AE 的长度；

（2）分别以点 A、E 为圆心，AB 长为半径画弧，两弧交于点 F（F 与 C 在 AB 两侧），连接 AF、EF，设 EF 交弧 DE 所在的圆于点 G，连接 AG，试猜想∠EAG 的大小，并说明理由．



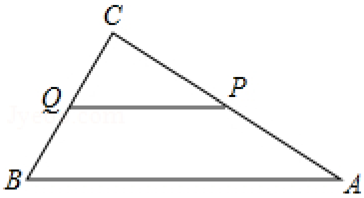
12．如图，在平面直角坐标系中，直线$y=\frac{1}{2}x+1$交 x 轴于点 A，交 y 轴于点 B．试在 y 轴上找一点 P，使△AOP 与△AOB 相似，你能找出几个这样的点（点 P 与点 B 不重合）？分别求出对应 AP 的长度．



13．如图，已知△ABC 中，AB=5，BC=3，AC=4，PQ∥AB，点 P 在 AC 上（与点 A，C 不重合），点 Q 在 BC 上．

（1）△CPQ 的边 PQ 上的高为$\frac{3}{5}$时，求△CPQ 的周长；

（2）当△CPQ 的周长与四边形 PABQ 的周长相等时，求 CP 的长．



14．阅读下面的短文，并解答下列问题：

我们把相似形的概念推广到空间：如果两个几何体大小不一定相等，但形状完全相同，就把它们叫做相似体．

如图，甲、乙是两个不同的正方体，正方体都是相似体，它们的一切对应线段之比都等于相似比（a：b）．

设 $S_{甲}$、$S_{乙}$分别表示这两个正方体的表面积，则$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{6a^2}{6b^2}=(\frac{a}{b})^2$

又设 $V_{甲}$、$V_{乙}$分别表示这两个正方体的体积，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{a^3}{b^3}=(\frac{a}{b})^3$

（1）下列几何体中，一定属于相似体的是（A）

A．两个球体 B．两个锥体 C．两个圆柱体 D．两个长方体

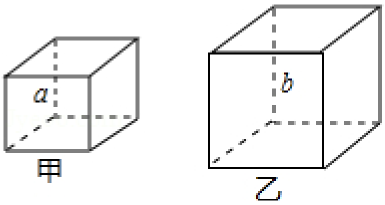
（2）请归纳出相似体的三条主要性质：

①相似体的一切对应线段（或弧）长的比等于____________；

②相似体表面积的比等于____________；

③相似体体积比等于____________．

（3）假定在完全正常发育的条件下，不同时期的同一人的人体是相似体，一个小朋友上幼儿园时身高为 1.1 米，体重为 18 千克，到了初三时，身高为 1.65 米，问他的体重是多少？（不考虑不同时期人体平均密度的变化）

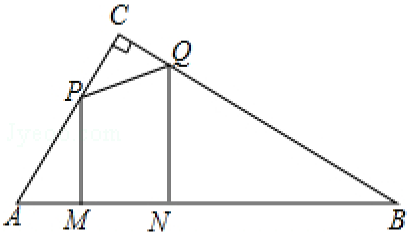


15．△ABC 中，∠C=90°，∠A=60°，AC=2cm．长为 1cm 的线段 MN 在△ABC 的边 AB 上沿 AB 方向以 1cm/s 的速度向点 B 运动（运动前点 M 与点 A 重合）过 M，N 分别作 AB 的垂线交直角边于 P，Q 两点，线段 MN 运动的时间为 ts．

（1）若△AMP 的面积为 y，写出 y 与 t 的函数关系式（写出自变量 t 的取值范围）；

（2）线段 MN 运动过程中，四边形 MNQP 有可能成为矩形吗？若有可能，求出此时 t 的值；若不可能，说明理由；

（3）t 为何值时，以 C，P，Q 为顶点的三角形与△ABC 相似？



16．定义：若某个图形可分割为若干个都与他相似的图形，则称这个图形是自相似图形．

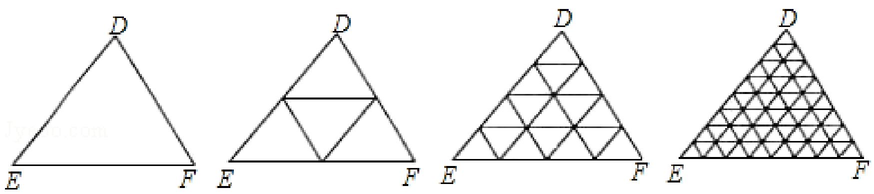
探究：

（1）如图甲，已知△ABC 中∠C=90°，你能把△ABC 分割成 2 个与它自己相似的小直角三角形吗？若能，请在图甲中画出分割线，并说明理由．

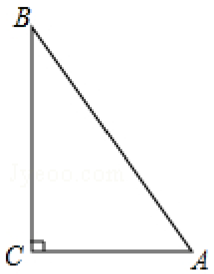
（2）一般地，“任意三角形都是自相似图形”，只要顺次连接三角形各边中点，则可将原三分割为四个都与它自己相似的小三角形．我们把△DEF（图乙）第一次顺次连接各边中点所进行的分割，称为 1 阶分割（如图 1）；把 1 阶分割得出的 4 个三角形再分别顺次连接它的各边中点所进行的分割，称为 2 阶分割（如图 2）…依次规则操作下去．n 阶分割后得到的每一个小三角形都是全等三角形（n 为正整数），设此时小三角形的面积为 S_N．

①若△DEF 的面积为 10000，当 n 为何值时，$2 < S_n < 3$？（请用计算器进行探索，要求至少写出三次的尝试估算过程）

②当 n＞1 时，请写出一个反映 S_{n-1}，S_n，S_{n+1} 之间关系的等式．（不必证明）



图乙　图1（1阶）　图2（2阶）　图3（3阶）



图甲

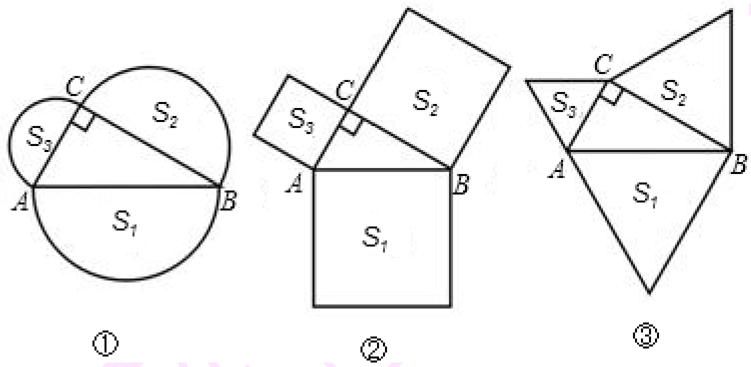
17．如图①，分别以直角三角形 ABC 三边为直径向外作三个半圆，其面积分别用 S_1，S_2，S_3表示，则不难证明 $S_1=S_2+S_3$．

（1）如图②，分别以直角三角形 ABC 三边为边向外作三个正方形，其面积分别用 S_1，S_2，S_3表示，那么 S_1，S_2，S_3之间有什么关系；（不必证明）

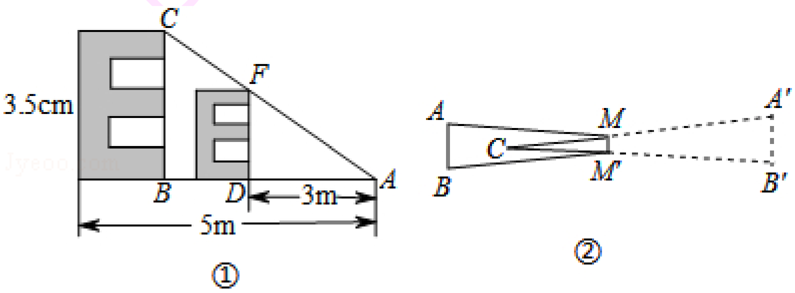
（2）如图③，分别以直角三角形 ABC 三边为边向外作三个正三角形，其面积分别用 S_1、S_2、S_3表示，请你确定 S_1，S_2，S_3之间的关系并加以证明；

（3）若分别以直角三角形 ABC 三边为边向外作三个一般三角形，其面积分别用 S_1，S_2，S_3表示，为使 S_1，S_2，S_3之间仍具有与（2）相同的关系，所作三角形应满足什么条件证明你的结论；

（4）类比（1），（2），（3）的结论，请你总结出一个更具一般意义的结论．



18．为了加强视力保护意识，欢欢想在书房里挂一张测试距离为 5m 的视力表，但两面墙的距离只有 3m．在一次课题学习课上，欢欢向全班同学征集“解决空间过小，如何放置视力表问题”的方案，其中甲、乙两位同学设计方案新颖，构思巧妙．



（1）甲生的方案：如图①，根据测试距离为 5m 的大视力表制作一个测试距离为 3m 的小视力表．如果大视力表中“E”的高是 3.5cm，那么小视力表中相应“E”的高是多少？

（2）乙生的方案：使用平面镜来解决房间小的问题．如图②，若使墙面镜子能呈现完整的视力表，由平面镜成像原理，作出了光路图，其中视力表 AB 的上、下边沿 A，B 发出的光线经平面镜 MM′的上下边沿反射后射人人眼 C 处．如果视力表的全长为 0.8m，请计算出镜长至少为多少米．

19．在直角边分别为 5cm 和 12cm 的直角三角形中作菱形，使菱形的一个内角恰好是三角形的一个角，其余顶点都在三角形的边上，求所作菱形的边长．

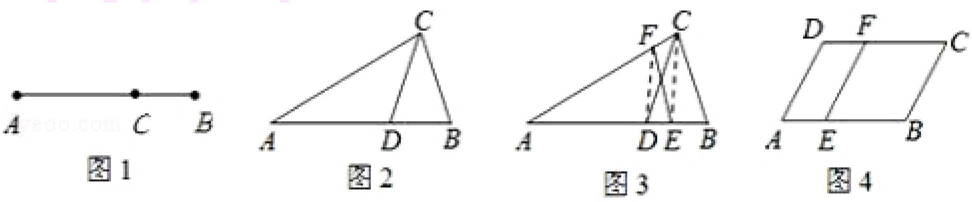
20．如图 1，点 C 将线段 AB 分成两部分，如果$\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么称点 C 为线段 AB 的黄金分割点．某研究小组在进行课题学习时，由黄金分割点联想到“黄金分割线”，类似地给出“黄金分割线”的定义：直线 l 将一个面积为 S 的图形分成两部分，这两部分的面积分别为 S_1，S_2，如果$\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S_1}$，那么称直线 l 为该图形的黄金分割线．

（1）研究小组猜想：在△ABC 中，若点 D 为 AB 边上的黄金分割点（如图 2），则直线 CD 是△ABC 的黄金分割线．你认为对吗？为什么？

（2）请你说明：三角形的中线是否也是该三角形的黄金分割线？

（3）研究小组在进一步探究中发现：过点 C 任作一条直线交 AB 于点 E，再过点 D 作直线 DF∥CE，交 AC 于点 F，连接 EF（如图 3），则直线 EF 也是△ABC 的黄金分割线．请你说明理由．

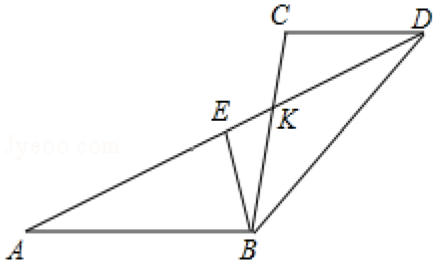
（4）如图 4，点 E 是平行四边形 ABCD 的边 AB 的黄金分割点，过点 E 作 EF∥AD，交 DC 于点 F，显然直线 EF 是平行四边形 ABCD 的黄金分割线．请你画一条平行四边形 ABCD 的黄金分割线，使它不经过平行四边形 ABCD 各边黄金分割点．



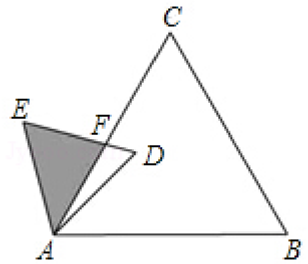
21．如图，已知线段 AB∥CD，AD 与 BC 相交于点 K，E 是线段 AD 上一动点．

（1）若 BK=$\frac{5}{2}$KC，求$\frac{CD}{AB}$的值；

（2）连接 BE，若 BE 平分∠ABC，则当 AE=$\frac{1}{2}$AD 时，猜想线段 AB、BC、CD 三者之间有怎样的等量关系？请写出你的结论并予以证明．再探究：当 AE=$\frac{1}{n}$AD （n＞2），而其余条件不变时，线段 AB、BC、CD 三者之间又有怎样的等量关系？请直接写出你的结论，不必证明．



22．如图，已知△ABC 是面积为$\sqrt{3}$的等边三角形，△ABC∽△ADE，AB=2AD，∠BAD=45°，AC 与 DE 相交于点 F，则△AEF 的面积等于＿＿＿＿＿＿（结果保留根号）．

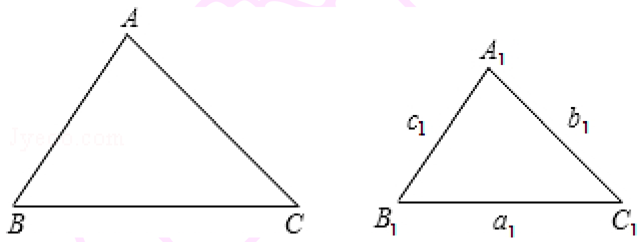


23．如图，已知△ABC∽△$A_1B_1C_1$，相似比为 k（k＞1），且△ABC 的三边长分别为 a、b、c（a＞b＞c），△$A_1B_1C_1$的三边长分别为 a_1、b_1、c_1．

（1）若 $c=a_1$，求证：$a=kc$；

（2）若 $c=a_1$，试给出符合条件的一对△ABC 和△$A_1B_1C_1$，使得 a、b、c 和 a_1、b_1、c_1都是正整数，并加以说明；

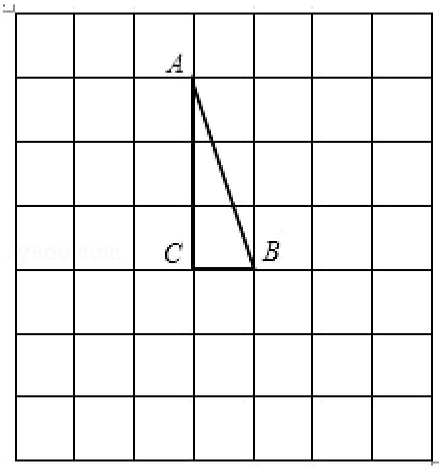
（3）若 $b=a_1$，$c=b_1$，是否存在△ABC 和△$A_1B_1C_1$使得 k=2？请说明理由．



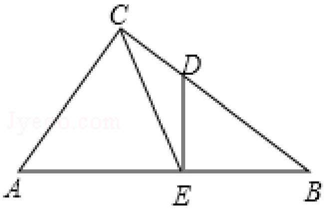
24．在左图的方格纸中有一个 Rt△ABC（A、B、C 三点均为格点），∠C=90°

（1）请你画出将 Rt△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°后所得到的 Rt△A′B′C′，其中 A、B 的对应点分别是 A′、B′（不必写画法）；

（2）设（1）中 AB 的延长线与 A′B′相交于 D 点，方格纸中每一个小正方形的边长为 1，试求 BD 的长（精确到 0.1）．



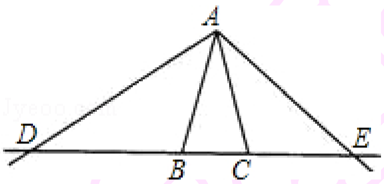
25．如图，已知：在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，$\sin B=\frac{3}{5}$，D 是 BC 上一点，DE⊥AB，垂足为 E，CD=DE，AC+CD=9．求 BC 的长．



26．如图，在△ABC 中，AB=AC=1，点 D，E 在直线 BC 上运动．设 BD=x，CE=y．

（1）如果∠BAC=30°，∠DAE=105°，试确定 y 与 x 之间的函数关系式；

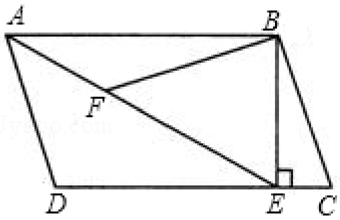
（2）如果∠BAC=α，∠DAE=β，当 α，β 满足怎样的关系时，（1）中 y 与 x 之间的函数关系式还成立？试说明理由．



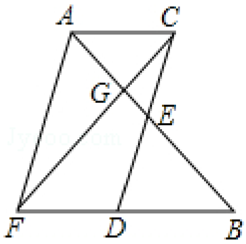
27．如图，在平行四边形 ABCD 中，过点 B 作 BE⊥CD 于 E，F 为 AE 上一点，且∠BFE=∠C．

（1）求证：△ABF∽△EAD；

（2）若 AB=5，AD=3，∠BAE=30°，求 BF 的长．



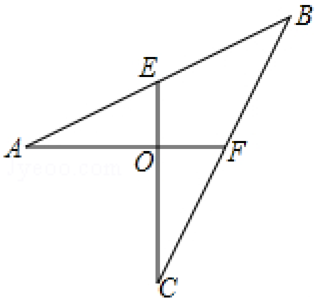
28．如图，AB 与 CD 相交于 E，AE=EB，CE=ED，D 为线段 FB 的中点，CF 与 AB 交于点 G，若 CF=15cm，求 GF 之长．



29．如图，AF⊥CE，垂足为点 O，AO=CO=2，EO=FO=1．

（1）求证：点 F 为 BC 的中点；

（2）求四边形 BEOF 的面积．



30． E、F 为平行四边形 ABCD 的对角线 DB 上三等分点，连 AE 并延长交 DC 于 P，连 PF 并延长交 AB 于 Q，如图①

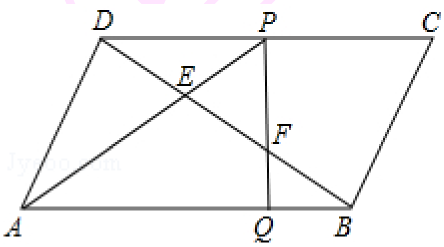
（1）在备用图中，画出满足上述条件的图形，记为图②，试用刻度尺在图①、②中量得 AQ、BQ 的长度，估计 AQ、BQ 间的关系，并填入下表：(长度单位：cm)

	AQ 长度	BQ 长度	AQ、BQ 间的关系
图①中			
图②中			

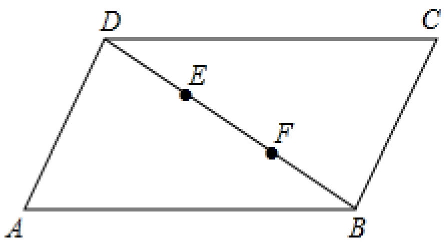
由上表可猜测 AQ、BQ 间的关系是 AQ=3QB；

（2）上述（1）中的猜测 AQ、BQ 间的关系成立吗？为什么？

（3）若将平行四边形 ABCD 改为梯形（AB∥CD）其他条件不变，此时（1）中猜测 AQ、BQ 间的关系是否成立？（不必说明理由）



图①



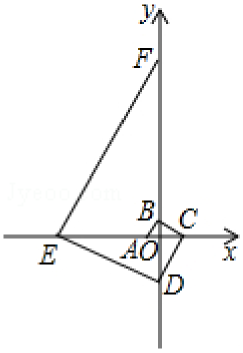
图②

31．如图，在平面直角坐标系中，点 A 在 x 轴负半轴上，点 B 的坐标是（0，2），过点 B 作 BC⊥AB 交 x 轴于点 C，过点 C 作 CD⊥BC 交 y 轴于点 D，过点 D 作 DE⊥CD 交 x 轴于点 E，过点 E 作 EF⊥DE 交 y 轴于点 F，若 EA=3AC．

（1）求证：△CBA∽△EDC；

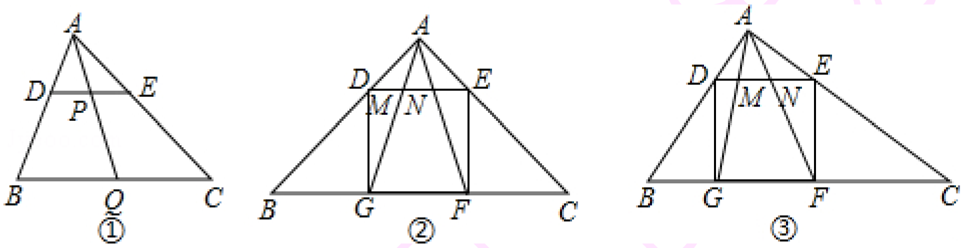
（2）请写出点 A，点 C 的坐标（解答过程可不写）；

（3）求出线段 EF 的长．



32．Ⅰ．如图①，在△ABC 中，点 D，E，Q 分别在 AB，AC，BC 上，且 DE∥BC，AQ 交 DE 于点 P．求证：$\frac{DP}{BQ}=\frac{PE}{QC}$；

Ⅱ．如图②，在△ABC 中，∠BAC=90°，正方形 DEFG 的四个顶点在△ABC 的边上，连结 AG，AF，分别交 DE 于 M，N 两点．



（1）如图②，若 AB=AC=1，直接写出 MN 的长；

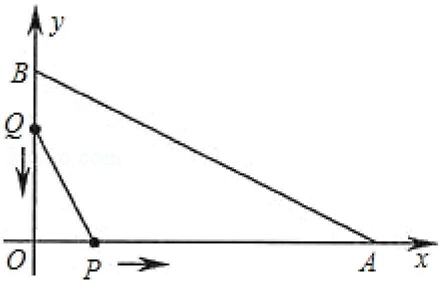
（2）如图③，探究 DM，MN，EN 之间的关系，并说明理由．

33．如图，在平面直角坐标系中，已知 OA=12 厘米，OB=6 厘米．点 P 从点 O 开始沿 OA 边向点 A 以 1 厘米/秒的速度移动；点 Q 从点 B 开始沿 BO 边向点 O 以 1 厘米/秒的速度移动．如果 P、Q 同时出发，用 t（秒）表示移动的时间（0≤t≤6），那么

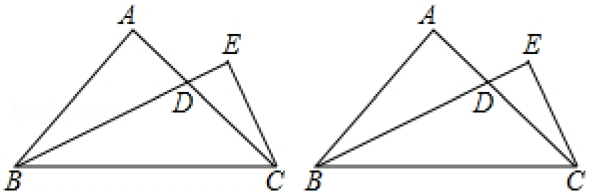
（1）设△POQ 的面积为 y，求 y 关于 t 的函数解析式；

（2）当△POQ 的面积最大时，将△POQ 沿直线 PQ 翻折后得到△PCQ，试判断点 C 是否落在直线 AB 上，并说明理由；

（3）当 t 为何值时，△POQ 与△AOB 相似．



34．已知△ABC 是等腰直角三角形，∠A=90°，D 是腰 AC 上的一个动点，过 C 作 CE 垂直于 BD 或 BD 的延长线，垂足为 E，如图．



（1）若 BD 是 AC 的中线，求$\frac{BD}{CE}$的值；

（2）若 BD 是∠ABC 的角平分线，求$\frac{BD}{CE}$的值；

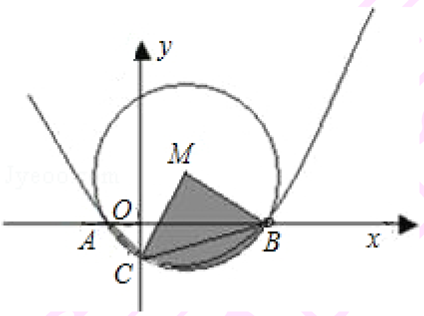
（3）结合（1）、（2），试推断$\frac{BD}{CE}$的取值范围（直接写出结论，不必证明），并探究$\frac{BD}{CE}$的值能小于$\frac{4}{3}$吗？若能，求出满足条件的 D 点的位置；若不能，说明理由．

35．已知抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 经过点 A（﹣1，0）、B（m，0）（m＞0），且与 y 轴交于点 C．

（1）求 a、b 的值（用含 m 的式子表示）；

（2）如图所示，⊙M 过 A、B、C 三点，求阴影部分扇形的面积 S（用含 m 的式子表示）；

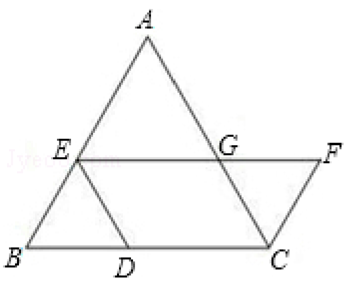
（3）在 x 轴上方，若抛物线上存在点 P，使得以 A、B、P 为顶点的三角形与△ABC 相似，求 m 的值．



36．如图，点 D，E 分别在△ABC 的边 BC，BA 上，四边形 CDEF 是等腰梯形，EF∥CD．EF 与 AC 交于点 G，且∠BDE=∠A．

（1）试问：AB•FG=CF•CA 成立吗？说明理由；

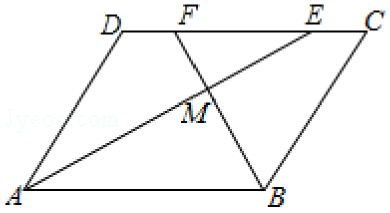
（2）若 BD=FC，求证：△ABC 是等腰三角形．



37．如图，在▱ABCD 中，AE、BF 分别平分∠DAB 和∠ABC，交 CD 于点 E、F，AE、BF 相交于点 M．

（1）试说明：AE⊥BF；

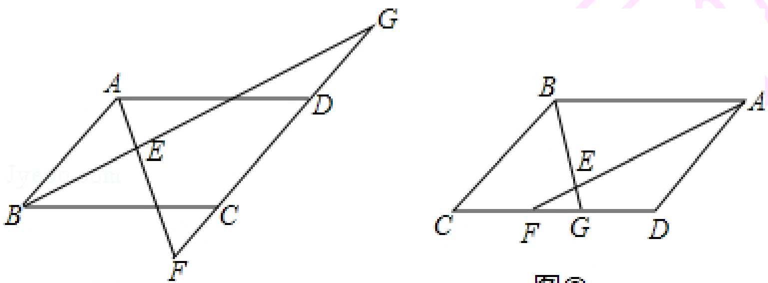
（2）判断线段 DF 与 CE 的大小关系，并予以说明．



38．如图①、②在▱ABCD 中，∠BAD、∠ABC 的平分线 AF、BG 分别与线段 CD 两侧的延长线（或线段 CD）相交于点 F、G，AF 与 BG 相交于点 E．

（1）在图①中，求证：AF⊥BG，DF=CG；

（2）在图②中，仍有（1）中的 AF⊥BG、DF=CG．若 AB=10，AD=6，BG=4，求 FG 和 AF 的长．



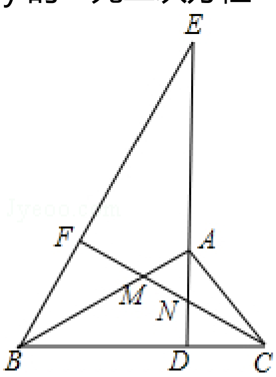
图①　　图②

39．已知，如图，AD 为 Rt△ABC 斜边 BC 上的高，点 E 为 DA 延长线上一点，连接 BE，过点 C 作 CF⊥BE 于点 F，交 AB、AD 于 M、N 两点．

（1）若线段 AM、AN 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2mx+n^2-mn+\frac{5}{4}m^2=0$ 的两个实数根，求证：AM=AN；

（2）若 AN=$\frac{15}{8}$，DN=$\frac{9}{8}$，求 DE 的长；

（3）若在（1）的条件下，$S_{\triangle AMN}$：$S_{\triangle ABE}$=9：64，且线段 BF 与 EF 的长是关于 y 的一元二次方程 $5y^2-16ky+10k^2+5=0$ 的两个实数根，求 BC 的长．

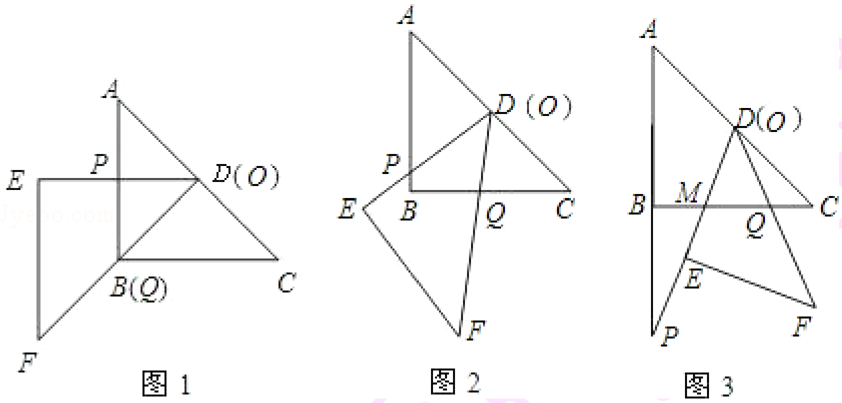


40．把两块全等的直角三角形 ABC 和 DEF 叠放在一起，使三角板 DEF 的锐角顶点 D 与三角板 ABC 的斜边中点 O 重合，其中∠ABC=∠DEF=90°，∠C=∠F=45°，AB=DE=4，把三角板 ABC 固定不动，让三角板 DEF 绕点 O 旋转，设射线 DE 与射线 AB 相交于点 P，射线 DF 与线段 BC 相交于点 Q．

（1）如图 1，当射线 DF 经过点 B，即点 Q 与点 B 重合时，易证△APD∽△CDQ．此时，AP•CQ=__________；

（2）将三角板 DEF 由图 1 所示的位置绕点 O 沿逆时针方向旋转，设旋转角为 α．其中 0°＜α＜90°，问 AP•CQ 的值是否改变？说明你的理由；

（3）在（2）的条件下，设 CQ=x，两块三角板重叠面积为 y，求 y 与 x 的函数关系式．（图 2，图 3 供解题用）



41．（Ⅰ）如图 1，点 P 在平行四边形 ABCD 的对角线 BD 上，一直线过点 P 分别交 BA，BC 的延长线于点 Q，S，交 AD，CD 于点 R，T．求证：PQ•PR=PS•PT；

（Ⅱ）如图 2，图 3，当点 P 在平行四边形 ABCD 的对角线 BD 或 DB 的延长线上时，PQ•PR=PS•PT 是否仍然成立？若成立，试给出证明；若不成立，试说明理由（要求仅以图 2 为例进行证明或说明）；

（Ⅲ）如图 4，ABCD 为正方形，A，E，F，G 四点在同一条直线上，并且 AE=6cm，EF=4cm，试以（Ⅰ）所得结论为依据，求线段 FG 的长度．

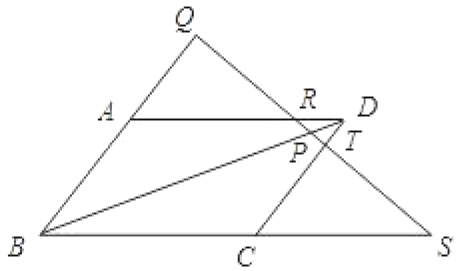


图 1

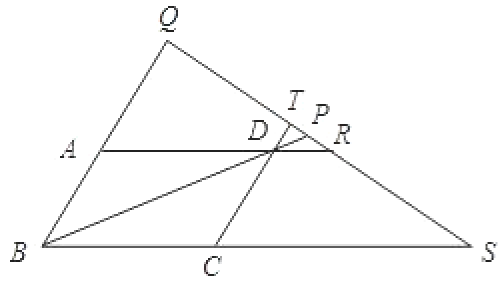


图 2

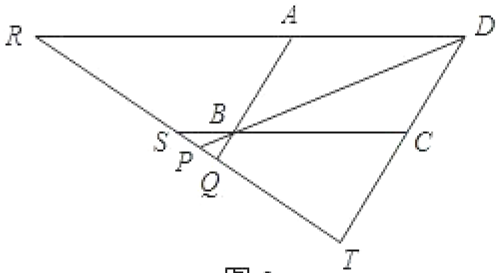


图 3

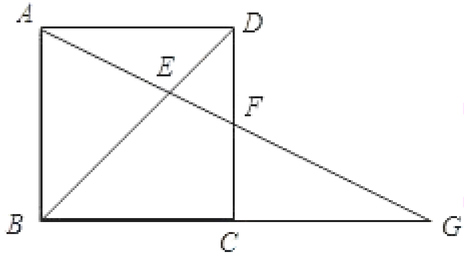


图 4

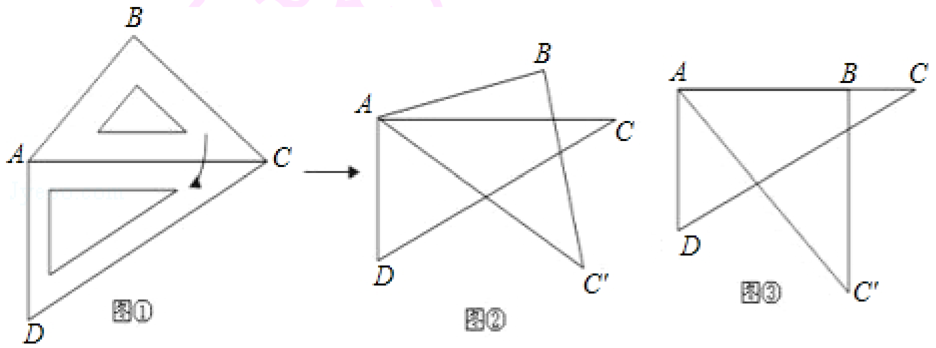
42．取一副三角板按图①拼接，固定三角板 ADC，将三角板 ABC 绕点 A 依顺时针方向旋转一个大小为 α 的角（0°＜α≤45°）得到△ABC′，如图所示．

试问：

（1）当 α 为多少度时，能使得图②中 AB∥DC；

（2）当旋转至图③位置，此时 α 又为多少度图③中你能找出哪几对相似三角形，并求其中一对的相似比；

（3）连接 BD，当 0°＜α≤45°时，探寻∠DBC′+∠CAC′+∠BDC 值的大小变化情况，并给出你的证明．



43．如图 1，在直角梯形 ABCD 中，AD∥BC，顶点 D，C 分别在 AM，BN 上运动（点 D 不与 A 重合，点 C 不与 B 重合），E 是 AB 上的动点（点 E 不与 A，B 重合），在运动过程中始终保持 DE⊥CE，且 AD+DE=AB=a．

（1）求证：△ADE∽△BEC；

（2）当点 E 为 AB 边的中点时（如图 2），求证：①AD+BC=CD；②DE，CE 分别平分∠ADC，∠BCD；

（3）设 AE=m，请探究：△BEC 的周长是否与 m 值有关，若有关请用含 m 的代数式表示△BEC 的周长；若无关请说明理由．

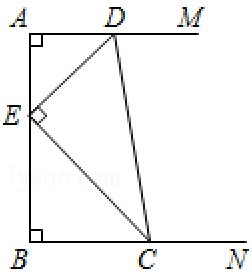


图 1

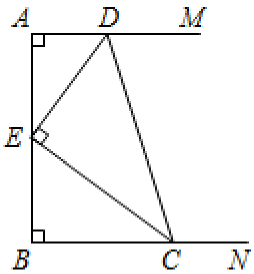


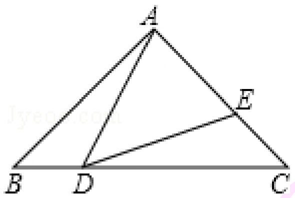
图 2

44．如图，△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC=1，点 D 是 BC 上一个动点（不与 B、C 重合），在 AC 上取 E 点，使∠ADE=45 度．

（1）求证：△ABD∽△DCE；

（2）设 BD=x，AE=y，求 y 关于 x 的函数关系式；

（3）当：△ADE 是等腰三角形时，求 AE 的长．



45．等腰△ABC，AB=AC=8，∠BAC=120°，P 为 BC 的中点，小慧拿着含 30°角的透明三角板，使 30°角的顶点落在点 P，三角板绕 P 点旋转．

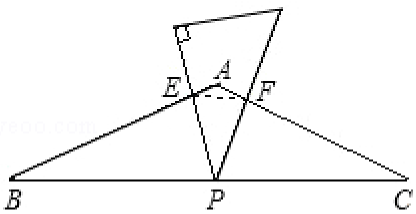
（1）如图 a，当三角板的两边分别交 AB、AC 于点 E、F 时．求证：△BPE∽△CFP；

（2）操作：将三角板绕点 P 旋转到图 b 情形时，三角板的两边分别交 BA 的延长线、边 AC 于点 E、F．

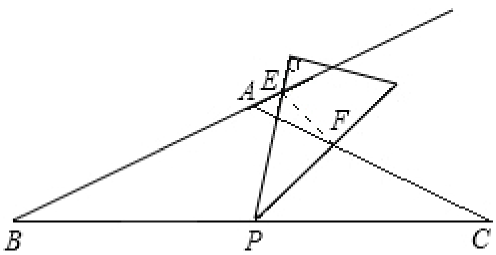
①探究 1：△BPE 与△CFP 还相似吗？（只需写出结论）

②探究 2：连接 EF，△BPE 与△PFE 是否相似？请说明理由；

③设 EF=m，△EPF 的面积为 S，试用 m 的代数式表示 S．

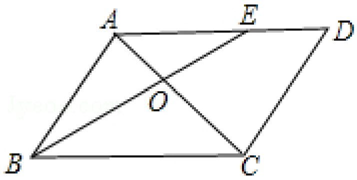


图a



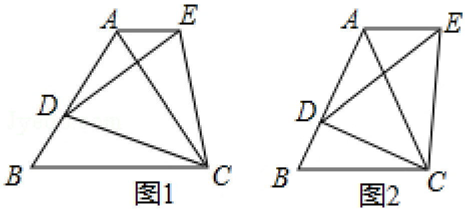
图b

46．如图：在平行四边形 ABCD 中，E 是 AD 上的一点．求证：$\frac{AE}{CB}=\frac{OE}{OB}$．



47．(1) 如图 1 所示，在等边△ABC 中，点 D 是 AB 边上的动点，以 CD 为一边，向上作等边△EDC，连接 AE，求证：AE∥BC；

(2) 如图 2 所示，将(1)中等边△ABC 的形状改成以 BC 为底边的等腰三角形，所作△EDC 相似于△ABC，请问仍有 AE∥BC？证明你的结论．

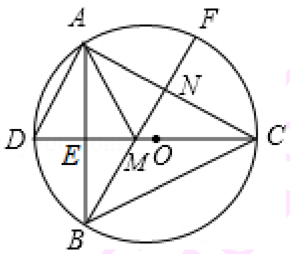


48．如图，△ABC 内接于⊙O，直径 CD⊥AB，垂足为 E，弦 BF 交 CD 于点 M，交 AC 于点 N，且 BF=AC，连接 AD、AM．

求证：(1) △ACM≌△BCM；

(2) AD•BE=DE•BC；

(3) BM^2=MN•MF．



49．操作：在△ABC 中，AC=BC=2，∠C=90°，将一块等腰直角三角板的直角顶点放在斜边 AB 的中点 P 处，将三角板绕点 P 旋转，三角板的两直角边分别交射线 AC、CB 于 D、E 两点．图 1，2，3 是旋转三角板得到的图形中的 3 种情况．

研究：

(1) 三角板绕点 P 旋转，观察线段 PD 和 PE 之间有什么数量关系，并结合图 2 加以证明；

(2) 三角板绕点 P 旋转，△PBE 是否能成为等腰三角形？若能，指出所有情况（即写出△PBE 为等腰三角形时 CE 的长）；若不能，请说明理由；

（3）若将三角板的直角顶点放在斜边 AB 上的 M 处，且 AM：MB=1：3，和前面一样操作，试问线段 MD 和 ME 之间有什么数量关系？并结合图 4 加以证明．

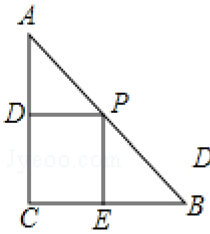


图1

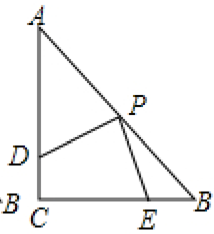


图2

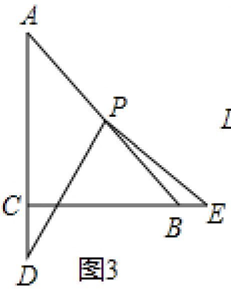


图3

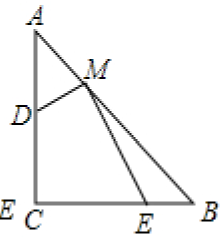
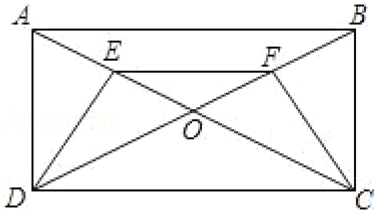


图4

50．如图，矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，E、F 分别是 OA、OB 的中点．

（1）求证：△ADE≌△BCF；

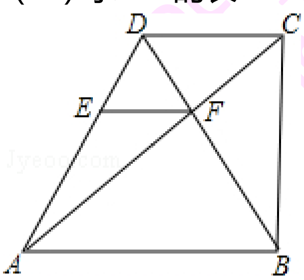
（2）若 AD=4cm，AB=8cm，求 CF 的长．



51．如图，在直角梯形 ABCD 中，AB∥DC，∠ABC=90°，AB=2DC，对角线 AC⊥BD，垂足为 F，过点 F 作 EF∥AB，交 AD 于点 E，CF=4cm．

（1）求证：四边形 ABFE 是等腰梯形；

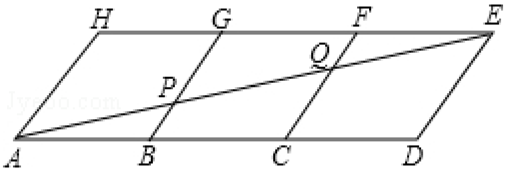
（2）求 AE 的长．



52．如图，用三个全等的菱形 ABGH、BCFG、CDEF 拼成平行四边形 ADEH，连接 AE 与 BG、CF 分别交于 P、Q，

（1）若 AB=6，求线段 BP 的长；

（2）观察图形，是否有三角形与△ACQ 全等？并证明你的结论．



53．已知点 E、F 在△ABC 的边 AB 所在的直线上，且 AE=BF，FH∥EG∥AC，FH、EG 分别交边 BC 所在的直线于点 H、G．

（1）如图 1，如果点 E、F 在边 AB 上，那么 EG+FH=AC；

（2）如图 2，如果点 E 在边 AB 上，点 F 在 AB 的延长线上，那么线段 EG、FH、AC 的长度关系是_____________；

（3）如图 3，如果点 E 在 AB 的反向延长线上，点 F 在 AB 的延长线上，那么线段 EG、FH、AC 的长度关系是_____________．

对（1）（2）（3）三种情况的结论，请任选一个给予证明．

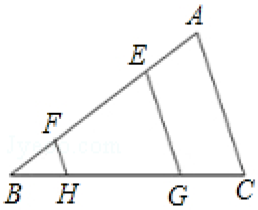


图1

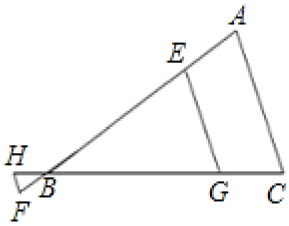


图2

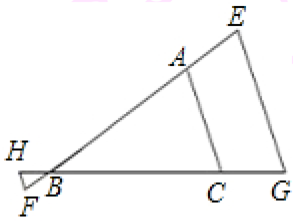


图3

解析：

填空：

1．解：设较大三角形的其他两边长为 a，b．

∵由相似三角形的对应边比相等

∴$\frac{a}{5}=\frac{b}{12}=\frac{39}{13}$

解得：a=15，b=36，

则较大三角形的周长为 90，面积为 270．

故较大三角形的周长为 90，面积为 270．

2．解：∵DE∥BC，

∴$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$，

∵AD=2，AE=3，BD=4，

∴$\frac{2}{4}=\frac{3}{EC}$，

∴CE=6，

∴AC=AE+EC=3+6=9．

故答案为：9．

3．解：∵五边形 ABCDE∽五边形 A′B′C′D′E′，

∴∠B=∠B′=130°，∠D=∠D′=85°，

又∵五边形的内角和为 540°，

∴∠E=540°﹣∠A﹣∠B﹣∠C﹣∠D=100°，

故答案为：100°．

4．解：在△AED 和△ACB 中，

∵∠A=∠A，∠AED=∠C，

∴△AED∽△ACB．

∴$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$，

∴$\frac{AE}{5}=\frac{4}{6}$，

∴AE=$\frac{10}{3}$．

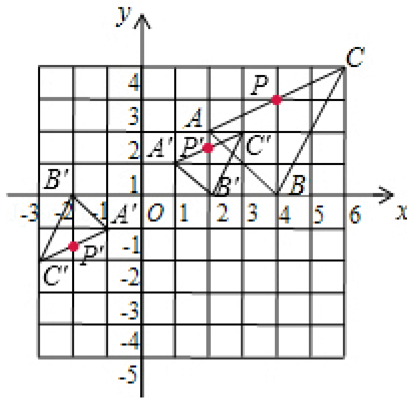
故答案为：$\frac{10}{3}$．

5．解：如图，∵A（2，2），C（6，4），∴点 P 的坐标为（4，3），

∵以原点为位似中心将△ABC 缩小位似比为 1：2，

∴线段 AC 的中点 P 变换后的对应点的坐标为（ - 2， - $\frac{3}{2}$）或（2，$\frac{3}{2}$）.

故答案为：（ - 2， - $\frac{3}{2}$）或（2，$\frac{3}{2}$）.



6．解：设她要穿约 xcm 的高跟鞋才能达到黄金比的美感效果．根据题意，

得$\frac{61.80}{93.00+x}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.618$，

解得 x≈7.00 故答案为：7.00．

7．解：∵点 D 为 AC 的黄金分割点（AD＞CD），

∴$AD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times6=3\sqrt{5}-3$，

∴$CD=AC-AD=6-(3\sqrt{5}-3)=9-3\sqrt{5}$．

故答案为 $9-3\sqrt{5}$．

8．解：∵P 是线段 AB 的黄金分割点，且 PA＞PB，

∴$PA^2=PB\bullet AB$，

又∵S_1表示 PA 为一边的正方形的面积，S_2表示长是 AB，宽是 PB 的矩形的面积，

∴$S_1=PA^2$，$S_2=PB\bullet AB$，∴$S_1=S_2$．

故答案为：=．

9．解：∵∠A=∠A∴①∠ACP=∠B，②∠APC=∠ACB 时都相似；

∵$AC^2=AP\bullet AB$∴AC：AB=AP：AC

∴③相似；

④此两个对应边的夹角不是∠A，所以不相似．

所以能满足△APC 与△ACB 相似的条件是①②③．

10．解：图中相似三角形共有 3 对．理由如下：

∵四边形 ABCD 是正方形，∴∠D=∠C=90°，AD=DC=CB，

∵DE=CE，FC=$\frac{1}{4}$BC，∴DE：CF=AD：EC=2：1，

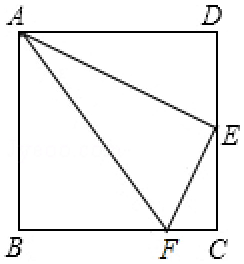
∴△ADE∽△ECF，∴AE：EF=AD：EC，∠DAE=∠CEF，∴AE：EF=AD：DE，

即 AD：AE=DE：EF，

∵∠DAE+∠AED=90°，∴∠CEF+∠AED=90°，

∴∠AEF=90°，∴∠D=∠AEF，∴△ADE∽△AEF，∴△AEF∽△ADE∽△ECF，

即△ADE∽△ECF，△ADE∽△AEF，△AEF∽△ECF．



11. 解：设 CM 的长为 x．

在 Rt△MNC 中

∵MN=1，∴NC= $\sqrt{1-x^2}$，

① Rt△AED∽Rt△CMN 时，

则 $\frac{AE}{CM}=\frac{AD}{CN}$，即 $\frac{1}{x}=\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$，

解得 x=$\frac{\sqrt{5}}{5}$ 或 x= $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ （不合题意，舍去），

② Rt△AED∽Rt△CNM 时，

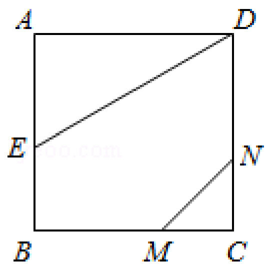
则$\frac{AE}{CN}=\frac{AD}{CM}$ ，

即 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{2}{x}$，

解得 x=$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$（不合题意，舍去），

综上所述，当 CM=$\frac{\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$时，△AED 与以 M，N，C 为顶点的三角形相似．

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$．



12．解：由题意得：$\frac{S_1}{S_2}=\frac{AC^2}{BC\cdot BG}=\frac{AC^2}{BC\cdot AB}=1$．

即：$S_1=S_2$．

13．解：连接 AM，

∵AB=AC，点 M 为 BC 中点，

∴AM⊥CM（三线合一），BM=CM，

∵AB=AC=5，BC=6，

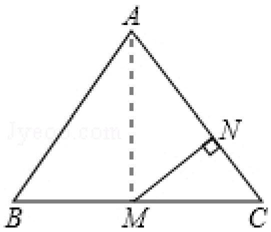
∴BM=CM=3，

在 Rt△ABM 中，AB=5，BM=3，

∴根据勾股定理得：$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{5^2-3^3}=4$，

又 $S_{\triangle AMC}=\frac{1}{2}MN\cdot AC=\frac{1}{2}AM\cdot MC$，

∴$MN=\frac{AM\cdot CM}{AC}=\frac{12}{5}$．



14．

解答：解：∵在△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB，

∴$\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD$，

即∴AC•BC=AB•CD，故①正确；

∵△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB 于点 D，

∴$BC^2=BD\cdot BA$，故③正确；

∴△ACD∽△CBD，

∴$\frac{AC}{AD}=\frac{CD}{DB}$，

∴$AC^2=AD\cdot AB$，$CD^2=AD\cdot DB$，

故②错误，④正确．

故答案为：①③④．

15．

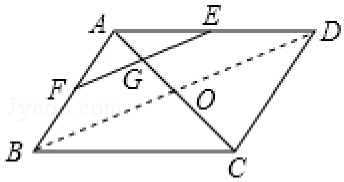
解答：解：连接 BD，与 AC 相交于 O，

∵点 E、F 分别是 AD、AB 的中点，

∴EF 是△ABD 的中位线，∴EF∥DB，且 $EF=\frac{1}{2}DB$，

∴△AEF∽△ADB，∴$\frac{AE}{AD}=\frac{AG}{AO}$，∴$\frac{EF}{DB}=\frac{AE}{AD}=\frac{1}{2}$，∴$\frac{AG}{AO}=\frac{1}{2}$，

∴AG=GO，又 OA=OC，∴AG：GC=1：3．故答案为：$\frac{1}{3}$．



16．

解答：解：根据题意，AD∥BC∴△AOD∽△COB

∵$S_{\triangle AOD}$：$S_{\triangle COB}$=1：9∴$\frac{AO}{OC}=\frac{1}{3}$

则 $S_{\triangle AOD}$：$S_{\triangle DOC}$=1：3

所以 $S_{\triangle DOC}$：$S_{\triangle BOC}$=3：9=1：3．

17．

解答：解：在△ABC 中、BC=a，若 D_1、E_1 分别是 AB、AC 的中点，根据中位线定理得 $D_1E_1=\frac{1}{2}a=\frac{2^1-1}{2^1}a$，

∵D_2、E_2 分别是 D_1B、E_1C 的中点，∴$D_2E_2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}a+a)=\frac{3}{4}a=\frac{2^2-1}{2^2}a$，

∵D_3、E_3 分别是 D_2B、E_2C 的中点，则 $D_3E_3=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}a+a)=\frac{2^3-1}{2^3}a$，

…

根据以上可得：若 Dn、En 分别是 $D_{n-1}B$、$E_{n-1}C$ 的中点，则 $DnEn=\frac{2^n-1}{2^n}$a，即 D_nE_n 的长是 $\frac{2^n-1}{2^n}a$．

18．

解答：解：根据旋转的性质可知：AC=AC′，∠AC′B′=∠C=60°，

∵旋转角是 60°，即∠C′AC=60°，

∴△ACC′为等边三角形，

∴BC′=CC′=AC，

∴∠B=∠C′AB=30°，

∴$\angle BDC'=\angle C'AB+\angle AC'B'=90°$，

即 $B'C'\perp AB$，

∴$BC'=2C'D$，∴$BC=B'C'=4C'D$，∴$C'D:DB'=1:3$．

19．

解答：解：根据题意得：$AD=1$，$AB=3$，$AC=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，

∵$\angle A=\angle A$，

∴若$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$时，$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，

即：$\frac{1}{3}=\frac{AE}{6\sqrt{2}}$，

解得：$AE=2\sqrt{2}$，

若$\triangle ADE\backsim\triangle ACB$时，$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$，即：$\frac{1}{6\sqrt{2}}=\frac{AE}{3}$，解得：$AE=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

∴当 $AE=2\sqrt{2}$或$\frac{\sqrt{2}}{4}$时，以点 A、D、E 为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似．故答案为：$2\sqrt{2}$或$\frac{\sqrt{2}}{4}$．

20．

解答：解：∵在 $Rt\triangle ABC$ 中（$\angle C=90°$），放置边长分别 3，4，x 的三个正方形，

∴$\triangle CEF\backsim\triangle OME\backsim\triangle PFN$，∴$OE:PN=OM:PF$，

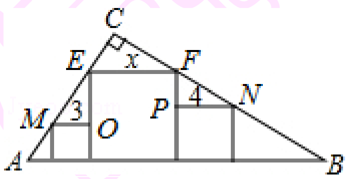
∵$EF=x$，$MO=3$，$PN=4$，

∴$OE=x-3$，$PF=x-4$，

∴$(x-3):4=3:(x-4)$，

∴$(x-3)(x-4)=12$，即 $x^2-4x-3x+12=12$，

∴$x=0$（不符合题意，舍去），$x=7$．



21

解答：解：∵$DE=2AE$，$BF=2FC$，

∴$BF=2AE$，$ED=2CF$，

即有$\triangle AHE\backsim\triangle FHB$，$\triangle CFG\backsim\triangle EGD$，

则$\frac{HF}{AF}=\frac{2}{3}$，同理$\frac{FG}{FD}=\frac{1}{3}$

∴$S_{\triangle BFH}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABF}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times S_{\square ABCD}$，

$S_{\triangle CFG}=\frac{1}{3}S_{\triangle CFD}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times S_{▱ABCD}$，

故 S 四边形 EHFG=$S_{\triangle BCE}-S_{\triangle BFH}-S_{\triangle CFG}=\frac{1}{2}S_{▱ABCD}-\frac{4}{18}S_{▱ABCD}-\frac{1}{18}S_{▱ABCD}=\frac{2}{9}S_{▱ABCD}$．

故答案为：$\frac{2}{9}$

22．

解答：解：∵△ABC 是边长为 1 的等边三角形，

∴△ABC 的高=AB•sinA=$1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵DE、EF 是△ABC 的中位线，

∴AF=$\frac{1}{2}$，

∴$S_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{8}$；

同理可得，$S_2=\frac{\sqrt{3}}{8}\times\frac{1}{4}$；

…

∴$S_n=\frac{\sqrt{3}}{8}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$；

∴$S_{2013}=\frac{\sqrt{3}}{8}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{2012}=\frac{\sqrt{3}}{2^{4027}}$．故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2^{4027}}$．

解答：

1．

解答：答：BF 是 FG，EF 的比例中项．

证明：∵BE∥AC，

∴∠1=∠E，

∵∠1=∠2，

∴∠2=∠E，

∴△BFG∽△EFB，

∴$\frac{FG}{BF}=\frac{BF}{EF}$，即 BF^2=FG•EF，

2

解答：（1）证明：∵梯形 ABCD，AB∥CD，

∴∠CDF=∠G，∠DCF=∠GBF，（2 分）

∴△CDF∽△BGF．（3 分）

（2）解：由（1）△CDF∽△BGF，

又∵F 是 BC 的中点，BF=FC，

∴△CDF≌△BGF，

∴DF=GF，CD=BG，（6 分）

∵AB∥DC∥EF，F 为 BC 中点，

∴E 为 AD 中点，

∴EF 是△DAG 的中位线，

∴2EF=AG=AB+BG．

∴BG=2EF - AB=2×4 - 6=2，

∴CD=BG=2cm．（8 分）

3．

解答：证明：（1）∵AB=AC，

∴∠ABC=∠ACB，

∵DE∥BC，

∴∠ABC+∠BDE=180°，∠ACB+∠CED=180°．

∴∠BDE=∠CED，

∵∠EDF=∠ABE，

∴△DEF∽△BDE；

（2）由△DEF∽△BDE，得$\frac{DB}{DE}=\frac{DE}{EF}$．

∴DE^2=DB•EF，

由△DEF∽△BDE，得∠BED=∠DFE．

∵∠GDE=∠EDF，

∴△GDE∽△EDF．

∴$\frac{DG}{DE}=\frac{DE}{DF}$，

∴DE^2=DG•DF，

∴DG•DF=DB•EF．

4．

解答：（1）证明：∵ABCD 为正方形，

∴AD=AB=DC=BC，∠A=∠D=90°，

∵AE=ED，

∴$\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$，

∵DF=$\frac{1}{4}$DC，

∴$\frac{DF}{DE}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{DF}{DE}$，

∴△ABE∽△DEF；

（2）解：∵ABCD 为正方形，

∴ED∥BG，

$\therefore \frac{ED}{CG}=\frac{DF}{CF}$，

又∵DF=$\frac{1}{4}$DC，正方形的边长为 4，

∴ED=2，CG=6，

∴BG=BC+CG=10．

5．

解答：解：图中的相似三角形有：△AMF∽△BGM，△DMG∽△DBM，△EMF∽△EAM（3 分）

以下证明△AMF∽△BGM．

∵∠AFM=∠DME+∠E（外角定理），

∠DME=∠A=∠B（已知），

∴∠AFM=∠DME+∠E=∠A+∠E=∠BMG，∠A=∠B，

∴△AMF∽△BGM．（7 分）

6．

解答：解：CP 和 CB 是对应边时，△CPQ∽△CBA，

所以，$\frac{CP}{CB}=\frac{CQ}{CA}$，

即$\frac{16-2t}{16}=\frac{t}{12}$，

解得 t=4.8；

CP 和 CA 是对应边时，△CPQ∽△CAB，

所以，$\frac{CP}{CA}=\frac{CQ}{CB}$，

即$\frac{16-2t}{12}=\frac{t}{16}$，

解得 t=$\frac{64}{11}$．

综上所述，当 t=4.8 秒或$\frac{64}{11}$秒时，△CPQ 与△CBA 相似．

7．

解答：解：在△DEF 和△DBC 中，$\begin{cases}\angle D=\angle D\\ \angle DEF=\angle DCB\end{cases}$，

∴△DEF∽△DBC，

$\therefore \frac{DE}{EF}=\frac{CD}{BC}$，

即$\frac{40}{20}=\frac{8}{BC}$，

解得 BC=4，

∵AC=1.5m，

∴AB=AC+BC=1.5+4=5.5m，

即树高 5.5m．

8．

解答：解：∵PE 把梯形 ABCD 分成两个相似的小梯形，

∴梯形 ADEP∽梯形 PECB，

∴$\frac{AD}{PE}=\frac{PE}{BC}$，

∵AD=2，BC=$\frac{9}{2}$，

∴PE=3，

∴相似比为：$\frac{2}{3}$，

∴AP=$\frac{2}{5}$AB．

9．

解答：证明：设 AB=2，

∵P_1是 AB 的黄金分割点（$AP_1>BP_1$），

∴$AP_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 2=\sqrt{5}-1$，

∴$P_1B=2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}$，

∵点 O 是 AB 的中点，

∴OB=1，

∴$OP_1=1-(3-\sqrt{5})=\sqrt{5}-2$，

∵P_2是P_1关于点 O 的对称点，

∴$P_1P_2=2(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}-4$，

∴$P_2B=2\sqrt{5}-4+3-\sqrt{5}=\sqrt{5}-1$，

∵$P_1B^2=(3-\sqrt{5})^2=14-6\sqrt{5}$，$P_2B\bullet P_1P_2=(\sqrt{5}-1)(2\sqrt{5}-4)=14-6\sqrt{5}$，

∴$P_1B^2=P_2B\bullet P_1P_2$，

∴P_1B是P_2B和P_1P_2的比例中项．

10．

解答：证明：∵DE∥BC，EF∥AB

∴四边形 DBFE 是平行四边形，

∴BD=EF，

∵相似三角形的面积比等于对应边的平方比，

∴$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}=\frac{AD}{AB}$，$\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=\frac{EF}{AB}$

即$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}+\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=\frac{AD}{AB}+\frac{EF}{AB}=1$

∴$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}+\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=1$．

11．

解答：解：(1) 在 Rt△ABC 中，由 AB=1，BC=$\frac{1}{2}$，

得 AC=$\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

∵以点 C 为圆心，CB 为半径的弧交 CA 于点 D；以点 A 为圆心，AD 为半径的弧交 AB 于点 E

∴BC=CD，AE=AD，

∴AE=AC - CD=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$；

(2) ∠EAG=36°，理由如下：

∵FA=FE=AB=1，AE=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

∴$\frac{AE}{FA}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

∴△FAE 是黄金三角形，

∴∠F=36°，∠AEF=72°，

∵AE=AG，

∴∠EAG=∠F=36°．

12．

解答：解：∵当 x=0 时，y=1，

当 y=0 时，x= - 2，

∴OA=2，OB=1，

∵∠AOB=∠AOP=90°，∴当 OA：OB=OP：OA 时，△AOP 与△AOB 相似，

∴2：1=OP：2，

解得 OP=4，

故有 2 个这样的 P 点为：(0， - 4) 或 (0，4)，

AP=$\sqrt{OA^2+OP^2}=2\sqrt{5}$．

若△AOP≌△AOB，则 AP=$\sqrt{5}$．

13．

解答：解：(1) ∵AB=5，BC=3，AC=4，

∴$BC^2+AC^2=AB^2$，

∴∠C=90°，

设 AB 边上的高为 h，

则$\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 5h$，

∴$h=\frac{12}{5}$，

∵PQ∥AB，

∴△CQP∽△CBA，

∴$\frac{CQ}{CB}=\frac{CP}{CA}=\frac{PQ}{AB}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{12}{5}}=\frac{1}{4}$，

∵AB=5，BC=3，AC=4，

∴$CQ=\frac{3}{4}$，CP=1，$PQ=\frac{5}{4}$，

∴△CPQ 的周长 $CQ+CP+PQ=\frac{3}{4}+1+\frac{5}{4}=3$；

(2) ∵△CPQ 的周长与四边形 PABQ 的周长相等，

∴$CP+CQ+PQ=BQ+PQ+PA+AB=\frac{1}{2}(AB+BC+AC)=6$，

∵AB=5，BC=3，AC=4，

∴CP+CQ=3 - CQ+4 - CP+5，

2CQ+2CP=12，

CQ+CP=6，

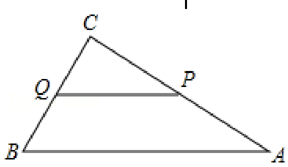
∵PQ∥AB，

∴△PQC∽△ABC．

∴$\frac{CQ}{CB}=\frac{CP}{AC}$，

即$\frac{6-CP}{3}=\frac{CP}{4}$，

解得：$CP=\frac{24}{7}$．



14．

解答：解：(1) A；(2 分)

(2) ①相似比②相似比的平方③相似比的立方；(每空 (2 分)，共 6 分)

(3) 由题意知他的体积比为 $\left(\frac{1.1}{1.65}\right)^3$；

又因为体重之比等于体积比，

若设初三时的体重为 xkg，

则有 $\left(\frac{1.1}{1.65}\right)^3=\frac{18}{x}$

解得 $x=\frac{243}{4}=60.75$．

答：初三时的体重为 60.75kg．(2 分)

15．

解答：解：(1) 当点 P 在 AC 上时，∵AM=t，∴$PM=AM\bullet\tan60°=\sqrt{3}t$．

∴$y=\frac{1}{2}t\bullet\sqrt{3}t=\frac{\sqrt{3}}{2}t^2$ ($0\le t\le1$)．

当点 P 在 BC 上时，$PM=BM\bullet\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}(4-t)$．

$y=\frac{1}{2}t\bullet\frac{\sqrt{3}}{3}(4-t)=-\frac{\sqrt{3}}{6}t^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}t$ ($1\le t\le3$)．

(2) ∵AC=2，∴AB=4．∴BN=AB - AM - MN=4 - t - 1=3 - t．

∴$QN=BN\bullet\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}(3-t)$．

由条件知，若四边形 MNQP 为矩形，需 PM=QN，即$\sqrt{3}t=\frac{\sqrt{3}}{3}(3-t)$，

∴$t=\frac{3}{4}$．∴当 $t=\frac{3}{4}$s 时，四边形 MNQP 为矩形．

(3) 由 (2) 知，当 $t=\frac{3}{4}$s 时，四边形 MNQP 为矩形，此时 PQ∥AB，

∴△PQC∽△ABC．

除此之外，当∠CPQ=∠B=30°时，△QPC∽△ABC，此时$\frac{CQ}{CP}=\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

∵$\frac{AM}{AP}=\cos60°=\frac{1}{2}$，∴AP=2AM=2t．∴CP=2 - 2t．

∵$\frac{BN}{BQ}=\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴$BQ=\frac{BN}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}(3-t)$．

又∵$BC=2\sqrt{3}$，

∴$CQ=2\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}(3-t)=\frac{2\sqrt{3}t}{3}$．∴$\frac{\frac{2\sqrt{3}t}{3}}{2-2t}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$t=\frac{1}{2}$．

∴当 $t=\frac{1}{2}$s 或$\frac{3}{4}$s 时，以 C，P，Q 为顶点的三角形与△ABC 相似．

16．

解答：解：（1）如图：割线 CD 就是所求的线段．

理由：∵∠B=∠B，∠CDB=∠ACB=90°，

∴△BCD∽△ACB．

（2）①△DEF 经 N 阶分割所得的小三角形的个数为$\frac{1}{4^n}$，

∴$S_n=\frac{10000}{4^n}$．

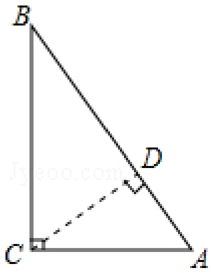
当 n=5 时，$S_5=\frac{10000}{4^5}\approx9.77$，

当 n=6 时，$S_6=\frac{10000}{4^6}\approx2.44$，

当 n=7 时，$S_7=\frac{10000}{4^7}\approx0.61$，

∴当 n=6 时，$2<S_6<3$．

②$S_n^2=S_{n-1}\times S_{n+1}$．



图甲

17．

解答：解 设直角三角形 ABC 的三边 BC、CA、AB 的长分别为 a、b、c 则 $c^2=a^2+b^2$

（1）$S_1=S_2+S_3$；

（2）$S_1=S_2+S_3$．证明如下：

显然，$S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$，$S_2=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，$S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$

∴$S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2)=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2=S_1$，即 $S_1=S_2+S_3$．

（3）当所作的三个三角形相似时，$S_1=S_2+S_3$．证明如下：

∵所作三个三角形相似

∴$\frac{S_2}{S_1}=\frac{a^2}{c^2}$，$\frac{S_3}{S_1}=\frac{b^2}{c^2}$

∴$\frac{S_2+S_3}{S_1}=\frac{a^2+b^2}{c^2}=1$∴$S_1=S_2+S_3$；

（4）分别以直角三角形 ABC 三边为一边向外作相似图形，其面积分别用 S_1、S_2、S_3 表示，则 $S_1=S_2+S_3$．

18．

解答：解：(1) ∵FD∥BC

∴△ADF∽△ABC．

∴$\frac{FD}{BC}=\frac{AD}{AB}$．

∴$\frac{FD}{3.5}=\frac{3}{5}$．

∴FD=2.1（cm）．

答：小视力表中相应“E”的长是 2.1cm；

（2）解：作 CD⊥MM′，垂足为 D，并延长交 A′B′于 E，

∵AB∥MM′∥A′B′，

∴CE⊥A′B′，

∴△CMM′∽△CA′B′，

∴$\frac{MM'}{A'B'}=\frac{CD}{CE}$，

又∵CD=CE﹣DE=5﹣3=2，CE=5，A′B′=AB=0.8，

∴$\frac{MM'}{0.8}=\frac{2}{5}$，

∴MM′=0.32（米），∴镜长至少为 0.32 米．

19．

解答：解：∵AC=12，BC=5，∴AB=13，

如图 1 所示：设 DE=x，

∵四边形 ADEF 是菱形，∴DE∥AB，∴△CDE∽△CAB，

∴$\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{AC}$，即 $\frac{x}{13}=\frac{12-x}{12}$，解得 x=$\frac{156}{25}$cm；

如图 2 所示，

同上可知△CEF∽△CAB，

设 EF=x，∴$\frac{x}{13}=\frac{5-x}{5}$，解得 x=$\frac{65}{18}$cm；

如图 3 所示，同理△AEF∽△ABC，∴$\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$，即 $\frac{12-x}{12}=\frac{x}{5}$，解得 x=$\frac{60}{17}$cm．

故所作菱形的边长为：$\frac{60}{17}$cm、$\frac{65}{18}$cm、$\frac{156}{25}$cm．

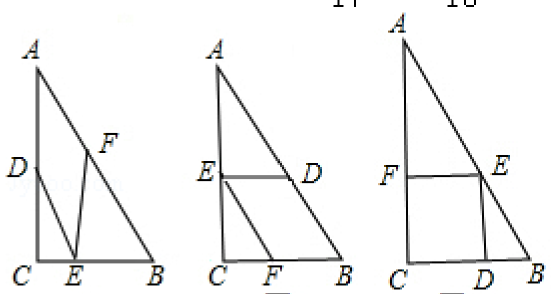


图1 图2 图3

20．

解答：解：（1）直线 CD 是△ABC 的黄金分割线．理由如下：

设△ABC 的边 AB 上的高为 h．

则 $S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}AD\cdot h$，$S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot h$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot h$，

$\therefore\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{AD}{AB}$，$\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{BD}{AD}$．

又∵点 D 为边 AB 的黄金分割点，

$\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{BD}{AD}$，

$\therefore\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADC}}$．

故直线 CD 是△ABC 的黄金分割线．

（2）∵三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分，

$\therefore s_1=s_2=\frac{1}{2}s$，即$\frac{s_1}{s}\neq\frac{s_2}{s_1}$，

故三角形的中线不可能是该三角形的黄金分割线．

（3）∵DF∥CE，

∴△DFC 和△DFE 的公共边 DF 上的高也相等，

$\therefore S_{\triangle DFC}=S_{\triangle DFE}$，

$\therefore S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle DFC}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle DFE}=S_{\triangle AEF}$，$S_{\triangle BDC}=S_{四边形BEFC}$．

又$\because\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADC}}$，

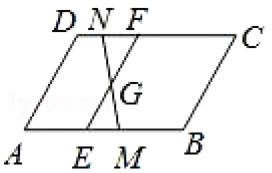
$\therefore\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{四边形BEFC}}{S_{\triangle AEF}}$．

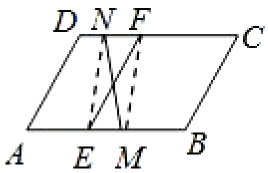
因此，直线 EF 也是△ABC 的黄金分割线．（7 分）

（4）画法不惟一，现提供两种画法；

画法一：如答图 1，取 EF 的中点 G，再过点 G 作一条直线分别交 AB，DC 于 M，N 点，则直线 MN 就是平行四边形 ABCD 的黄金分割线．

画法二：如答图 2，在 DF 上取一点 N，连接 EN，再过点 F 作 FM∥NE 交 AB 于点 M，连接 MN，则直线 MN 就是平行四边形 ABCD 的黄金分割线．





（9 分）

21．

解答：解：（1）$\because BK=\frac{5}{2}KC$，$\therefore \frac{CK}{BK}=\frac{2}{5}$，

又$\because CD\parallel AB$，$\therefore \triangle KCD\backsim\triangle KBA$，$\therefore \frac{CD}{AB}=\frac{CK}{BK}=\frac{2}{5}$

（2）当 BE 平分$\angle ABC$，$AE=\frac{1}{2}AD$ 时，$AB=BC+CD$；

证明：取 BD 的中点为 F，连接 EF 交 BC 于 G 点，

由中位线定理，得 $EF\parallel AB\parallel CD$，

$\therefore$G 为 BC 的中点，$\angle GEB=\angle EBA$，

又$\because \angle EBA=\angle GBE$，

$\therefore \angle GEB=\angle GBE$，

$\therefore EG=BG=\frac{1}{2}BC$，而 $GF=\frac{1}{2}CD$，$EF=\frac{1}{2}AB$，

$\because EF=EG+GF$，

即：$\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}BC+\frac{1}{2}CD$；

$\therefore AB=BC+CD$；

同理，当 $AE=\frac{1}{n}AD$（$n>2$）时，$EF\parallel AB$，

同理可得：$\frac{BG}{BC}=\frac{AE}{AD}=\frac{1}{n}$，则 $BG=\frac{1}{n}\bullet BC$，则 $EG=BG=\frac{1}{n}\bullet BC$，

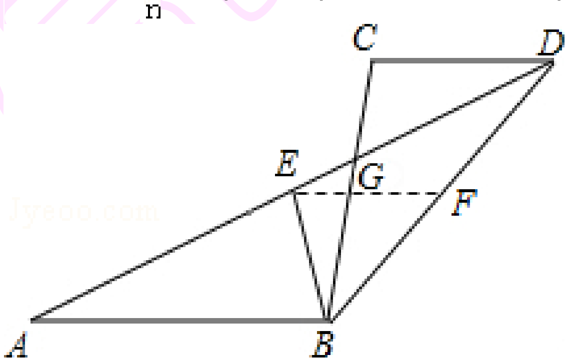
$\frac{GF}{CD}=\frac{BG}{BC}=\frac{1}{n}$，则 $GF=\frac{1}{n}\bullet CD$，

$\frac{EF}{AB}=\frac{ED}{AD}=\frac{n-1}{n}$，

$\therefore \frac{1}{n}\bullet BC+\frac{1}{n}\bullet CD=\frac{n-1}{n}\bullet AB$，

$\therefore BC+CD=(n-1)AB$，

故当 $AE=\frac{1}{n}AD$（$n>2$）时，$BC+CD=(n-1)AB$．



22．

解答：解：∵△ABC∽△ADE，AB=2AD，

∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{AD^2}{AB^2}$，

∵AB=2AD，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ADE}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

如图，在△EAF 中，过点 F 作 FH⊥AE 交 AE 于 H，

∵∠EAF=∠BAD=45°，∠AEF=60°，

∴∠AFH=45°，∠EFH=30°，

∴AH=HF，

设 AH=HF=x，则 EH=xtan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x．

又∵$S_{\triangle ADE}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

作 CM⊥AB 交 AB 于 M，

∵△ABC 是面积为$\sqrt{3}$的等边三角形，

∴$\frac{1}{2}$×AB×CM=$\sqrt{3}$，

∠BCM=30°，

设 AB=2k，BM=k，CM=$\sqrt{3}$k，

∴k=1，AB=2，

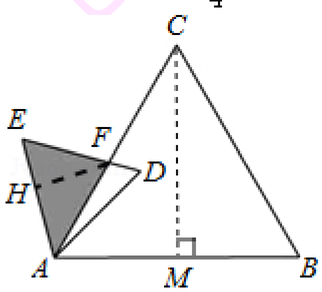
∴AE=$\frac{1}{2}$AB=1，

∴$x+\frac{\sqrt{3}}{3}x=1$，

解得 $x=\frac{3}{3+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$．

∴$S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}\times1\times\frac{3-\sqrt{3}}{2}=\frac{3-\sqrt{3}}{4}$．

故答案为：$\frac{3-\sqrt{3}}{4}$．



23．

解答：（1）证明：∵△ABC∽△$A_1B_1C_1$，且相似比为 k（k＞1），

∴$\frac{a}{a_1}$=k，a=ka_1；

又∵c=a_1，

∴a=kc；

（2）解：取 a=8，b=6，c=4，同时取 a_1=4，b_1=3，c_1=2；

此时$\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$=2，

∴△ABC∽△$A_1B_1C_1$ 且 c=a_1；

（3）解：不存在这样的△ABC 和△$A_1B_1C_1$，理由如下：

若 k=2，则 a=$2a_1$，b=$2b_1$，c=$2c_1$；

又∵b=a_1，c=b_1，

∴a=$2a_1$=2b=$4b_1$=4c；

∴b=2c；

∴b+c=2c+c＜4c，4c=a，b+c＜a，而应该是 b+c＞a；

故不存在这样的△ABC 和△$A_1B_1C_1$，使得 k=2．

24．

解答：解：（1）方格纸中 Rt△A'B'C 为所画的三角形；

（2）由（1）得∠A=∠A'，

又∵∠1=∠2，

∴△ABC∽△A'BD．

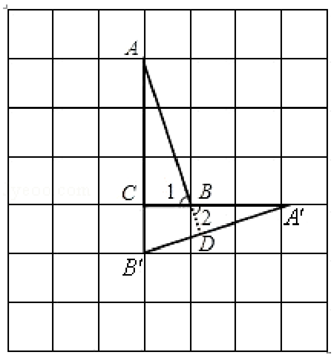
∴$\frac{BC}{BD}=\frac{AB}{A'B'}$．

∵BC=1，A'B=2，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$

$=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，∴$\frac{1}{BD}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

即$BD=\frac{2}{\sqrt{10}}$≈0.6，

∴BD 的长约为 0.6．



25．

解答：解：设 DE=3x，DB=5x，

则 $BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{(5x)^2-(3x)^2}=4x$，

设 AC=y，所以 CD=DE=9﹣y，

∵在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，DE⊥AB，

∴∠BED=∠BCA=90°，

∵∠B=∠B，

∴△BDE∽△BAC，

∴$\frac{DE}{AC}=\frac{BE}{BC}$，即$\frac{9-y}{y}=\frac{4x}{8x}$，解得 y=6．

∴CD=DE=3x=9﹣y=3，即 x=1．

∴BC=DE+BD=5x+3x=8．

26．

解答：解：（1）在△ABC 中，AB=AC=1，∠BAC=30°，

∴∠ABC=∠ACB=75°，

∴∠ABD=∠ACE=105°，

∵∠DAE=105°，

∴∠DAB+∠CAE=75°，

又∠DAB+∠ADB=∠ABC=75°，

∴∠CAE=∠ADB，

∴△ADB∽△EAC，

∴$\frac{AB}{EC}=\frac{BD}{AC}$

即$\frac{1}{y}=\frac{x}{1}$，所以 $y=\frac{1}{x}$；

（2）当 α、β 满足关系式 $\beta-\frac{\alpha}{2}=90°$ 时，函数关系式 $y=\frac{1}{x}$成立，

理由如下：∵$\beta-\frac{\alpha}{2}=90°$，

∴$\beta-\alpha=90°-\frac{\alpha}{2}$．

又∵∠EAC=∠DAE﹣∠BAC﹣∠DAB=β﹣α﹣∠DAB，

∠ADB=∠ABC﹣∠DAB=$90°-\frac{\alpha}{2}$﹣∠DAB，

∴∠ADB=∠EAC；

又∵∠ABD=∠ECA，

∴△ADB∽△EAC，∴$\frac{AB}{EC}=\frac{BD}{AC}$，∴$\frac{1}{y}=\frac{x}{1}$，∴$y=\frac{1}{x}$．

27．

解答：（1）证明：∵四边形 ABCD 为平行四边形，

∴AD∥BC，AB∥DC．

∴∠D+∠C=180°，∠BAE=∠AED．

∵∠AFB+∠BFE=180°，∠C=∠BFE，

∴∠AFB=∠D．

∴△ABF∽△EAD．

（2）解：∵BE⊥CD，AB∥DC，

∴EB⊥AB．

∴△ABE 为 Rt△．

∵AB=5，∠BAE=30°，

∴AE=$\frac{10\sqrt{3}}{3}$．

∵△ABF∽△EAD，

∴$\frac{AB}{AE}=\frac{BF}{AD}$．

∴BF=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

28．

解答：解：∵AE=EB，CE=ED，∠AEC=∠BED，

∴△AEC≌△BED，

∴∠ACE=∠EDB，∠EAC=∠EBD，AC=BD，

又∵D 为线段 FB 的中点，

∴AC$\overset{\parallel}{=}$FD，

∴四边形 ACFD 为平行四边形，

∴△AGC∽△BGF，

∴$\frac{CG}{GF}=\frac{AC}{FB}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{CF-GF}{GF}=\frac{1}{2}$，

又∵CF=15cm，解得 GF=10（cm），

∴GF=10（cm）．

29．

解答：（1）证明：连接 EF、AC，

∵AO=CO=2，EO=FO=1，

∴EO：OC=FO：OA=1：2，

又∵∠EOF=∠AOC，

∴△AOC∽△FOE，

∴EF：AC=1：2，∠OEF=∠OCA，

∴EF∥AC，

∴EF 是三角形 ABC 的中位线，

∴点 F 为 BC 的中点；

（2）解：连接 OB，

由（1）知：BF=CF，

又因为△OFC 和△BFO 中 CF 和 BF 边上的高相等，那么

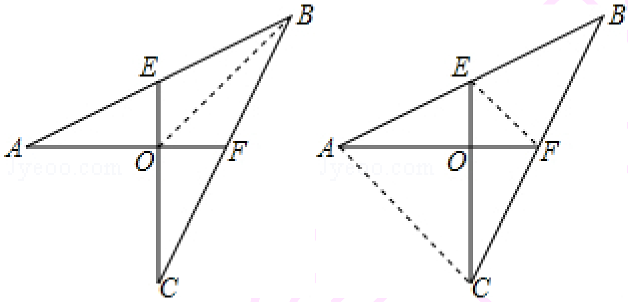
$S_{\triangle OFC}=S_{\triangle BFO}$，

同理：$S_{\triangle BOE}=S_{\triangle AOE}$，

直角三角形 AOE 中，$S_{\triangle AOE}=1\times2\div2=1$，

同理 $S_{\triangle OFC}=1$，

因此 $S_{四边形BEOF}=S_{\triangle BFO}+S_{\triangle BOE}=S_{\triangle OFC}+S_{\triangle AOE}=2$．



30．

解答：解：（1）

	AQ 长度	BQ 长度	AQ、BQ 间的关系
图①中	2.7	0.9	AQ=3BQ
图②中	3.3	1.1	AQ=3BQ

注：测量数据基本接近上表中的数据，均可得分

猜想：AQ=3QB；

（2）成立

∵四边形 ABCD 为平行四边形，

∴DC∥AB∴△PDF∽△QBF，∴$\frac{DP}{BQ}=\frac{DF}{BF}$，

∵E F 为 BD 三等分点∴$\frac{DP}{BQ}=2$，

同理$\frac{AB}{PD}=2$，∴$\frac{AB}{BQ}=4$，∴$\frac{AQ}{BQ}=3$，即 AQ=3BQ；

（3）成立．

31．

解答：（1）证明：∵$BC\perp AB$，$CD\perp BC$，$DE\perp CD$，

∴$\angle BAC=\angle ACD$，

∴$\triangle CBA\backsim\triangle EDC$；

（2）解：设 C 点的坐标为（a，0），点 B 的坐标（0，2），

设 BC 的解析式为：$y=kx+2$

则：$ak+2=0$

$k=-\frac{2}{a}$

∴CD 的斜率$=\frac{a}{2}$，

设 CD 的解析式为：$y=\frac{a}{2}+b$

把 C 点坐标代入得 $0=\frac{a}{2}\cdot a+b$，$b=-\frac{1}{2}a^2$，

则：D 点的坐标为：$(0，-\frac{1}{2}a^2)$

又∵$DE\parallel BC$，

∴设 DE 的解析式为 $y=-\frac{2}{a}x-\frac{1}{2}a^2$，

当 $y=0$ 时，$0=-\frac{2}{a}x-\frac{1}{2}a^2x=-\frac{1}{4}a^3$，

则 E 点的坐标：$(-\frac{1}{4}a^3，0)$

又∵$AB\parallel CD$

∴设 AB 的解析式为：$y=\frac{a}{2}x+2$，

当 $y=0$ 时，$0=\frac{a}{2}x+2$，$x=-\frac{4}{a}$，

则 A 点的坐标：$(-\frac{4}{a}，0)$

∵$EA=3AC$，所以 E 点必在 A 点的左边

$AE=|-\frac{1}{4}a^3|-|-\frac{4}{a}=\frac{1}{4}a^3-\frac{4}{a}=\frac{a^4-16}{4a}$，

$AC=|-\frac{4}{a}|+a=\frac{4}{a}+a=\frac{a^2+4}{a}$，

∴$\frac{a^4-16}{4a}=\frac{a^2+4}{a}$，

$a^4-16=12(4+a^2)$，

$a^4-12a^2-64=0$，

$(a^2-16)(a^2+4)=0$ 得 $a^2=16$，$a=4$，$a=-4$（不合题意，$a>0$）

∴A 点的坐标（-1，0），C 点的坐标（4，0）；

（3）E 点的坐标（－16，0）

∵EF∥CD

设 EF 的解析式：$y=\frac{a}{2}x+b$

则 $0=\frac{a}{2}(-16)+b$

b=8a=32，

∴F 点的坐标为：（0，32）

∴$EF^2=(-16)^2+32^2=5\times16^2$，$EF=16\sqrt{5}$．

32．

解答：（1）证明：在△ABQ 和△ADP 中，

∵DP∥BQ，∴△ADP∽△ABQ，∴$\frac{DP}{BQ}=\frac{AP}{AQ}$，

同理在△ACQ 和△APE 中，

$\frac{PE}{QC}=\frac{AP}{AQ}$，∴$\frac{DP}{BQ}=\frac{PE}{QC}$；

（2）①解：作 AQ⊥BC 于点 Q．

∵BC 边上的高 $AQ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∵DE=DG=GF=EF=BG=CF∴DE：BC=1：3

又∵DE∥BC，

∴AD：AB=1：3，

∴$AD=\frac{1}{3}$，$DE=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

∵DE 边上的高为$\frac{\sqrt{2}}{6}$，MN：GF=$\frac{\sqrt{2}}{6}$：$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴MN：$\frac{\sqrt{2}}{3}$=$\frac{\sqrt{2}}{6}$：$\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴$MN=\frac{\sqrt{2}}{9}$．

②$MN^2=DM\bullet EN$．

证明：∵∠B+∠C=90°∠CEF+∠C=90°，

∴∠B=∠CEF，

又∵∠BGD=∠EFC，

∴△BGD∽△EFC，∴$\frac{DG}{CF}=\frac{BG}{EF}$，∴DG•EF=CF•BG，

又∵DG=GF=EF，

∴$GF^2=CF\bullet BG$，

由（1）得$\frac{DM}{BG}=\frac{MN}{BF}=\frac{EN}{FC}$，

∴$\frac{MN}{GF}\times\frac{MN}{GF}=\frac{DM}{BG}\bullet\frac{EN}{CF}$，

$\therefore(\frac{MN}{GF})^2=\frac{DM}{BG}\bullet\frac{EN}{CF}$，

$\because GF^2=CF\bullet BG$，

$\therefore MN^2=DM\bullet EN$．

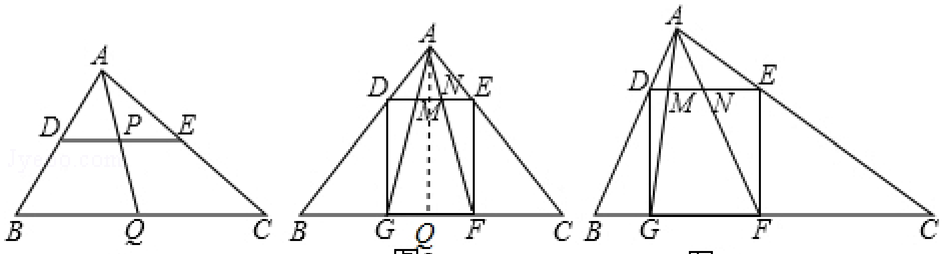


图1 图2 图3

33．

解答：解：（1）$\because OA=12$，$OB=6$，由题意，得 $BQ=1\times t=t$，$OP=1\times t=t$．

$\therefore OQ=6-t$．

$\therefore y=\frac{1}{2}\times OP\times OQ=\frac{1}{2}\times t(6-t)=-\frac{1}{2}t^2+3t\ (0<t<6)$；

当 T=0 的时候 y=0

当 T=6 的时候 y=0

$\therefore y=-\frac{1}{2}t^2+3t\ (0\le t<6)$

$y=0\ (t=6)$

（2）$\because y=-\frac{1}{2}t^2+3t$，

∴当 y 有最大值时，t=3

$\therefore OQ=3$，$OP=3$，即△POQ 是等腰直角三角形．

把△POQ 沿直线 PQ 翻折后，可得四边形 OPCQ 是正方形．

∴点 C 的坐标为（3，3）．

$\because A(12,0)$，$B(0,6)$，

∴直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+6$

当 x=3 时，$y=\frac{9}{2}\neq3$，∴点 C 不落在直线 AB 上；

（3）

①若△POQ∽△AOB 时，$\frac{OQ}{OB}=\frac{OP}{OA}$，即 $\frac{6-t}{6}=\frac{t}{12}$，$12-2t=t$，$\therefore t=4$．

②若△POQ∽△BOA 时，$\frac{OQ}{OA}=\frac{OP}{OB}$，即 $\frac{6-t}{12}=\frac{t}{6}$，$6-t=2t$，$\therefore t=2$．

$\because 0\le t\le6$，$\therefore t=4$ 和 $t=2$ 均符合题意，∴当 t=4 或 t=2 时，△POQ 与△AOB 相似．

34．

解答：解：设 CD=AD=a，则 AB=AC=2a．

（1）在 Rt△ABD 中，由勾股定理得：BD=$\sqrt{5}$a，

∵∠A=∠E=90°，∠ADB=∠EDC，

∴△BAD∽△CED，

∴$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{CE}$，

∴$\frac{\sqrt{5}a}{a}=\frac{2a}{CE}$，

解得：CE=$\frac{2a}{\sqrt{5}}$，

∴$\frac{BD}{CE}=\frac{\sqrt{5}a}{\frac{2a}{\sqrt{5}}}=\frac{5}{2}$；

（2）过点 D 作 DF⊥BC 于 F，

∵BD 是∠ABC 的平分线，∴AD=DF，

∵在 Rt△ABC 中，cos∠ABC=$\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在 Rt△CDF 中，sin∠DCF=$\frac{DF}{CD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

即$\frac{AD}{CD}=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴$\frac{AD+CD}{CD}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，

即$\frac{2a}{CD}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，

∴CD=2（2 - $\sqrt{2}$）a，∴AD=AC - CD=2a - 2（2 - $\sqrt{2}$）a=2（$\sqrt{2}$ - 1）a，

∴$BD^2=AD^2+AB^2=8(2-\sqrt{2})a^2$，

∵Rt△ABD∽Rt△CED，

∴CE=$\frac{AB\cdot CD}{BD}=\frac{4(2-\sqrt{2})}{BD}a^2$．

∴$\frac{BD}{CE}=\frac{BD}{\frac{4(2-\sqrt{2})a^2}{BD}}=\frac{BD^2}{4(2-\sqrt{2})a^2}=2$．

（3）当 D 在 A 点时，$\frac{BD}{CE}=1$，

当 D 越来越接近 C 时，$\frac{BD}{CE}$越来越接近无穷大，

∴$\frac{BD}{CE}$的取值范围是$\frac{BD}{CE}\geq 1$．

设 AB=AC=1，CD=x，AD=1 - x，

在 Rt△ABD 中，$BD^2=1^2+(1-x)^2$，

又∵Rt△ABD∽Rt△ECD，

$\therefore \frac{CE}{AB}=\frac{CD}{BD}$，即$\frac{CE}{1}=\frac{x}{\sqrt{1^2+(1-x)^2}}$，

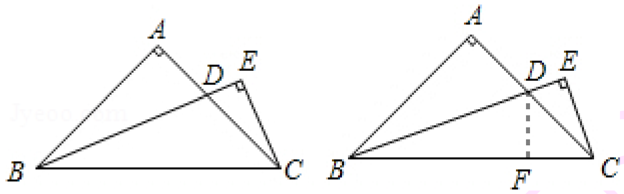
解得：CE=$\frac{x}{\sqrt{1^2+(1-x)^2}}$，

若$y=\frac{BD}{CE}=x+\frac{2}{x}-2=\frac{4}{3}$，则有 $3x^2-10x+6=0$，

∵$0<x\leq1$，∴解得$x=\frac{5-\sqrt{7}}{3}$∴$\frac{AD}{DC}=\frac{1-x}{x}=\frac{\sqrt{7}-1}{6}$，

表明随着点 D 从 A 向 C 移动时，BD 逐渐增大，而 CE 逐渐减小，$\frac{BD}{CE}$的值则随着 D 从 A 向 C 移动而逐渐增大，

∴探究$\frac{BD}{CE}$的值能小于$\frac{4}{3}$，此时 AD=$\frac{\sqrt{7}-1}{6}CD$．



35．

解答：

解：(1) 依题意得：$\begin{cases}a-b-1=0\\ m^2a+mb-1=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=\frac{1}{m}\\ b=\frac{1-m}{m}\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为：$y=\frac{1}{m}x^2+\frac{1-m}{m}x-1$；

(2) ∵x=0 时，y=－1，

∴C（0，－1），

∵OA=OC，

∴∠OAC=45°，

∴∠BMC=2∠OAC=90°．

又∵$BC=\sqrt{m^2+1}$，

$\therefore S=\frac{1}{4}\pi\cdot MC^2=\frac{1}{4}\pi\cdot\frac{BC^2}{2}=\frac{(m^2+1)\pi}{8}$；

(3) 如图，由抛物线的对称性可知，若抛物线上存在点 P，使得以 A、B、P 为顶点的三角形与△ABC 相似，

则 P 关于对称轴的对称点 P'也符合题意，即 P、P'对应的 m 值相同．下面以点 P 在对称轴右侧进行分析：

情形一：若△ABC∽△APB，

∴∠PAB=∠BAC=45°，$\frac{AB}{AP}=\frac{AC}{AB}$，

过 P 作 PD⊥x 轴垂足为 D，连 PA、PB．

在 Rt△PDA 中，∵∠PAB=∠BAC=45°，

∴PD=AD，

∴可令 P（x，x+1），

若 P 在抛物线上，

则有 $x+1=\frac{1}{m}x^2+\frac{1-m}{m}x-1$．

即 $x^2+(1-2m)x-2m=0$，

解得 $x_1=-1$，$x_2=2m$，

∴$P_1(2m, 2m+1)$，$P_2(-1, 0)$ 显然 P_2 不合题意，舍去．

此时 $AP=\sqrt{2}PD=(2m+1)\sqrt{2}$；①

又由 $\frac{AB}{AP}=\frac{AC}{AB}$，得 $AP=\frac{AB^2}{AC}=\frac{(m+1)^2}{\sqrt{2}}$；②

由①、②有：$(2m+1)\sqrt{2}=\frac{(m+1)^2}{\sqrt{2}}$．

整理得：$m^2-2m-1=0$，

解得：$m=1\pm\sqrt{2}$，

∵$m>0$，

∴$m=1+\sqrt{2}$．

即若抛物线上存在点 P，使得以 A、B、P 为顶点的三角形与△ABC 相似，

则 $m=1+\sqrt{2}$；（8 分）

情形二：△ABC∽△PAB，

则∠PAB=∠ABC，$\frac{AB}{AP}=\frac{BC}{AB}$，

同于情形一：∵∠PAB=∠ABC，

∴$\frac{PD}{AD}=\frac{OC}{OB}=\frac{1}{m}$，

∴可令 P（x，$\frac{1}{m}(x+1)$），

若 P 在抛物线上，则有 $\frac{1}{m}(x+1)=\frac{1}{m}x^2+\frac{1-m}{m}x-1$．

整理得：$x^2-mx-m-1=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=m+1$，

∴P（m+1，$\frac{1}{m}(m+2)$）或 P（-1，0），

显然 P（ - 1，0）不合题意，舍去．

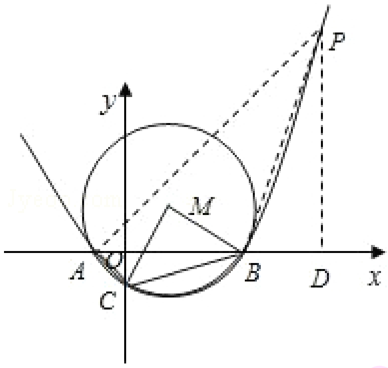
此时 $AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\frac{(m+2)\sqrt{m^2+1}}{m}$；①

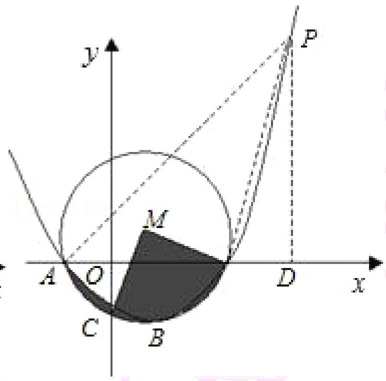
又由$\frac{AB}{AP}=\frac{BC}{AB}$得：$AP=\frac{AB^2}{BC}=\frac{(m+1)^2}{\sqrt{m^2+1}}$；②

由①、②得：$\frac{(m+2)\sqrt{m^2+1}}{m}=\frac{(m+1)^2}{\sqrt{m^2+1}}$，

整理得 $m^2=m^2+1$，显然无解．（10 分）

综合情形一二得：若抛物线上存在点 P，使得以 A、B、P 为顶点的三角形与△ABC 相似，则 $m=1+\sqrt{2}$．





36．

解答：解：（1）成立．

理由：∵四边形 CDEF 是等腰梯形，EF∥CD，

∴∠F=∠DEF，∠DEF=∠BDE，∠FGC=∠ACB．

又∠BDE=∠A，

∴∠A=∠F．∴△FGC∽△ACB

∴$\frac{FG}{AC}=\frac{CF}{AB}$

∴AB•FG=CF•CA；

（2）证明：∵BD=FC，ED=FC，

∴BD=ED．

∴∠B=∠BED．

∵∠B=∠B，∠BDE=∠A，

∴∠BED=∠BCA，∴∠B=∠BCA，∴AB=AC．则△ABC 是等腰三角形．

37．

解答：解：

（1）方法一：如图①，

∵在▱ABCD 中，AD∥BC，

∴∠DAB+∠ABC=180°．（1 分）

∵AE、BF 分别平分∠DAB 和∠ABC，

∴∠DAB=2∠BAE，∠ABC=2∠ABF．（2 分）

∴2∠BAE+2∠ABF=180°．

即∠BAE+∠ABF=90°．（3 分）

∴∠AMB=90°．

∴AE⊥BF．（4 分）

方法二：如图②，延长 BC、AE 相交于点 P，

∵在▱ABCD 中，AD∥BC，

∴∠DAP=∠APB．（1 分）

∵AE 平分∠DAB，

∴∠DAP=∠PAB．（2 分）

∴∠APB=∠PAB．

∴AB=BP．（3 分）

∵BF 平分∠ABP，

∴AP⊥BF，

即 AE⊥BF．（4 分）

（2）方法一：线段 DF 与 CE 是相等关系，即 DF=CE，（5 分）

∵在▱ABCD 中，CD∥AB，

∴∠DEA=∠EAB．

又∵AE 平分∠DAB，

∴∠DAE=∠EAB．

∴∠DEA=∠DAE．

∴DE=AD．（6 分）

同理可得，CF=BC．（7 分）

又∵在▱ABCD 中，AD=BC，

∴DE=CF．

∴DE－EF=CF－EF．

即 DF=CE．（8 分）

方法二：如图，延长 BC、AE 设交于点 P，延长 AD、BF 相交于点 O，

∵在▱ABCD 中，AD∥BC，

∴∠DAP=∠APB．

∵AE 平分∠DAB，

∴∠DAP=∠PAB．

∴∠APB=∠PAB．

∴BP=AB．

同理可得，AO=AB．

∴AO=BP．（6 分）

∵在▱ABCD 中，AD=BC，

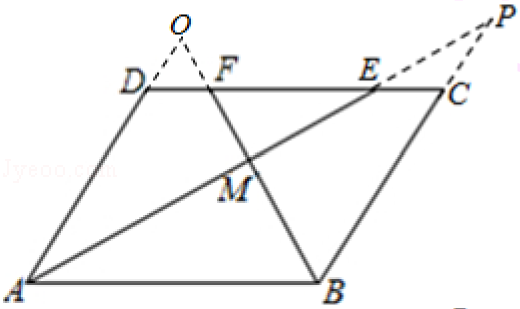
∴OD=PC．

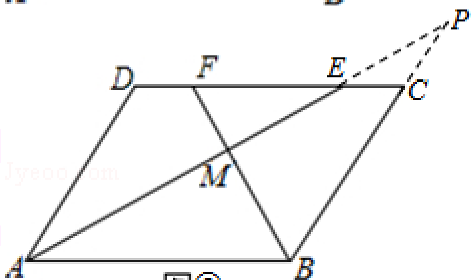
又∵在▱ABCD 中，DC∥AB，

∴△ODF∽△OAB，△PCE∽△PBA．（7 分）

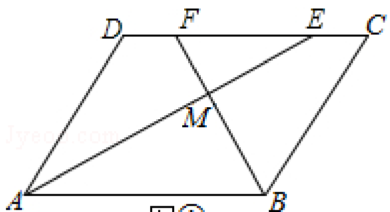
∴$\frac{OD}{OA}=\frac{DF}{AB}$，$\frac{PC}{PB}=\frac{EC}{AB}$．

∴DF=CE．（8 分）





图②



图①

38．

解答：（1）证明：如图①，在平行四边形 ABCD 中，∠BAD+∠ABC=180°

∵AF、BG 分别平分∠BAD 和∠ABC，

∴∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠1+∠3=$\frac{1}{2}$（∠BAD+∠ABC）=$\frac{1}{2}$×180°=90°，

∴在△AEB 中，∠AEB=90°，知 AF⊥BG．

又有平行四边形 ABCD 中，AB∥CD，即 AB∥FG，

可得∠1=∠F，而∠1=∠2，

∴∠2=∠F，

∴在△DAF 中，DF=AD（4 分）

同理可得，在△CBG 中，CG=BC，

∵平行四边形 ABCD 中，AD=BC，

∴DF=CG；

（2）解：如图②，平行四边形 ABCD 中，CD=AB=10，BC=AD=6，

由（1）和题意知，DF=AD=6，CF=CD - DF=4，

同理可得，CG=BC=6，

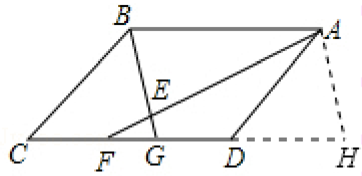
∴FG=CG - CF=2．

解法一：过点 A 作 AH∥BG，交 CD 的延长线于 H 点（9 分）

则四边形 ABGH 是平行四边形，且 AH⊥AF

∴AH=BG=4，GH=AB=10，∴FH=FG+GH=12（10 分）

在 Rt△FAH 中，$AF=\sqrt{FH^2-AH^2}=8\sqrt{2}$；



图②

解法二：过点 C 作 CM∥AF，分别交 AB、BG 于点 M、N（9 分）

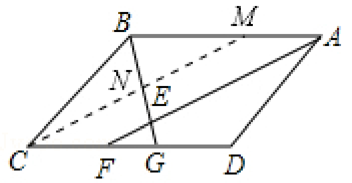
则四边形 AMCF 是平行四边形，CM=AF，且 CM⊥BG 于点 N，

在等腰△BCM 中，CN=NM，即 CM=2CN

在等腰△CBG 中，BN=NG=$\frac{1}{2}$BG=2，

在 Rt△BNC 中，$CN=\sqrt{BC^2-BN^2}=4\sqrt{2}$，

∴AF=CM=2CN=$8\sqrt{2}$；



图②

解法三：平行四边形 ABCD 中，AB∥CD，题知 AF⊥BG，

∴Rt△ABE∽Rt△FGE，得$\frac{AB}{FG}=\frac{BE}{GE}$，

而 GE=BG - BE，

$\therefore \frac{10}{2}=\frac{BE}{4-BE}$，

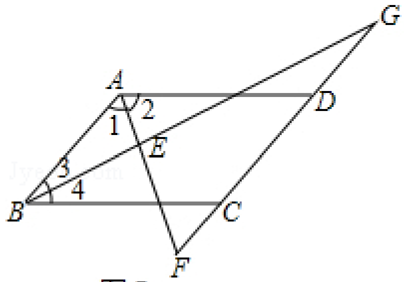
解得 $BE=\frac{10}{3}$，

$\therefore GE=4-\frac{10}{3}=\frac{2}{3}$（10 分）

在 Rt△AEB 中，$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{20\sqrt{2}}{3}$，

在 Rt△FEG 中，$EF=\sqrt{FG^2-GE^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore AF=AE+EF=8\sqrt{2}$．



图①

39．

解答：（1）证明：$\triangle=(-2m)^2-4(n^2-mn+\frac{5}{4}m^2)=-(m-2n)^2\geq 0$，

$\therefore (m-2n)^2\leq 0$，

$\therefore m-2n=0$，

$\therefore \triangle=0$

∴一元二次方程 $x^2-2mx+n^2-mn+\frac{5}{4}m^2=0$ 有两个相等实根，

$\therefore AM=AN$．

（2）解：∵∠BAC=90°，AD⊥BC，

∴∠ADC=∠ADB=90°，

∠DAC=∠DBA，

∴△ADC∽△BDA，

$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{DC}{AD}$，

$\therefore AD^2=BD\bullet DC$，

∵CF⊥BE，

∴∠FCB+∠EBD=90°，

∵∠E+∠EBD=90°，

∴∠E=∠FCB，

∵∠NDC=∠EDB=90°，

∴△EBD∽△CND，

∴△ADC∽△BDA，

∴$\frac{ED}{CD}=\frac{BD}{DN}$，

∴BD•DC=ED•DN，

∴AD^2=ED•DN，

∵AN=$\frac{15}{8}$，DN=$\frac{9}{8}$，

∴AD=DN+AN=3，

∴$3^2=\frac{9}{8}$DE，

∴DE=8．

（3）解：由（1）知 AM=AN，

∴∠AMN=∠ANM

∵∠AMN+∠CAN=90°，∠DNC+∠NCD=90°，

∴∠ACM=∠NCD

∵∠BMF+∠FBM=90°，∠AMC+∠ACM=90°，

∴∠ACM=∠FBM

由（2）可知∠E=∠FCB，

∴∠ABE=∠E，

∴AB=AE

过点 M 作 MG⊥AN 于点 G

由 MG∥BD 得$\frac{MG}{BD}=\frac{AM}{AB}$，

∴$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABE}}=\frac{\frac{1}{2}AN\cdot MG}{\frac{1}{2}AE\cdot BD}=\frac{AM^2}{AB^2}=\frac{9}{64}$，

∴$\frac{AM}{AB}=\frac{3}{8}$，

∴$\frac{AN}{AE}=\frac{AM}{AB}=\frac{3}{8}$，

过点 A 作 AH⊥EF 于点 H，

由 AH∥FN，

得$\frac{EH}{HF}=\frac{AE}{AN}=\frac{8}{3}$，

设 EH=8a，则 FH=3a，

∵AE=AB，

∴BH=HE=8a，

∴BF=5a，EF=11a，

由根与系数关系得，$\begin{cases} BF+EF=16a=\frac{16}{5}k \\ BF\bullet EF=55a^2=2k^2+1 \end{cases}$，

解得：$a=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\because a>0$，$a=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore BF=\sqrt{5}$，

由∠ACM=∠MCB，∠DAC=∠DBA 可知△ACN∽△BCM，

$\therefore \frac{AC}{BC}=\frac{AN}{BM}=\frac{3}{5}$

设 AC=3b，则 BC=5b

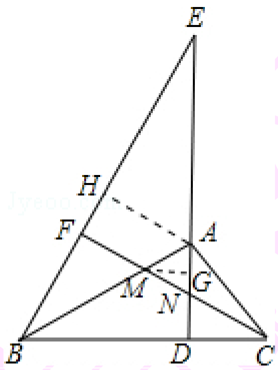
在 Rt△ABC 中，有 AB=4b．

$\therefore AM=\frac{3}{2}b$．

在 Rt△ACM 中，有 $MC=\frac{3\sqrt{5}}{2}b$

由△ACM∽△FCB 得 $\frac{BC}{BF}=\frac{CM}{AM}$，$\therefore \frac{BC}{\sqrt{5}}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{2}b}{\frac{3}{2}b}$，

$\therefore BC=5$．



40．

解答：解：(1) ∵∠A=∠C=45°，∠APD=∠QDC=90°，

∴△APD∽△CDQ．

∴AP：CD=AD：CQ．

∴即 AP×CQ=AD×CD，

∵AB=BC=4，

∴斜边中点为 O，

∴AP=PD=2，

∴AP×CQ=2×4=8；

故答案为：8．

（2）AP•CQ 的值不会改变．

理由如下：

∵在△APD 与△CDQ 中，∠A=∠C=45°，

∠APD=180°－45°－（45°+α）=90°－α，

∠CDQ=90°－α，

∴∠APD=∠CDQ．

∴△APD∽△CDQ．

∴$\frac{AP}{AD}=\frac{CD}{CQ}$．

∴AP•CQ=AD•CD=AD²=（$\frac{1}{2}$AC）²=8．

（3）情形 1：当 0°＜α＜45°时，2＜CQ＜4，即 2＜x＜4，

此时两三角板重叠部分为四边形 DPBQ，过 D 作 DG⊥AP 于 G，DN⊥BC 于 N，

∴DG=DN=2

由（2）知：AP•CQ=8 得 AP=$\frac{8}{x}$

于是 $y=\frac{1}{2}AB\cdot BC-\frac{1}{2}CQ\cdot DN-\frac{1}{2}AP\cdot DG$

$=8-x-\frac{8}{x}$（2＜x＜4）

情形 2：当 45°≤α＜90°时，0＜CQ≤2 时，即 0＜x≤2，此时两三角板重叠部分为△DMQ，

由于 AP=$\frac{8}{x}$，PB=$\frac{8}{x}-4$，易证：△PBM∽△DNM，

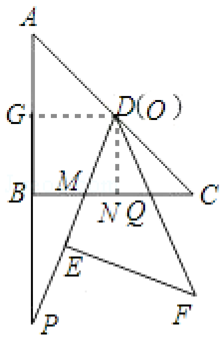
∴$\frac{BM}{MN}=\frac{PB}{DN}$即$\frac{BM}{2-BM}=\frac{PB}{2}$解得 $BM=\frac{2PB}{2+PB}=\frac{8-4x}{4-x}$．

∴$MQ=4-BM-CQ=4-x-\frac{8-4x}{4-x}$．

于是 $y=\frac{1}{2}MQ\cdot DN=4-x-\frac{8-4x}{4-x}$（0＜x≤2）．

综上所述，当 2＜x＜4 时，$y=8-x-\frac{8}{x}$．

当 0＜x≤2 时，$y=4-x-\frac{8-4x}{4-x}$（或 $y=\frac{x^2-4x+8}{4-x}$）．



41．

解答：（Ⅰ）证明：∵在平行四边形 ABCD 中，AB∥CD

∴∠1=∠2，∠Q=∠4．∴△PBQ∽△PDT．∴$\frac{PQ}{PT}=\frac{PB}{PD}$．

∵AD∥BS，∴∠3=∠6，∠S=∠5．∴△PBS∽△PDR．

∴$\frac{PS}{PR}=\frac{PB}{PD}$．∴$\frac{PQ}{PT}=\frac{PS}{PR}$．∴PQ•PR=PS•PT．

（Ⅱ）解：PQ•PR=PS•PT 仍然成立．

理由如下：

在△PQB 中，

∵DT∥BQ，∴$\frac{PT}{PQ}=\frac{PD}{PB}$．

在△PBS 中，

∵DR∥BS，∴$\frac{PR}{PS}=\frac{PD}{PB}$．∴$\frac{PT}{PQ}=\frac{PR}{PS}$∴PQ•PR=PS•PT．

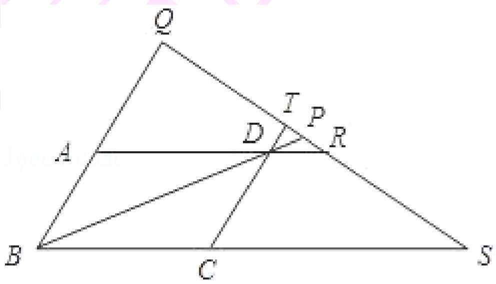
（Ⅲ）解：由（Ⅰ）的结论可得，AE^2=EF•EG，

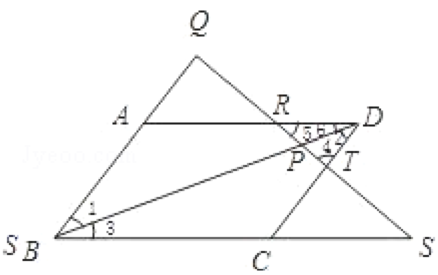
∴6^2=4EG，

∴EG=9．

∴FG=EG﹣EF=9﹣4=5（cm）．

所以，线段 FG 的长是 5cm．





42．

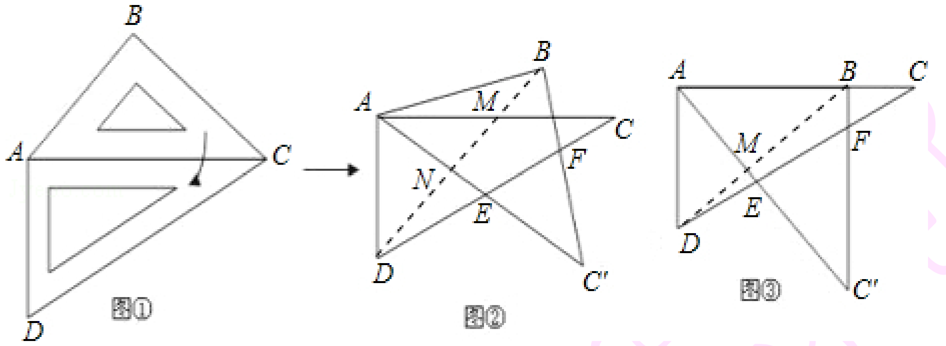
解答：解：（1）如图②，由题意∠CAC'=α，

要使 AB∥DC，须∠BAC=∠ACD，

∴∠BAC=30°．

∴α=∠CAC'=∠BAC'﹣∠BAC=45°﹣30°=15°．

即 α=15°时，能使得 AB∥DC．（4 分）



（2）易得 α=45°时，可得图③，

此时，若记 DC 与 AC'，BC'分别交于点 E，F，

则共有两对相似三角形：△BFC∽△ADC，△C'FE∽△ADE．（6 分）

下求△BFC 与△ADC 的相似比：

在图③中，设 AB=a，则易得 AC=$\sqrt{2}$a．

则 BC=（$\sqrt{2}$﹣1）a，BC：AC=（$\sqrt{2}$﹣1）a：$\sqrt{2}$a=1：（2+$\sqrt{2}$）

或（2﹣$\sqrt{2}$）：2．（8 分）

注：△C'FE 与△ADE 的相似比为：C'F：AD=（$\sqrt{3}$﹣$\sqrt{2}$+1）：$\sqrt{2}$或（$\sqrt{6}$+$\sqrt{2}$﹣2）：2．

（3）解法一：

当 0°＜α≤45°时，总有△EFC'存在．

∵∠EFC'=∠BDC+∠DBC'，∠CAC'=α，∠FEC'=∠C+α，

∵∠EFC'+∠FEC'+∠C'=180°∴∠BDC+∠DBC'+∠C+α+∠C'=180°（11 分）

又∵∠C'=45°，∠C=30°∴∠DBC'+∠CAC'+∠BDC=105°（13 分）

解法二：

在图②中，BD 分别交 AC，AC'于点 M，N，

由于在△AMN 中，∠CAC'=α，∠AMN+∠CAC'+∠ANM=180°，

∴∠BDC+∠C+α+∠DBC'+∠C'=180°

∴∠BDC+30°+α+∠DBC'+45°=180°∴∠BDC+α+∠DBC'=105°（11 分）

在图③中，α=∠CAC'=45°易得∠DBC'+∠BDC=60°

也有∠DBC'+∠CAC'+∠BDC=105°

综上，当0°＜a≤45°时，总有∠DBC'+∠CAC'+∠BDC=105°．（13分）

43．

解答：（1）证明：∵梯形ABCD是直角梯形∴∠A=∠B=90°

又∵∠DEC=90°∴∠AED+∠BEC=90°

∵∠BEC+∠BCE=90°∴∠AED=∠BCE∴△ADE∽△BEC

（2）证明：过点E作EF∥AD，交CD于F，则EF既是梯形ABCD的中位线，又是Rt△DEC斜边上的中线．

∵AD+BC=2EF，CD=2EF∴AD+BC=CD

∵FD=FE=$\frac{1}{2}$CD∴∠FDE=∠FED

∵EF∥AD∴∠ADE=∠FED∴∠FDE=∠ADE，即DE平分∠ADC

同理可证：CE平分∠BCD

（3）解：设AD=x，由已知AD+DE=AB=a得DE=a﹣x，又AE=m

在Rt△AED中，由勾股定理得：$x^2+m^2=(a-x)^2$，化简整理得：$a^2-m^2=2ax$①

在△EBC中，由AE=m，AB=a，得BE=a﹣m

因为△ADE∽△BEC，所以$\frac{AD}{BE}=\frac{AE}{BC}=\frac{DE}{EC}$，即：$\frac{x}{a-m}=\frac{m}{BC}=\frac{a-x}{EC}$，

解得：$BC=\frac{(a-m)m}{x}$，$EC=\frac{(a-m)(a-x)}{x}$

所以△BEC的周长=BE+BC+EC=

$(a-m)+\frac{(a-m)m}{x}+\frac{(a-m)(a-x)}{x}$

$=(a-m)(1+\frac{m}{x}+\frac{a-x}{x})=(a-m)\cdot\frac{a+m}{x}=\frac{a^2-m^2}{x}$②

把①式代入②，得△BEC的周长=BE+BC+EC=$\frac{2ax}{x}=2a$

所以△BEC的周长与m无关．

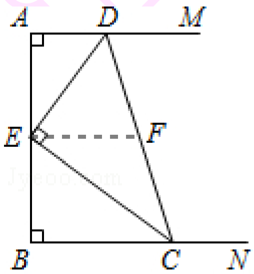


图2

44．解答：（1）证明：∵△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC=1，

∴∠ABC=∠ACB=45°．

∵∠ADE=45°，

∴∠BDA+∠CDE=135°．

又∠BDA+∠BAD=135°，

∴∠BAD=∠CDE．

∴△ABD∽△DCE．

（2）解：∵△ABD∽△DCE，

∴$\frac{AB}{CD}=\frac{BD}{CE}$；

∵BD=x，

∴CD=BC﹣BD=$\sqrt{2}$﹣x．

∴$\frac{1}{\sqrt{2}-x}=\frac{x}{CE}$，

∴CE=$\sqrt{2}$x﹣x^2．

∴AE=AC﹣CE=1﹣（$\sqrt{2}$x﹣x^2）=x^2﹣$\sqrt{2}$x+1．

即 y=x^2﹣$\sqrt{2}$x+1．

（3）解：∠DAE＜∠BAC=90°，∠ADE=45°，

∴当△ADE 是等腰三角形时，第一种可能是 AD=DE．

又∵△ABD∽△DCE，

∴△ABD≌△DCE．

∴CD=AB=1．

∴BD=$\sqrt{2}$﹣1．

∵BD=CE，

∴AE=AC﹣CE=2﹣$\sqrt{2}$．

当△ADE 是等腰三角形时，第二种可能是 ED=EA．

∵∠ADE=45°，

∴此时有∠DEA=90°．

即△ADE 为等腰直角三角形．

∴AE=DE=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$．

当 AD=EA 时，点 D 与点 B 重合，不合题意，所以舍去，

因此 AE 的长为 2﹣$\sqrt{2}$或$\frac{1}{2}$．

45．

解答：（1）证明：∵在△ABC 中，∠BAC=120°，AB=AC，

∴∠B=∠C=30°．

∵∠B+∠BPE+∠BEP=180°，

∴∠BPE+∠BEP=150°，

又∠EPF=30°，且∠BPE+∠EPF+∠CPF=180°，

∴∠BPE+∠CPF=150°，

∴∠BEP=∠CPF，

∴△BPE∽△CFP（两角对应相等的两个三角形相似）.

（2）解：①△BPE∽△CFP；

②△BPE 与△PFE 相似．

下面证明结论：

同（1)，可证△BPE∽△CFP，得$\frac{CP}{BE}=\frac{PF}{PE}$，而 CP=BP，因此$\frac{BP}{PF}=\frac{BE}{PE}$．

又因为∠EBP=∠EPF，所以△BPE∽△PFE（两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似）.

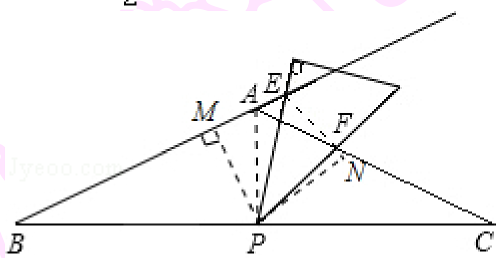
③由②得△BPE∽△PFE，所以∠BEP=∠PEF．

分别过点 P 作 PM⊥BE，PN⊥EF，垂足分别为 M、N，则 PM=PN．

连 AP，在 Rt△ABP 中，由∠B=30°，AB=8，可得 AP=4．

所以 PM=$2\sqrt{3}$，所以 PN=$2\sqrt{3}$，

所以 s=$\frac{1}{2}$PN×EF=$\sqrt{3}$m．



图b

46．

解答：证明：∵平行四边形 ABCD，

∴AE∥BC．(1 分)

∴∠OAE=∠OCB，∠OEA=∠OBC．

∴△OAE∽△OCB．(4 分)

∴$\frac{AE}{CB}=\frac{OE}{OB}$．(5 分)

47．证明：（1）∵△ABC 和△EDC 是等边三角形

解答：∴∠ACB=∠ECD=60°，AC=CB，EC=DC，

∴∠ACD+∠BCD=∠ACE+∠ACD，

∴∠BCD=∠ACE，

∴△ACE≌△BCD，

∴∠EAC=∠B=60°，

又∵∠ACB=60°，

∴∠ACB=∠EAC，

∴AE∥BC；

（2）仍平行；

∵△ABC∽△EDC，

∴∠ACB=∠ECD，$\frac{AC}{EC}=\frac{BC}{DC}$，

∴∠ACD+∠BCD=∠ACE+∠ACD，

∴∠BCD=∠ACE，

∴△AEC∽△BDC，

∴∠EAC=∠B，

又∵∠ACB=∠B，

∴∠EAC=∠ACB，

∴AE∥BC．

48．

解答：证明：（1）∵直径 CD⊥AB，

∴AC=BC．

∴∠ACM=∠BCM．

∴△ACM≌△BCM．（4 分）

（2）∵∠DAB=∠ECB∠ADC=∠EBC，

∴△ADE∽△CBE．∴$\frac{AD}{BC}=\frac{DE}{BE}$．∴AD•BE=DE•BC．

（3）连接 AF，

∵BF=AC，∴$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{AF}+\overset{\frown}{CF}$．∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CF}$．

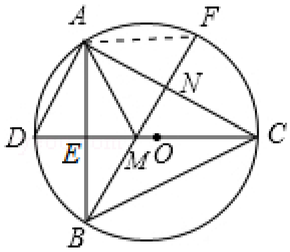
∴∠F=∠FBC．

又∵∠CAM=∠CBM，∴∠F=∠MAN．

∵∠AMF=∠NMA，∴△AMF∽△NMA．∴$\frac{AM}{NM}=\frac{MF}{MA}$．

∴AM^2=MN•MF．（9 分）

又∴BM=AM．∴BM^2=MN•MF．(10 分)



49．

解答：解：(1) 连接 PC．

∵△ABC 是等腰直角三角形，P 是 AB 的中点，

∴CP=PB，CP⊥AB，$\angle ACP=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$．

∴∠ACP=∠B=45°．

又∵∠DPC+∠CPE=∠BPE+∠CPE=90°，

∴∠DPC=∠BPE．

∴△PCD≌△PBE．

∴PD=PE；

(2) 共有四种情况：

①当点 C 与点 E 重合，即 CE=0 时，PE=PB；

②$CE=2-\sqrt{2}$，此时 PB=BE；

③当 CE=1 时，此时 PE=BE；

④当 E 在 CB 的延长线上，且 $CE=2+\sqrt{2}$时，此时 PB=EB；

(3) MD：ME=1：3．

过点 M 作 MF⊥AC，MH⊥BC，垂足分别是 F、H．

∴MH∥AC，MF∥BC．

∴四边形 CFMH 是平行四边形．

∵∠C=90°，

∴▱CFMH 是矩形．

∴∠FMH=90°，MF=CH．

∵$\frac{CH}{HB}=\frac{AM}{MB}=\frac{1}{3}$，HB=MH，

∴$\frac{MF}{MH}=\frac{1}{3}$．

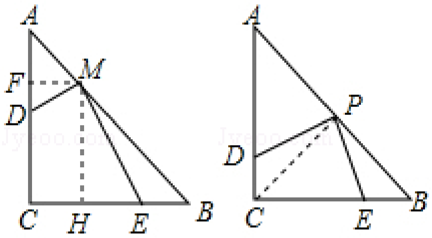
∵∠DMF+∠DMH=∠DMH+∠EMH=90°，

∴∠DMF=∠EMH．

∵∠MFD=∠MHE=90°，

∴△MDF∽△MEH．

∴$\frac{MD}{ME}=\frac{MF}{MH}=\frac{1}{3}$．



50．

解答：（1）证明：∵四边形 ABCD 为矩形

∴AD=BC，OA=OC，OB=OD，AC=BD，AD∥BC

∴OA=OB=OC，∠DAE=∠OCB（两直线平行，内错角相等）

∴∠OCB=∠OBC∴∠DAE=∠CBF

又∵AE=$\frac{1}{2}$OA，BF=$\frac{1}{2}$OB∴AE=BF∴△ADE≌△BCF；

（2）解：过点 F 作 FG⊥CD 于点 G，∴∠DGF=90°

∵四边形 ABCD 是矩形，∴∠DCB=90°∴∠DGF=∠DCB

又∵∠FDG=∠BDC

∴△DFG∽△DBC∴$\frac{FG}{BC}=\frac{DF}{DB}=\frac{DG}{DC}$

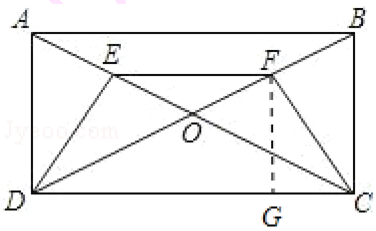
由（1）可知 F 为 OB 的中点，

所以 DF=3FB，得$\frac{DF}{DB}=\frac{3}{4}$∴$\frac{FG}{4}=\frac{3}{4}=\frac{DG}{8}$∴FG=3，DG=6

∴GC=DC - DG=8 - 6=2

在 Rt△FGC 中，$CF=\sqrt{FG^2+GC^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$cm．

（说明：其他解法可参照给分，如延长 CF 交 AB 于点 H，利用△DFC∽△BFH 计算．）



51．

解答：（1）证明：过点 D 作 DM⊥AB，

∵DC∥AB，∠CBA=90°，

∴四边形 BCDM 为矩形．

∴DC=MB．

∵AB=2DC，

∴AM=MB=DC．

∵DM⊥AB，

∴AD=BD．

∴∠DAB=∠DBA．

∵EF∥AB，AE 与 BF 交于点 D，即 AE 与 FB 不平行，

∴四边形 ABFE 是等腰梯形．

（2）解：∵DC∥AB，

∴△DCF∽△BAF．

∴$\frac{CD}{AB}=\frac{CF}{AF}=\frac{1}{2}$．

∵CF=4cm，

∴AF=8cm．

∵AC⊥BD，∠ABC=90°，

在△ABF 与△BCF 中，

∵∠ABC=∠BFC=90°，

∴∠FAB+∠ABF=90°，

∵∠FBC+∠ABF=90°，

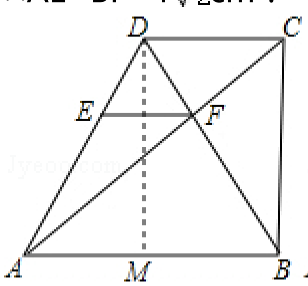
∴∠FAB=∠FBC，

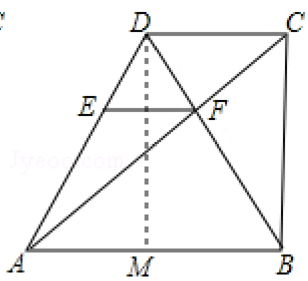
∴△ABF∽△BCF（AA），即$\frac{BF}{CF}=\frac{AF}{BF}$，

∴BF^2=CF•AF．

∴BF=$4\sqrt{2}$cm．

∴AE=BF=$4\sqrt{2}$cm．





52．

解答：解：(1)∵菱形 ABGH、BCFG、CDEF 是全等菱形

∴BC=CD=DE=AB=6，BG∥DE

∴AD=3AB=3×6=18，∠ABG=∠D，∠APB=∠AED

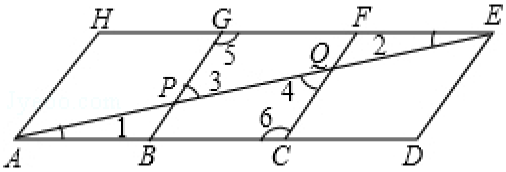
∴△ABP∽△ADE

∴$\frac{BP}{DE}=\frac{AB}{AD}$

∴$BP=\frac{AB}{AD}\bullet DE=\frac{6}{18}\times 6=2$；

(2)图中的△EGP 与△ACQ 全等

证明：



∵菱形 ABGH、BCFG、CDEF 是全等的菱形

∴AB=BC=EF=FG

∴AB+BC=EF+FG

∴AC=EG

∵AD∥HE

∴∠1=∠2

∵BG∥CF

∴∠3=∠4

∴△EGP≌△ACQ．

53．

解答：(1)证明：∵FH∥EG∥AC，

∴∠BFH=∠BEG=∠A，△BFH∽△BEG∽△BAC．

∴$\frac{BF}{FH}=\frac{BE}{EG}=\frac{BA}{AC}$．

∴$\frac{BF+BE}{FH+EG}=\frac{BA}{AC}$．

又∵BF=EA，

∴$\frac{EA+BE}{FH+EG}=\frac{AB}{AC}$．

∴$\frac{AB}{FH+EG}=\frac{AB}{AC}$．

∴AC=FH+EG．

(2)线段 EG、FH、AC 的长度的关系为：EG+FH=AC．

证明(2)：过点 E 作 EP∥BC 交 AC 于 P，

∵EG∥AC，

∴四边形 EPCG 为平行四边形．

∴EG=PC．

∵HF∥EG∥AC，

∴∠F=∠A，∠FBH=∠ABC=∠AEP．

又∵AE=BF，

∴△BHF≌△EPA．

∴HF=AP．

∴AC=PC+AP=EG+HF．

即 EG+FH=AC．

（3）线段 EG、FH、AC 的长度的关系为：EG﹣FH=AC．

如图，过点 A 作 AP∥BC 交 EG 于 P，

∵EG∥AC，

∴四边形 APGC 为平行四边形．

∴AC=PG．

∵HF∥EG∥AC，

∴∠F=∠E，∠FBH=∠ABC=∠PAE．

又∵AE=BF，

∴△BHF≌△EPA．

∴HF=EP．

∴AC=EG﹣EP=EG﹣HF．

即 EG﹣FH=AC．

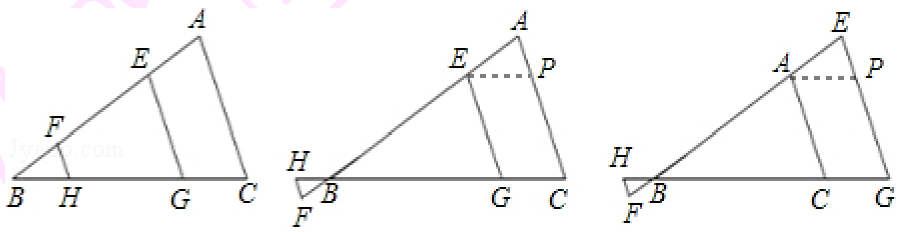


图1　　图2　　图3