VNiVERSiDAD D SALAMANCA

SESIÓN 2: Señales en el domino del tiempo y la frecuencia

Ejercicio 1:

a) Dada una señal definida por la función sinusoidal $f(t) = A \cdot sin(2\pi ft + \theta)$, representarla gráficamente entre 0 y 1 segundos para amplitud *A*=3, frecuencia *f*=10Hz y fase θ= π/4
Analizar en la gráfica obtenida donde se puede observar la amplitud, frecuencia y fase

b) Dada una señal compuesta por dos armónicos y un nivel de continua no nulo, definida por $f(t) = 1 + A_1 \cdot sin(\omega_1 t) + A_3 \cdot sin(\omega_3 t)$, representarla gráficamente entre 0 y 2 segundos para A_1=1, A_3= -1/4, ω_1=4π rad/s y ω_3=12π rad/s. Obtener a partir de la gráfica el valor del periodo de la señal. ¿Qué relación existe entre el periodo de la señal y las frecuencias de las funciones seno ω_1 y ω_3? ¿Qué ocurre con la señal si se elimina el nivel de continua?

Ejercicio 2:

Representar gráficamente la señal temporal formada por un **tren de pulsos rectangulares** con distintos parámetros utilizando la función *rectangular.m* proporcionada en la práctica. Esta función implementa la suma de un número finito de términos del desarrollo en serie de Fourier de dicha señal, que se corresponde con la siguiente expresión (forma trigonométrica):

$$f(t) = \frac{V \cdot \tau}{T} + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} V \cdot \tau \frac{\sin\left(\frac{\omega_n \cdot \tau}{2}\right)}{\frac{\omega_n \cdot \tau}{2}} \cos(\omega_n t)$$

con $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$

donde *V* es la amplitud de los pulsos, τ es el ancho de los pulsos, T es el periodo de la señal y ω_n es la frecuencia de los armónicos.

Realizar las siguientes tareas:

a) Fijando el valor de V=5, τ=0.1, T=0.4 y el intervalo de tiempo desde tmin=-2 a tmax=2 segundos, representar la serie para un número de términos (número de armónicos) de 5, 15, 50, 100, 400 y 1000 dado que no es posible sumar infinitos términos. Explicar el comportamiento observado.

b) Manteniendo el intervalo de representación del apartado anterior y un número de armónicos de 400, variar el resto de los parámetros (*V*, τ, T) y observar cómo se modifica. Presentar al menos dos variaciones de cada parámetro manteniendo fijos el resto.

c) Dado que la función *rectangular.m* devuelve los coeficientes de la serie de Fourier, ¿cuál es el valor de los 10 primeros coeficientes, correspondientes a los 10 primeros armónicos si los parámetros de la señal son V=5, τ=0.1, T=0.4? ¿Hay algún armónico que se anula? ¿Por qué? ¿Cuánto vale el coeficiente c_0 y qué representa físicamente? NOTA: El primer valor del vector *coef* es el armónico c_0

d) Utilizando ahora la función *rectangular_b.m,* que permite el desplazamiento temporal de la señal, observar la influencia de t_0 en el tren de pulsos rectangulares, manteniendo constantes el resto de los parámetros (**nota: hacer el desplazamiento menor que un periodo completo**). ¿Cuál es ahora el valor de los coeficientes para los 10 primeros armónicos? ¿Cuál es la diferencia fundamental con los coeficientes de la señal sin desplazar? (**nota: tener en cuenta que la función *rectangular_b* devuelve el valor de los coeficientes para frecuencias positivas y negativas, por tanto, al mirar el valor de los coeficientes de los 10 primeros armónicos, nos referimos a las 10 primeras frecuencias positivas empezando por la frecuencia 0**). ¿Existe alguna relación entre los coeficientes de la señal sin desplazar?

e) Observando el código de la función *rectangular_b.m*, ¿dónde aparece el desplazamiento temporal de la señal y por qué se expresa así?

Ejercicio 3:

Utilizando nuevamente la función *rectangular.m* para obtener los coeficientes de la serie de Fourier y sus correspondientes frecuencias, representar ahora los **espectros del tren de pulsos rectangulares**, que por definición son la representación gráfica de estos coeficientes. Para representar cada valor por una línea vertical, utilizar la función *stem* de MATLAB, con sintaxis: *stem(w,coef)*

Considerar una señal en el intervalo de tmin=-10, tmax=10, con V=5, τ=0.1 y T=1

a) Representar los espectros en amplitud para periodos T=0.2, 1 y 4, para 100 armónicos, y observar la influencia del T en el espectro, en la separación entre armónicos. ¿Qué ocurre cuando T se hace muy grande? Indicar cuál es el ancho de banda (utilizando el 1er criterio) y el valor del armónico 0 (nivel de continua) en cada caso, a partir de las gráficas y analíticamente. Para la comparación de espectros es útil superponer las gráficas con *hold on*.

b) Variar el ancho de los pulsos τ (manteniendo por ejemplo T=1) (lógicamente el valor de τ será siempre menor que T) y observar la influencia en el ancho de banda. Comprobar que existe una relación inversamente proporcional entre el ancho del pulso y el ancho de banda de la señal.

Ejercicio 4:

Modificar el código de la función *rectangular.m* para que represente una señal periódica de tren de pulsos triangulares, sabiendo que los coeficientes de la serie de Fourier para dicha señal son:

$$c_n = V \cdot \tau \left(\frac{\sin\left(\frac{\omega_n \cdot \tau}{2}\right)}{\frac{\omega_n \cdot \tau}{2}} \right)^2$$

donde *V* es la amplitud de los pulsos, 2τ es el ancho de los pulsos (base de los triángulos), T es el periodo de la señal y ω_n es la frecuencia de los armónicos.

Representar gráficamente la señal en el dominio del tiempo para un valor concreto de sus parámetros.