

# Grundlagen der Rechnerarchitektur

## Übungsblatt 8

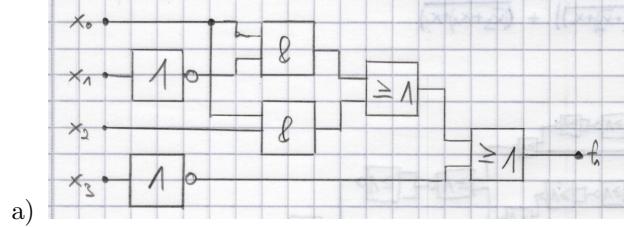
### Gruppe 121

Jonas Otto Dominik Authaler

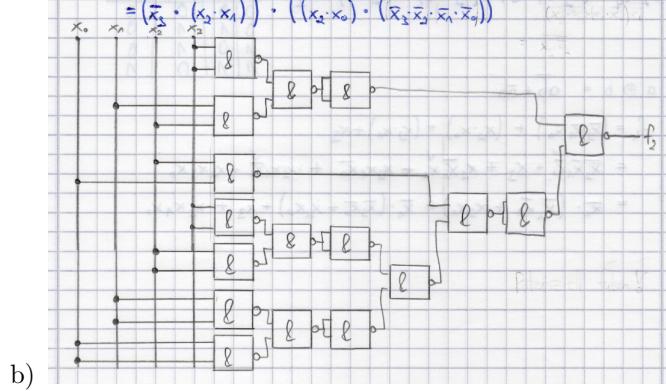
7. Februar 2020

# Aufgabe 1

$$a) f_1 = \bar{x}_3 + (x_2 \cdot x_0) + (\bar{x}_1 \cdot x_0)$$



$$\begin{aligned}
 b) \quad f_2 &= x_3 + (x_2 \cdot x_1) + (x_2 \cdot x_0) + (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0) \\
 &= (x_3 + (x_4 \cdot x_1)) + (x_2 \cdot x_0) + (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0) \\
 &= \overline{(x_3 + (x_2 \cdot x_1))} \cdot ((x_2 \cdot x_0) + (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0)) \\
 &= (\bar{x}_3 + (x_2 \cdot x_1)) \cdot ((x_2 \cdot x_0) + (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0))
 \end{aligned}$$



c)

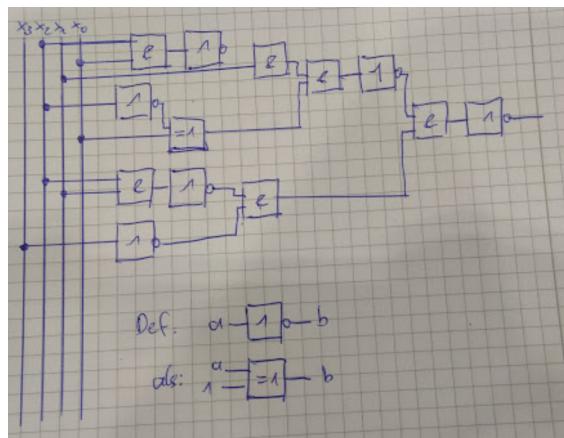
$$\begin{aligned}
 f_3 &= (\bar{x}_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_0) \cdot (\bar{x}_3 + x_1 + x_0) \\
 &= \overline{((\bar{x}_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_0))} \cdot (\bar{x}_3 + x_1 + x_0) \\
 &= ((\bar{x}_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_0)) + \overline{(\bar{x}_3 + x_1 + x_0)} \\
 &= ((\bar{x}_3 + \bar{x}_1) \cdot \bar{x}_0) + ((\bar{x}_3 + \bar{x}_2) \cdot x_0) + ((\bar{x}_3 + x_1) \cdot x_0)
 \end{aligned}$$

a	b	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$(a+b)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

c)

d)

$$\begin{aligned}
 f_4 &= (\bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0) + (x_2 x_0) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= (\bar{x}_1 \cdot \overline{(x_2 + x_0)}) + (x_2 x_0) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= (\bar{x}_1 + (x_2 x_0)) \cdot (\overline{(x_2 + x_0)} + (x_2 x_0)) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= (\bar{x}_1 + (x_2 x_0)) \cdot (\bar{x}_2 \bar{x}_0 + x_2 x_0) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= (\bar{x}_1 + (x_2 x_0)) \cdot (\bar{x}_2 \oplus x_0) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= \overline{(x_1 \cdot \overline{(x_2 x_0)})} \cdot (\bar{x}_2 \oplus x_0) + (x_2 x_1) + x_3 \\
 &= \overline{(x_1 \cdot \overline{(x_2 x_0)})} \cdot (\bar{x}_2 \oplus x_0) + \overline{((x_2 x_1) \cdot \bar{x}_3)} \\
 &= \overline{(x_1 \cdot \overline{\overline{(x_2 x_0)}})} \cdot (\bar{x}_2 \oplus x_0) \cdot ((x_2 x_1) \cdot \bar{x}_3)
 \end{aligned}$$



## Aufgabe 2

a) Wahrheitstabelle:

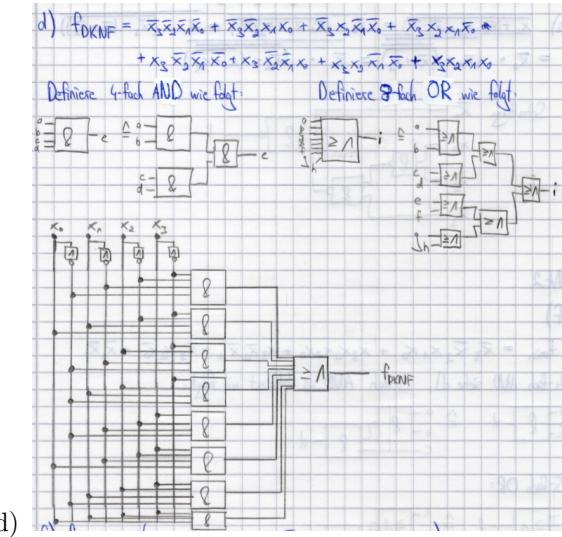
$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	$f(x)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

b)

$$f_{DKNF} = \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_3x_2x_1\bar{x}_0 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 + x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + x_3x_2x_1x_0$$

c)

$$f_{KKNF} = (x_3 + x_2 + x_1 + \bar{x}_0) \cdot (x_3 + x_2 + \bar{x}_1 + x_0) \cdot (x_3 + \bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0) \cdot (x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \\ \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1 + x_0) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0) \\ \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1 + x_0)$$

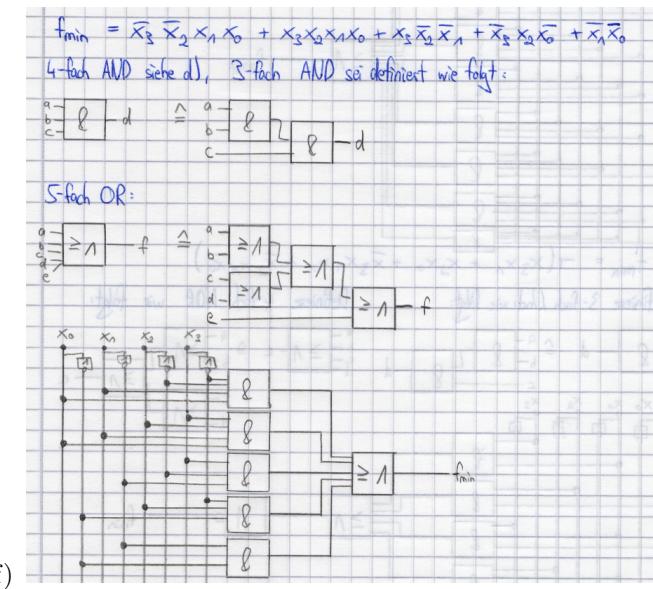


	$\bar{x}_0$	$x_0$	$x_0$	$\bar{x}_0$	
$\bar{x}_1$	1	0	0	1	$\bar{x}_3$
$x_1$	0	1	0	1	$\bar{x}_3$
$x_1$	0	0	1	0	$x_3$
$\bar{x}_1$	1	1	0	1	$x_3$
	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	$x_2$	$x_2$	

Abbildung 1: KV-Diagramm zur Minimierung

e) Minimierung mittels KV-Diagrammn:

$$f_{min} = \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 + x_3x_2x_1x_0 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_0 + \bar{x}_1\bar{x}_0$$



## Aufgabe 3

a)

$$\begin{aligned} f &= \frac{x_0 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3}{x_0 + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3)} \\ &= \frac{\bar{x}_0 \cdot \overline{(\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3)}}{\bar{x}_0 \cdot (\bar{x}_3 \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2))} \\ &= \frac{\bar{x}_0 \cdot (\bar{x}_3 \cdot \overline{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)})}{\bar{x}_0 \cdot (\bar{x}_3 \cdot \overline{(x_1 \cdot x_2)})} \end{aligned}$$

- c) Bei CMOS Schaltungen (C für complementary) werden NMOS und PMOS Transistoren gezielt kombiniert, um die Verlustleistung der Schaltung zu verringern und damit ihre Energieeffizienz zu steigern. Dabei wird ausgenutzt, dass die beiden Transistorarten ein komplementäres Schaltungsverhalten aufweisen. Wird der Signalausgang einer Schaltung mit einer der beiden Versorgungsschienen (VCC bzw. GND) verbunden, so wird in der CMOS Schaltungstechnik dafür gesorgt, dass mittels des komplementären Schaltungsverhaltens die Verbindung zur anderen Versorgungsschiene getrennt wird.

