

## مرتب‌سازی

آرایه‌ی زیر را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید.

5, 12, 4, 1, 2, 8, 2, 6, 10

- الف) با استفاده از الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی آرایه را مرتب کرده و مراحل حل را مرحله به مرحله مانند اسلاید شماره 11 رسم کنید.
- ب) با استفاده از الگوریتم مرتب‌سازی سریع آرایه را مرتب کرده و مراحل حل را مرحله به مرحله مانند اسلاید شماره 24 رسم کنید.
- ج) بدترین پیچیدگی زمانی هر دو الگوریتم را تحلیل و مقایسه کنید.

## مسابقات حذفی

- فرض کنید در یک سری مسابقات فوتبال به صورت حذفی،  $n = 2^k$  تیم موجود هستند. در دور اول مسابقات،  $n/2$  مسابقه برگزار می‌شود، بطوریکه در دور دوم  $n/2$  تیم برنده شرکت می‌کنند.
- معادله بازگشتی برای محاسبه‌ی تعداد دورهای مسابقه بنویسید.
- در صورتی که تعداد تیم‌های شرکت کننده ۶۴ باشد، چند دور مسابقات برگزار می‌شود؟
- معادله بازگشتی که در قسمت اول نوشتید را حل کنید.

## آبراهام ون هلسینگ

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- آبراهام ون هلسینگ خبیث که قصد نابودی نسل هیولاها را دارد در حال زدن کیبورد جهت کنترل کردن اژدهای هیولا خوار است.
- اما کنت دراکولا به کمک جانائان بر نوای کیبورد او فایق آمده و اعصاب او را بهم ریخته اند.



- آبراهام قصد دارد با یک ضربه به چندین کاشی از کیبورد به بیشترین مقدار اثر گذاری برسد. بنابراین پس از آنالیز چشمی به هر یک از کاشی های کیبورد یک **عدد صحیح** تخصیص می دهد.
- آبراهام که نمی داند کدام کاشی ها را باید انتخاب کند تا جمع مقادیر کاشی های انتخاب شده در **زیر آرایه** انتخاب شده (یک دنباله پیوسته از آرایه فعلی) بیشترین مقدار ممکن باشد، از شما درخواست کمک دارد.

## ورودی

- در خط اول ورودی  $t$  که نشان دهنده تعداد تست کیس‌ها است، آمده است.

$$1 \leq t \leq 10$$

- در خط اول هر تست  $n$ ، تعداد کاشی‌های کیبورد آبراهام ون هلسینگ آمده است.

$$1 \leq n \leq 10^5$$

- در خط دوم هر تست  $n$  عدد با فاصله از هم آمده است که نشان دهنده آرایه حاصل از آنالیز چشمی چشمان آبراهام ون هلسینگ از کاشی‌های کیبوردش است.

$$-10^4 \leq arr[i] \leq 10^4$$

## خروجی

- به ازای هر تست دو عدد با یک فاصله از هم در یک خط چاپ کنید که عدد اول نشان دهنده بیشترین مقدار جمع اعداد از زیر آرایه‌های غیر تهی و عدد دوم نشان دهنده بیشترین مقدار جمع اعداد از زیر مجموعه‌های غیر تهی از آرایه داده شده است.

## ورودی نمونه ۱

```
2
4
1 2 3 4
6
2 -1 2 3 4 -5
```

## خروجی نمونه ۱

```
10 10
10 11
```

- **توضیح:** در تست اول چون همه اعداد مثبت اند، کل آرایه به عنوان زیرآرایه و زیرمجموعه مطلوب در نظر گرفته شده اند. در تست دوم همه اعداد به جز 5- به عنوان زیر آرایه مطلوب و همه اعداد مثبت به عنوان زیر مجموعه مطلوب در نظر گرفته شده اند.

## ورودی نمونه ۲

1  
5  
-2 -3 -1 -4 -6

## خروجی نمونه ۲

-1 -1

- **توضیح:** از آنجایی که همه اعداد این تست منفی هستند، فقط یک عدد به عنوان زیر آرایه و زیر مجموعه مطلوب در نظر گرفته می‌شود.

## نابه‌جایی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- تعداد نابه‌جایی‌ها در آرایه‌ی  $a$  به طول  $n$  را بدست آورید.
- یک نابه‌جایی در آرایه به صورت یک جفت  $(i, j)$  تعریف می‌شود که:

$$1 \leq i < j \leq n$$

$$a_i > a_j$$

- **توجه:** سوال مذکور با سوال زیر معادل است:
  - با حداقل چند جابه‌جایی (swap) عناصر مجاور می‌توان یک آرایه را به صورت غیر نزولی مرتب کرد؟

## ورودی

- در خط اول  $n$  که تعداد اعضای آرایه است به شما داده می‌شود.
- در  $n$  خط بعدی  $n$  عدد می‌آید که عدد  $i$ ام، عنصر  $i$ ام آرایه را مشخص می‌کند.

$$1 \leq n \leq 1000000$$

$$0 \leq a_i \leq 10^9$$

## خروجی

- یک خط که شامل تعداد نابه‌جایی‌هاست.

## ورودی نمونه

3  
3  
1  
2

## خروجی نمونه

2

## بسته‌بندی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- احمد  $n$  شیء و  $m$  جعبه دارد که هر جعبه اندازه‌اش برابر  $k$  است. اشیاء به ترتیب از چپ به راست با ۱ تا  $n$  شماره‌گذاری شده‌اند و اندازه شیء  $i$  برابر  $a_i$  است.
- احمد می‌خواهد اشیاء را درون جعبه‌ها قرار دهد و برای این کار الگوریتم زیر را اجرا می‌کند:
  - ابتدا یک جعبه‌ی خالی در دستش می‌گیرد و یک عدد  $1 \leq j \leq n$  انتخاب می‌کند. سپس از شیء  $j$  ام شروع می‌کند و آن را در جعبه‌ی فعلی قرار می‌دهد و به سراغ شیء  $j + 1$  می‌رود. حال اگر شیء  $j + 1$  در جعبه‌ی فعلی بتواند قرار بگیرد، آن را در جعبه‌ی فعلی قرار می‌دهد. در غیر این صورت، جعبه‌ی فعلی را بسته‌بندی کرده و کنار می‌گذارد و جعبه‌ی خالی دیگری را برمی‌دارد تا شیء  $j + 1$  ام را در آن قرار دهد. او این کار را تا زمانی تکرار می‌کند که شیء  $n$  ام در جعبه‌ای قرار بگیرد و یا جعبه‌هایش تمام شود. سپس الگوریتم پایان می‌یابد. احمد می‌خواهد حتماً تمام شیء‌های  $j$  تا  $n$  را در جعبه‌ای قرار دهد. بنابراین اگر هنگام قرار دادن یک شیء، آن شیء را نتواند در جعبه‌ی فعلی‌اش قرار دهد و جعبه‌های خالی‌اش نیز تمام شده باشند، به هدفش نرسیده است.
- به احمد کمک کنید عدد  $j$  را طوری انتخاب کند که بیش‌ترین تعداد شیء را بتواند در جعبه‌ها قرار دهد و تمام اشیاء از  $j$  تا  $n$  درون جعبه‌ها قرار گرفته باشند.

## ورودی

- در خط اول ورودی به ترتیب سه عدد صحیح  $n$  و  $m$  و  $k$  آمده‌اند که تعداد اشیاء، تعداد جعبه‌ها و اندازه‌ی جعبه‌ها را نشان می‌دهند.
- در خط بعدی،  $n$  عدد  $a_1, a_2, \dots, a_n$  آمده‌اند که  $a_i$  نمایانگر اندازه‌ی شیء  $i$  ام است.

$$1 \leq n, m \leq 200000$$

$$1 \leq k \leq 10^9$$



$$1 \leq a_i \leq k$$

ورودی نمونه ۱

5 2 6  
5 2 1 4 2

خروجی نمونه ۱

4

ورودی نمونه ۲

5 1 4  
4 2 3 4 1

خروجی نمونه ۲

1

## سنگین ترین دمبل

- محدودیت زمان: ۷ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- شهر بث، شهری در جنوب غربی انگلستان است که به عنوان محل تمرین المپیک شناخته شده و تیم‌های محلی، ملی و حتی بین‌المللی را برای تمرین به آن‌جا می‌آوردند. با این حال، حتی بهترین سالن ورزشی نیز قربانی سهل‌انگاری ورزشکاران می‌شود و دمبل‌ها در نقاط اشتباهی قرار می‌گیرند!
- تمامی جفت دمبل‌ها به ترتیب خاصی روی دو قفسه قرار نمی‌گیرند. حتی ممکن است بعضی از آن‌ها بین ردیف‌ها تقسیم شده باشند. هر ردیف دارای تعداد دمبل‌های مساوی است و چون این سالن ورزشی حرفه‌ای بودجه‌ی خوبی دارد، در انتهای هر یک از ردیف‌ها فضای بی‌نهایتی برای نگهداشتن دمبل اضافی موجود می‌باشد.



- برای حرکت دادن یک دمبل، شما می‌توانید آن را تقریباً **بدون هیچ زحمتی** به یک فضای آزاد همسایه در همان ردیف بغلتانید یا می‌توانید آن را برداشته و در یک مکان آزاد دیگر قرار دهید که این کار انرژی‌ای متناسب با وزن آن را از شما می‌گیرد. برای هر جفت دمبل، وزن هر دو یکسان و یکتا می‌باشد.
- وزن سنگین‌ترین دمبلی که باید بلند کنید تا بتوانید دمبل‌های یکسان را در کنار یکدیگر قرار دهید، چقدر است؟

## ورودی

- در خط اول ورودی عدد طبیعی  $n$  آمده است که نشان‌دهنده‌ی تعداد جفت دمبل‌ها می‌باشد.

$$1 \leq n \leq 1000000$$

- دو خط بعدی، هر یک شامل  $n$  عدد طبیعی  $w_1 \dots w_n$  است، که  $w_i$  نشان‌دهنده‌ی وزن  $i$ -امین دمبل از چپ در آن ردیف است.

$$1 \leq w_i \leq 1000000$$

- هر وزن در ورودی دقیقاً دوبار ظاهر می‌شود.

## خروجی

- **وزن سنگین‌ترین دمبلی** که باید جابه‌جا شود، تا همه دمبل‌ها جفت شده باشند در حالی که این مقدار تا حد ممکن کمینه شود.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

```
5
2 1 8 2 8
9 9 4 1 4
```

خروجی نمونه ۱

2

ورودی نمونه ۲

8

7 7 15 15 2 2 4 4

5 5 3 3 9 9 1 1

خروجی نمونه ۲

0

## تنفر از ۹

- سوال امتیازی
- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- چند عدد طبیعی  $d$  رقمی وجود دارد به طوری که هیچ یک از ارقام به کار رفته در آن اعداد، ۹ نباشد؟



## ورودی

- در تنها خط ورودی، عدد طبیعی  $d$  آمده است.

$$1 \leq d \leq 10^{18}$$

## خروجی

- در تنها خط خروجی، تعداد اعداد طبیعی  $d$  رقمی‌ای را چاپ کنید که هیچ یک از ارقامشان ۹ نیست. چون این مقدار ممکن است خیلی بزرگ شود، باقی‌مانده آن به 1000000007 را چاپ کنید.

### ورودی نمونه ۱

1

### خروجی نمونه ۱

8

### ورودی نمونه ۲

2

### خروجی نمونه ۲

72

### ورودی نمونه ۳

100

### خروجی نمونه ۳

343393926

## تکلیف حسابان

- سوال امتیازی
- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت
- پروفسور *Knight* که استاد درس حسابان است تصمیم گرفته بخاطر شیطونی های بی وقفه دانشجویان کلاسش آن ها را یک درس حسابی بدهد. از آنجایی که پروفسور *Knight* قلب رئوفی دارد دلش نمی آید دانشجویانش را اذیت جسمی کند برای همین دق و دلی اش را در یک معادله مثلثاتی سر بچه ها خالی می کند.
- پروفسور *Knight* در سر دارد معادله ای به بچه ها بدهد که به این راحتی ها اصلا قابل حل نباشد! از این رو به فکر ترکیب بسط مثلثاتی با بسط چند جمله ای می افتد! از آنجایی که پروفسور *Knight* خیلی زړنگ است نمی خواهد به همه بچه های کلاسش یک معادله را بدهد. بنابراین تصمیم به طرح سوالات مختلفی برای هر دانشجویی دارد اما از آنجایی که خلاقیتی ندارد این کار را با گذاشتن یک ضریب متغیر سر و ته اش را به هم می آورد.





- سر انجام معادله ای که پروفسور *Knight* طرح کرد با در نظر گرفتن متغیر بودن  $A$  و مجهول بودن  $x$  بصورت زیر است :

$$A * x = \cos(x)$$

- پروفسور *Knight* تقریباً مطمئن است کسی سر کلاس نمی تواند این سوال را حل کند. اما *Mike* که دانشجویی شیطون است و کمی برنامه نویسی بلد است این بار نیز می خواهد روی پروفسور *Knight* را کم کند!
- در این قسمت وظیفه شما این است که به *Mike* که کمی فراموشکار است کمک کنید تا برنامه ای بنویسد تا با گرفتن عدد  $A$  از پروفسور *Knight* معادله ذکر شده را حل کند.

## ورودی

در تنها خط ورودی یک عدد آمده است که بیانگر عدد  $A$  در معادله ذکر شده می باشد.

$$2 \leq A \leq 10$$

## خروجی

در تنها خط خروجی جواب معادله مثلثاتی ذکر شده یعنی  $x$  را با دقت دقیقا سه رقم اعشار چاپ کنید.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

5.5

### خروجی نمونه ۱

0.179