1. Dadas as seguintes permutações:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \text{ e } \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcular $\sigma \circ \tau$, $\tau \circ \sigma$, σ^{-1}, τ^{-1}, $\sigma^{109} \circ \tau^{60}$.

2. Mostre que para todo σ, permutação de $\mathbb{S}_n$, existe um número inteiro $n > 0$ tal que $\sigma^n = \text{id}$.

3. Quantos são os ciclos de ordem p em $\mathbb{S}_n$?

4. Vamos chamar de suporte de uma permutação σ de $\mathbb{S}_n$ o conjunto complementar dos pontos fixos em E_n. Mostre que se duas permutações têm suporte disjuntos então elas comutam.

5. Escrever as permutações:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Como composição de ciclos disjuntos.

6. Verificar se as permutações acima são pares ou ímpares e dê uma decomposição em produto de tansposição de cada uma delas.

7. A matriz de representação de uma permutação $\sigma \in \mathbb{S}_n$ é a matriz quadrada $n \times n$ dada por $M(\sigma) = (s_{ij})$ onde

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } \sigma j = i \\ 0 & \text{nos outros casos.} \end{cases}$$

Mostre que vale $M(\sigma).M(\tau) = M(\sigma \circ \tau)$.

8. Mostre que se $\sigma \in \mathbb{S}_n$ e $\pi \in \mathbb{S}_n$ então o sinal de σ, σ^{-1} e $\pi \circ \sigma \circ \pi^{-1}$ são os mesmos..