

ArchiPi

February 26, 2020

0.1 Método de arquimedes para Pi

Considere uma circunferência de diâmetro 1. O número π é exatamente o diâmetro desta circunferência. O método de Arquimedes consiste em considerar, para cada número natural n , os polígonos regulares inscritos e circunscritos, com 2^n lados. O perímetro do polígono inscrito chamaremos de p_n e o do circunscrito P_n . As relações $p_n < \pi < P_n$ são claras e além disso $P_n, p_n \rightarrow \pi$ quando $n \rightarrow \infty$.

Usando relações trigonométricas podemos obter as equações:

$$P_{n+1} = \frac{2P_n p_n}{(P_n + p_n)}$$

$$p_{n+1} = \sqrt{p_n P_{n+1}}$$

Usando o módulo **decimal** obtemos o programa:

```
[1]: import decimal

def ArchPi(precision=99):
    # x: circumference of the circumscribed (outside) regular polygon
    # y: circumference of the inscribed (inside) regular polygon

    decimal.getcontext().prec = precision+1
    D=decimal.Decimal

    # max error allowed
    eps = D(1)/D(10**precision)

    # initialize w/ square
    x = D(4)
    y = D(2)*D(2).sqrt()

    ctr = D(0)
    while x-y > eps:
        xnew = 2*x*y/(x+y)
        y = D(xnew*y).sqrt()
        x = xnew
        ctr += 1
```

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208
998628034825342117068

```
[2]: print(ArchPi(201))
```

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208
99862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745
0284102701938521105559644622948954930381978

```
[3]: print(ArchPi(300))
```

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208
99862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745
02841027019385211055596446229489549303819644288109756659334461284756482337867831
65271201909145648566923460348610454326648213393607260249141274

0.2 Prova das relações de Arquimedes.

Vamos considerar a figura



