

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$$

钟形脉冲函数

$$f(t) = E e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$$

$$f(t) \rightarrow f(at \pm b) = f[a(t \pm b/a)] \quad (\text{设 } a > 0)$$

先展缩: $a > 1$, 压缩 a 倍; $a < 1$, 扩展 $1/a$ 倍

后平移: $+$, 左移 b/a 单位; $-$, 右移 b/a 单位

$$\text{加上倒置: } f(-at \pm b) = f[-a(t \mp b/a)]$$

注意!

一切变换都是对 t 而言
最好用先翻缩后平移的顺序

门函数

$$f(t) = u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(k)}(t) f(t) dt = (-1)^k f^{(k)}(0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(k)}(t - t_0) f(t) dt = (-1)^k f^{(k)}(t_0)$$

$$f(t) \delta'(t) = f(0) \delta'(t) - f'(0) \delta(t)$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

列写方程: 根据元件约束, 网络拓扑约束

解方程: { 经典法
双零法 { 零输入: 可利用经典法求
零状态: 利用卷积积分法求解
变换域法

齐次解法求冲击响应

1. 求齐次通解, 保留待定系数

2. 令非齐次项为 $\delta(t)$, 对 $(0^-, 0^+)$ 积分, 求出 $\hat{h}^{(n-1)}(0^+)$

3. 根据零状态特性, 得出 $\hat{h}^{(i)}(0^+) = 0, (i = n - 2, n - 3, \dots, 0)$

4. 带入 \hat{h} 及各阶导数, 确定系数

5. $h(t)$ 是 $\hat{h}(t)$ 及其各阶导数的线性组合

信号的脉冲分解

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

卷积的分析性质

$$\begin{aligned} g(t) &= f(t) \otimes h(t) \\ g^{(n-m)}(t) &= f^{(n)}(t) \otimes h^{(-m)}(t) = f^{(-m)}(t) \otimes h^{(n)}(t) \\ g(t) &= f^{(n)}(t) \otimes h^{(-n)}(t) = f^{(-n)}(t) \otimes h^{(n)}(t) \end{aligned}$$

需满足松弛条件

常用卷积公式

$$f(t) \otimes \delta^{(n)}(t - t_0) = f^{(n)}(t - t_0)$$

其他形式 余弦形式

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \quad (2)$$

$$c_0 = a_0 \quad c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{-b_n}{a_n} \right)$$

$$a_n = c_n \cos \varphi_n \quad b_n = -c_n \sin \varphi_n$$

正弦形式

$$f(t) = d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin(n\omega_1 t + \theta_n)$$

$$d_0 = a_0 \quad d_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \theta_n = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right)$$

$$a_n = d_n \sin \theta_n \quad b_n = d_n \cos \theta_n$$

周期信号频谱具有离散性, 谐波性, 收敛性

收敛性: $(n \uparrow, |F(n\omega_1)| \downarrow)$

谐波性: (离散性) 谱线只出现在 $n\omega_1$ 处

唯一性: $f(t)$ 的谱线唯一

帕塞瓦尔定理

能量形式

功率形式(傅里叶级数):

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$$
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 = a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2 + b_n^2}{2} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |F_n|^2$$

傅里叶变换

矩形脉冲

$$\mathcal{F}[E * (u(t - \frac{\tau}{2}) - u(t + \frac{\tau}{2}))](\omega) = E\tau \text{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})$$

指数信号

$$\mathcal{F}[e^{-\alpha t} u(t)](\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}$$

直流信号

$$\mathcal{F}[1](\omega) = 2\pi\delta(\omega)$$

符号函数

$$\mathcal{F}[\text{sgn}(t)](\omega) = \frac{2}{j\omega}$$

微分性质

$$\mathcal{F}[f^{(n)}(t)](\omega) = (j\omega)^n F(\omega)$$
$$\mathcal{F}^{-1}[\frac{\partial^n F(\omega)}{\partial \omega^n}](t) = (-jt)^n f(t)$$

尺缩变换

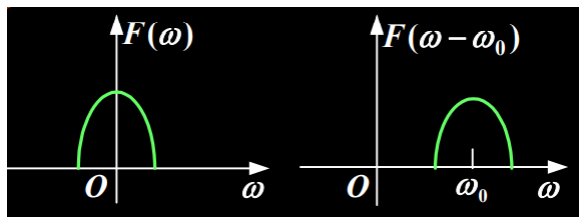
$$\mathcal{F}[f(at)](\omega) = \frac{1}{|a|} F(\frac{\omega}{a})$$

尺度变换+时移变换

$$\mathcal{F}[f(at + b)](\omega) = \frac{1}{|a|} F(\frac{\omega}{a}) e^{jb\frac{\omega}{a}}$$

频移特性

$$\mathcal{F}[f(t)e^{j\omega_0 t}](\omega) = F(\omega - \omega_0)$$



冲击列得傅里叶变换

$$\mathcal{F}[\delta_{T_s}(t)](\omega) = \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

拉普拉斯变换

$$\mathcal{L}[t^n](s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}[\cos \omega_0 t](s) = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\mathcal{L}[\sin \omega_0 t](s) = \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\mathcal{L}[f(t)e^{-s_0 t}](s) = F(s + s_0)$$

$$\mathcal{L}[f(t - t_0)u(t - t_0)](s) = F(s)e^{-st_0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right](s) = s^n F(s) - \sum_{r=0}^{n-1} s^{n-r-1} \frac{d^r f(t)}{dt^r} \Big|_{t=0_-}$$

$$t^n f(t) \longleftrightarrow (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}$$

周期化定理

$$\mathcal{L}[f_T(t)](s) = \mathcal{L}[f_0(t)] * \mathcal{L}[\delta_T(t)] = F_0(s) \frac{1}{1 - e^{-sT}}$$

3. 求响应的步骤

- 画0_等效电路，求起始状态；
- 画s域等效模型；
- 列s域方程（代数方程）；
- 解s域方程，求出响应的拉氏变换 $U(s)$ 或 $I(s)$ ；
- 拉氏反变换求 $v(t)$ 或 $i(t)$ 。

无失真传输条件

$$h(t) = K\delta(t - t_0)$$

$$H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$$

$$|H(j\omega)| = K$$

$$\phi(j\omega) = -\omega t_0$$

理想低通滤波器

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 * e^{-j\omega t_0} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

$$h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} Sa[\omega_c(t - t_0)]$$

$F(s)$ 和 $F(j\omega)$ 的关系:

$\sigma_0 > 0$,收敛轴位于s平面的右半平面,则 $F(\omega)$ 不存在

$\sigma_0 < 0$,收敛轴位于s平面的左半平面,则 $F(\omega) = F(s)|_{s=j\omega}$

$\sigma_0 = 0$,收敛轴位于虚轴

$$\text{则 } F(\omega) = F(s)|_{s=j\omega} + \pi \sum_n k_n \delta(\omega - \omega_n)$$

相关

$$R_{12}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau + t) f_2^*(\tau) d\tau$$

$$R_{12}(t) = R_{21}^*(-t)$$

$$\mathcal{F}[R_{12}(t)](\omega) = F_1(\omega) F_2^*(\omega)$$

z变换

$$\mathcal{Z}[n^m x[n]](z) = (z^{-1} \frac{d}{d(z^{-1})})^m X(z)$$

$$\mathcal{Z}[n^m x[n]](z) = (-z \frac{d}{dz})^m X(z)$$

$$\mathcal{Z}[a^n u[n]](z) = \frac{z}{z-a}, |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}[-a^n u[-n-1]](z) = \frac{z}{z-a}, |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}[a^n x[n]](z) = X(\frac{z}{a}), R_{x1} < |\frac{z}{a}| < R_{x2}$$

初值定理

$$x[0] = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$$

$$x[1] = \lim_{z \rightarrow \infty} z(X(z) - x[0])$$

终值定理

若 $x[\infty]$ 存在 :

$$x[\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z)$$

时域卷积定理

$$\mathcal{Z}[x[n] \otimes h[n]](z) = X(z)H(z)$$