

(3) $x > 0$ において, $f(x) = \frac{1}{x}$ は単調減少.

また, n 以下の正の整数 k に対して, $k \leq x \leq k+1$ のとき, $f(x) \leq f(k)$

以上より, 下図から面積を比較して,

$$\sum_{j=k}^n \frac{1}{j} > \int_k^{n+1} \frac{1}{x} dx = [\log x]_k^{n+1} = \log(n+1) - \log k$$

よって, 題意は示された.

□

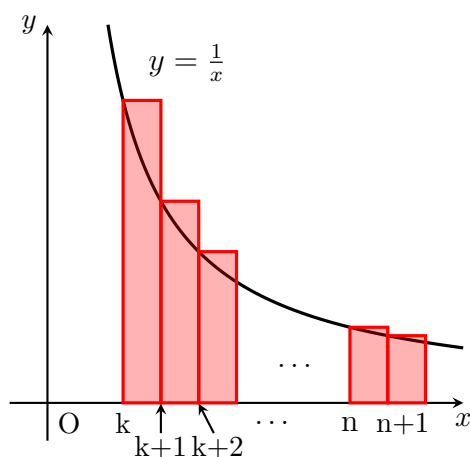


図 $y = \frac{1}{x}$ のグラフと長方形