

KI021 C. SERRANO A. PARMENTIER

Depuis les années 1990, la recherche opérationnelle est utilisée chez Renault pour résoudre différents problèmes d'optimisation combinatoire. Un pôle recherche opérationnelle a été institué à la direction des Systèmes d'Information de Renault en 2003, avec des spécialistes sur le domaine, mais aussi avec des compétences en logistique, secteur d'application majeur des modèles. Des sujets comme l'ordonnancement de la production des chaînes de montage (déterminer l'ordre de fabrication de véhicules), la distribution des véhicules finis (déterminer les localisations des centres et dimensionner la flotte) et l'optimisation du chargement des conteneurs (bin packing) sont des exemples concrets qui ont été travaillés chez Renault. Ce hackathon porte sur l'optimisation du plan transport, pour les flux de pièces entre les fournisseurs et les usines de fabrication.

## 1 Problématique métier

Une usine automobile est approvisionnée par plusieurs centaines de fournisseurs. L'acheminement des marchandises depuis les fournisseurs jusqu'à l'usine représente un enjeu économique important. Cet acheminement est organisé par l'entreprise elle-même si le volume est suffisant, ou sous-traité à une entreprise de transport. L'entreprise organise des tournées de camions pour collecter les marchandises des fournisseurs qui ne sont pas sous-traités. L'objectif de ce Hackathon est d'organiser l'approvisionnement d'une usine sur une période de plusieurs semaines connaissant le volume à acheminer chaque semaine.

# 2 Description mathématique

On considère un horizon de H semaines, indexées  $s \in \{0, ..., H-1\}$ . Soit  $\mathcal{F}$  l'ensemble des fournisseurs. Chaque semaine, un certain volume doit être acheminé du fournisseur f à l'usine. On note  $d_{f,s} \in \mathbb{N}$  le volume qui doit être acheminé du fournisseur f vers l'usine la semaine s.

Pour chaque fournisseur, l'entreprise doit décider si elle sous-traite le transport des marchandises de ce fournisseur, ou l'organise elle-même. Comme il faut plusieurs semaines pour établir un contrat de sous-traitance, le choix de sous-traiter ou non le transport de marchandise depuis un fournisseur restera identique sur toute la durée de l'horizon. On

notera  $x_f$  la variable binaire égale à 1 si le transport de marchandises depuis le fournisseur f est sous-traité, et 0 sinon.

Si le transport de marchandise depuis f n'est pas sous-traité, alors l'entreprise doit organiser ce transport elle-même avec des tournées de camions. Une tournée de camion commence au dépôt d (unique et identique pour toutes les tournées), visite plusieurs fournisseurs pour charger des marchandises, et rejoint ensuite l'usine u (unique et identique pour toutes les tournées). Une tournée P est donc une séquence

$$d, (f_1, q_{P,f_1}), \ldots, (f_k, q_{P,f_k}), u$$

où  $d, f_1, \ldots, f_k, u$  indique la séquence des fournisseurs visités (dans cet ordre), et  $q_{P,f_i}$  indique la quantité le marchandise chargée chez le fournisseur i lors de la tournée P. Une tournée visite un fournisseur au plus une fois. Et le taille d'un camion est Q. L'ensemble des tournées est donc

$$\mathcal{P} = \left\{ P = d, (f_1, q_{P, f_1}), \dots, (f_k, q_{P, f_k}), u \colon \middle| \begin{array}{l} i \neq j \Rightarrow f_i \neq f_j \\ \sum_{i=1}^k q_{P, f_k} \leq Q \end{array} \right\}$$

On note  $P \ni f$  le fait que la tournée P visite le fournisseur f.

Les tournées peuvent changer chaque semaine. On note  $y_{P,s}$  la variable binaire qui est égale à 1 si la tournée P est réalisée la semaine s et à 0 sinon. Si le transport de marchandise depuis un fournisseur n'est pas sous-traité, alors, chaque semaine s de l'horizon  $\{0, \ldots, H-1\}$ , les tournées doivent permettre d'acheminer les marchandises depuis l'ensemble des fournisseurs.

$$\sum_{P \in \mathcal{P}: P \ni f} y_{P,s} q_{P,f} = d_{f,s} (1 - x_f), \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall s \in \{0, \dots, H - 1\}.$$

Attention, plusieurs tournées peuvent être nécessaires pour acheminer l'intégralité du volume de marchandise  $d_{f,s}$  qui doit être envoyé du fournisseur f vers l'usine la semaine s. En d'autres termes, on peut avoir  $\sum_{P\ni f}y_{P,s}>1$ .

Par ailleurs, pour assurer la régularité du planning des tournées, les fournisseurs sont regroupés en groupes C, et une tournée ne peut visiter que des fournisseurs du même groupe. Les groupes restent identiques sur toute la durée de l'horizon. L'ensemble des groupes possibles  $\mathcal{C}$  est donc

$$C = \{C \subseteq F \colon |C| \le 4\}.$$

On note  $z_C$  la variable binaire qui est égale à 1 si le groupe C est choisi et 0 sinon. Un fournisseur qui n'est pas sous-traité appartient à exactement un groupe.

$$\sum_{C \in \mathcal{C}: f \in C} z_C = 1 - x_f, \quad \forall f \in \mathcal{F}$$

On note  $P \subseteq C$  le fait que tous les fournisseurs f visités par la tournée P sont dans le groupe C. La contrainte suivant modélise le fait qu'une tournée ne peut être choisie que si tous ses fournisseurs appartiennent au même groupe.

$$y_{P,s} \le \sum_{C \in \mathcal{C}: P \subseteq C} z_C, \quad \forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\}$$

Sous-traiter le transport de marchandise depuis le fournisseur f coûte  $c_f \in \mathbb{N}$ .

Pour chaque fournisseur f, on note les coûts  $c_{d,f}$  et  $c_{f,u}$  encourus lorsque l'on commence une tournée par f ou termine une tournée par f. Pour toute paire de fournisseurs  $f_1$  et  $f_2$ , on  $c_{f_1,f_2}$  encouru lorsque  $f_2$  est visité juste après  $f_1$  dans une tournée. Le coût  $c_{df}$  inclue le coût du trajet de d à f et le coût d'utilisation d'un camion pour une tournée. Le coût  $c_{f_1,f_2}$  inclue le coût du trajet de  $f_1$  à  $f_2$ , et le coût lié à l'arrêt du camion en  $f_1$ . Enfin,  $c_{f,u}$  contient le coût du trajet de f à u, le coût d'arrêt en f, et le coût de déchargement en  $f_1$ . Ces coûts ne dépendent pas des volumes chargés et déchargés. Le coût d'une tournée  $f_1$ 0,  $f_2$ 1,  $f_3$ 2,  $f_4$ 3,  $f_4$ 4,  $f_4$ 4,  $f_4$ 5,  $f_4$ 6,  $f_4$ 6,  $f_4$ 7,  $f_4$ 7,  $f_4$ 8,  $f_4$ 8,  $f_4$ 9,  $f_4$ 9,

$$c_P = c_{d,f_1} + c_{f_k,u} + \sum_{i=2}^k c_{f_{i-1},f_i}.$$

Le problème consiste à trouver une solution d'approvisionnement de l'usine de coût minimum. Il peut être résumé par le programme linéaire en nombres entiers suivant.

$$\min_{x,y,z} \sum_{f \in \mathcal{F}} c_f x_f + \sum_{P \in \mathcal{P}} \sum_{s \in \{0,\dots,H-1\}} c_P y_{P,s}$$
s.t. 
$$\sum_{P \in \mathcal{P}: P \ni f} y_{P,s} q_{P,f} = d_{f,s} (1 - x_f), \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall s \in \{0,\dots,H-1\}$$

$$\sum_{C \in \mathcal{C}: f \in C} z_C = 1 - x_f, \qquad \forall f \in \mathcal{F}$$

$$y_{P,s} \le \sum_{C \in \mathcal{C}: P \subseteq C} z_C, \qquad \forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0,\dots,H-1\}$$

$$x_f \in \{0,1\} \qquad \forall f \in \mathcal{F}$$

$$y_{P,s} \in \{0,1\} \qquad \forall f \in \mathcal{F}$$

$$\forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0,\dots,H-1\}$$

$$\forall C \in \mathcal{C}$$

Les coordonnées géographiques des fournisseurs vous seront fournies. Elles n'interviennent pas directement dans la définition du problème, même si elles sont liées aux coûts des trajet.

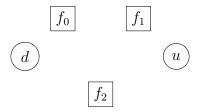


FIGURE 1 – Exemple d'instance

#### 3 Format des instances et des solutions

Pour chaque usine, il vous est fourni un fichier d'instance au format csv décrivant les fournisseurs, leurs coûts de sous-traitance  $\gamma_f$  et leurs demandes  $d_{fs}$ , et leurs coûts, ainsi que les coûts  $c_{uf}$ ,  $c_{f_1,f_2}$ , et  $c_{fd}$  intervenant dans les tournées. Voici un exemple de fichier instance.csv correspondant à l'instance illustrée sur la Figure 1.

```
Q 25 F 3 H 2
d 3 g 7.19202531049377 43.6941653779234
u 4 g 7.20428663877465 43.6733786628266
f 0 g 100 q 40 10 g 7.21883235510896 43.6723040549936
f\ 1\ g\ 120\ q\ 5\ 30\ g\ 7.2598244544565\ 43.7033739867519
  2 g 20 q 4 8 g 7.29900034218408 43.6990926922731
  0 \ 0 \ c \ 0
  0 \ 1 \ c \ 3
a 0 2 c 4
a 0 3 c 0
  0\ 4\ c\ 5
  1 \ 0 \ c \ 3
a 1 1
      c = 0
  1 2 c 4
  1 \ 3 \ c \ 0
a 1 4 c 3
  2\ 0\ c\ 4
  2 1 c 4
  2\ 2\ c\ 0
a 2 3 c 0
  2\ 4\ c\ 4
  3 0 c 12
  3 1 c 14
  3 2 c 13
  3 \ 3 \ c \ 0
  3\ 4\ c\ 4
a 4 0 c 0
a 4 1 c 0
a 4 2 c 0
a 4 3 c 0
```

Les fournisseurs, le dépôt, et l'usine sont indexés par  $\{0, 1, \dots, |\mathcal{F}| + 1\}$ .

La première ligne commence par la lettre  $\mathbb{Q}$  suvie de la taille Q des camions, puis contient la lettre  $\mathbb{F}$  suivie du nombre de fournisseurs  $|\mathcal{F}|$ , puis la lettre  $\mathbb{H}$  suivie du nombre de semaines H dans l'horizon.

La ligne suivante commence par la lettre de suivie de l'index du sommet correspondant au dépot, puis de la lettre general suivie des coordonnées GPS du dépot. La ligne suivante commence par la lettre lettre u suivie de l'index du sommet correspondant àl'usine, puis de la lettre general suivie des coordonnées GPS de l'usine.

Le fichier contient ensuite  $|\mathcal{F}|$  lignes qui commencent par f et correspondent chacune un fournisseur. Juste après f vient l'index du fournisseur f, ensuite la lettre g suivi du coût  $\gamma_f$  de sous-traitance de f, puis la lettre g suivie des volumes  $d_{f,s}$  pour chaque semaine, et enfin la lettre g suivie des coordonnées GPS du fournisseur. Le fournisseur 0 a un coût de sous-traitance 100, et fournit un volume de marchandise 40 la première semaine et 10 la seconde.

Le fichier se termine par des lignes qui commencent par a et donnent, pour toute paire  $(v_1, v_2)$  dans  $(\{u, d\} \cup \mathcal{F})$ , l'index de  $v_1$ , puis l'index de  $v_2$ , et enfin c suivi du coût  $c_{v_1v_2}$ .

Notre exemple contient trois fournisseurs, sur un horizon de deux semaines. Le dépot est le sommet 3 et l'usine le sommet 4. Le coût d'un trajet du fournisseur 1 au fournisseur 2 est 4. Remarquez que les coûts  $c_{d,f}$  des arcs depuis le dépot d sont élevés : ils contiennent un coût fixe lié à l'utilisation du camion.

Notez que les coordonnées GPS n'interviennent pas dans la définition de l'instance, mais pourrait être utilisées dans des heuristiques ou pour visualiser une solution.

La sortie attendue est un fichier .txt par usine. Chaque fichier encode une solution et est au format suivant. La première ligne commence par x en indique le nombre de fournisseurs sous-traités, suivis de f, puis des identifiants des fournisseurs sous-traités. La seconde ligne commence par y puis indique le nombre de tournées. La troisième ligne commence par z et indique le nombre de groupes. Il y a ensuite une ligne pour chaque groupe. Ces lignes commencent par C, suivi de l'identifiant du groupe, puis n suivi du nombre de fournisseurs dans le groupe, puis f suivi des identifiants des fournisseurs dans le groupe. Enfin, il y a une ligne par tournée. Ces lignes commencent par P suivi de l'identifiant de la tournée, puis g suivi de l'identifiant du groupe de la tournée, puis s suivi de la semaine de la tournée, puis n suivi du nombre de fournisseurs dans la tournée, et enfin f, suivi de l'index des fournisseurs de la tournée pris dans l'ordre de la tournée.

Attention la numérotation des semaines, tout comme celle des groupes et des fournisseurs, commence à 0. Les identifiants des tournées servent uniquement à vous retourner des messages d'erreurs éventuels.

Voici une solution pour l'exemple de la Figure 1. Le fournisseur 2 est sous-traité et la solution comporte un seul groupe. La tournée 2 de cette solution est illustrée sur la Figure 2.

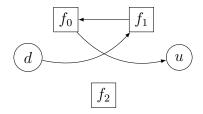


FIGURE 2 – Exemple de tournée

```
x 1 f 2
y 4
z 1
C 0 n 2 f 0 1
P 0 g 0 s 0 n 2 f 0 20 f 1 5
P 1 g 0 s 0 n 1 f 0 20
P 2 g 0 s 1 n 1 f 1 20
P 3 g 0 s 1 n 2 f 1 10 f 0 10
```

Une autre solution sans fournisseur sous-traité et à deux groupes est

```
x 0 f
y 6
z 2
C 0 n 1 f 0
C 1 n 2 f 1 2
P 0 g 0 s 0 n 1 f 0 25
P 1 g 0 s 0 n 1 f 0 15
P 2 g 0 s 1 n 1 f 0 10
P 3 g 1 s 0 n 2 f 2 4 f 1 5
P 4 g 1 s 1 n 2 f 1 17 f 2 8
P 5 g 1 s 1 n 1 f 1 13
```

### 4 Comment sera établi le classement

Le score d'une équipe est la somme des coûts des solutions proposées pour chaque instance. L'équipe avec le meilleur score, c'est-à-dire le score le plus petit, gagne.

# 5 Quelques conseils

Six heures, c'est très court. L'équipe qui gagnera sera celle qui arrivera à produire le plus vite des solutions décentes.

#### 1. Partagez vous les tâches

- 2. Commencez immédiatement à coder les outils pour parser un fichier d'entrée et créer un fichier de sortie
- 3. Faites simple : il n'est pas difficile de construire une solution admissible. Commencez par coder des méthodes simples vous donnant des solutions plutôt bonnes, et évitez de faire un algorithme très puissant que vous n'arriverez pas à coder en 6h.