

# A distribuição Normal

## Distribuição Normal, e IC da média

Felipe Figueiredo

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

## Discussão da leitura obrigatória da aula passada

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

O que é o IC em torno da média?

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

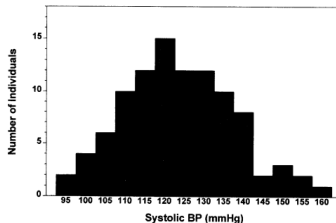
Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- Pressão sanguínea (PS) de todos os 100 alunos de uma sala
- Visualização da média e variabilidade dos dados



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Distribuições teóricas = **modelos** da realidade
- Aprender com os modelos  $\Rightarrow$  ferramenta

### Na vida real

Distribuição “próxima” de um modelo  $\Rightarrow$  metodologia

## Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 123,4$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 14,0$  mmHg.

## Pense...

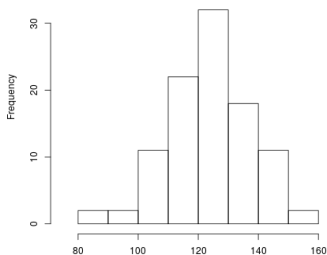
- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?



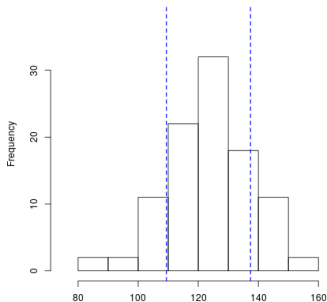
## Exemplo 5.1

- $\bar{x} = 123,4$  mmHg
- $s = 14,0$  mmHg

- Você vê a média?
- Você vê o DP?



- Muitas medições próximas da média
- Poucas medições de PS muito baixas
- Poucas medições de PS muito altas
- Aprox. simétrica em torno da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

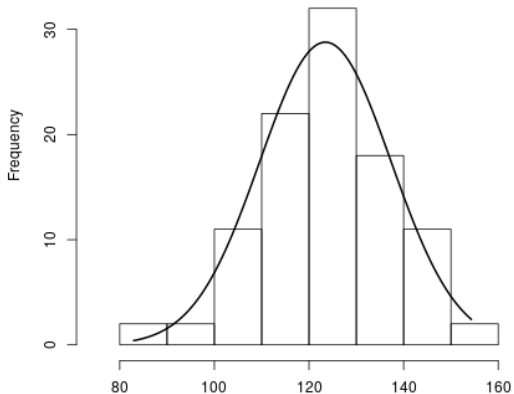
A distribuição  
Normal

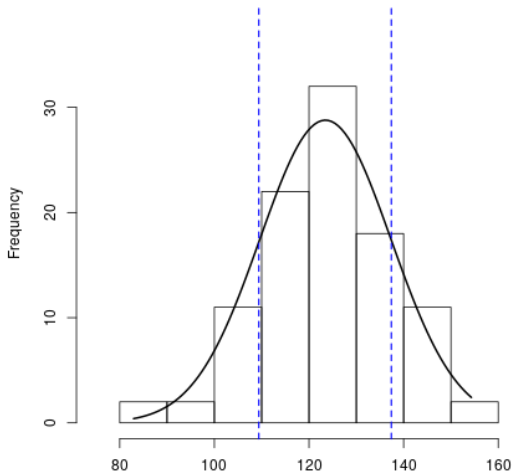
Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento





E esta?

## A distribuição Normal

Felipe  
Figueiredo

## A distribuição Normal

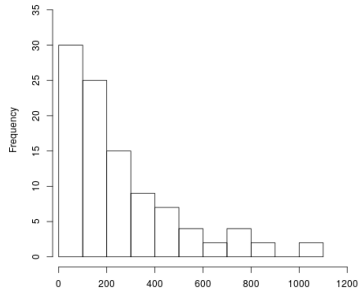
Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?

## A distribuição Normal

Felipe  
Figueiredo

## A distribuição Normal

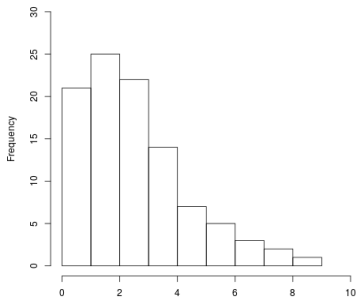
Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?

## A distribuição Normal

Felipe  
Figueiredo

## A distribuição Normal

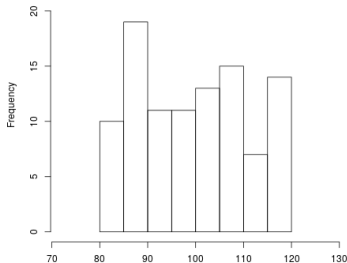
Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?





## 1 A distribuição Normal

- Distribuições de probabilidade
- A distribuição Normal
- **Inferências**

## 2 IC da média

- Interpretação
- Premissas
- O Erro Padrão

## 3 Aprofundamento

- Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

Distribuições de  
probabilidade  
A distribuição Normal  
**Inferências**

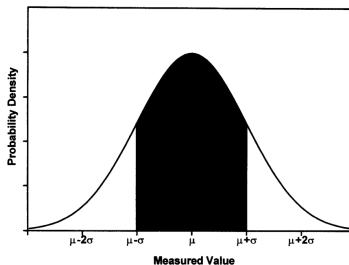
IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- “mais da metade” dos dados estão a 1 DP da média
- “quase todos” os dados estão a 2 DPs da média

## A regra empírica

- 68% a até 1 DP da média
- 95% a até 2 DP da média
- 99,7% a até 3 DP da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

A regra empírica assume que...  
... os dados são normalmente distribuídos.

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Vamos recapitular o exemplo 5.1, antes de introduzir outro.

### Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 123,4$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 14,0$  mmHg.

### Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

### Exemplo 5.2

Das 100 medições de PS, você amostrou aleatoriamente 5 medições.  
Valores aproximados: 120, 80, 90, 110 e 95 mmHg.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 99,0$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 15,97$  mmHg.

### Pense...

- Se a população for a turma, podemos estimar a média e o DP da turma com os valores desta amostra?
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, esta estimativa nos dá “mais confiança” sobre a população, ou menos?



## ICs dos exemplos

- IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

## Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

## ICs dos exemplos

- IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

## Relembre...

O que significa o IC?

## Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - **Premissas**
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

**Premissas**

O Erro Padrão

Aprofundamento

Assumimos que estas coisas são verdadeiras para calcular/interpretar um IC

- A amostra foi selecionada aleatoriamente da população (sem reposição)
- A população é Normal (Gaussiana)
- Os indivíduos são independentes, uns dos outros

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

# Vídeo

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

### Variabilidade

A variabilidade nos informa sobre a dispersão da amostra/população.

### O erro padrão

O Erro Padrão nos informa quão boa é nossa **estimativa** da média.

$$SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- SEM = Erro Padrão da Média (em inglês)
- Conforme  $n$  aumenta  $\Rightarrow$  SEM diminui
- Conforme  $n$  aumenta  $\Rightarrow \bar{x}$  “próximo” de  $\mu$

### Lembrete

- $\bar{x}$  – média da amostra (resultado/possível)
- $\mu$  – média da população (objetivo/inferência)



### Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

### Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

### Pense...

E o desvio-padrão  $s$ ?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- $\bar{x}$  = média
- Para amostras **grandes**,  $t^* \approx 2$ .

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

### Perguntas

- 1 Se  $s$  aumenta, o SEM aumenta ou diminui?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

## Perguntas

- 1 Se  $s$  aumenta, o SEM aumenta ou diminui?
- 2 Se  $s$  aumenta, o IC aumenta ou diminui?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

## Perguntas

- ❶ Se  $s$  aumenta, o SEM aumenta ou diminui?
- ❷ Se  $s$  aumenta, o IC aumenta ou diminui?
- ❸ Se  $t^*$  aumenta, o IC aumenta ou diminui?

$$IC : \bar{x} \pm 2^1 \times SEM$$

## Exemplo 5.1

- $s = 14,0$  e  $N = 100$
- $SEM = \frac{14}{\sqrt{100}} = 1.4$
- $IC = 123.4 \pm 2 \times 1.4$
- $IC = 123.4 \pm 2.8$
- $IC \approx [120.6, 126.2]$

## ICs dos exemplos

- **Ex. 5.1:**  $\bar{x} = 123,4$  e  $s = 14,0$  mmHg ( $N = 100$ )
- **Ex. 5.2:**  $\bar{x} = 99,0$  e  $s = 15,97$  mmHg ( $N = 5$ )

## Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3?



## Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3?

## Resposta

Não! Pois  $N=5$  não é grande!

Isso faz com que o SEM do exemplo 5.2 seja muito maior (como vimos).

## Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

## Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

## No caso do exemplo 5.2

- $\bar{x} = 99$  mmHg
  - O SEM proposto no slide anterior é  $\approx 6$  mmHg
  - A margem de erro seria  $2 \times 6 \approx 12$  mmHg
- ⇒ O IC proposto seria 87 – 111 mmHg

## Pense...

Qual parece ser a margem de erro *real* do IC acima?

## Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

## No caso do exemplo 5.2

- O SEM veio da “fórmula”
- Ambos SEM (5.1 e 5.2) estão corretos
- O IC proposto seria 87 – 111 mmHg
- $t^* \approx 2$  – erro no 5.2

## Pense...

Qual é a sua conclusão sobre esse  $t^*$  misterioso?

# Quiz!

## Pergunta

O erro padrão, assim como o desvio padrão, é uma medida descritiva de dispersão:

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

## Pergunta

O erro padrão, assim como o desvio padrão, é uma medida descritiva de dispersão:

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

## Pergunta

São necessários para o cálculo do IC em torno da média:

- 1 Desvio padrão ( $s$ )
- 2 Observações independentes
- 3 Erro padrão (SEM)
- 4  $N$

## Pergunta

São necessários para o cálculo do IC em torno da média:

- 1 Desvio padrão ( $s$ )
- 2 Observações independentes
- 3 Erro padrão (SEM)
- 4  $N$



## Pergunta

Existem infinitas distribuições Normais.

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

## Pergunta

Existem infinitas distribuições Normais.

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

O que é o IC em torno da média?

- 1 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências

- 2 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão

- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento  
Aprofundamento

## Leitura obrigatória

- Capítulo 4. Pular a seção **Intervalo de Predição**.
- Capítulo 5. Pular as seções:
  - Calculando o IC da média
  - A distribuição  $t$  (será abordado na próxima aula)

## Leitura recomendada

Capítulo 4. seção **Intervalo de Predição**.