

# Comparação de dois grupos (quantitativo)

## Testes paramétricos para médias

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - Dois grupos pareados
  - Exercício
  - Resumo
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Aprofundamento

## Discussão da leitura obrigatória da aula passada

1

## Revisão

- Revisão

2

## Testes paramétricos para médias

- Dois grupos independentes
- Dois grupos pareados
- Exercício
- Resumo

3

## Aprofundamento

- Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Aprofundamento

## Conceito da hipótese nula

### A hipótese de que não há efeito no tratamento.

O objetivo do estudo é providenciar evidências suficientes para rejeitar esta hipótese, “provando” assim a eficácia do tratamento.

## Exemplo

**Hipótese do estudo:** um certo tratamento de fisioterapia diminui o tempo de recuperação após uma artroplastia total do joelho.

**Hipótese nula:** não há alteração no tempo de recuperação.

## Conceito do p-valor

Assumindo que não há efeito real (hipótese nula), e você observou uma aparente diferença...

... qual é a probabilidade de você ter observado essa diferença  
**ao acaso?**

## Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente  $p \leq 0.05$ ) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente  $p \geq 0.05$ ) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”.

Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

- 1 Cada teste usa uma distribuição de probabilidades
- 2 A região crítica é escolhida (bilateral ou unilateral?)
- 3 As estatísticas sumárias são calculadas a partir da amostra
- 4 Estas são usadas para calcular uma estatística de teste

Estatística de teste = critério de decisão

Comparada com um valor crítico da distribuição do teste

OU

**Usada para o cálculo do p-valor**

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Aprofundamento

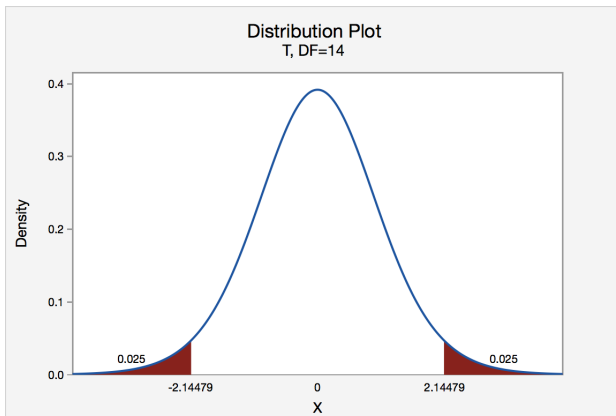


- A estatística crítica: quão extremo o valor observado é?

Determinada pela formulação das hipóteses nula e alternativa

- A estatística de teste: qual é o valor observado a ser testado?

Determinada pela amostra de estudo



- t crítico:  $t^* = \pm 2.14479$  (bicaudal)
- região crítica:  $t < -2.14479$  ou  $t > 2.14479$

- Existe uma infinidade de testes estatísticos  
(cada qual com sua hipótese nula)
- São divididos em dois grandes grupos: paramétricos e não paramétricos
- Os testes paramétricos assumem que a amostra vem de uma **distribuição Normal**
- Os testes não-paramétricos não presumem nenhuma forma para a distribuição dos dados

### Atenção

Esta é uma escolha metodológica fundamental para a análise, como veremos mais adiante.

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Os testes paramétricos assumem que a amostra vem de uma **distribuição Normal**<sup>1</sup>
- Hoje veremos o **teste t** (de Student), aplicado em duas formas/contextos

---

<sup>1</sup> nunca é demais frisar

- **Distribuição:** t de Student
- **Hipótese:** não há diferença entre as duas médias
- **Estatística de teste:**  $t = \frac{\bar{x}_d}{SE_d}$

## Interpretação da estatística de teste

Quanto maior o valor de  $t$  ...

... maior a **discrepância** entre as médias observadas  
(considerando a variabilidade do experimento).

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Já vimos o teste t para uma amostra.

Hoje veremos como usá-lo para duas amostras.

- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - Dois grupos pareados
  - Exercício
  - Resumo
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Os dois grupos foram coletados independentemente (intergrupo)
- Todas as observações em cada grupo são independentes entre si (intragrupo)
- Todos os dados foram amostrados de populações Normalmente distribuídas (aprox.)
- O DP das duas populações são idênticos <sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> uma violação desta premissa não é grave – buscar aproximação de Welch.



## O teste t de Student

Assumindo duas populações Normais com DPs semelhantes, o teste t pode detectar diferença nas médias das populações.

## Exemplo 23.2

Motulsky, *et al.* (1983) investigaram se pessoas com hipertensão tem alteração nos níveis de receptores adrenérgicos  $\alpha_2$  em suas plaquetas.

Selecionaram 18 homens hipertensos, e 17 controles da mesma faixa etária. Os resultados estão descritos como média  $\pm$  SEM.

As plaquetas dos hipertensos tiveram  $257 \pm 14$  receptores por plaqueta.

As plaquetas dos controles tiveram  $263 \pm 21$  receptores por plaqueta.

Os autores concluíram que não havia diferença significativa entre as médias dos grupos.

## Teste t, amostras independentes

P value and statistical significance:

The two-tailed P value equals 0.8116

By conventional criteria, this difference  
is considered to be not statistically significant.

Confidence interval:

The mean of Controle minus Hipertensos equals 6.00

95% confidence interval of this difference:

From -44.81 to 56.81

Intermediate values used in calculations:

t = 0.2403

df = 33

standard error of difference = 24.973

Quais são as variáveis?



## Interpretação típica

- Grupo Hipertensos: contínua (mensuração)
- Grupo Controle: contínua (mensuração)

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Quais são as variáveis?

## Interpretação típica

- Grupo Hipertensos: contínua (mensuração)
- Grupo Controle: contínua (mensuração)

Ou, podemos pensar em termos de modelagem

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Dependente: níveis de receptores (contínua)
- Independente: grupo (categórica binária)

Esta relação pode ser expressa como

níveis de receptores  $\sim$  grupo

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - **Dois grupos pareados**
  - Exercício
  - Resumo
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

**Dois grupos  
pareados**

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Assim como no cálculo de ICs, os grupos de estudo podem ser independentes ou pareados
- Quando são independentes, a comparação é entre as médias de ambos os grupos
- Quando são pareados, a comparação é entre as diferenças dos pares



## Quando faz sentido parear indivíduos de dois grupos?

- Mensurar o **mesmo** indivíduo antes e depois do procedimento
- Recrutamento aos pares, quando o par tem a(o) mesma(o)
  - idade/faixas etária
  - região demográfica
  - diagnóstico
- irmãos, pai/filho
- lateralidade (tratamento = lado E, controle = lado D)

- Os pares amostrados aleatoriamente de uma mesma população (ou representativa)
- Os participantes são pareados – o primeiro do grupo A com o primeiro do grupo B, etc.
- Cada par é independente de todos os outros
- A distribuição das diferenças, na população, é Normalmente distribuída (aprox.)

## Exercício 25.1

Os pesquisadores compararam o número de receptores beta-adrenérgicos nos linfócitos de um grupo de participantes, antes e após a administração de uma droga.

## Teste t, amostras pareadas

Paired t-test

```
data: Receptors by Group
t = 6.9636, df = 5, p-value = 0.000939
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 145.7279 316.2721
sample estimates:
mean of the differences
      231
```

Quais são as variáveis?

- Dependente: número de receptores (contínua)
- Independente: grupo (categórica binária)

Esta relação pode ser expressa como

número de receptores  $\sim$  grupo

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - Dois grupos pareados
  - **Exercício**
  - Resumo
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

**Exercício**

Resumo

Aprofundamento

Queremos avaliar a eficiência de uma nova dieta reduzida em gordura no tratamento de obesidade.

Selecionamos aleatoriamente 100 pessoas obesas para o grupo 1, que receberão a dieta com pouca gordura. Selecionamos outras 100 pessoas obesas para o grupo 2 que receberão a mesma quantidade de comida, com proporção normal de gordura. O estudo durou 4 meses.

A perda de peso média no grupo 1 foi de 9.33 lbs ( $s=4.72$ ) e no grupo 2 foi de 7.58 lbs ( $s=3.90$ ).

Essa nova dieta é eficaz na perda de peso?

Fonte: Khan Academy

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício  
Resumo

Aprofundamento

## Tabela de dados brutos

	Grupo	Perda
1:	Grupo1	12.184783
2:	Grupo1	15.403181
3:	Grupo1	8.891328
4:	Grupo1	6.763672
5:	Grupo1	10.168379
---		
196:	Grupo2	12.985339
197:	Grupo2	8.586228
198:	Grupo2	11.353364
199:	Grupo2	4.003958
200:	Grupo2	9.542041

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

## Testes paramétricos para médias

Dois grupos independentes

Dois grupos  
pareados

### Exercício

## Resumo

Aprofundamento

<sup>3</sup> Organizar os dados desta forma, permite usar os filtros do Excel: 



## Repetir é fixar

O slide de perguntas a seguir será apresentado mais de uma vez.

Mas vamos ponderar nelas um pouco agora.

- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

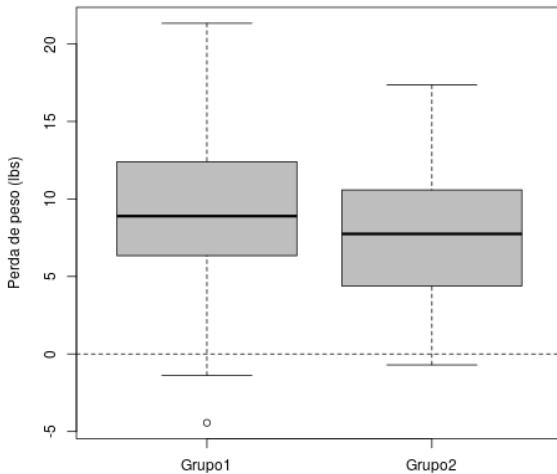


Os dois testes serão avaliados,  
independente da sua escolha.

# Os dois testes serão avaliados, independente da sua escolha.

Vamos começar com uma visualização descritiva dos dados.

## Visualização (independentes)



Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

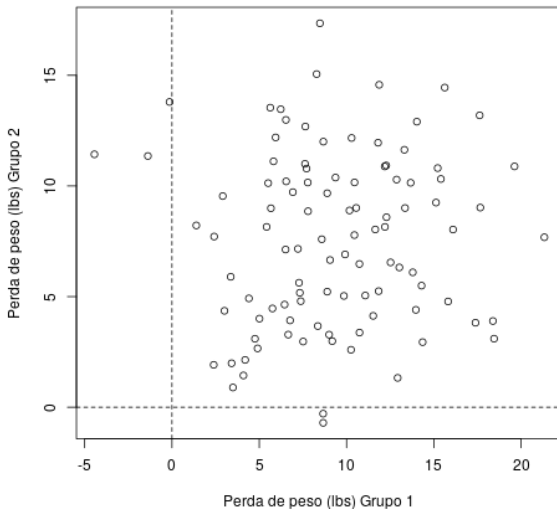
Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento



- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?



# O que muda em cada um dos resultados a seguir?

## Teste t, amostras independentes

Two Sample t-test

```
data: Perda by Grupo
t = 2.871, df = 198, p-value = 0.004537
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5506833 2.9667462
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
    9.334005           7.575291
```

## Teste t, amostras pareadas

Paired t-test

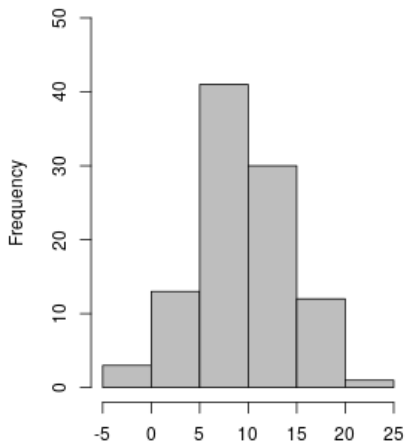
```
data: Perda by Grupo
t = 2.9545, df = 99, p-value = 0.003913
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5775744 2.9398551
sample estimates:
mean of the differences
      1.758715
```

# Você já pode escolher o teste?

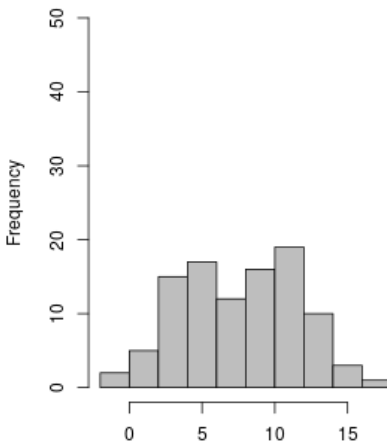
- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

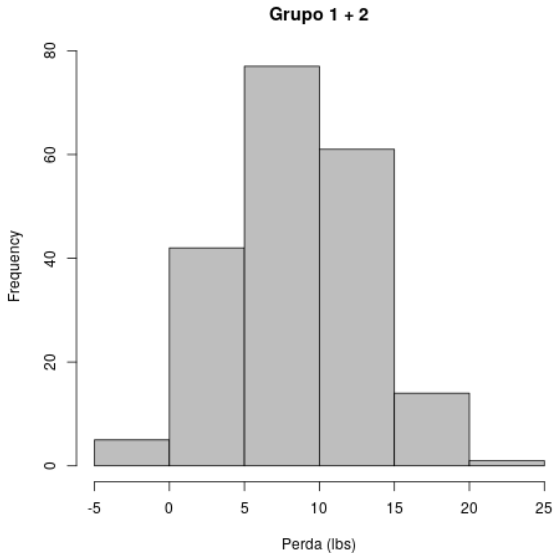
Todas as premissas do teste que  
você selecionou são satisfeitas?

**Grupo 1**



**Grupo 2**





Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

**Exercício**

Resumo

Aprofundamento



# Os dois grupos tem variabilidades semelhantes?

## Teste t, amostras independentes

Two Sample t-test

```
data: Perda by Grupo
t = 2.871, df = 198, p-value = 0.004537
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5506833 2.9667462
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
    9.334005           7.575291
```

## Teste t, amostras independentes, com correção de Welch

Welch Two Sample t-test

```
data: Perda by Grupo
t = 2.871, df = 191.12, p-value = 0.004554
alternative hypothesis: true difference
  in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.550416 2.967014
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
    9.334005          7.575291
```

Quais são as variáveis?

Escreva a relação entre

- a variável dependente
- a variável independente

P:

Qual delas varia em função da outra?

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

# Agora vamos discutir as respostas.

- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - Dois grupos pareados
  - Exercício
  - **Resumo**
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Dois grupos  
independentes

Dois grupos  
pareados

Exercício

**Resumo**

Aprofundamento

- Testes paramétricos (requer dados Normalmente distribuídos)
- Para dois grupos independentes assume independência inter e intragrupo, e DPs semelhantes
- Para dois grupos pareados assume independência entre os pares
- Esta decisão **não deve** ser tomada após a coleta dos dados<sup>5</sup>.
- Variáveis:
  - Dependente: contínua
  - Independente: categórica binária (2 grupos)

---

<sup>5</sup> As comparações dos testes que fizemos aqui foram meramente didáticas. A EDA real terminaria nas visualizações e tabelas.



- 1 Revisão
  - Revisão
- 2 Testes paramétricos para médias
  - Dois grupos independentes
  - Dois grupos pareados
  - Exercício
  - Resumo
- 3 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparação  
de dois  
grupos  
(quantitativo)

Felipe  
Figueiredo

Revisão

Testes  
paramétricos  
para médias

Aprofundamento

Aprofundamento

## Leitura obrigatória

- Capítulo 23, pular as seções:
  - Cálculo do teste t em uma tabela
  - Cálculo do poder.
- Capítulo 25, pular as seções:
  - Teste t de uma razão
  - Teste de Wilcoxon

## Leitura recomendada

- Capítulo 25: seção teste t de uma razão (útil para projetos experimentais)