

Tabelas de Contingência

Tabelas de Contingência e Testes de Independência

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

Sumário

- 1 Observação x expectativa
 - Revisão
 - Analisando dados de contagens
- 2 Tabelas de Contingência
 - Tabelas 2x2
 - Tabelas maiores

Dados categóricos

- Vamos analisar contagens de dados categóricos (ou nominais)
- Para estas variáveis qualitativas não existe ordenação interente
- Observamos apenas as contagens e frequências destes dados em uma amostra.

Example

doente/sadio, fumante/não fumante, masculino/feminino, olhos castanhos/olhos azuis/olhos verdes, etc.

Eventos independentes

Conforme vimos na aula de Probabilidades:

- Dois eventos são independentes se a ocorrência do primeiro não afeta a ocorrência do segundo
- Isto significa que a probabilidade da ocorrência do segundo não é condicional em relação ao primeiro
- Em relação aos dados de uma amostra: a frequência observada para cada categoria indica que estas são independentes?

Objetivo



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens

Tabelas de
Contingência

Considere a seguinte tabela:

Example

| Resultado | Alongou-se | Não se alongou |
|---------------|------------|----------------|
| Lesão | 18 | 22 |
| Não tem lesão | 211 | 189 |

(Fonte: Larson & Farber 2013)

Pergunta: a partir destes dados é possível determinar se existe alguma relação entre as variáveis? Isto é: as variáveis são independentes?

Exemplo



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens

Tabelas de
Contingência

Example

Considere que 10% dos pacientes morrem após uma operação arriscada. Em uma amostra de 75 pacientes, observou-se que 16 pacientes morreram após a operação. Como comparar o número de óbitos observado e o número esperado?

Fonte: Motulsky, 1995

- O número observado de óbitos em 75 pacientes foi 16.
- O número esperado seria $75 \times 10\% = 7.5$
- A discrepância nos óbitos foi $16 - 7.5 = 8.5$

Questões



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens

Tabelas de
Contingência

- Esse aumento reflete uma mudança real na mortalidade?
- Em uma amostra qualquer com 75 pacientes esperaríamos observar 7.5 óbitos
- Em uma amostra específica poderíamos observar mais ou menos que isso
- Provavelmente algo próximo de 7.5

Pergunta

Se a mortalidade for 10%, qual é a probabilidade de se observar 16 ou mais óbitos em uma amostra de 75 pacientes?

Roteiro



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens

Tabelas de
Contingência

- Podemos representar as contagens observadas e esperadas em uma tabela
- A hipótese H_0 é que **observamos uma amostra de uma população com 10% de mortalidade.**
- As diferenças entre os dados observados e os esperados tem distribuição aproximadamente χ^2 (qui-quadrado)
- Fazendo o teste χ^2 podemos testar a hipótese H_0
- Estatística de teste: $\chi^2 = \frac{\sum(\text{observado} - \text{esperado})^2}{\text{esperado}}$

Tabela de frequências



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens
Tabelas de
Contingência

Example

| | Observado | Esperado |
|-------|-----------|----------|
| Óbito | 16 | 7.5 |
| Vivo | 59 | 67.5 |
| Total | 75 | 75 |

Estatística de teste:

$$\chi^2 = \frac{(16 - 7.5)^2}{7.5} + \frac{(59 - 67.5)^2}{67.5} \approx 10.70$$

A tabela Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens
Tabelas de
Contingência

| χ^2 | P | χ^2 | P | χ^2 | P | χ^2 | P |
|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| 0.0 | 1.000 | 4.1 | 0.0429 | 8.1 | 0.0044 | 12.1 | 0.0005 |
| 0.1 | 0.7518 | 4.2 | 0.0404 | 8.2 | 0.0042 | 12.2 | 0.0005 |
| 0.2 | 0.6547 | 4.3 | 0.0381 | 8.3 | 0.0040 | 12.3 | 0.0005 |
| 0.3 | 0.5839 | 4.4 | 0.0359 | 8.4 | 0.0038 | 12.4 | 0.0004 |
| 0.4 | 0.5271 | 4.5 | 0.0339 | 8.5 | 0.0036 | 12.5 | 0.0004 |
| 0.5 | 0.4795 | 4.6 | 0.0320 | 8.6 | 0.0034 | 12.6 | 0.0004 |
| 0.6 | 0.4386 | 4.7 | 0.0302 | 8.7 | 0.0032 | 12.7 | 0.0004 |
| 0.7 | 0.4028 | 4.8 | 0.0285 | 8.8 | 0.0030 | 12.8 | 0.0003 |
| 0.8 | 0.3711 | 4.9 | 0.0269 | 8.9 | 0.0029 | 12.9 | 0.0003 |
| 0.9 | 0.3428 | 5.0 | 0.0253 | 9.0 | 0.0027 | 13.0 | 0.0003 |
| 1.0 | 0.3173 | 5.1 | 0.0239 | 9.1 | 0.0026 | 13.1 | 0.0003 |
| 1.1 | 0.2943 | 5.2 | 0.0226 | 9.2 | 0.0024 | 13.2 | 0.0003 |
| 1.2 | 0.2733 | 5.3 | 0.0213 | 9.3 | 0.0023 | 13.3 | 0.0003 |
| 1.3 | 0.2542 | 5.4 | 0.0201 | 9.4 | 0.0022 | 13.4 | 0.0003 |
| 1.4 | 0.2367 | 5.5 | 0.0190 | 9.5 | 0.0021 | 13.5 | 0.0002 |
| 1.5 | 0.2207 | 5.6 | 0.0180 | 9.6 | 0.0019 | 13.6 | 0.0002 |
| 1.6 | 0.2059 | 5.7 | 0.0170 | 9.7 | 0.0018 | 13.7 | 0.0002 |
| 1.7 | 0.1923 | 5.8 | 0.0160 | 9.8 | 0.0017 | 13.8 | 0.0002 |
| 1.8 | 0.1797 | 5.9 | 0.0151 | 9.9 | 0.0017 | 13.9 | 0.0002 |
| 1.9 | 0.1681 | 6.0 | 0.0143 | 10.0 | 0.0016 | 14.0 | 0.0002 |
| 2.0 | 0.1573 | 6.1 | 0.0135 | 10.1 | 0.0015 | 14.1 | 0.0002 |
| 2.1 | 0.1473 | 6.2 | 0.0128 | 10.2 | 0.0014 | 14.2 | 0.0002 |
| 2.2 | 0.1380 | 6.3 | 0.0121 | 10.3 | 0.0013 | 14.3 | 0.0002 |
| 2.3 | 0.1294 | 6.4 | 0.0114 | 10.4 | 0.0013 | 14.4 | 0.0001 |
| 2.4 | 0.1213 | 6.5 | 0.0108 | 10.5 | 0.0012 | 14.5 | 0.0001 |
| 2.5 | 0.1138 | 6.6 | 0.0102 | 10.6 | 0.0011 | 14.6 | 0.0001 |
| 2.6 | 0.1069 | 6.7 | 0.0096 | 10.7 | 0.0011 | 14.7 | 0.0001 |
| 2.7 | 0.1003 | 6.8 | 0.0091 | 10.8 | 0.0010 | 14.8 | 0.0001 |
| 2.8 | 0.0943 | 6.9 | 0.0086 | 10.9 | 0.0010 | 14.9 | 0.0001 |
| 2.9 | 0.0886 | 7.0 | 0.0082 | 11.0 | 0.0009 | | |
| 3.0 | 0.0833 | 7.1 | 0.0077 | 11.1 | 0.0009 | | |

Comparando as frequências



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Revisão
Analisando dados de
contagens
Tabelas de
Contingência

- Assumos a hipótese H_0 de que não houve aumento da mortalidade do procedimento.
- Encontramos a estatística de teste $\chi^2 = 10.7$ para a amostra.
- Fazendo o teste χ^2 , encontramos $p = 0.0011$.
- Como $p = 0.0011 < 0.05$, decidimos **rejeitar** H_0 .
- Conclusão: rejeitamos a hipótese de que não houve aumento na mortalidade, ao nível de significância de 5%.

Tabelas de Contingência



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa
Tabelas de
Contingência
Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Definition

Uma **tabela de contingência** mostra as frequências observadas para duas ou mais variáveis complementares.

- Podemos calcular as frequências esperadas, baseado no tamanho das amostras
- Comparamos assim a frequência observada com a frequência esperada
- Obs: a tabela do exemplo anterior (óbitos) **não é** uma tabela de contingência! (Por que?)

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Example

Frequências observadas:

| | doença progrediu | doença não progrediu |
|---------|------------------|----------------------|
| AZT | 76 | 399 |
| Placebo | 129 | 332 |

- Existe relação entre o uso do AZT e a progressão da doença?
- Ou: nessa amostra o AZT foi mais eficiente que o placebo (rejeitar H_0)?

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- H_0 : o AZT não é mais eficaz que o placebo
- Pergunta: assumindo a H_0 , qual seria a frequência esperada para a progressão da doença?
- Em outras palavras: quantos pacientes tiveram progressão na doença, em relação ao total?

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Example

Frequências observadas:

| | progrediu | não progrediu | total |
|---------|-----------|---------------|-------|
| AZT | 76 | 399 | 475 |
| Placebo | 129 | 332 | 461 |
| total | 205 | 731 | 936 |

- Frequência esperada $E = \frac{205}{936} \approx 0.2190 = 21.90\%$
- Número esperado: $475 \times 0.2190 = 104.025 \approx 104.0$ pacientes

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- Se a H_0 fosse verdadeira, esperaríamos que 104.0 tivessem a progressão da doença, usando o AZT.
- Mas observamos 76.
- Discrepância $|104.0 - 76| = 28$ pacientes
- Procedendo de maneira análoga, podemos descobrir todos os valores esperados, para cada categoria da tabela
- Para simplificar a interpretação, podemos usar a seguinte fórmula:

$$E = \frac{\text{total por linha} \times \text{total por coluna}}{\text{total da tabela}}$$

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Example

Frequências observadas:

| | progrediu | não progrediu | total |
|---------|-----------|---------------|-------|
| AZT | 76 | 399 | 475 |
| Placebo | 129 | 332 | 461 |
| total | 205 | 731 | 936 |

- $AZT + Progressão = \frac{205 \times 475}{936} = 104.0$
- $AZT + Não progressão = \frac{731 \times 475}{936} = 371.0$
- $Placebo + Progressão = \frac{205 \times 461}{936} = 101.0$
- $Placebo + Não progressão = \frac{731 \times 461}{936} = 360.0$

Tabelas de contingência 2x2



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Colocando os valores em uma tabela semelhante:

Example

Frequências esperadas:

| | progrediu | não progrediu | total |
|---------|-----------|---------------|-------|
| AZT | 104.0 | 371.0 | 475.0 |
| Placebo | 101.0 | 360.0 | 461.0 |
| total | 205.0 | 731.0 | 936.0 |

Observe que os totais esperados devem ser iguais aos observados!

Teste de Hipótese



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- H_0 não há relação entre o uso do AZT e a progressão da doença.
- Determinamos as diferenças quadráticas entre o valor observado e o esperado como fizemos anteriormente

$$\chi^2 = \frac{\sum(\text{observado} - \text{esperado})^2}{\text{esperado}}$$

- Fazemos o teste χ^2 e julgamos a hipótese H_0

Teste de Hipótese



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Example

- $AZT + P = \frac{(76 - 104.0)^2}{104.0} = \frac{28^2}{104.0} \approx 7.54$
- $AZT + NP = \frac{(399 - 371.0)^2}{371.0} = \frac{28^2}{371.0} \approx 2.11$
- $Placebo + P = \frac{(129 - 101.0)^2}{101.0} = \frac{28^2}{101.0} \approx 7.76$
- $Placebo + NP = \frac{(332 - 360.0)^2}{360.0} = \frac{28^2}{360.0} \approx 2.18$
- $\chi^2 = 7.54 + 2.11 + 7.76 + 2.18 = 19.59$

O teste Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- Quanto **maior** for o valor da estatística de teste, **menor** será o valor-p.
- Calculamos a estatística de teste para a amostra e encontramos $\chi^2 = 19.59$
- Qual é o p-valor desta análise?

A tabela Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

| χ^2 | P | χ^2 | P | χ^2 | P | χ^2 | P |
|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| 0.0 | 1.000 | 4.1 | 0.0429 | 8.1 | 0.0044 | 12.1 | 0.0005 |
| 0.1 | 0.7518 | 4.2 | 0.0404 | 8.2 | 0.0042 | 12.2 | 0.0005 |
| 0.2 | 0.6547 | 4.3 | 0.0381 | 8.3 | 0.0040 | 12.3 | 0.0005 |
| 0.3 | 0.5839 | 4.4 | 0.0359 | 8.4 | 0.0038 | 12.4 | 0.0004 |
| 0.4 | 0.5271 | 4.5 | 0.0339 | 8.5 | 0.0036 | 12.5 | 0.0004 |
| 0.5 | 0.4795 | 4.6 | 0.0320 | 8.6 | 0.0034 | 12.6 | 0.0004 |
| 0.6 | 0.4386 | 4.7 | 0.0302 | 8.7 | 0.0032 | 12.7 | 0.0004 |
| 0.7 | 0.4028 | 4.8 | 0.0285 | 8.8 | 0.0030 | 12.8 | 0.0003 |
| 0.8 | 0.3711 | 4.9 | 0.0269 | 8.9 | 0.0029 | 12.9 | 0.0003 |
| 0.9 | 0.3428 | 5.0 | 0.0253 | 9.0 | 0.0027 | 13.0 | 0.0003 |
| 1.0 | 0.3173 | 5.1 | 0.0239 | 9.1 | 0.0026 | 13.1 | 0.0003 |
| 1.1 | 0.2943 | 5.2 | 0.0226 | 9.2 | 0.0024 | 13.2 | 0.0003 |
| 1.2 | 0.2733 | 5.3 | 0.0213 | 9.3 | 0.0023 | 13.3 | 0.0003 |
| 1.3 | 0.2542 | 5.4 | 0.0201 | 9.4 | 0.0022 | 13.4 | 0.0003 |
| 1.4 | 0.2367 | 5.5 | 0.0190 | 9.5 | 0.0021 | 13.5 | 0.0002 |
| 1.5 | 0.2207 | 5.6 | 0.0180 | 9.6 | 0.0019 | 13.6 | 0.0002 |
| 1.6 | 0.2059 | 5.7 | 0.0170 | 9.7 | 0.0018 | 13.7 | 0.0002 |
| 1.7 | 0.1923 | 5.8 | 0.0160 | 9.8 | 0.0017 | 13.8 | 0.0002 |
| 1.8 | 0.1797 | 5.9 | 0.0151 | 9.9 | 0.0017 | 13.9 | 0.0002 |
| 1.9 | 0.1681 | 6.0 | 0.0143 | 10.0 | 0.0016 | 14.0 | 0.0002 |
| 2.0 | 0.1573 | 6.1 | 0.0135 | 10.1 | 0.0015 | 14.1 | 0.0002 |
| 2.1 | 0.1473 | 6.2 | 0.0128 | 10.2 | 0.0014 | 14.2 | 0.0002 |
| 2.2 | 0.1380 | 6.3 | 0.0121 | 10.3 | 0.0013 | 14.3 | 0.0002 |
| 2.3 | 0.1294 | 6.4 | 0.0114 | 10.4 | 0.0013 | 14.4 | 0.0001 |
| 2.4 | 0.1213 | 6.5 | 0.0108 | 10.5 | 0.0012 | 14.5 | 0.0001 |
| 2.5 | 0.1138 | 6.6 | 0.0102 | 10.6 | 0.0011 | 14.6 | 0.0001 |
| 2.6 | 0.1069 | 6.7 | 0.0096 | 10.7 | 0.0011 | 14.7 | 0.0001 |
| 2.7 | 0.1003 | 6.8 | 0.0091 | 10.8 | 0.0010 | 14.8 | 0.0001 |
| 2.8 | 0.0943 | 6.9 | 0.0086 | 10.9 | 0.0010 | 14.9 | 0.0001 |
| 2.9 | 0.0886 | 7.0 | 0.0082 | 11.0 | 0.0009 | | |
| 3.0 | 0.0833 | 7.1 | 0.0077 | 11.1 | 0.0009 | | |

O teste Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- Consultando a tabela χ^2 , encontramos um $p < 0.0001$
- Interpretação: Se a H_0 for verdadeira, temos uma chance menor que 0.01% de observar uma discrepância tão grande entre os valores observados e os esperados.
- Conclusão: devemos **rejeitar** a H_0

Interpretação

Rejeitamos a hipótese de que o AZT não é mais eficiente que o placebo.

O teste Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- O teste χ^2 é apenas uma aproximação da distribuição dos dados, que pode ser usado para amostras grandes.
- Vantagem: simples de consultar na tabela
- Desvantagem: a aproximação é ruim para amostras pequenas
- Um teste com melhor desempenho para este tipo de cenário é o **teste exato de Fisher**

O teste de Fisher (teste F)



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- Para as seguintes situações deve-se usar o teste exato de Fisher:
 - 1 Quando se tem amostras pequenas
 - 2 Quanto se tem amostras de tamanho moderado, e se tiver uma ferramenta computacional disponível
- Se sua amostra for enorme (milhares de dados), prefira o teste χ^2 , pois:
 - 1 o cálculo do teste F pode ser lento
 - 2 a aproximação será boa

Tabelas de Contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- E quando temos mais do que duas categorias complementares?
- Resposta: procedemos como no caso anterior, mas precisamos considerar os **graus de liberdade** do teste χ^2

$$gl = (l - 1)(c - 1) = (\text{linhas} - 1) \times (\text{colunas} - 1)$$

- Obs: no caso 2×2 temos
 $gl = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1 \times 1 = 1$

Tabelas de Contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Example

Em dois hospitais, os resultados de 575 autópsias foram comparados com as causas de morte listadas nos atestados. Um dos hospitais que participou do estudo era comunitário (A); o outro era universitário (B).

| Hospital | Precisão confirmada | Falta de informações | Recodificação incorreta |
|----------|---------------------|----------------------|-------------------------|
| A | 157 | 18 | 54 |
| B | 268 | 44 | 34 |

Os resultados sugerem práticas diferentes no preenchimento de atestados de óbito nos dois hospitais?

Fonte: Aula Hacker & Simões (2008 - Fiocruz)

Tabelas de Contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

- H_0 : Dentro de cada categoria do status do atestado, as proporções de atestados de óbitos no hospital A são idênticas ao hospital B.
- H_1 : As proporções não são idênticas
- Graus de liberdade:

$$(l - 1) \times (c - 1) = (2 - 1) \times (3 - 1) = 1 \times 2 = 2$$

Tabelas de contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Preenchendo os totais por linha e coluna:

Example

| Hospital | Confirmada | Incompleta | Incorreta | total |
|----------|------------|------------|-----------|-------|
| A | 157 | 18 | 54 | 229 |
| B | 268 | 44 | 34 | 346 |
| total | 425 | 62 | 88 | 575 |

Tabelas de contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Incluindo os valores esperados em parênteses temos:

Example

| Hospital | Confirmada | Incompleta | Incorreta | total |
|----------|-------------|------------|-----------|-------|
| A | 157 (169.3) | 18 (24.7) | 54 (35.0) | 229 |
| B | 268 (255.7) | 44 (37.3) | 34 (53.0) | 346 |
| total | 425 | 62 | 88 | 575 |

Tabelas de Contingência maiores



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

Calculando a estatística de teste χ^2 :

$$\bullet \chi^2 = \frac{(157 - 169.3)^2}{169.3} + \frac{(18 - 24.7)^2}{24.7} + \dots$$

$$\bullet \chi^2 = 21.62$$

A tabela Qui-Quadrado



Tabelas de
Contingência

Felipe
Figueiredo

Observação x
expectativa

Tabelas de
Contingência

Tabelas 2x2
Tabelas maiores

| | α | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| df | 0.250 | 0.200 | 0.150 | 0.100 | 0.070 | 0.060 | 0.050 | 0.040 | 0.030 | 0.020 | 0.010 | 0.005 | 0.001 | |
| 1 | 1.323 | 1.642 | 2.072 | 2.706 | 3.283 | 3.537 | 3.841 | 4.218 | 4.709 | 5.412 | 6.635 | 7.879 | 10.827 | |
| 2 | 2.773 | 3.219 | 3.794 | 4.605 | 5.319 | 5.627 | 5.991 | 6.438 | 7.013 | 7.824 | 9.210 | 10.597 | 13.815 | |
| 3 | 4.108 | 4.642 | 5.317 | 6.251 | 7.060 | 7.407 | 7.815 | 8.311 | 8.947 | 9.837 | 11.345 | 12.838 | 16.266 | |
| 4 | 5.385 | 5.989 | 6.745 | 7.779 | 8.666 | 9.044 | 9.488 | 10.026 | 10.712 | 11.668 | 13.277 | 14.860 | 18.466 | |
| 5 | 6.626 | 7.289 | 8.115 | 9.236 | 10.191 | 10.596 | 11.070 | 11.644 | 12.375 | 13.388 | 15.086 | 16.750 | 20.515 | |
| 6 | 7.841 | 8.558 | 9.446 | 10.645 | 11.660 | 12.090 | 12.592 | 13.198 | 13.968 | 15.033 | 16.812 | 18.548 | 22.457 | |
| 7 | 9.037 | 9.803 | 10.748 | 12.017 | 13.088 | 13.540 | 14.067 | 14.703 | 15.509 | 16.622 | 18.475 | 20.278 | 24.321 | |
| 8 | 10.219 | 11.030 | 12.027 | 13.362 | 14.484 | 14.956 | 15.507 | 16.171 | 17.011 | 18.168 | 20.090 | 21.955 | 26.124 | |
| 9 | 11.389 | 12.242 | 13.288 | 14.684 | 15.854 | 16.346 | 16.919 | 17.608 | 18.480 | 19.679 | 21.666 | 23.589 | 27.877 | |
| 10 | 12.549 | 13.442 | 14.534 | 15.987 | 17.203 | 17.713 | 18.307 | 19.021 | 19.922 | 21.161 | 23.209 | 25.188 | 29.588 | |
| 11 | 13.701 | 14.631 | 15.767 | 17.275 | 18.533 | 19.061 | 19.675 | 20.412 | 21.342 | 22.618 | 24.725 | 26.757 | 31.264 | |
| 12 | 14.845 | 15.812 | 16.989 | 18.549 | 19.849 | 20.393 | 21.026 | 21.785 | 22.742 | 24.054 | 26.217 | 28.300 | 32.909 | |
| 13 | 15.984 | 16.985 | 18.202 | 19.812 | 21.151 | 21.711 | 22.362 | 23.142 | 24.125 | 25.471 | 27.688 | 29.819 | 34.527 | |
| 14 | 17.117 | 18.151 | 19.406 | 21.064 | 22.441 | 23.017 | 23.685 | 24.485 | 25.493 | 26.873 | 29.141 | 31.319 | 36.124 | |
| 15 | 18.245 | 19.311 | 20.603 | 22.307 | 23.720 | 24.311 | 24.996 | 25.816 | 26.848 | 28.259 | 30.578 | 32.801 | 37.698 | |
| 16 | 19.369 | 20.465 | 21.793 | 23.542 | 24.990 | 25.595 | 26.296 | 27.136 | 28.191 | 29.633 | 32.000 | 34.267 | 39.252 | |
| 17 | 20.489 | 21.615 | 22.977 | 24.769 | 26.251 | 26.870 | 27.587 | 28.445 | 29.523 | 30.995 | 33.409 | 35.718 | 40.791 | |
| 18 | 21.605 | 22.760 | 24.155 | 25.989 | 27.505 | 28.137 | 28.869 | 29.745 | 30.845 | 32.346 | 34.805 | 37.156 | 42.312 | |
| 19 | 22.718 | 23.900 | 25.329 | 27.204 | 28.751 | 29.396 | 30.144 | 31.037 | 32.158 | 33.687 | 36.191 | 38.582 | 43.819 | |
| 20 | 23.828 | 25.038 | 26.498 | 28.412 | 29.991 | 30.649 | 31.410 | 32.321 | 33.462 | 35.020 | 37.566 | 39.997 | 45.314 | |
| 21 | 24.935 | 26.171 | 27.662 | 29.615 | 31.225 | 31.895 | 32.671 | 33.597 | 34.759 | 36.343 | 38.932 | 41.401 | 46.796 | |
| 22 | 26.039 | 27.301 | 28.822 | 30.813 | 32.453 | 33.135 | 33.924 | 34.867 | 36.049 | 37.659 | 40.289 | 42.796 | 48.268 | |
| 23 | 27.141 | 28.429 | 29.979 | 32.007 | 33.675 | 34.370 | 35.172 | 36.131 | 37.332 | 38.968 | 41.638 | 44.181 | 49.728 | |
| 24 | 28.241 | 29.553 | 31.132 | 33.196 | 34.893 | 35.599 | 36.415 | 37.389 | 38.609 | 40.270 | 42.980 | 45.558 | 51.179 | |
| 25 | 29.339 | 30.675 | 32.282 | 34.382 | 36.106 | 36.824 | 37.652 | 38.642 | 39.880 | 41.566 | 44.314 | 46.928 | 52.619 | |
| 26 | 30.435 | 31.795 | 33.429 | 35.563 | 37.315 | 38.044 | 38.885 | 39.889 | 41.146 | 42.856 | 45.642 | 48.290 | 54.051 | |
| 27 | 31.528 | 32.912 | 34.574 | 36.741 | 38.520 | 39.259 | 40.113 | 41.132 | 42.407 | 44.140 | 46.963 | 49.645 | 55.475 | |
| 28 | 32.620 | 34.027 | 35.715 | 37.916 | 39.721 | 40.471 | 41.337 | 42.370 | 43.662 | 45.419 | 48.278 | 50.994 | 56.892 | |
| 29 | 33.711 | 35.139 | 36.854 | 39.087 | 40.919 | 41.679 | 42.557 | 43.604 | 44.913 | 46.693 | 49.588 | 52.335 | 58.301 | |
| 30 | 34.800 | 36.250 | 37.990 | 40.256 | 42.113 | 42.883 | 43.773 | 44.834 | 46.160 | 47.962 | 50.892 | 53.672 | 59.701 | |

- Calculamos a estatística de teste $\chi^2 = 21.62$
- Encontramos um p-valor $p < 0.001$ (valor fora da tabela)
- Rejeitamos H_0 ao nível de significância de $\alpha = 0.05$.
- Conclusão: Há associação entre o hospital e o status do atestado.
- Parece que o hospital A tem maior proporção de atestados incorretos.