

Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Documo

Inferência I

Inferências com amostras grandes

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

Sumário



- Princípios de Inferência
- Estimadores
- Estimadores para a média
 - Estimadores pontuais para a média
 - Intervalos de confiança para a média
- Estimadores para proporções
 - Estimadores pontuais para proporções
 - Intervalos de confiança para proporções
- 5 Tamanhos de amostras
- Resumo

Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de amostras



Princípios de Inferência



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras

Resumo

_ ..

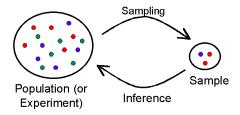
Definition

Inferência Estatística é o conjunto de técnicas que permite fazer afirmações sobre as características de uma população baseado em em dados obtidos de uma amostra.

Princípios de Inferência



Amostra → inferência → População



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Definition

Um parâmetro é uma variável numérica que representa uma característica da população.



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Definition

Um parâmetro é uma variável numérica que representa uma característica da população.

Definition

Uma estatística é uma variável numérica que representa uma característica da amostra.



População

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Amostra

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$x^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



População

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Amostra

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$s^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

 Um estimador pontual é uma estatística que será usada para inferir o valor do parâmetro

- Geralmente usamos um $\hat{}$ para designar o estimador. Assim $\hat{\theta}$ é o estimador de θ
- É uma função (qualquer) dos dados: $\hat{\theta} = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Ou seja: qualquer estatística é um estimador pontual.



Inferência I

Felipe Figueiredo

Estimadores

Ou seja: qualquer estatística é um estimador pontual.

Um estimador pontual é uma estatística que será

Geralmente usamos um ^ para designar o estimador.

usada para inferir o valor do parâmetro

Assim $\hat{\theta}$ é o estimador de θ

É uma função (qualquer) dos dados:



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Resumo

 Um estimador pontual é uma estatística que será usada para inferir o valor do parâmetro

- Geralmente usamos um $\hat{}$ para designar o estimador. Assim $\hat{\theta}$ é o estimador de θ
- É uma função (qualquer) dos dados: $\hat{\theta} = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Ou seja: qualquer estatística é um estimador pontual.



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

- Um estimador pontual é uma estatística que será usada para inferir o valor do parâmetro
- Geralmente usamos um $\hat{}$ para designar o estimador. Assim $\hat{\theta}$ é o estimador de θ
- É uma função (qualquer) dos dados: $\hat{\theta} = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Ou seja: qualquer estatística é um estimador pontual.



Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra

 Translation de companyor de
 - qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de amostras





Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras





Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras





Uma distinção importante:

- Um estimador é uma função de alguma amostra (variáveis aleatórias X₁, X₂,..., X_n)
- Uma estimativa é a realização (valor) dessa função, dada uma amostra específica (dados, x₁, x₂,...,x_n)

Example

- População: Pesos de pessoas em uma cidade
- Amostra: Pesos de pessoas em uma vizinhança
- Estimador: proporção de obesos em uma amostra qualquer da população
- Estimativa: proporção de obesos em uma vizinhança específica

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

 Mas podem haver vários estimadores possíveis para um mesmo parâmetro.

- Como eles podem ser comparados?
- Dados essas alternativas, como escolher um bom estimador para o parâmetro?



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

 Mas podem haver vários estimadores possíveis para um mesmo parâmetro.

- Como eles podem ser comparados?
- Dados essas alternativas, como escolher um bom estimador para o parâmetro?



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

 Mas podem haver vários estimadores possíveis para um mesmo parâmetro.

- Como eles podem ser comparados?
- Dados essas alternativas, como escolher um bom estimador para o parâmetro?



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Pacuma

Características de um bom estimador são:

- Não-tendencioso (não-enviesado, não-viciado)
- Consistência
- Eficiência



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

Características de um bom estimador são:

- Não-tendencioso (não-enviesado, não-viciado)
- Consistência
- Eficiência



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

Características de um bom estimador são:

- Não-tendencioso (não-enviesado, não-viciado)
- Consistência
- Eficiência



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Raciima

Definition

Um estimador é não viesado (não tendencioso, não viciado) quando sua média (ou esperança) é o próprio valor do parâmetro.



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores

Estimadores para proporções

Tamanhos de

Pocumo

Definition

Dados dois estimadores, o mais eficiente é o que tem a menor variância.

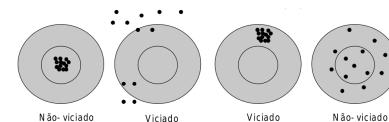
Alta precisão





Felipe Figueiredo

Estimadores



Baixa precisão

Baixa precisão

Alta precisão

Sumário



- Princípios de Inferência
- Estimadores
- Stimadores para a média
 - Estimadores pontuais para a média
 - Intervalos de confiança para a média
- Estimadores para proporções
 - Estimadores pontuais para proporções
 - Intervalos de confiança para proporções
- 5 Tamanhos de amostras
- Resumo

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores pontuais para a

Intervalos de confiança para a

média

Estimadores para

proporções

amostras

Estimadores pontuais para a média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores pontuais para a

média

Intervalos de confiança para a

Estimadores

para proporções

amanhos de

Resumo

O estimador $\hat{\mu}$ menos tendencioso para a média populacional μ é a média amostral \bar{x} .

$$\hat{\mu} = \bar{\mathbf{x}}$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Fetimadores pontuais para a

média

Example

Uma estimativa pontual para a quantidade diária de cigarros por dia em uma população de fumantes pode ser obtida de uma amostra com 30 fumantes.

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{30} = 12.4$$

Sumário



- Princípios de Inferência
- Estimadores
- Stimadores para a média
 - Estimadores pontuais para a média
 - Intervalos de confiança para a média
- Estimadores para proporções
 - Estimadores pontuais para proporções
 - Intervalos de confiança para proporções
- 5 Tamanhos de amostras
- Resumo

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média

Intervalos de confiança para a média

para proporções

Tamanhos d amostras



Margem de erro para a estimativa da Média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

amanhos de

Pacuma

- Precisamos considerar o erro do estimador $\epsilon(\mu) = \mu \hat{\mu}$
- Mas se tivéssemos μ , não precisaríamos de $\hat{\mu}!$
- Assim, precisamos de um outro tipo de estimador, que leve em conta uma margem de erro em torno da estimativa pontual

Margem de erro para a estimativa da Média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

amanhos de

Pocumo

- Precisamos considerar o erro do estimador $\epsilon(\mu) = \mu \hat{\mu}$
- Mas se tivéssemos μ, não precisaríamos de μ̂!
- Assim, precisamos de um outro tipo de estimador, que leve em conta uma margem de erro em torno da estimativa pontual

Margem de erro para a estimativa da Média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de confiança para a

média Estimadores

Estimadores para proporções

amanhos de

Pacuma

- Precisamos considerar o erro do estimador $\epsilon(\mu) = \mu \hat{\mu}$
- Mas se tivéssemos μ, não precisaríamos de μ̂!
- Assim, precisamos de um outro tipo de estimador, que leve em conta uma margem de erro em torno da estimativa pontual

Estimadores Intervalares para a Média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para a média

Definition

Chamamos de nível de confiança c a probabilidade de que o parâmetro esteja dentro do intervalo

Estimadores Intervalares para a Média



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média Intervalos de

confiança para a média

Estimadores para

proporçoes

amostras

Recum

Definition

Chamamos de nível de confiança c a probabilidade de que o parâmetro esteja dentro do intervalo

Definition

Um estimador intervalar é um intervalo torno do estimador pontual, considerando uma margem de erro E e o nível de confiança c da estimativa.



• Níveis de confiança usuais: 90%, 95% e 99%.

- Associados a esses níveis de confiança temos os respectivos valores críticos z_c da distribuição norma padrão
- Valores tabelados: $z_c(0.90) = 1.645$, $z_c(0.95) = 1.96$ e $z_c(0.99) = 2.575$.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Pocumo



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de

Pocumo

- Níveis de confiança usuais: 90%, 95% e 99%.
- Associados a esses níveis de confiança temos os respectivos valores críticos z_c da distribuição normal padrão
- Valores tabelados: $z_c(0.90) = 1.645$, $z_c(0.95) = 1.96$ e $z_c(0.99) = 2.575$.



Inferência I Felipe

Figueiredo

Intervalos de

confianca para a média

- Níveis de confiança usuais: 90%, 95% e 99%.
- Associados a esses níveis de confiança temos os respectivos valores críticos z_c da distribuição normal padrão
- Valores tabelados: $z_c(0.90) = 1.645$, $z_c(0.95) = 1.96$ e $z_c(0.99) = 2.575.$



Se a amostra é grande ($n \ge 30$) temos boas condições analíticas! Pelo Teorema Central do Limite (TCL):

- podemos aproximar uma distribuição normal (contínua) pela binomial (discreta)
- podemos aproximar o desvio-padrão populacional σ por pelo desvio-padrão amostral s
- Calculamos assim a margem de erro E como

$$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$$

O Intervalo de Confiança fica então

$$\bar{x} \pm E = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média Estimadores

média Intervalos de confianca para a

Estimadores

média

para proporções

Tamanhos de amostras



Se a amostra é grande ($n \ge 30$) temos boas condições analíticas! Pelo Teorema Central do Limite (TCL):

- podemos aproximar uma distribuição normal (contínua) pela binomial (discreta)
- podemos aproximar o desvio-padrão populacional σ por pelo desvio-padrão amostral s
- Calculamos assim a margem de erro E como

$$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$$

O Intervalo de Confiança fica então

$$\bar{x} \pm E = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de



Se a amostra é grande ($n \ge 30$) temos boas condições analíticas! Pelo Teorema Central do Limite (TCL):

- podemos aproximar uma distribuição normal (contínua) pela binomial (discreta)
- podemos aproximar o desvio-padrão populacional σ por pelo desvio-padrão amostral s
- Calculamos assim a margem de erro E como

$$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$$

O Intervalo de Confiança fica então

$$\bar{x} \pm E = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média Estimadores

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de



Se a amostra é grande ($n \ge 30$) temos boas condições analíticas! Pelo Teorema Central do Limite (TCL):

- podemos aproximar uma distribuição normal (contínua) pela binomial (discreta)
- podemos aproximar o desvio-padrão populacional σ por pelo desvio-padrão amostral s
- Calculamos assim a margem de erro E como

$$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$$

O Intervalo de Confiança fica então

$$\bar{x} \pm E = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média Estimadores

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

amanhos d

Documo

Interpretação



- Dizemos que o intervalo tem, por exemplo 95% de chance de conter o verdadeiro valor da média populacional.
- Isso é diferente de dizer que a média de 95% de estar dentro do IC
- A média é um valor fixo, está contido ou não.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de



Interpretação



- Dizemos que o intervalo tem, por exemplo 95% de chance de conter o verdadeiro valor da média populacional.
- Isso é diferente de dizer que a média de 95% de estar dentro do IC
- A média é um valor fixo, está contido ou não.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média Estimadores

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de

Dearwood



Interpretação



- Dizemos que o intervalo tem, por exemplo 95% de chance de conter o verdadeiro valor da média populacional.
- Isso é diferente de dizer que a média de 95% de estar dentro do IC
- A média é um valor fixo, está contido ou não.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média Estimadores

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

proporçoes

amostras





Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de

confianca para a média

Exercício

Num estudo para descrever o perfil dos pacientes adultos atendidos no ambulatório de um posto de saúde, uma amostra de 70 pacientes adultos foi selecionada ao acaso entre o total de pacientes atendidos no posto durante os últimos três anos, coletando-se dos prontuários desses pacientes dados relativos à idade, à escolaridade e a outros fatores de interesse.

Para a variável idade, observou-se uma média amostral de 36.86 anos com um desvio padrão amostral de 17.79 anos.



Exercício

- Defina a população e a amostra
- 2 Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Recumo



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- 2 Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Resumo



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- 2 Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de

Pocumo



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- Porneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de

confianca para a média



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- Porneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}}$$

$$Z_{c}(95\%) = 1.96$$

$$z_c(90\%) = 1.645$$

$$\bar{x} = 36.86$$

$$s = 17.79$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para a média



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- 2 Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}}$$

$$z_c(95\%) = 1.96$$

$$z_c(90\%) = 1.645$$

$$\bar{x} = 36.86$$

$$s = 17.79$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras

Documo



Exercício

- Defina a população e a amostra.
- Porneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 36.86$$

$$z_c(95\%) = 1.96$$

$$s = 17.79$$

$$z_c(90\%) = 1.645$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de

confianca para a média



Solução

• IC de 90% (c=0.90)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.645 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 3.50$$

$$IC_{0.90} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 3.50 = (33.36, 40.36)$$

• IC de 95% (c=0.95)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.96 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 4.17$$

$$IC_{0.95} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 4.17 = (32.69, 41.03)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média Intervalos de

confiança para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Pocumo



Solução

IC de 90% (c=0.90)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.645 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 3.50$$

$$IC_{0.90} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 3.50 = (33.36, 40.36)$$

IC de 95% (c=0.95)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.96 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 4.17$$

$$IC_{0.95} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 4.17 = (32.69, 41.03)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para a média



Solução

• IC de 90% (c=0.90)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.645 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 3.50$$

$$IC_{0.90} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 3.50 = (33.36, 40.36)$$

• IC de 95% (c=0.95)

$$E = \frac{z_c s}{\sqrt{n}} = \frac{1.96 \times 17.79}{\sqrt{70}} \approx 4.17$$

$$IC_{0.95} = \bar{x} \pm E = 36.86 \pm 4.17 = (32.69, 41.03)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

média Intervalos de

confiança para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras

Pocumo



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

pontuais para a média Intervalos de

Intervalos de confiança para a média

Estimadores para

proporções

amostras

Resumo

Comparando os ICs

$$IC_{0.90} = (33.36, 40.36)$$

$$IC_{0.95} = (32.69, 41.03)$$

Pergunta: Qual estimativa intervalar tem maior precisão? Ou: Para qual nível de confiança o IC é menor?

Sumário



- Princípios de Inferência
- 2 Estimadores
- Estimadores para a média
 - Estimadores pontuais para a média
 - Intervalos de confiança para a média
- Estimadores para proporções
 - Estimadores pontuais para proporções
 - Intervalos de confiança para proporções
- Tamanhos de amostras
- Resumo

Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Estimadores pontuais para proporções

proporçoes Intervalos de confiança para

amanhos (

Pocumo





Inferência I

Felipe Figueiredo

Estimadores pontuais para proporções

Para variáveis categóricas, é conveniente considerar a proporção da amostra que satisfaz o critério desejado

Se x é o número de sucessos na amostra, o estimador

$$\hat{p} = \frac{\lambda}{r}$$

pontual da proporção populacional é:



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

para

proporções Estimadores

pontuais para proporções Intervalos de

manhos d

D - -----

_ ..

 $\hat{p} = \frac{\hat{r}}{2}$

 Para variáveis categóricas, é conveniente considerar a proporção da amostra que satisfaz o critério desejado
 Se x é o número de sucessos na amostra, o estimador



Inferência I

Felipe Figueiredo

IIIIeIeIICia

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Estimadores pontuais para proporções

ervalos de nfiança para oporções

Tamanhos de

Deermon

Example

- População: fumantes no prédio
- Parâmetro: p = proporção de fumantes no prédio
- Estimativa: $\hat{p} = \text{proporção de fumantes na sala}$



Inferência I

Felipe Figueiredo

interencia

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Estimadores pontuais para proporções

ervalos de nfiança para oporções

Tamanhos de

Pocumo

Example

- População: fumantes no prédio
- Parâmetro: p = proporção de fumantes no prédio
- Estimativa: $\hat{p} = \text{proporção de fumantes na sala}$



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Estimadores pontuais para proporções Intervalos de

amanhos de

D - ----

Example

- População: fumantes no prédio
- Parâmetro: p = proporção de fumantes no prédio
- Estimativa: $\hat{p} = \text{proporção de fumantes na sala}$



Inferência I

Felipe Figueiredo

merencia

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções
Estimadores

pontuais para proporções Intervalos de confiança para

> oporções manhos de

Deermon

Example

• População: fumantes no prédio

Parâmetro: p = proporção de fumantes no prédio

• Estimativa: $\hat{p} = \text{proporção de fumantes na sala}$

Sumário



- Princípios de Inferência
- 2 Estimadores
- Estimadores para a média
 - Estimadores pontuais para a média
 - Intervalos de confiança para a média
- 4 Estimadores para proporções
 - Estimadores pontuais para proporções
 - Intervalos de confiança para proporções
- Tamanhos de amostras
- 6 Resumo

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores

Estimadores para

Estimadores pontuais para proporções

Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de amostras





Podemos construir um intervalo de confiança de maneira análoga à usada para médias

A margem de erro considera a proporção de sucessos
 p̂ e a proporção de fracassos q̂ = 1 - p̂

$$E=z_{c}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

- Essa aproximação é válida sempre que np̂ ≥ 5 e nq̂ ≥ 5 (amostras grandes)
- O IC fica então $\hat{p} \pm E = (\hat{p} E, \hat{p} + E)$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções Estimadores

proporções
Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de

Posumo



 Podemos construir um intervalo de confiança de maneira análoga à usada para médias

• A margem de erro considera a proporção de sucessos \hat{p} e a proporção de fracassos $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

$$E=z_c\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

- Essa aproximação é válida sempre que np̂ ≥ 5 e nq̂ ≥ 5 (amostras grandes)
- O IC fica então $\hat{p} \pm E = (\hat{p} E, \hat{p} + E)$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

para proporções

> pontuais para proporções Intervalos de confianca para

proporções

Tamanhos de amostras

Posumo



- Podemos construir um intervalo de confiança de maneira análoga à usada para médias
- A margem de erro considera a proporção de sucessos \hat{p} e a proporção de fracassos $\hat{q} = 1 \hat{p}$

$$E=z_c\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

- Essa aproximação é válida sempre que $n\hat{p} \ge 5$ e $n\hat{q} \ge 5$ (amostras grandes)
- O IC fica então $\hat{p} \pm E = (\hat{p} E, \hat{p} + E)$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções Estimadores

> proporções Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de

Posumo



 Podemos construir um intervalo de confiança de maneira análoga à usada para médias

• A margem de erro considera a proporção de sucessos \hat{p} e a proporção de fracassos $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

$$E=z_c\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

- Essa aproximação é válida sempre que np̂ ≥ 5 e nq̂ ≥ 5 (amostras grandes)
- O IC fica então $\hat{p} \pm E = (\hat{p} E, \hat{p} + E)$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções Estimadores

> proporções Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de

Documo



Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para

proporções

Exercício

Num estudo para descrever o perfil dos pacientes adultos atendidos no ambulatório de um posto de saúde, uma amostra de 70 pacientes adultos foi selecionada ao acaso entre o total de pacientes atendidos no posto durante os últimos três anos, coletando-se dos prontuários desses pacientes dados relativos à idade, à escolaridade e a outros fatores de interesse.

Para a variável escolaridade, observou-se que 19 pacientes da amostra eram analfabetos.



Exercício

Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Estimadores contuais para proporções

Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de amostras



Exercício

Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

para proporções

proporções Estimadores pontuais para

pontuais para proporções Intervalos de

Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de amostras



Exercício

Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para proporções



Exercício

Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

$$E=z_{c}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$c(95\%) = 1.96$$

$$Z_c(90\%) = 1.645$$

$$\hat{p} = \frac{19}{70} \approx 0.27$$

$$\hat{q} = 1 - 0.27 = 0.73$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

para proporcões

proporções Estimadores

pontuais para proporções

confiança para proporções

Tamanhos de amostras



Exercício

• Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

$$E=z_{c}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$z_c(95\%) = 1.96$$

$$z_c(90\%) = 1.645$$

$$\hat{p} = \frac{19}{70} \approx 0.27$$

$$\hat{q} = 1 - 0.27 = 0.73$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

para proporções

proporções Estimadores

pontuais para proporções Intervalos de

confiança para proporções

Tamanhos de amostras

Resumo

nesumo



Exercício

Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

Exercício

$$E=z_{c}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$z_c(95\%) = 1.96$$

$$z_c(90\%) = 1.645$$

$$\hat{p} = \frac{19}{70} \approx 0.27$$

$$\hat{q} = 1 - 0.27 = 0.73$$

$$n = 70$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

para proporções

proporções Estimadores

pontuais para proporções

confiança para proporções

Tamanhos de amostras

Resumo

110001110



Solução

● IC de 90% (c=0.90)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.645 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.09$$

$$IC_{0.90} = 0.27 \pm 0.09 = (0.18, 0.36)$$

● IC de 95% (c=0.95)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.10$$

$$IC_{0.95} = 0.27 \pm 0.10 = (0.17, 0.37)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Principios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções
Estimadores

pontuais para proporções Intervalos de

confiança para proporções

lamanhos de amostras



Solução

• IC de 90% (c=0.90)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.645 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.09$$

$$IC_{0.90} = 0.27 \pm 0.09 = (0.18, 0.36)$$

• IC de 95% (c=0.95)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.10$$

$$IC_{0.95} = 0.27 \pm 0.10 = (0.17, 0.37)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

proporções Estimadores

proporções Intervalos de confiança para proporções

Tamanhos de

Recumo



Solução

IC de 90% (c=0.90)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.645 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.09$$

$$IC_{0.90} = 0.27 \pm 0.09 = (0.18, 0.36)$$

IC de 95% (c=0.95)

$$E = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.27 \times 0.73}{70}} \approx 0.10$$

$$IC_{0.95} = 0.27 \pm 0.10 = (0.17, 0.37)$$

Inferência I

Felipe Figueiredo

Intervalos de confianca para proporções



Inferência I

Felipe Figueiredo

Tamanhos de amostras

 Podemos aumentar a precisão do IC sem diminuir o nível de confiança

- Para isto, basta aumentar o tamanho da amostra
- Revirando a fórmula da margem de erro *E*, temos:



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Pacuma

 Podemos aumentar a precisão do IC sem diminuir o nível de confiança

- Para isto, basta aumentar o tamanho da amostra
- Revirando a fórmula da margem de erro *E*, temos:



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de amostras

Resuma

 Podemos aumentar a precisão do IC sem diminuir o nível de confiança

- Para isto, basta aumentar o tamanho da amostra
- Revirando a fórmula da margem de erro E, temos:



Inferência I

Felipe Figueiredo

Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de amostras

Pocum

$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$

$$\sqrt{n} = \frac{z_c \cdot s}{F}$$

$$n = \left(\frac{z_c \cdot s}{E}\right)^2$$



Inferência I

Felipe Figueiredo

Tamanhos de amostras

$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$ $\sqrt{n} = \frac{z_c \cdot s}{E}$

$$\sqrt{n} = \frac{z_c \cdot s}{F}$$

$$n = \left(\frac{z_c \cdot s}{E}\right)^{\frac{1}{2}}$$



Inferência I

Felipe Figueiredo

Tamanhos de amostras

$E = \frac{z_c \cdot s}{\sqrt{n}}$ $\sqrt{n} = \frac{z_c \cdot s}{E}$

$$\sqrt{n} = \frac{z_c \cdot s}{F}$$

$$n = \left(\frac{z_c \cdot s}{E}\right)^2$$



Exercício

Encontre o tamanho mínimo da amostra que dará uma margem de erro E=2 ao nível de confiança c=0.95 com desvio-padrão amostral s=6.1

$$n \geq \left(\frac{z_c \cdot s}{E}\right)^2$$

Solução

$$n \ge \left(\frac{1.96 \times 6.1}{2}\right)^2 \approx 35.7$$

Portanto, *n* precisa ser no mínimo 36.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras



Exercício

Encontre o tamanho mínimo da amostra que dará uma margem de erro E=2 ao nível de confiança c=0.95 com desvio-padrão amostral s=6.1

$$n \ge \left(\frac{z_c \cdot s}{E}\right)^2$$

Solução

$$n \ge \left(\frac{1.96 \times 6.1}{2}\right)^2 \approx 35.7$$

Portanto, *n* precisa ser no mínimo 36.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de amostras



Inferência I

Felipe Figueiredo

Resumo

Quanto maior o nível de confiança (exigência), maior a amplitude do IC (menos precisão)

- Quanto maior o desvio-padrão (variabilidade) da
- Quanto maior o tamanho da amostra (dados), menor a
- Dado um nível de confiança e uma margem de erro,



Inferência I

Felipe Figueiredo

Resumo

Dado um nível de confiança e uma margem de erro,

Quanto maior o nível de confiança (exigência), maior a

 Quanto maior o desvio-padrão (variabilidade) da amostra, maior a amplitude do IC (menos precisão) Quanto maior o tamanho da amostra (dados), menor a

amplitude do IC (menos precisão)



Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para

Tamanhos de

Resumo

Quanto maior o nível de confiança (exigência), maior a amplitude do IC (menos precisão)

- Quanto maior o desvio-padrão (variabilidade) da amostra, maior a amplitude do IC (menos precisão)
- Quanto maior o tamanho da amostra (dados), menor a amplitude do IC (mais precisão)
- Dado um nível de confiança e uma margem de erro, podemos estimar o tamanho mínimo da amostra que gera este IC.



 Quanto maior o nível de confiança (exigência), maior a amplitude do IC (menos precisão)

 Quanto maior o desvio-padrão (variabilidade) da amostra, maior a amplitude do IC (menos precisão)

- Quanto maior o tamanho da amostra (dados), menor a amplitude do IC (mais precisão)
- Dado um nível de confiança e uma margem de erro, podemos estimar o tamanho mínimo da amostra que gera este IC.

Inferência I

Felipe Figueiredo

Princípios de Inferência

Estimadores

Estimadores para a média

Estimadores para proporções

Tamanhos de amostras