Probabilidades I

Probabilidades básicas

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

Sumário

Definições

Definition

Experimento aleatório é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

Definições

Definition

Experimento aleatório é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

Definições

Definition

Experimento aleatório é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

Definições

Definition

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

Definition

Evento (E) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

Definições

Definition

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

Definition

Evento (E) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

Definições

Definition

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

Definition

Evento (E) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

Definições

Definition

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

Definition

Evento (E) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

Definições

Definition

Probabilidade do evento E (P(E)) é a razão entre o número de elementos do evento E e do espaço amostral S.
Entende-se pela frequência de ocorrência do evento E.

$$P(E) = \frac{\#E}{\#S}$$

Example

Para se determinar a probabilidade de uma pessoa estar infectada com o Dengue em uma amostra pode-se considerar a frequência relativa do número de infectados em relação ao total.

Definições

Definition

Probabilidade do evento E (P(E)) é a razão entre o número de elementos do evento E e do espaço amostral S. Entende-se pela frequência de ocorrência do evento E.

$$P(E) = \frac{\#E}{\#S}$$

Example

Para se determinar a probabilidade de uma pessoa estar infectada com o Dengue em uma amostra pode-se considerar a frequência relativa do número de infectados em relação ao total.

Propriedades das probabilidades

- Evento impossível: $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo: $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) <= 1 (= 100\%)$

Propriedades das probabilidades

- Evento impossível: $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo: $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) <= 1 (= 100\%)$

Propriedades das probabilidades

- Evento impossível: $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo: $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) <= 1 (= 100\%)$

Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina
menino-menina-menino
menino-menino-menina
menino-menino-menino
menina-menino-menina
menina-menino-menino
menina-menina-menina
menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina
menino-menina-menino
menino-menino-menina
menino-menino-menino
menina-menino-menina
menina-menino-menino
menina-menina-menina
menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina
menino-menina-menino
menino-menino-menina
menino-menino-menino
menina-menino-menina
menina-menino-menino
menina-menina-menina
menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Exercícios

Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

1. Exatamente uma menina?
2. Exatamente duas meninas?
3. Três meninas?

Solução

1. $\frac{3}{8}$ (MMF, MFM, FMM)
2. $\frac{3}{8}$ (MFF, FMF, FFM)
3. $\frac{1}{8}$ (FFF)

Definições

Definition

O **complemento** $\bar{E}$ de um evento E consiste em todas as possibilidades em que o evento E não ocorre.

Definition

Probabilidade complementar $P(\bar{E})$ (ou $P(E^c)$) de um evento E é a probabilidade do evento E não ocorrer.

$$P(\bar{\bar{E}}) = 1 - P(E)$$

Definições

Definition

O **complemento** $\bar{E}$ de um evento E consiste em todas as possibilidades em que o evento E não ocorre.

Definition

Probabilidade complementar $P(\bar{E})$ (ou $P(E^c)$) de um evento E é a probabilidade do evento E não ocorrer.

$$P(\bar{\bar{E}}) = 1 - P(E)$$

Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

Exercícios

Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

Exercícios

Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

Exercícios

Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

Eventos compostos

Example

Quantas ervilhas têm caule verde ou flor roxa?

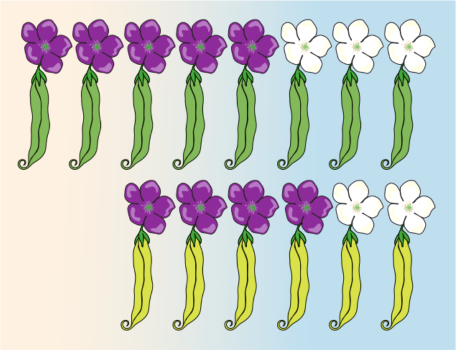


Figura: Fonte: Triola, 2004.

Regra da Soma

Definition

P (A ou B) = P(A) + P(B) - P(A e B)

Interpretação

P (A ou B) = P(A ocorre ou B ocorre ou ambos ocorrem)

- Atenção: não podemos contabilizar o evento P(A e B) duas vezes.

Regra da Soma

Definition

P (A ou B) = P(A) + P(B) - P(A e B)

Interpretação

P (A ou B) = P(A ocorre ou B ocorre ou ambos ocorrem)

- Atenção: não podemos contabilizar o evento P(A e B) duas vezes.

Regra da Soma

Definition

P (A ou B) = P(A) + P(B) - P(A e B)

Interpretação

P (A ou B) = P(A ocorre ou B ocorre ou ambos ocorrem)

- Atenção: não podemos contabilizar o evento P(A e B) duas vezes.

Eventos mutuamente exclusivos

- Não podem ocorrer simultaneamente
- Eventos (conjuntos) disjuntos

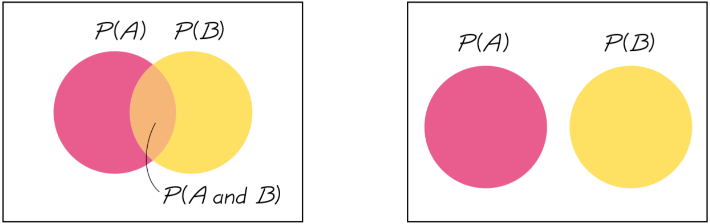
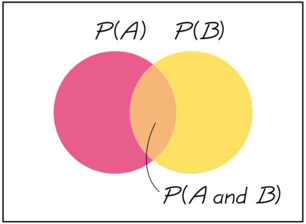


Figura: Fonte: Triola, 2004.

Eventos mutuamente exclusivos

- Não podem ocorrer simultaneamente
- Eventos (conjuntos) disjuntos



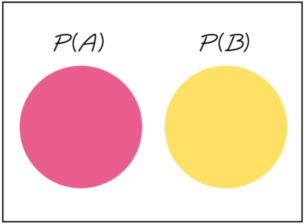


Figura: Fonte: Triola, 2004.

Eventos mutuamente exclusivos

Não são mutuamente exclusivos

Example

A = Escolher estudante
B = Escolher mulher

Example

A = Escolher mulher
B = Escolher tipo sanguíneo O+

Example

A = Escolher homem
B = Escolher olhos castanhos

Eventos mutuamente exclusivos

Não são mutuamente exclusivos

Example

A = Escolher estudante
B = Escolher mulher

Example

A = Escolher mulher
B = Escolher tipo sanguíneo O+

Example

A = Escolher homem
B = Escolher olhos castanhos

Eventos mutuamente exclusivos

Não são mutuamente exclusivos

Example

A = Escolher estudante
B = Escolher mulher

Example

A = Escolher mulher
B = Escolher tipo sanguíneo O+

Example

A = Escolher homem
B = Escolher olhos castanhos

Eventos mutuamente exclusivos

São mutuamente exclusivos

Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete
B = Observar um rei

Example

A = Estar grávida
B = Não estar grávida

Example

A = Tipo sanguíneo A
B = Tipo sanguíneo B

São mutuamente exclusivos

Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete
B = Observar um rei

Example

A = Estar grávida
B = Não estar grávida

Example

A = Tipo sanguíneo A
B = Tipo sanguíneo B

Eventos mutuamente exclusivos

São mutuamente exclusivos

Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete
B = Observar um rei

Example

A = Estar grávida
B = Não estar grávida

Example

A = Tipo sanguíneo A
B = Tipo sanguíneo B

Eventos mutuamente exclusivos

- Se A e B são mutuamente exclusivos, P(A e B)=0
- Nesse caso, P(A ou B) = P(A)+P(B)

Eventos mutuamente exclusivos

- Se A e B são mutuamente exclusivos, P(A e B)=0
- Nesse caso, P(A ou B) = P(A)+P(B)

Exercícios

Exercício

Você sorteia uma carta em um baralho comum. Qual é a probabilidade de se observar um valete ou um rei?

Solução

$$P(J \text{ ou } K) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

Exercícios

Exercício

Você sorteia uma carta em um baralho comum. Qual é a probabilidade de se observar um valete ou um rei?

Solução

$$P(J \text{ ou } K) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \qquad P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Exercícios

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

Exercícios

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \qquad P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Exercícios

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Exercícios

Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).
Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

Solução

A = sintoma 3
B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

P(A ou B) = 1 + 1 − 1 = 5

Exercícios

Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

1. Quantas pessoas tem sangue O ou A?
2. Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

Solução

1. $P(O \text{ ou } A) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$
2. $P(B \text{ ou } Rh-) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$

Exercícios

Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

1. Quantas pessoas tem sangue O ou A?
2. Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

Solução

1. $P(\text{O ou A}) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$
2. $P(\text{B ou Rh-}) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$

Exercícios

Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

1. Quantas pessoas tem sangue O ou A?
2. Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

Solução

1. $P(\text{O ou A}) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$
2. $P(\text{B ou Rh-}) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$

Exercícios

Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

1. Quantas pessoas tem sangue O ou A?
2. Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

Solução

1. $P(\text{O ou A}) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$
2. $P(\text{B ou Rh-}) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$

Regra da Multiplicação

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são dependentes ou independentes.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

Regra da Multiplicação

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são dependentes ou independentes.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

Regra da Multiplicação

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são dependentes ou independentes.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

Eventos dependentes

Se você retirar duas ervilhas sem reposição dessa amostra, qual a probabilidade de de a primeira ter caule verde, e a segunda ter caule amarelo?

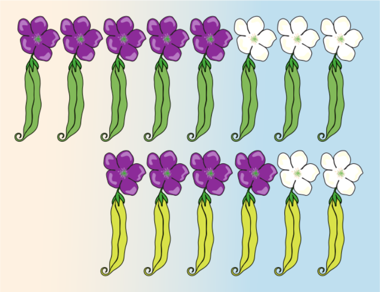


Figura: Fonte: Triola, 2004.

Eventos dependentes

Se você retirar duas ervilhas sem reposição dessa amostra, qual é a probabilidade de a primeira ter caule verde, e a segunda ter caule amarelo?

Solução

Primeira ervilha:

$$P(\text{verde}) = \frac{8}{14}$$

Segunda ervilha:

$$P(\text{amarelo}) = \frac{6}{13}$$

Eventos dependentes

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer depois do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer dado que o primeiro ocorreu.

Eventos dependentes

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer depois do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer dado que o primeiro ocorreu.

Eventos dependentes

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer depois do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer dado que o primeiro ocorreu.

Probabilidade condicional

Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

Interpretação

$P(B|A)$ = Probabilidade de B ocorrer, dado que A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$ (regra da multiplicação)

Probabilidade condicional

Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

Interpretação

$P(B|A)$ = Probabilidade de B ocorrer, dado que A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$ (regra da multiplicação)

Probabilidade condicional

Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

Interpretação

$P(B|A)$ = Probabilidade de B ocorrer, dado que A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$ (regra da multiplicação)

Eventos Dependentes

Example

Pesquisadores contaram crianças que tem um certo gene G e seus QIs

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

Qual é a probabilidade de uma criança ter QI elevado, dado que ela possui o gene G?

Solução

$$P(\text{QI elevado}|G) = \frac{33}{72}$$

Eventos Dependentes

Example

Pesquisadores contaram crianças que tem um certo gene G e seus QIs

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

Qual é a probabilidade de uma criança ter QI elevado, dado que ela possui o gene G?

Solução

$$P(\text{QI elevado}|G) = \frac{33}{72}$$

Exercício

Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
2. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

Exercício

Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
2. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

Exercício

Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
2. Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

Exercício

Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. $P(\bar{G}) = \frac{30}{102}$
2. $P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Exercício

Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. $P(\bar{G}) = \dfrac{30}{102}$
2. $P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Exercício

Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

1. $P(\bar{G}) = \dfrac{30}{102}$
2. $P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Eventos Independentes

Definition

$$P(B|A) = P(B)$$

Interpretação

Se dois eventos A e B são independentes a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro.

Eventos Independentes

Definition

$$P(B|A) = P(B)$$

Interpretação

Se dois eventos A e B são independentes a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro.

Regra da Multiplicação

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se A e B são independentes, então $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso, $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

Regra da Multiplicação

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se A e B são independentes, então $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso, $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

Regra da Multiplicação

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se A e B são independentes, então $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso, $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

Exercícios

Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
2. Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

Exercícios

Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
2. Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

Exercícios

Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
2. Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. $P(\text{positivo}|\text{grávida}) =$

$$\frac{\frac{80}{99}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{85} \approx 0.941$$

   Alternativamente, apenas consultando a tabela:

   $P(\text{positivo}|\text{grávida}) = \frac{80}{85} \approx 0.941$

2. $P(\text{grávida}|\text{positivo}) = \frac{80}{83} \approx 0.964$

Exercícios

Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. P(positivo|grávida) =

$$\frac{\frac{80}{99}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{85} \approx 0.941$$

   Alternativamente, apenas consultando a tabela:
   P(positivo|grávida) = $\frac{80}{85} \approx 0.941$

2. P(grávida|positivo) = $\frac{80}{83} \approx 0.964$

Exercícios

Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1. P(positivo|grávida) =

$$\frac{\frac{80}{99}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{85} \approx 0.941$$

   Alternativamente, apenas consultando a tabela:

   $P(\text{positivo}|\text{grávida}) = \frac{80}{85} \approx 0.941$

2. $P(\text{grávida}|\text{positivo}) = \frac{80}{83} \approx 0.964$

Resumo

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A ou um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A e um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral $P(A|B) \neq P(B|A)$

Resumo

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A ou um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A e um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral $P(A|B) \neq P(B|A)$

Resumo

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A ou um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A e um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral $P(A|B) \neq P(B|A)$

Resumo

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A ou um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A e um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral $P(A|B) \neq P(B|A)$