

Testes de Hipóteses II

O p-valor, e testes com duas amostras

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

- 1 Testes com uma amostra
 - Recapitulando
 - O p-valor
 - Resumo

- 2 Testes com duas amostras

- 1 Testes com uma amostra
 - Recapitulando
 - O p-valor
 - Resumo
- 2 Testes com duas amostras

Vimos como formular hipóteses estatísticas seguindo o procedimento abaixo:

Teste de hipóteses

- 1 Formular as hipóteses nula e alternativa
- 2 Identificar a região crítica (região de rejeição)
- 3 Calcular a estatística de teste adequada
- 4 Rejeitar ou não a hipótese nula

Vimos como formular hipóteses estatísticas seguindo o procedimento abaixo:

Teste de hipóteses

- 1 Formular as hipóteses nula e alternativa
- 2 Identificar a região crítica (região de rejeição)
- 3 Calcular a estatística de teste adequada
- 4 Rejeitar ou não a hipótese nula

Vimos como formular hipóteses estatísticas seguindo o procedimento abaixo:

Teste de hipóteses

- 1 Formular as hipóteses nula e alternativa
- 2 Identificar a região crítica (região de rejeição)
- 3 Calcular a estatística de teste adequada
- 4 Rejeitar ou não a hipótese nula

Vimos como formular hipóteses estatísticas seguindo o procedimento abaixo:

Teste de hipóteses

- 1 Formular as hipóteses nula e alternativa
- 2 Identificar a região crítica (região de rejeição)
- 3 Calcular a estatística de teste adequada
- 4 Rejeitar ou não a hipótese nula

Vimos como formular hipóteses estatísticas seguindo o procedimento abaixo:

Teste de hipóteses

- 1 Formular as hipóteses nula e alternativa
- 2 Identificar a região crítica (região de rejeição)
- 3 Calcular a estatística de teste adequada
- 4 Rejeitar ou não a hipótese nula

- Este processo sistemático pode ser aplicado a diversos tipos de hipóteses em estudos com dados quantitativos.
- Atualmente tem se usado com mais frequência uma metodologia equivalente usando o **p-valor** (ou valor P).
- Diferença: ao invés de comparar diretamente os Z-escores (região crítica sob a curva), vamos comparar as probabilidades destes (significância)
- Envolve premissas sutis e a interpretação deve ser tomada cuidadosamente (veja artigos complementares no site).

- Este processo sistemático pode ser aplicado a diversos tipos de hipóteses em estudos com dados quantitativos.
- Atualmente tem se usado com mais frequência uma metodologia equivalente usando o **p-valor** (ou valor P).
- Diferença: ao invés de comparar diretamente os Z-escores (região crítica sob a curva), vamos comparar as probabilidades destes (significância)
- Envolve premissas sutis e a interpretação deve ser tomada cuidadosamente (veja artigos complementares no site).

- Este processo sistemático pode ser aplicado a diversos tipos de hipóteses em estudos com dados quantitativos.
- Atualmente tem se usado com mais frequência uma metodologia equivalente usando o **p-valor** (ou valor P).
- Diferença: ao invés de comparar diretamente os Z-escores (região crítica sob a curva), vamos comparar as probabilidades destes (significância)
- Envolve premissas sutis e a interpretação deve ser tomada cuidadosamente (veja artigos complementares no site).

- Este processo sistemático pode ser aplicado a diversos tipos de hipóteses em estudos com dados quantitativos.
- Atualmente tem se usado com mais frequência uma metodologia equivalente usando o **p-valor** (ou valor P).
- Diferença: ao invés de comparar diretamente os Z-escores (região crítica sob a curva), vamos comparar as probabilidades destes (significância)
- Envolve premissas sutis e a interpretação deve ser tomada cuidadosamente (veja artigos complementares no site).

1 Testes com uma amostra

- Recapitulando
- O p-valor
- Resumo

2 Testes com duas amostras

Definition

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

O p-valor **é**:

- Uma estatística (i.e., depende da amostra - dados e tamanho)
- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso **dado que** a H_0 é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H_0 .

Definition

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

O p-valor **é**:

- Uma estatística (i.e., depende da amostra - dados e tamanho)
- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso **dado que** a H_0 é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H_0 .

Definition

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

O p-valor **é**:

- Uma estatística (i.e., depende da amostra - dados e tamanho)
- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso **dado que** a H_0 é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H_0 .

Definition

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

O p-valor **é**:

- Uma estatística (i.e., depende da amostra - dados e tamanho)
- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso **dado que** a H_0 é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H_0 .

Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer $p \leq 0.05$ é estatisticamente significativa.

Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer $p \leq 0.05$ é estatisticamente significativa.

Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer $p \leq 0.05$ é estatisticamente significativa.

Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer $p \leq 0.05$ é estatisticamente significativa.

Como calcular

- calcular a estatística de teste apropriada para a situação (teste Z, teste t, etc.)
- encontrar a probabilidade p correspondente a esta estatística (por exemplo, na tabela apropriada, ou com uma ferramenta computacional)
- comparar o p-valor encontrado com a significância do estudo

Como calcular

- calcular a estatística de teste apropriada para a situação (teste Z, teste t, etc.)
- encontrar a probabilidade p correspondente a esta estatística (por exemplo, na tabela apropriada, ou com uma ferramenta computacional)
- comparar o p-valor encontrado com a significância do estudo

Como calcular

- calcular a estatística de teste apropriada para a situação (teste Z, teste t, etc.)
- encontrar a probabilidade p correspondente a esta estatística (por exemplo, na tabela apropriada, ou com uma ferramenta computacional)
- comparar o p-valor encontrado com a significância do estudo

Como calcular

- calcular a estatística de teste apropriada para a situação (teste Z, teste t, etc.)
- encontrar a probabilidade p correspondente a esta estatística (por exemplo, na tabela apropriada, ou com uma ferramenta computacional)
- comparar o p-valor encontrado com a significância do estudo

O p-valor



Testes de Hipóteses II

Felipe Figueiredo

Testes com uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com duas amostras

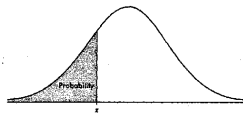


TABLE A: STANDARD NORMAL PROBABILITIES

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -3.4 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0002 |
| -3.3 | .0005 | .0005 | .0005 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0003 |
| -3.2 | .0007 | .0007 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0005 | .0005 | .0005 |
| -3.1 | .0010 | .0009 | .0009 | .0009 | .0008 | .0008 | .0008 | .0008 | .0007 | .0007 |
| -3.0 | .0013 | .0013 | .0013 | .0012 | .0012 | .0011 | .0011 | .0011 | .0010 | .0010 |
| -2.9 | .0019 | .0018 | .0018 | .0017 | .0016 | .0015 | .0015 | .0015 | .0014 | .0014 |
| -2.8 | .0026 | .0025 | .0024 | .0023 | .0023 | .0022 | .0021 | .0021 | .0020 | .0019 |
| -2.7 | .0035 | .0034 | .0033 | .0032 | .0031 | .0030 | .0029 | .0028 | .0027 | .0026 |
| -2.6 | .0047 | .0045 | .0044 | .0043 | .0041 | .0040 | .0039 | .0038 | .0037 | .0036 |
| -2.5 | .0062 | .0060 | .0059 | .0057 | .0055 | .0054 | .0052 | .0051 | .0049 | .0048 |
| -2.4 | .0082 | .0080 | .0078 | .0075 | .0073 | .0071 | .0069 | .0068 | .0066 | .0064 |
| -2.3 | .0107 | .0104 | .0102 | .0099 | .0096 | .0094 | .0091 | .0089 | .0087 | .0084 |
| -2.2 | .0139 | .0136 | .0132 | .0129 | .0125 | .0122 | .0119 | .0116 | .0113 | .0110 |
| -2.1 | .0179 | .0174 | .0170 | .0166 | .0162 | .0158 | .0154 | .0150 | .0146 | .0143 |
| -2.0 | .0228 | .0222 | .0217 | .0212 | .0207 | .0202 | .0197 | .0192 | .0188 | .0183 |
| -1.9 | .0287 | .0281 | .0274 | .0268 | .0262 | .0256 | .0250 | .0244 | .0239 | .0233 |
| -1.8 | .0359 | .0351 | .0344 | .0336 | .0329 | .0322 | .0314 | .0307 | .0301 | .0294 |
| -1.7 | .0446 | .0436 | .0427 | .0418 | .0409 | .0401 | .0392 | .0384 | .0375 | .0367 |
| -1.6 | .0548 | .0537 | .0526 | .0516 | .0505 | .0495 | .0485 | .0475 | .0465 | .0455 |
| -1.5 | .0668 | .0655 | .0643 | .0630 | .0618 | .0606 | .0594 | .0582 | .0571 | .0559 |
| -1.4 | .0808 | .0793 | .0778 | .0764 | .0749 | .0735 | .0721 | .0708 | .0694 | .0681 |
| -1.3 | .0968 | .0951 | .0934 | .0918 | .0901 | .0885 | .0869 | .0853 | .0838 | .0823 |
| -1.2 | .1151 | .1131 | .1112 | .1093 | .1075 | .1056 | .1038 | .1020 | .1003 | .0985 |
| -1.1 | .1357 | .1335 | .1314 | .1292 | .1271 | .1251 | .1230 | .1210 | .1190 | .1170 |
| -1.0 | .1587 | .1562 | .1539 | .1515 | .1492 | .1469 | .1446 | .1423 | .1401 | .1379 |
| -0.9 | .1841 | .1814 | .1788 | .1762 | .1736 | .1711 | .1685 | .1660 | .1635 | .1611 |
| -0.8 | .2119 | .2090 | .2061 | .2033 | .2005 | .1977 | .1949 | .1922 | .1894 | .1867 |
| -0.7 | .2420 | .2389 | .2358 | .2327 | .2296 | .2266 | .2236 | .2206 | .2177 | .2148 |
| -0.6 | .2743 | .2709 | .2676 | .2643 | .2611 | .2578 | .2546 | .2514 | .2483 | .2451 |
| -0.5 | .3085 | .3050 | .3015 | .2981 | .2946 | .2912 | .2877 | .2843 | .2810 | .2776 |
| -0.4 | .3446 | .3409 | .3372 | .3336 | .3300 | .3264 | .3228 | .3192 | .3156 | .3121 |
| -0.3 | .3821 | .3783 | .3745 | .3707 | .3669 | .3632 | .3594 | .3557 | .3520 | .3483 |
| -0.2 | .4207 | .4168 | .4129 | .4090 | .4052 | .4013 | .3974 | .3936 | .3897 | .3859 |
| -0.1 | .4602 | .4562 | .4522 | .4483 | .4443 | .4404 | .4364 | .4325 | .4286 | .4247 |
| -0.0 | .5000 | .4960 | .4920 | .4880 | .4840 | .4801 | .4761 | .4721 | .4681 | .4641 |

Exemplo



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com
duas
amostras

Example

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em **100** ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal. O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de **1.2 segundos**. O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de **1.05 segundos**, com desvio padrão amostral de **0.5 segundos**. Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

Example

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- n é grande ($n > 30$), então usamos $\sigma \approx s$, e fazemos o teste Z:
- $$Z = \frac{1.05 - 1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{100}}} = -3$$
- Consultando a tabela Z, observamos que este Z-escore corresponde à probabilidade $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .

O p-valor



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com
duas
amostras

Cuidado! O p-valor **não é**:

- a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira
- a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

Estes são erros comuns de interpretação.

O p-valor assume que (1) a hipótese é verdadeira, e (2) que a única causa da diferença é devida ao acaso, portanto não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

“The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously.”

Dorey, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

O p-valor



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com
duas
amostras

Cuidado! O p-valor **não é**:

- a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira
- a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

Estes são erros comuns de interpretação.

O p-valor assume que (1) a hipótese é verdadeira, e (2) que a única causa da diferença é devida ao acaso, portanto não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

“The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously.”

Dorey, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

O p-valor



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com
duas
amostras

Cuidado! O p-valor **não é**:

- a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira
- a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

Estes são erros comuns de interpretação.

O p-valor assume que (1) a hipótese é verdadeira, e (2) que a única causa da diferença é devida ao acaso, portanto não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

“The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously.”

Dorey, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

O p-valor



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Recapitulando

O p-valor

Resumo

Testes com
duas
amostras

Cuidado! O p-valor **não é**:

- a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira
- a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

Estes são erros comuns de interpretação.

O p-valor assume que (1) a hipótese é verdadeira, e (2) que a única causa da diferença é devida ao acaso, portanto não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

“The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously.”

Dorey, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

1 Testes com uma amostra

- Recapitulando
- O p-valor
- **Resumo**

2 Testes com duas amostras

Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente $p \leq 0.05$) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente $p \geq 0.05$) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”. Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente $p \leq 0.05$) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente $p \geq 0.05$) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”. Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente $p \leq 0.05$) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente $p \geq 0.05$) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”. Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente $p \leq 0.05$) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente $p \geq 0.05$) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”. Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Para testar a hipótese de que duas médias μ_X e μ_Y são diferentes, consideramos a diferença $\mu_X - \mu_Y$
- Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a diferença será aproximadamente zero
- Procedemos com o teste de hipótese adequado para a situação

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Para testar a hipótese de que duas médias μ_X e μ_Y são diferentes, consideramos a diferença $\mu_X - \mu_Y$
- Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a diferença será aproximadamente zero
- Procedemos com o teste de hipótese adequado para a situação

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

- Para testar a hipótese de que duas médias μ_X e μ_Y são diferentes, consideramos a diferença $\mu_X - \mu_Y$
- Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a diferença será aproximadamente zero
- Procedemos com o teste de hipótese adequado para a situação

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

Lembre-se que para uma amostra usamos a seguinte estatística de teste:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Para duas amostras, é razoável usarmos as estatísticas tanto do grupo 1 quanto do grupo 2.

Estatística de teste:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}}$$

onde

$$\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Mas usaremos uma versão simplificada...

Assumindo que H_0 é verdadeira, temos que $\mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$, portanto a estatística de teste que usaremos será:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Testes com duas amostras



Testes de
Hipóteses II

Felipe
Figueiredo

Testes com
uma amostra

Testes com
duas
amostras

Example

Queremos avaliar a eficiência de uma nova dieta pobre em gordura no tratamento de obesidade. Seleccionamos aleatoriamente 100 pessoas obesas para o grupo 1, que receberão a dieta com pouca gordura. Seleccionamos outras 100 pessoas obesas para o grupo 2 que receberão a mesma quantidade de comida, com quantidade normal de gordura. Após 4 meses, a perda de peso média no grupo 1 foi de 9.31 lbs ($s=4.67$) e no grupo 2 foi de 7.40 lbs ($s=4.04$).

Fonte: Khan Academy

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31, s_1 = 4.67, \bar{x}_2 = 7.40, s_2 = 4.04$
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$
- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)
- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$
- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$
- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31, s_1 = 4.67, \bar{x}_2 = 7.40, s_2 = 4.04$

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$

- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31, s_1 = 4.67, \bar{x}_2 = 7.40, s_2 = 4.04$

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$

- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31$, $s_1 = 4.67$, $\bar{x}_2 = 7.40$, $s_2 = 4.04$

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$

- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31$, $s_1 = 4.67$, $\bar{x}_2 = 7.40$, $s_2 = 4.04$
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$
- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)
- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Dados: $\bar{x}_1 = 9.31$, $s_1 = 4.67$, $\bar{x}_2 = 7.40$, $s_2 = 4.04$

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$

- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

- $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

- Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

• Dados: $\bar{x}_1 = 9.31$, $s_1 = 4.67$, $\bar{x}_2 = 7.40$, $s_2 = 4.04$

• $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_{(x_1 - x_2)} = 0$

• $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ (teste unicaudal à direita)

• $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.91$

• $\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.67^2}{100} + \frac{4.04^2}{100}} \approx 0.617$

• Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1.91}{0.617} \approx 3.09$$

Example

- Encontramos a estatística de teste $z = 3.09$
- Consultando a tabela Z, a probabilidade correspondente é $p = 0.001$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidências para rejeitar H_0
- Assim, há evidências de que a nova dieta resulta em perda de peso

Example

- Encontramos a estatística de teste $z = 3.09$
- Consultando a tabela Z, a probabilidade correspondente é $p = 0.001$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidências para rejeitar H_0
- Assim, há evidências de que a nova dieta resulta em perda de peso

Example

- Encontramos a estatística de teste $z = 3.09$
- Consultando a tabela Z, a probabilidade correspondente é $p = 0.001$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidências para rejeitar H_0
- Assim, há evidências de que a nova dieta resulta em perda de peso

Example

- Encontramos a estatística de teste $z = 3.09$
- Consultando a tabela Z, a probabilidade correspondente é $p = 0.001$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidências para rejeitar H_0
- Assim, há evidências de que a nova dieta resulta em perda de peso

Example

- Encontramos a estatística de teste $z = 3.09$
- Consultando a tabela Z, a probabilidade correspondente é $p = 0.001$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidências para rejeitar H_0
- Assim, há evidências de que a nova dieta resulta em perda de peso