

# Probabilidades I

## Probabilidades básicas

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

- 1 Definições
- 2 Regra da soma
- 3 Regra da Multiplicação
- 4 Resumo

## Definition

**Experimento aleatório** é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

## Definition

**Experimento aleatório** é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

## Definition

**Experimento aleatório** é um experimento no qual se conhece os resultados possíveis, mas não se pode saber qual ocorrerá.

- Caso repetido em condições idênticas, o resultado geralmente é diferente.
- Formulam-se esses problemas de acordo com alguns conjuntos típicos.

## Definition

**Espaço amostral** ( $S$ ) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

## Definition

**Evento** ( $E$ ) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

## Definition

**Espaço amostral** ( $S$ ) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

## Definition

**Evento** ( $E$ ) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

## Definition

**Espaço amostral** ( $S$ ) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

## Definition

**Evento** ( $E$ ) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades



## Definition

**Espaço amostral** ( $S$ ) é o conjunto de todos os resultados possíveis no problema.

## Definition

**Evento** ( $E$ ) é o conjunto dos resultados favoráveis no problema. Qualquer subconjunto do espaço amostral.

- De quantas maneiras um evento pode ocorrer?
- Contar a quantidade (tamanho do conjunto) e dividir pela quantidade total de possibilidades

## Definition

**Probabilidade** do evento  $E$  ( $P(E)$ ) é a razão entre o número de elementos do evento  $E$  e do espaço amostral  $S$ .  
Entende-se pela **frequência** de ocorrência do evento  $E$ .

$$P(E) = \frac{\#E}{\#S}$$

## Example

Para se determinar a probabilidade de uma pessoa estar infectada com o Dengue em uma amostra pode-se considerar a frequência relativa do número de infectados em relação ao total.

## Definition

**Probabilidade** do evento  $E$  ( $P(E)$ ) é a razão entre o número de elementos do evento  $E$  e do espaço amostral  $S$ .  
Entende-se pela **frequência** de ocorrência do evento  $E$ .

$$P(E) = \frac{\#E}{\#S}$$

## Example

Para se determinar a probabilidade de uma pessoa estar infectada com o Dengue em uma amostra pode-se considerar a frequência relativa do número de infectados em relação ao total.

- Evento impossível:  $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo:  $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) \leq 1 (= 100\%)$

# Propriedades das probabilidades



Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

- Evento impossível:  $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo:  $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) \leq 1 (= 100\%)$

- Evento impossível:  $P(\emptyset) = 0$
- Evento certo:  $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) \leq 1 (= 100\%)$

### Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Probabilidades

|

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

### Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Probabilidades

|

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo



### Example

Probabilidade de observar cara em uma moeda:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de observar um número par num dado

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

### Example

Probabilidade de sortear um ás no baralho

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Probabilidades

|

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

## Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina  
menino-menina-menino  
menino-menino-menina  
menino-menino-menino  
menina-menino-menina  
menina-menino-menino  
menina-menina-menina  
menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

## Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina  
menino-menina-menino  
menino-menino-menina  
menino-menino-menino  
menina-menino-menina  
menina-menino-menino  
menina-menina-menina  
menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

## Example

Um casal tem três filhos. Qual é a probabilidade de que duas das três crianças sejam meninos?

menino-menina-menina

menino-menina-menino

menino-menino-menina

menino-menino-menino

menina-menino-menina

menina-menino-menino

menina-menina-menina

menina-menina-menino

$$P(\text{dois meninos}) = \frac{3}{8}$$

(MFM, MMF, FMM)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- $\frac{1}{8}$  (FFF)



## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Exercício

De acordo com o problema anterior, qual é a probabilidade de

- 1 Exatamente uma menina?
- 2 Exatamente duas meninas?
- 3 Três meninas?

## Solução

- 1  $\frac{3}{8}$  (MMF, MFM, FMM)
- 2  $\frac{3}{8}$  (MFF, FMF, FFM)
- 3  $\frac{1}{8}$  (FFF)

## Definition

O **complemento**  $\bar{E}$  de um evento  $E$  consiste em todas as possibilidades em que o evento  $E$  **não** ocorre.

## Definition

**Probabilidade complementar**  $P(\bar{E})$  (ou  $P(E^c)$ ) de um evento  $E$  é a probabilidade do evento  $E$  **não** ocorrer.

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

## Definition

O **complemento**  $\bar{E}$  de um evento  $E$  consiste em todas as possibilidades em que o evento  $E$  **não** ocorre.

## Definition

**Probabilidade complementar**  $P(\bar{E})$  (ou  $P(E^c)$ ) de um evento  $E$  é a probabilidade do evento  $E$  **não** ocorrer.

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

## Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

## Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

## Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

## Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$



## Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

## Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

## Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se observar um número ímpar no dado?

## Solução

$$P(\text{ímpar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## Exercício

Qual é a probabilidade de se sortear uma carta no baralho que não seja um ás?

## Solução

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

# Eventos compostos

## Example

Quantas ervilhas têm caule verde ou flor roxa?

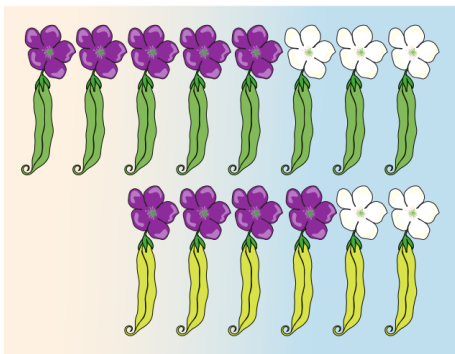


Figura: Fonte: Triola, 2004.

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

## Definition

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$$

## Interpretação

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \text{ ocorre ou } B \text{ ocorre ou ambos ocorrem})$$

- Atenção: não podemos contabilizar o evento  $P(A \text{ e } B)$  duas vezes.

## Definition

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$$

## Interpretação

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \text{ ocorre ou } B \text{ ocorre ou ambos ocorrem})$$

- Atenção: não podemos contabilizar o evento  $P(A \text{ e } B)$  duas vezes.

## Definition

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$$

## Interpretação

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \text{ ocorre ou } B \text{ ocorre ou ambos ocorrem})$$

- Atenção: não podemos contabilizar o evento  $P(A \text{ e } B)$  duas vezes.

# Eventos mutuamente exclusivos

- Não podem ocorrer simultaneamente
- Eventos (conjuntos) disjuntos

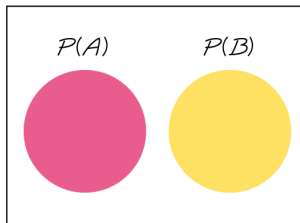
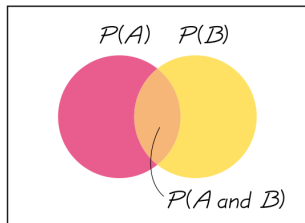


Figura: Fonte: Triola, 2004.

# Eventos mutuamente exclusivos

- Não podem ocorrer simultaneamente
- Eventos (conjuntos) disjuntos

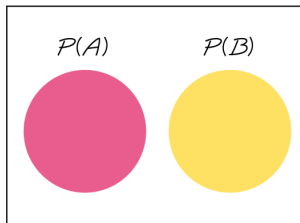
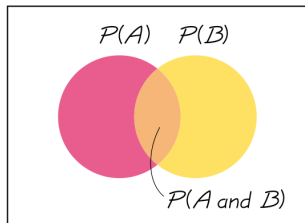


Figura: Fonte: Triola, 2004.



# Eventos mutuamente exclusivos

**Não** são mutuamente exclusivos

## Example

A = Escolher estudante

B = Escolher mulher

## Example

A = Escolher mulher

B = Escolher tipo sanguíneo O+

## Example

A = Escolher homem

B = Escolher olhos castanhos

# Eventos mutuamente exclusivos

**Não** são mutuamente exclusivos

## Example

A = Escolher estudante

B = Escolher mulher

## Example

A = Escolher mulher

B = Escolher tipo sanguíneo O+

## Example

A = Escolher homem

B = Escolher olhos castanhos

# Eventos mutuamente exclusivos

**Não** são mutuamente exclusivos

## Example

A = Escolher estudante

B = Escolher mulher

## Example

A = Escolher mulher

B = Escolher tipo sanguíneo O+

## Example

A = Escolher homem

B = Escolher olhos castanhos

# Eventos mutuamente exclusivos

**São** mutuamente exclusivos

## Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete  
B = Observar um rei

## Example

A = Estar grávida  
B = Não estar grávida

## Example

A = Tipo sanguíneo A  
B = Tipo sanguíneo B

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

# Eventos mutuamente exclusivos



**São** mutuamente exclusivos

## Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete  
B = Observar um rei

## Example

A = Estar grávida  
B = Não estar grávida

## Example

A = Tipo sanguíneo A  
B = Tipo sanguíneo B

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

# Eventos mutuamente exclusivos

**São** mutuamente exclusivos

## Example

Sortear uma carta no baralho

A = Observar um valete  
B = Observar um rei

## Example

A = Estar grávida  
B = Não estar grávida

## Example

A = Tipo sanguíneo A  
B = Tipo sanguíneo B

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

# Eventos mutuamente exclusivos



Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

- Se A e B são mutuamente exclusivos,  $P(A \text{ e } B) = 0$
- Nesse caso,  $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$

# Eventos mutuamente exclusivos



Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

- Se A e B são mutuamente exclusivos,  $P(A \text{ e } B) = 0$
- Nesse caso,  $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$



## Exercício

Você sorteia uma carta em um baralho comum. Qual é a probabilidade de se observar um valete ou um rei?

## Solução

$$P(J \text{ ou } K) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

## Exercício

Você sorteia uma carta em um baralho comum. Qual é a probabilidade de se observar um valete ou um rei?

## Solução

$$P(J \text{ ou } K) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

Probabilidades

|

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

## Exercício

Considere 4 tipos de sintomas (S) e pacientes terminais (T) e não terminais (N).

Qual é a probabilidade de um paciente ter o sintoma 3 ou ser um paciente terminal?

S	N	T	total
1	4	3	7
2	0	5	5
3	8	4	12
4	12	0	12
total	24	12	36

## Solução

A = sintoma 3

B = paciente T

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$



## Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

- 1 Quantas pessoas tem sangue O ou A?
- 2 Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

## Solução

$$\bullet P(\text{O ou A}) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$$

$$\bullet P(\text{B ou Rh-}) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$$

## Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

- 1 Quantas pessoas tem sangue O ou A?
- 2 Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

## Solução

$$1 \quad P(O \text{ ou } A) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$$

$$2 \quad P(B \text{ ou } Rh-) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$$

## Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

- 1 Quantas pessoas tem sangue O ou A?
- 2 Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

## Solução

$$1 \quad P(O \text{ ou } A) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$$

$$2 \quad P(B \text{ ou } Rh-) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$$

## Exercício

	O	A	B	AB	total
Rh+	156	139	37	12	344
Rh-	28	25	8	4	65
total	184	164	45	16	409

- 1 Quantas pessoas tem sangue O ou A?
- 2 Quantas pessoas tem sangue B ou Rh-?

## Solução

$$1 \quad P(O \text{ ou } A) = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} = \frac{348}{409} \approx 0.85$$

$$2 \quad P(B \text{ ou } Rh-) = \frac{45}{409} + \frac{65}{409} - \frac{8}{409} = \frac{102}{409} \approx 0.25$$

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são **dependentes** ou **independentes**.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são **dependentes** ou **independentes**.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

- Como determinar a probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente?
- Para calcular isso, precisamos primeir determinar se eles são **dependentes** ou **independentes**.
- Assim, podemos aplicar a Regra da Multiplicação.

# Eventos dependentes

Se você retirar duas ervilhas **sem reposição** dessa amostra, qual a probabilidade de a primeira ter caule verde, e a segunda ter caule amarelo?

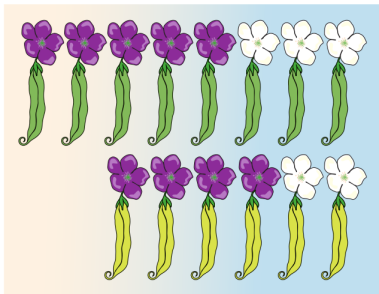


Figura: Fonte: Triola, 2004.



# Eventos dependentes



Se você retirar duas ervilhas **sem reposição** dessa amostra, qual é a probabilidade de a primeira ter caule verde, e a segunda ter caule amarelo?

## Solução

Primeira ervilha:

$$P(\text{verde}) = \frac{8}{14}$$

Segunda ervilha:

$$P(\text{amarelo}) = \frac{6}{13}$$

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer **depois** do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer **dado** que o primeiro ocorreu.

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer **depois** do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer **dado** que o primeiro ocorreu.

- Observe que o segundo evento foi influenciado pelo primeiro!
- Isso modifica a probabilidade do segundo ocorrer **depois** do primeiro.
- Lê-se: probabilidade do segundo ocorrer **dado** que o primeiro ocorreu.

## Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

## Interpretação

$P(B|A)$  = Probabilidade de B ocorrer, **dado que** A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que  
 $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$  (regra da multiplicação)

## Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

## Interpretação

$P(B|A)$  = Probabilidade de B ocorrer, **dado que** A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que  
 $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$  (regra da multiplicação)

## Definition

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) > 0$$

## Interpretação

$P(B|A)$  = Probabilidade de B ocorrer, **dado que** A ocorreu.

- Manipulando a fórmula, temos que  
 $P(A \text{ e } B) = P(A)P(B|A)$  (regra da multiplicação)

## Example

Pesquisadores contaram crianças que tem um certo gene G e seus QIs

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

Qual é a probabilidade de uma criança ter QI elevado, dado que ela possui o gene G?

## Solução

$$P(\text{QI elevado} | G) = \frac{33}{72}$$



## Example

Pesquisadores contaram crianças que tem um certo gene G e seus QIs

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

Qual é a probabilidade de uma criança ter QI elevado, dado que ela possui o gene G?

## Solução

$$P(\text{QI elevado} | G) = \frac{33}{72}$$

## Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

- 1 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
- 2 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

## Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

- 1 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
- 2 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

## Exercício

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

- 1 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene?
- 2 Qual é a probabilidade de uma criança não ter o gene, dado que ela tem o QI normal?

# Exercício

## Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

$$① P(\bar{G}) = \frac{30}{102}$$

$$② P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

# Exercício

## Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

$$① P(\bar{G}) = \frac{30}{102}$$

$$② P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

# Exercício

## Solução

QI	possui o gene	não possui o gene	total
elevado	33	19	52
normal	39	11	50
total	72	30	102

$$① P(\bar{G}) = \frac{30}{102}$$

$$② P(\bar{G}|N) = P(N)P(\bar{G} \text{ e } N)$$

$$P(N) = \frac{50}{102}$$

$$P(\bar{G} \text{ e } N) = \frac{11}{102}$$

$$P(\bar{G}|N) = \frac{11}{50}$$

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo

## Definition

$$P(B|A) = P(B)$$

## Interpretação

Se dois eventos A e B são independentes a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro.



## Definition

$$P(B|A) = P(B)$$

## Interpretação

Se dois eventos A e B são independentes a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro.

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se  $A$  e  $B$  são independentes, então  $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso,  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se A e B são independentes, então  $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso,  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

- No caso geral, a regra da multiplicação segue a fórmula  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B|A)$
- Mas se A e B são independentes, então  $P(B|A) = P(B)$
- Nesse caso,  $P(B \text{ e } A) = P(A)P(B)$

## Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

- 1 Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
- 2 Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

## Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

- 1 Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
- 2 Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

## Exercício

Considere a tabela que relaciona resultados de teste de gravidez com o desfecho de estar ou não grávida

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

- 1 Determine a probabilidade de a mulher testar positivo, dado que ela está grávida
- 2 Determine a probabilidade de a mulher estar grávida, dado que ela testou positivo

## Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1  $P(\text{positivo}|\text{grávida}) =$

$$\frac{\frac{80}{85}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{99} = 0.94$$

Alternativamente, apenas consultando a tabela:

$$P(\text{positivo}|\text{grávida}) = \frac{80}{85} = 0.941$$

2  $P(\text{grávida}|\text{positivo}) = \frac{80}{83} = 0.964$

Probabilidades

I

Felipe  
Figueiredo

Definições

Regra da  
soma

Regra da  
Multiplicação

Resumo



## Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1  $P(\text{positivo}|\text{grávida}) =$

$$\frac{\frac{80}{99}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{85} = 0.94$$

Alternativamente, apenas consultando a tabela:

$$P(\text{positivo}|\text{grávida}) = \frac{80}{85} = 0.941$$

2  $P(\text{grávida}|\text{positivo}) = \frac{80}{83} = 0.964$

## Solução

	teste positivo	teste negativo	total
grávida	80	5	85
não grávida	3	11	14
total	83	16	99

1  $P(\text{positivo}|\text{grávida}) =$

$$\frac{\frac{80}{99}}{\frac{85}{99}} = \frac{80}{85} = 0.941$$

Alternativamente, apenas consultando a tabela:

$$P(\text{positivo}|\text{grávida}) = \frac{80}{85} = 0.941$$

2  $P(\text{grávida}|\text{positivo}) = \frac{80}{83} = 0.964$

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **ou** um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **e** um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral  $P(A|B) \neq P(B|A)$

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **ou** um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **e** um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral  $P(A|B) \neq P(B|A)$

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **ou** um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **e** um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral  $P(A|B) \neq P(B|A)$

- Para se determinar a probabilidade de um evento simples, basta considerar a frequência com que ele ocorre
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **ou** um evento B usamos a regra da soma
- Para se calcular a probabilidade de um evento composto de um evento A **e** um evento B (simultaneamente) usamos a regra da multiplicação
- Em geral  $P(A|B) \neq P(B|A)$