

# A distribuição Normal

## Distribuição Normal, e IC da média

Felipe Figueiredo

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento

## 1 Discussão da aula passada

- Discussão da aula passada

## 2 A distribuição Normal

- Distribuições de probabilidade
- A distribuição Normal
- Inferências

## 3 IC da média

- Interpretação
- Premissas
- O Erro Padrão

## 4 Aprofundamento

- Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

Discussão da aula  
passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento

# Discussão da aula passada



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

Discussão da aula  
passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento

Discussão da leitura obrigatória da aula passada

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 **A distribuição Normal**
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

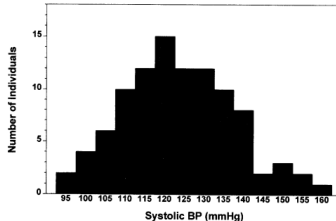
IC da média

Aprofundamento

# Recapitulando



- (aula passada)
- Pressão sanguínea (PS) de todos os 100 alunos de uma sala
- Visualização da média e variabilidade dos dados



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

# Distribuições de probabilidade - Por que?



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

Distribuições de  
probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Distribuições teóricas = **modelos** da realidade
- Aprender com os modelos  $\Rightarrow$  ferramenta

Na vida real

Distribuição “próxima” de um modelo  $\Rightarrow$  metodologia

# Distribuições de dados “reais”



## Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 123,4$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 14,0$  mmHg.

## Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

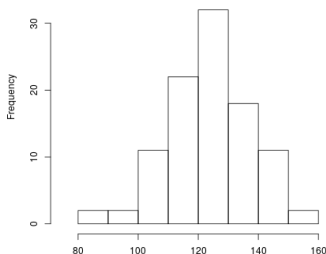


# Distribuições de dados “reais”

## Exemplo 5.1

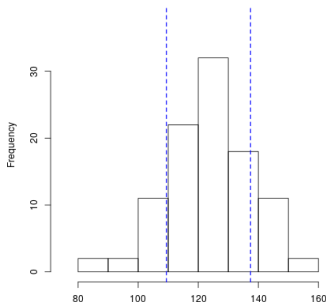
- $\bar{x} = 123,4$  mmHg
- $s = 14,0$  mmHg

- Você vê a média?
- Você vê o DP?



# Observações importantes

- Muitas medições próximas da média
- Poucas medições de PS muito baixas
- Poucas medições de PS muito altas
- Aprox. simétrica em torno da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 **A distribuição Normal**
  - Distribuições de probabilidade
  - **A distribuição Normal**
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

# Distribuição Normal



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

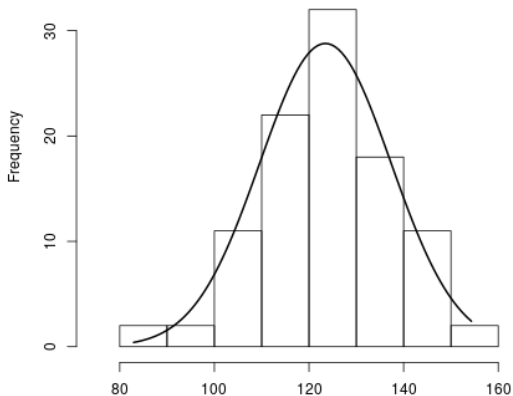
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento



# Distribuição Normal, com DP

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

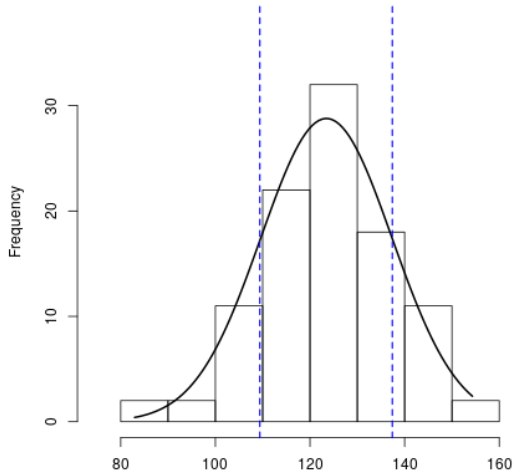
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal  
Inferências

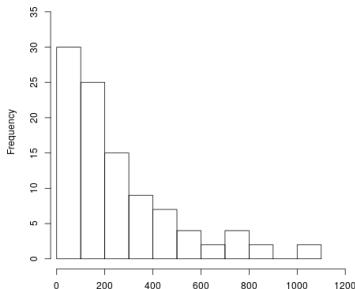
IC da média

Aprofundamento



# E esta?

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

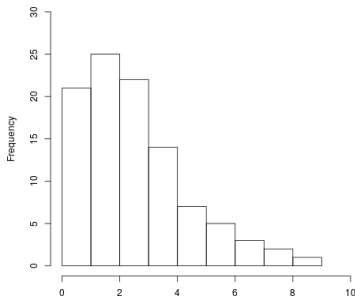
A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

# E esta?

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

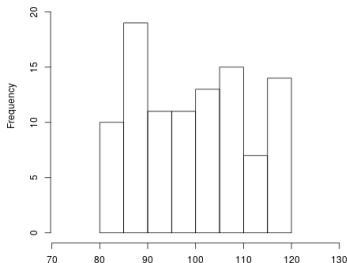
A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

# E esta?

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento



- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 **A distribuição Normal**
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - **Inferências**
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

Distribuições de  
probabilidade  
A distribuição Normal  
Inferências

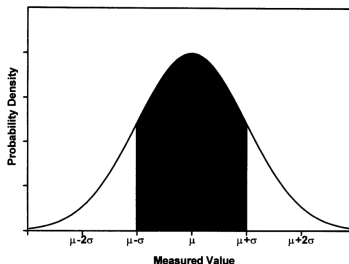
IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- “mais da metade” dos dados estão a 1 DP da média
- “quase todos” os dados estão a 2 DPs da média

# A regra empírica

- 68% a até 1 DP da média
- 95% a até 2 DP da média
- 99,7% a até 3 DP da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade  
A distribuição Normal  
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Vamos recapitular o exemplo 5.1, antes de introduzir outro.

# Distribuições de dados “reais”



## Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 123,4$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 14,0$  mmHg.

## Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

# Distribuições de dados “reais”



## Exemplo 5.2

Das 100 medições de PS, você amostrou aleatoriamente 5 medições.

Valores aproximados: 120, 80, 90, 110 e 95 mmHg.

Calculando a média, encontramos  $\bar{x} = 99,0$  mmHg.

Calculando o DP, encontramos  $s = 15,97$  mmHg.

## Pense...

- Se a população for a turma, podemos estimar a média e o DP da turma com os valores desta amostra?
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, esta estimativa nos dá “mais confiança” sobre a população, ou menos?

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

## ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

## Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.



- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - **Premissas**
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

IC da média

Interpretação

**Premissas**

O Erro Padrão

Aprofundamento

Assumimos que estas coisas são verdadeiras para calcular/interpretar um IC

- A amostra foi selecionada aleatoriamente da população (sem reposição)
- A população é Normal (Gaussiana)
- Os indivíduos são independentes, uns dos outros

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

# Teorema do Limite Central



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Vídeo

## Variabilidade

A variabilidade nos informa sobre a dispersão da amostra/população.

## O erro padrão

O Erro Padrão nos informa quão boa é nossa **estimativa** da média.

# O Erro Padrão - definição



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

$$SEM = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

- SEM = Erro Padrão da Média (em inglês)
- Conforme N aumenta, SEM diminui
- Conforme N aumenta,  $\bar{x}$  se aproxima média da população

# O Erro Padrão - Interpretação



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

## Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

Pense...

E o desvio-padrão  $s$ ?

# O Erro Padrão - Interpretação



A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

## Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

## Pense...

E o desvio-padrão  $s$ ?



$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- $M$  = média
- Para amostras **grandes**,  $t^* \approx 2$ .

$$IC : \bar{x} \pm 2 \times SEM$$

## Exemplo 5.1

- $s = 14,0$  e  $N = 100$
- $SEM = \frac{14}{\sqrt{100}} = 1.4$
- $IC = 123.4 \pm 2 \times 1.4$
- $IC = 123.4 \pm 2.8$
- $IC \approx [120.6, 126.2]$

- **Ex. 5.1:**  $\bar{x} = 123,4$  e  $s = 14,0$  mmHg ( $N = 100$ )
- **Ex. 5.2:**  $\bar{x} = 99,0$  e  $s = 15,97$  mmHg ( $N = 5$ )

Pergunta - podemos reproduzir o mesmo método?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3?

## Pergunta - podemos reproduzir o mesmo método?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3?

## Resposta

Não! Pois  $N=5$  não é grande!

Isso faz com que o SEM do exemplo 5.2 seja muito maior (como vimos).

## ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

A distribuição Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição Normal
  - Distribuições de probabilidade
  - A distribuição Normal
  - Inferências
- 3 IC da média
  - Interpretação
  - Premissas
  - O Erro Padrão
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento  
Aprofundamento

## Leitura obrigatória

Capítulo 4. Pular a seção **Intervalo de Predição**.

Capítulo 5. Pular as seções:

- Calculando o IC da média
- A distribuição  $t$  (será abordado na próxima aula)

## Leitura recomendada

Capítulo 4. seção **Intervalo de Predição**.

- Cap 4: Exercícios 1 e 2.
- Cap 5: exercícios 1, 3, 7 e 9.

A distribuição  
Normal

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

A distribuição  
Normal

IC da média

Aprofundamento  
Aprofundamento