Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Exercícios Resolvidos em Introdução à Bioestatística

E. A. Reis e I. A. Reis

Relatório Técnico
RTE-03/2000

Relatório Técnico
Série Ensino

Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Exercícios Resolvidos em Introdução à Bioestatística

Edna Afonso Reis
Ilka Afonso Reis

Segunda Edição – Novembro/2000

Índice Geral

Agradecimento

Gostaríamos de agradecer ao Prof. Aloísio J. F. Ribeiro, do departamento de Estatística da UFMG, pela revisão cuidadosa deste trabalho e pelas valiosas contribuições, principalmente na complementação da solução dos exercícios da seção 12.

Primeira Parte:

Enunciado dos Exercícios

Índice da Primeira Parte - Enunciado dos Exercícios

Observação: Os exercícios marcados com asterisco (*) foram adaptados da apostila ***Introdução à Bioestatística***, de Nogueira et alli, Edição de 1997.

Seção 1: Tipos de Estudos e Variáveis

**1.1) Classifique as seguintes variáveis em :
Quantitativas (Discretas ou Contínuas) ou Qualitativas (Nominais ou Ordinais).**

a) A cor da pele de pessoas (ex.: branca, negra, amarela).

Variável do tipo _______________________ e _______________________

b) O número de consultas médicas feitas por ano por um associado de certo plano de saúde.

Variável do tipo _______________________ e _______________________

c) O teor de gordura, medido em gramas por 24 horas, nas fezes de crianças de 1 a 3 anos de idade.

Variável do tipo _______________________ e _______________________

d) O tipo de droga que os participantes de certo estudo tomaram, registrados como: Droga A, Droga B e placebo.

Variável do tipo _______________________ e _______________________

e) A pressão intra-ocular, medida em mmHg, em pessoas.

Variável do tipo _______________________ e _______________________

f) O número de filhos das pacientes participantes de certo estudo.

Variável do tipo _______________________ e _______________________

1.2) Classifique os seguintes estudos como observacionais ou experimentais.

a) Viagra para os diabéticos (Revista Istoé n^{o} 1535 de 03/03/1999)
A famosa pílula azul pode também ser eficaz para diabéticos que têm a função erétil comprometida. Estudos preliminares haviam descartado a eficiência do Viagra nesses casos. Mas uma pesquisa realizada com 268 homens pela Universidade de Creighton, nos Estados Unidos, mostrou que 56% dos pacientes que tomaram Viagra tiveram melhora contra 10% dos que ingeriram placebo (pílula inócua). Mas em hipótese nenhuma se recomenda o uso do medicamento sem orientação médica.

Estudo do tipo _________________________________

b) Sexo feliz (Revista Istoé nº 1537 de 17/03/1999)
Ter relações sexuais três vezes por semana rejuvenesce. Um estudo do Hospital Real de Edimburgo (Reino Unido), feito com 3,5 mil europeus e americanos, revelou que a qualidade e a freqüência das relações sexuais influem diretamente na aparência física. Todos os selecionados para a pesquisa afirmavam sentirem-se mais jovens do que realmente eram. E essas pessoas faziam sexo pelo menos três vezes por semana. "Durante o ato sexual o organismo produz substâncias químicas como a endorfina que causam sensação de bem-estar e melhoram a condição do corpo e da mente", explica o neuropsicólogo David Weeks, coordenador do estudo.

Estudo do tipo ________________________________

c) Alerta da pele (Revista Istoé nº 1537 de 17/03/1999)
Quem já teve câncer de pele deve redobrar os cuidados para não ser vítima de um outro tipo de tumor. Um estudo publicado no Jornal da Associação Médica Americana revelou que aqueles que tiveram câncer dermatológico estão 25% a 30% mais propensos a desenvolver um outro câncer até 12 anos depois de se terem curado. Acredita-se que o tumor de pele aumente a suscetibilidade geral do organismo a novos episódios da doença.

Estudo do tipo ________________________________

d) Gene da gordura (Revista Istoé nº 1537 de 17/03/1999)
Cientistas americanos anunciaram na semana passada ter descoberto em ratos o primeiro gene que suprime a obesidade e regula a queima de calorias. Essa pode ser a chave para o desenvolvimento de uma droga para manter as pessoas em forma. Na verdade, esse é o sexto gene relacionado com a obesidade, mas, de acordo com os pesquisadores, é o primeiro que age no metabolismo e consegue gastar energia. Eles submeteram dois grupos de ratos a testes com alimentos gordurosos. Aqueles com uma mutação nesse gene não ganharam peso enquanto que os normais engordaram.

Estudo do tipo ________________________________

e) Colesterol na medida (Revista Istoé nº 1536 de 10/3/1999)
Níveis muito baixos de colesterol podem ser prejudiciais, afirma um estudo divulgado na semana passada, no congresso da American Heart Association. A pesquisa comparou 714 vítimas de derrame com 3.743 pessoas saudáveis. Quem tinha colesterol acima de 280 estava duas vezes mais suscetível a sofrer derrame isquêmico (bloqueio de vaso sangüíneo). Aqueles com colesterol abaixo de 180 estavam duas vezes mais propensos a ter derrame hemorrágico. Explica-se: o colesterol ajuda na estrutura das veias e evita que elas se rompam. O ideal é mantê-lo no nível médio (200), como recomendam os órgãos de saúde.

Estudo do tipo ________________________________

f) Efeito protetor da vacina BCG em crianças (Boletim OPAS 1986)
Para avaliar o efeito protetor da vacina BCG em crianças com menos de 15 anos de idade, na cidade de Buenos Aires (Argentina), estudaram-se as crianças que receberam algum tratamento antituberculose durante o ano de 1981, tanto internados em hospitais ou tratados na forma ambulatorial. Para cada uma destas crianças, encontrou-se outra criança de mesma idade, sexo, condição sócio-econômica e que tinha tido alguma doença aguda, diferente da tuberculose, no mesmo período e que havia sido tratada no mesmo estabelecimento. Em ambos os grupos, considerou-se como vacinados os que tinham a cicatriz correspondente à vacina BCG em uma ou ambas regiões deltoidianas.

Estudo do tipo ________________________________

g) Torcida bastante eficaz (Revista Istoé nº 1581 de 19/01/2000)
O sabor de vitória tem um efeito químico muito mais benéfico para a alma do que se acreditava. A conclusão é de uma equipe de pesquisadores americanos. Eles mediram o nível de testosterona (hormônio masculino) em torcedores de futebol e basquete e constataram um aumento de 20% do hormônio quando seus times vencem (quando os times perdem há uma queda de 20%). Como o hormônio regula o humor, a sensação de bem-estar e o interesse sexual, uma dose extra de testosterona vai bem.

Estudo do tipo ________________________________

h) Animais contra alergia (Revista Istoé nº 1569 de 27/10/1999)
Brincar na fazenda, onde vivem animais como vacas, galinhas e outros bichos, diminui as chances de a criança desenvolver alergias. A constatação é de pesquisadores austríacos, que estudaram 2.283 crianças. Aquelas que tinham contato com animais eram três vezes menos sensíveis a problemas alérgicos e respiratórios, como a asma, do que as que vivem na zona urbana. A hipótese é a de que o contato precoce com os animais aumente a tolerância das células de defesa do organismo a bactérias e ácaros.

Estudo do tipo ________________________________

2.1) As Tabelas 2.1 e 2.2 mostram a Distribuição de Freqüências do número de erros cometidos na tradução de um texto do inglês para o português por 150 estudantes da escola A e 200 estudantes da escola B, respectivamente.

Complete as tabelas, faça um histograma e uma ogiva para cada uma e compare os estudantes das duas escolas quanto à variável "número de erros cometidos na tradução de um texto do inglês para o português".

Tabela 2.1: Número de erros de tradução de 150 estudantes da escola A

Nº de erros	Ponto Médio	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)	Freqüência Absoluta Acumulada	Freqüência Relativa Acumulada (%)
10 |- 15		5			
15 |- 20		57			
20 |- 25		42			
25 |- 30		28			
30 |- 35		17			
35 |- 40		1			
Total		150			

Tabela 2.2: Número de erros de tradução de 200 estudantes da escola B

Nº de erros	Ponto Médio	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)	Freqüência Absoluta Acumulada	Freqüência Relativa Acumulada (%)
10 |- 15		4			
15 |- 20		18			
20 |- 25		43			
25 |- 30		76			
30 |- 35		43			
35 |- 40		16			
Total		200			

Obs: lembre-se de que a ogiva deve ser feita com o limite superior de cada classe no eixo X.

2.2) Num estudo sobre a associação entre tromboembolismo e tipo sangüíneo, participaram 200 usuárias de contraceptivo oral . Dessas mulheres, 55 tinham tromboembolismo. Quanto ao grupo sanguíneo, o tipo A foi o mais numeroso, com 83 mulheres, seguido dos grupos O e B, com 79 e 27 mulheres, respectivamente. Das pacientes sadias, 70 eram do grupo O, 51 do grupo A e 19 do grupo B.

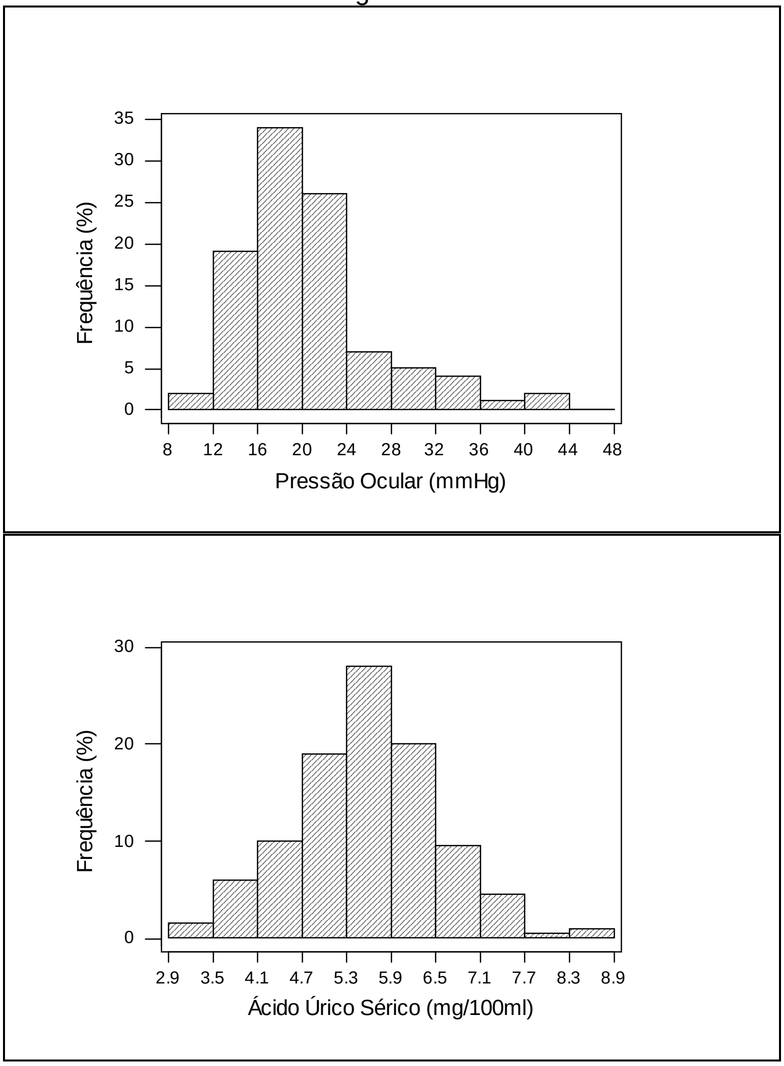
a) A partir dessas informações, preencha a Tabela 2.3 abaixo (Dica: comece encontrando os totais de linha e coluna)
b) Utilizando a tabela preenchida no item a), compare os dois grupos de mulheres (sadias e doentes) de forma gráfica e/ou numérica.

Tabela 2.3

Grupo Sangüíneo	**Tromboembolismo**		**Total**
	Doente	**Sadia**	
A			
B			
AB			
O			
Total			**200**

2.3) *Analisando os histogramas apresentados a seguir, comente sobre a distribuição da pressão ocular e do nível de ácido úrico sérico.

Figura 2.1



2.4) *Utilizando a ogiva apresentada a seguir (Figura 2.2), estime a mediana, o primeiro e o terceiro quartis e o percentil de ordem 95. Interprete estes valores

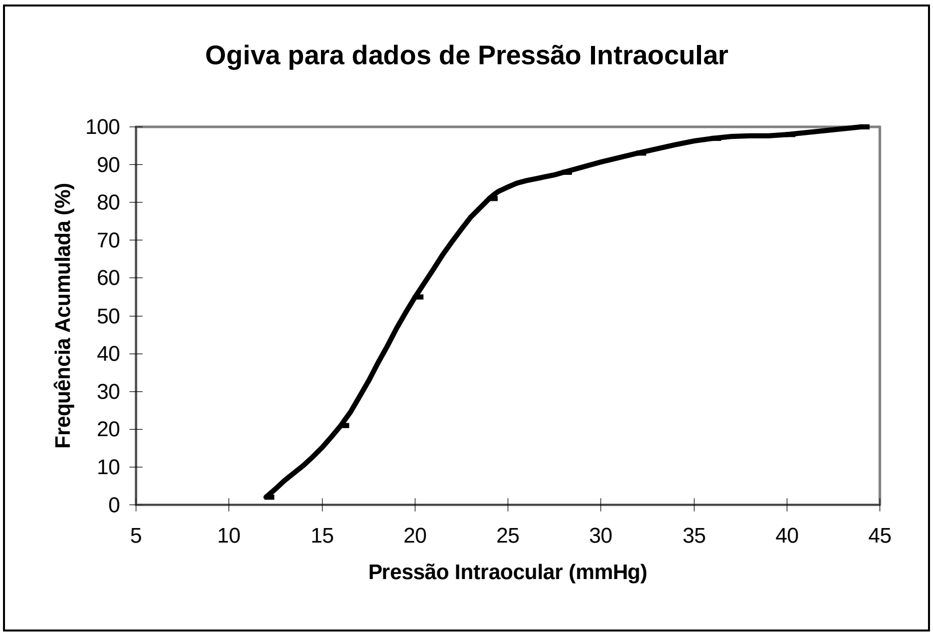


Figura 2.2

2.5) *O tempo (em meses) entre a remissão de uma doença e a recidiva de 48 pacientes de uma determinada clínica médica foi registrado. Os dados ordenados são apresentados a seguir, para homens e mulheres

Homens:	2 2 3 4 4 4 4 7 7 7 8 9 9 10 12 15 15 15 16 18 18 22 22 24
Mulheres:	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 10 10 11 11 12 18

a) Construa o diagrama de pontos para cada sexo e comente-os.
b) Construa um ramo-e-folhas para cada sexo usando 10 meses como escala e outro usando 5 meses
c) Calcule a média, o desvio padrão, a mediana e o coeficiente de variação para cada sexo. Comente essas estatísticas descritivas, comparando os grupos.
d) Repita os cálculos pedidos em (c) para todos os 48 pacientes, sem distinção de sexo. Compare com os resultados em (c)

2.6) *A média do nível de colesterol de um grupo de jovens recrutas é 205 mg/dl e o desvio padrão é 22 mg/dl. Para um grupo de oficiais, entretanto, a média obtida foi 244 mg/dl e o desvio padrão 45 mg/dl. Compare os dois grupos quanto à homogeneidade da variável nível de colesterol.

2.7) *Considere as alturas dos cascos de uma amostra de 48 tartarugas pintadas (24 machos e 24 fêmeas).

Machos	**35**	**35**	**35**	**37**	**37**	**38**	**38**	**39**	**39**	**40**	**40**	**40**
	40	**41**	**41**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**45**	**45**	**46**	**47**
Fêmeas	**38**	**38**	**42**	**42**	**44**	**46**	**48**	**49**	**50**	**51**	**51**	**51**
	51	**51**	**53**	**55**	**56**	**57**	**60**	**61**	**62**	**63**	**63**	**67**

a) Complete a tabela de estatísticas descritivas para a variável “altura de casco” , segundo o sexo da tartaruga.

Grupo	Média	Desvio padrão	Coeficiente de Variação	Mediana	Primeiro Quartil	Terceiro Quartil
Macho	40,54	3,54				
Fêmea	52,04	8,05				

b) Construa um box-plot para as medidas de “altura de casco” de cada grupo (Utilize a mesma escala nos dois gráficos para que eles sejam comparáveis).
c) Usando os resultados do item (a) e os box-plots em (b), *compare* os dois grupos de tartaruga pintada quanto a variável “altura do casco”.

2.8) *Como resultado de um programa de fortificação isométrica desenvolvido em 10 semanas, alunos da oitava série foram avaliados em duas ocasiões, antes e após o programa, quanto a sua habilidade em executar abdominais em dois minutos. Os dados são apresentados a tabela a seguir. Quanto maior o escore, maior é a habilidade do aluno em executar abdominais de dois minutos.

Analise graficamente a efetividade ou não do programa isométrico no aumento da habilidade em executar abdominais nestes alunos. (Use o gráfico de dispersão Antes X Depois [gráfico XY] e desenhe a reta x=y).

Tabela 2.4

No do aluno	Escores de abdominais	
	Antes	Depois
1	12	15
2	10	9
3	23	25
4	25	25
5	29	31
6	32	30
7	14	16
8	17	20
9	19	22
10	20	22

Seção 3: Probabilidade

3.1) Considere um baralho com 52 cartas numeradas, 13 para cada um dos naipes (ouros, copas, espada e paus). Seja o experimento de retirar uma carta aleatoriamente, observando seu naipe, número e/ou cor (vermelha ou preta).
Sejam os seguintes eventos:

A = [a carta retirada é um ás];
V = [a carta retirada é vermelha] e
E = [a carta retirada é de espada].

Calcule:

a) P(A), P(V) e P(E).

b) $P(A \cap V)$, $P(A \cap E)$ e $P(V \cap E)$.

c) $P(A \cup V)$, $P(A \cup E)$ e $P(V \cup E)$.

d) P(A|V) . Os eventos A e V são independentes ?

e) P(V|E). Os eventos V e E são independentes ?

f) Suponha que você retire do baralho, aleatoriamente, duas cartas do seguinte modo: retira uma, observa seu naipe, número e cor, e a coloca de volta. Em seguida, retira a segunda carta, observa seu naipe, número e cor, e a coloca de volta. Sejam os eventos:
A1 = [a primeira carta retirada é um ás] e A2 = [a segunda carta retirada é um ás].

f.1) Sem fazer cálculos, você acha que os eventos A1 e A2 são independentes ? Ou seja, você acha que o fato da primeira carta retirada ter sido um ás altera a probabilidade de que a segunda carta seja um ás ? Então, qual é o valor de P(A2|A1) ?

f.2) Qual é a probabilidade das duas cartas retiradas serem um ás ? Ou seja, calcule $P(A1 \cap A2)$.

3.2) *É bem conhecido que o daltonismo é hereditário. Devido ao fato do gene responsável ser ligado ao sexo, o daltonismo ocorre mais freqüentemente nos homens do que nas mulheres. As 10.000 pessoas de uma amostra aleatória de uma população foram classificadas de acordo com seu sexo e se sofrem ou não de daltonismo da cor vermelha-verde. Os resultados são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1

Daltonismo	Sexo		Total
	Masculino	Feminino	
Presente	423	65	
Ausente	4848	4664	
Total			10.000

Notação: Sexo Masculino: M — Daltonismo Presente: D
Sexo Feminino: F — Daltonismo Ausente: $\overline{D}$

I) Complete a Tabela 3.1.

II) Uma pessoa é escolhida ao acaso desta população. Estime a probabilidade desta pessoa ser:

a) Daltônica
b) Não daltônica
c) Do sexo masculino
d) Do sexo feminino
e) Daltônica e do sexo masculino
f) Daltônica e do sexo feminino
g) Não daltônica e do sexo masculino
h) Não daltônica e do sexo feminino
i) Daltônica dado que é do sexo masculino
j) Daltônica dado que é do sexo feminino
k) Não daltônica dado que é do sexo masculino
l) Não daltônica dado que é do sexo feminino

III) Os eventos “ser daltônica” e “ser do sexo masculino” são independentes ?

3.3) A detecção precoce do câncer cervical é crucial para o tratamento e cura da paciente. As 600 mulheres de amostra aleatória foram classificadas em um de dois grupos: “com câncer” ou “sem câncer” através de biópsia cervical (Tabela 3.2).
Outro teste que pode ser usado no diagnóstico do câncer cervical é o papanicolau, mais barato e mais rápido que a biópsia cervical. Para avaliar a qualidade de diagnóstico do papanicolau, as 600 mulheres mencionadas anteriormente foram submetidas a este teste.
Os resultados do teste papanicolau são mostrados na Tabela 3.2 (“Positivo” indica que o teste classifica a paciente como portadora do câncer; “negativo”, caso contrário).
Assuma que o resultado da biópsia cervical é certo.

Tabela 3.2

Situação da paciente	Resultado do Papanicolau		Total
	Positivo	Negativo	
Com câncer	94	6	100
Sem câncer	250	250	500
Total	344	256	600

a) Estime a proporção de mulheres que têm câncer cervical na população de onde foi retirada esta amostra (ou seja, a prevalência do câncer na população).

b) Para quantas pacientes o teste papanicolau acertou o diagnóstico ?

c) Para quantas pacientes o teste papanicolau errou o diagnóstico ?

d) Qual é a probabilidade do teste papanicolau ter resultado positivo dentre as pacientes que realmente têm câncer ? (Esta probabilidade é chamada sensibilidade do teste)

e) Qual é a probabilidade do teste papanicolau ter resultado negativo dentre as pacientes que não têm câncer ? (Esta probabilidade é chamada especificidade do teste)

f) Qual é a probabilidade de uma paciente realmente ter câncer dentre aquelas com resultado positivo no teste papanicolau? (Esta probabilidade é chamada valor de predição positiva do teste)

g) Qual é a probabilidade de uma paciente realmente não ter câncer dentre aquelas com resultado negativo no teste papanicolau? (Esta probabilidade é chamada valor de predição negativa do teste)

h) Qual é a probabilidade de uma paciente realmente não ter câncer dentre aquelas com resultado positivo no teste papanicolau? (Esta é a proporção de falsos positivos do teste)
i) Qual é a probabilidade de uma paciente realmente ter câncer dentre aquelas com resultado negativo no teste papanicolau? (Esta é a proporção de falsos negativos do teste)

Seção 4: Avaliação da Qualidade de Testes Clínicos

4.1) No contexto da avaliação da qualidade de um teste clínico, associe as definições a seguir com: sensibilidade, especificidade, valor de predição positiva, valor de predição negativa, proporção de falsos positivos ou proporção de falsos negativos.

a) A probabilidade de um paciente com resultado positivo não estar doente.

Definição de: ____

b) A probabilidade do paciente não estar doente dado que seu resultado no teste foi negativo.

Definição de: ____

c) A probabilidade do resultado do teste ser negativo dentre os pacientes realmente não doentes.

Definição de: ____

d) A probabilidade do paciente realmente estar doente dado que seu resultado no teste foi positivo.

Definição de: ____

e) A probabilidade de um paciente com resultado negativo estar doente.

Definição de: ____

f) A probabilidade do resultado do teste ser positivo dentre os pacientes realmente doentes.

Definição de: ____

4.2) Um dos testes utilizados para detectar a doença de Aujelski em suínos, também conhecida como pseudo-raiva, é o teste ELISA. Na tabela abaixo são apresentados os resultados deste teste para 52 suínos portadores da doença e 238 não portadores da doença.

Tabela 4.1

Teste ELISA	Doença de Aujelski		Total
	Doente (D)	Não doente $\overline{D}$	
Positivo (+)	51	6	57
Negativo (-)	1	232	233
Total	52	238	290

a) Calcule a sensibilidade e a especificidade do teste.

b) Se a prevalência dessa doença (na população) é de 17,9%, você pode calcular o VPP e o VPN diretamente da tabela ? Por que ? Calcule estes índices.

c) Suponha que a prevalência da doença seja bem menor que 17,9%. Sabendo que o tratamento da pseudo-raiva é relativamente caro, qual atitude deveria ser tomada para um suíno que apresentasse resultado positivo no teste ELISA ?

4.3) ***A creatinina fosfacinase (CFC) é um marcador para o diagnóstico de infarto agudo do miocárdio. Pacientes com infarto agudo do miocárdio apresentam valores elevados de CFC. A tabela a seguir apresenta os valores de CFC para 360 pacientes de um hospital do coração, sendo 230 com infarto agudo do miocárdio. Considere que a prevalência de infarto agudo do miocárdio em hospitais do coração seja igual a desse estudo.**

Tabela 4.2

Infarto agudo do miocárdio	Valores de CFC			Total
	CFC < 80	80 ≤CFC < 280	CFC ≥ 280	
Doente (D)	15	118	97	230
Não doente $(\overline{D})$	114	15	1	130
Total	129	133	98	360

Sejam dois testes de diagnóstico de infarto agudo do miocárdio baseados no valor de CFC do paciente:

Teste 1: O resultado é positivo se os valores de CFC são ≥ 80 e negativo caso contrário;
Teste 2: O resultado é positivo se os valores de CFC são ≥ 280 e negativo caso contrário.

a) Calcule a sensibilidade e a especificidade do Teste 1 e do Teste 2. Comente.

b) Calcule o VPP, VPN, PFP e PFN do Teste 1 e do Teste 2. Comente.

4.4) **Sabe-se que o Valor de Predição Positiva (VPP) e o Valor de Predição Negativa (VPN) de um teste clínico de diagnóstico de uma doença depende da Prevalência (p) da doença na população, da Sensibilidade (s) e da Especificidade (e) do teste.**

Estas relações podem ser expressas através das equações:

$$VPP = \frac{sp}{sp + (1-e)(1-p)} \quad \textbf{e} \quad VPN = \frac{e(1-p)}{e(1-p) + (1-s)p}$$

A Figura 4.1 mostra a relação entre VPP e Especificidade e entre VPN e Especificidade para vários valores de Sensibilidade, mantendo-se p=0,05. Analogamente, estas mesmas relações são mostradas Figura 4.2, com p=0,5.

a) Considere as figuras 4.1(a) e 4.2(a). Para um valor fixo de prevalência e sensibilidade, o que acontece com o VPP à medida que a especificidade aumenta ?

b) Considere as figuras 4.1(b) e 4.2(b). Para um valor fixo de prevalência e sensibilidade, o que acontece com o VPN à medida que a especificidade aumenta ?

c) Considere a Figura 4.2(a), onde a prevalência está fixada em p=0,5.

i. Para um valor fixo de sensibilidade, qual é, aproximadamente, o aumento que se tem no VPP quando se passa de e=0,7 para e=0,95 ?

ii. Para um valor fixo de especificidade, qual é, aproximadamente, o aumento que se tem no VPP quando se passa de s=0,7 para s=0,95 ?

iii. O teste será poderoso para confirmar a presença da doença se ele tiver PFP grande ou pequena?

iv. Suponha que se queria que o teste seja poderoso para confirmar a presença da doença em uma população com p=0,5. Baseado na sua resposta em (iii) e comparando suas respostas em (i) e (ii), você acha melhor trabalhar para aumentar a sensibilidade ou a especificidade do teste ?

d) Considere a Figura 4.1(b), onde a prevalência está fixa em p=0,05

i. Para um valor fixo de sensibilidade, qual é, aproximadamente, o aumento que se tem no VPN quando se passa de e=0,7 para e=0,95 ?

ii. Para um valor fixo de especificidade, qual é, aproximadamente, o aumento que se tem no VPN quando se passa de s=0,7 para s=0,95 ?

iii. O teste será poderoso para descartar a presença da doença se ele tiver PFN grande ou pequena?

iv. Suponha que se queira que o teste seja poderoso para descartar a presença da doença em uma população com p=0,05. Baseado na sua resposta em (iii) e comparando suas respostas em (i) e (ii), você acha melhor trabalhar para aumentar a sensibilidade ou a especificidade do teste ?

Figura 4.1

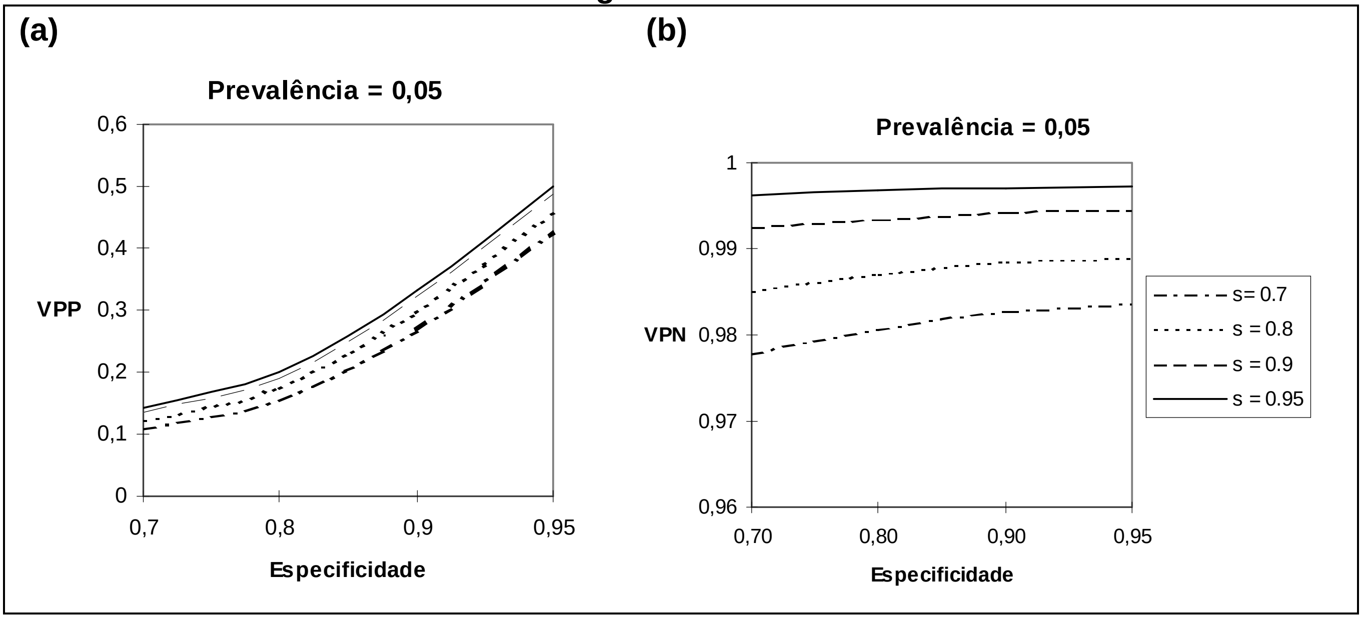
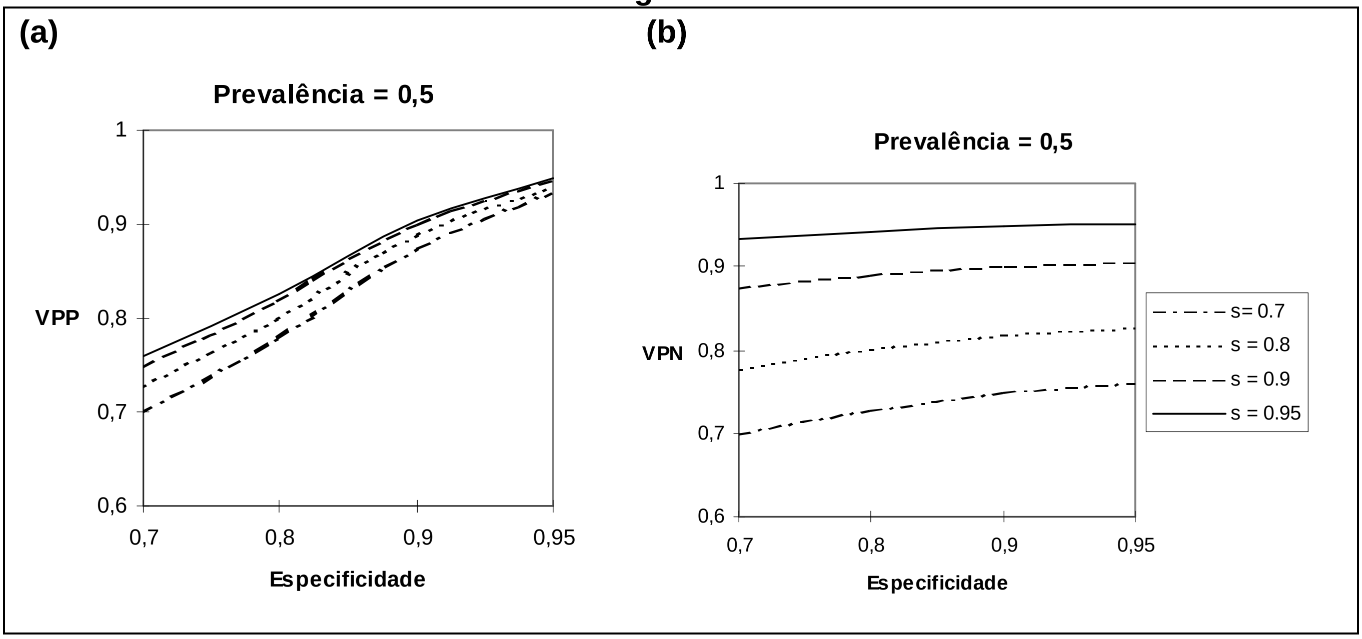


Figura 4.2



Seção 5: Distribuições de Probabilidade: Binomial e Poisson

5.1) *Em uma determinada população, a probabilidade de um indivíduo ter sangue Rh negativo é de 0,10. Qual é a probabilidade de 4 indivíduos dessa população que se apresentarem para o exame de sangue serem todos Rh negativo ?

5.2) *A probabilidade de que um casal com olhos azuis escuros tenha filhos com olhos azuis é de ¼ . Se esse casal tiver 3 filhos, qual é a probabilidade de que pelo menos 2 tenham olhos azuis?

5.3) *Suponha que o número de unidades vendidas de um medicamento por dia numa rede de drogarias tenha uma distribuição de Poisson com média 3 ($\lambda = 3$).

a) Construa o gráfico para a distribuição de probabilidade do número de unidades vendidas desse medicamento por dia (use a tabela de Poisson).
b) Calcule a probabilidade de que sejam vendidas entre 7 e 11 unidades por dia.
c) Qual é distribuição do número de unidades vendidas desse medicamento por semana ?
d) Qual é a probabilidade de que 100 unidades desses medicamento sejam vendidas em uma semana ?

5.4) *Em uma certa população, a probabilidade de um menino ser daltônico é 0,08. Num grupo de 4 meninos vindos dessa população, qual é a probabilidade de 3 não serem daltônicos ?

5.5) *A probabilidade de um animal sobreviver durante um experimento cirúrgico é 2/3. Seja X o número de animais que sobrevivem quando 5 animais são submetidos à cirurgia.

a) Determine a distribuição de probabilidade de X.

b) Determine a probabilidade de :
   i. Exatamente 3 animais sobreviverem
   ii. No mínimo 1 animal sobreviver
   iii. Mais de 2 animais não sobreviverem

c) Se 60 animais se submeterem a essa cirurgia, espera-se que, em média, quantos não sobrevivam?

5.6) *Um produtor de sementes vende pacotes com 10 sementes cada. Os pacotes que apresentam mais de quatro sementes sem germinar serão indenizados. A probabilidade de uma semente germinar é 0,8.

a) Qual é a probabilidade de um pacote ser indenizado ?

b) Se o produtor vende 1000 pacotes, qual é o número esperado de pacotes indenizados ?

5.7) *Suponha que o número médio de colônias de bactérias por 10 ml de água de um lago seja 3.

a) Qual a probabilidade de não se achar nenhuma colônia em 10 ml de água desse lago ?

b) Qual a probabilidade de se achar pelo menos duas colônias em 10 ml de água desse lago ?

c) Qual a probabilidade de que 5 ou mais colônias sejam achadas em uma amostra de 30 ml de água desse lago ?

Seção 6: Distribuições de Probabilidade: Normal

6.1) Suponha que a quantidade de ferro sérico de indivíduos sadios de uma população (variável X) tenha distribuição Normal com parâmetros μ= 100 mcg/dl e σ= 25 mcg/ dl.

a) Qual é o valor da quantidade média de ferro sérico em indivíduos desta população ?
E qual é o valor do desvio padrão da quantidade de ferro sérico nesta população ?

b) Faça um esboço da curva normal X definida no enunciado, representando os intervalos simétricos em torno da média correspondentes às probabilidades 0,683, 0,954 e 0,997 ($\mu \pm \sigma$; $\mu \pm 2\sigma$; $\mu \pm 3\sigma$).

c) Como é a equação da variável normal padrão Z neste caso ?

d) Complete o quadro a seguir:

Um valor de X igual a ...	Corresponde a Z igual a ...	$P(X \leq x)$ =
25		
	-2	
		0,158655
59		
	-1,28	
		0,248252
90		

Um valor de X igual a ...	Corresponde a Z igual a ...	$P(X \geq x)$ =
	3	
		0,022750
125		
	1,64	
		0,100273
117		
	0,4	

Obs: Use duas casas decimais para Z, nenhuma para X e seis para $P(X \leq x)$ e $P(X \geq x)$

i. Qual é a probabilidade de X assumir um valor entre 68 e 110 mcg/dl ?
Se tomarmos uma amostra aleatória de 500 indivíduos sadios desta população, quantos indivíduos podemos esperar que tenham quantidade de ferro sério entre 68 e 110 mcg/dl ?

ii. Qual é o intervalo $[x_1;x_2]$ simétrico em torno da média, que contém 50% dos valores de X ?

iii. Qual é o intervalo $[x_3;x_4]$ simétrico em torno da média, que contém 95% dos valores de X ?

6.2) *Suponha que a concentração sérica de tiroxina T4(D) em cães machos sadios tenha distribuição Normal com média 2,04 mcg/100ml e desvio padrão 0,78 mcg/100ml.

a) Determine a probabilidade de um cão macho sadio apresentar concentração sérica de tiroxina:

i Inferior a 2,81 mcg/100ml
ii Superior a 1,8 mcg/100ml
iii Entre 1,01 e 2,50 mcg/100ml

b) Se considerarmos 200 desses cães, quantos se poderia esperar que tivessem uma concentração sérica entre 2,20 e 3,80 mcg/100ml ?

c) Qual intervalo de valores, simétrico em torno da média, abrange 98% dos cães sadios ?

6.3) [1]Os prazos de duração de gravidez têm distribuição Gaussiana com média de 268 dias e desvio-padrão de 15 dias. Definindo como prematura uma criança que nascer com menos de 247 dias de gestação, responda :

[1] Exercício adaptado de Triola, M. F. (1999) - *Introdução à Estatística* - 7ª Edição - LTC

a) Qual é a porcentagem de crianças nascidas prematuramente?

b) Se desejássemos mudar a definição de uma criança prematura como sendo “aquela cujo o período de gestação está entre os 4% menores”, qual seria o tempo mínimo de gestação para que uma criança não fosse considerada prematura?

6.4) [1]**Os escores de Q.I. têm distribuição Gaussiana com média 100 pontos e desvio-padrão 15 pontos. Uma organização só admite pessoas de Q.I. elevado, para ela, maiores do que 131,5 . Com base nessas informações, responda:**

a) Escolhida uma pessoa aleatoriamente, qual é a probabilidade de que ela seja admita por essa organização?

b) Definindo como “gênio” uma pessoa que tenha seu escore de Q.I. situado entre os 1% mais altos, qual seria o valor para o escore de Q.I. que separaria os “gênios” das pessoas comuns?

Seção 7: Faixas de Referência

7.1) *Um pesquisador deseja criar um padrão para identificação de infecção bacteriana (*pseudomonas sp*) no trato respiratório, através de cultura de escarro. Para isto, coletou dados de pessoas sabidamente sadias e determinou o número de colônias encontradas em cada cultura de escarro. Os resultados foram os seguintes:

17	22	23	23	23	23	24	24	24	24	24	24	25	25	25	25	25	25	25	26	28	28
29	30	30	31	31	35	35	35	36	40	41	41	41	42	51	54	56	56	58	60	68	79

(n = 44 pessoas; $\overline{X}$ = 34,3 colônias por cultura de escarro; s =14,2 colônias por cultura de escarro)

a) Verifique a suposição de normalidade deste dados.

b) Determine uma faixa de normalidade de 95% para o número de colônias de bactérias no trato respiratório de pessoas sadias, usando:

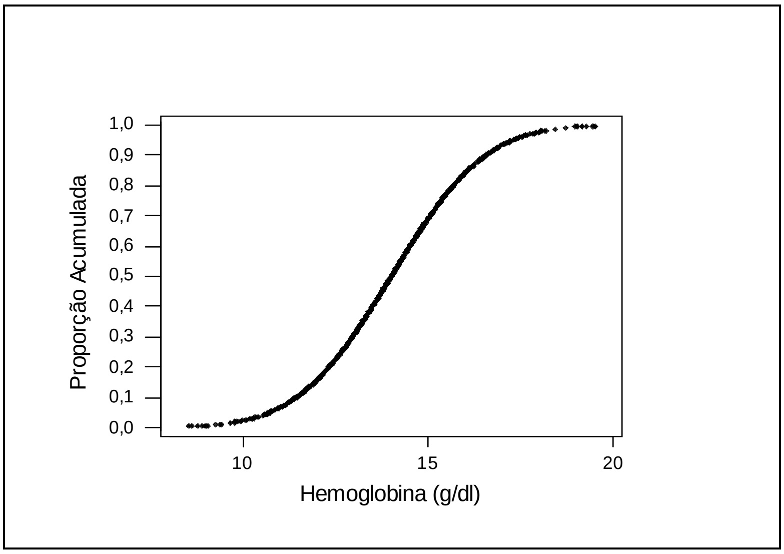
i. Método dos Percentis
ii. Método da Curva de Gauss

c) Qual dos dois métodos é o mais indicado nesse caso ? Justifique.

7.2) Um dos parâmetros hematológicos de uso rotineiro na clínica médica para diagnóstico da anemia é o valor de hemoglobina. A figura abaixo apresenta a ogiva de proporções acumuladas para 1000 mulheres sadias de uma amostra, na qual o valor médio de hemoglobina foi de 14 g/dl e o desvio padrão de 2 g/dl.

a) Construa uma Faixa de Referência de 80% para o valor de hemoglobina em mulheres sadias usando o Método dos Percentis. Interprete o resultado obtido.
b) A partir da interpretação da faixa de referência calculada em a), responda:
  b.1) qual seria a especificidade de um método de diagnóstico de anemia baseado nessa faixa de referência?
  b.2) qual seria a sensibilidade?

Figura 7.1Ogiva de proporções acumuladas para hemoglobina (g/dl) em uma amostra de 1000 mulheres sadias



Seção 8: Intervalos de Confiança

8.1) Num estudo para descrever o perfil dos pacientes adultos atendidos no ambulatório de um posto de saúde, uma amostra de 70 pacientes adultos foi selecionada ao acaso entre o total de pacientes atendidos no posto durante os últimos três anos, coletando-se dos prontuários desses pacientes dados relativos à idade, à escolaridade e a outros fatores de interesse.

Para a variável idade, observou-se uma média amostral de 36,86 anos com um desvio padrão amostral de 17,79 anos. Para a variável escolaridade, observou-se que 19 pacientes da amostra eram analfabetos.

a) Defina a população e a amostra.

b) Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para a idade média dos adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

c) Forneça uma estimativa pontual, um intervalo de 90% de confiança e um intervalo de 95% de confiança para proporção de analfabetos dentre os adultos atendidos neste ambulatório nos últimos três anos. Interprete e compare os intervalos de confiança.

8.2) A produção de leite na primeira lactação foi medida em 20 vacas selecionadas aleatoriamente dentre as vacas de uma fazenda. A produção média nesta amostra de 1500 litros e o desvio padrão de 300 litros. Construa e interprete um intervalo de 98% de confiança para a produção média de leite na primeira lactação das vacas dessa fazenda.

8.3) Considere o Intervalo de 100(1-α)% Confiança para a média (μ) de uma variável com distribuição Normal e desvio-padrão (σ) conhecido :

$$IC_{\mu}^{100(1-\alpha)\%}\left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right].$$

Note que o intervalo é simétrico em torno da média amostral $\bar{x}$ e que, quanto menor a parcela $z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$, menor será a amplitude do intervalo.

a) Por que um intervalo com grande amplitude não é útil para o pesquisador fazer inferência sobre a média da variável estudada ?

b) Mantendo fixos o tamanho de amostra (n) e o desvio-padrão (σ), o que aconteceria com esta parcela se reduzirmos o nível de confiança (100(1-α)) requerido para o intervalo ?

c) Mantendo fixos o tamanho de amostra (n) e o nível de confiança (100(1-α)) requerido para o intervalo, o que aconteceria com esta parcela se o desvio-padrão (σ) fosse menor ?

d) Mantendo fixos o desvio-padrão (σ) e o nível de confiança (100(1-α)) requerido para o intervalo, o que aconteceria com esta parcela se o tamanho de amostra (n) fosse maior ?

e) Qual(is) dos três elementos que compõem esta parcela (n, σ e α), o pesquisador é capaz de alterar para conseguir um intervalo mais curto para a média da variável estudada ?

f) Caso o pesquisador queira um intervalo curto e com nível de confiança alto (ex. 98%, 99%), o que ele deveria fazer ?

Seção 9: Conceitos Básicos de Testes de Hipóteses

Para cada uma das situações abaixo, identifique:

a) **O parâmetro que está sendo testado (média ou proporção);**
b) **As hipóteses nula e alternativa;**
c) **Os erros Tipo I e Tipo II.**

Situação 1 - Um método padrão para identificação de bactérias em hemoculturas vem sendo utilizado há muitos anos e seu tempo médio de execução (desde a etapa de preparo das amostras até a identificação do gênero e espécie) é de 40,5 horas. Um microbiologista propôs uma nova técnica que ele afirma ter menor tempo de execução que o método padrão. A nova técnica foi aplicada em uma amostra de 18 hemoculturas e para cada uma mediu-se o tempo de execução. A média amostral foi 39,42 horas e o desvio padrão amostral foi 1,96 horas.

Situação 2 - Estudos sobre mortalidade de homens com idade superior a 65 anos de uma cidade mostram que 4% deles morrem dentro de um ano. Num grupo de 1000 indivíduos selecionados dessa população, 60 morreram no período de um ano. Suspeita-se de que houve um aumento da mortalidade anual nessa população.

Situação 3 - Um restaurante compra frangos abatidos inteiros com peso médio de 3 quilos há vários anos de um fornecedor. Outro fornecedor propõe ao gerente do restaurante vender frangos com peso médio maior que 3 quilos ao mesmo preço do fornecedor antigo. Antes de mudar de fornecedor, o gerente do restaurante decidiu comprar 25 frangos do novo fornecedor e pesá-los. Encontrou um peso médio de 3,2 quilos com um desvio padrão de 0,4 quilos.

Situação 4 - Uma indústria farmacêutica especifica que em certo analgésico a quantidade média de ácido acetil salicílico deve ser 5,5 gramas por comprimido. A indústria suspeita que houve problemas na produção de um determinado lote e que, nesse lote, a quantidade média dessa substância está diferente da especificada. Para verificar essa suspeita, a indústria selecionou uma amostra aleatória de 40 comprimidos desse lote, observando uma quantidade média de ácido acetil salicílico igual a 5,2 gramas e um desvio padrão de 0,7 gramas.

Situação 5 - Um vendedor de sementes de milho garantiu a um agricultor que a proporção de sementes de sua marca que realmente chegam a germinar é 95%. O agricultor desconfia que na verdade esta proporção é menor do que a anunciada pelo vendedor. Antes de efetuar uma grande compra, o agricultor comprou um pacote com 1000 sementes e plantou, observando mais tarde que 940 sementes germinaram.

Seção 10: Testes de Hipóteses para Uma População

10.1) Para cada uma das situações descritas na Seção 9, responda as questões abaixo, utilizando:

a) **Método Tradicional de Teste de Hipóteses ;**
b) **Método do Valor P;**
c) **Método do Intervalo de Confiança, quando for adequado.**

Utilize um nível de significância α=0,05.

Situação 1 - A nova técnica reduz o tempo para identificação de bactérias ?

Situação 2 - Existe evidência de que houve um aumento da mortalidade anual nesta população ?

Situação 3 - A afirmação do novo fornecedor é confirmada pelos dados coletados pelo gerente ?

Situação 4 - Os dados confirmam a suspeita da indústria ?

Situação 5 - O resultado do experimento do agricultor confirma sua desconfiança ?

Seção 11: Testes de Hipóteses para Duas Populações

11.1) Como resultado de um programa de fortificação isométrica desenvolvido em 10 semanas, alunos da oitava série foram avaliados em duas ocasiões, antes e após o programa, quanto a sua habilidade em executar abdominais em dois minutos. Os dados são apresentados a tabela abaixo. Quanto maior o escore, maior é a habilidade do aluno em executar abdominais de dois minutos.

Tabela 11.1

No do aluno	Escores de abdominais		
	Antes	Depois	
1	12	15	
2	10	9	
3	23	25	
4	25	25	
5	29	31	
6	32	30	
7	14	16	
8	17	20	
9	19	22	
10	20	22	

a) Faça um teste de hipóteses (ao nível de significância α = 5%) para verificar se o programa de fortificação isométrica aumenta a habilidade em executar abdominais em dois minutos.
(Dica: tome a diferença de "depois-antes" e teste se $\mu_{depois} > \mu_{antes}$)

b) Calcule o *valor p* do teste de hipóteses acima. Como você chegaria à conclusão do teste do item (a) usando a informação do *valor p* ?

c) Construa e interprete um Intervalo de 95% de Confiança para a diferença entre a habilidade média depois do programa e a habilidade média antes do programa.

11.2) *Em um experimento, dois grupos de ratos fêmeas foram alimentados com dietas apresentando alto e baixo conteúdo de proteína. O quadro abaixo fornece, para cada rato, o ganho de peso, em gramas, entre o 28^{o} e o 84^{o} dia de vida.

Conteúdo de proteína	Ganho de peso
Alto	123 134 146 104 119 124 161 107 83 113 129 97
Baixo	70 118 101 85 107 132 94

a) Ao nível de significância de 1%, há evidência estatística de que a dieta com alto conteúdo de proteína aumenta o ganho de peso?

b) Calcule o valor P e use-o para responder à pergunta do item (a).

c) Construa e interprete um intervalo de 95% de confiança para a diferença entre os ganhos médios de peso com as dietas de alto e baixo conteúdo de proteína.

11.3) ***Em um estudo sobre a influência do uso de cocaína no peso de crianças nascidas de mães dependentes, pesquisadores trabalharam com dois grupos de crianças nascidas a termo: o primeiro grupo era composto de mães que usaram regularmente a droga durante toda a gravidez (Grupo I) e o segundo, de mães que não tinham história ou evidência de uso de cocaína (Grupo II). A hipótese dos pesquisadores era de que o peso médio de crianças de mães dependentes é menor do que o peso médio de crianças de mães não-dependentes. Os resultados são apresentados abaixo:.**

Grupo	Tamanho da amostra	Peso médio (g)	Desvio padrão (g)
I	36	2829	708
II	39	3436	628

Fonte: Chanoff, I. J. et al. (1989) “Temporal patterns of cocaine use in pregnancy - perinatal outcome”, JAMA, março.

a) Usando um nível de significância igual a 5%, teste a hipótese dos pesquisadores. (Para isso, estabeleças as hipóteses nula e alternativa adequadas, construa a região de rejeição, calcule o valor da estatística de teste e conclua).

b) Calcule o Valor P do teste. Use o Valor P obtido para responder à questão formulada no enunciado do problema, com nível de significância de 1%.

11.4) ***Em um estudo publicado no “Canadian Medical Association Journal” em novembro de 1972, procurou-se investigar o efeito do uso da vitamina C na prevenção de resfriados. Para isso, realizou-se o seguinte experimento: por um determinado período de tempo, 407 indivíduos tomaram fortes doses de vitamina C e 411 receberam placebo. No grupo da vitamina, 105 participantes ficaram livres de doenças do trato respiratório, enquanto, no grupo placebo, esse número foi de apenas 76 participantes. O que os pesquisadores puderam concluir? (Use α = 0,05 e calcule o Valor P)**

11.5) **Em um estudo para determinar se o tratamento com estrogênio e progestina altera o risco de eventos de doença coronariana (DC) em mulheres na pós-menopausa com doença coronariana estabelecida, um total de 2.763 destas mulheres foram divididas aleatoriamente em dois grupos: 1.380 fizeram uso desses hormônios e o restante fez uso de um placebo.**

A Figura 11.1 mostra os resultados publicados na edição brasileira do *Journal of American Medical Association* em setembro de 1999. Para cada desfecho considerado nas linhas da tabela, corresponde, na última coluna, o Valor P do teste:

H_0: O desfecho não está associado ao uso dos hormônios;
H_1: O desfecho está associado ao uso dos hormônios.

Analisando o Valor P, quais os desfechos podem ser considerados associados ao uso de reposição hormonal, ao nível de significância de 5% ?

Figura 11.1

Tabela 4. Óbito e Desfechos não Cardiovasculares Secundários por Grupo de Tratamento*

	Grupo de Tratamento			
Desfechos	Estrogênio-Progestina (N = 1.380)	Placebo (N = 1.383)	RR (IC de 95%)	Valor de *P*
Óbito				
Óbito por DC	71	58	1,24 (0,87-1,75)	0,23
Óbito por câncer	19	24	0,80 (0,44-1,46)	0,47
Óbito não-DC, não-câncer	37	36	1,04 (0,66-1,64)	0,87
Óbito não julgado	4	5	...	...
Total de óbitos	131	123	1,08 (0,84-1,38)	0,56
Evento tromboembólico venoso				
Trombose venosa profunda	25	8	3,18 (1,43-7,04)	0,004
Embolismo pulmonar	11	4	2,79 (0,89-8,75)	0,08
Qualquer evento tromboembólico	34	12	2,89 (1,50-5,58)	0,002
Câncer				
Mama	32	25	1,30 (0,77-2,19)	0,33
Endometrial	2	4	0,49 (0,09-2,68)	0,41
Outro	63	58	1,10 (0,77-1,57)	0,60
Qualquer tipo de câncer	96	87	1,12 (0,84-1,50)	0,44
Fratura				
Quadril	12	11	1,10 (0,49-2,50)	0,82
Outra	119	129	0,93 (0,73-1,20)	0,59
Qualquer tipo de fratura	130	138	0,95 (0,75-1,21)	0,70
Doença da vesícula biliar	84	62	1,38 (1,00-1,92)	0,05

*RR indica risco relativo; IC, intervalo de confiança e DC, doença coronariana. Cada coluna representa o número de mulheres com o evento designado; as mulheres com mais de um tipo de evento podem aparecer em mais de uma coluna.

Fonte: JAMABrasil, set 1999, v.3, n. 8

Seção 12: Teste Qui-Quadrado

12.1) Desejando-se verificar se duas vacinas contra brucelose (uma padrão e um nova) são igualmente eficazes, pesquisadores realizaram o seguinte experimento: um grupo de 14 bezerras tomou a vacina padrão e outro grupo de 16 bezerras tomou a vacina nova. Considerando que os dois grupos estavam igualmente expostos ao risco de contrair a doença, após algum tempo, verificou-se quantos animais, em cada grupo, havia contraído a doença. Os resultados estão na Tabela 12.1.

Tabela 12.1

Vacina	Brucelose		Total
	Sim	Não	
Padrão	10	4	14
Nova	5	11	16
Total	15	15	30

Existe diferença estatisticamente significativa entre as proporções de bezerras que contraíram brucelose usando a nova vacina e a vacina padrão? (Use o teste Qui-Quadrado, com nível de significância de 5%, e calcule o valor P).

12.2) *Com o objetivo de examinar a existência do efeito de determinado fertilizante na incidência da *Bacterium phithotherum* **em plantação de batatas, foi realizado o seguinte experimento: pés de batata tratados com diferentes fertilizantes foram classificados, ao final do estudo, como contaminados ou livres de contaminação. Os resultados estão na Tabela 12.2.**

Tabela 12.2

Fertilizante	Contaminação		Total
	Sim	Não	
Nenhum	16	85	101
Nitrogênio	10	85	95
Esterco	4	109	113
Nitrogênio e Esterco	14	127	141
Total	44	406	450

Existe efeito de fertilizante na incidência desse tipo de bactéria nas plantações de batata? (Use o teste Qui-Quadrado, com nível de significância de 5%, e calcule o valor P).

12.3) Pesquisadores de doenças parasitárias em animais de grande porte suspeitam que a incidência de certos parasitas esteja associada à raça do animal, pura ou não-pura. Num estudo para verificar essa suspeita, 1200 animais selecionados aleatoriamente de uma grande fazenda foram classificados segundo sua raça e incidência de parasitose (berne), dando origem aos dados na Tabela 12.3.

Tabela 12.3

Raça	Incidência de parasitas		Total
	Sim	Não	
Pura	105	595	700
Não-pura	50	450	500
Total	155	1045	1200

Existem evidências estatísticas suficientes nesses dados para verificar a hipótese de que a raça do animal e a incidência de parasitas estejam associadas ? (Use nível de significância igual a 1% e calcule o valor P).

12.4) Num estudo da associação entre a ocorrência de tromboembolismo e grupo sanguíneo, 200 mulheres usuárias de contraceptivo oral foram classificadas quanto à presença de tromboembolismo (doente ou sadia) e quanto ao grupo sangüíneo (A, B, AB ou O). Os resultados dessa classificação foram reproduzidos na Tabela 12.4

Tabela 12.4

Grupo Sangüíneo	Tromboembolismo		Total
	Doente	Sadia	
A	32	47	79
B	8	19	27
AB	7	14	21
O	9	64	73
Total	56	144	200

Existem evidências estatísticas suficientes nesses dados para verificar a hipótese de que a presença do tromboembolismo e o grupo sanguíneo estejam associados ? (Use nível de significância igual a 1% e calcule o valor P).

Segunda Parte:

Resolução dos Exercícios

Índice

Seção 1: Tipos de Estudos e Variáveis

Exercício (1.1)

a) Qualitativa e Nominal

b) Quantitativa e Discreta

c) Quantitativa e Contínua

d) Qualitativa e Nominal

e) Quantitativa e Contínua

f) Quantitativa e Discreta

Exercício (1.2)

a) Estudo do tipo experimental.

Variável resposta: Alguma medida da disfunção erétil.

Grupos comparados: - Grupo Tratamento, formado pelos pacientes que tomaram Viagra;
- Grupo Controle, formado pelos pacientes que tomaram placebo.

b) Estudo do tipo observacional.

Variável resposta: "Sensação" de ter aparência física mais jovem do que a realidade.

Na verdade, não comparam grupos, apenas estudaram quem tinha vida sexual intensa dentre os que tinham a variável resposta "positiva" (sentiam-se jovens). O que deveria ter sido feito era entrevistar dois grupos: pessoas com vida sexual intensa e pessoas com vida sexual fraca. Para cada grupo, classificar os componentes em pessoas que sentem-se jovens e pessoas que não se sentem jovens. Finalmente, verificar se há (ou não) maior proporção de pessoas que sentem-se jovens dentre os de vida sexual intensa do que entre aquelas de vida sexual fraca.

c) Estudo do tipo observacional.

Variável resposta: Ocorrência de algum tumor não dermatológico.

Grupos comparados: - Pessoas que tiveram câncer dermatológico;
- Pessoas que não tiveram câncer dermatológico.

d) Estudo do tipo experimental, se a mutação no gene foi feita no laboratório;
Estudo do tipo observacional, caso contrário.

Variável resposta: Ganho de peso

Grupos comparados: - Ratos com mutação no tal gene;
- Ratos sem mutação no tal gene.

e) Estudo do tipo observacional.

Para a variável resposta “ocorrência de derrame isquêmico”, temos a comparação entre os seguintes grupos:

- Pessoas com nível de colesterol acima de 280;
- Pessoas com nível de colesterol abaixo de 280.

Para a variável resposta “ocorrência de derrame hemorrágico” temos a comparação entre os seguintes grupos:

- Pessoas com nível de colesterol abaixo de 180;
- Pessoas com nível de colesterol acima de 180.

f) Estudo do tipo observacional.

Variável resposta: Ocorrência de tuberculose

Grupos comparados: - Crianças com a marca da vacina BCG;
- Crianças sem a marca da vacina BCG .

g) Estudo do tipo observacional.

Variável resposta: Nível de testosterona

Grupos comparados: - Torcedores de futebol e basquete quando seus times ganharam;
- Torcedores de futebol e basquete quando seus times perderam;

h) Estudo do tipo observacional.

Variável resposta: Ocorrência de problemas respiratórios e/ou alergias.

Grupos comparados: - Crianças que tinham contato com animais;
- Crianças que viviam na zona urbana.

Exercício (2.1)

Tabela 2.1: Número de erros de tradução de 150 estudantes da escola A

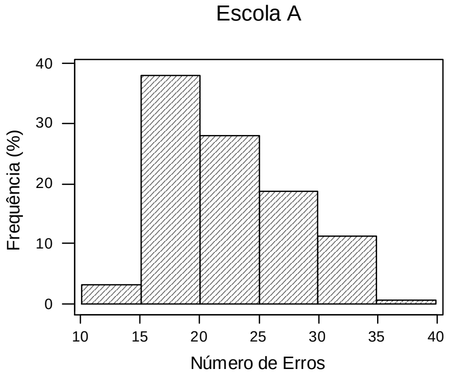
Nº de erros	Ponto Médio	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)	Freqüência Absoluta Acumulada	Freqüência Relativa Acumulada (%)
10 |- 15	12,5	5	3,33	5	3,33
15 |- 20	17,5	57	38,00	62	41,33
20 |- 25	22,5	42	28,00	104	69,33
25 |- 30	27,5	28	18,67	132	88,00
30 |- 35	32,5	17	11,33	149	99,33
35 |- 40	37,5	1	0,67	150	100,00
Total		150	100,00	------	------

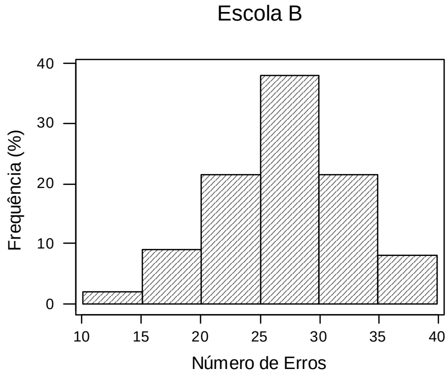
Tabela 2.2: Número de erros de tradução de 200 estudantes da escola B

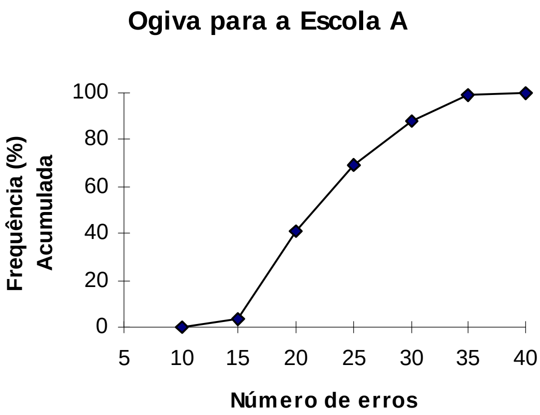
Nº de erros	Ponto Médio	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)	Freqüência Absoluta Acumulada	Freqüência Relativa Acumulada (%)
10 |- 15	12,5	4	2,00	4	2,00
15 |- 20	17,5	18	9,00	22	11,00
20 |- 25	22,5	43	21,50	65	32,50
25 |- 30	27,5	76	38,00	141	70,50
30 |- 35	32,5	43	21,50	184	92,00
35 |- 40	37,5	16	8,00	200	100,00
Total		200	100,00	------	-----

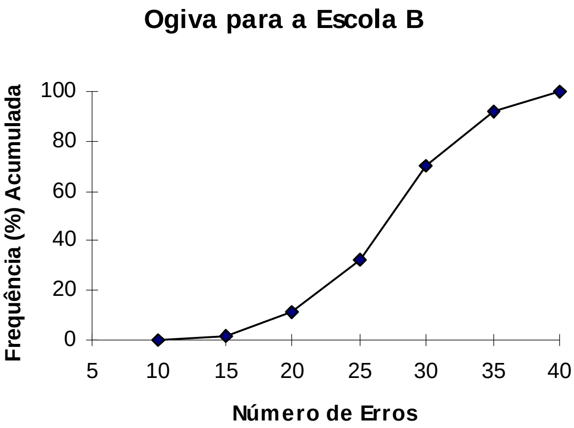
Observação: a soma da coluna "Frequência Relativa (%)" tem que ser 100,00 . No entanto, por causa de arredondamentos, algumas vezes os valores dessa coluna somarão 100,01 (ou 99,99). Para corrigir o problema, podemos subtrair (ou somar) 0,01 à frequência relativa da classe com maior frequência. A mesma observação vale para quando estivermos usando somente uma casa decimal após a vírgula. Nesse caso, o total da coluna "Frequência Relativa (%)" tem que ser 100,0 e, se ocorrer o problema, a correção pode ser feita subtraindo-se (ou somando-se) 0,1 à frequência relativa da classe com maior frequência.

Como podemos notar pela análise dos histogramas a seguir, a distribuição de frequência dos erros de digitação da Escola A é assimétrica com concentração à esquerda, enquanto a distribuição de frequência dos erros de digitação da Escola B é razoavelmente simétrica em torno da classe 25 a 30 erros. A assimetria com concentração à esquerda dos dados da Escola A também pode ser percebida através da sua ogiva, que "cresce" mais rápido do que a ogiva da Escola B, que tem distribuição simétrica. Através desses gráficos, podemos observar que os alunos da Escola A tendem a errar menos do que os alunos do que os alunos a Escola B.









Observação 1: Como gostaríamos de comparar as duas escolas, os histogramas e as ogivas foram feitos usando a frequência relativa, pois os tamanhos das amostras são diferentes. Se os tamanhos das amostras fossem iguais, a frequência absoluta poderia ser usada, embora o uso da frequência relativa torna os gráficos mais, digamos, úteis, pois eles poderão ser comparados com outros que também usem a frequência relativa, mesmo que as amostras sejam de tamanhos diferentes.
Observação 2: O primeiro ponto na ogiva deve ser o limite inferior da primeira classe, que corresponde à frequência acumulada igual a 0, ou seja, abaixo desse limite não existe nenhum dado.

Exercício (2.2)

a)

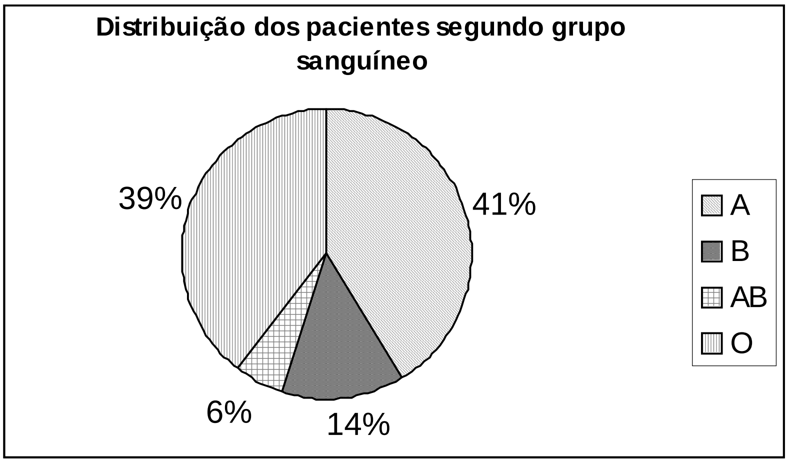
Tabela 2.3

Grupo Sangüíneo	Tromboembolismo		Total
	Doente	Sadia	
A	32	51	83
B	8	19	27
AB	6	5	11
O	9	70	79
Total	55	145	200

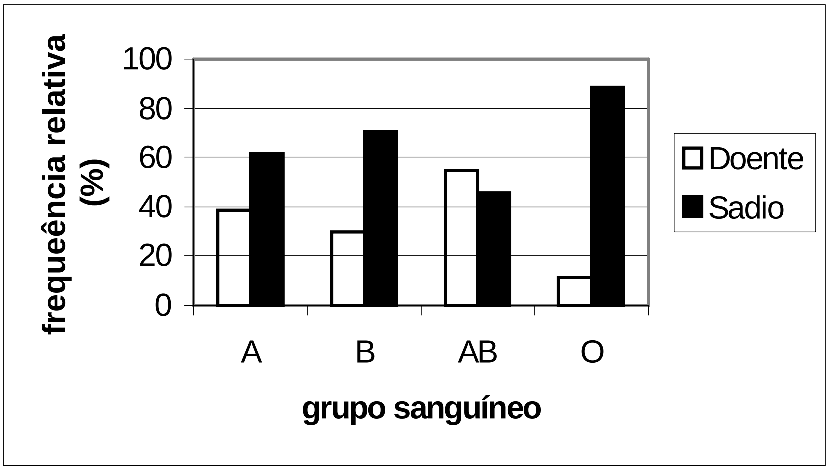
Percebe-se que grande parte das pessoas nesse estudo é sadia (72,5%).

Como as variáveis em questão (presença de tromboembolismo e grupo sanguíneo) são do tipo qualitativas, poderemos usar os gráficos de colunas (barras) ou de setores (torta) para representar esses dados.

O gráfico abaixo revela que a maioria dos pacientes da amostra tem o sangue do tipo A, seguido pelas pessoas de sangue tipo O e tipo B, sendo que a minoria tem o sangue do tipo AB.



O gráfico a seguir representa a frequência relativa da doença dentro de cada grupo sanguíneo. A frequência relativa tem que ser usada porque os grupos de sangue têm tamanhos diferentes. Usamos o gráfico de colunas por ser de melhor visualização, nesse caso em que temos 4 categorias (os tipos sanguíneos), ao invés de usarmos quatro gráficos de setores.



Pela tabela do exercício, temos que os pacientes sadios representam a maioria (72,5%) dos 200 pacientes amostrados. No gráfico acima, podemos observar que, nos grupos sanguíneos A, B e O, essa maioria se mantém, embora em proporções diferentes (no grupo O, por exemplo, em torno de 90% das pessoas são sadias). No entanto, no grupo AB, essas proporções se invertem, sendo as pessoas doentes mais frequentes. Isso pode ser um indício de que a distribuição de frequências do estado do paciente depende do tipo sanguíneo, ou seja, de que as variáveis tipo sanguíneo e presença de tromboembolismo podem estar associadas. Esses conceitos serão melhor elaborados mais adiante, quando tratarmos de *independência de eventos* e *associação de variáveis*.

Exercício (2.3)

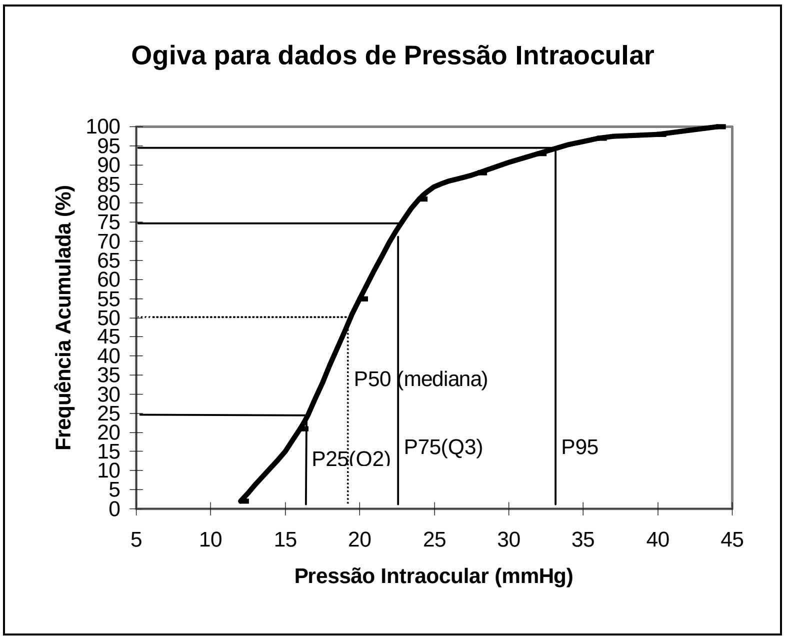
Os valores de pressão intraocular têm distribuição de frequências assimétrica com concentração à esquerda. Isso significa que a maioria das pessoas avaliadas possui valores pequenos para a pressão intraocular e algumas poucas pessoas possuem valores mais altos.

Já os valores de ácido úrico sérico têm distribuição de frequências que pode ser considerada simétrica em torno do valores de 5,3 a 5,9 mg/100ml. Isto é, a maioria das pessoas possui medidas de ácido úrico sérico em torno desses valores, que podem ser considerados típicos. Algumas poucas pessoas possuem valores mais altos (cauda direita do histograma) e outras poucas pessoas possuem valores mais baixos (cauda esquerda). Essa questão dos valores que podem ser considerados típicos será melhor discutida mais adiante quando tratarmos do conceito e construção das *Faixas de Referências* .

Exercício (2.4)

Queremos encontrar a mediana, que é o valor que deixa 50% dos dados abaixo dela. Essa também é a definição do percentil de ordem 50. O primeiro quartil é o valor que deixa um quarto dos dados (25%) abaixo dele e, portanto, é o percentil de ordem 25. O terceiro quartil é o valor que deixa três quartos dos dados (75%) abaixo dele e, portanto, é o percentil de ordem 75. O percentil de ordem 90 é o valor que deixa 90% dos dados abaixo dele.

O cálculo de percentis através da ogiva é aproximado, pois os dados foram agrupados para que o ogiva pudesse ser construída. Para encontrar o percentil de ordem 50, por exemplo, devemos traçar no gráfico, a partir do valor 50 no eixo das frequências acumuladas, uma reta paralela ao eixo dos valores (eixo X) até que essa reta encontre a curva (veja no gráfico). No ponto em que a primeira reta encontrar a curva, devemos traçar uma outra reta, agora vertical, paralela ao eixo das frequências (eixo Y), até que essa reta encontre o eixo dos valores (eixo X). O ponto em que essa segunda reta encontrar o eixo X será o percentil de ordem 50. No gráfico, ele é aproximadamente o valor 19,0. Usamos o mesmo raciocínio para encontrar qualquer outro percentil. No gráfico, também estão ilustrados os procedimentos para encontrar os valores dos percentis de ordem 25, 75 e 90 (P25, P75 e P90, respectivamente). Os valores aproximados para esses percentis são P25 igual a 16,5 , P75 igual a 22,5 e P95 igual a 34,5.



Observe que o primeiro e o terceiro quartis (que deixam a mesma porcentagem de dados, 25%, abaixo e acima deles, respectivamente) estão praticamente à mesma distância da mediana. Isso é um índicio de que a distribuição desses dados de pressão intraocular pode ser considerada simétrica. Outro indício de simetria é que o percentil de ordem 5 (calcule!!!) e percentil de ordem 95 (que deixam a mesma porcentagem de dados, 5%, abaixo e acima deles, respectivamente) também estão praticamente à mesma distância da mediana.

Exercício (2.5)

a) Diagrama de Pontos para os Tempos entre a Remissão e a Recidiva de uma Doença (em meses)

```
     :    .          .
 : .:   :. :.  .    :.  :     :  .
 -----+---------+---------+---------+---------+---------+- Homens

           ::
 : :: :: ::  : :.        .
 -----+---------+---------+---------+---------+---------+- Mulheres
     4,0       8,0      12,0      16,0      20,0      24,0
```

O grupo de mulheres tem, em geral, tempos entre a remissão e a recidiva dessa doença menores do que os dos homens , sendo esses tempos mais homogêneos no grupo feminino do que no grupo masculino.

b)

Ramo-e-folhas usando escala de 10 meses

```
Homens

0 | 2234444777899         0 | 223344556677778888
1 | 02555688                   1 | 001128
2 | 224
              Legenda: 0|2 : leia-se 2 meses
```

Ramo-e-folhas usando escala de 5 meses

```
Homens

 0 | 2234444             0 | 223344
 0 | 777899                   0 | 556677778888
 1 | 02                       1 | 00112
 1 | 555688                   1 | 8
 2 | 224
              Legenda: 0|2 : leia-se 2 meses
```

Comentário: Através do ramo-e-folhas com escala de 10 meses, a distribuição de frequências dos tempos nos dois grupos poderiam ser consideradas assimétricas com concentração à esquerda. No entanto, o ramo-e-folhas com escala mais refinada (5 meses) permite um melhor detalhamento da distribuição dos tempos nos dois grupos. A distribuição dos tempos no grupo feminino ainda pode ser considerado assimétrico com concentração à esquerda. Porém, a análise do ramo-e-folhas do grupo masculino nos revela que o grupo dos homens parece ser a união de dois grupos : um, que tem tempos “baixos”e, outro grupo que tem tempos “altos”. O ponto de corte para a definição de um tempo “baixo” ou “alto” ficaria a critério do pesquisador, mas poderia ser, por exemplo, 12 meses. Essa subdivisão do grupo masculino também pode ser notada no diagrama de pontos, embora de maneira mais sutil.

A escolha da escala a ser usado num gráfico deve ser guiada pelo bom senso: nem muito grande, o que tornaria a representação grosseira; nem muito pequena, o que diminuiria o poder de resumo da representação gráfica.

c)

Grupo	Média	Mediana	Desvio-padrão	Coeficiente de Variação
Homens	10,71	9,00	6,82	0,64
Mulheres	7,17	7,00	3,67	0,51

Os homens possuem tempos entre a remissão e a recidiva da doença maiores, em média e em mediana, do que os tempos das mulheres. A análise do coeficiente de variação confirma o que já havíamos observado no diagrama de pontos: o grupo feminino possui tempos mais homogêneos (C.V. menor) do que o grupo masculino.

d)

Grupo	Média	Mediana	Desvio-padrão	Coeficiente de Variação
Todos	8,94	7,5	5,71	0,64

Exercício (2.6)

Para comparar a homogeneidade de dois grupos com médias diferentes, precisamos calcular o coeficiente de variação, que é uma medida de variabilidade que considera a escala em que a variável está sendo medida.

Coeficiente de variação no grupo de recrutas: 22/205 = 0,11
Coeficiente de variação no grupo de oficiais: 45/244 = 0,18

O grupo de oficiais, além de ter um nível médio de colesterol maior do que o nível médio dos recrutas, também é um grupo mais heterogêneo com respeito a essa variável (C.V. maior do que o dos recrutas). Lembrando que o nível de colesterol de um indivíduo está relacionado também ao seu grau de sedentarismo, a maior heterogeneidade do nível de colesterol entre os oficiais pode ser explicada pela diversidade de funções que esses oficiais desempenham , podendo implicar em maior ou menor sedentarismo. Já os jovens recrutas passam por constantes treinamentos e exercícios, o que diminui a heterogeneidade entre eles desse importante fator associado ao nível de colesterol.

Exercício (2.7)

a)

Grupo	Média	Desvio padrão	Coeficiente de Variação	Mediana	Primeiro Quartil	Terceiro Quartil	P_{10}
Macho	40,54	3,54	0,09	40,00	38,00	43,50	35
Fêmea	52,04	8,05	0,15	51,00	47,00	58,50	42

Exemplos de cálculo dos percentis:

Cálculo do 1º quartil (grupo das tartarugas machos):
0,25 x 24 = 6 (número inteiro). O 1º quartil está o 6º valor e o 7º valor, os números 38 e 38, respectivamente. Tomaremos a média desses valores, que é o próprio 38.

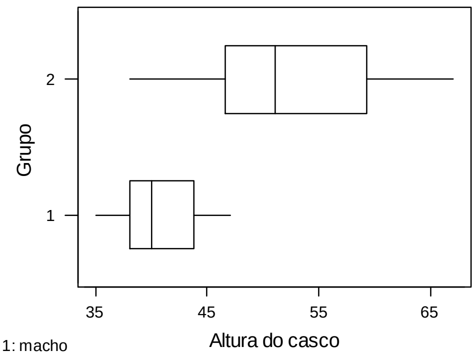
Cálculo do 3º quartil (grupo das tartarugas fêmeas):
075 x 24 = 18 (número inteiro). O 3º quartil está o 18º valor e o 19º valor, os números 57 e 60, respectivamente. Tomaremos a média desses valores, que é 58,50.

Cálculo do Percentil de ordem 10 (grupo das tartarugas fêmeas):
0,10 x 24 = 2,4 (número fracionário⇒arredondar para cima) O percentil de ordem 10 é o 3º valor, o número 42. (isto significa que aproximadamente 10% das tartarugas fêmeas possuem cascos com alturas inferiores ou iguais a 42).

Cálculo do Percentil de ordem 90 (grupo das tartarugas fêmeas):
0,90 x 24 = 21,6 (número fracionário⇒arredondar para cima) O percentil de ordem 90 é o 22º valor, o número 63 (isto significa que aproximadamente 90% das tartarugas fêmeas possuem cascos com alturas inferiores ou iguais a 63.

Observação: existem vários métodos para o cálculo de percentis e todos resultarão em valores aproximados. O método apresentado acima é o mais simples de todos.

b)



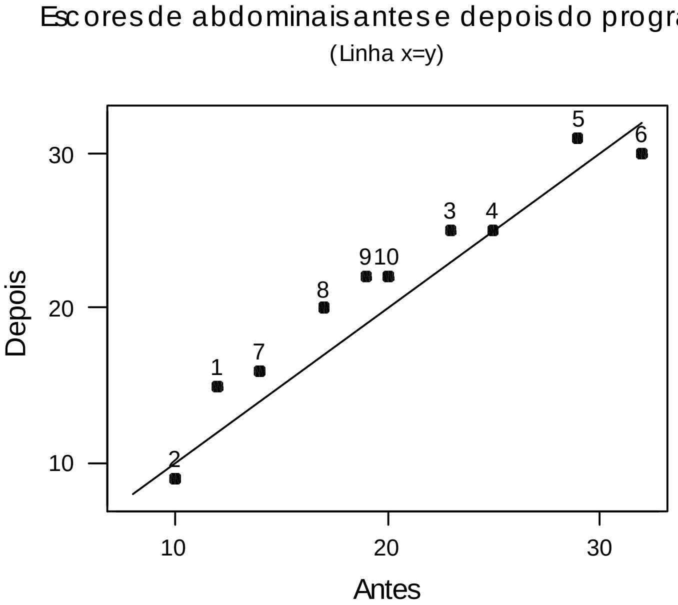
Grupo 1: macho
Grupo 2: fêmea

c) As fêmeas têm, em geral, cascos mais altos que os machos, pois os valores da média e da mediana são maiores para as fêmeas. Isto também pode ser visto nos box-plots, onde a maior parte das medidas das fêmeas encontram-se acima das medidas dos machos: o terceiro quartil dos machos é menor que o primeiro quartil das fêmeas. Além disso, os box-plots mostram que a altura do casco é bem mais variável para as fêmeas do que para os machos (a largura da "caixa" é maior para as fêmeas), o que é confirmado comparando-se os coeficientes de variação. O grupo de fêmeas é menos homogêneo quanto à altura do casco.

Exercício (2.8)

No gráfico abaixo, verificamos que a habilidade aumenta após o programa de fortificação para a maioria dos alunos (pontos acima da linha x=y). Para apenas três deles, a habilidade é igual ou menor após o programa. Portanto, o programa se mostrou eficaz para a maioria dos alunos. Note que os pontos tendem a se posicionar ao longo de uma linha reta (no caso, a linha x=y).

Gráfico de Dispersão



<u>Algumas considerações sobre o relacionamento entre variáveis quantitativas</u> : no problema acima, dizemos que os escores antes e depois do programa estão *linearmente correlacionados*. O Diagrama de Dispersão é um modo de visualizar essa correlação. Para medir o grau de correlação, usa-se o *Coeficiente de Correlação Linear*, que é um número entre -1 e 1. Um coeficiente de correlação positivo (> 0) acontece se a relação entre as duas variáveis é do tipo: quando o valor de uma variável aumenta, o valor da outra aumenta também; ou, quando o valor de uma variável diminui, o valor da outra também diminui. Já um coeficiente de correlação negativo (< 0) acontece se a relação entre as duas variáveis é do tipo: quando o valor de uma variável aumenta, o valor da outra diminui; ou vice-versa. Um coeficiente de correlação linear igual a zero significa que as duas variáveis não possuem nenhuma correlação do tipo linear, mas podem estar relacionadas de uma maneira não linear (quadrática, por exemplo). Isso poderá ser percebido através do exame do Diagrama de Dispersão. Assim, o Coeficiente de Correlação Linear e o Diagrama de Dispersão são ferramentas que devem ser usadas conjuntamente. Para mais detalhes sobre correlação, veja *Soares, J. F. e colegas (Introdução à Estatística) e* também *Triola, M. F. (Introdução à Estatística, Editora LTC) .* O coeficiente de correlação entre os escores antes e depois nesse exercício é de 0,97, indicando uma forte correlação positiva entre as medidas antes e depois do programa de fortificação isométrica.

Seção 3: Probabilidade

Exercício (3.1)

g) Existem quatro ases em um baralho de 52 cartas. Assim P(A) = 4/52 = 1/13.
Metade as cartas (as de naipe ouros e copas) são vermelhas. Assim, P(V) = 26/52 = 1/2.
Cada naipe tem 13 cartas. Assim, P(E) = 13/52 = 1/4.

h) Há duas cartas que são, ao mesmo tempo, ases e vermelhas (ás de ouros e ás de copas). Assim, $P(A \cap V) = 2/52 = 1/26$.
Há somente uma carta que é, ao mesmo tempo, ás e de espada. Assim, $P(A \cap E) = 1/52$.
Nenhuma carta é, ao mesmo tempo, vermelha e de espada. Assim, $P(V \cap E) = 0$, ou seja, os eventos V e E são mutuamente exclusivos.

i) $P(A \cup V) = P(A) + P(V) - P(A \cap V) = 1/13 + 1/2 + 1/26 = (2 + 13 + 1)/26 = 16/26 = 8/13$.
$P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E) = 1/13 + 1/4 - 1/52 = (4 + 13 +1)/52 = 18/52 = 9/26$.
$P(V \cup E) = P(V) + P(E) - P(V \cap E) = 1/2 + 1/4 - 0 = (2+1)/4 = 3/4$.

j) $P(A|V) = P(A \cap V)/P(V) = (1/26)/(1/2) = 1/13$. Ou seja, como, das 26 cartas vermelhas, duas são ases, então $P(A|V) = 2/26 = 1/13$.
Como P(A|V) = P(A), os eventos A e V são independentes.

k) $P(V|E) = P(V \cap E)/P(E) = 0/(1/4) = 0$. Ou seja, como nenhuma carta de espada é vermelha, então P(V|E) = 0.
Como $P(V|E) \neq P(V)$, os eventos V e E não são independentes.

f.1) O fato da primeira carta retirada ter sido um ás não altera a probabilidade de que a segunda carta seja um ás, pois a primeira carta foi devolvida ao baralho, tornando, assim, a segunda retirada um experimento idêntico àquele da primeira retirada. Então, os eventos A1 e A2 são independentes: P(A2|A1) = P(A2) = 4/52 = 1/13.

f.2) Como os eventos A1 e A2 são independentes, $P(A1 \cap A2) = P(A1) \times P(A2) = 1/13 \times 1/13 = 1/169$.

Exercício (3.2)

Tabela 3.1

Daltonismo	Sexo		Total
	Masculino	Feminino	
Presente	423	65	488
Ausente	4848	4664	9512
Total	5271	4729	10.000

Sejam os eventos:
D = {a pessoa escolhida é Daltônica}
ND = {a pessoa escolhida é Não Daltônica}
M = {a pessoa escolhida é do sexo Masculino}
F = {a pessoa escolhida é do sexo Feminino}

Item (I)

a) $P(D) = 488/10.000 = 0{,}0488$
b) $P(ND) = 9512/10.000 = 0{,}9512$

Observe que $P(D) + P(ND) = 1$

c) $P(M) = 5271/10.000 = 0{,}5271$
d) $P(F) = 4729/10.000 = 0{,}4729$

Observe que $P(M) + P(F) = 1$

e) $P(D \cap M) = 423/10.000 = 0{,}0423$
f) $P(D \cap F) = 65/10.000 = 0{,}0065$

g) $P(ND \cap M) = 4848/10.000 = 0{,}4848$
h) $P(ND \cap F) = 4664/10.000 = 0{,}4664$

Observe que:
$P(D \cap M) + P(D \cap F) +$
$+ P(ND \cap M) + P(ND \cap F) = 1$

i) $P(D|M) = P(D \cap M)/ P(M) = 0{,}0423/0{,}5271 = 0{,}0803$
j) $P(D|F) = P(D \cap F)/ P(F) = 0{,}0065/0{,}4729 = 0{,}0137$

k) $P(ND|M) = P(ND \cap M)/ P(M) = 0{,}4848/0{,}5271 = 0{,}9197$
l) $P(ND|F) = P(ND \cap F)/ P(F) = 0{,}4664/0{,}4729 = 0{,}9863$

Observe que:
$P(D|M) + P(ND|M) = 1$
$P(D|F) + P(ND|F) = 1$

Item (II)

$P(D) = 0{,}0488$
$P(D|M) = 0{,}0803 \neq P(D)$

Portanto, os eventos “ser daltônica” e “ser do sexo masculino” não são independentes

Exercício (3.3)

Tabela 3.2

Situação da paciente	Resultado do Papanicolau		Total
	Positivo	Negativo	
Com câncer	94	6	100
Sem câncer	250	250	500
Total	344	256	600

Sejam os eventos: C = {ter câncer}
S = {não ter câncer}
P = {teste papanicolau positivo}
N = {teste papanicolau negativo}

a) Prevalência do câncer = 100/600 = 0,1617

b) (Pessoas com câncer e teste positivo) + (Pessoas sem câncer e teste negativo) = 94 + 250 = 344

c) (Pessoas com câncer e teste negativo) + (Pessoas sem câncer e teste positivo) = 6 + 250 = 256

d) Sensibilidade: P(P|C) = 94/100 = 0,94

e) Especificidade: P(N|S) = 250/500 = 0,50

f) Valor de Predição Positiva: P(C|P) = 94/344 = 0,27

g) Valor de Predição Negativa: P(S|N) = 250/256 = 0,98

h) Proporção de Falsos Positivos: P(S|P) = 250/344 = 0,73

i) Proporção de Falsos Negativos: P(C|N) = 6/256 = 0,02

Observe que:

Valor de Predição Positiva + Proporção de Falsos Positivos = 1

Valor de Predição Negativa + Proporção de Falsos Negativos = 1

Seção 4: Avaliação da Qualidade de Testes Clínicos

Exercício (4.1)

a) Proporção de falsos positivos: PFP = P($\overline{D}$|+)

b) Valor de Predição Negativa: VPN = P($\overline{D}$| -)

c) Especificidade: e = P(-|$\overline{D}$)

d) Valor de Predição Positiva: VPP = P(D|+)

e) Proporção de falsos negativos: PFN = P(D| -)

f) Sensibilidade: s = P(+|D)

Exercício (4.2)

a) Sensibilidade : $s = p(+\,|\,D) = \dfrac{51}{52} = 0{,}98$

Especificidade: $e = P(-\,|\,\overline{D}) = \dfrac{232}{238} = 0{,}97$

b) Prevalência na população: p = 0,179

Prevalência na amostra: $\dfrac{\text{número de doentes na amostra}}{\text{tamanho total da amostra}} = \dfrac{52}{290} = 0{,}1793 \cong p$

Como a prevalência da doença na amostra é próxima da prevalência na população, podemos calcular VPP e VPN diretamente da tabela.

$VPP = P(D\,|+) = \dfrac{51}{57} = 0{,}89$ PFP = 1-VPP = 0,11

$VPN = P(\overline{D}\,|-) = \dfrac{232}{233} = 0{,}996$ PFN = 1-VPN = 0,004

c) Suponha que p <<0,179. Então, VPP << 0,89 e, daí, PFP >>0,11. Portanto, um resultado positivo no teste tem uma probabilidade considerável de ser um falso positivo. Como o tratamento é caro, não podemos correr um risco de estar tratando um “falso positivo” como muita frequência (PFP). Assim, o melhor procedimento diante de um resultado positivo é fazer mais investigações com outros testes de diagnóstico.

Exercício (4.3)

Resultados do Teste 1

Infarto agudo do miocárdio	Diagnóstico do Teste		Total
	Positivo (CFC ≥80)	Negativo (CFC<80)	
Doente (D)	215	15	230
Não doente $(\overline{D})$	16	114	130
Total	231	129	360

Resultados do Teste 2

Infarto agudo do miocárdio	Diagnóstico do Teste		Total
	Positivo (CFC ≥280)	Negativo (CFC<280)	
Doente (D)	97	133	230
Não doente $(\overline{D})$	1	129	130
Total	98	262	360

a)

Teste 1:
$$\begin{cases} s_1 = P(+\mid D) = \dfrac{215}{230} = 0{,}93 \\ e_1 = P(-\mid \overline{D}) = \dfrac{114}{130} = 0{,}88 \end{cases}$$

Teste 2:
$$\begin{cases} s_2 = P(+\mid D) = \dfrac{97}{230} = 0{,}42 \\ e_2 = P(-\mid \overline{D}) = \dfrac{129}{130} = 0{,}99 \end{cases}$$

O Teste 1 tem sensibilidade e especificidade bastante altas, o que não ocorre com o Teste 2, que tem uma especificidade muito alta e uma sensibilidade muito baixa. Assim, o Teste 1 é o teste mais sensível dentre os dois e o Teste 2 é o teste mais específico. A qualidade do diagnóstico baseado nesses testes, medida pelos Valores de Predição Positiva e Negativa, depende da prevalência da doença na população onde eles serão usados. Conforme for o objetivo do procedimento (descartar ou confirmar a presença da doença), um ou outro teste será mais útil, como veremos no próximo item.

b) Considerando que os testes seriam aplicados numa população cuja a prevalência de infarto agudo no coração é aproximadamente igual à prevalência da amostra (230/360=0,64), poderemos calcular os valores de predição positiva e negativa diretamente da tabela.

Teste 1: $VPP_1 = P(D\mid +) = \dfrac{215}{231} = 0{,}93$ PFP$_1$ = 1 – 0,93 = 0,07

$VPN_1 = P(\overline{D}\mid -) = \dfrac{114}{129} = 0{,}88$ PFN$_1$ = 1 – 0,88 = 0,12

Observação: a coincidência do valor da sensibilidade com o valor do VPP, assim como do valor da especificidade com o valor do VPN, para o teste 1, não é regra. Apenas aconteceu porque os denominadores são muito parecidos. Isso não ocorrerá com o teste 2, como veremos a seguir.

Teste 2: $VPP_2 = P(D\mid +) = \dfrac{97}{98} = 0{,}99$ PFP$_2$ = 1 – 0,99 = 0,01

$VPN_2 = P(\overline{D}\mid -) = \dfrac{129}{262} = 0{,}49$ PFN$_2$ = 1 – 0,49 = 0,51

Comentários sobre os testes: na escolha de qual teste deve ser usado, devemos estar atento ao objetivo do procedimento e à prevalência da doença na população onde ele for aplicado. Nesta análise, vamos considerar que a população de trabalho tem uma prevalência de infarto no coração aproximadamente igual à prevalência desse estudo (64%). Se o objetivo do procedimento diagnóstico for o de confirmar a doença, o Teste 2 deve ser usado, pois seu VPP é bastante alto (99%), isto é, um paciente que tenha o resultado positivo no Teste 2 tem grande probabilidade de estar doente. Por outro lado, se o objetivo for o de descartar a doença, o Teste 2 não deve ser mais usado, pois seu VPN é muito baixo, levando a uma Proporção de Falsos Negativos muito alta (51%). Assim, será preferível usar o Teste 1, que apesar de ter uma Proporção de Falsos Negativos considerável (12%), é melhor do que o Teste 2 nesse ponto. Numa população onde a prevalência de infarto for menor do que 64%, os valores de VPN para os dois testes vão aumentar e, então, a utilização do Teste 1 para descartar a presença da doença será mais confiável (a proporção de falsos negativos irá diminuir). Como já sabemos, quanto menor é a prevalência, maior é o valor de VPN e menor é o valor de VPP.

Exercício (4.4)

a) O VPP aumenta à medida que a especificidade aumenta, com sensibilidade e prevalência fixas.

b) O VPN aumenta à medida que a especificidade aumenta, com sensibilidade e prevalência fixas.

c)

i) VPP aumenta aproximadamente em 0,23 quando se passa de um teste com especificidade igual a 0,7 para 0,95, com p = 0,5.

ii) VPP aumenta aproximadamente entre 0,02 e 0,06, dependendo do valor da especificidade, quando se passa de um teste com sensibilidade igual a 0,7 para 0,95, com p = 0,5.

iii) O teste será poderoso para confirmar a presença da doença se ele tiver uma PFP pequena, o que significa que seu VPP é grande. Ou seja, haverá uma alta probabilidade de um paciente ser doente dado que seu resultado no teste foi positivo.

iv) Deseja-se, neste caso, um teste com VPP alto. Desse modo, devemos aumentar a especificidade do teste, pois, como foi mostrado nos itens (i) e (ii), o aumento da especificidade provoca um maior acréscimo no VPP.

d)

i) VPN aumenta aproximadamente em 0,003 quando se passa de um teste com especificidade igual a 0,7 para 0,95, com p = 0,05.

ii) VPN aumenta aproximadamente em 0,019, quando se passa de um teste com sensibilidade igual a 0,7 para 0,95, com p = 0,05.

iii) O teste será poderoso para descartar a presença da doença se ele tiver uma PFN pequena, o que significa que seu VPN é grande. Ou seja, haverá uma alta probabilidade de um paciente não ser doente dado que seu resultado no teste foi negativo.

iv) Deseja-se, neste caso, um teste com VPN alto. Desse modo, devemos aumentar a sensibilidade do teste, pois, como foi mostrado nos itens (i) e (ii), o aumento da sensibilidade provoca um maior acréscimo no VPN.

Seção 5: Distribuições de Probabilidade: Binomial e Poisson

Exercício (5.1)

X: n^o de pessoas com Rh negativo em um grupo de n=4

Valores que X pode assumir: x = 0,1,2,3 ou 4

Probabilidade de uma pessoa ser Rh negativo: p = 0,10

Desse modo, X ~ Binomial (n=4,p=0,10)

Assim, $P(X=x)=\binom{4}{x}\cdot 0{,}10^{x}\cdot(1-0{,}10)^{4-x}$ para x = 0,1,2, 3 ou 4

Estamos interessados em saber qual é a probabilidade de que todas as 4 pessoas desse grupo sejam Rh negativo, ou seja, estamos interessados em saber qual é a probabilidade da variável X assumir o valor 4 (P[X=4]).

$$P(X=4)=\binom{4}{4}\cdot 0{,}10^{4}\cdot(1-0{,}10)^{4-4}=\frac{4!}{4!0!}\cdot 0{,}10^{4}\cdot(0{,}90)^{0}=1\cdot 0{,}0001\cdot 1=0{,}0001$$

Quando a probabilidade de uma pessoa ser Rh negativo é 10%, a probabilidade de que todas as 4 pessoas de um grupo sejam Rh negativo é 0,01%.

Exercício (5.2)

Y: n^o de crianças com olhos azuis numa família de 3 filhos (n=3)

Valores que Y pode assumir: y = 0,1,2 ou 3

Probabilidade de uma criança ter olhos azuis: p = 0,25

Desse modo, Y ~ Binomial (n=3,p=0,25)

Assim, $P(Y=y)=\binom{3}{y}\cdot 0{,}25^{y}\cdot(1-0{,}25)^{3-y}$ para y = 0,1,2 ou 3

Pelo menos duas crianças devem ter olhos azuis, ou seja, 2 ou todas as 3 crianças. Assim, estamos interessados na probabilidade de Y assumir valores maiores ou iguais a 2, ou seja, os valores 2 ou 3.

P[Y≥2] = {P[Y=2]+P[Y=3]} = $\binom{3}{2}\cdot 0{,}25^{2}\cdot(1-0{,}25)^{3-2}+\binom{3}{3}\cdot 0{,}25^{3}\cdot(1-0{,}25)^{3-3}$

$= \frac{3!}{2!1!}\cdot 0{,}25^{2}\cdot(0{,}75)^{1}+\frac{3!}{3!0!}\cdot 0{,}25^{3}\cdot(0{,}75)^{0}$

= 3 . 0,0625 . 0,75 + 1 . 0,0156 . 1 = 0,1406 + 0,0156 = 0,1562

A probabilidade de que pelo menos 2 das 3 crianças de um casal de olhos azuis também tenham olhos azuis é de 15,62 %.

Exercício (5.3)

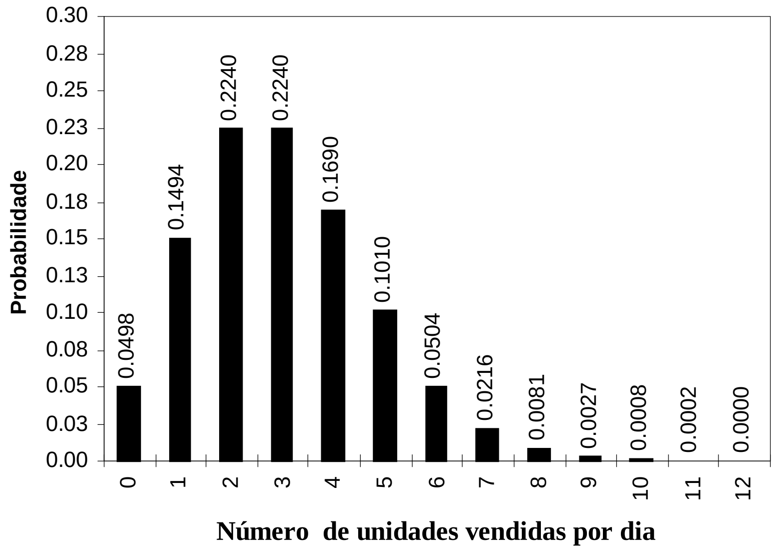
X: n^o de unidades do medicamento vendidas em 1 dia

Valores que X pode assumir: x = 0, 1, 2, ... (até um limite máximo desconhecido)
Número médio de unidades do medicamento vendidas por dia: 3 (λ = 3)

Supondo X ~ Poisson (λ = 3)

Assim, $P(X = x) = \dfrac{e^{-3} \cdot 3^x}{x!}$ para x = 0, 1, 2, ... (e ≈ 2,72)

a)



Note que a distribuição de probabilidade do número unidades do medicamento vendidas por dia é assimétrica com concentração à esquerda, isto é, nos valores mais próximos do valor esperado (3). Para valores maiores ou iguais a 12, a probabilidade é tão pequena que pode ser considerada igual a zero.

b) P[X entre 7 e 11] = P[7 ≤ X ≤ 11] = {P[X=7]+ P[X=8]+ P[X=9]+ P[X=10]+ P[X=11]}

Do gráfico em a), temos que :

P[X entre 7 e 11] = 0,0216 + 0,0081 + 0,0027 + 0,0008 + 0,0002 = 0,0334

A probabilidade de que sejam vendidas entre 7 e 11 unidades do medicamento por dia é de 3,34%.

c) Considerando que a procura pelo medicamento durante os dias da semana se mantém constante e que o que ocorre em um dia é independente do que ocorre em outro dia, podemos concluir que o número médio de unidades do medicamento vendidas em 1 semana é de 7 x 3 = 21 unidades. Assim, o número de unidades do medicamento vendidas em 1 semana tem distribuição de Poisson com média igual a 21.

d) Y: nº de unidades do medicamento vendidas em 1 semana (7 dias)

Valores que Y pode assumir: y = 0, 1, 2, ... (até um limite máximo desconhecido)
Número médio de unidades do medicamento vendidas em 1 semana: 21 (λ = 21)

Supondo Y~ Poisson (λ = 21).

Assim, $P(Y = y) = \dfrac{e^{-21} \cdot 21^{y}}{y!}$, para y = 0, 1, 2, ... (e ≈ 2,72)

$P(Y = 100) = \dfrac{e^{-21} \cdot 21^{100}}{100!}$ = 0,00000000000000000000000000000000000135 ($1,35 \times 10^{-35}$)
(uma probabilidade baixíssima!!!)

Exercício (5.4)

X: nº de meninos de daltônicos em um grupo de n=4
Valores que X pode assumir: x = 0,1,2,3 ou 4
Probabilidade de um menino ser daltônico: p = 0,08

Portanto, X ~ Binomial (n=4,p=0,08)

Assim, $P(X = x) = \binom{4}{x} \cdot 0{,}08^{x} \cdot (1 - 0{,}08)^{4-x}$ para x = 0,1,2, 3 ou 4

A probabilidade de 3 meninos não serem daltônicos num grupo de 4 meninos é igual à probabilidade de 1 menino ser daltônico num grupo de 4 meninos, ou seja P(X=1):

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot 0{,}08^{1} \cdot (1 - 0{,}08)^{3} = \frac{4!}{1!3!} \cdot 0{,}08 \cdot (0{,}92) = 4 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}78 = 0{,}25$$

Exercício (5.5)

X: nº de animais que sobrevivem em n animais submetidos ao experimento cirúrgico
Valores que X pode assumir: x = 0,1,2,...,n
Probabilidade de um animal sobreviver é p = 2/3.

a) Distribuição de probabilidade de X: X ~ Binomial (n=5 , p=2/3)

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5} = \frac{5!}{0!5!} \cdot 1 \cdot \frac{1}{243} = 1 \cdot \frac{1}{243} = 0{,}004$$

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{4} = \frac{5!}{1!4!} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{81} = 5 \cdot \frac{2}{243} = 0{,}041$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{3} = \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{27} = 10 \cdot \frac{4}{243} = 0{,}165$$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{9} = 10 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{9} = 0{,}329$$

$$P(X = 4) = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{1} = \frac{5!}{4!1!} \cdot \frac{16}{81} \cdot \frac{1}{3} = 5 \cdot \frac{16}{243} = 0{,}329$$

$$P(X=5)=\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{5!}{5!0!}\cdot\frac{32}{243}\cdot 1=1\cdot\frac{32}{243}=0{,}132$$

Note que P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 1

b)

i. P(X = 3) = 0,33
ii. P(X ≥ 1) = 1- P(X = 0) = 1- 0,004 = 0,996
iii. "Mais de 2 animais não sobreviverem" é o mesmo que no "no máximo 2 animais sobreviverem": P(X ≤ 2) = P(X = 0) + P(X = 1) +P(X = 2) = 0,004 + 0,041 + 0,165 = 0,210

c) Se 60 animais se submeterem a essa cirurgia, espera-se que, em média, 60 x p = 60 x 1/3 = 20 não sobrevivam.

Exercício (5.6)

X: n$^{\underline{o}}$ de sementes que <u>não</u> germinam em um pacote com 10 sementes

Valores que X pode assumir: x = 0,1,2,...,10
Probabilidade de uma semente germinar: p = 0,2

X ~ Binomial (n=10,p=0,2)

Assim, $P(X=x)=\binom{10}{x}\cdot 0{,}2^x\cdot 0{,}8^{10-x}$ para x = 0,1,2,...,10

a) $P(X>4)=1-P(X\le 4)=1-\big(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\big)$
= 1 - 0,9672 = 0,0328

$$P(X=0)=\binom{10}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^{10}=0{,}1074$$
$$P(X=1)=\binom{10}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^{9}=0{,}2684$$
$$P(X=2)=\binom{10}{2}\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^{8}=0{,}3020$$
$$P(X=3)=\binom{10}{3}\cdot 0{,}2^3\cdot 0{,}8^{7}=0{,}2013$$
$$P(X=4)=\binom{10}{4}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{6}=0{,}0881$$

b) O número esperado de pacotes indenizados quando 1000 são vendidos é 1000 vezes a probabilidade de um pacote ser indenizado, ou seja, 1000 x 0, 0328 ≈ 33 pacotes.

Exercício (5.7)

X: n^o de colônias de bactérias por 10 ml de água de um lago.
Valores que X pode assumir: x = 0, 1, 2, ... (até um limite máximo desconhecido)

Supondo X ~ Poisson (λ = 3)

Assim, $P(X = x) = \dfrac{e^{-3} \cdot 3^x}{x!}$ para x = 0, 1, 2, ... (e ≈ 2,72)

a) Qual a probabilidade de não se achar nenhuma colônia em 10 ml de água desse lago ?

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = \frac{2{,}72^{-3} \cdot 1}{1} = \frac{1}{2{,}72^3} = 0{,}05$$

b) Qual a probabilidade de se achar pelo menos duas colônias em 10 ml de água desse lago ?

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1)\big) = 1 - (0{,}05 + 0{,}15) = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$$

$P(X = 0) = 0{,}05$ pelo item (a)

$$P(X = 1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = \frac{2{,}72^{-3} \cdot 3}{1} = \frac{3}{2{,}72^3} = 0{,}15$$

c) O volume de água triplicou.
X: n^o de colônias de bactérias por <u>30 ml</u> de água de um lago.
Portanto, a média de X passa a ser λ = 3 x 3 = 9 colônias por 30 ml de água.

Assim, $P(X = x) = \dfrac{e^{-9} \cdot 9^x}{x!}$ para x = 0, 1, 2, ... (e ≈ 2,72)

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)\big)$$

$$= 1 - \left(\frac{e^{-9} \cdot 9^0}{0!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^1}{1!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^2}{2!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^3}{3!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^4}{4!} \right) =$$

$$1 - (0{,}000123 + 0{,}001111 + 0{,}004998 + 0{,}014994 + 0{,}033737) = 1 - 0{,}056074 = 0{,}943926$$

Seção 6: Distribuições de Probabilidade: Normal

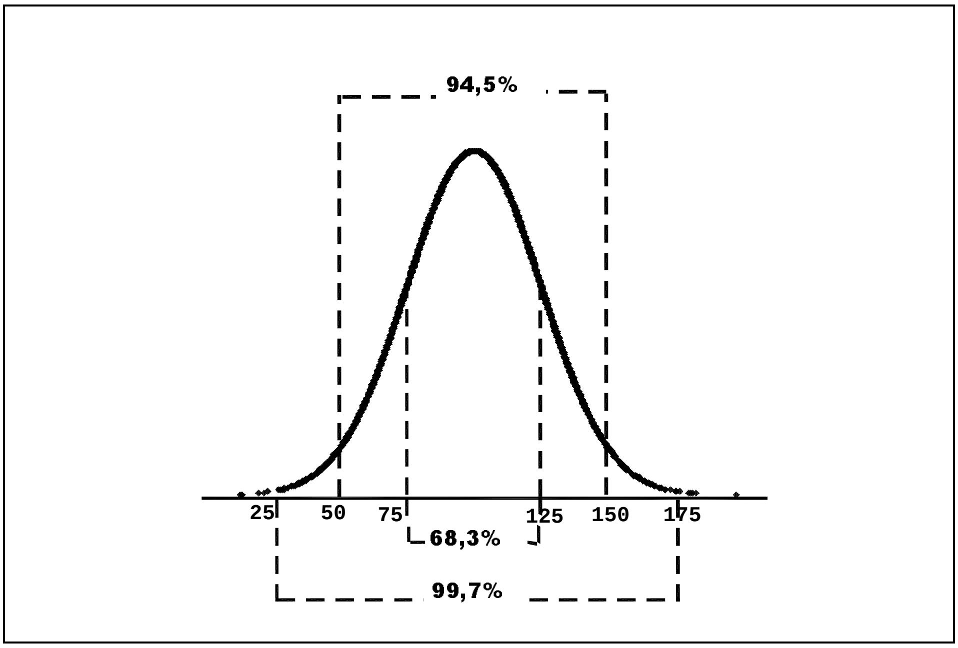
Exercício (6.1)

X: quantidade de ferro sérico de indivíduos sadios
X ~ Normal (μ = 100 ; σ = 25)

a) Quantidade média de ferro sérico em indivíduos desta população: μ = 100 mcg/dl
Desvio padrão da quantidade de ferro sérico nesta população: σ = 25 mcg/dl

b) Representação gráfica da função de densidade de probabilidade da variável X:

68,3% dos valores de X estão dentro do intervalo [$\mu \pm \sigma$] = [100 ± 25] = [75 ; 125] mcg/dl
95,4% dos valores de X estão dentro do intervalo [$\mu \pm 2\sigma$] = [100 ± 50] = [50 ; 150] mcg/dl
99,7% dos valores de X estão dentro do intervalo [$\mu \pm 3\sigma$] = [100 ± 75] = [25 ; 175] mcg/dl



c) Equação da variável normal padrão Z: $\boxed{Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}}$.

Neste caso, $\boxed{Z = \dfrac{X - 100}{25}}$

d)

Um valor de X igual a ...	Corresponde a Z igual a ...	P(X ≤ x) =
25	$\frac{25-100}{25}=-3$	P(Z ≤ -3) = 0,001350
100 – 2 x 25 = 50	-2	P(Z ≤ -2) = 0,022750
100 – 1 x 25 = 75	Da tabela Z = -1	0,158655
59	$\frac{59-100}{25}=-1{,}64$	P(Z ≤ -1,64) = 0,050503
100 – 1,28 x 25 = 68	-1,28	P(Z ≤ -1,28) = 0,100273
100 – 0,68 x 25 = 83	Da tabela Z = -0,68	0,248252
90	$\frac{90-100}{25}=-0{,}4$	P(Z ≤ -0,4) = 0,344578

Um valor de X igual a ...	Corresponde a Z igual a ...	P(X ≥ x) =
100 + 3 x 25 = 175	3	P(Z≥3) = P(Z≤-3) = 0,001350
100 + 2 x 25 = 150	Da tabela Z = 2	0,022750
125	$\frac{125-100}{25}=1$	P(Z≥1) = P(Z≤-1) = 0,158655
100 + 1,64 x 25 = 141	1,64	P(Z≥1,64)=P(Z≤-1,64) = 0,050503
100 + 1,28 x 25 = 132	Da tabela Z = 1,28	0,100273
117	$\frac{117-100}{25}=0{,}68$	P(Z≥0,68) = P(Z≤-0,68) 0,248252
100 + 0,4 x 25 = 110	0,4	P(Z≥0,4) = P(Z≤-0,4) = 0,344578

(i)

$$P(68 \leq X \leq 110) = P\left(\frac{68-100}{25} \leq Z \leq \frac{110-100}{25}\right) = P(-1{,}28 \leq Z \leq 0{,}40)$$
$$= P(Z \leq 0{,}40) - P(Z \leq -1{,}28) = 0{,}655422 - 0{,}100273 = 0{,}555149$$

Em uma amostra aleatória de 500 indivíduos sadios desta população, esperamos que

500 x 0,555149 ≈ 276

tenham quantidade de ferro sério entre 68 e 110 mcg/dl.

(ii)

Devemos ter $P(x_1 < X < x_2)= 0{,}50$ e $(100 – x_1) = (x_2 – 100$??pela simetria em torno da média.

$$P(x_1 < X < x_2) = P\left(\frac{x_1-100}{25} < Z < \frac{x_2-100}{25}\right) = P(z_1 < Z < z_2) = 0{,}50$$

Pela simetria de Z em torno da média, $z_1= -z_2$ e então: $P(-z_2 < Z < z_2) = 0{,}50$

$$P(Z > z_2) = P(Z < -z_2) = \frac{1-0{,}50}{2} = \frac{0{,}50}{2} = 0{,}25$$

Na Tabela Z vemos que P(Z < -0,67) = 0,251429 ≈ 0,25. Portanto, $-z_2 = -0{,}67$ e $z_2 = 0{,}67$.

Assim:

$$\frac{x_1-100}{25} = -z_2 \Rightarrow x_1 = 100 - z_2 \cdot 25 = 100 - 0{,}67 \cdot 25 = 100 - 17 = 83$$
$$\frac{x_2-100}{25} = z_2 \Rightarrow x_2 = 100 + z_2 \cdot 25 = 100 + 0{,}67 \cdot 25 = 100 + 17 = 117$$

Portanto, o intervalo simétrico em torno da média 100 que abrange 50% das quantidades de ferro em indivíduos sadios é [83;117] mcg/dl.

(iii)

Devemos ter $P(x_1 < X < x_2)= 0{,}95$ e $(100 – x_1) = (x_2 – 100)$ pela simetria em torno da média.

$$P(x_1 < X < x_2) = P\left(\frac{x_1 - 100}{25} < Z < \frac{x_2 - 100}{25}\right) = P(z_1 < Z < z_2) = 0{,}95$$

Pela simetria de Z em torno da média, z_1= -z_2 e então: $P(-z_2 < Z < z_2) = 0{,}95$

$$P(Z > z_2) = P(Z < -z_2) = \frac{1 - 0{,}95}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025$$

Na Tabela Z vemos que P(Z < -1,96) = 0,024998 ≈ 0,025. Portanto, -z_2 = -1,96 e z_2 = 1,96.

Assim:

$$\frac{x_1 - 100}{25} = -z_2 \Rightarrow x_1 = 100 - z_2 \cdot 25 = 100 - 1{,}96 \cdot 25 = 100 - 49 = 51$$
$$\frac{x_2 - 100}{25} = z_2 \Rightarrow x_2 = 100 + z_2 \cdot 25 = 100 + 01{,}96 \cdot 25 = 100 + 49 = 149$$

Portanto, o intervalo simétrico em torno da média 100 que abrange 95% das quantidades de ferro em indivíduos sadios é [51;149] mcg/dl.

Exercício (6.2)

X: concentração sérica de tiroxina T4(D) em cães machos sadios
X ~ Normal (μ = 2,04 ; σ = 0,78)

a)

i) $$P(X < 2{,}81) = P\left(Z < \frac{2{,}81 - 2{,}04}{0{,}78}\right) = P(Z < 0{,}99) = 0{,}838913$$

ii) $$P(X > 1{,}8) = P\left(Z > \frac{1{,}8 - 2{,}04}{0{,}78}\right) = P(Z > -0{,}31) = P(Z < 0{,}31) = 0{,}621719$$

iii) $$P(1{,}01 \le X \le 2{,}50) = P\left(\frac{1{,}01 - 2{,}04}{0{,}78} \le Z \le \frac{2{,}50 - 2{,}04}{0{,}78}\right) = P(-1{,}32 \le Z \le 0{,}59)$$
$$= P(Z \le 0{,}59) - P(Z \le -1{,}32) = 0{,}722405 - 0{,}093418 = 0{,}628987$$

b)

$$P(2{,}20 \le X \le 3{,}80) = P\left(\frac{2{,}20 - 2{,}04}{0{,}78} \le Z \le \frac{3{,}80 - 2{,}04}{0{,}78}\right) = P(0{,}21 \le Z \le 2{,}26)$$
$$= P(Z \le 2{,}26) - P(Z \le 0{,}21) = 0{,}988089 - 0{,}583166 = 0{,}404923$$

Assim, em 200 cães sadios, esperamos 200 x 0,404923 ≈ 81 cães com concentração sérica entre 2,20 e 3,80 mcg/100ml.

c)

Devemos ter P(x_1 < X < x_2)= 0,98 e (2,04 – x_1) = (x_2 – 2,04) pela simetria em torno da média.

$$P(x_1 < X < x_2) = P\left(\frac{x_1 - 2{,}04}{0{,}78} < Z < \frac{x_2 - 2{,}04}{20{,}78}\right) = P(z_1 < Z < z_2) = 0{,}98$$

Pela simetria de Z em torno da média, z_1= -z_2 e então: $P(-z_2 < Z < z_2) = 0{,}98$.

$$P(Z > z_2) = P(Z < -z_2) = \frac{1 - 0{,}98}{2} = \frac{0{,}02}{2} = 0{,}01$$

Na Tabela Z vemos que P(Z < -2,33) = 0,009903 ≈ 0,01. Portanto, -z_2 = -2,33 e z_2 = 2,33.

Assim:

$$\frac{x_1 - 2{,}04}{0{,}78} = -z_2 \Rightarrow x_1 = 2{,}04 - z_2 \cdot 0{,}78 = 2{,}04 - 2{,}33 \cdot 0{,}78 = 2{,}04 - 1{,}82 = 0{,}22$$
$$\frac{x_2 - 2{,}04}{0{,}78} = z_2 \Rightarrow x_2 = 2{,}04 + z_2 \cdot 0{,}78 = 2{,}04 + 2{,}33 \cdot 0{,}78 = 2{,}04 + 1{,}82 = 3{,}86$$

Portanto, o intervalo simétrico em torno da média 2,04 que abrange 98% das concentrações séricas em cães sadios é [0,22 ; 3,86] mcg/100ml.

Exercício (6.3)

X: tempo de gestação de um bebê, em dias.
X ~ Normal (μ = 268 ; σ = 15)

a) Uma criança será considerada prematura se o seu tempo de gestação for inferior a 247 dias, ou seja, se X<247. Então, devemos calcular P[X<247].

$$P(X < 247) \xrightarrow{padronixando} = P\left(\frac{X - 268}{15} < \frac{247 - 268}{15}\right) = P(Z < -1{,}40) = 0{,}0808$$

Assim, a porcentagem de crianças nascidas prematuramente será de 8,08% .

b) Para que uma criança não seja considerada prematura, seu tempo de gestação tem que ser maior do que um valor, digamos a . E o valor a é aquele que deixa 4% dos tempos de gestação abaixo dele. Ou seja, o valor a é tal que P(X < a) = 0,04. O valor a é o percentil de ordem 4 (ou 4%).

Encontrando o valor de a

$$P(X < \mathrm{a}) \xrightarrow{padronixando} = P\left(\frac{X - 268}{15} < \frac{\mathrm{a} - 268}{15}\right) = P\left(Z < \frac{\mathrm{a} - 268}{15}\right) = 0{,}04$$

Na tabela Z, o valor que deixa, aproximadamente, 4% da área abaixo dele é o -1,75.
Assim, (a - 268)/15 = -1,75. Então, a = (-1,75 x 15) + 268 = 241,75.

Desse modo, para que uma criança não seja considerada prematura pelo novo critério, seu tempo de gestação tem que ser, no mínimo, de 242 dias.

Exercício (6.4)

X: escore de Q.I.
X ~ Normal (μ = 100 ; σ = 15)

a) Uma pessoa será admitida nessa organização se o seu escore de Q.I. for superior a 131,5 pontos, ou seja, se X>131,5. Então, devemos calcular P[X>131,5].

$$P(X > 131{,}5) \xrightarrow{\text{padronizando}} = P\left(\frac{X-100}{15} > \frac{131{,}5-100}{15}\right) =$$

$$= P(Z > 2{,}10) \xrightarrow{\text{por simetria}} = P(Z < -2{,}10) \xrightarrow{\text{na tabela}} = 0{,}0179$$

Assim, a probabilidade de uma pessoa escolhida aleatoriamente ser aceita nessa organização é de apenas 1,79%.

b) Para que uma pessoa seja considerada um "gênio", ela deve ter um Q.I superior a um valor, digamos b . Esse valor b é aquele que deixa 1% dos escores de Q.I. acima dele. Ou seja, o valor b é tal que P(X > b) = 0,01 e, portanto, P(X < b) = 0,99. O valor b é o percentil de ordem 99 (ou 99%).

Encontrando o valor b

$$P(X < \text{b}) \xrightarrow{\textit{padronixando}} = P\left(\frac{X-100}{15} < \frac{\text{b}-100}{15}\right) = P\left(Z < \frac{\text{b - }100}{15}\right) = 0{,}99$$

O valor, na tabela Z, que deixa, aproximadamente, 99% da área abaixo dele é o 2,33.
Assim, (b - 100)/15 = 2,33. Então, b = (2,33 x 15) + 100 = 134,95.

Desse modo, para que uma pessoa seja considerada um "gênio", ela deve ter um Q.I superior a 134,95 pontos.

Seção 7: Faixas de Referência

Exercício (7.1)

X: número de colônias por cultura de escarro em pessoas sadias

a) Ramo-e-Folhas para número colônias por cultura de escarro

n = 44 Escala: |1|7 = 17

|1|7
|2|23333444444
|2|55555556889
|3|0011
|3|5556
|4|01112
|4|
|5|14
|5|668
|6|0
|6|8
|7|
|7|9

Podemos ver que a distribuição de freqüência do número de colônias por cultura de escarro é muito assimétrica.
Portanto, não podemos supor que siga uma esta variável siga a distribuição Normal

b)

Faixa de Normalidade de 95%

$100(1-\alpha)\% = 95\%$
$(1-\alpha) = 95/100 = 0{,}95$
$\alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$
$\alpha/2 = 0{,}05/2 = 0{,}025$
$1 - \alpha/2 = 1 - 0{,}025 = 0{,}975$

(i) Método dos Percentis

Faixa de Referência de $100(1-\alpha)\%$: [Percentil de ordem $\alpha/2$; Percentil de ordem $(1-\alpha/2)$]
Assim, a Faixa de Referência de 95% : [Percentil de ordem 0,025; Percentil de ordem 0,975]

- Percentil de ordem 0,025 (2,5%): 44 x 0,025 = 1,1 (arredonda para 2)
  O 2^o valor (em ordem crescente) é X = 22
  Portanto: $P_{2,5\%} = 22$

- Percentil de ordem 0,975 (97,5%): 44 x 0,975 = 42,9 (arredonda para 43)
  O 43^o valor (em ordem crescente) é X = 68
  Pontanto: $P_{97,5\%} = 68$

Portanto, a Faixa de Referência de 95% para o número de colônias por cultura de escarro em pessoas sadias é [22; 68] colônias, pelo método dos percentis.

Observação: Fazendo pelo método dos percentis ensinado na apostila *Introdução à Bioestatística*.

Na tabela a seguir, vemos que as ordem de percentis que mais se aproximam de 0,025 e 0,975 são, respectivamente 0,034091 e 0,965909 correspondendo aos valores de X (nº de colônias por cultura de escarro) X = 22 e X = 68.

Portanto, a Faixa de Referência de 95% para o número de colônias por cultura de escarro em pessoas sadias é [22 ; 68], pelo método dos percentis da Apostila.

Nº de ordem i	X: nº de colônias por culura de escarro	Ordem do percentil (i- 0,5)/44	
1	17	0,011364	
2	22	0,034091	→ Mais próximo do $P_{0,025}$
3	23	0,056818	
.....	.....	.....	
42	60	0,943182	
43	68	0,965909	→ Mais próximo do $P_{0,975}$
44	79	0,988636	

Observação: Note que, na verdade, a faixa de referência encontrada acima é de
(96, 5909 - 3,4091) ≅ 93%

(ii) Método da Curva de Gauss

Faixa de Referência de 100(1- α)% : $[\mu - z_{(\alpha/2)} \cdot \sigma \ ; \ \mu + z_{(\alpha/2)} \cdot \sigma]$

Como μ e s são desconhecidos, vamos estimá-los por $\bar{x}$ = 34,3 e s =14,2 e, assim, a Faixa de Referência de 95% torna-se: $[\bar{x} - z_{(\alpha/2)} \cdot s \ ; \ \bar{x} - z_{(s/2)} \cdot s] = [34,3 - z_{(0,025)}(14,2) \ ; \ 34,3 + z_{(0,025)}(14,2)]$

Vamos descobrir na Tabela da Distribuição Normal Padronizada (Tabela Z) quem é $z_{(0,025)}$:
Pela definição, $z_{(0,025)}$ é o valor de Z tal que $P(Z > z_{(0,025)}) = 0,025$.
Pela simetria em torno de zero da distribuição de Z, temos: $P(Z < -z_{(0,025)}) = 0,025$.
Na tabela Z temos que P(Z < -1,96) = 0,024998 ≅ 0,025
Portanto, $-z_{(0,025)} = -1,96$ e assim, $z_{(0,025)} = 1,96$.

A Faixa de Referência de 95% torna-se:
$[34,3 - z_{(0,025)}(14,2) \ ; \ 34,3 + z_{(0,025)}(14,2)]$ = [34,3 – 1,96(14,2) ; 34,3 + 1,96(14,2)] = [6 ; 62] colônias

Portanto, a Faixa de Referência de 95% para o número de colônias por cultura de escarro em pessoas sadias é [6; 62], pelo método da curva de Gauss.

Note que as Faixas de Referência de 95% para o número de colônias por cultura de escarro em pessoas sadias fornecida pelo dois métodos diferem bastante no limite inferior:

Método da Curva de Gauss: FR(95%) : [6; 62] colônias
Método dos Percentis: FR(95%): [22 ; 68] colônias

Como vimos no item (a) a Curva Normal (Curva de Gauss) não se ajusta bem a esses dados. Assim, o método mais indicado neste caso é o Método dos Percentis.

Exercício (7.2)

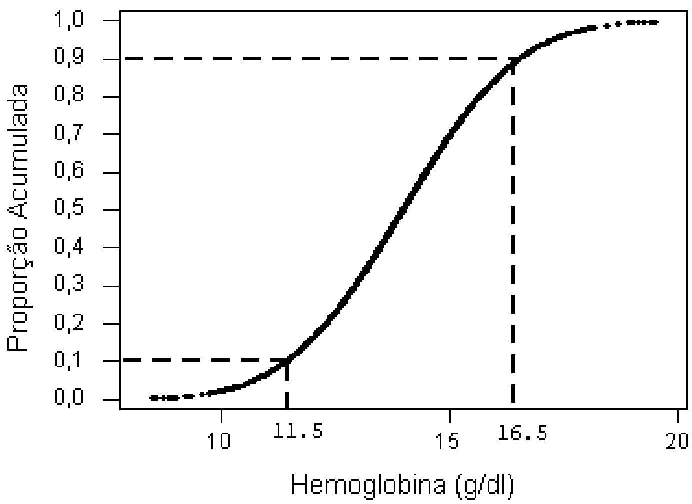
a) A Faixa de Referência de 80% será dada por FR(80%) = [$P_{0,10}$; $P_{0,90}$], pois:

$$100(1-\alpha)\% = 80\%$$
$$(1-\alpha) = 80/100 = 0,80$$
$$\alpha = 1-0,80 = 0,20$$
$$\alpha/2 = 0,20/2 = 0,10$$
$$1-\alpha/2 = 1-0,10 = 0,90$$

O percentil de ordem 10% ($P_{0,10}$) pode ser encontrado procurando-se o valor de hemoglobina ao qual corresponde a proporção acumulada igual a 0,10 na ogiva. Este valor é aproximadamente 11 g/dl.

O percentil de ordem 90% ($P_{0,90}$) pode ser encontrado procurando-se o valor de hemoglobina ao qual corresponde a proporção acumulada igual a 0,90 na ogiva. Este valor é aproximadamente 17 g/dl.

A Faixa de Referência de 80% são os valores de hemoglobina de 11 a 17 g/dl. Isto significa que aproximadamente 80% das mulheres sadias desta população têm valor de hemoglobina entre 11 e 17 g/dl.



b.1) Um método de diagnóstico para anemia baseado nessa faixa de referência daria resultado:

negativo, se a paciente tivesse valor de hemoglobina entre 11 e 17 g/dl;
positivo, se a paciente tivesse esse valor menor do que 11 g/dl ou maior do que 17 g/dl.

Como sabemos, a especificidade de um teste é estimada como sendo a frequência de negativos entre as pessoas sadias. Nesse problema, todas as mulheres são sadias, e 80% tem valores entre 11 e 17 g/dl, sendo consideradas negativas. Assim, estimativa da especificidade é justamente 80%. Esse é um valor aproximado, já que a própria faixa é aproximada.

b.2) Como também sabemos, a sensibilidade de um teste é estimada como sendo a frequência de positivos entre as pessoas doentes. Aqui, a sensibilidade desse método não pode ser calculada somente com esses dados, pois precisamos de uma amostra de pessoas doentes para sabermos quantas delas serão consideradas positivas pelo método.

Seção 8: Intervalos de Confiança

Exercício (8.1)

a) População: todos os pacientes atendidos no posto durante os últimos três anos.
Amostra: os 70 pacientes adultos selecionados.

b) Variável X: idade dos pacientes desta população (variável contínua)
Parâmetro μ : idade média dos pacientes desta população

- Estimativa Pontual para μ : $\bar{x} = 36{,}86$ anos (média amostral)

Intervalo de 100(1-α)% de Confiança para μ: $\left[\bar{x} - Z_{(\alpha/2)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{(\alpha/2)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$ com 0<α<1

s = 17,79 anos (desvio padrão amostral)
n = 70 (tamanho da amostra)

- Intervalo de 90% de Confiança para μ : (a amostra é grande n = 70 > 30)

100(1- α) = 90
1- α = 0,90
α = 0,10
α/2 = 0,05
$Z_{0,05}$ = 1,64 pois P(Z > 1,64) ≈ 0,05

$$IC_{\mu}^{90\%} = \left[\bar{x} - Z_{(0,05)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{(0,05)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$
$$= \left[36{,}86 - 1{,}64 \cdot \frac{17{,}79}{\sqrt{70}}; 36{,}86 + 1{,}64 \cdot \frac{17{,}79}{\sqrt{70}}\right]$$
$$= [36{,}86 - 3{,}49; 36{,}86 + 3{,}49] = [33{,}37; 40{,}35]$$

Interpretação: A idade de média dos adultos que frequentam o posto está entre 33,37 e 40,35 anos com 90% de confiança.

- Intervalo de 95% de Confiança para μ :

100(1-α) = 95
1- α = 0,95
α = 0,05
α /2 = 0,025
$Z_{0,025}$ = 1,96 pois P(Z > 1,96) ≈ 0,025

$$IC_{\mu}^{95\%} = \left[\bar{x} - Z_{(0,025)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{(0,025)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$
$$= \left[36{,}86 - 1{,}96 \cdot \frac{17{,}79}{\sqrt{70}}; 36{,}86 + 1{,}96 \cdot \frac{17{,}79}{\sqrt{70}}\right]$$
$$= [36{,}86 - 4{,}17; 36{,}86 + 4{,}17] = [32{,}69; 41{,}03]$$

Interpretação: A idade de média dos adultos que frequentam o posto está entre 32,69 e 41,03 anos com 95% de confiança.

Comparando os dois intervalos: o IC de 95% é mais amplo que o IC de 90%.

c) Variável Y: ser ou não analfabeto (variável categórica)
Parâmetro p: proporção de analfabetos nesta população

- Estimativa Pontual para p: $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{19/70} = \mathbf{0{,}27}$

ou seja, 27% dos pacientes deste posto são analfabetos

- Intervalo de 90% de Confiança para p: (a amostra é grande n = 70 > 30)

100(1- α) = 90
1- α = 0,90
α = 0,10
α/2 = 0,05
$Z_{0,05}$ = 1,64 pois P(Z > 1,64) ≈ 0,05

$$IC_p^{90\%} = \left[\hat{p} \pm Z_{(\alpha/2)}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] = \left[0{,}27 \pm 1{,}64\sqrt{\frac{0{,}27(0{,}73)}{70}}\right]$$
$$= [0{,}27 \pm 0{,}09] = [0{,}18;0{,}36]$$

Interpretação: A proporção de frequentadores adultos do posto que são analfabetos está entre 18% e 36% com 90% de confiança.

- Intervalo de 95% de Confiança para p:

100(1-α) = 95
1- α = 0,95
α = 0,05
α /2 = 0,025
$Z_{0,025}$ = 1,96 pois P(Z > 1,96) ≈ 0,025

$$IC_p^{95\%} = \left[0{,}27 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}27(0{,}73)}{70}}\right]$$
$$= [0{,}27 \pm 0{,}10] = [0{,}17;0{,}37]$$

Interpretação: A proporção de frequentadores adultos do posto que são analfabetos está entre 17% e 37% com 95% de confiança.

Comparando os dois intervalos: o IC de 95% é mais amplo que o IC de 90%.

Exercício (8.2)

Variável X: produção de leite (em litros) na primeira lactação de vacas desta fazenda
(variável contínua)
Parâmetro μ : produção média de leite na primeira lactação de vacas desta fazenda

- Estimativa Pontual para μ : $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{1500}$ litros (média amostral)

s = 300 litros (desvio padrão amostral)
n = 20 (tamanho da amostra)

- Intervalo de 98% de Confiança para μ : (a amostra é pequena n = 20 < 30)

100(1-α) = 98
1-α = 0,98
α = 0,02
α/2 = 0,01
gl = n-1 = 20-1 =19
$t_{(19;\,0,01)}$ = 2,539

$$IC_\mu^{98\%} = \left[\bar{x} \pm t_{19;0,01)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right] = \left[1500 \pm 2{,}539 \cdot \frac{300}{\sqrt{20}}\right]$$
$$= [1500 \pm 170] = [1330;1670] \text{ litros.}$$

Interpretação: A produção média de leite na primeira lactação de vacas desta fazenda está entre 1330 e 1670 litros, com 98% de confiança.

Exercício (8.3)

a) Porque a informação sobre o parâmetro (neste caso, a média da variável na população) é muito vaga. Por exemplo, se o intervalo de confiança para a altura média das pessoas adultas de uma cidade vai de 1 a 2,50 metros, não saberemos dizer se esta cidade é habitada por adultos que tendem a ser altos ou baixos. Além disso, não seria necessário um estudo para obter esta informação, pois já sabemos que os adultos não medem menos que um metro nem mais que 2,50 metros.

b) Reduzir o nível de confiança 100(1-α) significa aumentar o valor de α, o que leva a valor menor de $z_{\alpha/2}$, reduzindo a amplitude do intervalo.
Por exemplo: passar de 100(1-α) = 95 para 100(1-α) = 90 significa passar de α = 0,05 para α = 0,10.
Assim, passamos de $Z_{\alpha/2} = Z_{0,025} = 1,96$ para $Z_{\alpha/2} = Z_{0,05} = 1,64$.
Desse modo, quanto menor o nível de confiança requerido, menor será a amplitude do intervalo.

c) **Esta parcela seria menor. Desse modo, quanto menor a variabilidade da variável, menor será a amplitude do intervalo.**

d) **Esta parcela seria menor. Desse modo, quanto maior o tamanho da amostra, menor será a amplitude do intervalo.**

e) **Apenas o tamanho da amostra (n), que ele pode aumentar, e o nível de confiança do intervalo (100(1-α)), que ele pode reduzir. O pesquisador não tem controle sobre a variabilidade (σ) da característica estudada.**

f) **Aumentar o tamanho da amostra (n).**

Seção 9: Conceitos Básicos de Testes de Hipóteses

Situação 1:

a) Parâmetro a ser testado μ : tempo médio (em horas) da execução de uma nova técnica para identificar bactérias em hemoculturas.

b) Hipótese Nula H_0: μ = 40,5 horas
Hipótese Alternativa H_a: μ < 40,5 horas

c) Erro Tipo I: Concluir que o novo método tem tempo médio de execução menor do que 40,5 horas quando, na verdade, seu tempo médio é igual a 40,5 horas.
Erro Tipo II: Concluir que novo método tem tempo médio de execução igual a 40,5 horas quando, na verdade, seu tempo médio é menor do que 40,5 horas.

Situação 2:

a) Parâmetro a ser testado p: proporção de homens com mais de 65 anos de uma cidade que morrem dentro de um ano.

b) Hipótese Nula H_0: p = 0,04
Hipótese Alternativa H_a: p > 0,04

c) Erro Tipo I: Concluir que a proporção de homens com mais de 65 anos que morrem dentro de um ano nessa cidade é maior do que 0,04 quando, na verdade, essa proporção é igual a 0,04.
Erro Tipo II: Concluir que a proporção de homens com mais de 65 anos que morrem dentro de um ano nessa cidade é igual a 0,04 quando, na verdade, essa proporção aumentou.

Situação 3:

a) Parâmetro a ser testado μ: peso médio (em quilos) de frangos vendidos pelo fornecedor novo

b) Hipótese Nula H_0: μ = 3 quilos
Hipótese Alternativa H_a: μ > 3 quilos

c) Erro Tipo I: Concluir que o peso médio dos frangos do novo fornecedor é maior do que 3 quilos quando, na verdade, o peso médio é igual a 3 quilos.
Erro Tipo II: Concluir que o peso médio dos frangos do novo fornecedor é igual a 3 quilos quando, na verdade, peso médio é maior do que 3 quilos.

Situação 4:

a) Parâmetro a ser testado μ : quantidade média de ácido acetil salicílico (gramas por comprimido) de certo analgésico.

b) Hipótese Nula H_0: μ = 5,5 gramas
Hipótese Alternativa H_a: $\mu \neq$ 5,5 gramas

c) Erro Tipo I: Concluir que a quantidade média de ácido acetil salicílico nos comprimidos do analgésico é diferente da especificada quando, na verdade, ela é igual a 5,5 g.
d) Erro Tipo II: Concluir que a quantidade média de ácido acetil salicílico nos comprimidos do analgésico é igual à especificada quando, na verdade, ela é diferente de 5,5 g.

Situação 5:

a) Parâmetro a ser testado: p: proporção de sementes que germinam

b) Hipótese Nula H_0: p = 0,95
Hipótese Alternativa H_a: p < 0,95

c) Erro Tipo I: Concluir que a proporção de sementes que germinam é menor de 0,95 quando, na verdade, essa proporção é igual a 0,95.
Erro Tipo II: Concluir que a proporção de sementes que germinam é igual a 0,95 quando, na verdade, essa proporção é menor do que 0,95.

Seção 10: Testes de Hipóteses para Uma População

Situação 1:

H_0: μ = 40,5 horas   n = 18 (amostra pequena)
H_a: μ < 40,5 horas   média amostral = 39,42;
desvio-padrão amostral = 1,96

$$T_{obs} = \frac{39{,}42 - 40{,}50}{1{,}96/\sqrt{18}} = -2{,}34$$

RR: $T_{obs} < -t_{(17;0,05)}$ que seja $T_{obs} < -1{,}74$

Como o valor de T_{obs} está na Região de Rejeição, rejeitamos H_0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = P[t_{17} < -2,34] = ?
Deve-se encontrar a P[t_{17} > 2,34], que, por simetria, é igual a P[t_{17} < -2,34]).
Na linha 17 da tabela t-student, não existe o valor 2,34. Ele está entre os valores 2,110 e 2,567, que correspondem às colunas 0,025 e 0,01, respectivamente. Assim, P[t_{17} > 2,34] está entre 0,01 e 0,025. Consequentemente, o valor P está entre 1% e 2,5%.

Conclusão: Rejeita-se a hipótese de que o tempo médio de execução do novo método é igual a 40,5 horas, em favor da hipótese de que ele é menor do que 40,5 horas, ao nível de significância de 5% (0,01 < valor P < 0,025).

Situação 2:

H_0: p = 0,04
H_a: p > 0,04   n = 1000 (amostra grande); proporção amostral = 60/1000 = 0,06

$$Z_{obs} = \frac{0{,}06 - 0{,}04}{\sqrt{\frac{0{,}04(1-0{,}04)}{1000}}} = 3{,}23$$

RR: $Z_{obs} > z_{0,05}$

$Z_{obs} > 1{,}64$

Como o valor de Z_{obs} está na Região de Rejeição, rejeitamos H_0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = P[Z > 3,23] = ?
O último valor da tabela Z é 3,10. Como 3,23 > 3,10, podemos concluir que P[Z > 3,23] ≅ 0,000.

<u>Conclusão:</u> rejeitamos a hipótese de que a proporção de idosos que morrem por ano nessa cidade é igual a 4%, em favor da hipótese de que essa proporção é maior 4%, ao nível de significância de 5% (valor P ≅ 0,000).

Situação 3:

H_0: μ = 3 quilos
H_a: μ > 3 quilos   n = 25 (amostra pequena); média amostral = 3,2; desvio-padrão amostral = 0,4

$$T_{obs} = \frac{3{,}2 - 3{,}0}{0{,}4/\sqrt{25}} = 2{,}5$$

RR: $T_{obs} > t_{24;0,05}$

$T_{obs} > 1{,}711$

Como o valor de T_{obs} está na Região de Rejeição, rejeitamos H_0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = P[t_{24} > 2,5] = ?
Na linha 24 da tabela t-student, não existe o valor 2,5. Ele está entre as colunas do 0,01 e 0,005. Assim, 0,005 < P[t_{24} > 0,016] < 0,01. Consequentemente, 0,005 < valor P < 0,01.

Conclusão: Ao nível de significância de 5%, rejeitamos a hipótese de que o peso médio de frangos vendidos pelo fornecedor novo é igual a 3 quilos, em favor da hipótese de que o peso médio desses frangos é maior do que 3 quilos (0,005 < valor P < 0,01).

Situação 4:

H_0: μ = 5,5 gramas
H_a: $\mu \neq$ 5,5 gramasn = 40 (amostra grande); média amostral = 5,2 ; desvio-padrão amostral = 0,7

$$Z_{obs} = \frac{5{,}2 - 5{,}5}{0{,}7/\sqrt{40}} = -2{,}71$$

RR: $Z_{obs} < -z_{0,025}$ ou $Z_{obs} > z_{0,025}$

$Z_{obs} < -1{,}96$ ou $Z_{obs} > 1{,}96$

Como o valor de Z_{obs} está na Região de Rejeição, rejeitamos H_0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = 2 x P[Z > |-2,71|] = 2 x P[Z > 2,71] = (por simetria) 2 x P[Z <-2,71] = 2 x 0,0034 = 0,0068.

Conclusão: rejeitamos a hipótese de que a quantidade média de ácido acetil salicílico (gramas por comprimido) de certo analgésico é igual a 5,5 gramas ao nível de significância de 5% (valor P = 0,0068).

Nessa situação, podemos usar o intervalo de confiança para realizar o teste de hipóteses, pois a hipótese alternativa é bilateral. Como queremos um teste a 5% de significância, calcularemos um intervalo de 95% de confiança para a quantidade média de ácido acetil salicílico, por comprimido.

Intervalo de 95% de Confiança para μ : (a amostra é grande n = 40 > 30)

100(1-α) = 95
1-α = 0,95
α = 0,05
α/2 = 0,025
$Z_{0,025}$ = 1,96

$$IC_{\mu}^{95\%} = \left[\bar{x} \pm z_{0,025} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

$$IC_{\mu}^{95\%} = \left[5{,}2 \pm 1{,}96 \cdot \frac{0{,}7}{\sqrt{40}}\right] = [5{,}2 \pm 0{,}2]$$

$$IC_{\mu}^{95\%} = [5{,}0 \ ; \ 5{,}4]$$

Interpretação: A quantidade média de ácido acetil salicílico, por comprimido, está entre 5,0 e 5,4 gramas, com 95% de confiança.

Teste de hipóteses baseado no intervalo de confiança: como o valor 5,5 não pertence ao intervalo de 95% de confiança para a quantidade média de ácido acetil salicílico, por comprimido, rejeitamos a hipótese de que a quantidade média de ácido acetil salicílico de certo analgésico é igual a 5,5 gramas ao nível de significância de 5%.

Situação 5:

H_0: p = 0,95
H_a: p < 0,95 n = 1000 (amostra grande); proporção amostral = 940/1000 = 0,94

$$Z_{obs} = \frac{0,94 - 0,95}{\sqrt{\frac{0,95(1-0,95)}{1000}}} = -1,45$$

RR: $Z_{obs} < -z_{0,05}$

$Z_{obs} < -1,64$

Como o valor de Z_{obs} não está na Região de Rejeição, não rejeitamos H_0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = P[Z < -1,45] = 0,0735

Conclusão: não rejeitamos a hipótese de que a proporção de sementes que germinam é igual a 95% (valorP=0,0735).

Seção 11: Testes de Hipóteses para Duas Populações

Exercício (11.1)

a)
H0: a média da diferença dos escores depois e antes do programa é igual a zero (o programa não funciona);
Ha: a média da diferença dos escores depois e antes do programa é maior do que zero (o programa aumenta a habilidade);

Nº do aluno	Escores de abdominais Antes	Escores de abdominais Depois	Diferenças (d) (Depois – Antes)
1	12	15	15 - 12 = **3**
2	10	9	9 - 10 = **-1**
3	23	25	25 - 23 = **2**
4	25	25	25 - 25 = **0**
5	29	31	31 - 29 = **2**
6	32	30	30 - 32 = **-2**
7	14	16	16 - 14 = **2**
8	17	20	20 - 17 = **3**
9	19	22	22 - 19 = **3**
10	20	22	22 - 20 = **2**

$\bar{d} = 1,4$
$s_d = 1,8$

Média das diferenças: $\bar{d} = \frac{3-1+2+0+2-2+2+3+3+2}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$

Desvio padrão das diferenças:
$$s_d = \sqrt{\frac{(3-1,4)^2 + (-1-1,4)^2 + ... + (3-1,4)^2 + (2-1,4)^2}{10-1}} = 1,8$$

$$T_{obs} = \frac{1,4-0}{1,8/\sqrt{10}} = 2,45$$

RR: $T_{obs} > t_{(10-1);0,05} =$ 1,833

Como T_{obs} está na região de rejeição, rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.

b) Valor P = $P[t_9>2,45]$ = ? O valor 2,45 não existe na linha 9 da tabela t-Student. Ele está entre os valores 2,262 e 2,821, correspondentes às colunas 0,025 e 0,01. Assim, a $P[t_9>2,45]$ está entre 1% e 2,5% .
Como o valor P é menor do que o nível de significância (5%), rejeitamos H0.

Conclusão: Ao nível de 5% de significância, rejeitamos a hipótese de que a média dos escores depois do programa é igual à média dos escores antes do programa, em favor da hipótese de que a média dos escores depois do programa é maior do que média dos escores antes do programa (0,01< valor p < 0,025).

c) 100(1-α)% = 95%; 1-α = 0,95 ; α=0,05 ; α/2 = 0,025;
$t_{9;0,025}$ = 2,262
$$[1,4 \pm 2,262 \times 1,8 / \sqrt{10}] = [1,4 \pm 0,57]$$
[0,83 ; 1,97]

A diferença média entre os escores depois e antes do programa está entre 0,83 e 1,97, com 95% de confiança.

Exercício (11.2)

$\mu 1$: peso médio no grupo I;
$\mu 2$: peso médio no grupo II;

a)
H0: $\mu 1 = \mu 2$
Ha: $\mu 1 > \mu 2$

$\overline{x}_1 = 120$ s = 21,39 n1 = 12
$\overline{x}_2 = 101$ s = 20,62 n2 = 7

$$T_{obs} = \frac{120 - 101}{21{,}12\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{7}}} = 1{,}89 \qquad s_{comb} = \sqrt{\frac{(12-1)(21{,}29)^2 + (7-1)(20{,}62)^2}{12+7-2}} = 21{,}12$$

RR: $T_{obs} > t_{(12+7-2);0,01}$
$T_{obs} > 2{,}57$

Como Tobs não está na região de rejeição, não rejeitamos H0, ao nível de 1% de significância.

Conclusão: Ao nível de 1% de significância, não rejeitamos a hipótese de que o ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de alto conteúdo proteico é igual ao ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de baixo conteúdo proteico.

b) Valor P= $P[t_{17} > 1{,}89]$ = ? Na linha 17 da tabela t-Student, não existe o valor 1,89. Ele está entre os valores 1,74 e 2,11, correspondentes às colunas 0,05 e 0,025, respectivamente. Assim, $P[t_{17} > 1{,}89]$ está entre 2,5% e 5%. O valor P está entre 0,025 e 0,05.
Como o valor P é maior do que 1%, não rejeitamos H0.

Conclusão: Ao nível de 1% de significância, não existem evidências para rejeitarmos a hipótese de que o ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de alto conteúdo proteico é igual ao ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de baixo conteúdo proteico (0,025 < valor P < 0,05).

c) $$\left[(120-101) \pm 2{,}11 \times 21{,}12\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{7}}\right] = [19 \pm 21{,}18]$$

[-2,18 ; 40,18]

A diferença entre o ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de alto conteúdo proteico e o ganho médio de peso no grupo alimentado com dieta de baixo conteúdo proteico está entre -2,18 gramas e 40,18 gramas, com 95% de confiança.

Observação para todo o exercício: se estivéssemos testando a H_0: $\mu 1 = \mu 2$, a 5% de significância, nós rejeitaríamos H0 em favor de H_1: $\mu 1 > \mu 2$, pois o valor P < 0,05. Porém, se estivéssemos testando a H_1: $\mu 1 \neq \mu 2$, não teríamos evidências suficientes para rejeitar H0, a 5% de significância, pois o intervalo de 95% de confiança para a diferença entre as duas médias contém o valor zero. Isso mostra que a não indicação de uma direção para o valor da diferença entre as duas médias (maior ou menor do que zero) reduz o poder do teste para rejeitar H0. Ou seja, quando o teste é unilateral, estamos fornecendo uma informação a mais para o teste, e não precisaremos de evidências amostrais tão fortes para rejeitar H0 quanto precisaríamos se o teste fosse bilateral, onde não fornecemos nenhuma informação a mais.

Exercício (11.3)

$\mu 1$: peso médio dos bebês no grupo de mães que usaram cocaína durante toda a gravidez;
$\mu 2$: peso médio dos bebês no grupo de mães que não têm história de uso de cocaína;

a)

H0: $\mu 1 = \mu 2$
Ha: $\mu 1 < \mu 2$

$\overline{x_1} = 2829$	s = 708	n1 = 36
$\overline{x_2} = 3436$	s = 628	n2 = 39

$$T_{obs} = \frac{2829 - 3436}{\sqrt{\frac{708^2}{36} + \frac{628^2}{39}}} = \frac{-607}{155{,}04} = -3{,}92$$

RR: $Z_{obs} < -z_{0,05}$
$Z_{obs} < -1{,}64$

Como Z_{obs} está na região de rejeição, rejeitamos a hipótese de que o peso médio dos bebês no grupo de mães que usaram cocaína durante toda a gravidez é igual ao peso médio dos bebês no grupo de mães que não têm história de uso de cocaína, em favor da hipótese de que o peso médio dos bebês do primeiro grupo de mães é menor do que o peso médio dos bebês do segundo grupo de mães, ao nível de 5 % de significância.

b) Valor P = P[Z < -3,92] ≈ 0,000 , pois o menor valor da tabela Normal padrão é -3,10.

<u>Conclusão</u>: ao nível de 1% de significância, rejeitamos a hipótese de que o peso médio dos bebês no grupo de mães que usaram cocaína durante toda a gravidez é igual ao peso médio dos bebês no grupo de mães que não têm história de uso de cocaína, em favor da hipótese de que o peso médio dos bebês do primeiro grupo de mães é menor do que o peso médio dos bebês do segundo grupo de mães (valor P ≈ 0,000).

Exercício (11.4)

p_C : proporção de pessoas que tomaram vitamina C e ficaram livres de doenças do trato respiratório
p_P : proporção de pessoas que tomaram o placebo e ficaram livres de doenças do trato respiratório

H0: $p_C = p_P$ $\qquad \hat{p}_C = \frac{105}{407} = 0{,}26 \qquad \hat{p}_p = \frac{76}{411} = 0{,}18$

Ha: $p_C > p_P$

$$Z_{obs} = \frac{0{,}26 - 0{,}18}{\sqrt{\frac{0{,}26(1-0{,}26)}{407} + \frac{0{,}18(1-0{,}18)}{411}}} = \frac{0{,}07}{0{,}028} = 2{,}77$$

RR: $Z_{obs} > z_{0,025}$

RR: $Z_{obs} > 1{,}64$

Como Z_{obs} está na região de rejeição, rejeitamos H0, ao nível de significância de 5%.

Valor P = P[Z>2,77] = P[Z < -2,77] = 0,0028.

Conclusão: Ao nível de significância de 5%, rejeitamos a hipótese de que a proporção de pessoas que tomaram vitamina C e ficaram livres de doenças do trato respiratório é igual à proporção de pessoas que tomaram placebo e ficaram livres de doenças do trato respiratório, em favor da hipótese de que a proporção de pessoas livres de doenças no trato respiratório entre as que tomaram vitamina C é maior do que essa proporção entre as que tomaram placebo (valor P = 0,0028).

Observação: Também rejeitaríamos a hipótese nula se o nível de significância fosse 1%.

Exercício (11.5)

Para que um desfecho possa ser considerado associado ao uso de reposição hormonal, devemos rejeitar a hipotése nula no seu teste, ou seja, o Valor P de seu teste deve ser menor que o nível de significância, neste caso, 5%.

Assim, "qualquer evento tromboembólico" pode ser considerado, ao nível de significância de 5%, associado ao uso de reposição hormonal (Valor P = 0,002). Em especial, a "trombose venosa profunda" (Valor P = 0,004).

Observações:

1) O evento "doença da vesícula biliar" tem Valor P igual a 5%, e pode ser considerado sob suspeita.
2) Note que 34 das 1.380 (2,46%) mulheres que fizeram uso desses hormônios tiveram algum evento tromboembólico, contra apenas 12 das 1383 (0,87%) mulheres do grupo placebo. Assim, o risco de ter algum evento tromboembólico é 2,46/0,87= 2,84 vezes maior para as mulheres que usam reposição hormonal. O valor 2,84 é aproximadamente aquele que está na coluna do Risco Relativo (RR). A mesma conclusão pode ser feita para o desfecho "trombose venosa profunda", cujo risco é 3,18 vezes maior entre as mulheres que fizeram reposição hormonal do que entre as mulheres do grupo placebo.

Seção 12: Teste Qui-Quadrado

Exercício (12.1)

Este é um Teste de Homogeneidade, pois deseja comparar a eficácia das vacinas padrão e nova.

H_0: As proporções de animais que contraíram a doença são iguais para as duas vacinas
H_a: As proporções de animais que contraíram a doença são diferentes para as duas vacinas

Tabela de valores esperados sob a hipótese de homogeneidade

Vacina	Brucelose		Total
	Sim	Não	
Padrão	14x15/30 =7	14x15/30=7	14
Nova	16x15/30=8	16x15/30=8	16
Total	15	15	30

Estatística de Teste:

$$X^2 = \frac{(10-7)^2}{7} + \frac{(4-7)^2}{7} + \frac{(5-8)^2}{8} + \frac{(11-8)^2}{8}$$
$$X^2 = 1{,}286 + 1{,}286 + 1{,}125 + 1{,}125 = 4{,}821$$

Região de Rejeição: $X^2_{obs} > 3{,}84$ ($X^2_{1;0,05} = 3{,}84$)

Verificação: Como 4,821 está na região de rejeição, rejeitamos a hipótese nula ao nível de 5% de significância.

Cálculo do Valor P: Valor P = $P[X^2_1 > 4{,}821]$ = ?
Na tabela Qui-quadrado, na linha 1, não existe o valor 4,821. Ele está entre os valores 3,84 e 5,024, correspondentes às colunas do 5% e 2,5%, respectivamente. Assim, $P[X^2_1 > 4{,}821]$ está entre 0,025 e 0,05.

Conclusão: ao nível de significância de 5%, rejeitamos a hipótese de homogeneidade entre as proporções de animais que contraíram a doença nos grupos vacina padrão e vacina nova, em favor da hipótese de que essas proporções são diferentes (0,025 < valor P < 0,05).

Medindo a associação entre variáveis: o Risco Relativo

O risco (probabilidade) de uma bezerra que recebeu a vacina padrão contrair brucelose é estimado em 11/14=0,71. Para as bezerras que receberam a vacina nova, este risco é estimado por 5/16=0,31. Logo, as bezerras vacinadas com vacina padrão apresentam um risco de desenvolver brucelose 2,29 (0,71/0,31) vezes maior que o risco das bezerras vacinadas com a vacina nova. O valor 2,29 é uma estimativa do *risco relativo*. O risco relativo é definido como $RR=p_1/p_2$, onde p_1 e a probabilidade de ocorrência do evento (brucelose) no grupo 1 (vacina padrão) e p_2 é a probabilidade de ocorrência do evento (brucelose) no grupo 2 (vacina nova). O risco relativo é calculado somente para estudos prospectivos, onde a ocorrência do evento de interesse (brucelose) é precedida pelos tratamentos (vacina nova e vacina padrão). As hipóteses de teste X^2 podem ser escritas em função de RR como :

H0 : RR = 1 x Ha: RR ≠ 1,

pois, se não existe associação entre as variáveis (H0), os riscos nos dois grupos são iguais e RR=1.

Exercício (12.2)

Teste de Homogeneidade

H_0: As proporções de contaminação são iguais para todos os tipos de fertilizantes
H_a: As proporções de contaminação são diferentes para todos os tipos de fertilizantes

Tabela de valores esperados sob a hipótese de homogeneidade

Fertilizante	Contaminação		Total
	Sim	Não	
Nenhum	101x44/450=9,88	101x406/450=91,12	101
Nitrogênio	95x44/450=9,29	95x406/450=85,71	95
Esterco	113x44/450=11,05	113x406/450=101,95	113
Nitrogênio e Esterco	141x44/450=13,79	141x406/450=127,21	141
Total	44	406	450

Estatística de Teste:

$$X^2 = \frac{(16-9{,}88)^2}{9{,}88} + \frac{(85-91{,}12)^2}{91{,}12} + \frac{(10-9{,}29)^2}{9{,}29} + \frac{(85-85{,}71)^2}{85{,}71} +$$
$$+ \frac{(4-11{,}05)^2}{11{,}05} + \frac{(109-101{,}95)^2}{101{,}95} + \frac{(14-13{,}79)^2}{13{,}79} + \frac{(127-127{,}21)^2}{127{,}21}$$
$$X^2 = 3.798 + 0.412 + 0.054 + 0.006 + 4.497 + 0.487 + 0.003 + 0.000 = 9.258$$

Região de Rejeição:
$X^2_{obs} > X^2_{(4-1)(2-1);0,05}$
$X^2_{obs} > X^2_{3;0,05}$
$X^2_{obs} > 7{,}82$

Verificação: Como 9,258 está na região de rejeição, rejeitamos a hipótese nula ao nível de 5% de significância.

Conclusão: ao nível de significância de 5%, rejeitamos a hipótese de homogeneidade entre as proporções de contaminação dos tipos de fertilizantes estudados, em favor da hipótese de que essas proporções são diferentes (0,025<valorP<0,05).

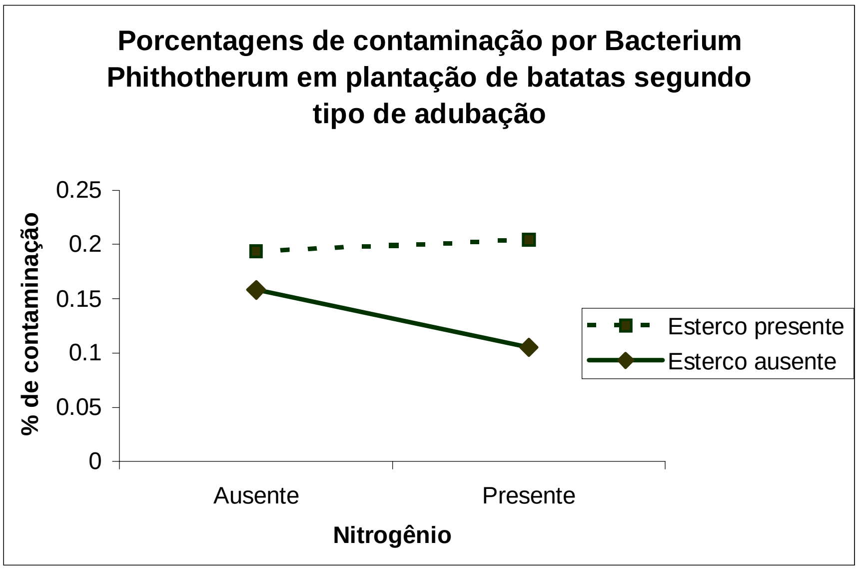
Cálculo do Valor P: Valor P = $P[X^2_3 > 9{,}258]$ = ?.
Na tabela Qui-quadrado, na linha 3, não existe o valor 9,258.
Ele está entre os valores 7,82 e 9,35, correspondentes às colunas do 5%e 2,5%, respectivamente. Assim, $P[X^2_3 > 9{,}258]$ está entre 0,025 e 0,05.

Observação
Os tratamentos “Nenhum”, “Nitrogênio”, “Esterco” e “Nitrogênio e Esterco” podem ser vistos como a combinação de dois fatores: Nitrogênio (presente e ausente) e Esterco (presente e ausente), pois

				Tratamento
Nitrogênio ausente	+	Esterco ausente	=	Nenhum
Nitrogênio ausente	+	Esterco presente	=	Esterco
Nitrogênio presente	+	Esterco ausente	=	Nitrogênio
Nitrogênio presente	+	Esterco presente	=	Nitrogênio e Esterco

A estrutura desse experimento é chamada fatorial 2 a 2, pois existem dois *fatores* (Nitrogênio e Esterco), cada um com dois *níveis* (ausente e presente).

O gráfico a seguir mostra as porcentagens de contaminação para os 4 tratamentos.



O gráfico indica que, na ausência de esterco (linha cheia), a adição de nitrogênio diminui a porcentagem de contaminação, mas, na presença do esterco (linha pontilhada), a adição do nitrogênio aumenta a porcentagem de contaminação. Em outras palavras, o efeito do nitrogênio é de aumentar a porcentagem de contaminação quanto o esterco é presente e de diminuir essa porcentagem quanto o esterco é ausente. Esse fato indica caracteriza a *interação* entre os fatores Esterco e Nitrogênio, isto é, o efeito do Nitrogênio na porcentagem de contaminação não é o mesmo nos dois níveis de Esterco. Se não houvesse interação entre esse dois fatores, as retas do gráfico seriam paralelas.

Exercício (12.3)

Esse é um teste de independência entre as variáveis “incidência de parasitose” e “raça”.

Hipóteses:

H_0: A incidência de parasitose independe da raça do animal
(ou seja, as duas variáveis não estão associadas)

H_a: A incidência de parasitose depende da raça do animal
(ou seja, as duas variáveis estão associadas)

Tabela de valores esperados sob a hipótese de independência (H_0)

Raça	Incidência de parasitas		Total
	Sim	Não	
Pura	700x155/1200=90,42	700x1045/1200=609,58	700
Não-pura	500x155/1200=64,58	500x1045/1200=435,42	500
Total	155	1045	1200

Estatística de Teste:

$$X^2 = \frac{(105-90{,}42)^2}{90{,}42} + \frac{(595-609{,}58)^2}{609{,}58} + \frac{(50-64{,}58)^2}{64{,}58} + \frac{(450-435{,}42)^2}{435{,}42}$$

$$X^2 = 2{,}352 + 0{,}349 + 3{,}293 + 0{,}488 = 6{,}482$$

Região de Rejeição: Rejeita-se H_0 se $X^2_{obs} > \chi^2_{1;0,01} = 6{,}64$

Verificação: Como 6,482 não está na região de rejeição (6,482 > 6,64), não rejeitamos a hipótese nula ao nível de significância de 1%.

Conclusão: Ao nível de significância de 1%, não rejeitamos a hipótese de independência entre a incidência de parasitose e a raça do animal (0,01 < valor P < 0,025).

Cálculo do Valor P: Valor P = P[X^2_1 > 6,482] = ?

Na tabela Qui-Quadrado, na linha 1, não existe o valor 6,482.
Mas 6,482 está entre os valores 5,024 e 6,635, correspondentes às colunas de 2,5% e 1% de probabilidade, respectivamente. Assim, P[X^2_1 > 6,482] está entre 0,01 e 0,025.
Desse modo, 0,01 < Valor P < 0,025.
Como Valor P > 0,01 (α), não rejeitamos a hipótese nula ao nível de significância de 1%, confirmando (como esperado) a conclusão anterior.

Medindo a associação entre variáveis: a Razão das Chances

Através de teste Qui-quadrado verificou-se a existência de associação entre a "incidência de parasitose" e "raça". Como quantificar esta associação? Quando as variáveis são quantitativas, pode-se medir a associação linear entre duas variáveis através do coeficiente de correlação. Quando duas variáveis são qualitativas, essa medida seria o Risco Relativo. Porém, o Risco Relativo só pode ser calculado em estudos prospectivos, que não é o caso do estudo desse problema, pois os animais foram classificados simultaneamente quanto à raça e à incidência de parasitose (os grupos de raça não-pura e pura não foram fixados previamente e depois contada a incidência de parasitose). A medida alternativa ao Risco Relativo nesses casos é a Razão das Chances (RC). Chance é definido como razão de probabilidades. A chance de ter parasitose no grupo de raça pura, por exemplo, é definido como a razão entre a probabilidade de ter parasitose e a probabilidade de não ter parasitose, ou seja, (105/700) / (595/700) = 105/595 = 0,18. No grupo de raça não-pura, a chance de ter parasitose é 50/450 = 0,11. Comparando as chances nos dois grupos, temos que 0,176/0,111 = 1,59. Essa a estimativa da Razão das Chances de parasitose entre os grupos de raça pura e não-pura. Interpretando esse número, vemos que a chance de parasitose no grupo de raça pura é 59% maior do que no grupo de raça não-pura. De maneira geral, no caso de tabelas 2x2 como a que apresentamos a seguir

	Resposta de Interesse		
Grupo	Sucesso	Fracasso	Total
A	a	b	a+b
B	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	a+b+c+d

a razão das chances de sucesso entre o grupo A e B é estimada como

$$RC = \frac{\text{chance de sucesso no grupo A}}{\text{chance de sucesso no grupo B}} = \frac{\frac{a}{a+b} \Big/ \frac{b}{a+b}}{\frac{c}{c+d} \Big/ \frac{d}{c+d}} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

No caso do problema, $RC = \dfrac{\text{chance de parasitose no grupo raca pura}}{\text{chance de parasitose no grupo raca nao - pura}} = \dfrac{105/595}{50/450} = \dfrac{105 \cdot 450}{50 \cdot 595} = 1{,}59$

Exercício (12.4)

Esse é um teste de independência entre as variáveis "ocorrência de tromboembolismo" e "grupo sanguíneo".

Hipóteses:

H_0: A ocorrência de tromboembolismo independe do grupo sanguíneo
(ou seja, as duas variáveis não estão associadas)

H_a: A ocorrência de tromboembolismo depende do grupo sanguíneo
(ou seja, as duas variáveis estão associadas)

Tabela de valores esperados sob a hipótese de independência (H_0)

Grupo Sanguíneo	Ocorrência de tromboembolismo: Sim	Não	Total
A	79 x 56/1200 = 22,12	79 x 144/1200 = 56,88	79
B	21 x 56/1200 = 7,56	21 x 144/1200 = 19,44	21
AB	27 x 561200 = 5,88	27 x 144/1200 = 5,12	27
O	73 x 56/1200 = 20,44	73 x 144/1200 = 52,56	73
Total	56	144	200

Estatística de Teste:

$$X^2 = \frac{(32-22{,}12)^2}{22{,}12} + \frac{(47-56{,}88)^2}{56{,}88} + \frac{(8-7{,}56)^2}{7{,}56} + \frac{(19-19{,}44)^2}{19{,}44} +$$

$$+ \frac{(7-5{,}88)^2}{5{,}88} + \frac{(14-5{,}12)^2}{5{,}12} + \frac{(9-20{,}44)^2}{20{,}44} + \frac{(64-52{,}56)^2}{52{,}56}$$

$$X^2 = 4.413 + 1.716 + 0.026 + 0.010 + 0.213 + 0.083 + 6.403 + 2.490 = 15.354$$

Região de Rejeição: Rejeita-se H_0 se $X^2_{obs} > \chi^2_{3;0,01} = 11{,}345$

Verificação: Como 15,354 está na região de rejeição (15,354 > 11,345), rejeitamos a hipótese nula ao nível de significância de 1%.

Conclusão: Ao nível de significância de 1%, rejeitamos a hipótese de independência a ocorrência de tromboembolismo e o grupo sanguíneo (Valor P < 0,005).

Cálculo do Valor P: Valor P = $P[X^2_3 > 15{,}354]$ = ?

Na tabela Qui-Quadrado, na linha 3, não existe o valor 15,354.
Ele é maior do que o último valor (12,838), correspondente à coluna do 0,5%. Assim, $P[X^2_3 > 15{,}354]$ é menor do que 0,5%. Desse modo, Valor P < 0,005.

Referências Bibliográficas

Nogueira, M. L. G. et alli (1997), ***Introdução à Bioestatística***, apostila do Instituto de Ciências Exatas da UFMG.

Soares, J. F. et alli ( ), ***Introdução à Estatística***, Editora Guanabara Dois

Triola, M. F. (1998), ***Introdução à Estatística***, 7ª Edição, LTC.