

# Probabilidades II

## Distribuições de Probabilidades

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

# Sumário

- 1 Variáveis Aleatórias
  - Tipos de Variáveis
  - Variáveis Discretas
  - Variáveis Contínuas
- 2 Distribuições de Probabilidade
  - Distribuições Discretas
  - Distribuições Contínuas

# Variáveis Aleatórias

## Definition

Uma **variável aleatória** é uma variável (tipicamente representada por  $x$ ) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

# Variáveis Discretas

## Definition

Uma variável aleatória **discreta** pode assumir uma quantidade contável de valores

## Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

## Representação em tabela



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Tipos de Variáveis  
Variáveis Discretas  
Variáveis Contínuas  
Distribuições  
de  
Probabilidade

### Example

Seja  $x$  o número de filhos em uma família.

| $x$    | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    |
|--------|------|------|------|------|------|
| $P(x)$ | 0.15 | 0.30 | 0.40 | 0.10 | 0.05 |

O valor esperado  $E[x]$  (de filhos por família) é:

$$\sum xP(x) = 0 \times 0.15 + 1 \times 0.30 + 2 \times 0.40 \dots = 1.6$$

## Representação gráfica



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Tipos de Variáveis  
Variáveis Discretas  
Variáveis Contínuas  
Distribuições  
de  
Probabilidade

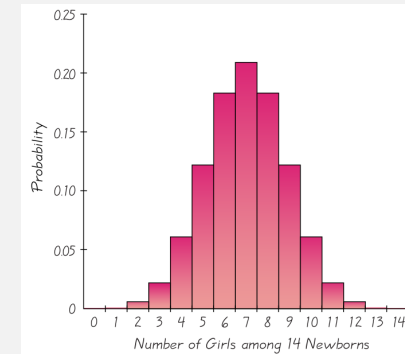


Figura: A distribuição de uma variável discreta (Fonte: Triola, 2004)

## Variáveis Contínuas



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Tipos de Variáveis  
Variáveis Discretas  
Variáveis Contínuas  
Distribuições  
de  
Probabilidade

### Definition

Uma variável aleatória **contínua** pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

### Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

## Distribuições de Probabilidade



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de  
Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

### Definition

Uma **distribuição de probabilidade** é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$ , onde  $x$  percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$ , para todo  $x$

## A distribuição de Bernoulli



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

- Um ensaio de Bernoulli é teste com desfecho 0 ou 1 (negativo ou positivo)
- Probabilidade de sucesso  $p$
- Probabilidade de fracasso  $1 - p$
- Notação:  $X \sim \text{Bern}(p)$
- Valor esperado:  $E[x] = p$

## A distribuição Binomial



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

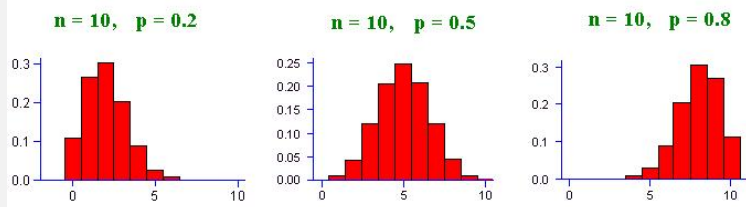
- Quando executamos  $n$  ensaios de Bernoulli **independentes**, encontramos a distribuição Binomial
- Com  $n$  ensaios (cada um com prob.  $p$ ), temos a contagem  $x$  de sucessos (desfecho = 1)
- Notação  $X \sim \text{Bin}(n, p)$
- Valor esperado:  $E[x] = np$

## A distribuição Binomial



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas



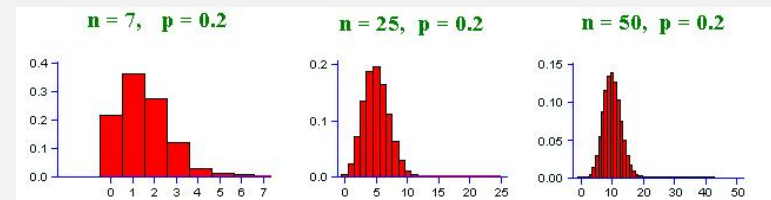
## Aumentando o tamanho da amostra



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

- Quanto maior o tamanho  $n$  da amostra, mais “suave” a distribuição binomial, e mais simétrica
- O histograma vai ficando cada vez mais parecido com uma curva

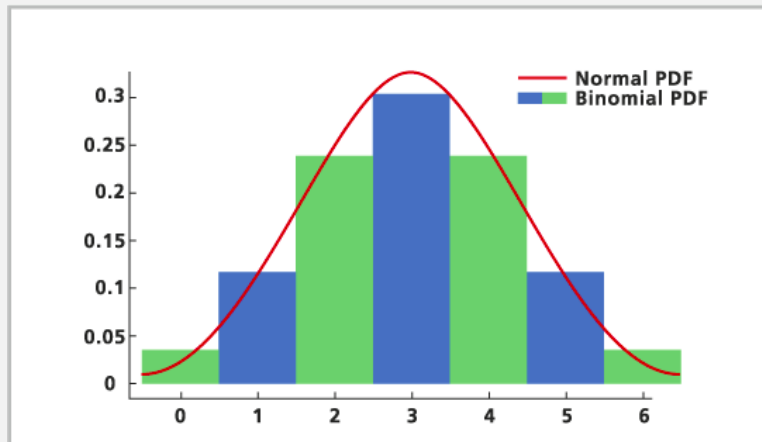


## Aumentando o tamanho da amostra



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de  
Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas



(Vídeos: Galton board e Galton machine)

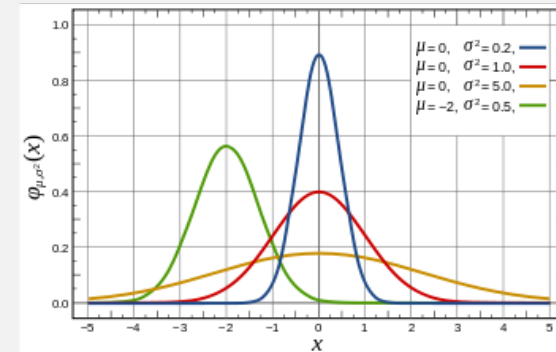
## A distribuição Normal



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de  
Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

- Simétrica
- Forma de sino
- Assíntotas



## A distribuição Normal Padrão



Probabilidades  
II  
Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias  
Distribuições  
de  
Probabilidade  
Distribuições  
Discretas  
Distribuições  
Contínuas

Considere uma variável aleatória  $X$  com distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , isto é,  $X \sim N(\mu, \sigma)$ .

- Para simplificar as análises, trabalhamos com a normal padrão
- A normal padrão tem média 0 e desvio-padrão 1
- Padronização:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- $Z \sim N(0, 1)$
- Seus valores podem ser consultados em uma tabela