Variabilidade

Incertezas de dados numéricos

Felipe Figueiredo

Sumário

Variabilidade

Felipe Figueiredo

Medidas Sumárias

Variabilidade

Felipe Figueiredo

- Medidas sumárias resumem a informação contida nos dados em um pequeno conjunto de números.
- Medidas sumárias de populações se chamam parâmetros, e são representadas por letras gregas (μ, σ^2, σ, etc).
- Medidas sumárias de amostras se chamam estatísticas e são representadas por letras comuns ($\bar{x}$, s^2, s, etc).
- *Geralmente trabalhamos com estatísticas descritivas.*

Medidas Sumárias

Variabilidade

Felipe Figueiredo

Tipos de medidas sumárias

Os dois principais tipos de medidas sumárias utilizadas na literatura são:

- Medidas de Tendência Central
- Medidas de Variabilidade (ou Dispersão)

Variabilidade em Medições

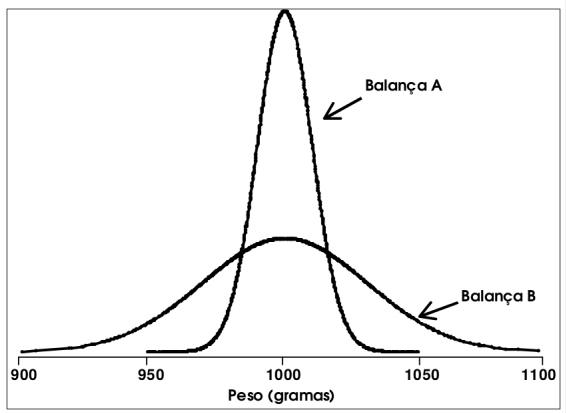


Figura: Variabilidade da medição de uma esfera metálica de 1000g. Balança A, "imprecisão" de 50g, balança B, "imprecisão" de 100g (Fonte: Reis, Reis, 2002)

Fontes comuns de variabilidade

Variabilidade

Felipe Figueiredo

- Imprecisão ou erro experimental
- Variabilidade biológica
- "*Mancadas*" experimentais

Conceito de Erro na Estatística

No contexto acadêmico, **erro** não tem o mesmo significado do cotidiano.

Erro se refere a todas as fontes de variabilidade acima.

Outro nome comum é **dispersão** (*scatter*).

Variabilidade

Felipe Figueiredo

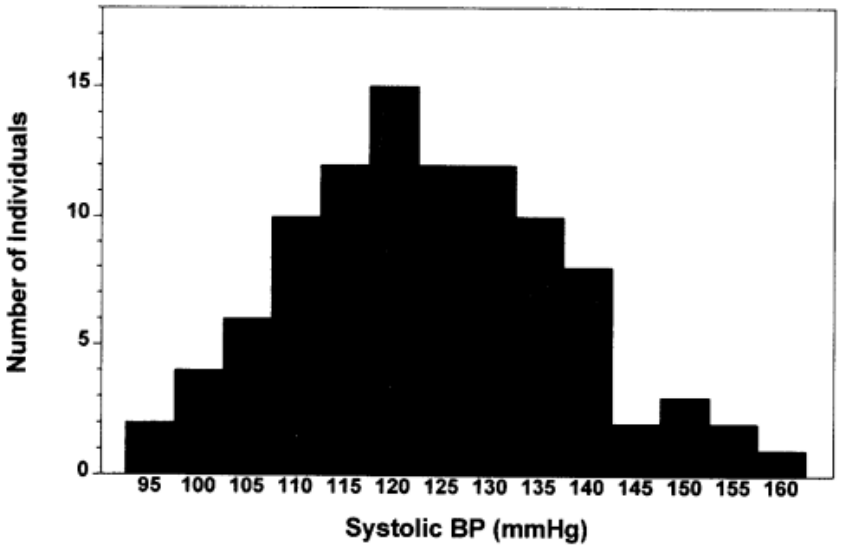
Exemplo

100 estudantes de [*insira aqui um curso da área da saúde*] trabalharam em pares, e mediram a pressão sistólica de seu parceiro(a).
Ao final do exercício, a turma obteve 100 valores de pressão sistólica.

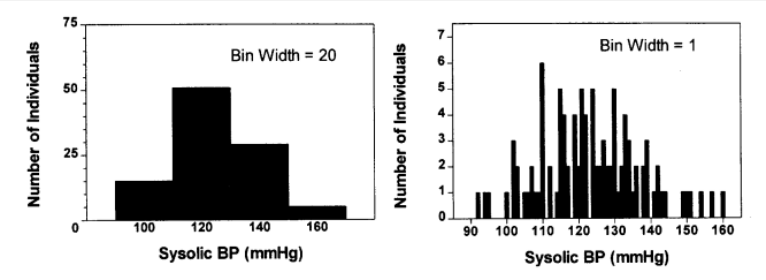
Pergunta

Como "entender" essa listagem de 100 números?

O histograma



Quantas barras?



Média

Exemplo

Foram observados os seguintes níveis de colesterol de uma amostra de pacientes. Qual é o nível médio de colesterol nestes pacientes?

$x_1 = 142$
$x_2 = 144$
$x_3 = 176$
$x_4 = 203$
$x_5 = 134$
$x_6 = 191$

$$\bar{x} = \frac{990}{6} = 165$$

Percentis e a Mediana

Definition

A mediana é o dado que ocupa o percentil de 50% dados (posição central).

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se n for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se n for par.

Mediana

Exemplo

Conforme no exemplo anterior

$x_5 = 134$
$x_1 = 142$
$x_2 = 144$
$x_3 = 176$
$x_6 = 191$
$x_4 = 203$

$$M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

Qual é a diferença?

O que acontece com a média, na presença de um valor extremo (muito grande, ou muito pequeno em relação aos outros)?

Exemplo

O que acontece se você digitar **20** ao invés de **203**?

Comparação entre as Medidas Centrais

Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \frac{1+1+2+4+7}{5} = \frac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$

Comparação entre as Medidas Centrais

Example

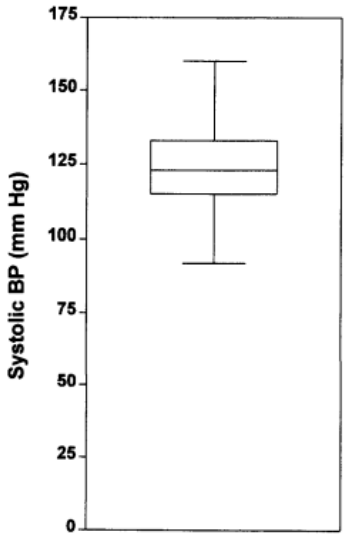
Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \frac{1+1+2+4+32}{5} = \frac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$

O boxplot

- *"Caixa e bigodes"*
- A caixa representa os percentis de 25% e 75%
- Barra interna que representa a mediana (percentil 50%)
- Barras verticais *indicam* a amplitude dos dados
  - Mínimo e Máximo
  - Regras para "a maioria"



“Regras para a maioria”

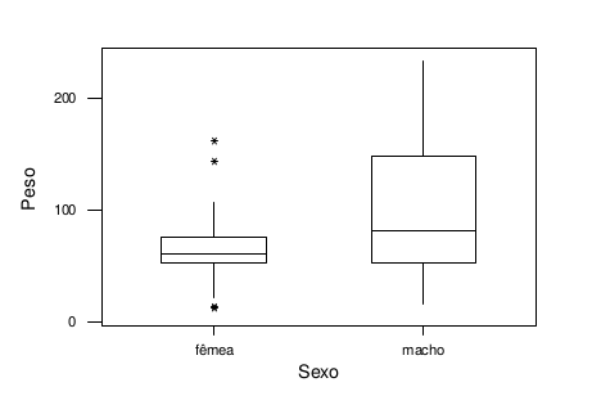


Figura: Boxplots para dois grupos de dados (Fonte: Reis, Reis, 2002)

Desvios em relação à média

- Uma maneira de entender a variabilidade do dataset é analisar os desvios em relação à média.
- Cada desvio é a diferença entre o valor do dado e a média.

Desvios em relação à média

Mas os desvios...

1. são tão numerosos quanto os dados
2. têm sinal (direção do desvio)
3. SEMPRE têm soma nula, portanto o desvio médio é sempre 0

Pense...

Uma fórmula que dá o mesmo resultado para qualquer dataset... serve para resumir seus dados?

Desvios em relação à média

Exemplo

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

Soma dos desvios

Exemplo

Somando tudo:

$$\sum D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 =$$

$$(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 = 0$$

Pense...

Uma fórmula que dá o mesmo resultado para qualquer dataset... serve para resumir seus dados?

Como proceder?

- Como extrair alguma informação útil (e sumária!) dos desvios?
- Problema: sinais

Pergunta

Como tirar os sinais dos desvios?

Desvios absolutos

Tomando-se o módulo dos desvios temos:

Definition

Desvio médio absoluto (MAD) é a média dos desvios absolutos

- É uma medida de dispersão robusta (pouco influenciada por outliers)
- Módulo não tem boas propriedades matemáticas (analíticas e algébricas).
- Pouco usado para inferência (apesar da robustez)

Desvio médio absoluto (MAD)

Exemplo

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\text{MAD} = \frac{\sum |D_i|}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

Uma proposta “melhor”

- Uma outra maneira de eliminar os sinais é elevar ao quadrado cada desvio.
- Preserva boas propriedades matemáticas
- Calculando a média dos quadrados dos desvios (desvios quadráticos) temos . . .

Variância

Definition

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_j - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

Variância

Exemplo

$$\{1,2,3,4,5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

Desvio Padrão

Definition

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

- Desvio padrão populacional

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

- Desvio padrão amostral

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Desvio Padrão

- É a medida mais usada, por estar na mesma escala (unidade) dos dados.
- Boas propriedades matemáticas
- Boas propriedades como estimador (Inferência)

Desvio Padrão

Variabilidade

Felipe Figueiredo

Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

$$s^2 = 2.5$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2.5} = 1.58$$

N ou N-1?

Variabilidade

Felipe Figueiredo

Fórmula com N

Usada apenas para cálculos com dados de toda a população.

Fórmula com N-1

Usada para cálculos com dados de uma amostra.

Pense...

Você tem acesso a toda a população, ou apenas a uma amostra?

Interpretação do DP

Variabilidade

Felipe Figueiredo

"Um pouco mais da metade" dos valores está a 1 DP da média (considerando amdos os lados)

"Quase todos" os dados estão a 2 DP da média (considerando ambos os lados)

- *Cenas dos próximos capítulos*

Leitura pós-aula e exercícios selecionados

Leitura obrigatória

Capítulo 3.
Pular as seções:

- Calculando o DP numa calculadora
- Coeficiente de Variação (CV)

- Exercício 1
- Exercício 2
- Exercício 3 (R: 34.64503)
- Exercício 4 (R: 219.4131)
- Exercício 5