

Significância Estatística

O p-valor e Testes de Hipóteses

Felipe Figueiredo

Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Encerramento

1 Testes de Hipóteses

- Hipóteses
- Significância
- O p-valor

2 Encerramento

1 Testes de Hipóteses

- Hipóteses
- Significância
- O p-valor

2 Encerramento

- Podemos tomar decisões baseado nos dados de um experimento (amostra).
- Para isto, precisamos de um critério sistemático e rigoroso que possa aferir o quanto os dados suportam esta decisão.
- Usando os conceitos de probabilidades, poderemos ainda calcular a probabilidade de que esta decisão esteja errada.

Hipóteses devem ser falseáveis, portanto formuladas como afirmações.

Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo 1



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em **100** ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal. O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de **1.2 segundos**. O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de **1.05 segundos**, com desvio padrão amostral de **0.5 segundos**. Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy

Pense...

Como você formularia a hipótese do exemplo anterior?

Que possíveis conclusões você pode chegar com esse experimento?

Vamos resolvê-lo mais à frente.

Definition

Em Estatística, uma **hipótese** é uma afirmação sobre uma característica de uma população, tipicamente o valor de um parâmetro.

Definition

Um **teste de hipótese** (ou teste de significância) é um procedimento sistemático para testar uma afirmação sobre uma característica de uma população.

Identificando hipóteses



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

- Uma hipótese estatística deve ser testável frente a dados obtidos de um experimento.

Exemplo

Um jornalista alega que a maior parte dos motoristas atravessa o sinal vermelho.

Exemplo

Pesquisadores afirmam que a temperatura corporal média de adultos sadios não ultrapassa 37°C.

- Para efetuar um teste de hipóteses é necessária a formulação de uma **hipótese nula** e uma **hipótese alternativa**.
- A hipótese nula (H_0) é a hipótese que não há efeito real.
- A hipótese alternativa (H_1 ou H_a) é a hipótese de interesse científico (há efeito).

Atenção

A lógica do teste de hipóteses é o **inverso** do que se esperaria, ou seja, ao invés de testar a hipótese de interesse, vamos *testar a hipótese nula* – e tentar rejeitá-la.

Mantenha isso em mente daqui a para a frente.

Roteiro

- 1 Identificar a afirmação a ser testada e expressá-la em forma simbólica
- 2 Expressar em forma simbólica a afirmação que deve ser verdadeira, caso a afirmação de interesse seja falsa

Exemplo

Formulação verbal:

A proporção de motoristas que admitem atravessar o sinal vermelho é maior que 50%.

Formulação matemática:

$$H_0 : p = 0.5$$

$$H_1 : p > 0.5$$

Exemplo

Formulação verbal:

A altura média de jogadores profissionais de basquete é de no máximo 2.20m.

Formulação matemática:

$$H_0 : \mu = 2.20$$

$$H_1 : \mu < 2.20$$

Exemplo

Formulação verbal:

A dose média contida em um comprimido de paracetamol é de 750mg.

Formulação matemática:

$$H_0 : \mu = 750$$

$$H_1 : \mu \neq 750$$

Identificando hipóteses

Exemplo

Formulação verbal:

A dose média contida em um comprimido de paracetamol é de 750mg.

Formulação matemática:

$$H_0 : \mu = 750$$

$$H_1 : \mu \neq 750$$



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Identificando a região crítica



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Em geral...

- Se H_1 é do tipo \neq , o teste é bicaudal (ou bilateral).
- Se H_1 é do tipo $<$, o teste é unicaudal (ou unilateral) à esquerda.
- Se H_1 é do tipo $>$, o teste é unicaudal à direita.

1 Testes de Hipóteses

- Hipóteses
- Significância
- O p-valor

2 Encerramento

- A **significância** do estudo deve ser arbitrada antes do experimento (planejamento)
- Está associada aos erros induzidos pela variabilidade experimental
- Ou seja, mesmo fazendo tudo certo, você pode ser induzido a chegar numa conclusão errada ao acaso!
- Isso pode ocorrer de duas maneiras diferentes...

Tipos de erros em testes de hipóteses



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Definition

Um **erro do tipo I** ocorre se a hipótese nula for rejeitada quando é verdadeira.

Definition

Um **erro do tipo II** ocorre se a hipótese não for rejeitada quando for falsa.

A questão importante aqui é:

MESMO SE a hipótese nula **for verdadeira**, ainda assim você pode observar (ao acaso) uma diferença como resultado do experimento.

(ex., muita variabilidade, amostras pequenas, etc.).

Isso é o erro tipo I. Trabalhamos para que isso seja raro (não mais que 5% das vezes).

Tipos de erros em testes de hipóteses

Decisão / Verdade	H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Não rejeitar H_0	Decisão correta	Erro do tipo II
Rejeitar H_0	Erro do tipo I	Decisão correta

- Erro do tipo I = falso positivo
- Erro do tipo II = falso negativo

Definition

O **nível de significância** de um teste de hipótese é sua probabilidade máxima admissível para cometer um erro do tipo I. Ele é denotado por α .

Está associado com o nível de confiança.

Definition

A probabilidade de se cometer um erro do tipo II é denotada por β .

Está associado com o poder estatístico do teste (futuro).

Componentes de um teste de hipóteses



São necessários para um teste de hipóteses:

- As hipóteses nula e alternativa
- O nível de significância
- A região crítica (tipo de teste)
- A estatística de teste (softwares especializados)

Observação

O teste unicaudal **divide** a probabilidade de erro à esquerda (valores menores) e à direita (valores maiores).

Assim, 5% de significância num teste unicaudal corresponde à 2.5% (metade) da significância bicaudal.

Mais detalhes no cap 10.

Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses

Significância

O p-valor

Encerramento

Rejeitar hipóteses



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses

Significância

O p-valor

Encerramento

Importante

Observe que o teste de hipótese nunca deve **aceitar** uma hipótese nula, apenas rejeitá-la ou deixar de rejeitá-la.

1 Testes de Hipóteses

- Hipóteses
- Significância
- O p-valor

2 Encerramento

Definition

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

O p-valor **é**:

- Uma estatística (i.e., depende da amostra - dados e tamanho)
- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso **dado que** a H_0 é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H_0 .

Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer $p \leq 0.05$ é estatisticamente significativo.

Exemplo 1



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em **100** ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal. O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de **1.2 segundos**. O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de **1.05 segundos**, com desvio padrão amostral de **0.5 segundos**. Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy

Pense...

- A hipótese científica é que a droga diminui o tempo de resposta.
- Como você formularia a hipótese estatística (H_1)?
 - 1 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu \geq 1.2$ (teste unicaudal à direita)
 - 2 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
 - 3 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu \neq 1.2$ (teste bicaudal)
 - 4 $H_0 : \mu \geq 1.2, H_1 : \mu = 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)

Resposta:

Pense...

- A hipótese científica é que a droga diminui o tempo de resposta.
- Como você formularia a hipótese estatística (H_1)?
 - 1 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu \geq 1.2$ (teste unicaudal à direita)
 - 2 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
 - 3 $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu \neq 1.2$ (teste bicaudal)
 - 4 $H_0 : \mu \geq 1.2, H_1 : \mu = 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)

Resposta: **Opção 2**

Exemplo 1



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- O teste Z aplicado a este problema retorna $p = 0.0013$

Exemplo 1



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo

- Dados: $\mu = 1.2$, $\bar{x} = 1.05$, $s = 0.5$, $n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2$, $H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- O teste Z aplicado a este problema retorna $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .
- **Resultado: O tempo de resposta médio é significativamente menor.**
- **Conclusão:**

Exemplo 1



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Exemplo

- Dados: $\mu = 1.2, \bar{x} = 1.05, s = 0.5, n = 100$
- $H_0 : \mu = 1.2, H_1 : \mu < 1.2$ (teste unicaudal à esquerda)
- O teste Z aplicado a este problema retorna $p = 0.0013$
- Como $p < 0.05$, concluímos que há evidência para rejeitar H_0 .
- **Resultado: O tempo de resposta médio é significativamente menor.**
- **Conclusão: há evidências que a droga diminui o tempo de resposta (...)**

O p-valor



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor

Encerramento

Cuidado! O p-valor **não é**:

- a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira
- a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

Estes são erros comuns de interpretação.

O p-valor assume que (1) a hipótese é verdadeira, e (2) que a única causa da diferença é devida ao acaso, portanto não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

“The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously.”

Dorey, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

Leitura pós-aula e exercícios selecionados



Significância

Felipe
Figueiredo

Testes de
Hipóteses

Encerramento

Leitura obrigatória

- Capítulo 10.
- Capítulo 11.

Exercícios selecionados

- Cap 10: todos.
- Cap 11: todos.

Leitura recomendada (links na página da disciplina)

- Motulsky, (2014) chap 19, Interpreting a Result That Is Not Statistically Significant
- Dorey, F (2010) In Brief: The P Value: What Is It and What Does It Tell You?
- Gardner, MJ; Altman, DG (1986) Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing.