# Estatística Descritiva II

## Medidas sumárias

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

# Sumário

# Medidas Sumárias



- Medidas sumárias resumem a informação contida nos dados em um pequeno conjunto de números.
- Medidas sumárias de populações se chamam parâmetros, e são representadas por letras gregas ($\mu$, $\sigma$, etc).
- Medidas sumárias de amostras se chamam estatísticas e são representadas por letras comuns ($\bar{x}$, $s$, etc).
- Geralmente trabalhamos com estatísticas descritivas.

# Medidas Sumárias





- Medidas sumárias resumem a informação contida nos dados em um pequeno conjunto de números.
- Medidas sumárias de populações se chamam parâmetros, e são representadas por letras gregas ($\mu$, $\sigma$, etc).
- Medidas sumárias de amostras se chamam estatísticas e são representadas por letras comuns ($\bar{x}$, $s$, etc).
- Geralmente trabalhamos com estatísticas descritivas.

# Medidas Sumárias



- Medidas sumárias resumem a informação contida nos dados em um pequeno conjunto de números.
- Medidas sumárias de populações se chamam parâmetros, e são representadas por letras gregas ($\mu$, $\sigma$, etc).
- Medidas sumárias de amostras se chamam estatísticas e são representadas por letras comuns ($\bar{x}$, $s$, etc).
- Geralmente trabalhamos com estatísticas descritivas.

# Medidas Sumárias

- Medidas sumárias resumem a informação contida nos dados em um pequeno conjunto de números.
- Medidas sumárias de populações se chamam parâmetros, e são representadas por letras gregas ($\mu$, $\sigma$, etc).
- Medidas sumárias de amostras se chamam estatísticas e são representadas por letras comuns ($\bar{x}$, $s$, etc).
- Geralmente trabalhamos com estatísticas descritivas.

# Sumário

# Média

- A média (aritmética) leva em conta todos os dados disponíveis, e indica (em muitas situações) o ponto de maior acumulação de dados.
- Notação: média populacional ($\mu$)

$$\mu = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_j}{N}$$

- Notação: média amostral ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

- Nem sempre pertence ao dataset.

# Média

- A média (aritmética) leva em conta todos os dados disponíveis, e indica (em muitas situações) o ponto de maior acumulação de dados.
- Notação: média populacional ($\mu$)

$$\mu = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_j}{N}$$

- Notação: média amostral ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

- Nem sempre pertence ao dataset.

# Média

- A média (aritmética) leva em conta todos os dados disponíveis, e indica (em muitas situações) o ponto de maior acumulação de dados.
- Notação: média populacional ($\mu$)

$$\mu = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_j}{N}$$

- Notação: média amostral ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

- Nem sempre pertence ao dataset.

# Média

- A média (aritmética) leva em conta todos os dados disponíveis, e indica (em muitas situações) o ponto de maior acumulação de dados.
- Notação: média populacional ($\mu$)

$$\mu = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_j}{N}$$

- Notação: média amostral ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

- Nem sempre pertence ao dataset.

# Média

### Example

Foram observados os seguintes níveis de colesterol de uma amostra de pacientes. Qual é o nível médio de colesterol nestes pacientes?

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 142 \\
x_2 &= 144 \\
x_3 &= 176 \\
x_4 &= 203 \\
x_5 &= 134 \\
x_6 &= 191
\end{aligned}
$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{990}{6} = 165$$

# Sumário

# Mediana



**Definition**

A mediana é o dado que ocupa a posição central nos dados ordenados.

- Notação: $M_d$
- Divide o dataset ao meio
- Costuma pertencer ao dataset

# Mediana



**Definition**

A mediana é o dado que ocupa a posição central nos dados ordenados.

- Notação: $M_d$
- Divide o dataset ao meio
- Costuma pertencer ao dataset

# Mediana





**Definition**

A mediana é o dado que ocupa a posição central nos dados ordenados.

- Notação: $M_d$
- Divide o dataset ao meio
- Costuma pertencer ao dataset

# Mediana



## Definition

A mediana é o dado que ocupa a posição central nos dados ordenados.

- Notação: $M_d$
- Divide o dataset ao meio
- Costuma pertencer ao dataset

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se $n$ for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se $n$ for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$\begin{aligned} x_5 &= 134 \\ x_1 &= 142 \\ x_2 &= 144 \\ x_3 &= 176 \\ x_6 &= 191 \\ x_4 &= 203 \end{aligned} \qquad M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se *n* for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se *n* for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$x_5 = 134$$
$$x_1 = 142$$
$$x_2 = 144$$
$$x_3 = 176$$
$$x_6 = 191$$
$$x_4 = 203$$

$$M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se $n$ for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se $n$ for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$
\begin{aligned}
x_5 &= 134 \\
x_1 &= 142 \\
x_2 &= 144 \\
x_3 &= 176 \\
x_6 &= 191 \\
x_4 &= 203
\end{aligned}
\qquad M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160
$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se $n$ for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se $n$ for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$\begin{aligned} X_5 &= 134 \\ X_1 &= 142 \\ X_2 &= 144 \\ X_3 &= 176 \\ X_6 &= 191 \\ X_4 &= 203 \end{aligned} \qquad M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se *n* for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se *n* for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$\begin{aligned} x_5 &= 134 \\ x_1 &= 142 \\ x_2 &= 144 \\ x_3 &= 176 \\ x_6 &= 191 \\ x_4 &= 203 \end{aligned}$$

$$M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se $n$ for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se $n$ for par.

## Example

Conforme no exemplo anterior

$$\begin{aligned} x_5 &= 134 \\ x_1 &= 142 \\ x_2 &= 144 \\ x_3 &= 176 \\ x_6 &= 191 \\ x_4 &= 203 \end{aligned}$$

$$M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Mediana

- Para se calcular a mediana, deve-se ordenar os dados.
- Encontrar o valor do meio se *n* for ímpar.
- Encontrar a média dos dois valores do meio se *n* for par.

**Example**

Conforme no exemplo anterior

$$
\begin{aligned}
x_5 &= 134 \\
x_1 &= 142 \\
x_2 &= \color{red}{144} \\
x_3 &= \color{red}{176} \\
x_6 &= 191 \\
x_4 &= 203
\end{aligned}
$$

$$M_d = \frac{144 + 176}{2} = 160$$

# Sumário

# Moda

**Definition**

A moda é o dado que ocorre com maior frequência.

- Notação: $M_o$
- Sempre pertence ao dataset.
- Não é necessariamente única: o dataset pode ser bimodal, ou mesmo multimodal.
- Não necessariamente existe: amodal

# Moda

**Definition**

A moda é o dado que ocorre com maior frequência.

- Notação: $M_o$
- Sempre pertence ao dataset.
- Não é necessariamente única: o dataset pode ser bimodal, ou mesmo multimodal.
- Não necessariamente existe: amodal

# Moda

**Definition**

A moda é o dado que ocorre com maior frequência.

- Notação: $M_o$
- Sempre pertence ao dataset.
- Não é necessariamente única: o dataset pode ser bimodal, ou mesmo multimodal.
- Não necessariamente existe: amodal

# Moda



**Definition**

A moda é o dado que ocorre com maior frequência.

- Notação: $M_o$
- Sempre pertence ao dataset.
- Não é necessariamente única: o dataset pode ser bimodal, ou mesmo multimodal.
- Não necessariamente existe: amodal

# Moda





**Definition**

A moda é o dado que ocorre com maior frequência.

- Notação: $M_o$
- Sempre pertence ao dataset.
- Não é necessariamente única: o dataset pode ser bimodal, ou mesmo multimodal.
- Não necessariamente existe: amodal

# Moda

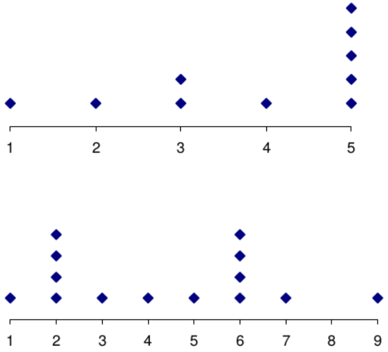



Figura: Diagrama de pontos para dados (a) unimodal, (b) bimodal (Fonte: Reis, Reis, 2002)

# Sumário

# Comparação entre as Medidas Centrais

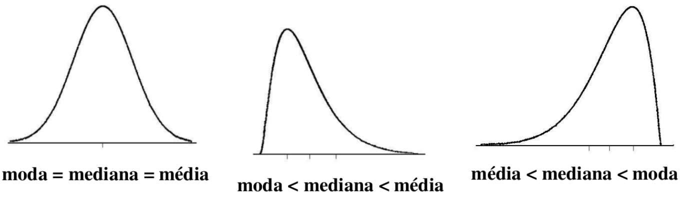



Figura: (a) Simétrica, (b) Assimétrica à esquerda, (c) Assimétrica à direita (Fonte: Reis, Reis 2002)

# Robustez da Média

- A média é mais usada, mas não é robusta.
- É distorcida na presença de *outliers* (valores discrepantes, extremos)

# Comparação entre as Medidas Centrais



## Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1+1+2+4+7}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

### Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1+1+2+4+7}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

## Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1+1+2+4+7}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais





## Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \frac{1+1+2+4+7}{5} = \frac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais





## Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1+1+2+4+7}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

## Example

Considere o seguinte dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 7\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1 + 1 + 2 + 4 + 7}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

## Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \frac{1+1+2+4+32}{5} = \frac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

## Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1 + 1 + 2 + 4 + 32}{5} = \dfrac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais





## Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \frac{1+1+2+4+32}{5} = \frac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais





## Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1 + 1 + 2 + 4 + 32}{5} = \dfrac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

## Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1 + 1 + 2 + 4 + 32}{5} = \dfrac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Comparação entre as Medidas Centrais

### Example

Considere agora este outro dataset

$$\{1, 1, 2, 4, 32\}$$

- $N = 5$
- As medidas descritivas centrais para estes dados são:
- $\mu = \dfrac{1 + 1 + 2 + 4 + 32}{5} = \dfrac{40}{5} = 8$
- $M_d = 2$
- $M_o = 1$

# Exercícios

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A média amostral ($\bar{x}$)
2. A mediana ($M_d$)
3. A moda ($M_o$)

## Solução

1. $\bar{x} = \dfrac{35 + 33 + 37 + 33 + 34}{5} = 34.4$
2. $M_d = 34$
3. $M_o = 33$

# Exercícios





## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A média amostral ($\bar{x}$)
2. A mediana ($M_d$)
3. A moda ($M_o$)

## Solução

1. $\bar{x} = \frac{35 + 33 + 37 + 33 + 34}{5} = 34.4$
2. $M_d = 34$
3. $M_o = 33$

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A média amostral ($\bar{x}$)
2. A mediana ($M_d$)
3. A moda ($M_o$)

## Solução

1. $\bar{x} = \dfrac{35 + 33 + 37 + 33 + 34}{5} = 34.4$
2. $M_d = 34$
3. $M_o = 33$

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.

Determine:

1. A média amostral ($\bar{x}$)
2. A mediana ($M_d$)
3. A moda ($M_o$)

## Solução

1. $\bar{x} = \dfrac{35 + 33 + 37 + 33 + 34}{5} = 34.4$
2. $M_d = 34$
3. $M_o = 33$

# Exercícios

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A média amostral ($\bar{x}$)
2. A mediana ($M_d$)
3. A moda ($M_o$)

## Solução

1. $\bar{x} = \dfrac{35 + 33 + 37 + 33 + 34}{5} = 34.4$
2. $M_d = 34$
3. $M_o = 33$

# Resumo

- Média mais usual
- Mediana na presença de *outliers*
- Moda quando a distribuição das frequências for bimodal ou multimodal.

# Resumo

- Média mais usual
- Mediana na presença de *outliers*
- Moda quando a distribuição das frequências for bimodal ou multimodal.

# Resumo

- Média mais usual
- Mediana na presença de *outliers*
- Moda quando a distribuição das frequências for bimodal ou multimodal.

# Variabilidade em Medições

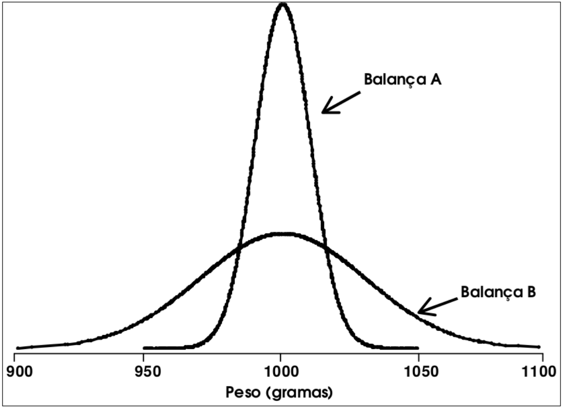



Figura: Variabilidade da medição de uma esfera metálica de 1000g. Balança A, “imprecisão” de 50g, balança B, “imprecisão” de 100g (Fonte: Reis, Reis, 2002)

# Sumário

# Amplitude

A amplitude dos dados identifica o intervalo de ocorrência de todos os dados observados

- $A = x_{max} - x_{min}$

**Example**

Seja o dataset

$$\{21, 12, 20, 4, 75, 40, 39, 63\}$$

Então, a amplitude é:

$$A = 75 - 4 = 71$$

# Amplitude

A amplitude dos dados identifica o intervalo de ocorrência de todos os dados observados

- $A = x_{max} - x_{min}$

## Example

Seja o dataset

$$\{21, 12, 20, 4, 75, 40, 39, 63\}$$

Então, a amplitude é:

$$A = 75 - 4 = 71$$

# Sumário

# Desvios em relação à média

- Uma maneira de entender a variabilidade do dataset é analisar os desvios em relação à média.
- Cada desvio é a diferença entre o valor do dado e a média.

# Desvios em relação à média

- Uma maneira de entender a variabilidade do dataset é analisar os desvios em relação à média.
- Cada desvio é a diferença entre o valor do dado e a média.

# Desvios em relação à média

Mas os desvios...

1. são tão numerosos quanto os dados
2. têm sinal (direção do desvio)
3. têm soma nula

# Desvios em relação à média

Mas os desvios...

1. são tão numerosos quanto os dados
2. têm sinal (direção do desvio)
3. têm soma nula

# Desvios em relação à média

Mas os desvios...

1. são tão numerosos quanto os dados
2. têm sinal (direção do desvio)
3. têm soma nula

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média

**Example**

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média





## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

# Desvios em relação à média



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Desvios em relação à média

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $N = 5$
- $\bar{x} = 3$

1. $D_1 = 1 - 3 = -2$
2. $D_2 = 2 - 3 = -1$
3. $D_3 = 3 - 3 = 0$
4. $D_4 = 4 - 3 = 1$
5. $D_5 = 5 - 3 = 2$

# Soma dos desvios



## Example

Somando tudo:

$$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 =$$

$$(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 = 0$$

# Como proceder?

- Como extrair alguma informação útil (e sumária!) dos desvios?
- Problema: sinais

**Pergunta**

Como tirar os sinais dos desvios?

# Como proceder?

- Como extrair alguma informação útil (e sumária!) dos desvios?
- Problema: sinais

**Pergunta**

Como tirar os sinais dos desvios?

# Como proceder?

- Como extrair alguma informação útil (e sumária!) dos desvios?
- Problema: sinais

**Pergunta**

Como tirar os sinais dos desvios?

# Desvios absolutos

Tomando-se o módulo dos desvios temos:

**Definition**

Desvio médio absoluto (MAD) é a média dos desvios absolutos

- É uma medida de dispersão robusta (pouco influenciada por outliers)
- Módulo não tem boas propriedades matemáticas (analíticas e algébricas).
- Pouco usado para inferência (baixa eficiência)

# Desvios absolutos

Tomando-se o módulo dos desvios temos:

**Definition**

Desvio médio absoluto (MAD) é a média dos desvios absolutos

- É uma medida de dispersão robusta (pouco influenciada por outliers)
- Módulo não tem boas propriedades matemáticas (analíticas e algébricas).
- Pouco usado para inferência (baixa eficiência)

# Desvios absolutos



Tomando-se o módulo dos desvios temos:

**Definition**

Desvio médio absoluto (MAD) é a média dos desvios absolutos

- É uma medida de dispersão robusta (pouco influenciada por outliers)
- Módulo não tem boas propriedades matemáticas (analíticas e algébricas).
- Pouco usado para inferência (baixa eficiência)

# Desvios absolutos

Tomando-se o módulo dos desvios temos:

**Definition**

Desvio médio absoluto (MAD) é a média dos desvios absolutos

- É uma medida de dispersão robusta (pouco influenciada por outliers)
- Módulo não tem boas propriedades matemáticas (analíticas e algébricas).
- Pouco usado para inferência (baixa eficiência)

# Desvio médio absoluto (MAD)

**Example**

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\mathrm{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)





**Example**

$$\{1,2,3,4,5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1-3| = 2$
2. $|D_2| = |2-3| = 1$
3. $|D_3| = |3-3| = 0$
4. $|D_4| = |4-3| = 1$
5. $|D_5| = |5-3| = 2$

$$\mathrm{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)

**Example**

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\mathrm{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\mathrm{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\text{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\mathrm{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\text{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Desvio médio absoluto (MAD)



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $|D_1| = |1 - 3| = 2$
2. $|D_2| = |2 - 3| = 1$
3. $|D_3| = |3 - 3| = 0$
4. $|D_4| = |4 - 3| = 1$
5. $|D_5| = |5 - 3| = 2$

$$\text{MAD} = \frac{\sum D_i}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

# Uma proposta “melhor”

- Uma outra maneira de eliminar os sinais é elevar ao quadrado cada desvio.
- Preserva boas propriedades matemáticas
- Calculando a média dos quadrados dos desvios (desvios quadráticos) temos ...

# Uma proposta “melhor”

- Uma outra maneira de eliminar os sinais é elevar ao quadrado cada desvio.
- Preserva boas propriedades matemáticas
- Calculando a média dos quadrados dos desvios (desvios quadráticos) temos ...

# Uma proposta “melhor”

- Uma outra maneira de eliminar os sinais é elevar ao quadrado cada desvio.
- Preserva boas propriedades matemáticas
- Calculando a média dos quadrados dos desvios (desvios quadráticos) temos . . .

# Sumário

# Variância

**Definition**

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

# Variância

## Definition

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_j - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

# Variância

## Definition

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_j - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

# Variância

**Definition**

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_j - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

# Variância





**Definition**

A variância é a média dos desvios quadráticos.

- Variância populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$$

- Variância amostral

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Conveniente do ponto de vista matemático (boas propriedades algébricas e analíticas).
- Unidade quadrática, pouco intuitiva para interpretação de resultados.

# Variância

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância





## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância





## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3 - 3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4 - 3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3 - 3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4 - 3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância



## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1-3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4-3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5-3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Variância

## Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

1. $D_1^2 = (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$
2. $D_2^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$
3. $D_3^2 = (3 - 3)^2 = 0^2 = 0$
4. $D_4^2 = (4 - 3)^2 = 1^2 = 1$
5. $D_5^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$

$$s^2 = \frac{\sum D_i^2}{4} = 2.5$$

# Sumário

# Desvio Padrão

**Definition**

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

- Desvio padrão populacional

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}}$$

- Desvio padrão amostral

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

# Desvio Padrão

## Definition

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

- Desvio padrão populacional

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}}$$

- Desvio padrão amostral

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

# Desvio Padrão

**Definition**

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

- Desvio padrão populacional

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}}$$

- Desvio padrão amostral

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

# Desvio Padrão

- É a medida mais usada, por estar na mesma escala (unidade) dos dados.
- Boas propriedades matemáticas
- Boas propriedades como estimador (Inferência)

# Desvio Padrão

- É a medida mais usada, por estar na mesma escala (unidade) dos dados.
- Boas propriedades matemáticas
- Boas propriedades como estimador (Inferência)

# Desvio Padrão

- É a medida mais usada, por estar na mesma escala (unidade) dos dados.
- Boas propriedades matemáticas
- Boas propriedades como estimador (Inferência)

# Desvio Padrão

### Example

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \bar{x} = 3$$

$$s^2 = 2.5$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2.5} = 1.58$$

# Sumário

# Exercícios

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A variância amostral ($s^2$)
2. O desvio padrão amostral ($s$)

## Solução

Lembrando que $\bar{x} = 34.4$, temos:

1. $$s^2 = \frac{(35-34.4)^2 + (33-34.4)^2 + \ldots}{5-1} = \frac{0.36 + 1.96 + 6.76 + 1.96 + 0.16}{4} = 2.8$$
2. $s = \sqrt{2.8} = 1.67$

### Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.

Determine:

1. A variância amostral ($s^2$)
2. O desvio padrão amostral ($s$)

### Solução

Lembrando que $\bar{x} = 34.4$, temos:

1. $$s^2 = \frac{(35 - 34.4)^2 + (33 - 34.4)^2 + \ldots}{5 - 1}$$
   $$= \frac{0.36 + 1.96 + 6.76 + 1.96 + 0.16}{4} = 2.8$$
2. $s = \sqrt{2.8} = 1.67$

# Exercícios

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.
Determine:

1. A variância amostral ($s^2$)
2. O desvio padrão amostral ($s$)

## Solução

Lembrando que $\bar{x} = 34.4$, temos:

1. $$s^2 = \frac{(35 - 34.4)^2 + (33 - 34.4)^2 + \dots}{5 - 1}$$
$$= \frac{0.36 + 1.96 + 6.76 + 1.96 + 0.16}{4} = 2.8$$
2. $s = \sqrt{2.8} = 1.67$

# Exercícios

## Exercício

Um pesquisador observou as seguintes idades (anos) para uma amostra: 35, 33, 37, 33, 34.

Determine:

1. A variância amostral ($s^2$)
2. O desvio padrão amostral ($s$)

## Solução

Lembrando que $\bar{x} = 34.4$, temos:

1. $$s^2 = \frac{(35 - 34.4)^2 + (33 - 34.4)^2 + \ldots}{5 - 1} = \frac{0.36 + 1.96 + 6.76 + 1.96 + 0.16}{4} = 2.8$$
2. $s = \sqrt{2.8} = 1.67$

# Sumário

# Coeficiente de Variação

**Definition**

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

- Normaliza a variabilidade em relação à média
- Permite comparar a variabilidade de datasets não relacionados (mesmo que não usem a mesma unidade)
- Só deve ser usado para grandezas em escala (i.e. possui um “zero” não arbitrário, ou “zero absoluto”)

# Coeficiente de Variação

**Definition**

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

- Normaliza a variabilidade em relação à média
- Permite comparar a variabilidade de datasets não relacionados (mesmo que não usem a mesma unidade)
- Só deve ser usado para grandezas em escala (i.e. possui um “zero” não arbitrário, ou “zero absoluto”)

# Coeficiente de Variação



**Definition**

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

- Normaliza a variabilidade em relação à média
- Permite comparar a variabilidade de datasets não relacionados (mesmo que não usem a mesma unidade)
- Só deve ser usado para grandezas em escala (i.e. possui um “zero” não arbitrário, ou “zero absoluto”)

# Coeficiente de Variação



## Definition

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

- Normaliza a variabilidade em relação à média
- Permite comparar a variabilidade de datasets não relacionados (mesmo que não usem a mesma unidade)
- Só deve ser usado para grandezas em escala (i.e. possui um "zero" não arbitrário, ou "zero absoluto")

# Coeficiente de Variação



## Example

$x =$ Estatura e $y =$ Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

Qual das duas amostras tem maior variabilidade?

1. Calcular a média $\bar{x}$
2. Calcular a variância $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
3. Calcular o desvio padrão $s = \sqrt{s^2}$
4. $CV = \frac{s}{\bar{x}}$

# Coeficiente de Variação

## Example

$x$ = Estatura e $y$ = Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

Qual das duas amostras tem maior variabilidade?

1. Calcular a média $\bar{x}$
2. Calcular a variância $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
3. Calcular o desvio padrão $s = \sqrt{s^2}$
4. $CV = \frac{s}{\bar{x}}$

# Coeficiente de Variação



## Example

$x$ = Estatura e $y$ = Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

Qual das duas amostras tem maior variabilidade?

1. Calcular a média $\bar{x}$
2. Calcular a variância $$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
3. Calcular o desvio padrão $s = \sqrt{s^2}$
4. $CV = \frac{s}{\bar{x}}$

# Coeficiente de Variação

## Example

$x$ = Estatura e $y$ = Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

Qual das duas amostras tem maior variabilidade?

1. Calcular a média $\bar{x}$
2. Calcular a variância $s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
3. Calcular o desvio padrão $s = \sqrt{s^2}$
4. $CV = \dfrac{s}{\bar{x}}$

# Coeficiente de Variação

## Example

$x =$ Estatura e $y =$ Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

Qual das duas amostras tem maior variabilidade?

1. Calcular a média $\bar{x}$
2. Calcular a variância $$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
3. Calcular o desvio padrão $s = \sqrt{s^2}$
4. $CV = \dfrac{s}{\bar{x}}$

# Coeficiente de Variação

## Example

$x$ = Estatura e $y$ = Perímetro abdominal.

| $x =$ | $y =$ |
|---|---|
| 181.2 | 76.3 |
| 173.7 | 66.7 |
| 169.0 | 73.3 |
| 184.1 | 74.8 |
| 174.4 | 82.7 |
| 172.6 | 79.6 |

$\bar{x} = 175.8$ $s_x = 5.7$

$\bar{y} = 75.7$ $s_y = 5.5$

$CV_x = 3.24\%$

$CV_y = 7.27\%$

Resposta: O perímetro abdominal tem maior variabilidade que a altura.

# Medidas de Posição

- Permitem estabelecer informações quantitativas relativas à ordem dos dados

# Sumário

# Quartis

### Definition

Dividem o dataset em quatro partes, cada uma com 25% dos dados

- $Q_1$, primeiro quartil, representa os primeiros 25% dos dados
- $Q_2$, segundo quartil, representa os primeiros 50% dos dados
- $Q_3$, terceiro quartil, representa os primeiros 75% dos dados

### Pergunta

O que podemos dizer sobre o segundo quartil ($Q_2$)?

# Quartis





**Definition**

Dividem o dataset em quatro partes, cada uma com 25% dos dados

- $Q_1$, primeiro quartil, representa os primeiros 25% dos dados
- $Q_2$, segundo quartil, representa os primeiros 50% dos dados
- $Q_3$, terceiro quartil, representa os primeiros 75% dos dados

**Pergunta**

O que podemos dizer sobre o segundo quartil ($Q_2$)?

# Quartis

**Definition**

Dividem o dataset em quatro partes, cada uma com 25% dos dados

- $Q_1$, primeiro quartil, representa os primeiros 25% dos dados
- $Q_2$, segundo quartil, representa os primeiros 50% dos dados
- $Q_3$, terceiro quartil, representa os primeiros 75% dos dados

**Pergunta**

O que podemos dizer sobre o segundo quartil ($Q_2$)?

# Quartis

## Definition

Dividem o dataset em quatro partes, cada uma com 25% dos dados

- $Q_1$, primeiro quartil, representa os primeiros 25% dos dados
- $Q_2$, segundo quartil, representa os primeiros 50% dos dados
- $Q_3$, terceiro quartil, representa os primeiros 75% dos dados

## Pergunta

O que podemos dizer sobre o segundo quartil ($Q_2$)?

# Quartis

**Definition**

Dividem o dataset em quatro partes, cada uma com 25% dos dados

- $Q_1$, primeiro quartil, representa os primeiros 25% dos dados
- $Q_2$, segundo quartil, representa os primeiros 50% dos dados
- $Q_3$, terceiro quartil, representa os primeiros 75% dos dados

**Pergunta**

O que podemos dizer sobre o segundo quartil ($Q_2$)?

# Quartis



### Example

Os pesos de 102 bebês nascidos em uma certa maternidade ao longo de um ano foram anotados e ordenados. Um certo bebê ocupa o $Q_3$ deste dataset.

- Isto significa que aproximadamente 75% dos bebês nascidos nesta maternidade tem peso menor ou igual a ele (Mazel Tov!).

# Quartis



## Example

Os pesos de 102 bebês nascidos em uma certa maternidade ao longo de um ano foram anotados e ordenados. Um certo bebê ocupa o $Q_3$ deste dataset.

- Isto significa que aproximadamente 75% dos bebês nascidos nesta maternidade tem peso menor ou igual a ele (Mazel Tov!).

# Sumário

# Percentis e Decis



**Definition**

O percentil de ordem $k$ (onde $k$ é qualquer valor entre 0 e 100), denotado por $P_k$ , é o valor tal que $k\%$ dos valores do dataset são menores ou iguais a ele.

- Generalizam a idéia dos quartis
- Dividem o dataset em 100 partes
- Maior granularidade na ordem
- Decis: dividem o dataset em 10 partes

# Percentis e Decis



**Definition**

O percentil de ordem $k$ (onde $k$ é qualquer valor entre 0 e 100), denotado por $P_k$ , é o valor tal que $k\%$ dos valores do dataset são menores ou iguais a ele.

- Generalizam a idéia dos quartis
- Dividem o dataset em 100 partes
- Maior granularidade na ordem
- Decis: dividem o dataset em 10 partes

# Percentis e Decis

**Definition**

O percentil de ordem $k$ (onde $k$ é qualquer valor entre 0 e 100), denotado por $P_k$ , é o valor tal que $k$% dos valores do dataset são menores ou iguais a ele.

- Generalizam a idéia dos quartis
- Dividem o dataset em 100 partes
- Maior granularidade na ordem
- Decis: dividem o dataset em 10 partes

# Percentis e Decis

**Definition**

O percentil de ordem $k$ (onde $k$ é qualquer valor entre 0 e 100), denotado por $P_k$ , é o valor tal que $k\%$ dos valores do dataset são menores ou iguais a ele.

- Generalizam a idéia dos quartis
- Dividem o dataset em 100 partes
- Maior granularidade na ordem
- Decis: dividem o dataset em 10 partes

# Percentis e Decis



**Definition**

O percentil de ordem $k$ (onde $k$ é qualquer valor entre 0 e 100), denotado por $P_k$ , é o valor tal que $k\%$ dos valores do dataset são menores ou iguais a ele.

- Generalizam a idéia dos quartis
- Dividem o dataset em 100 partes
- Maior granularidade na ordem
- Decis: dividem o dataset em 10 partes

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot



- Gráfico que ilustra a dispersão dos dados pelos quartis
- Retângulo que representa a Distância Interquartílica ($DQ = Q_3 - Q_1$)
- Barra interna que representa a mediana ($Q_2$)
- Limite superior (barra vertical): $Q_3 + 1.5 \cdot DQ$
- Limite inferior (barra vertical): $Q_1 - 1.5 \cdot DQ$
- Outliers como pontos, círculos ou estrelas
- Conveniente para comparar vários grupos ou amostras

# O Boxplot

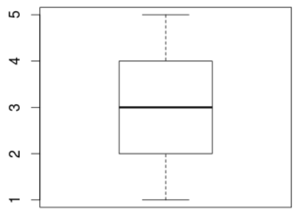
## Example

### Dataset

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\bar{x} = 3, M_d = 3$$

$$Q_1 = 2, Q_3 = 4$$



# O Boxplot

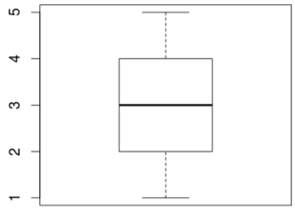
## Example

### Dataset

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\bar{x} = 3, M_d = 3$$

$$Q_1 = 2, Q_3 = 4$$



# O Boxplot

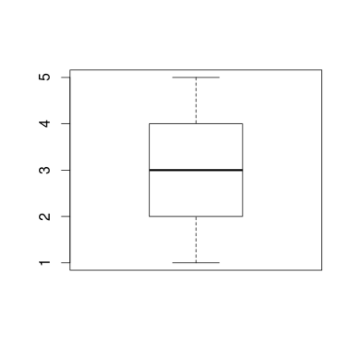
## Example

Dataset

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\bar{x} = 3, M_d = 3$$

$$Q_1 = 2, Q_3 = 4$$



# O Boxplot

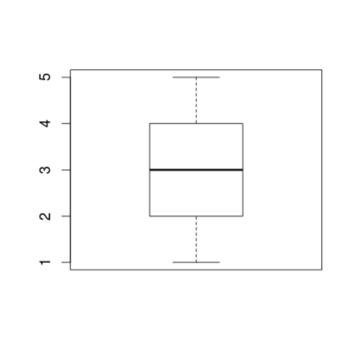
## Example

Dataset

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\bar{x} = 3, M_d = 3$$

$$Q_1 = 2, Q_3 = 4$$



# O Boxplot

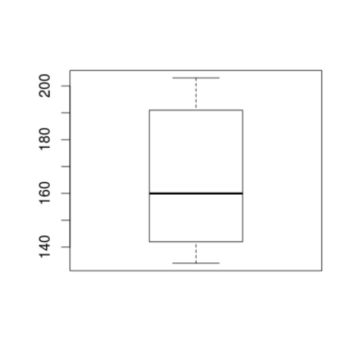


## Example

Exemplo do colesterol

$$x_1 = 142$$
$$x_2 = 144$$
$$x_3 = 176$$
$$x_4 = 203$$
$$x_5 = 134$$
$$x_6 = 191$$

$\bar{x} = 165, M_d = 160$



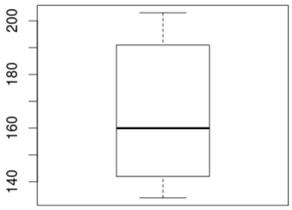
# O Boxplot

## Example

Exemplo do colesterol

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 142 \\
x_2 &= 144 \\
x_3 &= 176 \\
x_4 &= 203 \\
x_5 &= 134 \\
x_6 &= 191
\end{aligned}
$$

$\bar{x} = 165, M_d = 160$



# O Boxplot

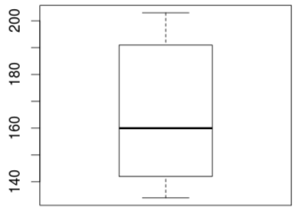


## Example

Exemplo do colesterol

$$\begin{aligned} x_1 &= 142 \\ x_2 &= 144 \\ x_3 &= 176 \\ x_4 &= 203 \\ x_5 &= 134 \\ x_6 &= 191 \end{aligned}$$

$\bar{x} = 165, M_d = 160$



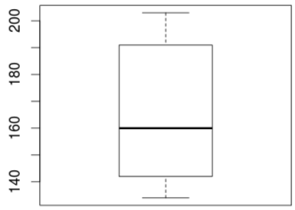
# O Boxplot

## Example

Exemplo do colesterol

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 142\\
x_2 &= 144\\
x_3 &= 176\\
x_4 &= 203\\
x_5 &= 134\\
x_6 &= 191
\end{aligned}
$$

$\bar{x} = 165, M_d = 160$



# Boxplot: duas amostras



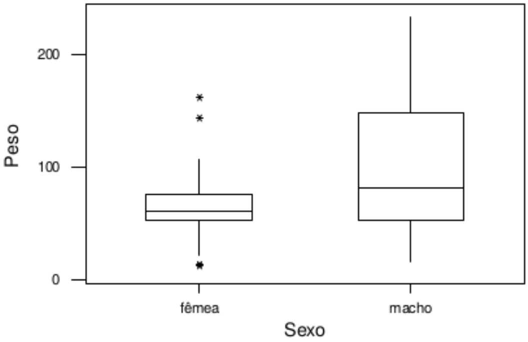



Figura: Boxplots para dois grupos de dados (Fonte: Reis, Reis, 2002)

# Análise Exploratória de Dados (EDA)

Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)





Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)

Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)

Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)



Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)



Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot

# Análise Exploratória de Dados (EDA)



Ao iniciar sua Análise Exploratória de Dados (EDA), você pode visualizar sua amostra com:

1. Resumo dos cinco números
   - Valor mínimo
   - Primeiro quartil $Q_1$
   - Mediana (e/ou média)
   - Terceiro quartil $Q_3$
   - Valor máximo
2. Boxplot