

Probabilidades II

Distribuições de Probabilidades

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

Sumário

- 1 Variáveis Aleatórias
 - Tipos de Variáveis
 - Variáveis Discretas
 - Variáveis Contínuas
- 2 Distribuições de Probabilidade
 - Distribuições Discretas
 - Distribuições Contínuas

Variáveis Aleatórias

Definition

Uma **variável aleatória** é uma variável (tipicamente representada por x) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

Variáveis Discretas

Definition

Uma variável aleatória **discreta** pode assumir uma quantidade contável de valores

Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

Representação em tabela



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Tipos de Variáveis
Variáveis Discretas
Variáveis Contínuas
Distribuições
de
Probabilidade

Example

Seja x o número de filhos em uma família.

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|------|------|------|------|------|
| $P(x)$ | 0.15 | 0.30 | 0.40 | 0.10 | 0.05 |

O valor esperado $E[x]$ (de filhos por família) é:

$$\sum xP(x) = 0 \times 0.15 + 1 \times 0.30 + 2 \times 0.40 \dots = 1.6$$

Representação gráfica



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Tipos de Variáveis
Variáveis Discretas
Variáveis Contínuas
Distribuições
de
Probabilidade

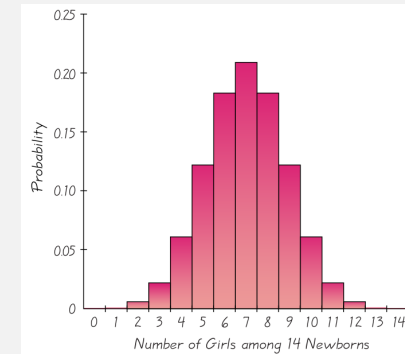


Figura: A distribuição de uma variável discreta (Fonte: Triola, 2004)

Variáveis Contínuas



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Tipos de Variáveis
Variáveis Discretas
Variáveis Contínuas
Distribuições
de
Probabilidade

Definition

Uma variável aleatória **contínua** pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

Distribuições de Probabilidade



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de
Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

Definition

Uma **distribuição de probabilidade** é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$, onde x percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$, para todo x

A distribuição de Bernoulli



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

- Um ensaio de Bernoulli é teste com desfecho 0 ou 1 (negativo ou positivo)
- Probabilidade de sucesso p
- Probabilidade de fracasso $1 - p$
- Notação: $X \sim \text{Bern}(p)$
- Valor esperado: $E[x] = p$

A distribuição Binomial



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

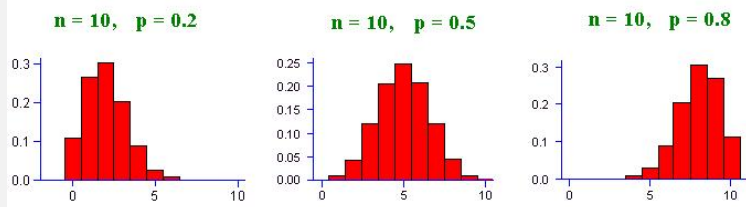
- Quando executamos n ensaios de Bernoulli **independentes**, encontramos a distribuição Binomial
- Com n ensaios (cada um com prob. p), temos a contagem x de sucessos (desfecho = 1)
- Notação $X \sim \text{Bin}(n, p)$
- Valor esperado: $E[x] = np$

A distribuição Binomial



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas



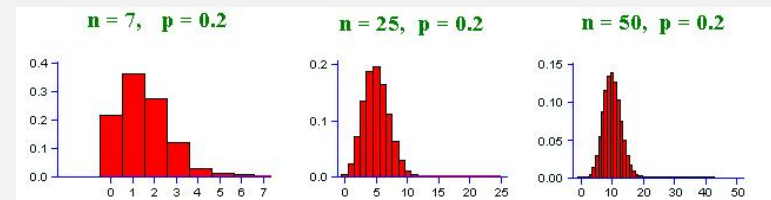
Aumentando o tamanho da amostra



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

- Quanto maior o tamanho n da amostra, mais “suave” a distribuição binomial, e mais simétrica
- O histograma vai ficando cada vez mais parecido com uma curva

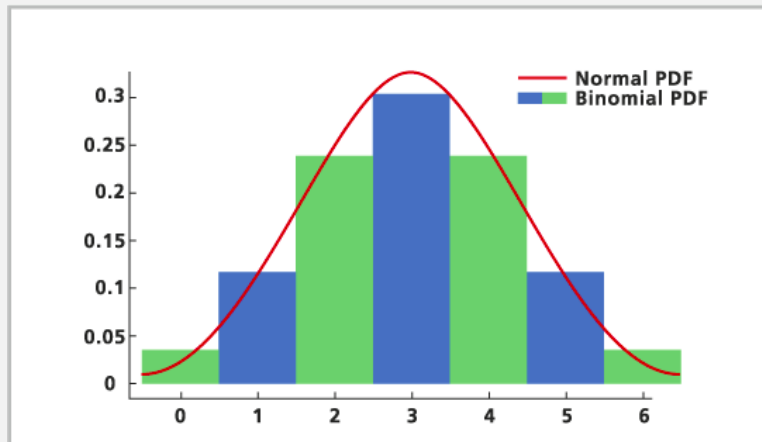


Aumentando o tamanho da amostra



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de
Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas



(Vídeos: Galton board e Galton machine)

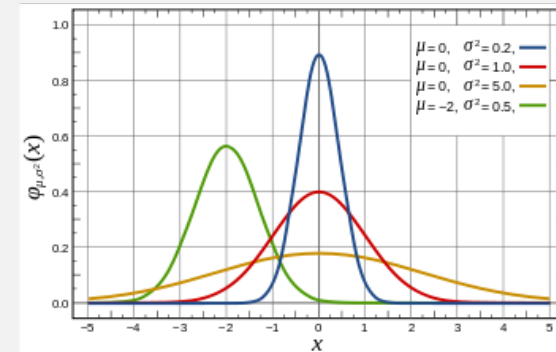
A distribuição Normal



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de
Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

- Simétrica
- Forma de sino
- Assíntotas



A distribuição Normal Padrão



Probabilidades
II
Felipe
Figueiredo

Variáveis
Aleatórias
Distribuições
de
Probabilidade
Distribuições
Discretas
Distribuições
Contínuas

Considere uma variável aleatória X com distribuição normal com média μ e desvio padrão σ , isto é, $X \sim N(\mu, \sigma)$.

- Para simplificar as análises, trabalhamos com a normal padrão
- A normal padrão tem média 0 e desvio-padrão 1
- Padronização:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- $Z \sim N(0, 1)$
- Seus valores podem ser consultados em uma tabela