

Comparando médias de 2 grupos

Intervalos de Confiança da diferença entre as médias

Felipe Figueiredo

- 1 A distribuição t de Student
 - A distribuição t de Student

- 2 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
 - Interpretação
 - Participantes: pareados ou não-pareados?

1 A distribuição t de Student

- A distribuição t de Student

2 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias

- Interpretação
- Participantes: pareados ou não-pareados?

- Vimos que o IC é composto de 3 componentes
 - a média \bar{x} (tendência central)
 - o erro padrão da média (SEM)
 - um tal de t^* , que depende de n
- Como N era grande, utilizamos $t^* \approx 2$
- Mas de onde vem esse t^* ? Qual seria o valor correto?

A distribuição T de Student



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

A distribuição t de
Student

IC diferença 2
médias

A distribuição T de Student



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student
A distribuição t de
Student

IC diferença 2
médias

William Sealy Gosset and the T-Distribution



$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$



A distribuição t de Student



Comparando
médias de 2
grupos

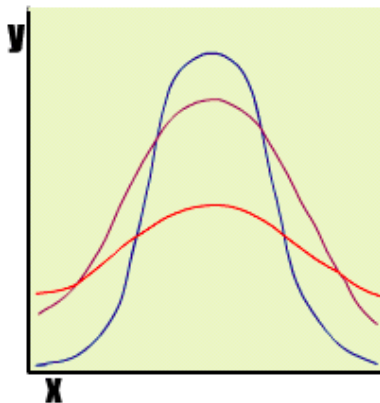
Felipe
Figueiredo

t de Student
A distribuição t de
Student

IC diferença 2
médias

- Student (pseudônimo de W. S. Gossett [1876-1937], trabalhando para a cervejaria Guinness) criou uma distribuição que melhor se aproxima dos dados de amostras pequenas
- Tem um parâmetro **graus de liberdade** (df em inglês) vinculado ao tamanho da amostra n .

A distribuição t de Student



Distribution

Standard Normal

T-Dist. $n = 17$

T-Dist. $n = 5$

Figura: A distribuição t de Student

- A distribuição tem forma de sino (simétrica, assim como a distribuição Normal)
- Reflete a maior variabilidade inerente às amostras pequenas
- O formato da curva depende do tamanho da amostra n
- Quanto mais graus de liberdade ($df \approx \text{dados}$), mais a distribuição t se parece com a distribuição Normal

ICs dos exemplos

- IC do ex. 5.1 (PS de 100 alunos): [120.6, 126.2] mmHg
- IC do ex. 5.2 (PS de 5 alunos): [79.2, 118.8] mmHg

Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

Alguns valores de t , para diferentes graus de liberdade



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student
A distribuição t de
Student

IC diferença 2
médias

- $N = 5$ ($df = 4$) $\Rightarrow t = 2.776$
- $N = 10$ ($df = 9$) $\Rightarrow t = 2.262$
- $N = 15$ ($df = 14$) $\Rightarrow t = 2.145$
- $N = 20$ ($df = 19$) $\Rightarrow t = 2.093$
- $N = 30$ ($df = 29$) $\Rightarrow t = 2.045$

Pense...

Qual é a relação entre N e o tamanho do IC?

$$[\bar{x} - t^* SEM, \bar{x} + t^* SEM]$$

Alguns valores de t , para diferentes graus de liberdade



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student
A distribuição t de
Student

IC diferença 2
médias

- $N = 5$ ($df = 4$) $\Rightarrow t = 2.776$
- $N = 10$ ($df = 9$) $\Rightarrow t = 2.262$
- $N = 15$ ($df = 14$) $\Rightarrow t = 2.145$
- $N = 20$ ($df = 19$) $\Rightarrow t = 2.093$
- $N = 30$ ($df = 29$) $\Rightarrow t = 2.045$

Observe que...

- $df = N - 1$
- Para N grande, $t \rightarrow 1.960$

Por isso usamos o valor aproximado 2 no primeiro exemplo.

Exercício 4 (cap 5)

Exercício 4 do cap 5

Os níveis de soro (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não-grávidas, e 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não-grávidas?

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
 - Grávidas: [105.4, 114.6]
-
- o SEM informa quanto bem você conhece a média de cada grupo
 - Os ICs não tem sobreposição \Rightarrow 2 populações diferentes
 - Como comparar estes dois grupos?

1 A distribuição t de Student

- A distribuição t de Student

2 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias

- Interpretação
- Participantes: pareados ou não-pareados?

Diferença entre 2 médias



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.

Diferença entre 2 médias



Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?

- Para comparar duas médias \bar{x}_1 e \bar{x}_2 , consideramos a diferença $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
- Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a diferença será aproximadamente zero
- Além disso, se \bar{x}_1 for maior que \bar{x}_2 , a diferença será positiva
- Analogamente, se \bar{x}_1 for menor que \bar{x}_2 , a diferença será negativa

Erro padrão da diferença

- Lembre-se que para cada grupo: $SEM = \frac{DP}{\sqrt{N}}$
- Para a diferença entre 2 grupos, “somamos” os SEM
- Mas esta “soma” não é direta!
- É preciso levar em conta o uso do quadrado/raiz quadrada do DP (aula de variabilidade)

$$SE = \sqrt{SEM_1^2 + SEM_2^2}$$

- As amostras foram selecionadas aleatoriamente das respectivas populações
- As populações são Normais (Gaussianas)
- As duas populações possuem DP idênticos
- Todos os indivíduos de cada grupo vêm da mesma população
- Cada indivíduo é independente de todos os outros

Exercício 4 (cap 5)

Exercício 4 do cap 5

Os níveis de soro (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não-grávidas, e 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não-grávidas?

Diferenças: Exercício 5.4 (e 7.1)

- Média grávidas: $\bar{x}_1 = 110$ unidades/ml
- Média não-grávidas: $\bar{x}_2 = 93$ unidades/ml
- Diferença entre as médias: $\bar{x}_d = 17$ unidades/ml
- SEM da diferença: 2.75 unidades/ml
- $N_1 = 100, N_2 = 100 \Rightarrow df = (100 - 1) + 1(100 - 1) = 198$
- $t^* = 1.97$

IC

[11.6, 22.4] unidades/ml

E o que significa isso?

IC

[11.6, 22.4] unidades/ml

- Estamos 95% certos que a diferença real entre os grupos está entre 11.6 e 22.4
- Conclusão: o fator Y de uma mulher grávida entre 11.6 e 22.4 unidades/ml maior que em uma mulher não grávida

1 A distribuição t de Student

- A distribuição t de Student

2 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias

- Interpretação
- Participantes: pareados ou não-pareados?

Grupos não-pareados x pareados

Grupos não-pareados

- Até agora assumimos que os grupos e participantes são **independentes**
- A única coisa que podemos fazer: **comparação global**
- ... a média do grupo A \times a média do grupo B

Grupos pareados

- Existe um caso importante em que pode-se considerar que eles são dependentes: quando são pareados
- Isto é: cada participante de um grupo tem um correspondente no outro
- ... diferença entre cada par \Rightarrow média das diferenças

Quando faz sentido parear indivíduos de dois grupos?

- Mensurar o **mesmo** individuo antes e depois do procedimento
- Recrutamento aos pares, quando o par tem a(o) mesma(o)
 - idade/faixas etária
 - região demográfica
 - diagnóstico
- irmãos, pai/filho
- lateralidade (tratamento = lado E, controle = lado D)

Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

Não-pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto \Rightarrow depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?

Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

Não-pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto \Rightarrow depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?

Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

Não-pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto \Rightarrow depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?

Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

Não-pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto \Rightarrow depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando
médias de 2
grupos

Felipe
Figueiredo

t de Student

IC diferença 2
médias

Interpretação

Participantes:
pareados ou
não-pareados?