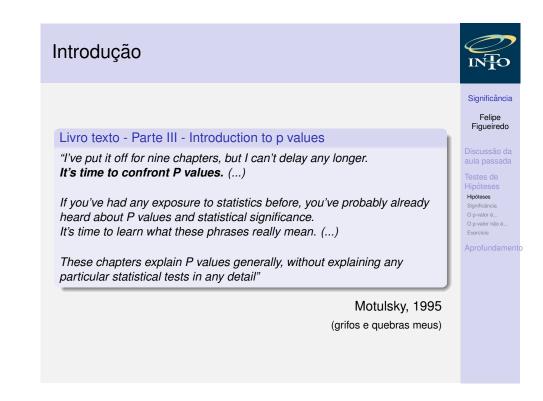


# Sumário Significância Felipe Figueiredo Discussão da aula passada Discussão da aula passada Testes de Hipóteses Hipóteses Significância O p-valor é... O p-valor não é... Exercício Aprofundamento Aprofundamento Aprofundamento



# Introdução



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

### Hipóteses Significância

O p-valor não é Exercício

Aprofundamen

Abertura de "A Divina Comédia"

"A meio do caminho, ou seja, da duração expectável de sua vida, Dante, consciente de se haver desviado do reto procedimento, encontra-se perdido numa alegórica 'Selva Perdida'.

Encontra aí a figura de Virgílio, o poeta latino que (...) vem se lhe oferecer como guia para o Inferno e o Purgatório onde, pelo exemplo dos pecadores e de suas penas, Dante poderá encontrar o caminho da sua salvação."

Dante Alighieri, 1320

Laaaaadies aaaaand gentlemen...



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

Aprofundamen

# Hipóteses científicas

- Podemos tomar decisões baseado nos dados de um experimento (amostra).
- Para isto, precisamos de um critério sistemático e rigoroso que possa aferir o quanto os dados suportam esta decisão.
- Usando os conceitos de probabilidades, poderemos ainda calcular a probabilidade de que esta decisão esteja errada.

Hipóteses devem ser falseáveis, portanto formuladas como afirmações.



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

estes de lipóteses

Hipóteses Significância O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

# Exemplo 1

# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em 100 ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal.

O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de 1.2 segundos.

O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de 1.05 segundos, com desvio padrão amostral de 0.5 segundos.

Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses Hipóteses

O p-valor é...
O p-valor não é...

# Exemplo 1



Significância

Felipe

Figueiredo

Hinóteses

O p-valor não é.

# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em 100 ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal.

O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de 1.2 segundos.

O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de 1.05 segundos, com desvio padrão amostral de 0.5 segundos.

Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy

# Exemplo 1



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

### Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em 100 ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal.

O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de 1.2 segundos.

O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de 1.05 segundos, com desvio padrão amostral de 0.5 segundos.

Você tem informações suficientes para construir um IC em torno de  $\bar{x}$ ?

Fonte: Khan Academy

# Análise Inferencial

# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico.

Tempo de resposta típico = 1.2 s.

n = 100

 $\bar{x} = 1.05 \text{ s}$ 

 $s = 0.5 \, s$ 

### IC da média

IC = 0.9508 até 1.1492

IC da diferença entre  $\bar{x}$  e 1.2

 $\bar{d}$  = -0.1500, IC = -0.2492 até -0.0508



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

# Teste de Significância



# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico.

Tempo de resposta típico = 1.2 s.

n = 100

 $\bar{x} = 1.05 \text{ s}$ 

 $s = 0.5 \, s$ 

### Teste de significância entre $\bar{x}$ e 1.2

p = 0.0034

É hoje!

Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses

O p-valor é...
O p-valor não é...



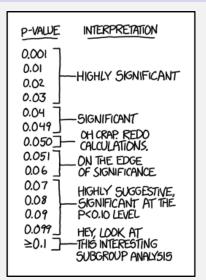
Significância

Felipe

Figueiredo

Hinóteses

O p-valor não é.



Fonte: https://xkcd.com/1478/

# Hipóteses estatísticas



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Hipóteses

Hipóteses

O p-valor é...
O p-valor não é...

Aprofundamento

# Definição

Em Estatística, uma hipótese é uma afirmação sobre uma característica de uma população, tipicamente o valor de um parâmetro.

### Definição

Um teste de hipóteses (ou teste de significância) é um procedimento sistemático para testar uma afirmação sobre uma característica de uma população.

# Pergunta

# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico.

Tempo de resposta típico = 1.2 s.

n = 100

 $\bar{x} = 1.05 \text{ s}$ 

 $s = 0.5 \, s$ 

### Pense...

Que possíveis conclusões você pode chegar com esse experimento?

Como você formularia a hipótese do exemplo anterior?



### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

### Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

# Identificando hipóteses

Uma hipótese estatística deve ser testável frente a dados obtidos de um experimento.

# Exemplo 1

O tempo de resposta dos ratos que receberam a droga é menor que 1.2s.

### Exemplo

Um jornalista alega que a maior parte dos motoristas atravessa o sinal vermelho.

### Exemplo

Pesquisadores afirmam que a temperatura corporal média de adultos sadios não ultrapassa 37°C.



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses Significância

O p-valor é...
O p-valor não é...
Exercício

# Identificando hipóteses



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

### Hipóteses Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundament

### 1 teste = 2 hipóteses

Um teste de hipóteses envolve a formulação de uma *hipótese nula* e uma *hipótese alternativa*.

- A hipótese nula ( $H_0$ ) é a hipótese que não há efeito real.
- A hipótese alternativa (H<sub>1</sub> ou H<sub>a</sub>) é a de que há efeito real que pode ser detectado com o experimento.
  - Obs: (em geral) hipótese de interesse científico

# Identificando hipóteses



Significância

### Felipe Figueiredo

scussão da

Testes de

### Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

### Roteiro

- Identificar a afirmação a ser testada e expressá-la em forma simbólica
- Expressar em forma simbólica a afirmação que deve ser verdadeira, caso a afirmação de interesse seja falsa

# Atenção

Danger Will Robinson...

esperaria inuitivamente.



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

### Hipóteses Significância

O p-valor é... O p-valor não é... Exercício

Aprofundamento

Mantenha isso em mente daqui a para a frente.

A lógica do teste de hipóteses é o inverso do que se

testar a hipótese nula – e tentar rejeitá-la.

Isto é, ao invés de testar a hipótese de interesse, vamos

### Quais são as variáveis?

um certo estímulo neurológico. Tempo de resposta típico = 1.2 s.

# INTO

### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

# Hipóteses

O p-valor é... O p-valor não é..

Aprofundamente

### Modelo

n = 100

 $\bar{x} = 1.05 \text{ s}$ 

 $s = 0.5 \, s$ 

Exemplo 1

variável dependente  $\sim$  variável independente tempo de resposta  $\sim$  ratos injetados com a droga

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de

# Quais são as hipóteses estatísticas?



### Significância

### Felipe Figueiredo

# Hinóteses

O p-valor não é..

# Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico.

Tempo de resposta típico = 1.2 s.

n = 100

 $\bar{x} = 1.05 \text{ s}$  $s = 0.5 \, s$ 

Hipóteses

 $H_0: \mu = 1.2$ 

 $H_1: \mu \neq 1.2$ 

# Identificando hipóteses



### Significância

### Felipe Figueiredo

# Hipóteses

# Exemplo

Formulação verbal:

A proporção de motoristas que admitem atravessar o sinal vermelho é maior que 50%.

Formulação matemática:

 $H_0: p = 0.5$ 

 $H_1: p > 0.5$ 

# Identificando hipóteses



### Significância

### Felipe Figueiredo

### Hinóteses

O p-valor não é..

# Exemplo

Formulação verbal:

A altura média de jogadores profissionais de basquete é de no máximo 2.20m.

Formulação matemática:

 $H_0: \mu = 2.20$ 

 $H_1: \mu < 2.20$ 

# Identificando hipóteses

# Exemplo

Formulação verbal:

A dose média contida em um comprimido de paracetamol é de 750mg.

Formulação matemática:

$$H_0: \mu = 750$$

 $H_0: \mu = 750$ 

 $H_1: \mu \neq 750$ 



### Significância

### Felipe Figueiredo

Hipóteses



# Identificando a região crítica



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

### Hipóteses Significância

O p-valor não é... Exercício

Aprofundamento

# Em geral...

- Se  $H_1$  é do tipo  $\neq$ , o teste é bicaudal (ou bilateral).
- Se H<sub>1</sub> é do tipo <, o teste é unicaudal (ou unilateral) à esquerda.
- Se  $H_1$  é do tipo >, o teste é unicaudal à direita.

Cada tipo de erro pode ter um "custo" diferente

- Dizer que um paciente não está infectado, quanto ele está.
- Dizer que um paciente está infectado, quando ele não está.

O custo de cada tipo de possível erro só pode ser avaliado caso a caso.



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Hipóteses

Hipóteses Significância

O p-valor é... O p-valor não é...

Aprofundamento

# Significância



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Hipóteses Significância

O p-valor é...
O p-valor não é...
Evercício

Aprofundamento

# Tipos de erros em testes de hipóteses

• A significância do estudo deve ser arbitrada antes do

• Está associada aos erros induzidos pela variabilidade

induzido a chegar numa conclusão errada ao acaso!

• Ou seja, mesmo fazendo tudo certo, você pode ser

• Isso pode ocorrer de duas maneiras diferentes...

experimento (planejamento)

experimental

# Definição

Um erro do tipo I ocorre se a hipótese nula for rejeitada quando é verdadeira.

# Definição

Um erro do tipo II ocorre se a hipótese não for rejeitada quando for falsa.

# 0: " 1

Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses Significância

O p-valor é... O p-valor não é... Exercício

# Observe



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

O p-valor não é Exercício

Aprofundamento

# A questão importante aqui é:

MESMO SE a hipótese nula **for verdadeira**, ainda assim você pode observar (ao acaso) uma diferença como resultado do experimento.

(ex., muita variabilidade, amostras pequenas, etc.).

**Isso** é o erro tipo I. Trabalhamos para que isso seja raro (não mais que 5% das vezes).

### Testes de Hipóteses Hipóteses Significância O p-valor é...

# Tipos de erros em testes de hipóteses

H₀ é verdadeira

Decisão correta

Erro do tipo I



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

Testes de Hipóteses

H₀ é falsa

Erro do tipo II

Decisão correta

Hipóteses Significância

O p-valor é...
O p-valor não é...

Aprofundament

# Nível de significância

# Definição

O nível de significância de um teste de hipótese é sua probabilidade máxima admissível para cometer um erro do tipo I. Ele é denotado por  $\alpha$ .

Está associado com o nível de confiança.

# Definição

A probabilidade de se cometer um erro do tipo II é denotada por  $\beta$ .

Está associado com a capacidade do método estatístico em detectar uma diferença significativa (poder do teste).



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

Aprofundamento

# Componentes de um teste de hipóteses

São necessários para um teste de hipóteses:

- As hipóteses nula e alternativa
- O nível de significância

Decisão / Verdade

Não rejeitar *H*<sub>0</sub>

Rejeitar  $H_0$ 

Erro do tipo I = falso positivo
Erro do tipo II = falso negativo

- A região crítica (tipo de teste)
- A estatística de teste (softwares especializados)

# Observação

O teste unicaudal **divide** a probabilidade de erro à esquerda (valores menores) e à direita (valores maiores).

Assim, 5% de significância num teste unicaudal corresponde à 2.5% (metade) da significância bicaudal.

Mais detalhes no cap 10.



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses Hipóteses Significância

O p-valor é... O p-valor não é. Exercício

# Rejeitar hipóteses



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da aula passada

Testes de Hipóteses

### Significância

O p-valor é... O p-valor não é.

Aprofundamento

### **Importante**

Observe que o teste de hipótese nunca deve aceitar uma hipótese nula, apenas rejeitá-la ou deixar de rejeitá-la.

# O p-valor



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é..

Aprofundamento

### Definição

Assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, o **p-valor** de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos, ou mais extremos que aquele observado.

# O p-valor é:

- A probabilidade (condicional) de se observar o resultado ao acaso dado que a H<sub>0</sub> é verdadeira.
- Uma medida da força da evidência contra a H<sub>0</sub>.

# O p-valor



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

Aprofundamento

# Exemplo 1

Exemplo 1

Um neurologista está testando o efeito de uma droga no tempo de resposta de um certo estímulo neurológico. Para isto, ele injeta uma dose da droga em 100 ratos, cria os estímulos neurológicos e observa o tempo de resposta em cada animal.

O neurologista sabe que o tempo de resposta médio de ratos que não receberam a droga é de 1.2 segundos.

O tempo de resposta médio dos ratos injetados foi de 1.05 segundos, com desvio padrão amostral de 0.5 segundos.

Você acha que a droga tem efeito no tempo de resposta do estímulo?

Fonte: Khan Academy

### Como utilizar

- Quanto menor o p-valor, mais evidências para rejeitar a hipótese nula.
- O ponto de corte mais utilizado é a significância de 5%
- Assim, qualquer  $p \le 0.05$  é estatisticamente significante.



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses Hipóteses Significância O p-valor é...

O p-valor não é Exercício

# Exemplo 1



### Significância

### Felipe Figueiredo

O p-valor é...

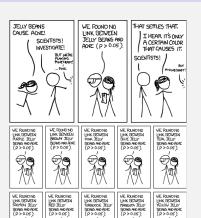
O p-valor não é..

### Pense...

- A hipótese científica é que a droga afeta o tempo de resposta.
- Como você formularia a hipótese estatística (H<sub>1</sub>)?
  - **1**  $H_0: \mu = 1.2, H_1: \mu > 1.2$  (teste unicaudal à direita)
  - **2**  $H_0: \mu = 1.2, H_1: \mu < 1.2$  (teste unicaudal à esquerda)
  - **3**  $H_0: \mu = 1.2, H_1: \mu \neq 1.2$  (teste bicaudal) **4**  $H_0: \mu \ge 1.2, H_1: \mu = 1.2$  (teste unicaudal à esquerda)

Resposta: Opção 3

# Como a Ciência Médica é vista na mídia





Fonte: https://xkcd.com/882/



### Significância

### Felipe Figueiredo

Hinóteses

O p-valor não é..

# Exemplo 1

- **•** Dados:  $\mu = 1.2, \bar{x} = 1.05, s = 0.5, n = 100$
- $H_0: \mu = 1.2, H_1: \mu \neq 1.2$  (teste bicaudal)
  - O teste Z retorna p = 0.0027<sup>1</sup>
  - O teste t retorna  $p = 0.0034^2$
- Como p < 0.05, há evidências para rejeitar  $H_0$ .

### Resultado

O tempo de resposta médio é significativamente diferente de 1.2 s (p = 0.0034).

### Conclusão

- (...) há evidências que a droga altera o tempo (...) de resposta
  - <sup>1</sup>Premissas fortes: Normal, N grande,  $\sigma$  conhecido, etc.

# O problema não é a mídia





Significância

Felipe

Figueiredo

O p-valor não é.

Significância

Felipe

Figueiredo

O p-valor é...

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Usado em geral, menos premissas

# Cuidados com o p-valor



Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

LX0/0/0/0

### DOREY, F. 2010 Clin Orthop Relat Res.

"The concept of a p value is not simple and any statements associated with it must be considered cautiously."

# Estes são erros comuns de interpretação

# INTO

Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

\_\_\_\_\_

# Portanto o p-valor não é

O p-valor assume que...

a hipótese nula é verdadeira

a probabilidade de que a hipótese nula seja verdadeira

2 a única causa da diferença observada é devida ao acaso

a probabilidade de que a diferença observada seja devido ao acaso

O p-valor não pode ser usado para concluir suas próprias premissas.

# Observe

# INTO

Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses Hipóteses

Significância O p-valor é... O p-valor não é..

Aprofundamento

# A questão importante aqui é:

MESMO SE a hipótese nula **for verdadeira**, ainda assim você pode observar (ao acaso) uma diferença como resultado do experimento.

(ex., muita variabilidade, amostras pequenas, etc.).

**Isso** é o erro tipo I. Trabalhamos para que isso seja raro (não mais que 5% das vezes).

# Exercício

Exemplo 2

# INTO

Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de

Hipóteses
Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...

Exercício

# Pergunta

Você tem informações suficientes para executar um teste formal de hipóteses?

Uma indústria farmacêutica especifica que em certo analgésico a

quantidade média de ácido acetil salicílico deve ser 5.5 gramas por

comprimido. A indústria suspeita que houve problemas na produção de um determinado lote e que, nesse lote, a quantidade média dessa

substância está diferente da especificada. Para verificar essa suspeita, a

indústria selecionou uma amostra aleatória de 40 comprimidos desse

lote, observando uma quantidade média de ácido acetil salicílico igual a

Em caso afirmativo, formule a  $H_0$  e a  $H_1$ .

5.2 gramas e um desvio padrão de 0.7 gramas.

# Exemplo 2



### Significância

### Felipe Figueiredo

O p-valor não é.

A probabilidade de observarmos ao acaso um valor **tão ou mais discrepante como 5.2 g** é 0.0099.

Como esta prob. é menor que o nível de significância estabelecido  $\alpha=0.05$ , rejeitamos a hipótese de que a quantidade média é igual a 5.5 g ao nível de significância de 5%.

### Resultado

Exemplo 2

Interpretação

(...) a dose média de ácido acetil salicílico (...) por comprimido é 5.2 g e é significativamente diferente de 5.5 g (p = 0.0099).

### Conclusão

O lote (...) está fora da especificação de 5.5 g (...) por comprimido, portanto o lote está reprovado.

### Resposta

- Temos as informações necessárias para o teste
- Hipóteses

 $H_0$ :  $\mu = 5.5$ 

 $H_1: \mu \neq 5.5$ 

Dados

$$n = 40, \bar{x} = 5.2, s = 0.7$$

### Resultado (bruto)

p = 0.0099

Outra hipótese, outra análise, outro resultado...



### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Hipóteses
Hipóteses
Significância
O p-valor é...
O p-valor não é

Exercício

Aprofundamento

# Observe que...

Se tivéssemos formulado as hipóteses que a média da amostra é diferente de 5.5 g, qual você acha que seria o resultado?

Qual seria a conclusão neste caso?

# Bônus: Intervalo de Confiança



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Hipóteses
Significância
O p-valor é...
O p-valor não é.
Exercício

Aprofundamento

 Nessa situação, podemos usar o intervalo de confiança para realizar o teste de hipóteses.

 Como queremos um teste a 5% de significância, calcularemos um intervalo de 95% de confiança.

### Lembre-se

significância + confiança = 1



Significância

Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Significância
O p-valor é...
O p-valor não é...
Exercício

# Exemplo 2 (a revanche)



### IC da média

- Dados:  $n = 40, \bar{x} = 5.2, s = 0.7$
- $\bullet$  IC: [4.976, 5.424]  $\approx$  [5.0, 5.4]

### Resultado

A quantidade média neste lote (...) está entre 5.0 e 5.4 gramas, com 95% de confiança.

### Interpretação

A "meta" 5.5 g não está contida no IC.

### Conclusão

(...), portanto o lote está reprovado.

### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

Testes de Hipóteses

Significância O p-valor é... O p-valor não é..

Aprofundamento

Significância

Felipe

Figueiredo

Aprofundamento

# Aprofundamento

# Leitura obrigatória

- Capítulo 10.
- Capítulo 11.
- Motulsky, (2018) chap 19, Interpreting a Result That Is Not Statistically Significant (disponível grautitamente online)

### Exercícios selecionados

- Cap 10: todos.
- Cap 11: todos.

# Exemplo 2 (a revanche)

# INTO

### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

# Testes de

Hipóteses
Hipóteses
Significância
O p-valor é...

Exercício

### Anrofundamento

# IC da diferença

- Dados:  $n = 40, \bar{x} = 5.2, s = 0.7, \mu = 5.5$
- $\bar{d} = -0.300$ , IC: [-0.524, -0.076]  $\approx$  [-0.5, -0.1]

### Resultado

A diferença média neste lote (...) está entre -0.5 e -0.1 gramas, com 95% de confiança.

### Interpretação

A "meta de igualdade" d = 0 g não está contida no IC.

### Conclusão

(...), portanto o lote está reprovado.

# Aprofundamento



### Significância

### Felipe Figueiredo

Discussão da

# Testes de

Aprofundamento

Aprofundamento

# Leitura recomendada (links na página da disciplina)

- Dorey, F (2010) In Brief: The P Value: What Is It and What Does It Tell You?
- Gardner, MJ; Altman, DG (1986) Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing.