

Comparação de dois grupos (quantitativo)

Testes paramétricos para médias

Felipe Figueiredo

Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Discussão da aula
passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento

Discussão da aula passada



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Discussão da aula
passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento

Discussão da leitura obrigatória da aula passada

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 **Revisão**
 - **Revisão**
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 **Aprofundamento**
 - **Aprofundamento**

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão
Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento

Conceito da hipótese nula

A hipótese de que não há efeito no tratamento.

O objetivo do estudo é providenciar evidências suficientes para rejeitar esta hipótese, “provando” assim a eficácia do tratamento.

Exemplo

Hipótese do estudo: um certo tratamento de fisioterapia diminui o tempo de recuperação após uma artroplastia total do joelho.

Hipótese nula: não há alteração no tempo de recuperação.

Conceito do p-valor

Assumindo que não há efeito real (hipótese nula), e você observou uma aparente diferença...

... qual é a probabilidade de você ter observado essa diferença ao acaso?

Interpretação do p-valor

- Um valor pequeno para o p-valor (tipicamente $p \leq 0.05$) representa forte evidência para rejeitar a hipótese nula, então deve-se rejeitá-la.
- Um valor alto para o p-valor (tipicamente $p \geq 0.05$) representa pouca evidência contra a hipótese nula, então não se deve rejeitá-la
- Um valor próximo do ponto de corte (0.05) é considerado marginal, portanto “qualquer decisão pode ser tomada”.

Sempre apresente seu p-valor para que o leitor possa tirar suas próprias conclusões.

Fonte: Rumsey, D. (Statistics for Dummies, 2nd ed.)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão
Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento

- 1 Cada teste usa uma distribuição de probabilidades
- 2 A região crítica é escolhida (bilateral ou unilateral?)
- 3 As estatísticas sumárias são calculadas a partir da amostra
- 4 Estas são usadas para calcular uma estatística de teste
- 5 A estatística de teste é o critério de decisão:
 - Ela é comparada com um valor crítico da distribuição do teste
OU
 - **Ela é usada para o cálculo do p-valor**

- Existe uma infinidade de testes estatísticos (cada qual com sua hipótese nula)
- São divididos em dois grandes grupos: paramétricos e não paramétricos
- Os testes paramétricos assumem que a amostra vem de uma **distribuição Normal**
- Os testes não-paramétricos não presumem nenhuma forma para a distribuição dos dados

Atenção

Esta é uma escolha metodológica fundamental na análise, como veremos no futuro.

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Os testes paramétricos assumem que a amostra vem de uma **distribuição Normal** ¹
- Hoje veremos o **teste t** (de Student), aplicado em duas formas/contextos

¹ nunca é demais frisar

O teste t: características

- **Distribuição:** t de Student
- **Hipótese:** não há diferença entre as duas médias
- **Estatística de teste:** $t = \frac{\bar{x}_d}{SE_d}$

Interpretação da estatística de teste

Quanto maior o valor de t ...

... maior a **discrepância** entre as médias observadas
(considerando a variabilidade do experimento).

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Teste t para uma amostra



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

**Testes
paramétricos
para médias**

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Já vimos o teste t para uma amostra.

Hoje veremos como usá-lo para duas amostras.

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Os dois grupos foram coletados independentemente (inter-grupo)
- Todas as observações em cada grupo são independentes entre si (intra-grupo)
- Todos os dados foram amostrados de populações Normalmente distribuídas (aprox.)
- O DP das duas populações são idênticos ²

²uma violação desta premissa não é grave - buscar aproximação de Welch.

O teste t de Student

Assumindo duas populações Normais com DPs semelhantes, o teste t pode detectar diferença nas médias das populações.

Exemplo 1



Exemplo 23.2

Motulsky, *et al.* (1983) investigaram se pessoas com hipertensão tem alteração nos níveis de receptores adrenérgicos α_2 em suas plaquetas.

Selecionaram 18 homens hipertensos, e 17 controles da mesma faixa etária. Os resultados estão descritos como média \pm SEM.

As plaquetas dos hipertensos tiveram 257 ± 14 receptores por plaqueta. As plaquetas dos controles tiveram 263 ± 21 receptores por plaqueta.

Os autores concluíram que não havia diferença significativa entre as médias dos grupos.

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Teste t, amostras independentes

P value and statistical significance:

The two-tailed P value equals 0.8116

By conventional criteria, this difference
is considered to be not statistically significant.

Confidence interval:

The mean of Controle minus Hipertensos equals 6.00

95% confidence interval of this difference:

From -44.81 to 56.81

Intermediate values used in calculations:

$t = 0.2403$

$df = 33$

standard error of difference = 24.973

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Quais são as variáveis?



Interpretação típica

- Grupo Hipertensos: contínua (mensuração)
- Grupo Controle: contínua (mensuração)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Quais são as variáveis?



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Interpretação típica

- Grupo Hipertensos: contínua (mensuração)
- Grupo Controle: contínua (mensuração)

Ou, podemos pensar em termos de modelagem

Quais são as variáveis?



- Dependente: níveis de receptores (contínua)
- Independente: grupo (categórica binária)

Esta relação pode ser expressa como

níveis de receptores \sim grupo

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 **Testes paramétricos para médias**
 - Dois grupos independentes
 - **Dois grupos pareados**
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

**Dois grupos
pareados**

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Grupos independentes x pareados



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Assim como no cálculo de ICs, os grupos de estudo podem ser independentes ou pareados
- Quando são independentes, a comparação é entre as médias de ambos os grupos
- Quando são pareados, a comparação é entre as diferenças dos pares

Quando faz sentido parear indivíduos de dois grupos?

- Mensurar o **mesmo** indivíduo antes e depois do procedimento
- Recrutamento aos pares, quando o par tem a(o) mesma(o)
 - idade/faixas etária
 - região demográfica
 - diagnóstico
- irmãos, pai/filho
- lateralidade (tratamento = lado E, controle = lado D)

- Os pares amostrados aleatoriamente de uma mesma população (ou representativa)
- Os participantes são pareados - o primeiro do grupo A com o primeiro do grupo B, etc.
- Cada par é independente de todos os outros
- A distribuição das diferenças, na população, é Normalmente distribuída (aprox.)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Exemplo 2



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Exercício 25.1

Os pesquisadores compararam o número de receptores beta-adrenérgicos nos linfócitos de um grupo de participantes, antes e após a administração de uma droga.

Teste t, amostras pareadas

Paired t-test

```
data:  Receptors by Group
t = 6.9636, df = 5, p-value = 0.000939
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 145.7279 316.2721
sample estimates:
mean of the differences
                231
```

Quais são as variáveis?



- Dependente: número de receptores (contínua)
- Independente: grupo (categórica binária)

Esta relação pode ser expressa como

número de receptores \sim grupo

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Exercício



Queremos avaliar a eficiência de uma nova dieta reduzida em gordura no tratamento de obesidade.

Selecionamos aleatoriamente 100 pessoas obesas para o grupo 1, que receberão a dieta com pouca gordura. Selecionamos outras 100 pessoas obesas para o grupo 2 que receberão a mesma quantidade de comida, com proporção normal de gordura. O estudo durou 4 meses.

A perda de peso média no grupo 1 foi de 9.33 lbs ($s=4.72$) e no grupo 2 foi de 7.58 lbs ($s=3.90$).

Essa nova dieta é eficaz na perda de peso?

Fonte: Khan Academy

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Tabulação dos dados³



Tabela de dados brutos

	Grupo	Perda
1:	Grupo1	12.184783
2:	Grupo1	15.403181
3:	Grupo1	8.891328
4:	Grupo1	6.763672
5:	Grupo1	10.168379

196:	Grupo2	12.985339
197:	Grupo2	8.586228
198:	Grupo2	11.353364
199:	Grupo2	4.003958
200:	Grupo2	9.542041

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

³Organizar os dados desta forma, permite usar os filtros do Excel. 🔍 🔍 🔍

Repetir é fixar

O slide de perguntas a seguir será apresentado mais de uma vez.

Mas vamos ponderar nelas um pouco agora.

- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

Análise Exploratória de Dados (EDA)

Precisamos decidir a melhor metodologia a partir da análise descritiva.

Vamos iniciar investigando os dados de forma exploratória.

Objetivo (lembre-se do Virgílio)

Verificar que premissas são razoavelmente atendidas...

... ou evidentemente violadas.

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

⁴https://en.wikipedia.org/wiki/Exploratory_data_analysis

Os dois testes serão avaliados,
independente da sua escolha.

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Os dois testes serão avaliados, independente da sua escolha.

Vamos começar com uma visualização descritiva dos dados.

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Visualização (independentes)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

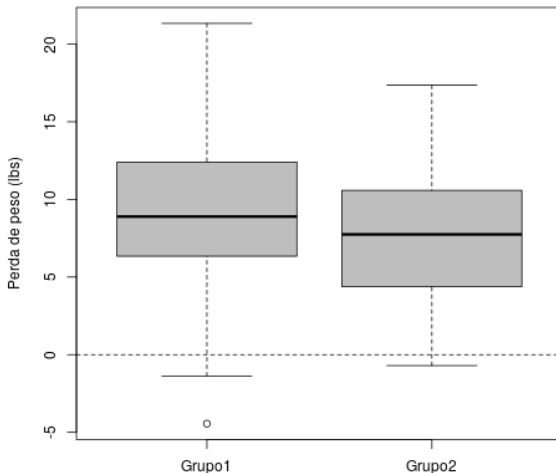
Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento



Visualização (pareados)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

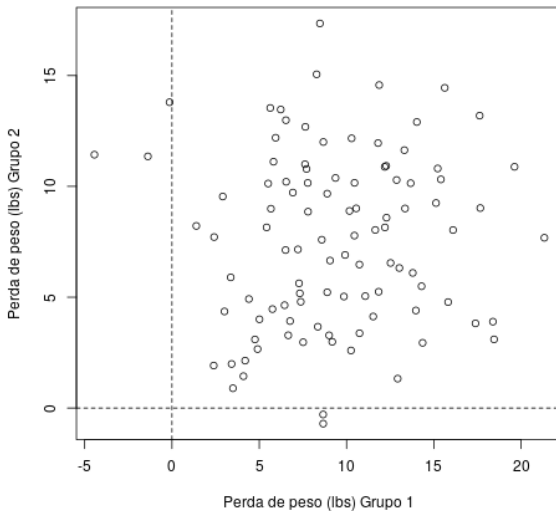
Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento



- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

O que muda em cada um dos resultados a seguir?

Teste t, amostras independentes

Two Sample t-test

```
data:  Perda by Grupo
t = 2.871, df = 198, p-value = 0.004537
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5506833 2.9667462
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
      9.334005          7.575291
```

Saída típica de um programa



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Teste t, amostras pareadas

Paired t-test

```
data:  Perda by Grupo
```

```
t = 2.9545, df = 99, p-value = 0.003913
```

```
alternative hypothesis: true difference  
in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
0.5775744 2.9398551
```

```
sample estimates:
```

```
mean of the differences  
1.758715
```

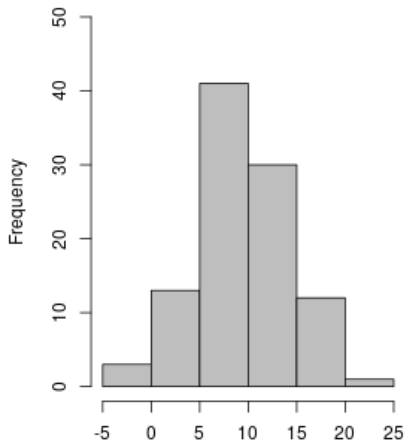
Você já pode escolher o teste?

- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

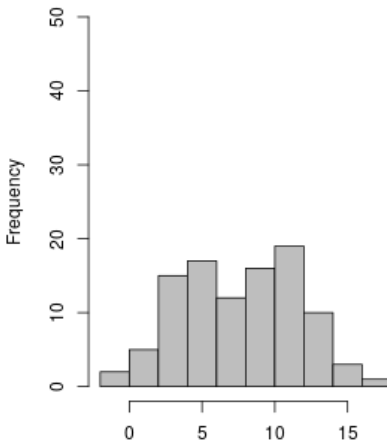
Todas as premissas do teste que
você selecionou são satisfeitas?

Distribuição (independentes)

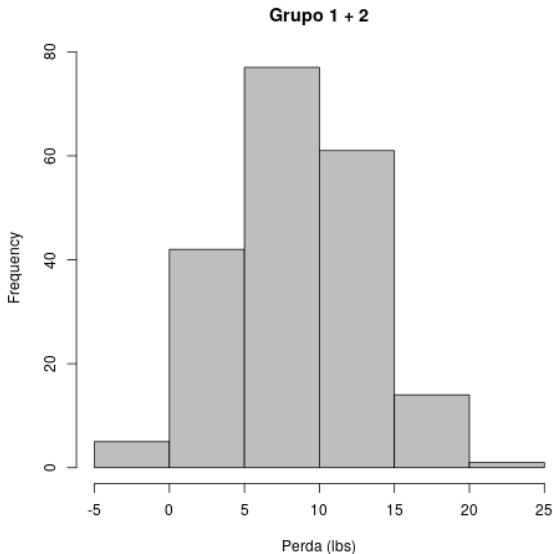
Grupo 1



Grupo 2



Distribuição (pareados)



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Caso de você tenha escolhido grupos independentes...



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Os dois grupos tem variabilidades semelhantes?

Teste t, amostras independentes

Two Sample t-test

```
data:  Perda by Grupo
t = 2.871, df = 198, p-value = 0.004537
alternative hypothesis: true difference
in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5506833 2.9667462
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
      9.334005          7.575291
```

Teste t, amostras independentes, com correção de Welch

Welch Two Sample t-test

```
data:  Perda by Grupo
t = 2.871, df = 191.12, p-value = 0.004554
alternative hypothesis: true difference
  in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
  0.550416 2.967014
sample estimates:
mean in group Grupo1 mean in group Grupo2
      9.334005          7.575291
```

Quais são as variáveis?



Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

Escreva a relação entre

- a variável dependente
- a variável independente

P:

Qual delas varia em função da outra?

Agora vamos discutir as respostas.

- 1 Para este estudo, qual é o teste mais apropriado?
- 2 Quais são as hipóteses do teste?
- 3 Quais são as variáveis envolvidas?
- 4 O que você usaria como critério de decisão?
- 5 O que significam os valores negativos?
- 6 Qual é o resultado?
- 7 Qual é a conclusão?

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - **Resumo**
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

- Testes paramétricos (requer dados Normalmente distribuídos)
- Para dois grupos independentes assume independência inter- e intra-grupo, e DPs semelhantes
- Para dois grupos pareados assume independência entre os pares
- Esta decisão **não deve** ser tomada após a coleta dos dados⁵.
- Variáveis:
 - Dependente: contínua
 - Independente: categórica binária (2 grupos)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Dois grupos
independentes

Dois grupos
pareados

Exercício

Resumo

Aprofundamento

⁵As comparações dos testes que fizemos aqui foram meramente didáticas. A EDA real terminaria nas visualizações e tabelas.

- 1 Discussão da aula passada
 - Discussão da aula passada
- 2 Revisão
 - Revisão
- 3 Testes paramétricos para médias
 - Dois grupos independentes
 - Dois grupos pareados
 - Exercício
 - Resumo
- 4 Aprofundamento
 - Aprofundamento

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento
Aprofundamento

Leitura obrigatória

- Capítulo 23, pular as seções:
 - Cálculo do teste t em uma tabela
 - Cálculo do poder.
- Capítulo 25, pular as seções:
 - Teste t de uma razão
 - Teste de Wilcoxon

Exercícios selecionados

Não há exercícios.

Leitura recomendada

Capítulo 25: seção teste t de uma razão (para projetos experimentais)

Comparação
de dois
grupos
(quantitativo)

Felipe
Figueiredo

Discussão da
aula passada

Revisão

Testes
paramétricos
para médias

Aprofundamento
Aprofundamento