

A distribuição Normal

Distribuição Normal, e IC da média

Felipe Figueiredo

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Aprofundamento

Discussão da leitura obrigatória da aula passada

O que é o IC em torno da média?

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

Distribuições de
probabilidade

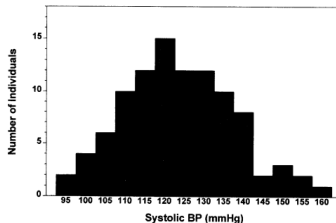
A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- Pressão sanguínea (PS) de todos os 100 alunos de uma sala
- Visualização da média e variabilidade dos dados



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Distribuições teóricas = **modelos** da realidade
- Aprender com os modelos \Rightarrow ferramenta

Na vida real

Distribuição “próxima” de um modelo \Rightarrow metodologia

Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 123,4$ mmHg.

Calculando o DP, encontramos $s = 14,0$ mmHg.

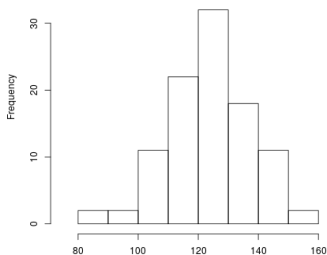
Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

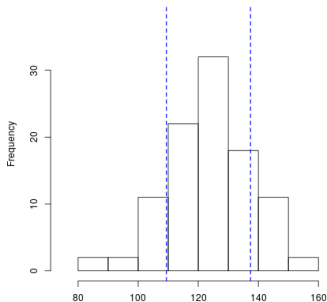
Exemplo 5.1

- $\bar{x} = 123,4$ mmHg
- $s = 14,0$ mmHg

- Você vê a média?
- Você vê o DP?



- Muitas medições próximas da média
- Poucas medições de PS muito baixas
- Poucas medições de PS muito altas
- Aprox. simétrica em torno da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

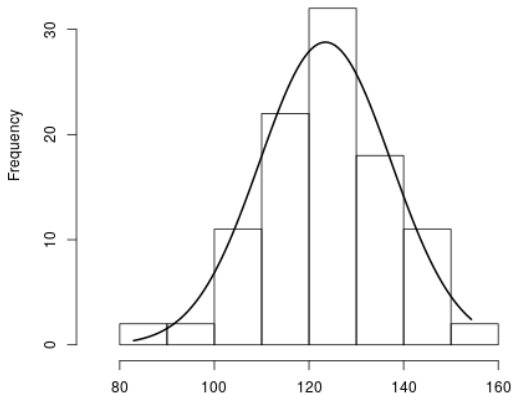
A distribuição
Normal

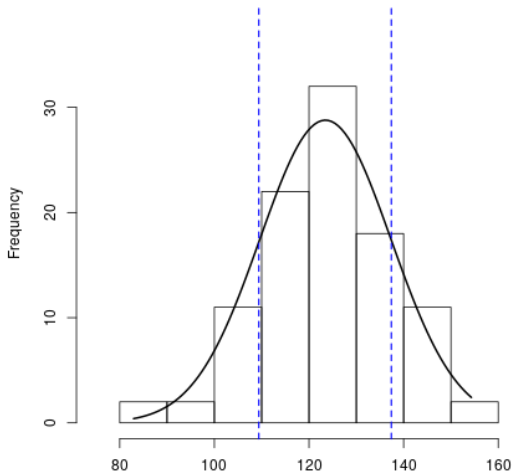
Distribuições de
probabilidade

A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento





E esta?

A distribuição Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição Normal

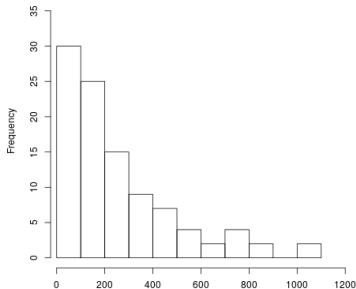
Distribuições de
probabilidade

A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?

A distribuição Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição Normal

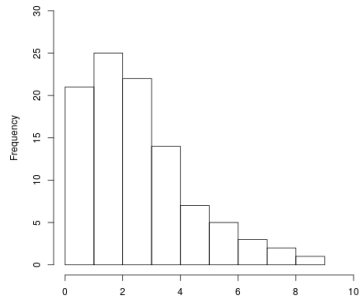
Distribuições de
probabilidade

A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?

A distribuição Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição Normal

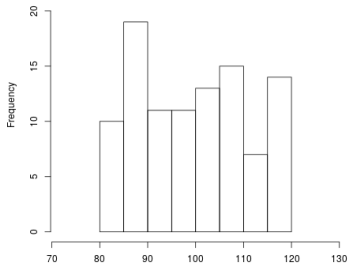
Distribuições de
probabilidade

A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



1 A distribuição Normal

- Distribuições de probabilidade
- A distribuição Normal
- **Inferências**

2 IC da média

- Interpretação
- Premissas
- O Erro Padrão

3 Aprofundamento

- Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

Distribuições de
probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

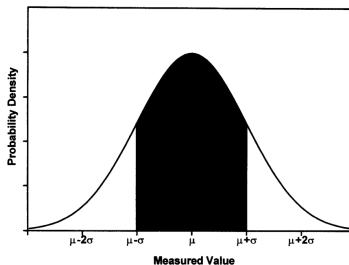
IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- “mais da metade” dos dados estão a 1 DP da média
- “quase todos” os dados estão a 2 DPs da média

A regra empírica

- 68% a até 1 DP da média
- 95% a até 2 DP da média
- 99,7% a até 3 DP da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade

A distribuição Normal

Inferências

IC da média

Aprofundamento

A regra empírica assume que...
... os dados são normalmente distribuídos.

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Vamos recapitular o exemplo 5.1, antes de introduzir outro.

Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 123,4$ mmHg.

Calculando o DP, encontramos $s = 14,0$ mmHg.

Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

Exemplo 5.2

Das 100 medições de PS, você amostrou aleatoriamente 5 medições.
Valores aproximados: 120, 80, 90, 110 e 95 mmHg.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 99,0$ mmHg.

Calculando o DP, encontramos $s = 15,97$ mmHg.

Pense...

- Se a população for a turma, podemos estimar a média e o DP da turma com os valores desta amostra?
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, esta estimativa nos dá “mais confiança” sobre a população, ou menos?

ICs dos exemplos

- IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

ICs dos exemplos

- IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

Relembre...

O que significa o IC?

Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - **Premissas**
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Assumimos que estas coisas são verdadeiras para calcular/interpretar um IC

- A amostra foi selecionada aleatoriamente da população (sem reposição)
- A população é Normal (Gaussiana)
- Os indivíduos são independentes, uns dos outros

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências
- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão
- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Vídeo

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Variabilidade

A variabilidade nos informa sobre a dispersão da amostra/população.

O erro padrão

O Erro Padrão nos informa quão boa é nossa **estimativa** da média.

$$SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- SEM = Erro Padrão da Média (em inglês)
- Conforme n aumenta \Rightarrow SEM diminui
- Conforme n aumenta $\Rightarrow \bar{x}$ “próximo” de μ

Lembrete

- \bar{x} – média da amostra (resultado/possível)
- μ – média da população (objetivo/inferência)

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

Pense...

E o desvio-padrão s ?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- \bar{x} = média
- t^* é fixo (constante)
- Para amostras **grandes**, $t^* \approx 2$.

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

Perguntas

- 1 Se s aumenta, o SEM aumenta ou diminui?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

Perguntas

- 1 Se s aumenta, o SEM aumenta ou diminui?
- 2 Se s aumenta, o IC aumenta ou diminui?

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

Perguntas

- 1 Se s aumenta, o SEM aumenta ou diminui?
- 2 Se s aumenta, o IC aumenta ou diminui?
- 3 Se t^* aumenta, o IC aumenta ou diminui?

De onde vem o IC apresentado no exemplo?

O que é necessário para seu cálculo?

Exemplo 5.1

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- $\bar{x} = 123.4 \text{ mmHg}$, $s = 14.0 \text{ mmHg}$ e $N = 100$

- $SEM = \frac{14}{\sqrt{100}} = 1.4 \text{ mmHg}$

- $t^* \approx 2$

- $IC = 123.4 \pm 2 \times 1.4 \text{ mmHg}$

- $IC = 123.4 \pm 2.8 \text{ mmHg}$

$$IC \approx [120.6, 126.2] \text{ mmHg}$$

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Pense...

Dados dos exemplos

- **Ex. 5.1:** $\bar{x} = 123,4$ mmHg e $s = 14,0$ mmHg ($N = 100$)
- **Ex. 5.2:** $\bar{x} = 99,0$ mmHg e $s = 15,97$ mmHg ($N = 5$)

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg \Rightarrow IC: 120,6 – 126,2 mmHg

Pense...

Dados dos exemplos

- **Ex. 5.1:** $\bar{x} = 123,4$ mmHg e $s = 14,0$ mmHg ($N = 100$)
- **Ex. 5.2:** $\bar{x} = 99,0$ mmHg e $s = 15,97$ mmHg ($N = 5$)

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg \Rightarrow IC: 120,6 – 126,2 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg? \Rightarrow IC?

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Interpretação

Premissas

O Erro Padrão

Aprofundamento

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Resposta

Não!

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Resposta

Não! Pois $N=5$ não é grande!

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Resposta

Não! Pois $N=5$ não é grande!

E daí?

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Resposta

Não! Pois $N=5$ não é grande!

Isso faz com que a aproximação $t^* \approx 2$ não seja válida.

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: **79,2 – 118,8 mmHg**

No caso do exemplo 5.2

- $\bar{x} = 99 \text{ mmHg}$, $SEM \approx 6 \text{ mmHg}$
- A margem de erro seria $2 \times 6 \approx 12 \text{ mmHg}$

⇒ O IC proposto seria **87 – 111 mmHg**

Pense...

Qual parece ser a margem de erro *real* do IC acima?

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: **79,2 – 118,8 mmHg**

No caso do exemplo 5.2

- Ambos SEM (5.1 e 5.2) estão corretos
- O IC proposto seria **87 – 111 mmHg**

$t^* \approx 2 \Rightarrow$ erro no 5.2

Pense...

Qual é a sua conclusão sobre esse t^* misterioso?

Esse t^* é uma *estatística*...

... que veremos na próxima aula.

Quiz!

Pergunta

O erro padrão, assim como o desvio padrão, é uma medida descritiva de dispersão:

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

Pergunta

O erro padrão, assim como o desvio padrão, é uma medida descritiva de dispersão:

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

Pergunta

São necessários para o cálculo do IC em torno da média:

- 1 Desvio padrão (s)
- 2 Observações independentes
- 3 Média (\bar{x})
- 4 N

Pergunta

São necessários para o cálculo do IC em torno da média:

- 1 Desvio padrão (s)
- 2 Observações independentes
- 3 Média (\bar{x})
- 4 N

Pergunta

Existem infinitas distribuições Normais.

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

Pergunta

Existem infinitas distribuições Normais.

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

O que é o IC em torno da média?

- 1 A distribuição Normal
 - Distribuições de probabilidade
 - A distribuição Normal
 - Inferências

- 2 IC da média
 - Interpretação
 - Premissas
 - O Erro Padrão

- 3 Aprofundamento
 - Aprofundamento

A distribuição
Normal

Felipe
Figueiredo

A distribuição
Normal

IC da média

Aprofundamento
Aprofundamento

Leitura obrigatória

- Capítulo 4. Pular a seção **Intervalo de Predição**.
- Capítulo 5. Pular as seções:
 - Calculando o IC da média
 - A distribuição t (será abordado na próxima aula)

Leitura recomendada

Capítulo 4. seção **Intervalo de Predição**.