Comparando médias de 2 grupos

Intervalos de Confiança da diferença entre as médias

Felipe Figueiredo

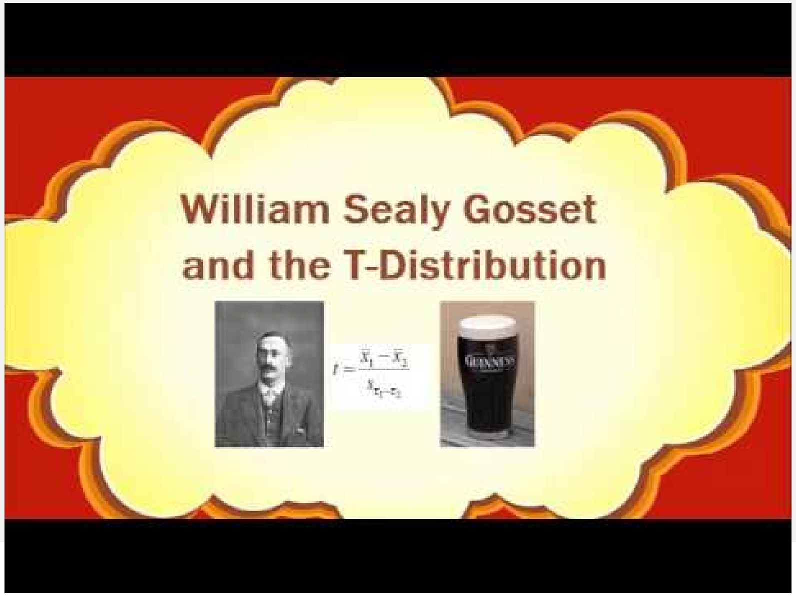
Sumário

Recapitulando

- Vimos que o IC é composto de 3 componentes
  - a média $\bar{x}$ (tendência central)
  - o erro padrão da média (SEM)
  - um tal de t^*, que depende de n
- Como N era grande, utilizamos $t^* \approx 2$
- Mas de onde vem esse t^*? Qual seria o valor correto?

A distribuição T de Student

A distribuição T de Student



A distribuição t de Student

- Student (pseudônimo de W. S. Gossett [1876-1937], trabalhando para a cervejaria Guiness) criou uma distribuição que melhor se aproxima dos dados de amostras pequenas
- Tem um parâmetro graus de liberdade (*df* em inglês) vinculado ao tamanho da amostra *n*.

A distribuição t de Student

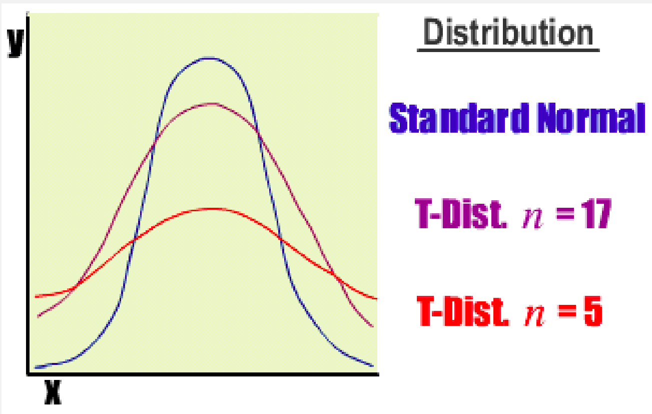


Figura: A distribuição t de Student

Propriedades da distribuição t

- A distribuição tem forma de sino (simétrica, assim como a distribuição Normal)
- Reflete a maior variabilidade inerente às amostras pequenas
- O formato da curva depende do tamanho da amostra *n*
- Quanto mais graus de liberdade (df $\approx$ dados), mais a distribuição *t* se parece com a distribuição Normal

IC da média (aula passada)

ICs dos exemplos

- IC do ex. 5.1 (PS de 100 alunos): [120.6, 126.2] mmHg
- IC do ex. 5.2 (PS de 5 alunos): [79.2, 118.8] mmHg

Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

Alguns valores de t, para diferentes graus de liberdade

- $N = 5$ $(df = 4) \Rightarrow t = 2.776$
- $N = 10$ $(df = 9) \Rightarrow t = 2.262$
- $N = 15$ $(df = 14) \Rightarrow t = 2.145$
- $N = 20$ $(df = 19) \Rightarrow t = 2.093$
- $N = 30$ $(df = 29) \Rightarrow t = 2.045$

Pense...

Qual é a relação entre N e o tamanho do IC?

$$[\bar{x} - t^{*}SEM, \quad \bar{x} + t^{*}SEM]$$

Alguns valores de t, para diferentes graus de liberdade

- $N = 5$ $(df = 4) \Rightarrow t = 2.776$
- $N = 10$ $(df = 9) \Rightarrow t = 2.262$
- $N = 15$ $(df = 14) \Rightarrow t = 2.145$
- $N = 20$ $(df = 19) \Rightarrow t = 2.093$
- $N = 30$ $(df = 29) \Rightarrow t = 2.045$

Observe que...

- $df = N - 1$
- Para N grande, $t \to 1.960$

Por isso usamos o valor aproximado 2 no primeiro exemplo.

Exercício 4 (cap 5)

Exercício 4 do cap 5

Os níveis de soro (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não-grávidas, e 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não-grávidas?

Pense

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

- o SEM informa quão bem você conhece a média de cada grupo
- Os ICs não tem sobreposição $\Rightarrow$ 2 populações diferentes
- Como comparar estes dois grupos?

Diferença entre 2 médias

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.

Diferença entre 2 médias

- Para comparar duas médias $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$, consideramos a diferença $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
- Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a diferença será aproximadamente zero
- Além disso, se $\bar{x}_1$ for maior que $\bar{x}_2$, a diferença será positiva
- Analogamente, se $\bar{x}_1$ for menor que $\bar{x}_2$, a diferença será negativa

Erro padrão da diferença

- Lembre-se que para cada grupo: $SEM = \frac{DP}{\sqrt{N}}$
- Para a diferença entre 2 grupos, “somamos” os SEM
- Mas esta “soma” não é direta!
- É preciso levar em conta o uso do quadrado/raiz quadrada do DP (aula de variabilidade)

$$SE = \sqrt{SEM_1^2 + SEM_2^2}$$

Premissas

- As amostras foram selecionadas aleatoriamente das respectivas populaçoes
- As populações são Normais (Gaussianas)
- As duas populações possuem DP idênticos
- Todos os indivíduos de cada grupo vêm da mesma população
- Cada indivíduo é independente de todos os outros

Exercício 4 (cap 5)

Exercício 4 do cap 5

Os níveis de soro (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não-grávidas, e 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Não-grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não-grávidas?

Cálculo exercício 5.4/7.1

Diferenças: Exercício 5.4 (e 7.1)

- Média grávidas: $\bar{x}_1 = 110$ unidades/ml
- Média não-grávidas: $\bar{x}_2 = 93$ unidades/ml
- Diferença entre as médias: $\bar{x}_d = 17$ unidades/ml
- SEM da diferença: 2.75 unidades/ml
- $N_1 = 100, N_2 = 100 \Rightarrow df = (100-1)+1(00-1) = 198$
- $t^* = 1.97$

IC

[11.6, 22.4] unidades/ml

E o que significa isso?

Solução

IC

[11.6, 22.4] unidades/ml

- Estamos 95% certos que a diferença real entre os grupos está entre 11.6 e 22.4
- Conclusão: o fator Y de uma mulher grávida entre 11.6 e 22.4 unidades/ml maior que em uma mulher não grávida

Grupos não-pareados x pareados

Grupos não-pareados

- Até agora assumimos que os grupos e participantes são **independentes**
- A única coisa que podemos fazer: **comparação global**
- ... a média do grupo A $\times$ a média do grupo B

Grupos pareados

- Existe um caso importante em que pode-se considerar que eles são dependentes: quando são pareados
- Isto é: cada participante de um grupo tem um correspondente no outro
- ... diferença entre cada par $\Rightarrow$ média das diferenças

Grupos pareados

Comparando médias de 2 grupos

Felipe Figueiredo

Quando faz sentido parear indivíduos de dois grupos?

- Mensurar o mesmo individuo antes e depois do procedimento
- Recrutamento aos pares, quando o par tem a(o) mesma(o)
  - idade/faixas etária
  - região demográfica
  - diagnóstico
- irmãos, pai/filho
- lateralidade (tratamento = lado E, controle = lado D)

Exemplo

Comparando médias de 2 grupos

Felipe Figueiredo

Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

Não-pareado

1. peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
2. peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
3. IC 95% [-6.48, 7.50]

Pareado

1. ganho em **cada** cisto $\Rightarrow$ depois - antes
2. ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
3. IC 95% [-0.03, 1.04]