

# Comparando médias de 2 grupos

## Intervalos de Confiança da diferença entre as médias

Felipe Figueiredo

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

Discussão da aula  
passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# Discussão da aula passada



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

Discussão da aula  
passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

Discussão da leitura obrigatória da aula passada

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## *Não vá se perder por aí...*

- A distribuição Normal tem **dois** parâmetros
- Seu formato é absolutamente definido por
  - $\bar{x}$  = Média (tendência central)
  - $s^2/s$  = Variância/DP (tendência de dispersão)

⇒ Forma **independe** do  $n$

## Nomenclatura

A Normal Padrão também é chamada de **distribuição Z**.

## *Não vá se perder por aí...*

- A distribuição Normal tem **dois** parâmetros
- Seu formato é absolutamente definido por
  - $\bar{x}$  = Média (tendência central)
  - $s^2/s$  = Variância/DP (tendência de dispersão)

⇒ Forma **independe** do  $n$

## Nomenclatura

A *Normal Padrão* também é chamada de **distribuição Z**.

- Vimos que o IC (da média) é composto por 3 componentes
  - a média  $\bar{x}$  (centro)
  - o erro padrão da média – SEM (incerteza)
  - *um tal* de  $t^*$ , que depende de  $n$
- Quando  $n$  era grande, utilizamos  $t^* \approx 2$
- Mas de onde vem esse  $t^*$ ? Qual seria o valor **correto**?



# A distribuição t de Student



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# A distribuição t de Student



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## William Sealy Gosset and the T-Distribution



$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$



# A distribuição t de Student



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

- Student (pseudônimo de W. S. Gossett [1876-1937]<sup>1</sup>)
- Distribuição **t** (baseada na distribuição Normal)
- Melhor se aproxima dos dados de *amostras pequenas*
- 3º parâmetro **graus de liberdade**<sup>2</sup> vinculado ao tamanho da amostra  $n$ .

---

<sup>1</sup>trabalhando para a cervejaria Guinness

<sup>2</sup>df em inglês

# Propriedades da distribuição t



- A distribuição tem forma de sino (simétrica, como a Normal)
- Reflete a maior variabilidade **inerente** às amostras pequenas<sup>3</sup>
- Formato *depende* do tamanho da amostra ( $n$ )

## Isto é

Quanto mais graus de liberdade, mais a distribuição  $t$  se parece com a distribuição Normal ( $Z$ )

## Pense...

O que deve acontecer com **menos** graus de liberdade?

---

<sup>3</sup>graus de liberdade (df)  $\approx n$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# Propriedades da distribuição t



- A distribuição tem forma de sino (simétrica, como a Normal)
- Reflete a maior variabilidade **inerente** às amostras pequenas<sup>3</sup>
- Formato *depende* do tamanho da amostra ( $n$ )

## Isto é

Quanto mais graus de liberdade, mais a distribuição  $t$  se parece com a distribuição Normal ( $Z$ )

## Pense...

O que deve acontecer com **menos** graus de liberdade?

---

<sup>3</sup>graus de liberdade (df)  $\approx n$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

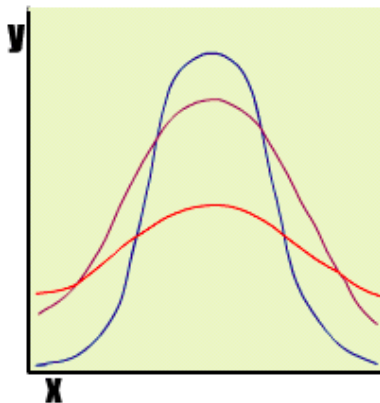
t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# A distribuição t de Student



Distribution

**Standard Normal**

**T-Dist.  $n = 17$**

**T-Dist.  $n = 5$**

**Figura:** Duas distribuições t de Student, e a Normal padrão

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# IC da média (aula passada)



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## ICs dos exemplos

- IC do ex. 5.1 (PS de 100 alunos): [120.6, 126.2] mmHg
- IC do ex. 5.2 (PS de 5 alunos): [79.2, 118.8] mmHg

## Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

## Lembrete

Para o 5.1, usamos  $t^* \approx 2$ .

Vimos que esta aproximação **não era apropriada** no 5.2

# IC da média (aula passada)



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## ICs dos exemplos

- IC do ex. 5.1 (PS de 100 alunos): [120.6, 126.2] mmHg
- IC do ex. 5.2 (PS de 5 alunos): [79.2, 118.8] mmHg

## Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.

## Lembrete

Para o 5.1, usamos  $t^* \approx 2$ .

Vimos que esta aproximação **não era apropriada** no 5.2



# Alguns valores de $t^*$ , para diferentes graus de liberdade



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

- $n = 5$  ( $df = 4$ )  $\Rightarrow t^* = 2.776$
- $n = 10$  ( $df = 9$ )  $\Rightarrow t^* = 2.262$
- $n = 15$  ( $df = 14$ )  $\Rightarrow t^* = 2.145$
- $n = 20$  ( $df = 19$ )  $\Rightarrow t^* = 2.093$
- $n = 30$  ( $df = 29$ )  $\Rightarrow t^* = 2.045$

## Pense...

Qual é a relação entre  $n$  e o tamanho do IC?

$$IC = [\bar{x} - t^* SEM, \bar{x} + t^* SEM]$$

# Alguns valores de $t^*$ , para diferentes graus de liberdade



- $n = 5$  ( $df = 4$ )  $\Rightarrow t^* = 2.776$
- $n = 10$  ( $df = 9$ )  $\Rightarrow t^* = 2.262$
- $n = 15$  ( $df = 14$ )  $\Rightarrow t^* = 2.145$
- $n = 20$  ( $df = 19$ )  $\Rightarrow t^* = 2.093$
- $n = 30$  ( $df = 29$ )  $\Rightarrow t^* = 2.045$

## Observe que...

- $df = n - 1$
- Para  $n$  grande,  $t^* \rightarrow 1.960$

*Por isso usamos o valor aproximado 2 no primeiro exemplo.*

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## Distribuição Normal - Z

*Gostaríamos* de poder usar sempre Z como **modelo** para o formato dos nossos dados experimentais.

## Distribuição t de Student

- t é uma aproximação da Normal (Z)
- apropriada para  $n$  pequeno
- Com  $n$  grande ( $df \geq 30$ ) ela *se confunde* com Z.

# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

A distribuição t de  
Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento

## Exercício 5.4

- Não grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

### Observações:

- O SEM informa *quão bem você estimou a média* de cada grupo
- Os ICs não tem sobreposição  $\Rightarrow$  2 populações diferentes

## Pense...

Como comparar estes dois grupos?

- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Comparações entre 2 médias



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

- Frequentemente precisamos dividir os dados em dois grupos e comparar as médias.
- Isto pode ser usado para se estudar o efeito de um tratamento em relação a um grupo controle
- ou mesmo para se comparar dois tratamentos diferentes.



# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Quais são as variáveis?

- $x_1$  Hormônio não grávidas
- $x_2$  Hormônio grávidas (até 3 meses)
- Duas variáveis explícitas

## Primeira alternativa

- 1 “Explicar” a “relação” entre o hormônio  $x_2$  e o hormônio  $x_1$
- 2 Comparar  $x_2$  (grupo de interesse) com  $x_1$  (referência)

Esta relação pode ser expressa como

$$x_2 \sim x_1$$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Uma breve interrupção para mini-pânico



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

**Interpretação**

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

Suspense dramático...

# Uma breve interrupção para mini-pânico



Se você prestou atenção até aqui...

Temos **duas** variáveis.

Portanto temos duas médias (trivial).

Mas também temos **dois SEM!**

Esta relação pode ser expressa como

horm. grávidas  $\sim$  horm. não grávidas

Mais precisamente

horm. grávid. = horm. não grávid. + **Erro<sub>1</sub>** + **Erro<sub>2</sub>**

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament



# Duas opções



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

## Exercício 5.4

- Não grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

## Difícil

Calcular os dois ICs ( $x_1$  e  $x_2$ ), e compará-los diretamente

## Moleza

Calcular o IC da diferença ( $x_d$ ) usando o método da aula passada

# Duas opções



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

## Exercício 5.4

- Não grávidas: [90.0, 96.0]
- Grávidas: [105.4, 114.6]

## Difícil

Calcular os dois ICs ( $x_1$  e  $x_2$ ), e compará-los diretamente

## Moleza

**Calcular o IC da diferença ( $x_d$ ) usando o método da aula passada**



Neste caso podemos usar um truque para **trocar** um problema de 2 variáveis por outro de 1 variável.

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

**Interpretação**

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento



# 2 grupos *for dummies* ®



## Diferença entre 2 médias

- Comparar duas médias  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$ , consideramos a diferença média  $\bar{x}_d = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$
- Se  $\bar{x}_2$  for maior que  $\bar{x}_1 \Rightarrow$  diferença média é positiva
- Se  $\bar{x}_2$  for menor que  $\bar{x}_1 \Rightarrow$  a diferença média é negativa

## Intuição

Raciocínio: se as médias forem aproximadamente iguais, a **diferença média ( $\bar{x}_d$ ) será próxima de zero**

*Pense em **saldo***

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Quais são as variáveis?



- $x_1$  Hormônio não grávidas
- $x_2$  Hormônio grávidas (até 3 meses)
- $d = x_2 - x_1$  (uma variável)

## Segunda alternativa (método da aula passada)

“Explicar” a “relação” entre a diferença  $d$  e a referência (**zero**)

Esta relação pode ser expressa como

$$d \sim 0$$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Quais são as variáveis?

## Estratégia proposta

Temos duas variáveis.

Calculamos a **diferença** entre as médias e aplicamos o método da aula passada – IC de **uma** média.

moleza!

O que falta?

O que falta?

... precisamos do *SEM da diferença*.

Ou seja...

$$d = 0 + \text{Erro}_d$$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Quais são as variáveis?

## Estratégia proposta

Temos duas variáveis.

Calculamos a **diferença** entre as médias e aplicamos o método da aula passada – IC de **uma** média.

moleza!

O que falta?

O que falta?

... precisamos do *SEM da diferença*.

Ou seja...

$$d = 0 + \text{Erro}_d$$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Quais são as variáveis?

## Estratégia proposta

Temos duas variáveis.

Calculamos a **diferença** entre as médias e aplicamos o método da aula passada – IC de **uma** média.

moleza!

O que falta?

O que falta?

... precisamos do *SEM da diferença*.

Ou seja...

$$d = 0 + \text{Erro}_d$$

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento



# Erro padrão da diferença

- Lembre-se que para cada grupo:  $SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$
- Para a diferença entre 2 grupos, “somamos” os SEM
- Mas esta “soma” não é direta!
- É preciso levar em conta o uso do quadrado/raiz quadrada do DP (aula de variabilidade<sup>4</sup>)

$$SE = \sqrt{SEM_1^2 + SEM_2^2}$$

<sup>4</sup> não podemos somar DPs, mas podemos somar variâncias



# De volta à programação normal



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

Estratégia proposta

*SEM da diferença.*

- As amostras foram selecionadas aleatoriamente das respectivas populações
- As populações são Normais (Gaussianas)
- As duas populações possuem DP idênticos
- Todos os indivíduos de cada grupo vêm da mesma população
- Cada indivíduo é independente de todos os outros

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Exercício 4 (cap 5)



## Exercício 4 do cap 5

Os níveis séricos de um hormônio (fator Y) foram medidos em 100 mulheres não grávidas, e em 100 mulheres com até 3 meses de gravidez. Os ICs dos valores dos soros em ambos os grupos são:

- Grávidas: [105.4, 114.6]
- Não grávidas: [90.0, 96.0]

**O fator Y médio é diferente em mulheres grávidas e não grávidas?**

## Requisito

Pelas premissas do IC da média, você tem informações suficientes para calcular/interpretar cada um destes ICs?

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

### Diferenças: Exercício 5.4 (e 7.1)

- Média grávidas:  $\bar{x}_1 = 110$  unidades/ml
- Média não grávidas:  $\bar{x}_2 = 93$  unidades/ml
- Diferença entre as médias:  $\bar{x}_d = 17$  unidades/ml
- SEM da diferença:  $2.75$  unidades/ml
- $n_1 = 100, n_2 = 100$
- $df = (100 - 1) + (100 - 1) = 198$
- $t^* = 1.97$  (valor crítico tabelado)

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

## Bastidores: Exercício 5.4 (e 7.1)

- Média grávidas:  $\bar{x}_1 = 110$  unidades/ml
- Média não grávidas:  $\bar{x}_2 = 93$  unidades/ml
- Diferença entre as médias:  $\bar{x}_d = 17$  unidades/ml
- SEM da diferença: 2.75 unidades/ml
- $n_1 = 100$ ,  $n_2 = 100$
- $df = (100 - 1) + (100 - 1) = 198$
- $t^* = 1.97$  (valor crítico tabelado)

## Resultado: IC da diferença

**[11.6, 22.4] unidades/ml**

*E o que isso significa?*

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

## Interpretação

Estamos 95% *confiantes* que a diferença **real** entre os grupos está entre 11,6 e 22,4.

## Conclusão (“*nossos dados indicam que...*”)

o (...) fator Y de uma (...) grávida é (...) 17 unidades/ml maior que uma (...) não grávida (variando entre 11,6 e 22,4 unidades/ml).

Pense...

Preencha as lacunas acima.

## Interpretação

Estamos 95% *confiantes* que a diferença **real** entre os grupos está entre 11,6 e 22,4.

## Conclusão (“*nossos dados indicam que...*”)

o (...) fator Y de uma (...) grávida é (...) 17 unidades/ml maior que uma (...) não grávida (variando entre 11,6 e 22,4 unidades/ml).

## Pense...

Preencha as lacunas acima.



- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 Aprofundamento
  - Aprofundamento

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Grupos não pareados x pareados



Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

## Grupos não pareados

- Até agora assumimos que os grupos e participantes são **independentes**
- A única coisa que podemos fazer: **comparação global**
- ... a média do grupo A  $\times$  a média do grupo B

## Grupos pareados

- Existe um caso importante em que pode-se considerar que eles são dependentes: quando são pareados
- Isto é: cada participante de um grupo tem um correspondente no outro
- ... diferença entre cada par  $\Rightarrow$  média das diferenças

Quando faz sentido parear indivíduos de dois grupos?

- Mensurar o **mesmo** indivíduo antes e depois do procedimento (*baseline* x intervenção)
- Recrutamento aos pares, quando o par tem a(o) mesma(o)
  - idade/faixas etária
  - região demográfica
  - diagnóstico
- irmãos, pai/filho
- lateralidade (tratamento = lado E, controle = lado D)

# Qual das estimativas é mais precisa?

## Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

### Não pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

### Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto  $\Rightarrow$  depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Qual das estimativas é mais precisa?



## Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

### Não pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

### Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto  $\Rightarrow$  depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

# Qual das estimativas é mais precisa?

## Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

### Não pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

### Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto  $\Rightarrow$  depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundament

# Qual das estimativas é mais precisa?

## Exemplo 7.2

Ye e Grantham (1993) estudaram o mecanismo de absorção de fluido em cistos renais removidos de pacientes com doença renal policística. Incubaram os cistos em meio de cultura celular e mediram a diferença de peso em cada cisto (antes e depois da incubação).

### Não pareado

- 1 peso médio (todos, antes) = 6.51g (SEM 2.26g)
- 2 peso médio (todos, depois) = 7.02g (SEM 2.40g)
- 3 IC 95% [-6.48, 7.50]

### Pareado

- 1 ganho em **cada** cisto  $\Rightarrow$  depois - antes
- 2 ganho médio dos cistos = 0.50g (SEM 0.23g).
- 3 IC 95% [-0.03, 1.04]

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Interpretação

Participantes:  
pareados ou não  
pareados?

Aprofundamento

A escolha entre grupos pareados e grupos não pareados é estratégica (planejamento do estudo), e não uma questão de “preferência”.



- 1 Discussão da aula passada
  - Discussão da aula passada
- 2 A distribuição t de Student
  - A distribuição t de Student
- 3 Intervalo de Confiança da diferença entre duas médias
  - Interpretação
  - Participantes: pareados ou não pareados?
- 4 **Aprofundamento**
  - **Aprofundamento**

Comparando  
médias de 2  
grupos

Felipe  
Figueiredo

Discussão da  
aula passada

t de Student

IC diferença 2  
médias

Aprofundamento  
Aprofundamento

## Leitura recomendada

### ICH - E10 Choice of Control Group in Clinical Trials

- Seção 2.1 (*Placebo Control*)
- Cap. 3 (*CHOOSING THE CONCURRENT CONTROL GROUP*)

<http://www.ich.org> (este link é clicável)

## Leitura obrigatória

Capítulo 5. Seção: A distribuição  $t$

Capítulo 7: Pular as seções

- Cálculo do IC de grupos independentes
- Cálculo do IC de grupos pareados

## Exercícios de fixação

Interprete explicitamente todas as suas respostas.

- Cap 5: Exercício 4, 5 itens:
  - A (IC = [1200.7, 1205.3])
  - D (IC = [1201.1, 1204.9]).
- Cap 7: exercícios 1, 2 (IC = [5.271, 10.129]).