



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média

Aprofundamento

A distribuição Normal

Distribuição Normal, e IC da média

Felipe Figueiredo

Sumário

1

A distribuição Normal

- Distribuições de probabilidade
- A distribuição Normal
- Inferências

2

IC da média

- Interpretação
- Premissas
- O Erro Padrão

3

Aprofundamento

- Aprofundamento



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média

Aprofundamento

Discussão da aula passada



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média

Aprofundamento

Discussão da leitura obrigatória da aula passada

Pergunta central da aula



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

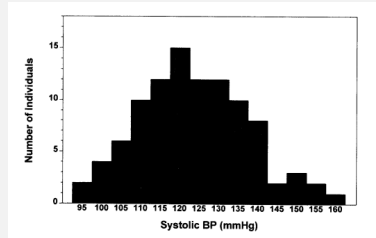
Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

O que é o IC em torno da média?

- (aula passada)
- Pressão sanguínea (PS) de todos os 100 alunos de uma sala
- Visualização da média e variabilidade dos dados



- Distribuições teóricas = **modelos** da realidade
- Aprender com os modelos \Rightarrow ferramenta

Na vida real

Distribuição “próxima” de um modelo \Rightarrow metodologia

Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 123,4$ mmHg.
Calculando o DP, encontramos $s = 14,0$ mmHg.

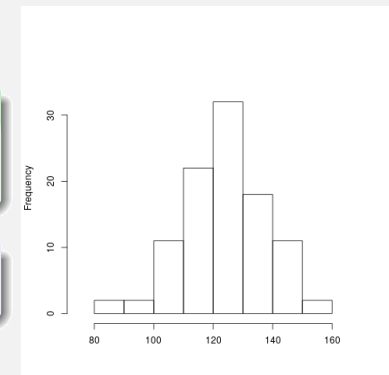
Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

Exemplo 5.1

- $\bar{x} = 123,4$ mmHg
- $s = 14,0$ mmHg

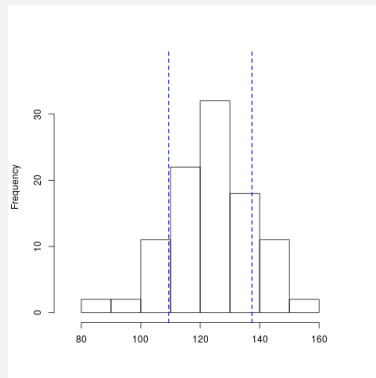
- Você vê a média?
- Você vê o DP?



Observações importantes



- Muitas medições próximas da média
- Poucas medições de PS muito baixas
- Poucas medições de PS muito altas
- Aprox. simétrica em torno da média



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

Distribuição Normal



A distribuição Normal

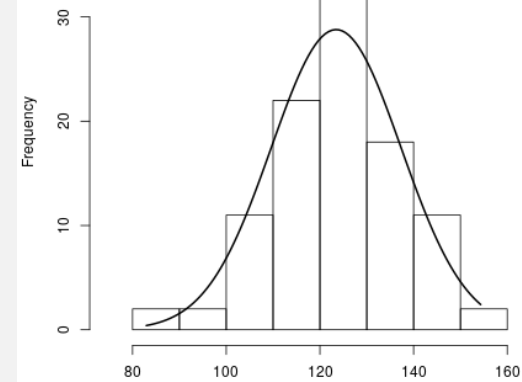
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento



Distribuição Normal, com DP



A distribuição Normal

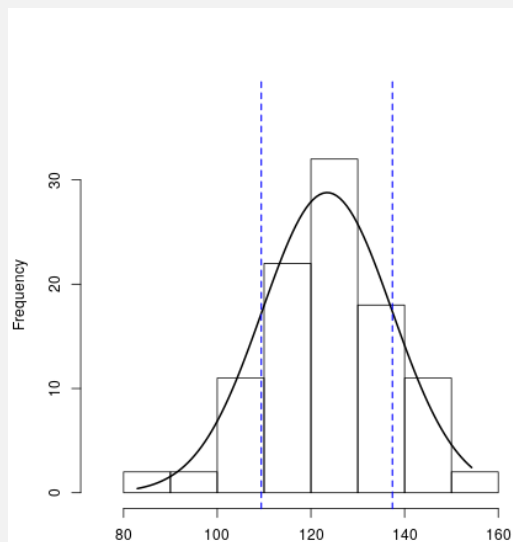
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento



E esta?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

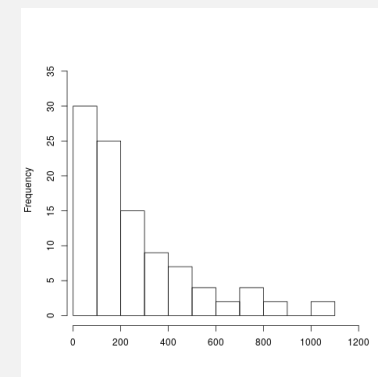
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

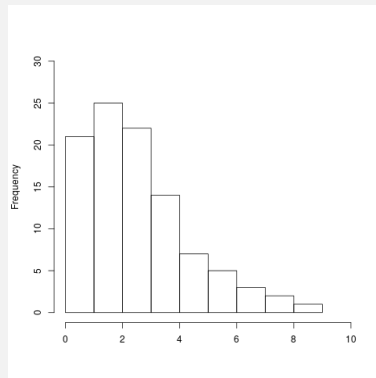
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



E esta?



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

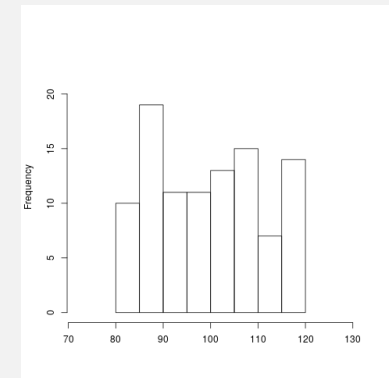
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- Muitas medições próximas da média?
- Poucas medições de PS muito baixas?
- Poucas medições de PS muito altas?
- Aprox. simétrica em torno da média?



A regra empírica



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- (aula passada)
- “mais da metade” dos dados estão a 1 DP da média
- “quase todos” os dados estão a 2 DP da média

A regra empírica



A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

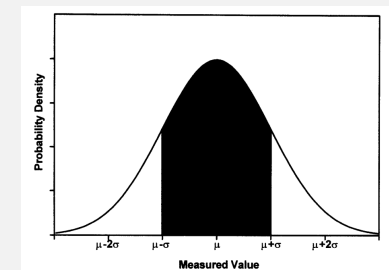
A distribuição Normal

Distribuições de probabilidade
A distribuição Normal
Inferências

IC da média

Aprofundamento

- 68% a até 1 DP da média
- 95% a até 2 DP da média
- 99,7% a até 3 DP da média



A regra empírica assume que...
... os dados são normalmente distribuídos.

Vamos recapitular o exemplo 5.1, antes de introduzir outro.

Exemplo 5.1

No exemplo, a PS dos 100 alunos (a turma inteira) foi visualizada em um histograma.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 123,4$ mmHg.
Calculando o DP, encontramos $s = 14,0$ mmHg.

Pense...

- Se a população for a turma, sabemos a média e o DP **com certeza**
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, como podemos *inferir* os parâmetros da população (digamos, com 95% de confiança)?

Exemplo 5.2

Das 100 medições de PS, você amostrou aleatoriamente 5 medições.
Valores aproximados: 120, 80, 90, 110 e 95 mmHg.

Calculando a média, encontramos $\bar{x} = 99,0$ mmHg.
Calculando o DP, encontramos $s = 15,97$ mmHg.

Pense...

- Se a população for a turma, podemos estimar a média e o DP da turma com os valores desta amostra?
- Se a turma é uma amostra de uma população maior, esta estimativa nos dá "mais confiança" sobre a população, ou menos?



A distribuição Normal
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

ICs dos exemplos

- IC do exemplo 5.1: 120,6 até 126,2 mmHg
- IC do exemplo 5.2: 79,2 até 118,8 mmHg

Relembre...

O que significa o IC?

Pense...

Observe os tamanhos dos ICs.



A distribuição Normal
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

Assumimos que estas coisas são verdadeiras para calcular/interpretar um IC

- A amostra foi selecionada aleatoriamente da população (sem reposição)
- A população é Normal (Gaussiana)
- Os indivíduos são independentes, uns dos outros



A distribuição Normal
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

Vídeo



A distribuição Normal
Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

Variabilidade

A variabilidade nos informa sobre a dispersão da amostra/população.

O erro padrão

O Erro Padrão nos informa quão boa é nossa **estimativa** da média.

$$SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- SEM = Erro Padrão da Média (em inglês)
- Conforme n aumenta \Rightarrow SEM diminui
- Conforme n aumenta $\Rightarrow \bar{x}$ "próximo" de μ

Lembrete

- \bar{x} – média da amostra (resultado/possível)
- μ – média da população (objetivo/inferência)

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

Interpretação

Quando queremos **inferir** a média da população a partir de uma amostra, qual é a incerteza associada a esta estimativa?

Pense...

E o desvio-padrão s ?

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- \bar{x} = média
- t^* é fixo (constante)
- Para amostras **grandes**, $t^* \approx 2$.

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

Perguntas

- 1 Se s aumenta, o SEM aumenta ou diminui?
- 2 Se s aumenta, o IC aumenta ou diminui?
- 3 Se t^* aumenta, o IC aumenta ou diminui?

A distribuição Normal

Felipe Figueiredo

A distribuição Normal

IC da média
Interpretação
Premissas
O Erro Padrão

Aprofundamento

De onde vem o IC apresentado no exemplo?

O que é necessário para seu cálculo?

O Erro Padrão – IC da média

Exemplo 5.1

$$IC : \bar{x} \pm t^* \times SEM$$

- $\bar{x} = 123.4$ mmHg, $s = 14.0$ mmHg e $N = 100$

- $SEM = \frac{14}{\sqrt{100}} = 1.4$ mmHg

- $t^* \approx 2$

- $IC = 123.4 \pm 2 \times 1.4$ mmHg

- $IC = 123.4 \pm 2.8$ mmHg

$$IC \approx [120.6, 126.2] \text{ mmHg}$$

Pense...

Dados dos exemplos

- Ex. 5.1: $\bar{x} = 123,4$ mmHg e $s = 14,0$ mmHg ($N = 100$)
- Ex. 5.2: $\bar{x} = 99,0$ mmHg e $s = 15,97$ mmHg ($N = 5$)

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg \Rightarrow IC: 120,6 – 126,2 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg? \Rightarrow IC?

Podemos reproduzir o mesmo método do 5.1 no 5.2?

- SEM do exemplo 5.1 = 1,4 mmHg
- SEM do exemplo 5.2 = 6,3 mmHg

Resposta

Não! Pois $N=5$ não é grande!

E daí?

Isso faz com que a aproximação $t^* \approx 2$ não seja válida.

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: 79,2 – 118,8 mmHg

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: **79,2 – 118,8 mmHg**

No caso do exemplo 5.2

- $\bar{x} = 99$ mmHg, SEM ≈ 6 mmHg
- A margem de erro seria $2 \times 6 \approx 12$ mmHg

⇒ O IC proposto seria **87 – 111 mmHg**

Pense...

Qual parece ser a margem de erro *real* do IC acima?

Lembrete – ICs dos exemplos

- O IC do exemplo 5.1: 120,6 – 126,2 mmHg
- O IC do exemplo 5.2: **79,2 – 118,8 mmHg**

No caso do exemplo 5.2

- Ambos SEM (5.1 e 5.2) estão corretos
- O IC proposto seria **87 – 111 mmHg**

$t^* \approx 2 \Rightarrow$ erro no 5.2

Pense...

Qual é a sua conclusão sobre esse t^* misterioso?

A estatística t

Esse t^* é uma *estatística*...

... que veremos na próxima aula.

Quiz!

Pergunta

O erro padrão, assim como o desvio padrão, é uma medida descritiva de dispersão:

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

Pergunta

São necessários para o cálculo do IC em torno da média:

- 1 Desvio padrão (s)
- 2 Observações independentes
- 3 Média (\bar{x})
- 4 N

Pergunta

Existem infinitas distribuições Normais.

- 1 Verdadeiro
- 2 Falso

O que é o IC em torno da média?

Leitura obrigatória

- Capítulo 4. Pular a seção **Intervalo de Predição**.
- Capítulo 5. Pular as seções:
 - Calculando o IC da média
 - A distribuição t (será abordado na próxima aula)

Leitura recomendada

Capítulo 4. seção **Intervalo de Predição**.