

Cálculo Numérico: Notas de Aula: Ponto Flutuante e Erros

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

1.2.2 Aritmética de Ponto Flutuante

IEEE – Institute of Electrical and Electronic Engineers

Representação em ponto flutuante normalizada

$$r = \text{sign} \times \text{mantissa} \times \text{base}^{\text{expoente}} = \pm 0.\text{dddd}...\text{dd} \times \beta^e$$

Forma normalizada: um zero antes da vírgula, primeiro dígito depois da vírgula não-nulo.

$$0.35 = 0.35 \times 10^0$$

$$5.47 = 0.547 \times 10^1$$

$$-123.456 = -12.3456 \times 10^1 = -1.23456 \times 10^2 = -0.123456 \times 10^3 \text{ (normalizada)}$$

$$\text{Normalizar Ex: } 2013.54 = 0.201354 \times 10^4$$

$$\text{Ex: } 0.000502 = 0.502 \times 10^{-3}$$

Sistema de ponto flutuante

$f(\beta, t, m, M)$, base β , t dígitos significativos, $-m \leq e \leq M$

Considere uma máquina com o sistema $f(10, 3, 5, 5)$

- Qual é o menor número positivo?

$$0.100 \times 10^{-5} = 10^{-6}$$

Representar um número menor que esse: **underflow**

- Qual é o maior número positivo?

$$0.999 \times 10^5 = 99900$$

Representar um número maior que esse: **overflow**

1.3.1 Erros Absolutos e Relativos

Erro absoluto: diferença entre o valor exato x e o valor aproximado \bar{x}

$$EA = x - \bar{x}$$

Cota superior para erro

$$3.14 \leq \pi \leq 3.15$$

Então:

$$\pi \in (3.14, 3.15)$$

$$|EA_\pi| = |\pi - \bar{\pi}| < 0.01$$

Erros absolutos são sempre iguais? Como comparar essas cotas para erros absolutos?

Seja $\bar{x} = 2112.9$ tal que $|EA| < 0.1$. Então $\bar{x} \in (2112.8, 2113)$.

Seja $\bar{y} = 5.3$ tal que $|EA| < 0.1$. Então $\bar{y} \in (5.2, 5.4)$.

$$ER = \frac{EA}{\bar{x}} = \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}}$$

$$|ER_x| < \frac{0.1}{2112.9} = 0.000047328 \approx 0.47 \times 10^{-4}$$

$$|ER_y| < \frac{0.1}{5.3} = 0.018867925 \approx 0.19 \times 10^1$$

Portanto x é representado com maior precisão que y .

1.3.2 Erros de Arredondamento e Truncamento

E quanto o número não pode ser representado na máquina, por falta de precisão?

$f(10, 4, 5, 5)$ e $x = 234.57$

Normalizando, temos $x = 0.23457 \times 10^3$ (5 dígitos na mantissa!)

Truncamento: $\bar{x} = 0.2345 \times 10^3$

Arredondamento $\bar{x} = 0.2346 \times 10^3$

$x = 0.2345 \times 10^3 + 0.00007 \times 10^3 = 0.2345 \times 10^3 + 0.7 \times 10^{-1}$

http://docs.oracle.com/cd/E19957-01/806-3568/ncg_goldberg.html