

# Cálculo Numérico: Notas de aula: Integração Numérica

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

Versão: 20150527

## Integração Numérica

### Pré-requisitos da aula

Área do trapézio (lados  $l_1, l_2$  e base  $h$ ):

$$A = \frac{h}{2}(l_1 + l_2)$$

Altura  $y$  no gráfico de uma função (como localizar as coordenadas de um ponto  $(x, f(x))$  no gráfico de uma função (onde  $y = f(x)$ ).

### Método dos Trapézios

1. Figura com gráfico, hachurar a área da integral
2. Figura com gráfico, hachurar a área do trapézio sobrescrito

Com 1 trapézio:

#### Exemplo 1

$$\int_0^1 x^3 dx \text{ com 1 trapézio}$$

$$h = 1 - 0 = 1$$

$$A \approx \frac{h}{2}(f(x_0) + f(x_1)) = \frac{1}{2}(0^3 + 1^3) = \frac{1}{2} = 0.5$$

Resposta: 0.5.

Obs: a resposta *exata* é 0.25!

#### Exemplo 2

$$\int_0^1 x^3 dx \text{ com 2 subdivisões}$$

$$h = \frac{1 - 0}{2} = 0.5$$

$$x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$$

$$\begin{aligned} A &\approx \frac{h}{2}(f(x_0) + f(x_1)) + \frac{h}{2}(f(x_1) + f(x_2)) \\ &= \frac{0.5}{2}(0^3 + 0.5^3 + 0.5^3 + 1^3) = 0.3125 \end{aligned}$$

Resposta: 0.3125 é mais próxima de 0.25!

**Exemplo 3**

$\int_0^1 x^3 \, dx$  com 4 subdivisões

$$h = \frac{1-0}{4} = 0.25$$

$$x_0 = 0, x_1 = 0.25, x_2 = 0.5, x_3 = 0.75, x_4 = 1$$

$$A \approx \frac{h}{2}((f(x_0) + f(x_1)) + (f(x_1) + f(x_2)) + (f(x_2) + f(x_3)) + (f(x_3) + f(x_4)))$$

$$= \frac{0.25}{2}(0^3 + 0.25^3 + 0.25^3 + 0.5^3 + 0.5^3 + 0.75^3 + 0.75^3 + 1^3)$$

$$= \frac{0.25}{2}(0^3 + 2 \times 0.25^3 + 2 \times 0.5^3 + 2 \times 0.75^3 + 1^3) = 0.265625$$

Obs: Resposta 0.265625 bem mais próxima ainda de 0.25!

**Exercício**

$\int_1^2 e^x \, dx$ , com 4 subdivisões  
R: 6.495075917

$$h = \frac{2-1}{4} = 0.25$$

$$x_0 = 1, x_1 = 1.25, x_2 = 1.5, x_3 = 1.75, x_4 = 2$$