

Cálculo Numérico: Lista de Integração Numérica

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

Versão: 20150526

1 Formulário

Seja $I = \int_a^b f(x) \, dx$ a integral de $f(x)$ no intervalo $[a, b]$. Seja $h = b - a$.

Pela regra do trapézio, podemos aproximar numericamente o valor de I por:

$$I \approx \frac{h}{2} (f(a) + f(b))$$

Pela regra dos trapézios repetidos, podemos aproximar numericamente o valor de I com:

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_1) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) + f(x_n)) = \\ &= \frac{h}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) \end{aligned}$$

2 Exercícios

1. Encontre uma aproximação das seguintes integrais com o método dos trapézios repetidos, com a quantidade de subdivisões requerida:

- (a) $f(x) = x^2$, em $[1, 2]$, com 4 subdivisões
- (b) $f(x) = \sqrt{x}$ em $[1, 2]$, com 5 subdivisões
- (c) $f(x) = \ln(x)$, em $[1, 4]$, com 3 subdivisões
- (d) $f(x) = \sin x$, em $[-3.14, 3.14]$, com 4 subdivisões
- (e) $f(x) = 2^x$, em $[0, 2]$, com 4 subdivisões
- (f) $f(x) = \frac{1}{1+x}$, em $[0, 1]$, com 2 subdivisões

2. Aproxime as seguintes integrais usando a regra dos trapézios, com um único trapézio, isto é, sem subdividir o intervalo de integração.

- (a) $\int_1^{1.5} x^2 \ln x \, dx$
- (b) $\int_1^{1.6} \frac{2x}{x^2 - 4} \, dx$
- (c) $\int_{-0.25}^{0.25} \cos^2 x \, dx$

3 Problemas

3. Considere a seguinte tabela:

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
$f(x)$	0.000	1.770	0.207	0.005	0.143

Use a regra dos trapézios repetidos para encontrar a integral para aproximar a integral $\int_0^2 f(x) \, dx$.

4. A função $f(x) = e^{(x^2)}$ não possui primitiva, que pode ser encontrada pelas técnicas de integração do Cálculo, mas sua integral definida pode ser aproximada numericamente. Encontre uma aproximação de $I = \int_0^1 e^{x^2} dx$ usando a regra dos trapézios com 4 subdivisões.
5. Como o logaritmo natural $\ln(x)$ é a primitiva de $\frac{1}{x}$, podemos aproximar o valor do logaritmo usando a integração numérica.
- Encontre uma aproximação de $\ln(2)$ integrando numericamente $f(x) = \frac{1}{x}$ em $[1, 2]$, usando um único trapézio (isto é: $h = 1$).
 - Encontre a mesma integral numérica, usando 2 trapézios
 - Use sua calculadora ou computador para encontrar o valor de $\ln(2)$ e calcule o erro absoluto entre as respostas dos itens anteriores e este valor.
6. (Burden & Faires 2010 - adaptado) Uma chapa corrugada é construída comprimindo uma chapada de metal até que ela forme uma onda senoidal.



Um cliente precisa que você construa uma chapa corrugada com meio metro de comprimento, e que a altura de cada onda seja de 1cm. O problema de encontrar o comprimento da chapa plana inicial é equivalente a determinar o comprimento da curva $f(x) = \sin x$. Do Cálculo Integral, sabe-se que este comprimento é dado pela integral $\int_0^{50} \sqrt{1 - (f'(x))^2} dx = \int_0^{50} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx$. Qual é o comprimento da chapa plana necessário para produzir a chapa corrugada que o cliente deseja?

7. (Burden & Faires 2010 - adaptado) Um carro de corrida completa uma volta na pista em 84 segundos. Um radar portátil afere a velocidade do carro (em m/s) a cada 6 segundos, que estão representados na tabela a seguir.

tempo	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84
velocidade	37	40	45	47	44	40	36	33	30	25	23	27	31	35	37

Qual é o comprimento da pista?