

Cálculo Numérico: Lista de Fatoração LU

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

Versão: 20150519

1 Formulário

Seja A uma matriz quadrada $n \times n$. Os fatores L e U que decompõe a matriz A são:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ e } U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{bmatrix},$$

onde os números m_{ij} na matriz L são os multiplicadores em cada etapa da Eliminação de Gauss, e a matriz U é o resultado final da Eliminação.

Para resolver o sistema $Ax = b$ usando a fatoração LU, basta resolver os dois sistemas triangulares:

1. $Ly = b$

2. $Ux = y$

2 Exercícios

1. Para cada matriz de coeficientes A e cada vetor b abaixo, resolva o sistema linear $Ax = b$ usando o Método da Fatoração LU:

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 11 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} -11 & 22 & -3 \\ 22 & -44 & 6 \\ -5 & 7 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

(d) $A = \begin{bmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 0.0 \\ 0.9 & -1.0 & 3.7 & 0.0 \\ -2.3 & 0.2 & -0.1 & 0.0 \\ -5.0 & 0.2 & -0.1 & 4.0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -2.5 \\ -5.2 \\ 0.0 \end{bmatrix}$

(e) $A = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.25 & 0.37 \\ 1.00 & -2.04 & 0.00 \\ -3.76 & 2.00 & 1.71 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0.50 \\ 0.45 \\ 0.13 \end{bmatrix}$

(f) $A = \begin{bmatrix} 1.0 & 2.0 & 3.0 & -1.5 \\ -1.4 & 0.0 & 4.0 & -2.0 \\ -0.7 & 2.2 & 2.6 & -1.3 \\ 0.0 & 0.0 & -0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 2.0 \\ 3.0 \\ 4.0 \end{bmatrix}$

(g) $A = \begin{bmatrix} 1.0 & 2.0 & 3.0 & -1.5 \\ -1.4 & 0.0 & 4.0 & -2.0 \\ -0.7 & 2.2 & 2.6 & -1.3 \\ 0.0 & 0.0 & -0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 2.0 \\ 3.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$