

# Cálculo Numérico: Lista de Método de Newton

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

## 1 Formulário

### Sequência

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

### Critérios de parada

1. Número máximo de iterações (passos)  $k$
2. Precisão: distância entre duas aproximações consecutivas  $\varepsilon$

$$\varepsilon = |x_k - x_{k-1}|$$

3. Precisão: valor absoluto da função  $\varepsilon$

$$\varepsilon = |f(x_k)|$$

## 2 Exercícios

1. Encontre uma aproximação para a raiz das funções abaixo, com cada ponto inicial dado. Use o método de Newton até atingir a precisão de  $\varepsilon < 10^{-2}$  ou  $k = 4$  passos, o que ocorrer primeiro. Identifique na sua resposta a sequência  $x_k$  obtida, e use o último  $x_k$  como resposta aproximada  $\bar{x}$ :

- (a)  $f(x) = x$ , com  $x_0 = 1.5$
- (b)  $f(x) = x$ , com  $x_0 = 10$
- (c)  $f(x) = x^2 - 4$ , com  $x_0 = 5$
- (d)  $f(x) = x^3$ , com  $x_0 = -3$
- (e)  $f(x) = x^3 - 1.5x$ , com  $x_0 = 6$
- (f)  $f(x) = xe^x$ , com  $x_0 = 1.1$
- (g)  $f(x) = \sin x$ , com  $x_0 = 3.14$

2. Determine o erro absoluto e o erro relativo da aproximação  $\bar{x}$  encontrada em cada item do exercício 1, considerando que as soluções exatas são:

- (a)  $x = 0$
- (b)  $x = 0$
- (c)  $x = 2$
- (d)  $x = 0$
- (e)  $x = \sqrt{1.5}$
- (f)  $x = 0$
- (g)  $x = 0$

### 3 Problemas

3. (Comparação entre Bissecção e Newton) Entenda como se compara a eficiência entre os métodos da Bissecção e Newton.
  - (a) Estime quantas iterações são necessárias para o Método da Bissecção achar a raiz da função  $f(x) = \ln x$  em  $[0.5, 3.5]$  com precisão  $\varepsilon < 10^{-2}$
  - (b) Aplique o Método de Newton com valor inicial  $x_0 = 2$  até esta precisão.
  - (c) Compare o número de iterações necessário.
  - (d) (Perspectiva) Qual é a raiz exata desta função no intervalo acima?
4. O número  $\pi$  pode ser aproximado usando o método de Newton usando a função  $f(x) = \cos x - 1$  e o valor inicial  $x_0 = 3$ . Encontre uma aproximação com precisão de  $\varepsilon < 10^{-3}$
5. (Conjugação de métodos) Quando não se tem um bom ponto de partida  $x_0$  para se aplicar o Método de Newton, podemos usar algumas iterações do Método da Bissecção para obtê-la.