

# Cálculo Numérico: Lista de Fatoração LU

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

Versão: 20150519

## 1 Formulário

Seja  $A$  uma matriz quadrada  $n \times n$ . Os fatores  $L$  e  $U$  que decompõe a matriz  $A$  são:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ e } U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{bmatrix},$$

onde os números  $m_{ij}$  na matriz  $L$  são os multiplicadores em cada etapa da Eliminação de Gauss, e a matriz  $U$  é o resultado final da Eliminação.

Para resolver o sistema  $Ax = b$  usando a fatoração LU, basta resolver os dois sistemas triangulares:

1.  $Ly = b$

2.  $Ux = y$

## 2 Exercícios

1. Para cada matriz de coeficientes  $A$  e cada vetor  $b$  abaixo, resolva o sistema linear  $Ax = b$  usando o Método da Fatoração LU:

(a)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$

(b)  $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 11 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix}$

(c)  $A = \begin{bmatrix} 22 & -44 & 6 \\ -5 & 7 & -1 \\ -11 & 22 & -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

(d)  $A = \begin{bmatrix} -5.0 & 0.2 & -0.1 & 4.0 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 & 0.0 \\ 0.9 & -1.0 & 3.7 & 0.0 \\ -2.3 & 0.2 & -0.1 & 0.0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.1 \\ -2.5 \\ -5.2 \end{bmatrix}$

(e)  $A = \begin{bmatrix} -3.76 & 2.00 & 1.71 \\ 1.00 & -2.04 & 0.00 \\ 0.00 & 0.25 & 0.37 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0.13 \\ 0.45 \\ 0.50 \end{bmatrix}$

(f)  $A = \begin{bmatrix} -1.4 & 0.0 & 4.0 & -2.0 \\ -0.7 & 2.2 & 2.6 & -1.3 \\ 1.0 & 2.0 & 3.0 & -1.5 \\ 0.0 & 0.0 & -0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 3.0 \\ 1.0 \\ 4.0 \end{bmatrix}$