

Cálculo Numérico: Lista Método da Bissecção

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

1 Formulário

Teste

Se $f(a)f(x) > 0$, então $a = x$.
Caso contrário, então $b = x$.

Critérios de parada

1. Número máximo de iterações (passos) k
2. Precisão: erro máximo ε

$$\varepsilon = b - a$$

2 Exercícios

1. Encontre uma aproximação para a raiz contida em cada intervalo abaixo para cada função. Use o método da bissecção até atingir a precisão de $\varepsilon < 10^{-2}$ ou $k = 4$ passos, o que ocorrer primeiro. Identifique na sua resposta a sequência x_k obtida, e use o último x_k como resposta aproximada \bar{x} :
 - (a) $f(x) = x$, em $[-1, 3]$
 - (b) $f(x) = x$, em $[-1, 4]$
 - (c) $f(x) = x^2 - 4$, em $[1.5, 3]$
 - (d) $f(x) = x^3$, em $[-0.5, 1]$
 - (e) $f(x) = x^3 - 1.5x$, em $[1, 2.5]$
 - (f) $f(x) = xe^x$, em $[-0.5, 1]$
 - (g) $f(x) = \sin x$, em $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$ (Sugestão: use $\pi \approx 3.1416$)
2. Determine o erro absoluto e o erro relativo da aproximação \bar{x} encontrada em cada item do exercício 1, considerando que as soluções exatas são:
 - (a) $x = 0$
 - (b) $x = 0$
 - (c) $x = 2$
 - (d) $x = 0$
 - (e) $x = \sqrt{1.5}$
 - (f) $x = 0$
 - (g) $x = 0$
3. Faça o estudo de sinais das funções do exercício 1 e isole as raízes em intervalos que contenham uma única raiz, cada. (Obs: existem várias respostas possíveis. Encontre a sua!)

3 Problemas

4. O problema “encontrar a raiz de $f(x) = x^2 e^x$ em $[-0.3, 1.2]$ ” não pode ser resolvido pelo método da bissecção. Por que?
5. (Desafio) O método da bissecção pode ser utilizado para encontrar uma aproximação de $\sqrt{2}$. Pense e identifique uma função apropriada que tenha como raiz o número $\sqrt{2}$ e use um intervalo apropriado para aplicar o método com tolerância $\varepsilon < 10^{-2}$.
6. Quantas iterações do método da bissecção são necessárias para atingir a precisão $\varepsilon < 10^{-3}$ para a função $f(x) = \frac{\cos x}{|x \log x|}$ no intervalo $[\pi, 2\pi]$?
7. (baseado em fatos reais) Você trabalha como administrador Linux de um servidor de emails, mas após uma pane elétrica o arquivo de emails do gerente foi corrompido. Esse cliente precisa com urgência das informações contidas em um email específico antes de uma reunião, mas depende de você para recuperá-lo. Ele lhe fornece uma palavra chave específica que ele garante estar contida apenas no email que ele precisa, e pode ser usada para buscá-lo na inbox. Como o a inbox do usuário é um arquivo texto com 10732891 linhas, você não pode simplesmente abri-lo num editor de textos e fazer a busca pois a memória do computador não suporta um arquivo deste tamanho. Você decide usar um comando do UNIX que lhe permite localizar uma palavra em arquivos de qualquer tamanho de maneira eficiente (quase instantânea) e decide usar isso para cortar o arquivo pela metade várias vezes até que o arquivo final seja pequeno o suficiente para ser aberto e o email recuperado. Quantas iterações desse processo serão necessárias para que o arquivo final tenha menos de 10000 linhas?