

7. Tutorium - Algorithmen I

Nina Zimbel

03.06.2015

- Zu den Übungsblättern und zum Feedback
- Heaps
- Wiederholung

Übungsblätter und Feedback

Zu den Übungsblättern

- Quicksort worst case: $O(n^2)$
- Oft reicht bei Algorithmen auch schon highlevel Beschreibung. Es muss nicht immer Pseudocode sein. → weniger Fehler

Zum Feedback:

- evtl. mehr an der Tafel
- evtl. mehr fortführender Stoff
- Falls ihr euch bei meiner Korrektur unfair behandelt fühlt kommt auf mich zu!

Heaps

Operationen:

- buildHeap
- deleteMin
- insert

Heaps

Operationen:

- buildHeap
- *siftDown*
- deleteMin
- insert

Heaps

Operationen:

- buildHeap
- *siftDown*
- deleteMin
- insert
- *siftUp*

Adressierbare Prioritätslisten

zusätzlich: Proxy-Array zusätzliche Operationen:

- remove
- decreaseKey

Matrixprodukt

Aufgabe 1

Gegeben sind zwei Matrizen A, B aus $N^{n \times n}$. Geben Sie Pseudocode an, der das Produkt von A und B berechnet und geben Sie die Laufzeit im Θ -Kalkül an.

Die Struktur „Matrix“ bietet folgende Funktionen:

- $M.get(int\ x, int\ y)$ gibt $m_{x,y}$ zurück
- $M.set(int\ x, int\ y, int\ v)$ setzt $m_{x,y}$ auf den Wert v
- $M.size()$ gibt die Spalten/Zeilenanzahl n der Matrix zurück.

Diese Operationen können alle in $\Theta(1)$ durchgeführt werden.

Master-Theorem

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Rekurrenzen im Θ -Kalkül mit dem Master-Theorem.

- $T(1) = 1, T(n) = 6T(\frac{n}{3}) + 4n, n = 3^k$
- $S(1) = 23, S(n) = 1000 + n + 5S(\frac{n}{5}), n = 5^k$

k natürliche Zahl

Sortieren

Aufgabe 3

Nennen Sie je einen Vorteil von Radix-Sort gegenüber Quicksort und von Heapsort gegenüber Quicksort.

Unbounded Arrays

Aufgabe 4

Welche der folgenden Operationen eines unbeschränkten Feldes liegen im schlimmsten Fall in $\Theta(n)$ (ohne Amortisierung)?

- popBack
- Folge von n pushBacks
- Elementzugriff
- Größe bestimmen

Bounded Array vs. Linked List

Aufgabe 5

Was sind Vor- und Nachteile von beschränkten Feldern gegenüber einfach verketteten Listen?

Hashing

Aufgabe 6

Gegeben sei eine Hashtabelle mit 6 Einträgen und Puffergröße 3, sowie die Hashfunktion

$$h(x) = ((x \text{ DIV } 10) + 3) \text{ MOD } 6.$$

Fügen Sie die Elemente 17, 53, 140, 73, 6, 111 ein.

Verwenden Sie Hashing mit linearer Suche. (Indizes der Hashtabelle beginnen bei 0)

Heaps

Aufgabe 7

Ein Array[1..h] stelle einen impliziten binären Heap dar. Geben Sie sowohl den Index des Parents als auch des rechten Kindes für das Element j an, gegeben dass beide existieren.

Doubly linked list

Aufgabe 8

Wie lautet die Datenstrukturinvariante für doppelt verkettete Listen aus der Vorlesung?

Dummy-Element

Aufgabe 9

Nennen Sie ein Beispiel, welchen Nutzen das Dummy-Element in einer doppelt-verketteten Liste hat.

O-Kalkül

Aufgabe 10

Gegeben seien zwei Funktionen f und g . Zeigen Sie:

$$g = O(f) \Leftrightarrow f = \Omega(g)$$

Selection Sort

Aufgabe 11

Gehen Sie im Folgenden von einer Array-Implementierung von Selection-Sort aus.

- a) Konstruieren Sie eine Worst-Case-Eingabe für $n=5$.
- b) Geben Sie die Laufzeit für eine Sequenz von n Elementen im schlimmsten Fall an.
- c) Welchem Sortier-Algorithmus ähnelt Selection Sort?

Hashing

Aufgabe 12

Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil von Hashing mit verketteten Listen gegenüber Hashing mit linearer Suche.

Quicksort Ternary

Aufgabe 13

Sortieren Sie die Zahlen $\langle 4, 2, 7, 4, 8, 3, 2, 4, 9 \rangle$ mittels Quicksort. Benutzen Sie Quicksort Ternary (mit den drei Mengen $\langle p, =p, >p \rangle$).

Stellen Sie die Rekursion als Baum dar. Der Pivot eines (Teil-)Arrays der Länge n ist das $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ -te Element.

Heap - deleteMin

Aufgabe 14

Gegeben sei folgende Darstellung eines binären Heaps als Array mit den Indizes 1..8: [3,12,9,13,13,12,13,42].

Geben Sie den Inhalt des Arrays an (ohne entferntes Element), nachdem deleteMin ausgeführt worden ist.

Erwartungswert

Aufgabe 15

Gegeben sei ein Würfel, auf dem eine 1, zweimal die 2 und dreimal die 3 abgebildet ist. Das würfeln jeder Seite sei gleich wahrscheinlich. Geben Sie den Erwartungswert der Summe X der gewürfelten Zahlen nach 4 Würfeln an.

Laufzeitverhalten

Aufgabe 16

Vergleichen Sie das asymptotische Laufzeitverhalten von f und g .

$f(n) = k^n, g(n) = (k + 1)^n, k$ aus $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ fest.

Doktor Metas Geheimnis

Aufgabe 17

Der geniale und ebenso vergessliche Superbösewicht Doktor Meta möchte seinen Vornamen vor der Welt geheim halten, tendiert jedoch dazu, ihn hin und wieder selbst zu vergessen. Aus diesem Grund hat er sich ein Verschlüsselungsverfahren überlegt, das seinen Vornamen auf ein Geheimwort abbildet und das Geheimwort auf die Unterseite seines Kopfkissens geschrieben. Das Verschlüsselungsverfahren arbeitet wie folgt:


```

function hideMyName(Arr[1...n] of Character): Arr[1...n] of Character
for  $i = 1$  to  $n$  do
    | Arr[i]  $\leftarrow$  convertToChar( (convertToInt(Arr[i]) + 3) mod 26 )
    | //Die Konvertiermethoden bilden einen Buchstaben auf seine Stelle im
    | //Alphabet ab (beginnend bei 0) und umgekehrt.
end
ShiftToRight(Arr, 3)
//Rechts-Shift von Arr um 3 (zyklisch)
return Arr

```

Das Geheimwort lautet „WRUGRN“. Wie laute der Vorname von Doktor Meta?