

11. Tutorium - Algorithmen I

Nina Zimbel

01.07.2015

Heute:

- Bellman-Ford
- MSTs: Jarník-Prim, Kruskal
- Union-Find
- Aufgaben zu MSTs

Klausuraufgabe (SS10): MSTs

Gegeben sei ein ungerichteter zusammenhängender Graph G , in dem jede Kante mit einem positiven Gewicht versehen ist. In G sei ein einfacher Kreis markiert, so dass alle Kreiskanten ein Gewicht $< r$ und alle Kanten außerhalb des Kreises ein Gewicht $> r$ haben für ein $r \in \mathbb{R}_+$.

Hinweis: In einem einfachen Kreis haben alle Knoten Grad 2.

- a. Zeichnen Sie in den beiden identischen Beispielgraphen jeweils einen MST ein. Dabei soll jeder MST mindestens eine Kante des markierten Kreises enthalten, die der andere MST nicht enthält.
- b. Sei G ein Graph wie in der Einleitung beschrieben. Sei k die Anzahl der Kanten auf dem markierten Kreis in G . Zeigen Sie: Jeder MST in G enthält genau $k - 1$ Kanten des markierten Kreises.

Kreativaufgabe: Streaming MST

Gegeben sei ein zusammenhängender Graph G mit n Knoten und m Kanten, dessen Knoten lokal gespeichert sind, und dessen Kanten über eine Netzwerkverbindung o. ä. gestreamt werden. Man hat nicht genug Speicherplatz um alle Kanten lokal zu Speichern, da lokal nur $O(n)$ Platz verfügbar ist. Die Kanten kommen in einer beliebigen Reihenfolge an, sie sind insbesondere nicht sortiert. Die Kanten werden aber einzeln angefordert, wir haben hier kein Echtzeitproblem.

Stufe 1: Gib einen Algorithmus an, der einen MST von G unter diesen Einschränkungen bestimmt.

Stufe 2: Verbessere diesen Algorithmus so, dass er nur $O(m \log n)$ Rechenzeit benötigt.

Kreativaufgabe: BFS inplace

- gegeben ein Graph mit festgelegter Darstellung (siehe Tafel)
- führe darauf BFS mit $O(1)$ zusätzlichem Speicherplatz aus
- Laufzeit darf schlechter sein als übliche BFS
- Art der Darstellung des Graphen soll erhalten bleiben, es ist jedoch erlaubt z.B. die Knoten im Knotenarray zu permutieren
- für jeden Knoten soll eine unbekannte Funktion f aufgerufen werden, die als Eingabe die Knoten-ID und die Ebene (Entfernung zum Startknoten) des Knotens hat. Es kann angenommen werden, dass f während der Ausführung $O(1)$ und nach der Ausführung keinen Speicher benötigt.