

Università degli Studi di Salerno  
Laurea in Statistica per i Big Data

STATISTICAL LEARNING  
Prof. Pietro Coretto  
pcoretto@unisa.it

SYLLABUS

**Sommario.** Il corso si propone di introdurre i metodi di apprendimento statistico automatico (*Machine Learning*) con particolare enfasi sulle applicazioni per i grandi data sets moderni (big data). Oggetto di studio sono i principali metodi ed algoritmi di apprendimento supervisionato e non supervisionato (*supervised e unsupervised learning*). Le lezioni affronteranno questioni concettuali, metodologiche e computazionali. Gli algoritmi e i metodi oggetto del corso saranno implementati ed illustrati mediante l'uso dell'ambiente di calcolo *R*.

Indice

1	Organizzazione della didattica . . . . .	1
2	Materiali didattici . . . . .	2
3	Programma dettagliato . . . . .	2
4	Esame e valutazione del profitto . . . . .	4
5	Riferimenti bibliografici . . . . .	4

1 Organizzazione della didattica

**Lezioni.** Le lezioni si terranno nel periodo 19 settembre – 16 dicembre 2022 per un totale di 60h corrispondenti a 10cfu. Di seguito si riporta la programmazione settimanale.

MER	15:10-16:50	Aula 5	[Edificio C2]
GIO	08:30-11:10	Aula 2	[Edificio C]
VEN	10:10-11:50	Aula 2	[Edificio C]

**Avvisi e ricevimento.** Per quanto riguarda gli avvisi ed il ricevimento studenti consultare l'[homepage](#) del docente. Il calendario esami sarà disponibile attraverso la [bacheca appelli](#) di ateneo.

## 2 Materiali didattici

Slides, software, scripts, note, esercitazioni e prove d'esame saranno distribuiti durante tutta la durata del corso. La distribuzione del materiale si basa sulla piattaforma di ateneo Google Workspace. L'accesso alle risorse condivise richiede un account [@studenti.unisa.it](#).

Durante le lezioni ci sarà un continuo approfondimento delle questioni computazionali attraverso l'uso del linguaggio di programmazione R. Il software **R-base** e le librerie aggiuntive necessarie per il corso sono disponibili sotto licenza GPL attraverso il *Comprehensive R Archive Network* ([CRAN](#)) per tutti i principali sistemi operativi.

Il libro di [James et al. \(2021\)](#) è da considerarsi come testo principale del corso. In molti casi faremo anche riferimento al testo di [Hastie et al. \(2009\)](#). La valutazione del profitto riguarderà solo gli argomenti affrontati al corso, di conseguenza i testi consigliati vanno studiati solo per le parti trattate al corso. Tuttavia, sarà sempre necessario integrare la bibliografia consigliata con i materiali forniti durante le lezioni.

## 3 Programma dettagliato

**Lezione 1–2 (presentazione del corso e nozioni introduttive).** Presentazione del corso – problemi di learning – supervised vs. unsupervised learning – batch vs online learning – learning ed ottimizzazione – metodi ed algoritmi – nozione intuitiva di complessità – accuratezza vs interpretabilità dei modelli – training, testing e validation – rappresentazione vettoriale degli input/output – distinzione tra dati osservati e popolazione – richiami di teoria della probabilità (variabili casuali 0-1, funzione indicatrice, valori attesi di funzioni indicatrici, legge dei grandi numeri per variabili casuali 0-1, valore atteso condizionato e sue proprietà).

**Lezione 3–4 (classificazione).** Problema di classificazione – 0-1 loss, error rate, error rate condizionato – problema di classificazione 2-class: classificatore ottimale, derivazione del classificatore ottimale Bayesiano derivazione e calcolo del Bayes Error, – problema multi-class: classificatore Bayesiano ottimale, error rate ed error rate condizionato calcolo del Bayes Error.

**Lezione 5–8 (metodi di classificazione logistici).** Modello di regressione logistica – stima di massima verosimiglianza (ML) – classificatore logistico – algoritmi ed implementazioni software – parametri e rilevanza delle features – linearità della decision boundary – separabilità delle classi – error rate e limiti della stima in-sample – regressione logistica nei problemi multi-class – metodo “*one-vs-all*” – modello multinomial-logit – classificazione multinomial-logit.

**Lezione 9–13 (elementi di geometria e probabilità nello spazio  $\mathbb{R}^p$ ).** Nozione intuitiva di distanza in  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^2$  – distanza e metriche in  $\mathbb{R}^p$  – distanza di Minkowski e

casi particolari (Manhattan, Euclidea, Chebyshev) – intorno e prossimità geometrica di un punto in  $\mathbb{R}^p$  – matrice di distanze e sua visualizzazione – momenti variabili casuali a valori in  $\mathbb{R}^p$  – matrice di varianza-covarianza – proprietà della matrice di varianza-covarianza – matrice di correlazione – modello di covarianza diagonale, sferico e pieno – stimatori empirici dei momenti – proprietà asintotiche degli stimatori empirici – dispersione lungo una proiezione – misure di dispersione multivariata – variabile casuale Normale multivariata – cenni alle variabili casuali ellittico-simmetriche – scatter non-sferici e misure di distanza – distanza di Mahalanobis – centralità multivariata nel caso sferico e non sferico.

**Lezione 14–17 (classificazione con features continue).** Prior probability e class conditional density – classificatore ottimale Bayesiano – panoramica sui metodi LDA, QDA, metodi Kernel, e naive Bayes – differenza concettuale tra metodi logistici e metodi density based – modello con classi Gaussiane omoschedastiche – LDA: classificatore ottimale Bayesiano, linearità della decision boundary garanzie teoriche e performance sperimentali – modello con classi Gaussiane eteroschedastiche – QDA: classificatore ottimale Bayesiano, forma quadratica della decision boundary garanzie teoriche e performance sperimentali –  $k$ -Nearest Neighbors (kNN): classificatore kNN, ruolo dell'iperparametro  $k$ , non-linearità della decision boundary, garanzie teoriche ed evidenza sperimentale.

**Lezione 18 (metriche di performance e metodi thresholding).** Matrice di confusione nei problemi 2-class – paradosso dell'accuratezza – metriche di performance basate sulla matrice di confusione:  $FPR$ , specificity e sensitivity ( $TPR$ ),  $FDR$ , precision, F-score, coefficiente di Matthew – trade-off tra  $FPR$  e  $TPR$  – thresholding e controllo del  $FPR$ -vs- $TPR$  – curva ROC, AUC.

**Lezione 19–21 (model selection and model validation).** Modelli, complessità, flessibilità ed iperparametri – test error (generalization error), expected prediction error, e training error – decomposizione dell'errore e *bias-variance trade-off* – ottimismo del training error – validazione e selezione del modello – cross-validation – Monte Carlo Cross-Validation (MCCV) –  $k$ -fold Cross-Validation (kFCV) – Leave-One-Out Cross-Validation (LooCV) – standard errors approssimati per la CV – intervalli di confidenza approssimati per la CV – trade-off nella scelta di  $k$  nella kFCV – garanzie teoriche e performance sperimentale della CV – CV per la selezione del modello – regola di selezione *one-standard-error* – CV per la validazione del modello.

**Lezione 22–25 (Riduzione della dimensionalità e data compression).** Unsupervised learning come stima incondizionata – il problema della riduzione della dimensionalità – direzioni e proiezioni nello scatter – definizione di componenti principali (PC) – PC come soluzione di un problema di ottimizzazione sequenziale – geometria delle PC – decomposizione spettrale della matrice di covarianza – calcolo delle PC basato sullo spettro della matrice di covarianza – proprietà statistiche delle componenti principali – analisi delle componenti principali (PCA) – correlation circle plots e biplots – il problema della compressione dei dati – reversibilità della trasformata PC – proiezioni dei dati lungo le PC – Reconstruction error (Frobenius loss) – *low-rank reconstruction* e teorema di Eckart-Young-Mirsky – immagini (raster) come dati: matrice raster, grayscale e RGB color mode – compressioni delle immagini basata sulle PC.

**Lezione 26 (clustering).** Il problema generale del clustering – criterio di omogeneità, funzione obiettivo ed algoritmi di partizionamento – affinità/prossimità tra oggetti Euclidei e non-Euclidei – funzioni di similarità e dissimilarità e loro proprietà – dissimilarità ottenuta da una distanza – altre forme di dissimilarità – matrice di dissimilarità e sua visualizzazione

– decomposizione del *total point scatter*.

**Lezione 27–29 (metodi ed algoritmi di clustering).** Formulazione generale del problema di partizionamento – k-Means: funzione obiettivo e problema di ottimizzazione, relazione tra funzione obiettivo e centralità/scatter dei dati, soluzioni approssimate, algoritmo di Lloyd e sue proprietà, inizializzazione. – k-Means e la sua nozione sottostante di prototipo – definizione di *medoids* – k-Medoids e sua approssimazione – metodi gerarchici agglomerativi e divisivi – dendrogramma e grafo di un algoritmo agglomerativo – taglio ed interpretazione del dendrogramma – linkage e dissimilarità tra gruppi – single, complete, ed average linkage e loro proprietà – effetti *chaining* e *crowding*

**Lezione 30 (cluster validation).** Validazione di una partizione – metriche di confronto tra partizioni: Jaccard index, Rand index, Adjusted Rand Index – silhouette width, average silhouette width (ASW) e silhouette plot – criterio di Caliński-Harabasz – considerazioni finali sulla scelta della partizione

## 4 Esame e valutazione del profitto

L'esame consiste in una prova scritta in laboratorio ed un colloquio orale. La prova scritta è valutata con un massimo di 30 punti allocati su diversi quesiti. Essa si considera superata con punteggio  $\geq 18$ pt. Generalmente durante il colloquio orale si procede alla correzione della prova scritta e alla discussione di eventuali punti da chiarire. Tuttavia, coloro i quali conseguono punteggi  $\geq 27$ pt alla prova scritta dovranno difendere il voto con un esame orale approfondito.

## 5 Riferimenti bibliografici

Hastie, T., R. Tibshirani, and J. Friedman (2009). *The elements of statistical learning* (Second ed.). Springer Series in Statistics. Springer, New York.

James, G., D. Witten, T. Hastie, and R. Tibshirani (2021). *An introduction to statistical learning with applications in R* (Second ed.). Springer Texts in Statistics. Springer, New York.