

# Домашнее задание 2

## Диагональная матрица

<i>A</i>												<i>b</i>
73	-8	-1	-2	2	-9	3	1	-10	-3	0	-10	-6
-9	89	-1	0	8	3	7	6	-10	7	-6	6	9
-2	0	79	7	-8	8	7	5	0	8	-4	8	6
-5	-5	-5	91	-8	-7	-3	8	-5	-10	7	7	4
8	-8	3	3	90	-8	-5	7	7	-1	-10	1	7
-3	-10	7	8	-7	98	-5	-5	7	-3	-10	-8	-3
4	-1	-9	-10	-2	-1	73	3	0	7	-7	2	-2
9	2	-4	-7	5	-10	-10	92	7	-9	-2	-3	-4
-1	-10	-1	-10	-10	-6	5	-4	87	-6	3	-2	4
-4	-6	-1	9	-6	-10	8	-3	-8	86	2	1	2
1	1	5	4	7	9	6	3	-1	0	68	9	9
0	5	4	5	-1	-4	-1	-1	2	-4	-1	56	9

<i>A symmetric</i>												<i>b</i>
5702	-1333	-405	-446	806	-1059	515	808	-759	-350	-74	-592	-629
-1333	8382	106	-473	-95	-776	497	454	-1909	139	-126	702	832
-405	106	6640	227	-502	1347	-155	-201	-176	689	294	735	452
-446	-473	227	8765	-423	-28	-1157	144	-1143	145	760	856	344
806	-95	-502	-423	8535	-1179	-468	1322	-283	-642	-102	11	491
-1059	-776	1347	-28	-1179	10147	-576	-1436	106	-1168	83	-769	-451
515	497	-155	-1157	-468	-576	5643	-369	427	1096	-116	-70	-327
808	454	-201	144	1322	-1436	-369	8982	300	-1230	-46	-204	-406
-759	-1909	-176	-1143	-283	106	427	300	7997	-1061	-63	12	169
-350	139	689	145	-642	-1168	1096	-1230	-1061	7808	81	-254	151
-74	-126	294	760	-102	83	-116	-46	-63	81	4924	427	736
-592	702	735	856	11	-769	-70	-204	12	-254	427	3242	595

Результаты:

Метод	Точное решение	Якоби	Зайделя	Зайделя с релаксацией	Сопряжённых градиентов	Гаусса
Количество итераций	1	11	7	25	12	1
Критерий окончания итераций	-	Малость невязки	Малость невязки	Малость невязки	Малость невязки	-
$x_1$	-0.04140748	-0.08219178	-0.08219178	-0.04109589	-0.04140747	-0.04140748
$x_2$	0.0951535	0.1011236	0.09281207	0.04848392	0.09515349	0.0951535
$x_3$	0.07045395	0.07594937	0.07386856	0.03745448	0.07045396	0.07045395
$x_4$	0.04999145	0.04395604	0.04859829	0.02320996	0.04999148	0.04999145
$x_5$	0.09185645	0.07777778	0.08925145	0.04185914	0.09185645	0.09185645
$x_6$	-0.00910101	-0.03061224	-0.02652613	-0.01425151	-0.00910098	-0.00910101
$x_7$	-0.00180436	-0.02739726	-0.00377595	-0.00786627	-0.00180429	-0.00180436
$x_8$	-0.03653304	-0.04347826	-0.03869037	-0.02089832	-0.03653296	-0.03653304
$x_9$	0.07336947	0.04597701	0.06900295	0.0287478	0.07336951	0.07336947
$x_{10}$	0.03064549	0.02325581	0.03024415	0.01333687	0.03064556	0.03064549
$x_{11}$	0.09893318	0.13235294	0.12128454	0.06387051	0.09893317	0.09893318
$x_{12}$	0.1443634	0.16071429	0.14361446	0.07596003	0.1443634	0.1443634

### Случайная матрица

$A$										$b$
0.09310	0.46296	0.93137	0.30380	0.60630	0.90974	0.00426	0.19193	0.12714	0.98395	0.41040
0.24521	0.76891	0.47166	0.55561	0.76400	0.41916	0.42559	0.74468	0.95186	0.81468	0.93407
0.20463	0.51378	0.84973	0.84296	0.02374	0.44718	0.66388	0.61766	0.57209	0.25182	0.25237
0.88916	0.98856	0.61451	0.44720	0.89148	0.86907	0.50745	0.06848	0.86180	0.84522	0.49320
0.23916	0.23566	0.37235	0.87459	0.97991	0.58573	0.70257	0.17351	0.22382	0.82836	0.67732
0.17299	0.63587	0.46413	0.88649	0.38913	0.35721	0.93878	0.19617	0.65420	0.82861	0.62401
0.44414	0.05817	0.73251	0.30840	0.17337	0.26483	0.31740	0.64132	0.73144	0.53343	0.80028
0.43692	0.52223	0.08441	0.47346	0.94672	0.80371	0.70694	0.45602	0.69618	0.14082	0.10161
0.74979	0.91611	0.41144	0.98386	0.02433	0.70182	0.64097	0.78008	0.01748	0.49528	0.04442
0.75950	0.49040	0.62319	0.77167	0.47742	0.62423	0.76287	0.99692	0.64978	0.39911	0.30820
0.01054	0.00871	0.45547	0.58313	0.67816	0.75775	0.39740	0.58843	0.48111	0.13340	0.84128
0.16602	0.06466	0.78431	0.62658	0.43781	0.06728	0.47534	0.63883	0.59357	0.72091	0.19221

<i>A symmetric</i>									<i>b</i>
4.32860	3.99913	2.72190	4.02301	3.14499	3.29613	2.77881	2.54551	3.25875	3.25499
3.99913	5.79533	3.67262	5.06622	3.95397	4.61251	3.89278	3.73887	3.98181	4.67136
2.72190	3.67262	3.48268	3.37672	2.65894	3.46967	2.79404	2.64362	3.62647	3.83958
4.02301	5.06622	3.37672	5.96422	4.08711	4.37998	3.29952	4.01039	4.01840	4.54352
3.14499	3.95397	2.65894	4.08711	4.05610	3.75951	2.54847	3.04612	2.99136	3.50605
3.29613	4.61251	3.46967	4.37998	3.75951	4.50313	3.09145	3.17113	3.77247	4.02348
2.77881	3.89278	2.79404	3.29952	2.54847	3.09145	3.25688	2.24767	2.72087	3.45720
2.54551	3.73887	2.64362	4.01039	3.04612	3.17113	2.24767	3.64560	3.16916	3.73490
3.25875	3.98181	3.62647	4.01840	2.99136	3.77247	2.72087	3.16916	5.07639	4.46737
3.25499	4.67136	3.83958	4.54352	3.50605	4.02348	3.45720	3.73490	4.46737	4.98484
2.42863	3.40900	2.42971	3.03193	2.97243	2.75708	2.48397	2.59751	2.22107	3.10237
2.79500	3.66512	2.88644	3.11504	2.74696	3.21662	2.82167	2.35331	2.87909	3.44315

Результаты














Метод	Точное решение	Якоби	Зайделя	Зайделя с релаксацией	Сопряжённых градиентов	Гаусса
Количество итераций	1	☠	56	84	14	1
Критерий окончания итераций (TBD)	-	Spectral radius of matrix is less than 1, aborting calculation (см. комментарии)	tbd	tbd	tbd	-
$x_1$	1.24386958	☠	5.07222390	2.53611195	1.24386957	1.24386958
$x_2$	-1.46857295	☠	0.064430212	-0.07782169	-1.46857295	-1.46857295
$x_3$	-0.29223781	☠	0.026281931	-0.17580902	-0.29223781	-0.29223781
$x_4$	1.10681103	☠	-6.48895878	-1.87528237	1.10681102	1.10681103
$x_5$	0.58006511	☠	5.17476138	0.68376892	0.58006511	0.58006511
$x_6$	-0.31909681	☠	11.2342668	2.00074065	-0.31909681	-0.31909681
$x_7$	-0.76018098	☠	-8.91521041	-0.21629973	-0.76018099	-0.76018098
$x_8$	-0.97736241	☠	1.7939253	-1.552086	-0.97736241	-0.97736241
$x_9$	0.75454575	☠	633.812509	15.83035935	0.75454575	0.75454575
$x_{10}$	-0.62774438	☠	2.68475	-12.26533549	-0.62774438	-0.62774438
$x_{11}$	-0.2649922	☠	0.632206	-3.45405884	-0.2649922	-0.2649922
$x_{12}$	1.98558713	☠	676.603626	2.21005337	1.98558712	1.98558713

Гильбертова матрица

$A$												$b$
1.00000	0.50000	0.33333	0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.97844
0.50000	0.33333	0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.18721
0.33333	0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.14532
0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.95626
0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.64579
0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.24603
0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.23098
0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.17866
0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.05000	0.62681
0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.05000	0.04762	0.74929
0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.05000	0.04762	0.04545	0.37816
0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.05000	0.04762	0.04545	0.04348	0.02893

$A \text{ symmetric}$												$b$
1.56498	0.92308	0.67582	0.53944	0.45145	0.38940	0.34302	0.30690	0.27792	0.25409	0.23414	0.21716	1.76640
0.92308	0.57089	0.42857	0.34762	0.29425	0.25598	0.22701	0.20421	0.18575	0.17047	0.15759	0.14657	1.13524
0.67582	0.42857	0.32600	0.26667	0.22708	0.19845	0.17661	0.15934	0.14528	0.13360	0.12371	0.11524	0.87851
0.53944	0.34762	0.26667	0.21933	0.18750	0.16434	0.14660	0.13250	0.12100	0.11142	0.10329	0.09631	0.72909
0.45145	0.29425	0.22708	0.18750	0.16074	0.14118	0.12614	0.11417	0.10438	0.09620	0.08926	0.08328	0.62818
0.38940	0.25598	0.19845	0.16434	0.14118	0.12420	0.11111	0.10067	0.09211	0.08496	0.07887	0.07363	0.55423
0.34302	0.22701	0.17661	0.14660	0.12614	0.11111	0.09950	0.09023	0.08261	0.07624	0.07082	0.06614	0.49716
0.30690	0.20421	0.15934	0.13250	0.11417	0.10067	0.09023	0.08187	0.07500	0.06925	0.06435	0.06012	0.45150
0.27792	0.18575	0.14528	0.12100	0.10438	0.09211	0.08261	0.07500	0.06874	0.06349	0.05902	0.05516	0.41400
0.25409	0.17047	0.13360	0.11142	0.09620	0.08496	0.07624	0.06925	0.06349	0.05866	0.05455	0.05099	0.38255
0.23414	0.15759	0.12371	0.10329	0.08926	0.07887	0.07082	0.06435	0.05902	0.05455	0.05073	0.04743	0.35575
0.21716	0.14657	0.11524	0.09631	0.08328	0.07363	0.06614	0.06012	0.05516	0.05099	0.04743	0.04436	0.33260

Результаты

Метод	Точное решение	Якоби	Зайделя	Зайделя с релаксацией	Сопряжённых градиентов	Гаусса
Количество итераций	1		398'143	760'067	7	1
Критерий окончания итераций (TBD)	-	Spectral radius of matrix is less than 1, aborting calculation (см. комментарии)	tbd	tbd	Малость невязки	-
$x_1$	46781720.8		17.81627383	-3583.32097743	30.78958822	863.078119
$x_2$	849034980		-91.70662594	91128.5186219	-214.16477372	191.0547
$x_3$	181684671000		57.41217542	-481556.34841693	220.24024254	980106.815
$x_4$	447964920000		45.41660631	634810.5275951	160.16744491	518299.37
$x_5$	17765826500000		20.08695618	390529.52021387	9.5460452	3125122.47
$x_6$	7351576700000		2.7947155	-474326.46996043	-94.26656176	2369739.56
$x_7$	213749747000000		-6.48350621	-470036.33912928	-132.4074806	2395753.35
$x_8$	84020107000000		-10.46428639	-1280820.31120389	-118.56941313	478289.70
$x_9$	447139526000000		-11.35370314	1242462.62332825	-70.5986475	34288.02
$x_{10}$	25426524000000		-10.57752072	1554802.01113041	-3.02426836	16908362.2
$x_{11}$	134524619000000		-8.98870386	-639258.44737977	73.89735875	851236572
$x_{12}$	4109452800000		-7.07703951	-568582.92197412	153.43207369	530440.05

## Комментарии (TBD)

[ Метод Гаусса для плохо обусловленных матриц коэффициентов является вычислительно неустойчивым. Например, для матриц Гильберта метод приводит к очень большим ошибкам даже при небольшой размерности этих матриц. Уменьшить вычислительную ошибку можно с помощью метода Гаусса с выделением главного элемента, который является условно устойчивым. Широкое применение метода Гаусса связано с тем, что плохо обусловленные матрицы встречаются на практике относительно редко. ]?

<Про обусловленность... Также поч там не робит метод Якоби...>