Здесь будет титульный лист.

# РЕФЕРАТ

Здесь будет реферат.

# СОДЕРЖАНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

Здесь будет введение. [1]

## 1 Теоретическая часть

### 1.1 Описание модели

**Тело**. Абсолютно твёрдое тело в форме круга равномерной плотности (центр масс в центре круга) обладающее массой ($m$), коэффициентом трения ($\mu$), радиусом ($r$), начальной скоростью ($\vec{v_0}$), положением (координаты $x$ и $y$ или радиус-вектор $\vec{r}$). На тело действует сила трения ($F_{\text{тр.}}$). TODO

**Точка**. Неподвижная точка в пространстве, определена через координаты.

**Линия**. Неподвижная прямая линия в пространстве, может быть ограничена точкой с двух или одной сторон образуя отрезок или луч соответсвенно. Определена через общее уравнение прямой.

**Сцена**. Множество тел, линий, точек и постоянных (например, ускорение свободного падения).

Обновлённая сцена – сцена, в которой обновлены параметры тел, линий, точек или постоянных.

Сцена через время $\Delta t$ – обновлённая сцена, в которой все тела обновлены так, что новая начальная скорость равна скорости в этот момент времени (1).

$$\vec{v_{0_{\text{new}}}} = \vec{v}(\Delta t) \tag{1}$$

где $\vec{v_{0_{\text{new}}}}$ – новая начальная скорость;
$\vec{v}(\Delta t)$ – старая скорость в момент времени $\Delta t$.

**Модель**. Множество пар $(t, S)$, где $t$ – момент времени, а $S$ – сцена. Иными словами, модель представляет собой цепочку сцен, для каждой из которой указан момент времени.

Сцена в момент времени $t_1$ – такая сцена $S_0$ через время $t_1 - t_0$, где пара $(t_0, S_0)$ является членом модели, при этом соблюдается (2).

$$\forall (t, S) \in M \ \ (t \leqslant t_0 \lor t > t_1) \tag{2}$$

где $M$ – модель;
$t_0$ – время, выбранное для получения модели в момент времени $t_1$;

Иными словами, для того чтобы получить сцену в момент времени, надо из цепочки сцен найти такую, у которой время будет максимально, но при этом меньше требуемого момента времени и получить сцену через разность требуемого и найденого времени по формуле (1).

**Столкновение**. Так как тела не могут пересекаться, и при этом передвигаются, могут происходить столкновения. Так же тела не могут пересекаться с точками и линиями. Т.е. тела могут сталкиваться с телами, или линиями, или точками. Уравнение столкновения тела с телом (3)-через радиус-вектор, (4)-через координаты.

$$|\vec{r_1} - \vec{r_2}| = r_1 + r_2 \tag{3}$$

где $\vec{r_1}$ – радиус-вектор положения первого тела;
$\vec{r_2}$ – радиус-вектор положения второго тела;
$r_1$ – радиус первого тела;
$r_2$ – радиус второго тела.

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = r_1 + r_2 \tag{4}$$

где $x_1$ – координата положения первого тела по оси $X$;
$y_1$ – координата положения первого тела по оси $Y$;
$x_2$ – координата положения второго тела по оси $X$;
$y_2$ – координата положения второго тела по оси $Y$.

Эти уравнения получены исходя из того что разность векторов является вектором из центра одного тела в центр другого [3, с. 39]. И тогда, если его длина равна сумме радиусов этих тел, значит тела столкнулись.

### 1.2 Формулы

Скорость при равноускоренном движении (5) TODO [2, с. 96].

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \vec{a}t \tag{5}$$

где $\vec{v}(t)$ – вектор скорости тела в момент времени $t$;
$\vec{v_0}$ – вектор начальной скорости тела;

$\vec{a}$ – вектор ускорения тела;

$t$ – момент времени.

Причём вектор $\vec{v}(t)$ должен быть сонаправлен вектору $\vec{v_0}$, а вектор $\vec{a}$ противонаправлен. Для того чтобы выяснить, при каких $t$ сонаправленность векторов $\vec{v}(t)$ и $\vec{v_0}$ в уравнении (5) соблюдается, достаточно увидеть, что длина вектора $\vec{v_0}$ должна быть больше длине вектора $\vec{a}t$ и получить неравенство для $t$ (6).

$$t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|} \tag{6}$$

А для остальных $t$, $\vec{v}(t)$ следует принять нулю. Тогда получится система (7).

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} \vec{v_0} + \vec{a}t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{7}$$

Проекции на ось абцисс (8) и ординат (9):

$$v_x(t) = \begin{cases} v_{0_x} + a_x t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{8}$$

где $v_x(t)$ – проекция вектора скорости тела $\vec{v}(t)$ в момент времени $t$ на ось $X$;

$v_{0_x}$ – проекция вектора начальной скорости тела $\vec{v_0}$ на ось $X$;

$a_x$ – проекция вектора ускорения тела $\vec{a}$ на ось $X$.

$$v_y(t) = \begin{cases} v_{0_y} + a_y t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{9}$$

где $v_y(t)$ – проекция вектора скорости тела $\vec{v}(t)$ в момент времени $t$ на ось $Y$;

$v_{0_y}$ – проекция вектора начальной скорости тела $\vec{v_0}$ на ось $Y$;

$a_y$ – проекция вектора ускорения тела $\vec{a}$ на ось $Y$.

Теперь найдём формулу для траектории движения тела. Формуле, соответвующей (5), только для траектории, соответствует (10):

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \tag{10}$$

где $\vec{r}(t)$ – радиус-вектор положения тела в момент времени $t$;

$\vec{r_0}$ – радиус-вектор начального положения тела.

Исходя из (7), уравнение для траектории с учётом того, что вектор скорости должен быть противонаправлен вектору ускорения, будет (11):

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ \vec{r_0}, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{11}$$

Соответствующие проекции на ось абсцисс (12) и ординат (13):

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + {v_0}_x t + \frac{a_x t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ x_0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{12}$$

где $x(t)$ – координата положения тела $\vec{r}(t)$ в момент времени $t$ на ось $X$;

$x_0$ – координата начального положения тела $\vec{v_0}$ на ось $X$.

$$r_y(t) = \begin{cases} y_0 + {v_0}_y t + \frac{a_y t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ y_0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{13}$$

где $y(t)$ – координата положения тела $\vec{r}(t)$ в момент времени $t$ на ось $Y$;

$y_0$ – координата начального положения тела $\vec{v_0}$ на ось $Y$.

Формулы (12) и (13) являются ключевыми в этой работе.

## 2 Вторая глава

Здесь будет вторая глава

## 3 Третья глава

Здесь будет третья глава

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Здесь будет список использованных источников.

2. Роуэлл, Г. Физика : учебное издание / Г. Роуэлл, С. Герберт. – Москва : Просвещение, 1994. – 576 с. – ISBN 5-09-002920-2.

3. Math for Progammers TODO https://www.manning.com/books/math-for-programmers