

Здесь будет титульный лист.

## **РЕФЕРАТ**

Здесь будет реферат.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	4
1 Теоретическая часть . . . . .	5
1.1 Описание модели . . . . .	5
1.2 Формулы . . . . .	6
2 Вторая глава . . . . .	9
3 Третья глава . . . . .	10
Список использованных источников . . . . .	11

## **ВВЕДЕНИЕ**

Здесь будет введение. [1]

# 1 Теоретическая часть

## 1.1 Описание модели

**Тело.** Абсолютно твёрдое тело в форме круга равномерной плотности (центр масс в центре круга) обладающее массой ( $m$ ), коэффициентом трения ( $\mu$ ), радиусом ( $r$ ), начальной скоростью ( $\vec{v}_0$ ), положением (координаты  $x$  и  $y$  или радиус-вектор  $\vec{r}$ ). На тело действует сила трения ( $F_{\text{тр.}}$ ). **TODO**

**Точка.** Неподвижная точка в пространстве, определена через координаты.

**Линия.** Неподвижная прямая линия в пространстве, может быть ограничена точкой с двух или одной сторон образуя отрезок или луч соответственно. Определена через общее уравнение прямой.

**Сцена.** Множество тел, линий, точек и постоянных (например, ускорение свободного падения).

Обновлённая сцена – сцена, в которой обновлены параметры тел, линий, точек или постоянных.

Сцена через время  $\Delta t$  – обновлённая сцена, в которой все тела обновлены так, что новая начальная скорость равна скорости в этот момент времени (1).

$$v_{0_{\text{new}}}^{\rightarrow} = \vec{v}(\Delta t) \quad (1)$$

где  $v_{0_{\text{new}}}^{\rightarrow}$  – новая начальная скорость;

$\vec{v}(\Delta t)$  – старая скорость в момент времени  $\Delta t$ .

**Модель.** Множество пар  $(t, S)$ , где  $t$  – момент времени, а  $S$  – сцена. Иными словами, модель представляет собой цепочку сцен, для каждой из которой указан момент времени.

Сцена в момент времени  $t_1$  – такая сцена  $S_0$  через время  $t_1 - t_0$ , где пара  $(t_0, S_0)$  является членом модели, при этом соблюдается (2).

$$\forall (t, S) \in M \quad (t \leq t_0 \vee t > t_1) \quad (2)$$

где  $M$  – модель;

$t_0$  – время, выбранное для получения модели в момент времени  $t_1$ ;

Иными словами, для того чтобы получить сцену в момент времени, надо из цепочки сцен найти такую, у которой время будет максимально, но при этом меньше требуемого момента времени и получить сцену через разность требуемого и найденного времени по формуле (1).

**Столкновение.** Так как тела не могут пересекаться, и при этом передвигаются, могут происходить столкновения. Так же тела не могут пересекаться с точками и линиями. Т.е. тела могут сталкиваться с телами, или линиями, или точками. Уравнение столкновения тела с телом (3)-через радиус-вектор, (4)-через координаты.

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = r_1 + r_2 \quad (3)$$

где  $\vec{r}_1$  – радиус-вектор положения первого тела;

$\vec{r}_2$  – радиус-вектор положения второго тела;

$r_1$  – радиус первого тела;

$r_2$  – радиус второго тела.

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = r_1 + r_2 \quad (4)$$

где  $x_1$  – координата положения первого тела по оси  $X$ ;

$y_1$  – координата положения первого тела по оси  $Y$ ;

$x_2$  – координата положения второго тела по оси  $X$ ;

$y_2$  – координата положения второго тела по оси  $Y$ .

Эти уравнения получены исходя из того что разность векторов является вектором из центра одного тела в центр другого [3, с. 39]. И тогда, если его длина равна сумме радиусов этих тел, значит тела столкнулись.

## 1.2 Формулы

Скорость при равноускоренном движении (5) **TODO** [2, с. 96].

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (5)$$

где  $\vec{v}(t)$  – вектор скорости тела в момент времени  $t$ ;

$\vec{v}_0$  – вектор начальной скорости тела;

$\vec{a}$  – вектор ускорения тела;

$t$  – момент времени.

Причём вектор  $\vec{v}(t)$  должен быть сонаправлен вектору  $\vec{v}_0$ , а вектор  $\vec{a}$  противоположен. Для того чтобы выяснить, при каких  $t$  сонаправленность векторов  $\vec{v}(t)$  и  $\vec{v}_0$  в уравнении (5) соблюдается, достаточно увидеть, что длина вектора  $\vec{v}_0$  должна быть больше длине вектора  $\vec{a}t$  и получить неравенство для  $t$  (6).

$$t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|} \quad (6)$$

А для остальных  $t$ ,  $\vec{v}(t)$  следует принять нулю. Тогда получится система (7).

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} \vec{v}_0 + \vec{a}t, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (7)$$

Проекции на ось абцисс (8) и ординат (9):

$$v_x(t) = \begin{cases} v_{0x} + a_x t, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (8)$$

где  $v_x(t)$  – проекция вектора скорости тела  $\vec{v}(t)$  в момент времени  $t$  на ось  $X$ ;  
 $v_{0x}$  – проекция вектора начальной скорости тела  $\vec{v}_0$  на ось  $X$ ;  
 $a_x$  – проекция вектора ускорения тела  $\vec{a}$  на ось  $X$ .

$$v_y(t) = \begin{cases} v_{0y} + a_y t, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (9)$$

где  $v_y(t)$  – проекция вектора скорости тела  $\vec{v}(t)$  в момент времени  $t$  на ось  $Y$ ;  
 $v_{0y}$  – проекция вектора начальной скорости тела  $\vec{v}_0$  на ось  $Y$ ;  
 $a_y$  – проекция вектора ускорения тела  $\vec{a}$  на ось  $Y$ .

Теперь найдём формулу для траектории движения тела. Формуле, соответствующей (5), только для траектории, соответствует (10):

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (10)$$

где  $\vec{r}(t)$  – радиус-вектор положения тела в момент времени  $t$ ;

$\vec{r}_0$  – радиус-вектор начального положения тела.

Исходя из (7), уравнение для траектории с учётом того, что вектор скорости должен быть противоположен вектору ускорения, будет (11):

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ \vec{r}_0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (11)$$

Соответствующие проекции на ось абсцисс (12) и ординат (13):

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ x_0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (12)$$

где  $x(t)$  – координата положения тела  $\vec{r}(t)$  в момент времени  $t$  на ось  $X$ ;

$x_0$  – координата начального положения тела  $\vec{v}_0$  на ось  $X$ .

$$r_y(t) = \begin{cases} y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}, & 0 \leq t < \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}, \\ y_0, & t \geq \frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \quad (13)$$

где  $y(t)$  – координата положения тела  $\vec{r}(t)$  в момент времени  $t$  на ось  $Y$ ;

$y_0$  – координата начального положения тела  $\vec{v}_0$  на ось  $Y$ .

Формулы (12) и (13) являются ключевыми в этой работе.



## **2 Вторая глава**

Здесь будет вторая глава

### **3 Третья глава**

Здесь будет третья глава

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Здесь будет список использованных источников.
2. Роуэлл, Г. Физика : учебное издание / Г. Роуэлл, С. Герберт. – Москва : Просвещение, 1994. – 576 с. – ISBN 5-09-002920-2.
3. Math for Programmers **TODO** <https://www.manning.com/books/math-for-programmers>