Здесь будет титульный лист.

РЕФЕРАТ

Здесь будет реферат.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Здесь будет введение. [1]

1 Теоретическая часть

1.1 Описание модели

Тело. Абсолютно твёрдое тело в форме круга равномерной плотности (центр масс в центре круга) обладающее массой (m), коэффициентом трения (μ), радиусом (r), начальной скоростью ($\vec{v_0}$), положением (координаты x и y или радиус-вектор $\vec{r}$). На тело действует сила трения ($F_{\text{тр.}}$). TODO

Точка. Неподвижная точка в пространстве, определена через координаты.

Линия. Неподвижная прямая линия в пространстве, может быть ограничена точкой с двух или одной сторон образуя отрезок или луч соответсвенно. Определена через общее уравнение прямой.

Сцена. Множество тел, линий, точек и постоянных (например, ускорение свободного падения).

Обновлённая сцена – сцена, в которой обновлены параметры тел, линий, точек или постоянных.

Сцена через время Δt – обновлённая сцена, в которой все тела обновлены так, что новая начальная скорость равна скорости в этот момент времени (1).

$$\vec{v_{0_{\text{new}}}} = \vec{v}(\Delta t) \tag{1}$$

где $\vec{v_{0_{\text{new}}}}$ – новая начальная скорость;
$\vec{v}(\Delta t)$ – старая скорость в момент времени Δt.

Модель. Множество пар (t, S), где t – момент времени, а S – сцена. Иными словами, модель представляет собой цепочку сцен, для каждой из которой указан момент времени.

Сцена в момент времени t_1 – такая сцена S_0 через время $t_1 - t_0$, где пара (t_0, S_0) является членом модели, при этом соблюдается (2).

$$\forall (t, S) \in M \;\; (t \leqslant t_0 \lor t > t_1) \tag{2}$$

где M – модель;
t_0 – время, выбранное для получения модели в момент времени t_1;

Иными словами, для того чтобы получить сцену в момент времени, надо из цепочки сцен найти такую, у которой время будет максимально, но при этом меньше требуемого момента времени и получить сцену через разность требуемого и найденого времени по формуле (1).

Столкновение. Так как тела не могут пересекаться, и при этом передвигаются, могут происходить столкновения. Так же тела не могут пересекаться с точками и линиями. Т.е. тела могут сталкиваться с телами, или линиями, или точками. Уравнение столкновения тела с телом (3)-через радиус-вектор, (4)-через координаты.

$$|\vec{r_1}(t) - \vec{r_2}(t)| = r_1 + r_2 \tag{3}$$

где $\vec{r_1}(t)$ – радиус-вектор положения первого тела;

$\vec{r_2}(t)$ – радиус-вектор положения второго тела;

r_1 – радиус первого тела;

r_2 – радиус второго тела.

$$\sqrt{(x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2} = r_1 + r_2 \tag{4}$$

где $x_1(t)$ – координата положения первого тела по оси X;

$y_1(t)$ – координата положения первого тела по оси Y;

$x_2(t)$ – координата положения второго тела по оси X;

$y_2(t)$ – координата положения второго тела по оси Y.

Эти уравнения получены исходя из того что разность векторов является вектором из центра одного тела в центр другого [3, с. 39]. И тогда, если его длина равна сумме радиусов этих тел, значит тела столкнулись.

Подобным образом можно определить уравнение столкновения тела с точкой: (5)-через радиус-вектор, (6)-через координаты.

$$|\vec{r}(t) - \vec{p}| = r \tag{5}$$

где $\vec{r}(t)$ – радиус-вектор положения тела;

$\vec{p}$ – радиус-вектор точки;

r – радиус тела.

$$\sqrt{(x(t) - p_x)^2 + (y(t) - p_y)^2} = r \tag{6}$$

где $x(t)$ – координата положения тела по оси X;

$y(t)$ – координата положения тела по оси Y;

p_x – координата точки по оси X;

p_y – координата точки по оси Y.

С обнаружение столкновением тела и линии ситуация несколько иная, надо воспользоваться формулой расстояний от точки до прямой (7) [4, с. 452] и тогда получится (8).

$$\frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \tag{7}$$

где A, B, C – коэффициенты общего уравнения прямой;

x, y – координаты точки.

$$\frac{|Ax(t) + By(t) + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = r \tag{8}$$

где $x(t)$, $y(t)$ – координаты тела в момент времени t.

В дальнейшем будут определены формулы для нахождения положения тела, а именно: (16), (17).

1.2 Формулы

Скорость при равноускоренном движении (9) TODO [2, с. 96].

Далее, под моментом времени t будет подразумеваться время относительно сцены, а не модели.

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \vec{a}t \tag{9}$$

где $\vec{v}(t)$ – вектор скорости тела в момент времени t;

$\vec{v_0}$ – вектор начальной скорости тела;

$\vec{a}$ – вектор ускорения тела;

t – момент времени.

Причём вектор $\vec{v}(t)$ должен быть сонаправлен вектору $\vec{v_0}$, а вектор $\vec{a}$ противонаправлен. Для того чтобы выяснить, при каких t сонаправленность векторов $\vec{v}(t)$ и $\vec{v_0}$ в уравнении (9) соблюдается, достаточно увидеть, что длина вектора $\vec{v_0}$ должна быть больше длине вектора $\vec{a}t$ и получить неравенство для t (10).

$$t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|} \tag{10}$$

А для остальных t, $\vec{v}(t)$ следует принять нулю. Тогда получится система (11).

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} \vec{v_0} + \vec{a}t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{11}$$

Проекции на ось абцисс (12) и ординат (13):

$$v_x(t) = \begin{cases} v_{0_x} + a_x t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{12}$$

где $v_x(t)$ – проекция вектора скорости тела $\vec{v}(t)$ в момент времени t на ось X;
v_{0_x} – проекция вектора начальной скорости тела $\vec{v_0}$ на ось X;
a_x – проекция вектора ускорения тела $\vec{a}$ на ось X.

$$v_y(t) = \begin{cases} v_{0_y} + a_y t, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ 0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{13}$$

где $v_y(t)$ – проекция вектора скорости тела $\vec{v}(t)$ в момент времени t на ось Y;
v_{0_y} – проекция вектора начальной скорости тела $\vec{v_0}$ на ось Y;
a_y – проекция вектора ускорения тела $\vec{a}$ на ось Y.

Теперь найдём формулу для траектории движения тела. Формуле, соответвующей (9), только для траектории, соответствует (14):

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \tag{14}$$

где $\vec{r}(t)$ – радиус-вектор положения тела в момент времени t;

$\vec{r_0}$ – радиус-вектор начального положения тела.

Исходя из (11), уравнение для траектории с учётом того, что вектор скорости должен быть противонаправлен вектору ускорения, будет (15):

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ \vec{r_0}, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{15}$$

Соответствующие проекции на ось абсцисс (16) и ординат (17):

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + {v_0}_x t + \frac{a_x t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ x_0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{16}$$

где $x(t)$ – координата положения тела $\vec{r}(t)$ в момент времени t на ось X;
x_0 – координата начального положения тела $\vec{v_0}$ на ось X.

$$y(t) = \begin{cases} y_0 + {v_0}_y t + \frac{a_y t^2}{2}, & 0 \leqslant t < \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}, \\ y_0, & t \geqslant \frac{|\vec{v_0}|}{|\vec{a}|}. \end{cases} \tag{17}$$

где $y(t)$ – координата положения тела $\vec{r}(t)$ в момент времени t на ось Y;
y_0 – координата начального положения тела $\vec{v_0}$ на ось Y.

Формулы (16) и (17) являются ключевыми в этой работе.

2 Вторая глава

Здесь будет вторая глава

3 Третья глава

Здесь будет третья глава

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Здесь будет список использованных источников.

2. Роуэлл, Г. Физика : учебное издание / Г. Роуэлл, С. Герберт. – Москва : Просвещение, 1994. – 576 с. – ISBN 5-09-002920-2.

3. Math for Progammers TODO https://www.manning.com/books/math-for-programmers

4. Larson R., Hostetler R. . Precalculus: A Concise Course. — Boston: Houghton Mifflin, 2007. — xvii + 526 + 102 p. — ISBN 0-618-62719-7. TODO