Carsten Knoll
Institut für Grundlagen der Elektrotechnik, TU Dresden

Summershool Python remote für Ingenieurinnen SPRING2023

SPRING2023, (2023-09-25 – 2023-09-29) v0.5.1

Diese Folien werden sich im Verlauf der SPRING2023 voraussichtlich ändern.
→ Versionsnummer in Fußzeile

Feedback gerne annonym ins Hedgedoc:
`https://hedgedoc.c3d2.de/N_oo29DYTqGA4geeq-6ncw?both`

(z.B. „Tippfehler auf Folie X“ oder „Folie Y ist schwer verständlich“)

Warum Python? (1)

Python als Programmiersprache

- Klare, lesbare Syntax (wenig „Ballast“)
- Paradigmen: prozedural | objektorientiert | funktional
- Nützliche eingebaute Datentypen (`list`, `tuple`, `dict`, `set`, …)
- Einfache Modularisierung (`import this`)
- Gute Fehlerverwaltung (Exceptions)
- Umfangreiche Standardbibliothek
- Einfache Einbindung von externem Code (C, C++, Fortran)

Warum Python? (1)

Python als Programmiersprache

- Klare, lesbare Syntax (wenig „Ballast“)
- Paradigmen: prozedural | objektorientiert | funktional
- Nützliche eingebaute Datentypen (`list`, `tuple`, `dict`, `set`, …)
- Einfache Modularisierung (`import this`)
- Gute Fehlerverwaltung (Exceptions)
- Umfangreiche Standardbibliothek
- Einfache Einbindung von externem Code (C, C++, Fortran)

$\Rightarrow$

- Leicht zu lernen
- Problemorientiert (mächtig und flexibel)
- Motivationspotenzial $\nearrow$, Frustrationspotenzial $\searrow$

Außerdem: Plattformübergreifend / frei und quelloffen / große u. aktive Community

Warum Python? (2)

Python als Werkzeug für Ingenieur:innen:

- Numerisches Rechnen (lin. Algebra, DGLn, Optimierung, ...)
- Symbolisches Rechnen (Ableiten, Integrieren, Gl. lösen, ...)
- Visualisieren (2D, 3D)
- Grafische Benutzerschnittstelle (GUI)
- Kommunikation mit externen Geräten
- Parallelisierung
- Datenwissenschaft
- Maschinelles Lernen
- Symbolische KI (Wissensgraphen, Ontologien, ...)

Warum Python? (2)

Python als Werkzeug für Ingenieur:innen:

- Numerisches Rechnen (lin. Algebra, DGLn, Optimierung, ...)
- Symbolisches Rechnen (Ableiten, Integrieren, Gl. lösen, ...)
- Visualisieren (2D, 3D)
- Grafische Benutzerschnittstelle (GUI)
- Kommunikation mit externen Geräten
- Parallelisierung
- Datenwissenschaft
- Maschinelles Lernen
- Symbolische KI (Wissensgraphen, Ontologien, ...)

$\Rightarrow$ „Problemlöse- und Forschungskompetenz“

Warum Python? (2)

Python als Werkzeug für Ingenieur:innen:

- Numerisches Rechnen (lin. Algebra, DGLn, Optimierung, ...)
- Symbolisches Rechnen (Ableiten, Integrieren, Gl. lösen, ...)
- Visualisieren (2D, 3D)

} SPRING2023

- Grafische Benutzerschnittstelle (GUI)
- Kommunikation mit externen Geräten
- Parallelisierung
- Datenwissenschaft
- Maschinelles Lernen
- Symbolische KI (Wissensgraphen, Ontologien, ...)

⇒ „Problemlöse- und Forschungskompetenz“

Fahrplan

Lernziele:

- Python Grundlagen vertiefen (Datentypen, Kontrollstrukturen) [Di]
- Werkzeuge und Bibliotheken kennenlernen:
  (Jupyter Notebook [Di], Numpy [Di], Scipy, Sympy, Matplotlib, Pandas, ...)
- Ingenieur-Probleme lösen (andeutungsweise)
- Befähigung zum Selbststudium

Fahrplan

Lernziele:

- Python Grundlagen vertiefen (Datentypen, Kontrollstrukturen) [Di]
- Werkzeuge und Bibliotheken kennenlernen:
  (Jupyter Notebook [Di], Numpy [Di], Scipy, Sympy, Matplotlib, Pandas, ...)
- Ingenieur-Probleme lösen (andeutungsweise)
- Befähigung zum Selbststudium

Herausforderungen:

- Heterogenes Vorwissen ($\rightarrow$ Umfrage)
- Begrenzte Zeit
- Suboptimales Betreuungsverhältnis

Fahrplan

Lernziele:

- Python Grundlagen vertiefen (Datentypen, Kontrollstrukturen) [Di]
- Werkzeuge und Bibliotheken kennenlernen:
  (Jupyter Notebook [Di], Numpy [Di], Scipy, Sympy, Matplotlib, Pandas, ...)
- Ingenieur-Probleme lösen (andeutungsweise)
- Befähigung zum Selbststudium

Herausforderungen:

- Heterogenes Vorwissen ($\rightarrow$ Umfrage)
- Begrenzte Zeit
- Suboptimales Betreuungsverhältnis

$\Rightarrow$ Selbstorganisierte Gruppenbildung

$\rightarrow$ **1. Frontalphase, 2. Gruppen- bzw. Selbstlernphase mit Feedback** (Di, Mi, Do)

Vorbereitung

Jetzt: Jupyter Notebook starten

Befehl: `jupyter notebook`

Jupyter Notebooks

- Backend: Webserver mit Python-Kernel (lokal oder nicht-lokal)
- Frontend: interaktives Dokument im Browser → „Notebook“
- Notebooks kombinieren Quellcode, Programm-Ausgaben und Dokumentation (inkl. LaTeX-Formeln)
- (Andere Kernel möglich; hier nicht relevant)

Jupyter

Important keyboard shortcuts

Command Mode (press `Esc` to enable)

- `Shift-Return` - execute cell, activate next
- `h` - show keyboard shortcuts
- `m` - change cell type to markdown
- `y` - change cell type to code
- `a` - new cell above

Edit Mode (press `Return` to enable)

- `Shift-Return` - execute cell, activate next
- `Tab` - code-completion or indent
- `Shift-Tab` - tooltip
- `Ctrl-Z` - undo

Jupyter

Important keyboard shortcuts

Command Mode (press `Esc` to enable)

- `Shift-Return` - execute cell, activate next
- `h` - show keyboard shortcuts
- `m` - change cell type to markdown
- `y` - change cell type to code
- `a` - new cell above

Edit Mode (press `Return` to enable)

- `Shift-Return` - execute cell, activate next
- `Tab` - code-completion or indent
- `Shift-Tab` - tooltip
- `Ctrl-Z` - undo

→ Now play around with `00_demo.ipynb` (5min)

Es folgt: Hastiger Überblick über Python-Syntax und Datentypen

$\Rightarrow$ interaktive Festigung der Python Grundlagen

\+ ein paar Schmankerl der Standardbibliothek

Numerical Data Types

- Integer

```
>>> type(1)
<type 'int'>
```

- floating point number

```
>>> type(1.0)
<type 'float'>
```

- complex number

```
>>> type(1 + 2j)
<type 'complex'>
```

- Operations:

Addition	+
Subtraction	-
Division	/
Integer division	//
Multiplication	*
Taking powers	**
Modulo	%

- Built-in functions
  - `round`, `pow`, etc.
  - see `dir(__builtins__)`
- Module `math`
  - see `help(math)`

NoneType, Boolean Values, Boolean Operators

- `None` (univ. value for “undefined”)

```
>>> type(None)
<type 'NoneType'>
```

- Boolean values:
  `True` and `False`

```
>>> type(True)
<type 'bool'>
```

- Boolean operators:

```
True and False # -> False
True or False # -> True
not True # -> False
```

Data Type	False-Value
NoneType	None
int	0
float	0.0
complex	0 + 0j
str	""
list	[]
tuple	()
dict	{}
set	set()

Operations

Operation	Shortcut
`x = x + y`	`x += y`
`x = x - y`	`x -= y`
`x = x * y`	`x *= y`
`x = x / y`	`x /= y`
`x = x % y`	`x %= y`
`x = x ** y`	`x **= y`
`x = x // y`	`x //= y`

Comparison operations
`x == y`
`x != y`
`x < y`
`x <= y`
`x > y`
`x >= y`

Hint:
`x = x % y` is modulo operation
(remainder of division)
Example: $15 \,\%\, 6 = 3$
(because $15 = 6 \cdot 2 + \mathbf{3}$)

Strings (objects of type `str`)

```
str1 = "abc"
str2 = 'xyzabcefghi'
str3 = """
        multi
        line
        string
        """
```

Escape Sequence	Meaning
\n	newline
\r	carriage return
\"	escaping "
\'	escaping '
\\	escaping \

```
>>> str2[0] # indexing starts at 0
'x'
>>> str2[1:4]
'yza'
>>> str2[-3:]
'ghi'
```

String Formating (modern)

- New syntax (since Python3.6): “f-strings” → use code expressions *inside* the string

```
a = "World"
f"Hello {a}"  # use variables

f"the sum is {x + y}"  # make calculations
f"the result is {call_func(x, y, 'z')}"  # call functions
f"Use {{double braces}} to render braces literals! {a}"

pi = 3.141592653589793
f"{pi:.4f}"  # round to 4 decimal places

f"value of {some_variable=}" # insert variable name and value
# useful for debugging (type variable name only once)
```

- More info: https://docs.python.org/3/tutorial/inputoutput.html
- Important methods of class `str`:
  `a.index, .replace, .split, .find, .join, .startswith, .endswith, ...`

String Formating (old)

- General Syntax

```
"value of x={} and y={}".format(x, y)
```

- Examples

```
>>> a = 'H'
>>> b = 'ello World'
>>> "{}{}! {}{0}".format(a, b, 5)
'Hello World! 5H'
```

- Extension (see also: reference)

```
>>> "a={:06.2f} and b={:05.2f}".format(3.007, 42.1)
'a=003.01 and b=42.10'
```

- Even older printf-style string formatting (see docs):

```
>>> "pi is approximately %.4f." % 3.141592653589793
'pi is approximately 3.1416.'
```

Lists

- Syntax
  `[value_1, ..., value_n]`
- Can contain values of any type
- Can be changed
- Can be sorted
- Important methods
  `append`, `count`, `index`, `insert`, `pop`, `remove`, `reverse`, `sort`

⚠ `sort` and `reverse` work „in place“ (return-value: `None`)

- Examples

```
>>> m = [7, 8, 9]
>>> n = ['a', 'z', 1, False]
>>> m.append('x')
>>> m[0]
7
>>> m[-1]
'x'

>>> m[:] # start to end
[7, 8, 9, 'x']
>>> m.pop(0)
7
>>> m.reverse(); print(m)
['x', 9, 8]
```

Tuple

- Syntax
  `(value_1, ..., value_n)`
- Can **not** be changed
- → Access much faster than to `list`
- Can contain elements of any type
- important methods
  `index`

- Examples

```
>>> t = (7,8,9)
>>> t[0]
7
>>> t[-1]
9
>>> t[:] # start to end
(7,8,9)
>>> z = ('a', 'z', 1, False)
>>> t.index(8)
1
>>> z.index('a')
0
```

Sequential data types

`str`, `tuple`, `list`, (`numpy.array`)

Operation	Meaning
`s in x`	tests, whether s is element of x
`s not in x`	tests, whether s is not element of x
`x + y`	concatenation of x and y
`x * n`	concatenation, such that n copies of x exist
`x[n]`	return the n-th element of x
`x[n:m]`	return the subs-sequence from index n til m (excluding m)
`x[n:m:k]`	same with step-size k
`len(x)`	number of elements
`min(x)`	minimum
`max(x)`	maximum

Syntax for unpacking (nested) sequences:

```
1 a, b, c = [10, 20, 30]
2 a, (b, c), d = [10, ["x", "y"], 20]
```

Dictionaries (Associative Arrays)

- Key-value-pairs
  - Keys must be immutable objects
  - Each key can occur only once
- Syntax

```
{ Key_1: Value_1,
  Key_2: Value_2,
    ... }
```

- Access via
  - `d.get(key, default)`
    or
  - `d[key]`
- Important methods
  - `keys, values, items`
- Important subclasses:

```
from collections import defaultdict
```

```
from collections import Counter
```

Examples

```
>>> d = {"Germany": "Berlin", "Peru": "Lima"}

>>> type(d)
<type 'dict'>

>>> e = {1: "a", 2: "b", 400: "c", 1.3: d}
>>> e[1]
'a'

>>> d.get("Germany")
'Berlin'

# no entry -> None (no output)
>>> d.get("Bavarya") # -> None

# with default value
>>> d.get("Bavarya", "unknown capital")
'unknown capital'

>>> d["Bavaria"]
KeyError: 'Bavaria'
```

Sets

- Syntax
  `set([element_1, ..., element_n])`
- Every element is contained only once
- Has no specified order
- Can be changed (`frozenset` is immutable)
- Important methods:
  `add, remove, union, difference, issubset, issuperset`

Examples

```
>>> engineers = set(['Jane', 'John'
... 'Jack', 'Janice'])
>>> programmers = set(['Jack', 'Sam',
... 'Susan', 'Janice'])
>>> managers = set(['Jane', 'Jack',
... 'Susan', 'Zack'])
>>> s1 = engineers.union(programmers)
>>> s2 = engineers.intersection(managers)
>>> s3 = managers.difference(engineers)
>>> engineers.add('Marvin')
>>> print(engineers)
set(['Jane', 'Marvin',
'Janice', 'John', 'Jack'])
```

Data Types - Final Remarks

- In Python **everything is an object** (even functions, classes, modules)

→ Everything has a type: `type(object)`

- Type checking (→ `True` or `False`):
  - Exact matching: `type("abc") == type("xyz")`
  - Better: respecting inheritance `isinstance(x, str)`
  - Allow multiple types: `isinstance(x, (int, float, complex))`

- Useful construction: `assert isinstance(x, int) and x > 0`

Distinction of Cases: `if, elif, else`

- Syntax

```
# note the indention
if <condition1>:
    ...
elif <condition2>:
    ...
else:
    ...
```

- Examples

```
>>> x = 1
>>> if x == 1:
...     print("x is 1")
...
x is 1
>>> x = 4
>>> if x == 1:
...     print("x is 1")
... elif x == 3:
...     print("x is 3")
... else:
...     print("x is neither 1 nor 3")
x is neither 1 nor 3
```

Iterate over a Sequence: `for`-loop

- Syntax:

```
for <variable> in <sequence>:
    ...
```

- easily construct sequences:
  `range`-function → iterator

```
range(stop)
range(start, stop)
range(start, stop, step)

# (conversion to list
#    only for printing)
>>> list(range(4))
[0, 1, 2, 3]

>>> list(range(1, 10, 2))
[1, 3, 5, 7, 9]
```

- Examples:

```
>>> seq = ['a', 'b', 42]
>>> for elt in seq:
...     print(elt*2)
aa
bb
84

>>> for i in range(3):
...     print(2**i)
1
2
4
>>> for x, y in [(1, 2), "AB", [0, -3]]:
...     print(f"{y} + {x} = {y + x}")
2 + 1 = 3
B + A = BA
-3 + 0 = -3
```

Loop `while` condition is true

- Syntax

```
while <condition>:
    ...
```

- `break` *# terminates the loop*

```
while <condition1>:
    if <condition2>:
        break
```

- `continue` *# start next cycle*

```
while <condition1>:
    if <condition2>:
        continue
```

- Examples

```
>>> x = 4
>>> while x > 1:
...     print(x)
...     x -=  1
... print("finished")
4
3
2
finished
```

Functions

- Syntax

```
def func_name(Param_1, ..., Param_n):
    ...
    return <result>
```

- No explicit return-value → `None`
- Empty function with keyword `pass`:

```
def empty():
    pass
```

- default values for optional parameters

```
def test(x=23):
    print(param)
```

- Arbitrary number of arguments

```
def func(*args, **kwargs):
    print(type(args)) # -> tuple
    print(type(kwargs)) # -> dict
```

- Examples

```
>>> def print_sum(a, b):
...     print(a + b)
>>> print_sum(1, 2)
3
>>> def print_prod(a, b, c=0):
...     print(a*b + c)
>>> print_prod(2, 4)
8

# better readable
>>> print_prod(a=2, b=4)
8
>>> print_prod(2, 4, 1)
9
>>> print_prod(c=2, a=4, b=1)
6
```

Local Variables (Scopes)

Listing: local-variables.py

```
def square(z):
    x = z**2 # x: local variable
    print(x)
    return x

x, a = 5, 3 # "unpacking" a tuple

square(a) # -> 9
square(x) # -> 25
print(x) # -> 5  (not changed)

def square2(z):
    print(x) # here: x is taken from global scope
    return z**2

def square3(z):
    print(x) # Error (local variable not yet known)
    x = z**2 # x is local variable due to write access
    return x
```

General Syntax

- Semantic blocks are defined by **indention level** (in place of, e.g., `{ ... }`)
  - defacto-standard: 4 spaces per level (do not use TABs)
  - every good text editor can be configured adequately
    (spyder: `TAB` indention, `SHIFT+TAB` dedetion of highlighted lines)
- Comments and docstrings:

```
# single line comments begin with a hash

def my_function(x, y):
"""
This is a docstring.
It can span multiple lines
"""

"""
unassigned multi-line strings can
be abused as multi-line comment
"""
```

- Recommended maximum line length 80 (or 100) characters (readability)
- If you need more:
  - Check possibility to split up into two commands (readability)
  - Within braces newlines are ignored
  - Backslash (\) allows line continuation in expression

Keywords (Reserved words)

```
False      class      finally    is         return
None       continue   for        lambda     try
True       def        from       nonlocal   while
and        del        global     not        with
as         elif       if         or         yield
assert     else       import     pass
break      except     in         raise
```

They cannot be used as variable name or similar.

File Access

Listing: file-access.py

```
# write in text mode
content_lines = ['some\n', 'more', 'content']
with open('text.txt', 'w') as myfile:
    myfile.write('Hello World.')
    myfile.writelines(content_lines)
    # myfile.close() is called automatically
    # when leaving this block

# read in text mode
with open('text.txt', 'r') as myfile:
    header = myfile.read(10) # first 10 byte
    lines = myfile.readlines() # list of lines
    # (starting from file cursor)
```

File Access

Listing: file-access.py

```
# write in text mode
content_lines = ['some\n', 'more', 'content']
with open('text.txt', 'w') as myfile:
    myfile.write('Hello World.')
    myfile.writelines(content_lines)
    # myfile.close() is called automatically
    # when leaving this block

# read in text mode
with open('text.txt', 'r') as myfile:
    header = myfile.read(10) # first 10 byte
    lines = myfile.readlines() # list of lines
    # (starting from file cursor)
```

Read/write binary data: use `'rb'` and `'wb'`
Appending text or binary data: use `'a'` or `'ab'`

Some “specialities” of Python

- Idexing starts with 0
- Unpacking of sequential data types:

```
>>> x, y, z = range(3)
>>> y
1

>>> mapping = [('green', 560), ('red', 700)]
>>> for color, wavelength in mapping:
...     pass
...     # do stuff
```

- ∃ extensive standard library („batteries included“)
  - `http://docs.python.org/3/library/`

  → “Don’t reinvent the wheel!”

  - Important modules: `pickle, sys, os, itertools, unittest, ...`

Umgang mit Fehlern

- Fehler gehören zum Programmieren

→ Kein Grund für Frustration!

- Fehler in Python: `Exceptions`
- Erzeugen typischerweise einen umfangreichen `Traceback`

Umgang mit Fehlern

- Fehler gehören zum Programmieren

→ Kein Grund für Frustration!

- Fehler in Python: `Exceptions`
- Erzeugen typischerweise einen umfangreichen `Traceback`

→ Gewöhnungsbedürftig aber **sehr hilfreich!**

- Zusätzlich noch konkrete *Fehlermeldung*, z. B.

```
TypeError: can only concatenate tuple (not "list") to tuple
```

Umgang mit Fehlern

- Fehler gehören zum Programmieren

→ Kein Grund für Frustration!

- Fehler in Python: `Exceptions`
- Erzeugen typischerweise einen umfangreichen `Traceback`

→ Gewöhnungsbedürftig aber **sehr hilfreich!**

- Zusätzlich noch konkrete *Fehlermeldung*, z. B.

```
TypeError: can only concatenate tuple (not "list") to tuple
```

- Fehlertypen:
  - `SyntaxError`
  - `TypeError`
  - `ValueError`
  - `IndexError`
  - `KeyError`
  - `ZeroDivisionError`
  - ...

Allgemeine Tipps

- „1st make it run! 2nd make it right! 3. make it fast“

Allgemeine Tipps

- „1st make it run! 2nd make it right! 3. make it fast“
- „DRY: Dont repeat yourself“
  - Copy-Paste ist eine typische Fehlerquelle

Allgemeine Tipps

- „1st make it run! 2nd make it right! 3. make it fast“
- „DRY: Dont repeat yourself“
  - Copy-Paste ist eine typische Fehlerquelle
- Mindestens 50% der Zeit zum Debuggen einplanen

Allgemeine Tipps

- „1st make it run! 2nd make it right! 3. make it fast“
- „DRY: Dont repeat yourself“
  - Copy-Paste ist eine typische Fehlerquelle
- Mindestens 50% der Zeit zum Debuggen einplanen
- Manchmal kann es sinnvoll sein bewusst Fehler einzufügen:

```
1  1/0
```

Allgemeine Tipps

- „1st make it run! 2nd make it right! 3. make it fast“
- „DRY: Dont repeat yourself“
  - Copy-Paste ist eine typische Fehlerquelle
- Mindestens 50% der Zeit zum Debuggen einplanen
- Manchmal kann es sinnvoll sein bewusst Fehler einzufügen:

```
1  1/0
```

- Für (weiter) Fortgeschrittene:
  - Versionsverwaltung mit `git`
  - unittesting
  - Style-Guide: PEP8 + automatisches „code-linting“

Quellen und Links (Python allgemein)

- Pythonkurs für Ingeneur:innen: `http://www.tu-dresden.de/pythonkurs` (Kurs 1 + 2)
  (Folien, Screencasts, Quiz-Fragen, Übungsaufgaben, Lösungen)
- Material zum Buch: `https://python-fuer-ingenieure.de/` (Kap. 1-3)

- Offizielles Tutorial: `http://docs.python.org/3/tutorial/`
- Interaktive Tutorials:
  - `https://cscircles.cemc.uwaterloo.ca/de/`
  - `http://www.learnpython.org/`
  - `https://www.w3schools.com/python/default.asp`
- Ausführlicher und gut strukturierter (aber ggf. trocken):
  - `https://openbook.rheinwerk-verlag.de/python/` (deutsch)
  - `http://www.diveintopython3.net/`
- Kurzübersicht 1: `https://quickref.me/python`
- Kurzübersicht 2: `https://learnxinyminutes.com/docs/python/`

Das Paket Numpy

- Ziel: grober Überblick über die Möglichkeiten
- Aufbau:
  - Numpy Arrays
  - Numpy (grundlegende Numerik)
  - Später: Scipy (anwendungsorientierte Numerik)

Numpy arrays (I)

- Bisher folgende Container-Klassen („Sequenzen“) vorgestellt:
  Liste: `[1, 2, 3]`, Tupel: `(1, 2, 3)`, String: `"1, 2, 3"`
- Ungeeignet um damit zu rechnen

```
1  # sinvoll bei Strings:
2  linie = "-." * 10 # -> "-.-.-.-.-.-.-.-.-.-."
3
4  # zum Rechnen nicht geeignet:
5  zahlen = [3, 4, 5]
6  res1 = zahlen*2 # -> [3, 4, 5, 3, 4, 5]
7
8  # geht gar nicht:
9  res2 = zahlen*1.5
10 res3 = zahlen**2
```

Numpy arrays (II)

- Bei Numpy-Arrays: Berechnungen *elementweise*

```
import numpy as np

zahlen = [3.0, 4.0, 5.0] # Liste mit Gleitkommazahlen

x = np.array(zahlen)
res1 = x*1.5 # -> array([ 4.5,  6. ,  7.5]
res2 = x**2 # -> array([ 9., 16., 25.]
res3 = res1 - res2 # -> array([ -4.5., -10., -18.5]
```

- Arrays können n Dimensionen haben

```
arr_2d = np.array( [[1., 2, 3], [4, 5, 6]] )*1.0 # ->
# array( [[1., 2., 3.],
#         [4., 5., 6.]] )

print(arr_2d.shape) # -> (2, 3)
```

Numpy arrays (III)

Weitere Möglichkeiten, `array`-Objekte zu erstellen:

Listing: 01_arrays_erzeugen.py

```
import numpy as np
x0 = np.arange(10) # wie range(...) nur mit arrays
x1 = np.linspace(-10, 10, 200)
        # 200 Werte: array([-10., -9.899497, ..., 10])
x2 = np.logspace(1,100, 1e4) # 10000 Werte, immer gleicher Quotient

x3 = np.zeros(10) # np.ones analog
x4 = np.zeros( (3, 5) ) # Achtung: nur ein Argument! (=shape)

x5 = np.eye(3)
x6 = np.diag( (1, 2, 3) ) # 3x3-Diagonalmatrix

x7 = np.random.rand(5) # array mit 5 Zufallszahlen
x8 = np.random.rand(4, 2) # array mit 8 Zufallszahlen (shape=(4, 2))

from numpy import r_, c_ # index-Tricks für rows und columns
x9 = r_[6, 5, 4.] # array([ 6.,  5.,  4.])
x10 = r_[x9, -84, x3[:2]] # array([ 6.,  5.,  4.,  -84,  0.,  1.])
x11 = c_[x9, x6 , x5] # in Spalten-Richtung stapeln -> 7x3 array
```

Slicing und Broadcasting

- Slicing: Werte in einem Array adressieren
- Analog wie bei anderen Sequenzen: `x[start:stop:step]`
- Dimensionen durch Kommata getrennt; negative Indizes zählen von hinten

Listing: numpy_scipy/02_slicing.py

```
import numpy as np
a = np.arange(18)*2.0
A = np.array( [ [0, 1, 2, 3, 4, 5], [6, 7, 8, 9, 10, 11] ] )

x1 = a[3] #  Element Nr. "3" (-> 6.0)
x2 = a[3:6] # Elemente 3 bis 5   -> array([  6.,   8.,  10.])
x3 = a[-3:] # Vom 3.-letzten bis Ende -> array([30.,32.,34.])
# Achtung a, x2 und x3 teilen sich die Daten!
a[-2:]*= -1
print(x3) # -> [-30.,-32.,-34.]

y1 = A[:, 0] # erste Spalte von A
y2 = A[1, :3 ] # ersten drei Elemente der zweiten Zeile
```

- ∃ „Broadcasting“: Automatisches vergrößern (z.B. Array + Zahl)

„Broadcasting“

- Numpy’s Umgang mit Arrays mit unterschiedlichen Abmessungen („shapes“) (bei elementweise ausgeführte Berechnungen)
- Trivialbeispiel: x (2d-array) + y (float) $\rightarrow$ y wird auf Shape von x „aufgeblasen“
- Anderes Beispiel: 2d-array + 1d-array
- Regel: Die Größe entlang der letzten *Achsen* beider Operanden müssen übereinstimmen oder eine von beiden muss eins sein.
- Zwei Beispiele:

3d-array*1d-array = 3d-array

```
img.shape              (256,  256,  3)
scale.shape                       (3,)
(img*scale).shape      (256,  256,  3)
```

4d-array+3d-array = 4d-array

```
A.shape          (8,  1,  6,  1)
B.shape             (7,  1,  5)
(A+B).shape      (8,  7,  6,  5)
```

- Führt manchmal zu Verwirrung/Problemen:
  `ValueError: shape mismatch: objects cannot be broadcast to a single shape`

$\rightarrow$ Im Zweifel Doku lesen uder[1] (interaktiv) ausprobieren

- siehe auch `numpy_scipy/03_broadcast_beispiel.py`

[1]: `https://cknoll.github.io/uder.html`

Broadcasting-Beispiel

Listing: numpy_scipy/03_broadcast_beispiel.py

```
import numpy as np
import time

E = np.ones((4, 3))  # -> shape=(4, 3)
b = np.array([-1, 2, 7])  # -> shape=(3,)
print(E*b)  # -> shape=(4, 3)

b_13 = b.reshape((1, 3))
print(E*b_13)  # -> shape=(4, 3)

print("\n"*2, "Achtung, die nächste Anweisung erzeugt einen Fehler.")
time.sleep(2)

b_31 = b_13.T  # Transponieren -> shape=(3,1)
print(E*b_31) # broadcasting error
```

Erinnerung: `E*b_13` ist **keine** Matrix-Vektormultiplikation (siehe Folie 43)

Numpy — Indizierung von Arrays

Begriff: „Index“ ⇒ „Indizierung“

Listing: numpy_scipy/03b_indizierung.py

```
a = np.array ([10, 11, 12, 13, 14, 15])

# trivial mit int - Werten (wie bei Listen):
a[2] # -> 12
a[2:5] # -> 12 , 13 , 14
a[ -2:] # -> 14 , 15

# mit int - Sequenzen (das geht bei Listen nicht !)
# (Länge: egal)
idcs = [1, 3, 0, 1]
a[ idcs ] # -> 11, 13, 10, 11

# direkt :
a[[1, 3, 0, 1]]

# mit bool-Sequenzen ("Masken") (das geht bei Listen auch nicht !)
# (Länge muss passen)
idcs2 = [True, False, True, False, False, True]
a[ idcs2 ] # -> 10 , 12 , 15

# nützlich für sowas
a[ a > 11.5] # -> 12 , 13 , 14 , 15
# ... geht alles n - dimensional
```

Numpy-Funktionen

```
import numpy as np
from numpy import sin, pi # Tipparbeit sparen

t = np.linspace(0, 2*pi, 1000)

x = sin(t) # analog: cos, exp, sqrt, log, log2, ...
xd = np.diff(x) # numerisch differenzieren
# Achtung: xd hat einen Eintrag weniger!
X = np.cumsum(x) # num. "integrieren" (kummulativ summieren)
```

- Keine python-Schleifen notwendig → Numpy-Funktionen sind schnell wie C-Code

- Vergleichsoperationen:

```
# Elementweise:
y1 = np.arange(3) >= 2
    # -> array([False, False, True], dtype=bool)
# Array-weit:
y2 = np.all( np.arange(3) >= 0) # -> True
y3 = np.any( np.arange(3) < 0) # -> False
```

Weitere Numpy Funktionen

- `min`, `max`, `argmin`, `argmax`, `sum` ($\rightarrow$ Skalare)
- `abs`, `real`, `imag` ($\rightarrow$ Arrays)
- Shape ändern: `.T` (transponieren), `reshape`, `flatten`, `vstack`, `hstack`

Lineare Algebra:

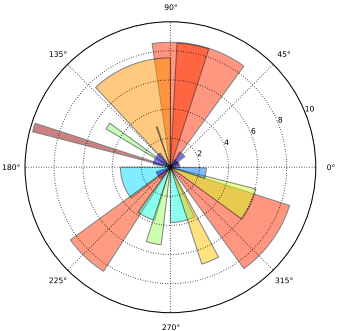
- Matrix-Multiplikation:
  - `dot(a, b)` (empfolen)
  - `a@b` (@-Operator in Python 3.5 eingeführt)
  - `np.matrix(a)*np.matrix(b)` (nicht empfohlen)
- Submodul: `numpy.linalg`:
  - `det`, `inv`, `solve` (LGS lösen), `eig` (Eigenwerte u. -vektoren),
  - `pinv` (Pseudoinverse), `svd` (Singulärwertzerlegung), ...

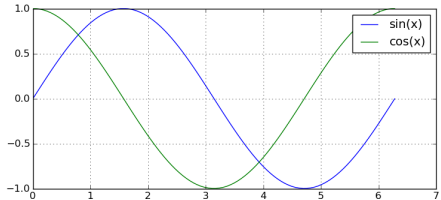
Zusammenfassung Numpy

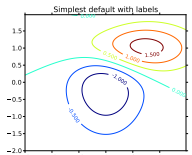
- numpy-Arrays
- Verschiedene Möglichkeiten der Indizierung (sehr wichtig)
- Weitere numpy-Funktionen
- Doku: `https://numpy.org/doc/stable/`

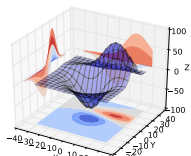
2D-Visualisierung mit matplotlib

- Visualisierung von Messdaten, Simulationsergebnissen etc.
- Publikationsfertige Grafiken für Studien- und Diplomarbeiten, Dissertationen, wissenschaftliche Artikel und Beiträge









Das Paket Matplotlib

- Quasi-Standard für 2D-Plotten mit Python (kann auch 3D)
- Syntax an Matlab angelehnt $\rightarrow$ einfach für Umsteiger
- Sehr viele Plotfunktionen und -arten
- Interaktiv (zooming, panning)
- Einbinden von Formeln und Symbolen
- LaTeX-Schnittstelle für Text in Diagrammen
- Speichern von Plots in als Rastergrafik (z. B. `png`) oder Vektorgrafik (z. B. `pdf`)
- Umfangreiche Dokumentation
- Performance: akzeptabel, aber nicht ideal für Echtzeit-Visualisierung

`http://matplotlib.org/gallery.html`

Grundlagen 1: Einführungsbeispiel

```
# notebook Makros (nur einer notwendig)
%matplotlib inline      # standard
%matplotlib notebook
%matplotlib qt
```

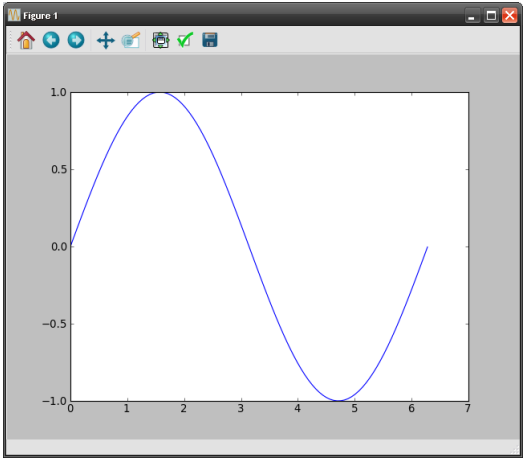
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(0,6.28,100)
y = np.sin(x)

plt.plot(x, y)
```

Plot individualisieren

```
plt.title('Sinusfunktion')
plt.grid()
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.show()  # in notebook meist überflüssig
```

Grafik Schließen (nur manchmal notwendig)

```
plt.close()
```



Grundlagen 2

`plt.plot(...)` ist eine **sehr** flexible Funktion

Empfehlung: Doku anschauen mit `plt.plot?`

Grundlagen 2

`plt.plot(...)` ist eine **sehr** flexible Funktion

Empfehlung: Doku anschauen mit `plt.plot?`

Plot mit Optionen (kurz):
`plt.plot(x, y, 'ro:')` → Farbe, Marker und Linientyp

Plot mit Optionen (lang):

```
plt.plot(x, y, color='#FF0000', ls=':', lw=2, marker='o')
```

Mehrere Kurven mit einem Befehl

```
plt.plot(x, sin(x), 'r--', x, cos(x), 'g:')
```

Legende

```
plt.plot(x, sin(x), label='sin(x)')
plt.plot(x, cos(x), label='cos(x)')
plt.legend()
```

Grundlagen 3

Sonderzeichen / Formeln → LaTeX Support

```
plt.plot(x, y/x, label=(r'$\frac{\sin(\phi)}{\phi}$'))
leg = plt.legend()
```

Schriftgröße Legende

```
plt.setp(leg.texts, fontsize=20)
```

Schriftgröße Label

```
plt.xlabel('Zeit[s]', fontsize=14)
```

Aussehen nachträglich ändern

```
p = plt.plot(x,y)
```

`plt.setp(p, linewidth=3)` → beliebige Anzahl von Optionen

Begriffe

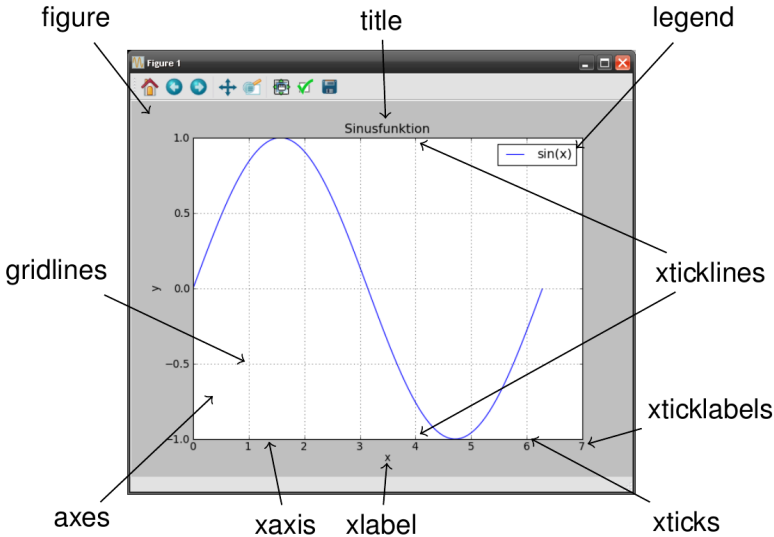


figure
title
legend
Figure 1
Sinusfunktion
sin(x)
gridlines
xticklines
xticklabels
axes
xaxis
xlabel
xticks
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
y
0
1
2
3
4
5
6
7
x

Beispiel-Skript 1

Listing: matplotlib1.py

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  alpha = np.linspace(0, 6.28, 100)
5  y = np.sin(alpha)
6
7  mm = 1./25.4 # Umrechnung mm -> zoll
8  fig = plt.figure(figsize=(250*mm, 180*mm)) # Abmessungen explizit vorgeben
9
10 plt.plot(alpha, y, label=r'$\sin(\alpha)$')
11 plt.xlabel(r'$\alpha$ in rad')
12 plt.ylabel('$y$')
13 plt.title('Sinusfunktion')
14 plt.legend() # Legende einblenden
15 plt.grid() # Gitterlinien einblenden
16
17 plt.savefig('test.pdf') # Dateiformat wird aus Endung erkannt
18 plt.show() # Anzeige des Bildes
```

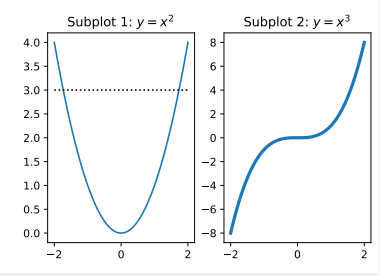
Empfehlungen:

- Daten-Erzeugung (z. B. Simulation) und Visualisierung getrennt implementieren
- Visualisierung komplett automatisieren (möglichst keine manuelle Interaktion)
- Grund: später oft noch Anpassungsbedarf an Visualisierungs-Details
  $\rightarrow$ nicht jedes Mal neue Simulation notwendig

Beispiel-Skript 2 (Subplots)

Listing: matplotlib2.py

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  xx = np.linspace(-2, 2, 100)
5
6  mm = 1./25.4 # Umrechnung mm -> zoll
7  scale = 0.5 # Für proportionale Skalierung
8  fs = np.array([250*mm, 180*mm])*scale
9
10 # kleiner rechter Rand
11 plt.rcParams['figure.subplot.right'] = .98
12
13 # subplots: 1 Zeile, 2 Spalten
14 fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=fs);
15
16 ax1.plot(xx, xx**2)
17 ax1.set_title("Subplot 1: $y=x^2$")
18
19 ax2.plot(xx, xx**3, lw=3)
20 ax2.set_title("Subplot 2: $y=x^3$")
21
22 ax1.plot(xx, xx*0+3, ":k") # gepunktete schwarze Linie bei y=3
23
24 plt.savefig('subplots.pdf') # Dateiformat wird aus Endung erkannt
25 plt.show() # Anzeige des Bildes
```



Wo bekomme ich Hilfe?

- Matplotlib ist sehr umfangreich und komplex → Doku unter `http://matplotlib.org/contents.html`
- Tipp 1: Gallery (`http://matplotlib.org/gallery.html`)
  Sehr viele Beispiele (Bilder und Code)

- Tipp 2: Dokumentationen der Axes-Klasse
  `http://matplotlib.org/api/axes_api.html?matplotlib.axes.Axes`

- Alle Plot- und Zeichenfunktionen sind über die `axes`-Klasse zu erreichen!
  - `ax.plot()`, `ax.bar()`, `ax.scatter()`, `ax.arrow()`, ...
  - Besonders wichtig: Keyword-Argumente
- Siehe auch Cheatsheets ab Folie 57

Häufig benötigte Einstellungen

- `ax.set_aspect('equal')` → Seitenverhältnis 1:1
- `ax.set_xlim(0, 10)` → Wertebereich der X-Achse
- `ax.set_xticklabels(['a', 'b'])` → eigene Beschriftungen
- `ax.legend(loc=1)` → Position der Legende
- `ax.tick_params(**kwargs)` → Optik der Achsenbeschriftung

Grundsätzlich auch:

- `setp()` ermöglicht das setzen von Eigenschaften von Objekten
- `getp()` liefert die Objekte und deren `kwargs` (Introspection)

```
1 setp(getp(leg, "texts"), fontsize=10)
```

LaTeX und matplotlibrc

- Matplotlib bringt einen (reduzierten) LaTeX Compiler mit
- Ausprobieren:
  - `ax.plot(x, y, label='$sin(x)$')`
  - `ax.set_ylabel('$\mu_2$')`
- Optionen können global in rc gesetzt werden:

```
1 import matplotlib as mpl
2
3 mpl.rc('font', family = 'serif',
4                serif = ['Computer Modern Roman'],
5                size = 11)
6
7 mpl.rc('text', usetex=True)
```

  → Damit werden alle Strings mit LaTeX kompiliert
- Alternativ: direkter Zugriff auf das `dict`-Objekt `mpl.rcParams`
  - Entdecken mit:

```
1 import ipydex  # ggf. vorher pip install ipydex ausführen
2 ipydex.dirsearch("size", mpl.rcParams)
```

Zusammenfassung Matplotlib

- Bibliothek für 2D-Visualisierung: `matplotlib`
- Sehr umfangreiche Optionen
- Bewährtes Vorgehen:
  - Beispiele unter matplotlib.org/gallery.html nachschauen und anpassen

Matplotlib Cheatsheet: Linienstile

Zwei Möglichkeiten. Kurz: als Format-String

`plot(x, y, '-.')`

Lang: als Keyword-Argument (Kurz- und Langform zulässig)

`plot(x, y, linestyle='dashed')` oder `plot(x, y, ls='--')`

Kurzform	Langform	Beschreibung	Output
`''` oder `' '`	`None`	ohne Linie	
`'-'`	`'solid'`	durchgehende Linie (*Vorgabe*)	
`'--'`	`'dashed'`	gestrichelte Linie	
`'-.'`	`'dashdot'`	Strichpunktlinie	
`':'`	`'dotted'`	gepunktete Linie	

Matplotlib Cheatsheet: Marker

Wiederum zwei Möglichkeiten, kurz als Format-String

```
plot(x, y, 'o')
```

Lang als Keyword-Argument

```
plot(x, y, marker='x')
```

Größe mit `markersize=10` oder `ms=10` einstellbar

Auswahl:

Kurzform	Beschreibung	Output
`' '` oder `None`	ohne Marker (*Vorgabe*)	
`'.'`	Punkt	●
`'o'`	Kreis	○
`'D'`	Diamant	◇
`'H'`	Hexagon	⬢
`'+'`	Plus	+
`'s'`	Quadrat	■
`'x'`	Kreuz	×

Matplotlib Cheatsheet: Farben

Im Format-String, oder als Keyword-Agrument

`plot(x, y, 'g')` oder `plot(x, y, color='green')`

Grau: Zahlenwert zwischen 0 (≙schwarz) und 1 (≙weiß) als `str`-Objekt: `plot(x, y, color='0.3')`

Für anspruchsvollere Fälle

- Hexadezimale Notation (wie in HTML/CSS): `color='#e3e6f7'`
- 3-Tupel (≙ **R**ot, **G**rün, **B**lau): `color=(0.3, 0.8, 0.1)`
- 4-Tupel (≙ RGB + **A**lpha (Deckungskraft)): `color=(0.3, 0.8, 0.1, 0.7) # 30% Transparenz`

Grundlegende Farben sind vordefiniert:

Kurzform	Langform	Farbe
`'b'`	`'blue'`	Blau
`'g'`	`'green'`	Grün
`'r'`	`'red'`	Rot
`'c'`	`'cyan'`	Cyan
`'m'`	`'magenta'`	Magenta
`'y'`	`'yellow'`	Gelb
`'k'`	`'black'`	Schwarz

Scipy

- Paket, das auf Numpy aufsetzt
- Bietet Funktionalität für
  - Daten-Ein- u. Ausgabe (z.B. mat-Format (Matlab))
  - Physikalische Konstanten
  - Noch mehr lineare Algebra
  - Signalverarbeitung (Fouriertransformation, Filter, ...)
  - Statistik
  - Optimierung
  - Interpolation
  - Numerische Integration („Simulation“)

scipy.optimize (1)

- Besonders nützlich: `fsolve` (Doku) und `minimize` (Doku)
- `fsolve`: findet Nullstelle einer skalaren Funktkion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ oder eines (nichtlinearen) Gleichungssystems $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Bei beiden: Startschätzung wichtig
- Beispiel: Näherungslösung der nichtlinearen Gleichung

$$x + 2.3 \cdot \cos(x) \stackrel{!}{=} 1 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2.3 \cdot \cos(x) - 1 \stackrel{!}{=} 0$$

Listing: numpy_scipy/06_fsolve_beispiel.py

```
import numpy as np
from scipy import optimize

def fnc1(x):
    return x + 2.3*np.cos(x) - 1

sol = optimize.fsolve(fnc1, 0) # -> array([-0.723632])
# Probe:
print(sol, sol + 2.3*np.cos(sol)) # -> [-0.72363261] [1.]
```

scipy.optimize (2)

- `minimize`: findet Minimum einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ (Doku)
- Schnittstelle zu verschiedenen Minimierungsalgorithmen
- Erlaubt viele optionale Argumente
  (z. B. Angabe von Schranken oder (Un)gleichungs-Nebenbedingungen)
- Kann auch Gleichungen lösen, durch Minimierung des quadratischen **Gleichungsfehlers:**

Listing: numpy_scipy/07_minimize_beispiel.py

```
import numpy as np
from scipy import optimize

def fnc2(x):
    return (x + 2.3*np.cos(x) - 1)**2 # quadratischer Gleichungsfehler

res = optimize.minimize(fnc2, 0) # Optimierung mit Startschätzung 0
# Probe:
print(res.x, res.x + 2.3*np.cos(res.x)) # -> [-0.7236326] [1.00000004]

# mit Grenzen und veränderter Startschätzung -> andere Lösung
res = optimize.minimize(fnc2, 0.5, bounds=[(0, 3)])
# Probe:
print(res.x, res.x + 2.3*np.cos(res.x)) # -> [2.03999505] [1.00000003]
```

Num. Integration von DGLn (Theorie)

- „Simulation“ = numerisches Lösen von Differentialgleichungen
- DGL-Systeme (engl. **O**rdinary **D**ifferential **E**quations) in Zustandsdarstellung: $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)$
- Zeitableitung des Zustands $\mathbf{z}$ hängt vom Zustand selber ab (und von t)
- Lösung der DGL: Zeitverlauf $\mathbf{z}(t)$ (hängt vom Anfangszustand $\mathbf{z}(0)$ ab)
  $\rightarrow$ „Anfangswertproblem“ (engl. “**I**nitial **V**alue **P**roblem” (IVP))

Num. Integration von DGLn (Theorie)

- „Simulation“ = numerisches Lösen von Differentialgleichungen
- DGL-Systeme (engl. **O**rdinary **D**ifferential **E**quations) in Zustandsdarstellung:
  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)$
- Zeitableitung des Zustands $\mathbf{z}$ hängt vom Zustand selber ab (und von t)
- Lösung der DGL: Zeitverlauf $\mathbf{z}(t)$ (hängt vom Anfangszustand $\mathbf{z}(0)$ ab)
  $\rightarrow$ „Anfangswertproblem“ (engl. “**I**nitial **V**alue **P**roblem” (IVP))
- Bsp. harmonischer Oszillator mit DGL: $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega^2 y = 0$
- Vorbereitung überführung in „Zustandsraumdarstellung“
  (eine DGLn 2. Ordnung $\rightarrow$ zwei DGLn 1. Ordnung):
  Zustand: $\mathbf{z} = (z_1, z_2)^T$ mit $z_1 := y$, $z_2 := \dot{y} \rightarrow$ zwei DGLn:

  $\dot{z}_1 = z_2$ („definitorische Gleichung“)
  $\dot{z}_2 = -2\delta z_2 - \omega^2 z_1 \quad (= \ddot{y})$
- $\exists$ verschiedene Integrationsalgorithmen (Euler, Runge-Kutta, ...)
- Nutzbar in Python über Universal-Funktion: `scipy.integrate.solve_ivp` (Doku)

Num. Integration von DGLn (Theorie)

- „Simulation“ = numerisches Lösen von Differentialgleichungen
- DGL-Systeme (engl. **O**rdinary **D**ifferential **E**quations) in Zustandsdarstellung:
  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)$
- Zeitableitung des Zustands $\mathbf{z}$ hängt vom Zustand selber ab (und von t)
- Lösung der DGL: Zeitverlauf $\mathbf{z}(t)$ (hängt vom Anfangszustand $\mathbf{z}(0)$ ab)
  $\rightarrow$ „Anfangswertproblem“ (engl. “**I**nitial **V**alue **P**roblem” (IVP))
- Bsp. harmonischer Oszillator mit DGL: $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega^2 y = 0$
- Vorbereitung überführung in „Zustandsraumdarstellung“
  (eine DGLn 2. Ordnung $\rightarrow$ zwei DGLn 1. Ordnung):
  Zustand: $\mathbf{z} = (z_1, z_2)^T$ mit $z_1 := y$, $z_2 := \dot{y} \rightarrow$ zwei DGLn:

  $\dot{z}_1 = z_2$ („definitorische Gleichung“)
  $\dot{z}_2 = -2\delta z_2 - \omega^2 z_1 \quad (= \ddot{y})$
- $\exists$ verschiedene Integrationsalgorithmen (Euler, Runge-Kutta, ...)
- Nutzbar in Python über Universal-Funktion: `scipy.integrate.solve_ivp` (Doku)

Ausführliche Erläuterung in Notebook: `Simulation_dynamischer_Systeme.ipynb`

Num. Integration (Umsetzung)

Listing: numpy_scipy/04_solve_ivp_beispiel.py

```
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_ivp

delta = .1
omega_2 = 2**2
def rhs(t, z):
    """ rhs heißt 'right hand side [function]' """
    # Argument t muss in Signatur vorhanden sein, kann aber ignoriert werden
    z1, z2  = z # Entpacken des Zustandsvektors in seine zwei Komponenten
    z1_dot = z2
    z2_dot = -(2*delta*z2 + omega_2*z1)
    return [z1_dot, z2_dot]

tt = np.arange(0, 100, .01) # unabhängige Variable (Zeit)
z0 = [10, 0]   # Anfangszustand für z1 und z2 (=y, und y_dot)
res = solve_ivp(rhs, (tt[0], tt[-1]), z0, t_eval=tt) # Aufruf des Integrators
zz = res.y # Zustandsverlaufs-Array (Zeilen: Zustandskomponenten; Spalten: Zeitschritte)

from matplotlib import pyplot as plt
plt.plot(tt, zz[0, :]) # Verlauf von z1 plotten
plt.show()
```

- Die Funktion `rhs` ist „ganz normales“ Objekt

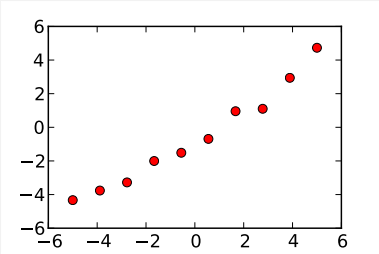
→ Kann als Argument an eine andere Funktion (hier: `solve_ivp`) übergeben werden

- Hinweis: Funktion `odeint` ist Vorgänger von `solve_ivp`.

  Hauptunterschied: Argumentenreihenfolge und Rückgabeobjekt

Regression, Interpolation

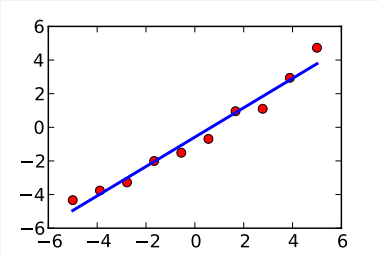
Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):



Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

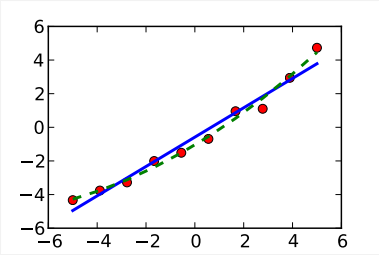
- Regressionsgerade (blau)



Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung



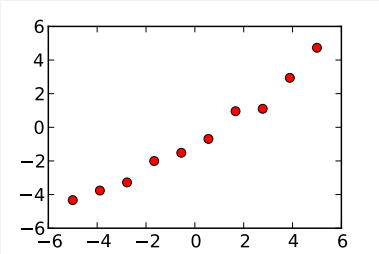
Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung

Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial (→ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)



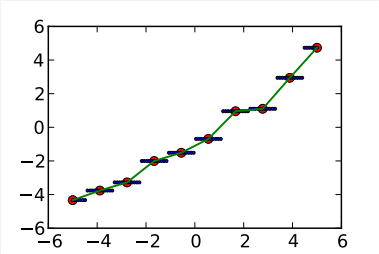
Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung

Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial (→ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)



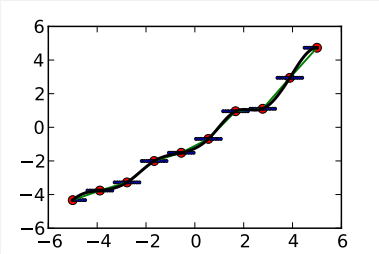
Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung

Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial ($\rightarrow$ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)



Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

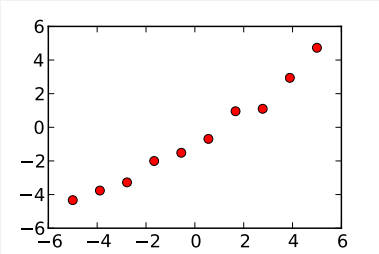
- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung

Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial (→ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)

Mischform mit `scipy.interpolation.splrep` (Doku):

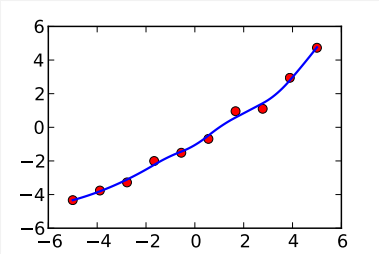
- „geglätter Spline“ (Glattheit über Koeffizient einstellbar)



Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung



Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial (→ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)

Mischform mit `scipy.interpolation.splrep` (Doku):

- „geglätter Spline“ (Glattheit über Koeffizient einstellbar)

Siehe auch `numpy_scipy/05_interp_beispiel.py`

Regression, Interpolation

Regression mit `numpy.polyfit` (Doku):

- Regressionsgerade (blau)
- oder höherer Ordnung

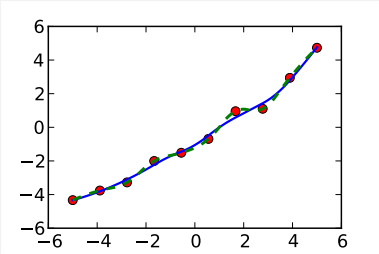
Interpolation mit
`scipy.interpolation.interp1d` (Doku):

- Stückweise polynomial (→ „Spline“)
- beliebige Ordnung
  (hier: 0., 1., 2. Ordnung)

Mischform mit `scipy.interpolation.splrep` (Doku):

- „geglätter Spline“ (Glattheit über Koeffizient einstellbar)

Siehe auch `numpy_scipy/05_interp_beispiel.py`



Zusammenfassung Scipy

- Basiert auf Numpy und `numpy`-Arrays
- Fortgeschrittene mathematische Methoden:
  - Optimierung (`minimize` , ...)
  - Simulation (`solve_ivp` , ...)
  - Interpolation + Regression (`np.polyfit` , `interp1d` , ...)
  - noch viel viel mehr!

Das Paket `sympy`

- Python-Bibliothek für symbolische Berechnungen („mit Buchstaben rechnen“)

→ Backend eines Computer Algebra Systems (CAS)

- Mögliche Frontends: eigenes Python-Skript, IPython-Shell, IPython-Notebook (im Browser)

- Vorteil: CAS-Funktionalität zusammen mit richtiger Programmiersprache

`sympy` Überblick

- Varianten das Paket bzw. Objekte daraus zu importieren:
  1. `import sympy as sp`
  2. `from sympy import sin, cos, pi`
  3. `from sympy import *` ⚠ Vorisicht: „namespace pollution“

`sympy` Überblick

- Varianten das Paket bzw. Objekte daraus zu importieren:
  1. `import sympy as sp`
  2. `from sympy import sin, cos, pi`
  3. `from sympy import *` ⚠ Vorisicht: „namespace pollution“
- `sp.symbols, sp.Symbol` : Symbole erzeugen (≠ Variable)
- `sp.sin(x), sp.cos(2*pi*t), sp.exp(x),...` : mathematische Funktionen
- `sp.Function('f')(x)` : eigene Funktion anlegen (und auswerten)
- `sp.diff(<expr>, <var>)` oder `<expr>.diff(<var>)` : ableiten
- `sp.simplify(<expr>)` : vereinfachen
- `<expr>.expand()` : ausmultiplizieren
- `<expr>.subs(...)` : substituieren
- `sp.pprint(<expr>)` : „pretty printing“

Rechnen mit sympy

Listing: sympy1.py

```
import sympy as sp
x = sp.Symbol('x')
a, b, c = sp.symbols('a b c') # verschiedene Wege Symbole zu erzeugen

z = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2))
print(z)  # -> -b*c*(-1/(2*b) + 2*a*b*x/c) + 2*a*x*b**2
print(z.expand())  # -> c/2 (Ausmutiplizieren)

# Funktionen anwenden:
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a)
print(y) # -> a**(1/2)*exp(x)*sin(x)

# Eigene Funktionen definieren
f1 = sp.Function('f') # -> sympy.core.function.f (nicht ausgewertet)
g1 = sp.Function('g')(x) # -> g(x)    (Funktion ausgewertet bei x)


# Differenzieren
print(y.diff(x))  # -> 3*sqrt(a)*exp(3*x)*sin(x) + sqrt(a)*exp(3*x)*cos(x)
print(g1.diff(x))  # -> Derivative(g(x), x)

# Vereinfachungen:
print(sp.trigsimp(sp.sin(x)**2+sp.cos(x)**2)) # -> 1
```

Substituieren: `<expr>.subs(...)`

- Vergleichbar mit `<str>.replace(alt, neu)`
- Nützlich für: manuelle Vereinfachungen, (partielle) Funktionsauswertungen, Koordinatentransformationen

```
1 term1 = a*b*sp.exp(c*x)
2 term2 = term1.subs(a, 1/b)
3 print(term2) # -> exp(c*x)
```

Substituieren: `<expr>.subs(...)`

- Vergleichbar mit `<str>.replace(alt, neu)`
- Nützlich für: manuelle Vereinfachungen, (partielle) Funktionsauswertungen, Koordinatentransformationen

```
1 term1 = a*b*sp.exp(c*x)
2 term2 = term1.subs(a, 1/b)
3 print(term2) # -> exp(c*x)
```

- Aufrufmöglichkeiten: 1. direkt, 2. Liste mit Tupeln, 3. dict (nicht empfohlen)
  1. `<expr>.subs(alt, neu)`
  2. `<expr>.subs([(alt1, neu1), (alt2, neu2), ...])`
     - Reihenfolge der Liste → Substitutionsreihenfolge
     - Relevant beim Substituieren von Ableitungen (siehe Beispiel-Notebook)
- Wichtig: `subs(...)` liefert Rückgabewert (original-Ausdruck bleibt unverändert)

Weitere Methoden / Funktionen / Typen

- `sp.Matrix([[x, a+b], [c*x, sp.sin(x)]])` : Matrizen
- `<mtrx>.jacobian(xx)` : Jacobi-Matrix eines Vektors
- `sp.solve(x**2 + x - a, x)` : Gleichungen und Gleichungssysteme lösen
- `<expr>.atoms(), <expr>.atoms(sp.sin)` : „Atome“ (bestimmten Typs)
- `<expr>.args` : Argumente der jeweiligen Klasse (Summanden, Faktoren, ...)

- `sp.sympify(...)` : Datentypen-Anpassung
- `sp.integrate(<expr>, <var>)` : Integration
- `sp.series(...)` : Reihenentwicklung
- `sp.limit(<var>, <value>)` : Grenzwert
- `<expr>.as_num_denom()` : Zähler-Nenner-Aufspaltung
- `sp.Polynomial(x**7+a*x**3+b*x+c, x, domain='EX')` : Polynome
- `sp.Piecewise(...)` : Stückweise definierte Funktionen

Numerische Formelauswertung

- Gegeben: Formel und Werte der einzelnen Variablen
- Gesucht: numerisches Ergebnis

Numerische Formelauswertung

- Gegeben: Formel und Werte der einzelnen Variablen
- Gesucht: numerisches Ergebnis
- Prinzipiell möglich: `expr.subs(num_werte).evalf()`

Numerische Formelauswertung

- Gegeben: Formel und Werte der einzelnen Variablen
- Gesucht: numerisches Ergebnis
- Prinzipiell möglich: `expr.subs(num_werte).evalf()`
- Besser (bzgl. Geschwindigkeit): `lambdify` (Namensherkunft: Pythons `lambda`-Funktionen)
- Erzeugt eine Python-Funktion, die man dann mit den Argumenten aufrufen kann

```
1  f = a*sp.sin(b*x)
2  df_xa = f.diff(x)
3
4  # Funktion erzeugen
5  df_xa_fnc = sp.lambdify((a, b, x), df_xa, modules='numpy')
6
7  # Funktion auswerten
8  print( f_xa_fnc(1.2, 0.5, 3.14) )
```

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by $\LaTeX$ ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

some_formula := $2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$

---

y := $\sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$

---

yd := $3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by LaTeX ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

$$\texttt{some\_formula} := 2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$$

$$\texttt{y} := \sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$$

$$\texttt{yd} := 3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Für LaTeX-Ausgabe (nur in älteren Versionen notwendig)

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by LaTeX ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

$$\texttt{some\_formula} := 2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$$

$$\texttt{y} := \sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$$

$$\texttt{yd} := 3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Für LaTeX-Ausgabe (nur in älteren Versionen notwendig)

Aktiviert speziellen Kommentar:

`##:`

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by LaTeX ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

some_formula := $2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$

---

y := $\sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$

---

yd := $3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Für LaTeX-Ausgabe (nur in älteren Versionen notwendig)

Aktiviert speziellen Kommentar:

`##:`

Dieser zeigt Ergebnis von Zuweisungen an

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by LaTeX ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

some_formula := $2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$

---

y := $\sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$

---

yd := $3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Für LaTeX-Ausgabe (nur in älteren Versionen notwendig)

Aktiviert speziellen Kommentar:

`##:`

Dieser zeigt Ergebnis von Zuweisungen an

Sympy-Unterstützung in Jupyter

Another trick: let sympy expressions be nicely rendered by LaTeX ⇒ readability ↑.

In [7]:
```
from sympy.interactive import printing
printing.init_printing()

%load_ext ipydex.displaytools
```

In [8]:
```
# same code with special-comments (`##:`)

x = sp.Symbol("x")
a, b, c, z = sp.symbols("a b c z") # create several symbols at once

some_formula = a*b*x*b + b**2*a*x - c*b*(2*a/c*x*b-1/(b*2)) ##:

# some calculus
y = sp.sin(x)*sp.exp(3*x)*sp.sqrt(a) ##:

# derive
yd = y.diff(x) ##:
```

some-formula := $2ab^2x - bc\left(\frac{2a}{c}bx - \frac{1}{2b}\right)$

---

y := $\sqrt{a}e^{3x}\sin(x)$

---

yd := $3\sqrt{a}e^{3x}\sin(x) + \sqrt{a}e^{3x}\cos(x)$

Siehe Beispiel-Notebook

`zusatz-notebooks/sympy-notebook1.html`

Für LaTeX-Ausgabe (nur in älteren Versionen notwendig)

Aktiviert speziellen Kommentar:

`##:`

Dieser zeigt Ergebnis von Zuweisungen an

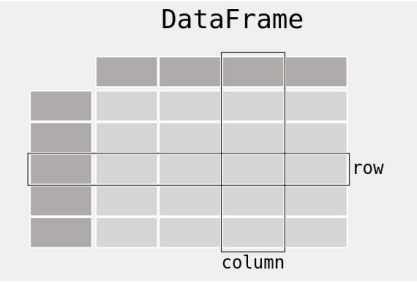
Zusammenfassung Sympy

- Computer-Algebra-System („Rechnen mit Buchstaben“)
- Gut geeignet um „Handrechnungen zu kontrollieren/beschleunigen“
- Substituieren, Ableiten, Integrieren, Vereinfachen
- Doku: `http://docs.sympy.org/latest/modules/`

Das Paket Pandas

→ **„Tabellenkalkulation mit Python“**

- Wichtigstes Paket für „Data Science“
- basiert auf Numpy
- Wichtigster Datentyp: `pandas.DataFrame`
  - Modelliert Tabelle
  - Spalten haben Namen
  - Spalten können unterschiedliche Datentypen haben
- Zweitwichtigster Datentyp: `pandas.Series`
  - Modelliert Zeile oder Spalte



Doku `https://pandas.pydata.org/docs/`

Data Frames erzeugen

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichtern_etc.py

```
1  import pandas as pd
2  import numpy as np
3
4  # aus einem Array:
5  arr = np.random.randn(6, 4)
6  df1 = pd.DataFrame(arr, columns=list("ABCD"))
7
8  # aus einem Dictionary
9  dinge = {
10     "Gewicht": [10.1, 5.0, 8.3, 7.2],
11     "Farbe": ["rot", "grün", "blau", "transparent"],
12     "Verfügbarkeit": [False, True, True, False],
13     "Preis": 8.99 # alle kosten gleich viel
14 }
15 artikelnummern = ["A107", "A108", "A109", "A110"]
16 df2 = pd.DataFrame(dinge, index=artikelnummern)
```

Data Frames erzeugen

Häufiges Dateiformat: CSV (Comma Separated Values) (Enthält oft noch Header-Informationen z.B. Spaltenüberschriften)

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichtern_etc.py

```
26 # als CSV-Datei speichern
27 df2.to_csv("dinge.csv")
28
29
30 # Datei laden (Python allgemein (unabhängig von Pandas))
31 fname = "dinge.csv"
32 with open(fname, "r") as csv_file:
33     txt = csv_file.read()
34 print(txt)
35
36
37 # Pandas-Funktion um Daten in DataFrame zu laden
38 # (Erkennt Spaltenüberschriften automatisch)
39 df2_new = pd.read_csv(fname)
40
41
42 from IPython.display import display
43 display(df2_new)  # Jupyter-Notebook-spezifische Anzeige
```

Auf DataFrames-Inhalte zugreifen (lesend/schreibend)

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichern_etc.py

```
49  # eine Spalte auswählen (-> pd.Series)
50  df2 ["Preis"]
51  df2.Preis # äquivalent (wenn möglich)
52
53  # eine Zeile über Index-Wert auswählen
54  df2.loc ["A108"]
55
56  # mehrere Zeilen, mehrere Spalten ( -> pd.DataFrame)
57  df2.loc ["A108":"A109", ["Gewicht","Farbe"]]
58
59  # über numerischen Index
60  df2.iloc [0:2, [0, 3]]
61
62  # einzelne Elemente schreiben
63  df2.loc ["A108","Gewicht"] = 16.4 # neuen Wert zuweisen
64  df2.loc ["A108","Gewicht"] /= 2 # Wert halbieren
65
66  # nachschauen, ob es geklappt hat
67  df2.iloc [1, 0] # Zeilenindex: 1, Spaltenindex: 0
68  # mehrere Elemente ver ä ndern
69
70  df2.loc ["A108":"A109","Preis"] *= 0.7 # 30% Rabatt
```

Auf DataFrames-Inhalte zugreifen (2)

Neue Inhalte anhängen:

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichtern_etc.py

```
75 # neue Spalte
76 df2 ["Laenge"] = [10, 20, 30, 40]
77 # neue Zeile
78 df2.loc ["X400"] = [15, "lila", True, 25.00, 50]
```

bestimmte Zeilen über Bedingungen an die Inhalte auswählen:

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichtern_etc.py

```
81 # Series - Objekt mit bool - Einträgen erzeugen
82 tmp_df = df2.Gewicht > 8
83
84 # diese bool - Datenreihe zur Indizierung nutzen
85 df2 [ tmp_df ]
86
87 # das ganze in einem Schritt :
88 df2 [ df2.Gewicht > 8]
```

Funktionen anwenden

Listing: pandas/01_df_erstellen_speichtern_etc.py

```
93  df2.describe()
94
95  df2.Preis.mean()
96  df2.Gewicht.median()
97  df2.Gewicht.max()
98
99  # kombinieren mit boolscher Indizierung:
100 df2 [df2.Gewicht > 8]. Gewicht.mean()
101 # Funktion auf jede Spalten anwenden
102 # (Kummulative Summer inhaltlich hier nicht sinnvoll - egal)
103 df2.apply(np.cumsum )
104 df2 [["Preis", "Gewicht"]].apply(np.diff)
```

Zusammenfassung Pandas

- Basiert auf numpy-Arrays $\rightarrow$ Indizierung
- Tabellarische Daten
- Statistik
- Doku: `https://pandas.pydata.org/docs/`

Quellen und Links (wissenschaftliche Pakete)

- https://numpy.org/doc/
- https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/

- http://www.scipy.org/Tentative_NumPy_Tutorial
- http://www.scipy.org/NumPy_for_Matlab_Users
- https://docs.scipy.org/doc/numpy/user/basics.broadcasting.html
- http://scipy.org/Numpy_Example_List_With_Doc (umfangreich)

- http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/ (Tutorial + Referenz)
- http://www.scipy.org/Cookbook

- http://docs.sympy.org/latest/modules/
- https://matplotlib.org/stable/users/index.html

Auch hilfreich: google, stackoverflow, https://perplexity.ai

Ausblick

- PEP8, https://www.python.org/dev/peps/pep-0008/
  - Python Enhancement Proposal Nr. 8
  - Style-Guide für guten Code (Konvetionen für Benennung und Formatierung)
- unittest-Paket, https://docs.python.org/3/library/unittest.html
  - Automatisiertes Testen von Funktionen
  - Unverzichtbar bei größeren Projekten
- Versionsverwaltung mit git
  - Sehr hilfreich bei Projekten mit mehreren Personen aber auch alleine sinnvoll
  - Nicht trivial, aber lohnenswert; siehe auch FSFW-git-Intro-Workshop
  - Wichtig: git != github
    (git: Programm, github: Webservice (von MS))
  - github-Alternativen: gitlab.com, codeberg.org

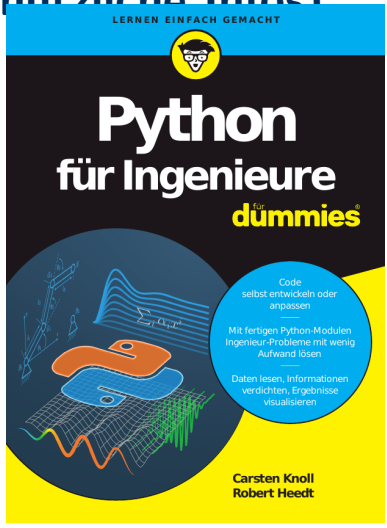
Abschlussrunde

Ingenieur-Python nicht an einem Tag lernbar, aber

- Möglichkeiten andeuten
- Erste Ergebnisse ermöglichen
- Zum weiteren Selbststudium anregen

Möglichkeiten für Anschlusskommunikation
Siehe Hedgedoc: Gruppenkommunikation

Werbung (und nützliche Infos)



https://python-fuer-ingenieure.de