

图论基础

XJTU

Information and Computational Science

mg

xjtumg.me

xjtumg1007@gmail.com

- 最短路算法
 - Dijkstra
 - Dijkstra + heap
 - SPFA
 - Floyd
 - 最短路算法应用
- 并查集
 - 路径压缩
- 最小生成树算法
 - Prim
 - Kruskal
 - MST算法应用

- Tarjan算法
 - SCC
 - BCC
 - 割点
 - 割边(bridge)
 - 点连通度
 - 边连通度
- 二分图
 - 最大匹配
 - 最优匹配
 - ...

- 单源最短路径算法
- Dijkstra $O(V^2)$ 边权非负
- Dijkstra + heap $O((V + E) \log V)$ 边权非负
- SPFA $O(kE)$

- 多源最短路径算法
- 本质上DP
- Floyd $O(V^3)$

- 最短路应用
- 次短路
- K短路
- 最短路径数量
- 判断负环

- HDU 1596
- 完全图，每条边给定权值(0~1间的实数)
- 一条路径的权值定义为路径上所有边的权值乘积
- 对于每组询问(u, v)，求(u -> v)的最大权值路径
- $V, Q \leq 1000$

- \log 使乘法变加法
- 类似于Dijkstra在负权图上求最长路
- 直接套用SPFA

- 并查集
- 路径压缩 $O(n * \alpha(n))$

- MST
- Prim $O(V^2)$
- Kruskal $O(E \log E)$

- POJ 2349
- n 个站点， s 个卫星系统，每个卫星系统只能安排在一个站点
- 有卫星系统的站点间通讯不需要代价
- 任意两点 (i, j) 间皆可通讯，代价为 $\text{dis}[i][j]$
- 请用最小的代价使得任意两个站点间均可以通讯
- $n, s \leq 1000$

- POJ 3522
- 求最大边与最小边差值最小的生成树
- $V \leq 100$, $E \leq V(V - 1) / 2$

- 所有最小生成树上的边权不变
- 枚举最小边求解

- HDU 5361
- 数轴上有 n 个点($1 \sim n$)
- 每个点可以到达与其数轴距离 $\geq L \leq R$ 的点, 花费为 C_i
- 求从1点到其余所有点的最小花费
- $n \leq 2 * 10^5$

- 线段树完成区间更新

- 因为每个点出边权值均相等 且非负
- 所以每个点只会被松弛一次
- 如何在最短路上快速找到未被访问过的点？

- 并查集
- set
- 需要使用Dijkstra + heap

- 二分图

- 最大匹配 匈牙利算法

- 网络流建模

- 增广路

- $O(VE)$

- 二分图最小顶点覆盖数 = 二分图最大匹配数
- DAG的最小路径覆盖数 = V - 二分图最大匹配数
- 二分图的最大独立集数 = V - 二分图最大匹配数

- POJ 3692
- 已知班级有**G**个女孩和**B**个男孩，所有女生之间都相互认识，所有男生之间也相互认识，给出**M**对关系表示哪个女孩与哪个男孩认识。现在要选择一些学生来组成一个团，使得里面所有人都认识，求此团最大人数
- $G, B \leq 200$

- 不认识的男孩女孩之间去连边
- 二分图最大独立集