

LISTA DE EXERCÍCIOS 06 DE TEORIA DOS NÚMEROS

HEMAR GODINHO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

1. CONGRUÊNCIAS MÓDULO m

- (1) Mostre que $2^{23} \equiv 1 \pmod{47}$.
- (2) Encontre o resto da divisão de 7^{34} por 51.
- (3) Encontre um SRR módulo 17 composto exclusivamente de múltiplos de 3.
- (4) Encontre um SRR módulo 9 composto somente de primos.
- (5) Mostre que para todo $n \in \mathbb{Z}$ tem-se que $5n^3 + 7n^5 \equiv 0 \pmod{12}$.
- (6) Mostre que se $n > 4$ então $1! + 2! + 3! + \cdots + n! \equiv 9 \pmod{12}$.
- (7) Prove que 42 divide $n^7 - n$ para qualquer inteiro n .
- (8) Seja p um primo e $\{r_1, \dots, r_{p-1}\}$ um SRR módulo p . Mostre que

$$r_1 \cdot r_2 \cdots r_{p-1} \equiv -1 \pmod{p}.$$

- (9) Mostre que se p é primo ímpar então $2 \cdot (p-3)! \equiv -1 \pmod{p}$.
- (10) Encontre todos os valores de $n \in \mathbb{N}$ tais que $\phi(n) = 24$.
- (11) Encontre todos os valores de $n \in \mathbb{N}$ tais que $3 \nmid \phi(n)$.
- (12) Mostre que

$$\phi(2n) = \begin{cases} \phi(n) & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 2\phi(n) & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

- (13) Mostre que existem infinitos números $n \in \mathbb{N}$ tais que $10/\phi(n)$.
- (14) Resolva as seguintes congruências:
 - (a) $23x \equiv 7 \pmod{19}$;
 - (b) $7x \equiv 5 \pmod{36}$;
 - (c) $25x \equiv 15 \pmod{120}$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA-DF, BRASIL