

## LISTA DE EXERCÍCIOS 05 DE TEORIA DOS NÚMEROS

HEMAR GODINHO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

- (1) Sejam  $a, b \in \mathbb{N}$ , com  $a, b \geq 2$ . Mostre que se  $\text{mdc}(a, b) = 1$  e o produto  $a.b$  é um quadrado perfeito então  $a$  é um quadrado e  $b$  também é quadrado.
- (2) Mostre que o número  $a = 1111 \dots 11$ , formado por trezentos dígitos 1's não pode ser um quadrado.
- (3) Determine a soma  $M$  de todos os números com cinco dígitos formados pelas permutações dos dígitos 1,2,3,4 e 5, ou seja  $M = 12345 + 13245 + \dots + 54321$ .
- (4) Seja  $U_n = 1111 \dots 11$  formado por  $n$  dígitos 1's (ou seja,  $U_1 = 1, U_2 = 11, U_3 = 111$ , etc.). Mostre que se  $U_n$  é primo então necessariamente  $n$  tem que ser primo.
- (5) De acordo com o algoritmo de Euclides temos que  $431 = 37 \times 11 + 24$ . Determine o maior valor de  $m \in \mathbb{N}$  tal que  $431 = (37 + m) \times 11 + r$ , com  $0 \leq r < 37 + m$ .
- (6) Mostre que se  $m, n \in \mathbb{N}$  são ímpares então 8 sempre divide  $m^4 + n^4 - 2$ .
- (7) Sejam  $a, b \in \mathbb{N}$  e seja  $d = \text{mdc}(a, b)$ . Mostre que no conjunto  $\{a, 2a, 3a, \dots, ba\}$  existem exatamente  $d$  números divisíveis por  $b$ .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA-DF, BRASIL