

Politopos – Ejemplos Extremos y Parámetros Combinat6ricos

Hoja de Ejercicios 2

Problema 1

- (a) Calcule la combinatoria de $C_3(n)$ usan el criterio de pariedad de Gale.
- (b) Demuestre que se puede construir este tipo de politopo de un $(n - 1)$ -6gono usando “separaci6n de v6rtice”.
- (c) Calcule la combinatoria del politopo dual $C_3(n)^*$. 6Por qu6 se llama esto una “cu6a”?

Problema 2

- (a) 6Que tan grandes deben ser las coordenadas de los vertices para realizar el n -6gono con coordenadas enteras?
- (b) 6Se puede realizar $C_3(n)$ con coordenadas enteras peque6as?
- (c) 6Y qu6 tal $C_3(n)^*$?

Problema 3

Calcule la combinatoria de las facetas de $C_4(n)^*$ para n peque6o o para todo n .
6Por qu6 se llaman “cu6as”?

Problema 4

- (a) Demuestre que la *curva de Carath6odory* $c(t) := (\cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t)$ es una curva de orden 4 en \mathbb{R}^4 .
- (b) Si se realizan los politopos c6clicos $C_4(n)$ con puntos en $t_k = \frac{k}{n}2\pi$ ($0 \leq k < n$) espaciados equitativamente en la curva de Carath6odory, demuestre que ese politopo tiene un grupo diedral de simetr6as.

Problema 5

Calcule la combinatorias de $C_d(d + 2)$ para d peque6o o para todo d .

Problema 6

Calcule la combinatoria del producto de dos tri6ngulos, $\Delta_2 \times \Delta_2$.

¿Cómo se ven las facetas? ¿Cuáles facetas son adyacentes?

Problema 7

- (a) Demuestre que la ecuación de Euler $f_0 - f_1 + f_2 = 2$ es la *única* ecuación lineal válida en el conjunto de f -vectores de 3-politopos.
- (b) Demuestre que la ecuación de Euler-Poincaré $f_0 - f_1 + f_2 - f_3 = 0$ es la *única* ecuación lineal válida en el conjunto de f -vectores de 3-politopos.

Problema 8

Demuestre el lema de Steinitz: Demuestre que para cada par de enteros (f_0, f_2) con $f_2 \leq 2f_0 - 4$ y $f_0 \leq 2f_2 - 4$, hay un 3-politopo con esa cantidad de caras. Demuestre lo mismo para cada par de enteros.