

## Politopos – Ejemplos Extremos y Parámetros Combinatórios

### Hoja de Ejercicios 2

#### Problema 1

Calcule el  $f$ -vector de (a) el 5-cubo,  
(b) el 10-cubo.

#### Problema 2

Asuma que  $d$  es un número grande, ¿Cómo es la “forma” del  $f$ -vector del  $d$ -cubo?  
¿Cuál es la entrada más grande?

#### Problema 3

¿Cuál es el tipo combinatorio del politopo  $\Delta_3(2)$ ?  
¿Es un politopo regular?

#### Problema 4

Demuestre que todos los 4-politopos 2-simples y 2-simpliciales tienen un  $f$ -vector simétrico.  
(es decir, el número de vértices es igual al número de facetas)

#### Problema 5

El “medio-cubo”  $d$ -dimensional es el politopo que se obtiene como subpolitopo del  $d$ -cubo  $[0, 1]^d$  dado por la envolvente convexa de cada otro vértice.

- (a) Dibuje e identifique el medio-cubo 3-dimensional.
- (b) Demuestre que los medio-cubos son 3-simpliciales, pero no 4-simpliciales.
- (c) Calcule el  $f$ -vector del  $d$ -medio-cubo para  $d = 3, 4, 5$ .
- (d)\* ¿Podría encontrar una fórmula para el  $f$ -vector, para un  $d$  general?

#### Problema 6

- (a) Calcule  $f$ -vectores de  $\Delta_d(k)$ , tantos como pueda.
- (b)\* ¿Podría deducir una fórmula general?