# Øving 8

IELET1001 - Elektroteknikk

Gunnar Myhre, BIELEKTRO

14. februar 2022

## Oppgåve 1

Gitt den periodiske funksjonen

$$v(t) = 25cos(30t + 10°)V \tag{1}$$

er frekvensen gitt som

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 15\pi \tag{2}$$

og perioden

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{15\pi} \tag{3}$$

## Oppgåve 2

Fasevinklane mellom dei to spenningene er

$$40° - (-20°) = 60° \tag{4}$$

## Oppgåve 3

Vi veit generelt at om

$$v(t) = V_m cos(\omega t + \phi) = Re\{V_m e^{j\phi} e^{j\omega t}\} \tag{5}$$

så er fasevektoren til $v(t)$

$$V = V_m e^{j\phi} \tag{6}$$

- **a)** $v(t) = 20cos(2t - 10°) \rightarrow 20e^{-10°j}$
- **b)** $i(t) = -4sin(10t + 35°) = 4cos(10t + 125°) \rightarrow 4e^{125°j}$
- **c)** $v(t) = 60sin(5t - 25°) = 60cos(5t - 115°) \rightarrow 60e^{-115°j}$

## Oppgåve 4

$$Z = (((((2j - j)||(2||2)) + 18)||2j) + 2)\,\Omega \tag{7}$$

$$Z = ((((j||1)) + 18)||2j) + 2)\,\Omega \tag{8}$$

$$Z = \left((\frac{j}{1+j} + 18)||2j) + 2\right)\Omega \tag{9}$$

$$Z = \left(\frac{(\frac{j}{1+j} + 18)2j}{2j + \frac{j}{1+j} + 18} + 2\right)\Omega \tag{10}$$

gonger med konjugat for å fjerne brøk

$$Z = \left(\frac{(\frac{1}{2}j + \frac{1}{2} + 18)2j}{2j + \frac{1}{2}j + \frac{1}{2} + 18} + 2\right)\Omega \tag{11}$$

$$Z = \left(\frac{j^2 + 37j}{\frac{5}{2}j + \frac{37}{2}} + 2\right)\Omega \tag{12}$$

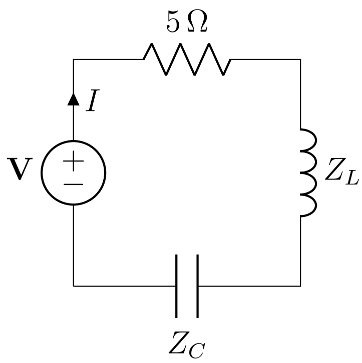
gonger med konjugat for å fjerne brøk

$$Z = \left(\frac{-1 + 37j}{\frac{5}{2}j + \frac{37}{2}}\frac{(\frac{5}{2}j - \frac{37}{2})}{(\frac{5}{2}j - \frac{37}{2})} + 2\right)\Omega \tag{13}$$

$$Z = \left(\frac{74 + 687j}{348,5} + 2\right)\Omega \tag{14}$$

$$Z = (2,21 + 1,97j)\,\Omega \tag{15}$$

# Oppgåve 5




Vi kjenner til desse verdiane

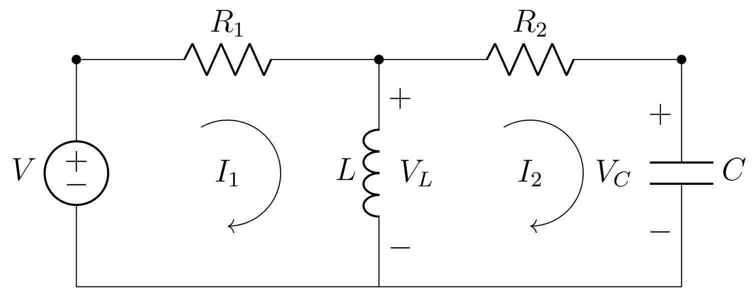
- $\mathbf{V} = 13e^{j85°} = 13cos85° + j13sin85° = 1,133 + j12,95$
- $\omega = 600$
- $Z_R = 5$
- $Z_L = j\omega L = j600L$
- $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -20,08j$

At fasevinkelen mellom $V$ og $I$ er lik er eit spesialtilfelle som *kun* inntrer om den totale reaktansen i kretsen er null, med andre ord når $Z_L + Z_C = 0$.

$$\frac{1}{j\omega C} + j\omega L = 0 \rightarrow \frac{1}{\omega C} = -j^2\omega L \rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2} \tag{16}$$

Sidan $C = 83\text{µF}$ er gitt må vi velge $L = 33,47\text{mH}$.

# Oppgåve 6




Løyser vha. maskestraum. KVL i maske 1 og 2 gjev oss matrisa

$$A\vec{x} = \vec{b} \rightarrow \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L, & -j\omega L \\ -j\omega L, & R_2 + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24\angle 60° \\ 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

fører opp kjente verdiar for fasevektorane

- $V = 24\angle 60° = 24cos(60°) + j24sin(60°) = 12 + j12\sqrt{3}$
- $Z_{R_1} = 4$
- $Z_{R_2} = 8$
- $Z_L = j\omega L = j6$
- $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j4$

fører inn i matrisa

$$A\vec{x} = \vec{b} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 + j6, & -j6 \\ -j6, & 8 + j2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 + j12\sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Sidan dette er ei $2 \times 2$-matrise kan vi løyse den vha. Cramers regel. Då må vi først finne determinanten til A

$$det(A) = (4 + j6)(8 + j2) - (-j6)(-j6) = 56 + 56j \tag{19}$$

finner $I_1$ vha. Cramers regel

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 12 + j12\sqrt{3}, & -j6 \\ 0, & 8 + j2 \end{vmatrix}}{det(A)} = \frac{(12 + j12\sqrt{3})(8 + j2)}{56 + 56j} \approx 2,18 + j1,21 \tag{20}$$

finner $I_2$ vha. Cramers regel

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4+j6, & 12+j12\sqrt{3} \\ -j6, & 0 \end{vmatrix}}{det(A)} = \frac{0-(-j6)(12+j12\sqrt{3})}{56+56j} \approx -0,47+j1,75 \tag{21}$$

for å vinne spenningene $V_L$ og $V_C$ bruker vi den utvida Ohms' lov $V = ZI$

$$V_C = -j4 \cdot I_2 = -j4(-0,47+j1,75) = 7+j1,88 \tag{22}$$

$$V_C = j6 \cdot (I_1 - I_2) = j6(2,18+j1,21-(-0,47+j1,75)) = 3,24+j15,9 \tag{23}$$

tilbakeført til tidsdomenet vert dette

- $I_1 = 2,18+j1,21 \longrightarrow i_1(t) = 2,49cos(\omega t + 61°)[A]$
- $I_2 = -0,47+j1,75 \longrightarrow i_2(t) = 1,81cos(\omega t + 165°)[A]$
- $V_L = 3,24+j15,9 \longrightarrow v_L(t) = 16,22cos(\omega t + 12°)[V]$
- $V_C = 7+j1,88 \longrightarrow v_C(t) = 7,25cos(\omega t + 75°)[V]$

# Oppgåve 7

Velger meg jord i den nederste noda. Vi får kun éi vesentlig node (supernode) som består av $V_O$ og noda heilt til venstre i underkant av $6V$-spenningskjelda

$$\frac{V_O-6}{2} + \frac{(V_O-6)-6V_O}{2} + \frac{V_O-6V_O}{j} + \frac{V_O}{2} = 0 \tag{24}$$

forenkler algebraisk

$$V_O = \frac{-36-j120}{109}[V] \tag{25}$$

# Oppgåve 8

Løyser vha. maskestraum

- $KVL_{I_x} : 2I_x - jI_x + 4jI_x - I_1 = 0$
- $KVL_{I_1} : 2I_1 - I_x - 4I_x = 6$

Løyser som matrise $A\vec{x} = \vec{b}$

$$A\vec{x} = \vec{b} \rightarrow \begin{bmatrix} -1, & 2+3j \\ 2, & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_x \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix} \tag{26}$$

finner determinanten til $A$

$$det(A) = 5 - (4 + 6j) = 1 - 6j \tag{27}$$

finner $I_1$ vha. Cramers regel

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0, & 2+3j \\ 6, & -5 \end{vmatrix}}{det(A)} = \frac{-12 - 18j}{1 - 6j} \frac{(1 + 6j)}{(1 + 6j)} = \frac{96 - 90j}{37} \tag{28}$$

finner $I_x$ vha. Cramers regel

$$I_x = \frac{\begin{vmatrix} -1, & 0 \\ 2, & 6 \end{vmatrix}}{det(A)} = \frac{-6}{1 - 6j} \frac{(1 + 6j)}{(1 + 6j)} = \frac{-6 - 36j}{37} \tag{29}$$

finner $V_0$ vha. Ohms lov

$$V = ZI \rightarrow V_0 = I_1 - 4I_x = \frac{96 - 90j - 4(-6 - 36j)}{37} = \frac{120 + 54j}{37} \tag{30}$$

## Oppgåve 9

Vi har tidlegare lært at superposisjon kun fungerer på kretsar med lineære kretselement. Sidan vi igjen får lineære likninger når vi omgjer frå tidsdomenet til det komplekse domenet antar eg at dette er grunnen for at superposisjon igjen fungerer som kretsanalysemetode.

Finner bidrag frå spenningskjelda vha spenningsdeling

$$V_{0_B} = \frac{Z_1}{R_1 + R_2 + Z_1} V_s = \frac{-j}{25 - j} 12 = \frac{12 - 300j}{626} \tag{31}$$

Finner bidrag frå straumkjelda vha. straumdeling

$$V_{0_A} = ZI = Z_1 \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2 + Z_1} i_s \right) = -j \left( \frac{24}{25 - j} 4 \right) = \frac{-96 + 2400j}{626} \tag{32}$$

finner $V_0$

$$V_0 = V_{0_A} + V_{0_B} = \frac{12 - 300j}{626} + \frac{-96 + 2400j}{626} = -\frac{42}{313} + \frac{1050}{313} j \tag{33}$$

## Oppgåve 10

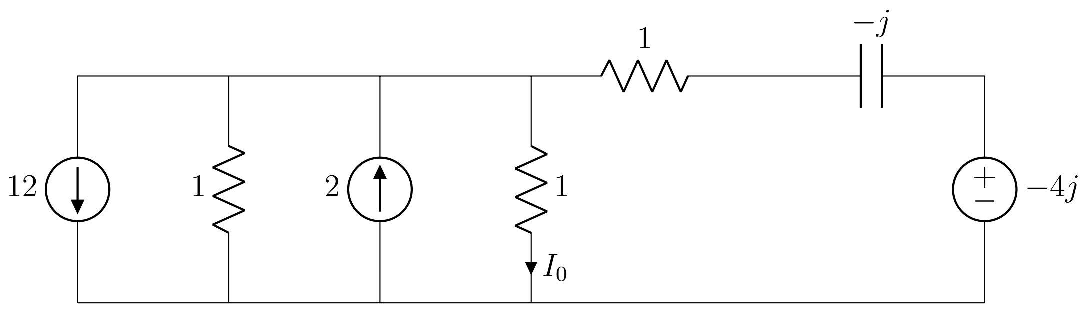
Skriver alle fasevektorane over på kartesisk form. Gjer om spenningskjelda på venstre side til straumkjelde

$$I = \frac{V}{Z} \rightarrow I = 12 \tag{34}$$

Gjer om straumkjelda på høgre side til spenningskjelde

$$V = ZI \rightarrow V = (-j)4 \tag{35}$$

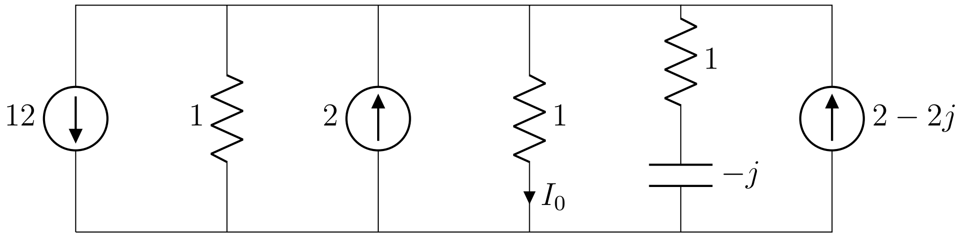
kretsen ser nå slik ut



gjer spenningskjelda på høgre side tilbake til straumkjelde

$$I = \frac{V}{Z} \rightarrow I = \frac{-4j}{1-j} = 2 - 2j \tag{36}$$

nå har vi tri straumkjelder i parallell som vi kan legge saman



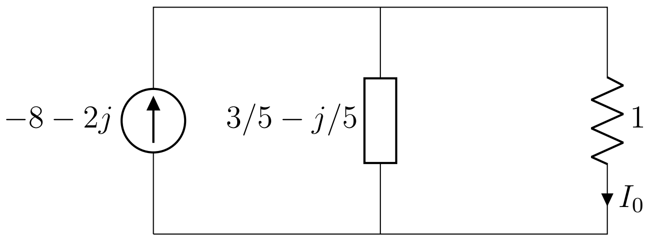

legger saman straumkjeldene

$$I = -12 + 2 + 2 - 2j = -8 - 2j \tag{37}$$

legger saman impedansane i dei to greinene vi ikkje bryr oss om

$$Z = 1||(1-j) = \frac{(1-j)}{1+1-j} = \frac{3-j}{5} \tag{38}$$

kretsen ser nå slik ut

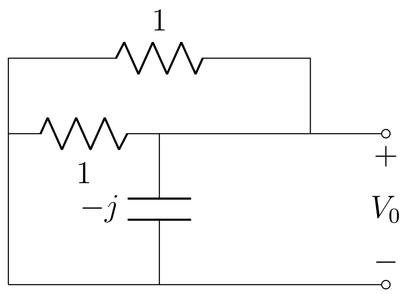



finner $I_0$ vha. straumdeling

$$I_0 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I_s \rightarrow I_0 = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{5}j}{1 + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}j}(-8-2j) = -\frac{2}{13}(21+i) = -3,23 - 0,15i \tag{39}$$

# Oppgåve 11

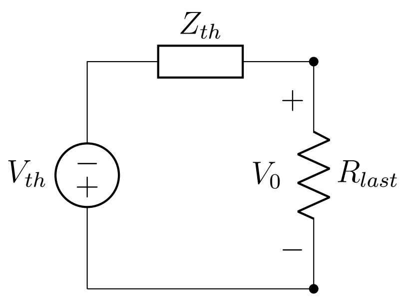
Nuller ut kjeldene og fjerner lasten for å finne $Z_{th}$




$$Z_{th} = (-j||1)||1) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}j \tag{40}$$

finner $V_{th}$ vha. nodespenning i supernode

$$\frac{V_0 - 4\angle 0^\circ}{1} + \frac{V_0 - 6\angle 0^\circ - 4\angle 0^\circ}{1} + \frac{V_0 - 6\angle 0^\circ}{-j} - 2\angle 0^\circ = 0 \to V_0 = \frac{16+j}{2+j} = \frac{38}{5} - \frac{4}{5}j \tag{41}$$




finner $V_0$ vha. spenningsdeling

$$V_0 = \frac{1}{1 + 2/5 - j1/5}\left(\frac{38}{5} - \frac{4}{5}j\right) = \frac{38-4j}{7-j} = \frac{27+j}{5} \tag{42}$$