Øving 6

IELET1001 - Elektroteknikk

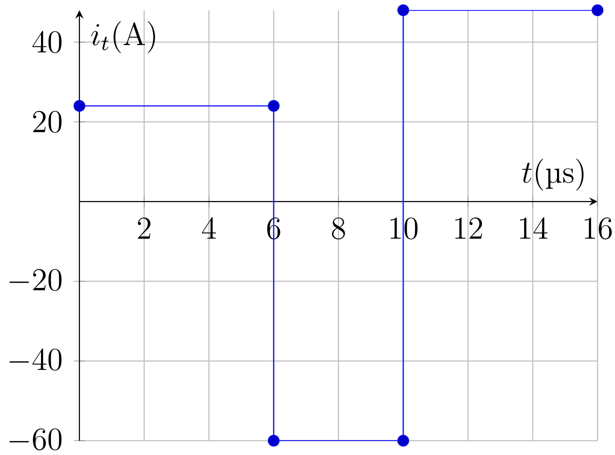
Gunnar Myhre, BIELEKTRO

28. november 2021

1 Oppgåve 1

Straumen igjennom kondensatoren er gitt ved $i = C\frac{dv}{dt}$

t	$\frac{dv}{dt}$	i
$[0, 6\rangle$	$12/6 = 2$	$24A$
$\langle 6, 10\rangle$	$-20/4 = -5$	$-60A$
$\langle 10, 16\rangle$	$6/6 = 1$	$48A$



2 Oppgåve 2

Frå grafen kan vi lese verdiane av $i(t)$ for fire ulike intervaller

Intervall	$i(t)$
$\langle 0,2\rangle$	$7,5t$
$\langle 2,4\rangle$	15
$\langle 4,6\rangle$	$-15t$
$\langle 6,8\rangle$	$2,5t$

Vi ser at formelen for energi lagra i kondensator kun er avhengig av kapasitansen **C** og spenninga **v**. Derfor kan vi svare på spørsmålet om $w_c(1,4)$ og $w_c(6,7)$ ved å finne $v_c(1,4)$ og $v_c(6,7)$.

$$w(t) = \frac{1}{2}Cv^2 \tag{1}$$

Formelen for spenning over kondensator er gitt ved

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt \tag{2}$$

- $v_c(0) = 0$
- $v_c(2) = 0 + \frac{1}{5}\int_0^2 7,5tdt = 3V$
- $v_c(4) = 3 + \frac{1}{5}\int_2^4 15dt = 9V$
- $v_c(6) = 9 + \frac{1}{5}\int_4^6 -5dt = 7V$

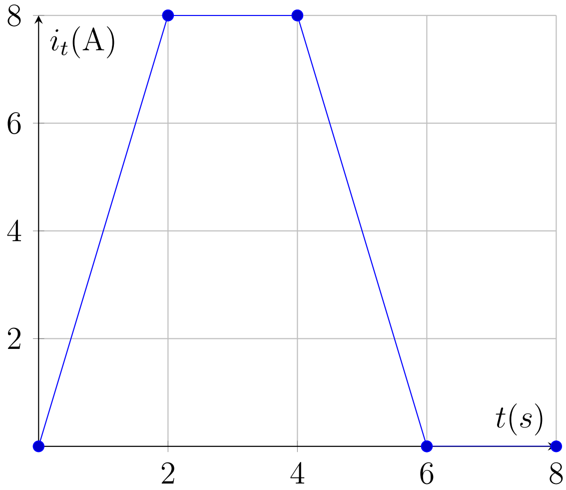
Nå kan vi finne spenningene på dei to eksakte tidspunkta i oppgåveteksten, og deretter energien lagra ved desse tidspunkta.

- $v_c(1,4) = 0 + \frac{1}{5}\int_0^{1,4} 7,5tdt = 1,47V$
- $w_c(1,4) = \frac{5}{2}\text{µF}(1,47V)^2 = 5,402\text{µJ}$
- $v_c(6,7) = 7 + \frac{1}{5}\int_4^{6,7}(2,5t-5)dt = 6,423V$
- $w_c(6,7) = \frac{5}{2}\text{µF}(6,423)^2 = 103,121\text{µJ}$

3 Oppgåve 3

Spenningen over spolen er gitt ved $v = L\frac{di}{dt}$. Endringa i straumen over tid blir slik

t	$\frac{di}{dt}$	$i(t)$
$[0, 2\rangle$	4	$0A + 32/4A = 8A$
$\langle 2, 4\rangle$	0	$8A + 0A = 8A$
$\langle 4, 6\rangle$	-4	$8A - 32/4A = 0A$
$\langle 6, 8\rangle$	0	$0A + 0A = 0A$



4 Oppgåve 4

a)

$$i(t) = 2sin(377t)A \tag{3}$$

Deriverer uttrykket for $i(t)$

$$\frac{di}{dt} = 754cos(377t)A \tag{4}$$

setter inn i formel for spenning over spole

$$v = L\frac{di}{dt} \rightarrow 100mH \cdot 754cos(377)A \tag{5}$$

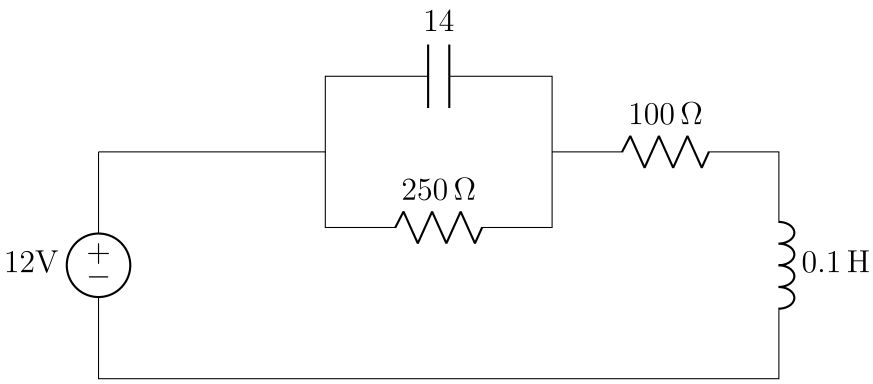
b) Bruker formel for energi i spole

$$w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) \tag{6}$$

Setter inn for i og L

$$w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) \Rightarrow \frac{1}{20}(2sin(377t)) \tag{7}$$

5 Oppgåve 5



Ved stasjonære forhold vil spolen oppføre seg som ein kortslutning og kondensatoren som ein åpen krets. I dette tilfellet vil straumen igjennom kretsen vere gitt ved:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{12V}{350\Omega} = 34,29mA \tag{8}$$

Dette er også straumen igjennom spolen ved $t \to \infty$. Energien lagra i spolen er dermed gitt ved:

$$w(t) = \frac{1}{2}Li^2 \to \frac{1}{20}34,29^2\text{H}\,\mu\text{A} = 58,79\mu\text{J} \tag{9}$$

Spenninga over kondensatoren når $t \to \infty$ er gitt ved

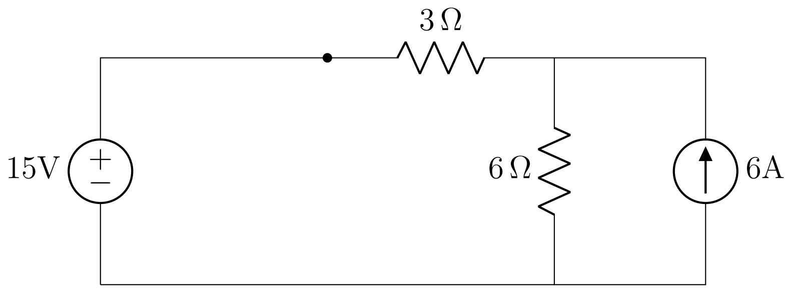
$$v_c = \frac{250}{350}12V = 8,571V \tag{10}$$

Sidan det er oppgitt at mengden energi lagra i kondensatoren er den same som i spolen kan vi nå finne kapasitansen til kondensatoren

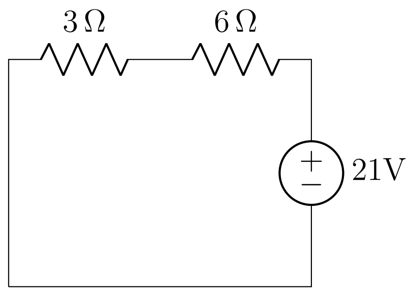
$$w = \frac{1}{2}Cv^2 \to C = \frac{2 \cdot 58,79}{8,751^2} = 1,60\mu F \tag{11}$$

6 Oppgåve 6

Ved stasjonære forhold vil spolene oppføre seg som kortslutningar og kondensatoren som ein åpen krets. Derfor kan vi forenkle kretsen slik:



som vi igjen kan forenkle v/kjeldetransformering:



a) Spenningsfallet over 3-ohm er $3/9 \cdot 21V = 7V$, effekten forbrukt i motstanden er gitt ved

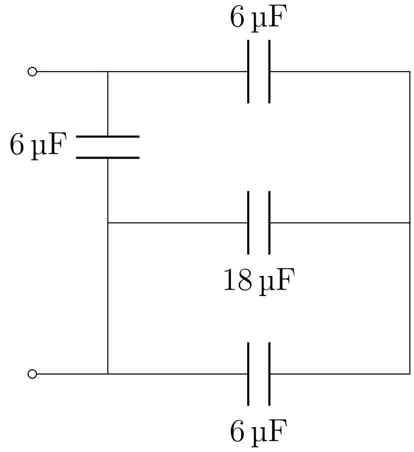
$$P = \frac{v^2}{R} = \frac{7^2}{3} = 16,3W \tag{12}$$

b) Ved $t \to \infty$ er spenninga over kondensatoren 15V. Energien lagra i kondensatoren er

$$w = \frac{1}{2}Cv^2 \to (15V)^2C = 225J \tag{13}$$

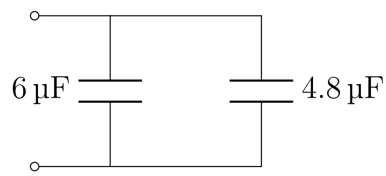
7 Oppgåve 7

a) Dei tri kondensatorane til høgre står i parallell (kondensator i parallell kan plussast saman).



18µF og den nederste 6µF står i parallell → 24µF. Denne står igjen i serie med den øverste 6µF

$$\frac{6 \cdot 24}{6+24}\text{µF} = 4,8\text{µF} \tag{14}$$

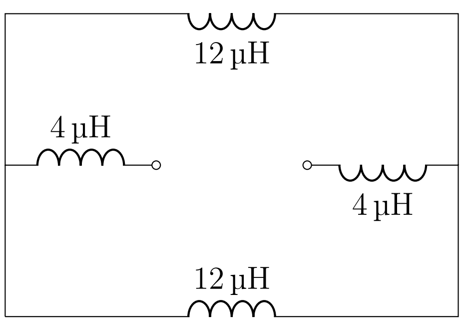


$$C_T = 10,8\text{µF} \tag{15}$$

b) Dei tri spolene til venstre er parallelle, og dei tri spolene til høgre er parallelle

$$\frac{12 \cdot 12}{12+12} = 6 \tag{16}$$

$$\frac{6 \cdot 12}{6+12} = 4 \tag{17}$$



Den øverste og den nederste spolen står i parallell → 6µH. Nå står vi igjen med tri spoler i serie som vi kan legge saman:

$$L_T = 4\text{µH} + 6\text{µH} + 4\text{µH} = 14\text{µH} \tag{18}$$

8 Oppgåve 8.

Vi kan tolke ut ifrå informasjonen at kretsen var spenningssatt med $10V$ fram til $t = 0s$ og deretter fråkopla med ein brytar. Det er derfor snakk om ein utladning frå $V(0) = V_s$ til $V(\infty) = 0$, og dette kjenner vi formelen for:

$$v_c = V_\infty + (V_0 - V_\infty)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{19}$$

for $t > 0s$, $\tau = RC = 2s$ og $v_c = V$
a) $v_c(1) = 10Ve^{-\frac{1}{2}} = 6,06V$
b) $v_c(2) = 10Ve^{-\frac{2}{2}} = 3,68V$

9 Oppgåve 9

Ved $t = 0$ lukker brytaren seg og kondensatoren begynner å lade seg opp.

- $v_c(0^-) = v_c(0^+) = 0V$
- Vi kan derfor sjå på v_c som ein $0V$-spenningskjelde ved $t = 0^+$, altså ein kortslutning. Då går ingen straum igjennom greina med v_o og $v_o(0^+) = 0V$
- Ved $t \to \infty$ vil kondensatoren oppføre seg som ein åpen krets. Då står vi igjen med tri motstandar i serie med $6V$- kjelda. Finner $v_o(\infty) = 3/10 \cdot 6V = 1,8V$ vha. spenningsdeling.

Vi finner R_{th} frå kondensatoren ved å nulle ut spenningskjelda

$$R_{th} = \frac{2 \cdot 8}{2 + 8}\text{k}\Omega = 1,8\text{k}\Omega \tag{20}$$

Dermed er $\tau = R_{th}C = 1,6\text{k}\Omega \cdot 100\text{µF} = 160ms$. Nå kan vi sette inn i formel for RC-krets:

$$v_o(t) = v_o(\infty) + \left[v_o(0^+) - v_o(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} \to v_o(t) = 1,8 - 1,8e^{-t/0,16}V \tag{21}$$

Som er uttrykket for spenninga over 3k-motstanden som vi var ute etter.

10 Oppgåve 10

Sidan vi antar at kretsen er stasjonær i $t = 0$ vil spolen vere heilt opplada og oppføre seg som ein kortslutning. Finner $i_L(0^-)$ vha. maskestraum.

- $KVL_{I_s} : 10I_s - 6i_L = 6A$
- $KVL_{i_L} : 9i_L - 6I_s = 0$

Finner at ved $t = 0^-$ er $I_s = 1A$ og $i_L = 2/3A$. Vi veit at straumen i ein spole ikkje kan endre seg brått

$$i_L(0^+) = 2/3A \tag{22}$$

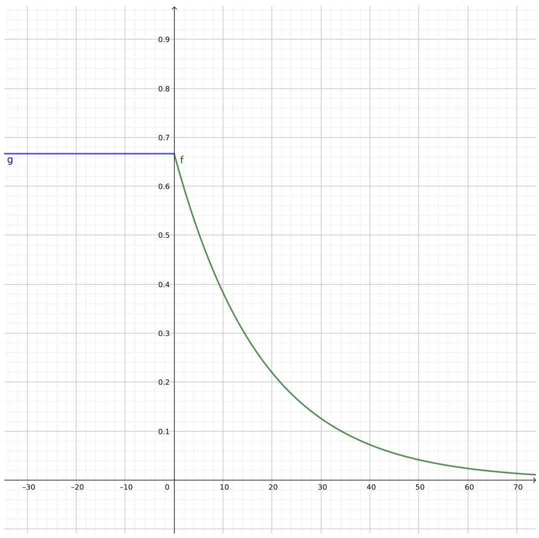
Ved $t \to \infty$ oppfører spolen seg som ein kortslutning. Uansett vil det ikkje gå nokon straumar i kretsen på dette tidspunktet sidan kjelda er avkopla. Derfor er $i_L(\infty) = 0A$. Vi finner R_{th} for å finne tidskonstanten.

- $R_{th} = 9\Omega$
- $\tau = L/R_{th} = 2/9s = 0,22s$

Nå har vi alt vi trenger for å sette inn i formelen for RL-krets

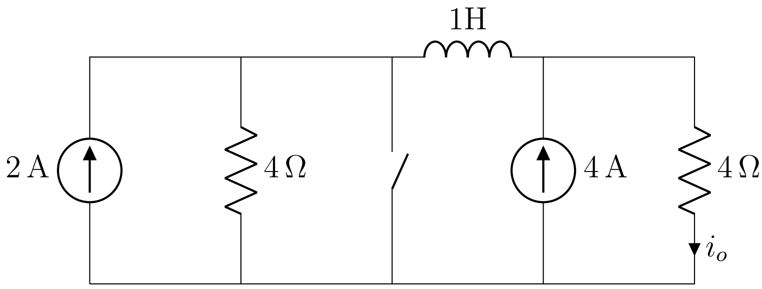
$$i_l(t) = i_l(\infty) + \left[i_l(0^+) - i_l(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} \to i_l(t) = 0,667e^{-t/0,22}A \tag{23}$$

Dette uttrykket $i_L(t)$ er kun gyldig for $t > 0$. For $t < 0$ har vi antatt at kretsen er stasjonær og $i_L = 0,667A$.



11 Oppgåve 11

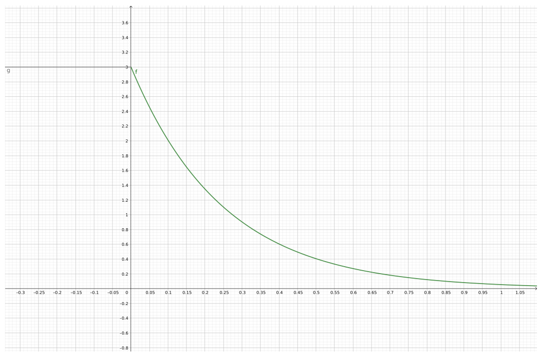
Først kjeldetransformerer eg tri gonger for å fjerne to av motstandane på venstresida av kretsen som vi likevel ikkje er interesserte i verdiane til.



- **a)** Ved $t = 0$ antar vi at kretsen er stasjonær, og spolen oppfører seg derfor som ein kortslutning. Vi kan dermed slå saman dei to straumkjeldene i parallell og finne i_o ved straumdeling. Sidan motstandane har lik verdi vil halvparten av straumen gå i i_o, og vi får $i_o(0^+) = 3A$
- Ved $t \to \infty$ vil spolen også oppføre seg som ein kortslutning, då vil straumkjeldene stå i parallell med ein kortslutning (den lukka brytaren) og dermed vil all straumen gå der. Dette gjer at $i_o(\infty) = 0A$
- **b)** Tidskonstanten i ein RL-krets er gitt ved $\tau = L/R_{th}$. Vi finner R_{th} ved å sjå på kretsen når $t > 0$. Sidan brytaren er lukka og vi nuller ut kjeldene vil spolen kun stå i serie med éin av motstandane. Den andre er kortslutta av brytaren. $R_{th} = 4\Omega$ og $\tau = L/R_{th} = 0,25s$

c) Ved å sette inn i formel for RL-krets finner vi uttrykket

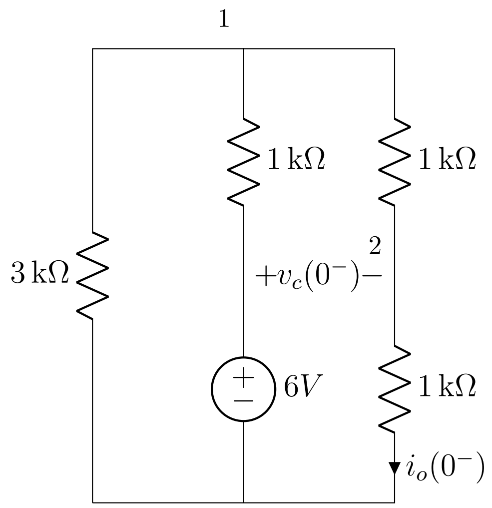
$$i_o(t) = i_o(\infty) + \left[i_o(0^+) - i_o(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} \to i_o(t) = 3e^{-t/0,25}A \tag{24}$$



(I denne oppgåva har eg kanskje gjort feil sidan $1H$ må sjåast på som ein straumkjelde for tilstanden $t = 0^+$.)

12 Oppgåve 12

a) Ved $t = 0^-$ antar vi at kretsen er stasjonær og kondensatoren oppfører seg som ein åpen krets. Bruker nodespenning i kretsen ved $t = 0^-$ for å finne spenninga over kondensatoren, $v_c(0^-)$, og straumen $i_o(0^-)$



- $KCL_1 : 15v_1 - 3v_2 = 72$
- $KCL_2 : -v_1 + 3v_2 = 0$
- $v_c(0^-) = 6V - v_2$

Løyser likningssettet og får at $v_c(0^-) = 4,67V$. Sidan spenninga over ein kondensator er kontinuerleg kan vi sette $v_c(0^+) = 4,67V$ som ein spenningskjelde for kretsen i tidspunktet $t = 0^+$. Løyser denne kretsen vha. maskestraum. (Kretsen her er lik teikninga i oppgåveteksten, men med brytaren lukka og kondensatoren bytta ut med ein spenningskjelde med polaritet som vist i teikninga over.)

- $KVL_a : 4I_a - I_b + 6 = 0$
- $KVL_b : 5I_b - I_a - I_d - 4,67 = 0$
- $KVL_c : 2I_c - 2I_d - 6 + 4.67 = 0$
- $KVL_d : 6I_d - 2I_c - 4I_b = 0$
- $i_o(0^+) = i_c - i_d$

Løyser likningssettet og finner $i_o(0^+) = 0,66A$. Ved $t \to \infty$ er kretsen stasjonær igjen og kondensatoren oppfører seg som ein åpen krets. Greina med i_o er kortslutta av greina med brytaren, derfor er $i_o(\infty) = 0$.

b) For ein RC-krets er $\tau = RC = R_{th}C$. R_{th} frå kondensatoren for $t > 0$ er $1,33\text{k}\Omega$, så tidskonstanten $\tau = 1,33\text{k}\Omega \cdot 150\mu\text{F} = 200ms$.

c) Vi kan finne eit uttrykk for $i_o(t)$ som er avhengig av $v_c(t)$

$$i_o(t) = \frac{v}{R} = \frac{6V - v_c(t)}{2\text{k}\Omega} \tag{25}$$

dette kan vi utfylle med uttrykk for $v_c(t)$. Vi veit at $v_c(0^+) = 4,67V$, og sidan greinene med 4k- og 2k-motstandane er kortslutta av brytaren for $t > 0$ er spenninga over kondensatoren $6V$ for $t \to \infty$

$$v_c(t) = v_c(\infty) + \left[v_c(0^+) - v_c(\infty)\right] e^{-t/\tau} \Rightarrow 6V - 1,33e^{-t/\tau} \tag{26}$$

setter inn for $v_c(t)$

$$i_o(t) = \frac{6V - v_c(t)}{2\text{k}\Omega} \to \frac{6V - (6V - 1,33e^{-t/\tau})}{2\text{k}\Omega} \to \frac{1,33e^{-t/200\cdot 10^{-3}}}{2\text{k}\Omega} \tag{27}$$

d)