Øving 2

IELET1002 - Datateknikk

Gunnar Myhre, BIELEKTRO

30. september 2021

1 Oppgåve 1

1.1 a)

Bruker rekneregler T5a, T5b, P4a

$$T = \overline{A + BC} = \overline{A} \cdot \overline{BC} = \overline{A}(\overline{B} + \overline{C}) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} \tag{1}$$

1.2 b)

T5a

$$T = \overline{AB + \bar{A}\bar{B}} = \overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}\bar{B}} \tag{2}$$

T5b, P4

$$(\bar{A} + \bar{B})(A + B) = A(\bar{A} + \bar{B}) + B(\bar{A} + \bar{B}) \tag{3}$$

P4, P5

$$A\bar{A} + A\bar{B} + B\bar{A} + B\bar{B} = A\bar{B} + \bar{A}B \tag{4}$$

1.3 c)

T5b

$$T = \overline{(A + \bar{B})(\bar{B} + C)} = \overline{(A + \bar{B})} + \overline{(\bar{B} + C)} \tag{5}$$

T5a

$$\bar{A}B + B\bar{C} \tag{6}$$

2 Oppgåve 2

2.1 a)

Setter opp funksjonstabell for uttrykket $F(A, B, C) = (\bar{A} + B)(\bar{B} + A)$. Uttrykket er allereie nesten på PaSS-form, vi kan legge til begge variantar av den tredje variablen i kvar av summane. (Eks.: $(\bar{A} + B) \rightarrow (\bar{A} + B + C)(\bar{A} + B + \bar{C})$)

Indeks	A	B	C	F(A,B,C)
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Produkt av standardsumform:

$$F(A, B, C) = (\bar{A} + B + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + C) \tag{7}$$

Sum av standardproduktform:

$$F(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC \tag{8}$$

Indeksformer:

$$F(A, B, C) = \Sigma(0, 1, 3, 7) = \Pi(2, 4, 5, 6) \tag{9}$$

2.2 b)

Indeksformer:

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 3, 7) = \Pi(1, 2, 4, 5, 6) \tag{10}$$

Algebraisk sum av standardproduktform:

$$F(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + xyz \tag{11}$$

Algebraisk produkt av standardsumform:

$$F(x, y, z) = (x + y + \bar{z})(x + \bar{y} + z)(\bar{x} + y + z)(\bar{x} + y + \bar{z})(\bar{x} + \bar{y} + z) \tag{12}$$

2.3 c)

Indeksformer:

$$F(p, q, r) = \Pi(1, 3, 5, 7) = \Sigma(0, 2, 4, 6) \tag{13}$$

Algebraisk sum av standardproduktform:

$$F(p, q, r) = \bar{p}\bar{q}\bar{r} + \bar{p}q\bar{r} + p\bar{q}\bar{r} + pq\bar{r} \tag{14}$$

Algebraisk produkt av standardsumform:

$$F(p, q, r) = (p + q + \bar{r})(p + \bar{q} + \bar{r})(\bar{p} + q + \bar{r})(\bar{p} + \bar{q} + \bar{r}) \tag{15}$$

3 Oppgåve 3

Setter uttrykket opp i funksjonstabell

Indeks	r	s	t	G(r,s,t)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$G(r, s, t)$ har mintermane 1,2,3,6,7. Desse kan vi sette inn i Karnaugh-diagrammet som einarar.

r \ st	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	1	1

ut ifrå dette diagrammet kan vi skrive om $G(r, s, t) = s + t\bar{r}$

Vi kan også fylle Karnaugh-diagrammet direkte.

$r \backslash st$	00	01	11	10
0	0	$\bar{r}t$	$\bar{r}s$	$s\bar{t}+\bar{r}s$
1	0	0	rst	$s\bar{t}$

4 Oppgåve 4

4.1 a)

Deler opp i to operasjonar for betre oversikt.

$ab \backslash cd$	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

Raud: $\bar{a}\bar{c}$, grøn: $\bar{b}\bar{d}$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

Raud: $\bar{a}\bar{d}$, grøn: $\bar{b}\bar{c}$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

$F(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{d} + \bar{a}\bar{d} + \bar{b}\bar{c}$

4.2 b)

Vi kan bruke Karnaugh-diagram til å finne produkt av sum-forma.

$ab \backslash cd$	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

vi finner at $F(a,b,c,d) = (\bar{a} + \bar{b})(\bar{c} + \bar{d})$

5 Oppgåve 5

5.1 a)

Setter opp funksjonstabell for dekodaren med hardkoda verdiar for dei ti siffersymbola.

Indeks	B_3	B_2	B_1	B_0	g	f	e	d	c	b	a
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
2	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
5	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-
11	1	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-
12	1	1	0	0	-	-	-	-	-	-	-
13	1	1	0	1	-	-	-	-	-	-	-
14	1	1	1	0	-	-	-	-	-	-	-
15	1	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-

Forenkler dei sju funksjonane vha. Karnaugh-diagram med sikte på forma sum av standardprodukt

$$g(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(0, 1, 7) \tag{16}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

$$g(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + B_0\bar{B}_3 + \bar{B}_0 B_3 + B_3\bar{B}_2 \tag{17}$$

$$f(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(1, 2, 3, 7) \tag{18}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

$$f(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + \bar{B}_3\bar{B}_2 + B_0\bar{B}_3 + B_0\bar{B}_2 \tag{19}$$

$$e(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Sigma(0, 2, 6, 8) \tag{20}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	-	-	-	-
10	1	0	-	-

$$e(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_2\bar{B}_0 + B_3\bar{B}_2 \tag{21}$$

$$d(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(1, 4, 7, 9) \tag{22}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	0	1
11	-	-	-	-
10	1	0	-	-

$$d(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_2\bar{B}_0 + B_3\bar{B}_2 + B_3\bar{B}_0 + B_0\bar{B}_3B_2 \tag{23}$$

$$c(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(2) \tag{24}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

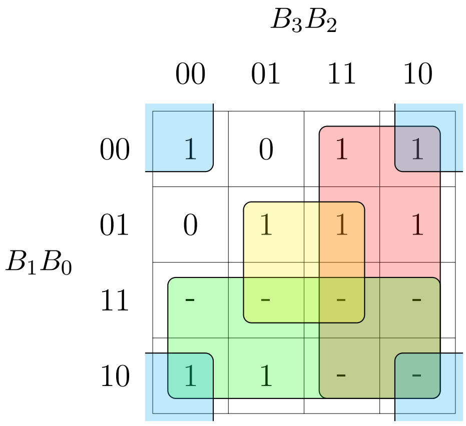
$$c(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_3 + B_2 + B_1 + B_0 \tag{25}$$

$$b(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(5, 6) \tag{26}$$

B_1B_0 \ B_3B_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	1	0
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

$$b(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + \bar{B}_0 + \bar{B}_3\bar{B}_2 + B_3B_2 \tag{27}$$

$$a(B_3, B_2, B_1, B_0) = \Pi(1, 4) \tag{28}$$



$$a(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + B_0B_2 + B_3 + \bar{B}_0\bar{B}_2 \tag{29}$$

Tilsaman har vi funksjonane:

- $a(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + B_0B_2 + B_3 + \bar{B}_0\bar{B}_2$
- $b(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + \bar{B}_0 + \bar{B}_3\bar{B}_2 + B_3B_2$
- $c(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_3 + B_2 + B_1 + B_0$
- $d(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_2\bar{B}_0 + B_3\bar{B}_2 + B_3\bar{B}_0 + B_0\bar{B}_3B_2$
- $e(B_3, B_2, B_1, B_0) = \bar{B}_2\bar{B}_0 + B_3\bar{B}_2$
- $f(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + \bar{B}_3\bar{B}_2 + B_0\bar{B}_3 + B_0\bar{B}_2$
- $g(B_3, B_2, B_1, B_0) = B_1 + B_0\bar{B}_3 + \bar{B}_0B_3 + B_3\bar{B}_2$

5.2 b)

11 i BCD vil gjeve oss $B_3 = 1, B_2 = 0, B_1 = 1, B_0 = 1$ på inngangane

- $a(1, 0, 1, 1) = 1 + 0 + 1 + 0 = 1$
- $b(1, 0, 1, 1) = 1 + 0 + 0 + 0 = 1$
- $c(1, 0, 1, 1) = 0 + 0 + 1 + 1 = 1$
- $d(1, 0, 1, 1) = 0 + 1 + 0 + 0 = 1$
- $e(1, 0, 1, 1) = 0 + 1 = 1$

- $f(1,0,1,1) = 1 + 0 + 0 + 1 = 1$
- $g(1,0,1,1) = 1 + 0 + 0 + 1 = 1$

Alle segmenta vil vere på, og teiknruta vil sjå ut som eit åttetal. Dette er ikkje så rart sidan eg har nytta indeterminantane i Karnaugh-diagramma som 1 og ikkje som 0.

6 Ekstraoppgåve

$F(A, B, C, D) = \Pi(0, 1, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15)$

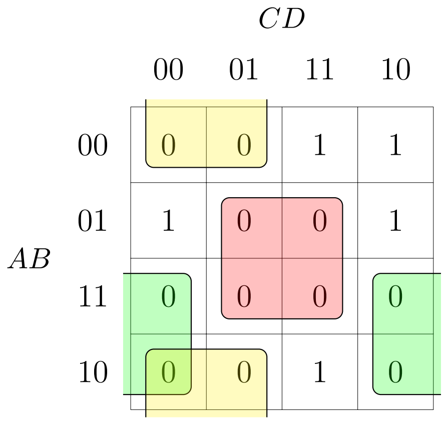
6.1 a)

Finner sum av produkt-uttrykket først

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	0	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

$$F(A, B, C, D) = \bar{A}B\bar{D} + \bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C \tag{30}$$

setter opp nytt Karnaugh-diagram for å finne produkt av sum-uttrykket



$$F(A,B,C,D) = (\bar{B}+\bar{D})(\bar{A}+D)(B+C) \tag{31}$$

6.2 b)

Bruker P4a for å løyse opp parantesane

$$(\bar{B}+\bar{D})(\bar{A}+D)(B+C) = (\bar{B}B+\bar{B}C+\bar{D}B+\bar{D}C)(\bar{A}+D) \tag{32}$$

bruker P5b og T2b for å fjerne det første leddet

$$(\bar{B}C+\bar{D}B+\bar{D}C)(\bar{A}+D) \tag{33}$$

bruker P4a for å løyse opp parantesen

$$\bar{A}B\bar{D}+\bar{B}CD+\bar{A}\bar{B}C+\bar{D}DB+\bar{D}DC+\bar{A}C\bar{D} \tag{34}$$

bruker P5b og T2b for å fjerne ledd fire og fem

$$\bar{A}B\bar{D}+\bar{B}CD+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}C\bar{D} \tag{35}$$

Dette er det originale uttrykket men med eit ekstra ledd $\bar{A}C\bar{D}$. Om vi ser på Karnaugh-diagrammet eller funksjonstabell ser vi at dette leddet er redundant, og det kan derfor fjernast uten å påvirke funksjonen. Men korleis ein skal kunne fjerne dette leddet med rekneregler frå boolsk algebra veit eg ikkje.