Øving 9

IELET1001 - Elektroteknikk

Gunnar Myhre, BIELEKTRO

22. februar 2022

Oppgåve 1

a)

Omgjer $i(t)$ til kanonisk form

$$i(t) = 3sin(\omega t) = 3cos(\omega t - 90°) \tag{1}$$

setter inn i formel for gjennomsnittleg effekt

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m cos(\theta_v - \theta_i) \tag{2}$$

$$P = \frac{22 \cdot 3}{2} cos(0 - 90°) = 0W \tag{3}$$

b)

Omgjer $i(t)$ til kanonisk form

$$i(t) = 5sin(\omega t + 45°) = 5cos(\omega t - 45°) \tag{4}$$

setter inn i formel for gjennomsnittleg effekt

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m cos(\theta_v - \theta_i) \tag{5}$$

$$P = \frac{170 \cdot 5}{2} cos(30° - (-45°)) = 110W \tag{6}$$

Oppgåve 2

Finner Z_{ekv}

$$Z_{ekv} = ((2-2j)||2j) + 4 = \frac{2j(2-2j)}{2j+(2-2j)} + 4 \tag{7}$$

$$Z_{ekv} = j(2-2j) + 4 = 6 + 2j \tag{8}$$

skriver Z på polar form

$$Z = 6 + 2j = \sqrt{6^2+2^2} \angle arctan\left(\frac{2}{6}\right) = 6,34\angle 18.4^\circ \tag{9}$$

finner I

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{12\angle 60^\circ}{6,34\angle 18.4^\circ} = 1,89\angle 41.6^\circ \tag{10}$$

setter inn i formel for momentaneffekt

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2}\left[cos(\theta_v - \theta_i) + cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\right] \tag{11}$$

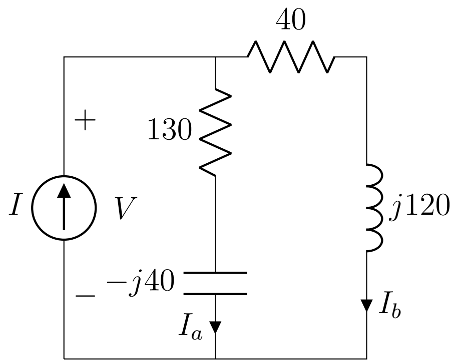
$$p(t) = 11,34 \cdot 0,95 + 11,34 \cdot cos(2\omega t + 60^\circ + 41.6^\circ) \tag{12}$$

$$p(t) = 10,82 + cos(2\omega t + 101.6^\circ)[W] \tag{13}$$

Oppgåve 3

Gjer om alle mengdene til det komplekse domenet

- $60mH \longrightarrow Z_L = j\omega L = j120$
- $12,5\text{µF} \longrightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j40$
- $i(t) = 0,5cos(2000t) \longrightarrow 0,5\angle 0°$



finner I_a og vha. straumdeling

$$I_a = \frac{40 + j120}{170 + j80} I = 0,232 + j0,244 = 0,337\angle 46.4° \tag{14}$$

$$I_b = I - I_a = 0,268 - j0,244 = 0,354\angle -42.3° \tag{15}$$

finner spenningene over komponentene

- $V_{130} = Z_{130} I_a = 130 \cdot 0,337\angle 46.4° = 43,81\angle 46.4°$
- $V_{40} = Z_{40} I_b = 40 \cdot 0,354\angle -42.3° = 14,16\angle -42.3°$
- $V = Z_{ekv} I = \frac{(40+120j)(130-40j)}{170+80j} I = 45,79\angle 29.26°$

finner den aktive gjennomsnittseffekten. Dei reaktive kretselementene forbruker ingen aktiv effekt så vi ser bort ifrå dei.

- $P_{130} = \frac{V_{130} I_a}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{43,81 \cdot 0,337}{2} \cdot cos(0°) = 7,38[W]$
- $P_{40} = \frac{V_{40} I_b}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{14,16 \cdot 0,354}{2} \cdot cos(0°) = 2,51[W]$
- $P = \frac{V(-I)}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{45,79 \cdot (-0,5)}{2} cos(29,26) = -9,987[W]$

Oppgåve 4

Finner theveninekvivalenten

$$Z_{th} = 2 + j2[\Omega] \tag{16}$$

kjeldetransformerer for å finne V_{th}

$$V_{th} = 2 \cdot 16\angle 0^\circ \tag{17}$$

vi veit at Z_L må vere den komplekskonjugerte av Z_{th} for å oppnå maksimal effektoverføring. Derfor setter vi $Z_L = (2 - j2)[\Omega]$. Effekten i forbrukt i denne lasta er dermed

$$P_L = \frac{V_L I_L}{2\sqrt{2}} cos(\theta_v - \theta_i) = 63,64[W] \tag{18}$$

eg deler på $\sqrt{2}$ for å få RMS-verdi

Oppgåve 5

RMS-verdien er gitt som

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} V^2 dt} \tag{19}$$

i dette tilfellet ser vi at arealet under $v(t)$ i løpet av ein periode $T = 6$ er 10, då får vi

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{10^2}{6}} = 4,08[V_{rms}] \tag{20}$$

Oppgåve 6

Finner RMS-verdien for spenninga

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} V^2 dt} \to V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi} 10^2 sin^2(t) dt} = \sqrt{25} = 5[V_{rms}] \tag{21}$$

finner effekten forbrukt av motstanden

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{25}{10} = 2,5[W_{rms}] \tag{22}$$

Oppgåve 7

a)

Vi kan finne effektfaktoren vha. formel for kompleks effekt

$$S = V_{rms}I_{rms} \cdot pf \rightarrow pf = \frac{S}{V_{rms}I_{rms}} \rightarrow pf = \frac{90 \cdot 10^3}{260 \cdot 480} = 0,7212 \tag{23}$$

Vi veit at effekten er bakpå (*lagging*) sidan lasta er induktiv

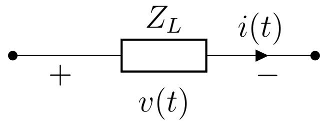
b)

Setter inn i formel for kompleks effekt

$$S = V_{rms}I_{rms} \cdot pf \rightarrow V_{rms} = \frac{S}{pf \cdot I_{rms}} \rightarrow V_{rms} = 568,2[V_{rms}] \tag{24}$$

Oppgåve 8

a)



Effektfaktoren er gitt som

$$pf = cos(\theta_v - \theta_i) = cos(-20^\circ - 10^\circ) = 0,866 \tag{25}$$

sidan θ_z er mindre enn 0 er lasta kapasitiv, og effekten er derfor frampå (*leading*).

b)

Finner impedansen til lasta vha. Ohms lov

$$Z_L = \frac{V}{I} = \frac{120\angle - 20^\circ}{4\angle 10^\circ} = 30\angle - 30^\circ = 25,98 - 15j \tag{26}$$

finner kapasitansen vha. definisjonen av fasevektor for kondensator

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow C_L = \frac{-j}{\omega Z_L} \rightarrow C = \frac{1}{15 \cdot 100\pi} = 212,2\text{µF} \tag{27}$$

resistansen til lasta er den reale delen, $R_L = 25,98\Omega$

Oppgåve 9

Finner Z_{ekv}

$$Z_{ekv} = ((6||-j2)+3+j4)||5 = \left(\frac{18}{5} + j\frac{11}{5}\right)||5 = 2,272+0,698j = 2,377\angle 17.08° \tag{28}$$

finner RMS-verdien for straumkjelda

$$I_{rms} = \frac{2}{\sqrt{2}} \tag{29}$$

finner den komplekse effekten

$$S = I_{rms}^2 Z = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2,377\angle 17.08° = 4,754\angle 17.08° \tag{30}$$

på kartesisk form er den komplekse effekten

$$S = 4,544 + j1,396[VA] \tag{31}$$

Oppgåve 10

Informasjonen som er gitt i oppgåveteksten:

- tilsynelatande effekt $= 12[kVA]$
- $pf = 0,856$
- lagging $\rightarrow$ induktiv
- $V_{rms} = 120[V_{rms}]$

a)

Finner I_{rms}

$$I_{rms}V_{rms} = 12000[VA] \rightarrow I_{rms} = 100[A_{rms}] \tag{32}$$

finner den aktive effekten

$$P = 12 \cdot 10^3 \cdot 0,856 = 10272[W] \tag{33}$$

for å finne den reaktive effekten må vi finne θ_z

$$pf = cos(\theta_z) \rightarrow \theta_z = arccos(pf) = 31.13° \tag{34}$$

den reaktive effekten er

$$Q = VAsin(\theta_z) = 12000 \cdot sin(31.13°) = 6204[VAR] \tag{35}$$

b)

$$I_M = I_{rms}\sqrt{2} = 141,4[A] \tag{36}$$

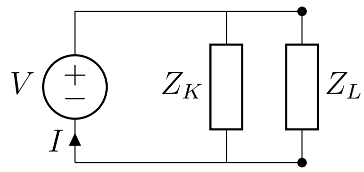
c)

Nå som vi kjenner den komplekse effekten kan vi enkelt finne lastimpedansen

$$S = I_{rms}^2 Z \rightarrow Z_L = \frac{10272 + 6402j}{100^2} = 1,0272 + 0,6204j[\Omega] \tag{37}$$

Oppgåve 11

Sidan effektfaktoren er bakpå (lagging) veit vi at lasta Z_L er induktiv, og vi ønsker derfor å legge til ein kondensator Z_K for å kompansere for litt av reaktansen og heve effektfaktoren frå $0,8$ til $0,9$. Slik ser kretsen ut etter at kompensasjonsimpedansen er kopla til.



Etter mykje prøving og feiling viser det seg at dette ganske enkelt lar seg løyse som eit trigonometrisk problem dersom vi teikner opp ein trikant som viser forholdet mellom kompleks effekt **S**, aktiv effekt **P=40**kW og reaktiv effekt **Q**, sidan dei er akser i det komplekse planet.

$$S = P + jQ \tag{38}$$

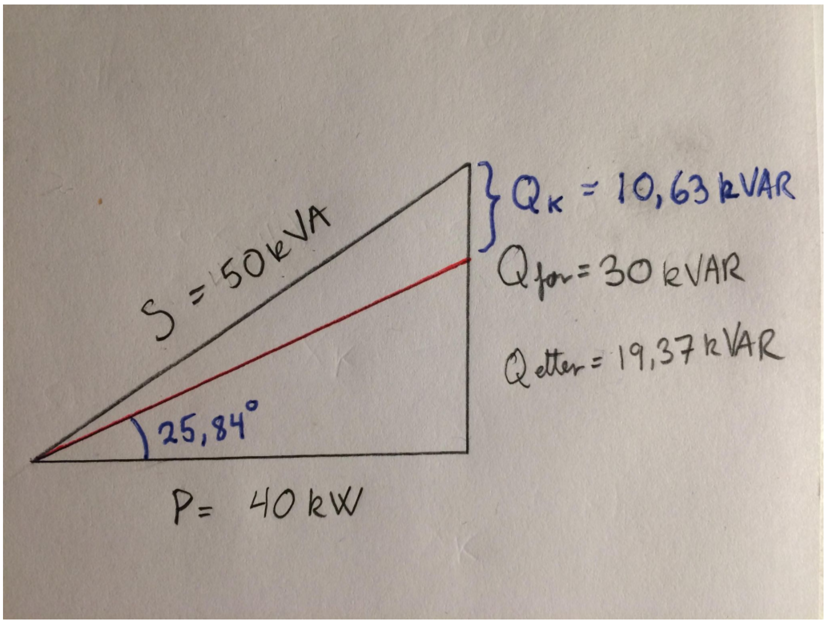
Vinkelen til denne trikanten er gitt ved effektfaktoren

$$pf = cos(\theta) \longrightarrow \theta = arccos(0,8) = 36.86° \tag{39}$$

Den effektfaktoren vi ønsker å oppnå bestemmer også ein vinkel θ_{ny}

$$pf_{ny} = cos(\theta_{ny}) \longrightarrow \theta_{ny} = arccos(0,9) = 25.84° \tag{40}$$

så kun ved hjelp av dei oppgitte mengdene P og $pf = 0,8$ kan vi teikne opp trikanten



Vi har nok informasjon til å rekne ut alle mengdene av Q, som vi er ute etter.

- $tan(\theta) = \frac{mot}{hos} \rightarrow Q_{før} = 40kW \cdot tan(36.86°) = 30kVAR$
- $Q_{etter} = 40kW \cdot tan(25.84°) = 19,37kVAR$
- $Q_K = Q_{før} - Q_{etter} = 10,63kVAR$

Sidan vi kjenner til at spenninga over kondensatoren Z_K er $V = 220$ kan vi finne reaktansverdien X_K slik

$$Q_K = \frac{V^2}{X_K} \rightarrow X_K = \frac{220^2}{10,63 \cdot 10^3} = 4,553\Omega \tag{41}$$

frekvensen $60Hz$ kan vi oversette til vinkelfrekvens på denne måten

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi 60 \tag{42}$$

nå kan vi finne kapasitansen C_K

$$X_K = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C_K = \frac{1}{120\pi 4,553} = 5,825 \cdot 10^{-4} \tag{43}$$

Kapasitansen må vere 583µF for å få den ønska effektfaktoren.