





从Grothendieck拓扑不是拓扑谈起

数学概念的命名往往带有无意的误导性。

同名不同义：平坦(flat), separated scheme/map and separated presheaf

同源不同义：reduced & reducible 约化的不可约概形

同名多类(支持变量多个类型)：拓扑空间的基本群，根系的基本群，概形的étale基本群

affine scheme, affine map, affine scheme over  $S$ : 是affine scheme + over  $S$  还是 scheme over  $S$  + affine map?

exact functor(of abelian category/triangulated category)

历史遗留问题：

presheaf, separated presheaf, sheaf(我们按照现代观点，或者说Vakil的note)

quasi-compact and compact(代数几何+Class AT2使用quasi-compact, 日常用compact)

概念的含混性：Borel-Moore同调是同调吗？紧支上同调是上同调吗？

推广而非限制：Grothendieck拓扑和étale拓扑都不是拓扑

含混义：descent

我大致知道的同调上同调：

Borel-Moore homology

compact supported cohomology

de Rham cohomology

cellular (co)homology

simplicial (co)homology

singular (co)homology

我大致不知道的同调上同调：

Cèch cohomology

sheaf cohomology

étale cohomology

Galois cohomology

Group (co)homology

Hochschild (co)homology

l-adic cohomology

intersection (co)homology

crystalline cohomology

elliptic cohomology

flat cohomology

infinitesimal cohomology

代数拓扑需要学啥？

Poincaré duality

推出和拉回

Lefschetz trace formula

Lefschetz hyperplane theorem

Ex. of Sheaves on  $X_{\text{ét}}$

Let  $G$ : finite abelian group

①  $\underline{G}_{\text{pre}}: - \mapsto G$  is a presheaf over  $X_{\text{ét}}$

②  $\underline{G}: \text{Hom}_{\text{Sch}/X}(-, \underline{G} \otimes_{\text{Spec } \mathbb{Z}} X)$  is a sheaf over  $X_{\text{ét}}$

③  $\underline{G} = \underline{G}_{\text{pre}}$

③ reduced to  $\underline{G}_p = G$  for  $\forall p \in X$  i.e.

$$\lim_{\substack{p \in U \\ U \rightarrow X \text{ ét + lfp}}} \text{Hom}_{\text{Sch}/X}(U, \prod_{g \in G} X) = G$$