

拓扑学参考书籍

周潇翔

摘要. 简要地说明一下拓扑学的内容和参考书籍. 曾经为科大 18 级的同学学习拓扑学做的材料, 现在确实没有特别大意义了.

你们既然下学期要提前选课 (或者旁听), 就得提前做好准备.

1. TIPS

一些与课程内容无关的小 Tips:

- (1) 尽可能用好英文书后的附录. 英文书后往往有一些 Index (术语), 很多概念可以很快地从这里查阅到; 另外, 书后的 Bibliography (参考文献) 有时可以帮助你深入探索某个专题 (如, [1] 这里的参考文献有说哪本书里有什么具体的内容;) 另外, 在 [9, p577] 有一些关于拓扑学的评论, 还有 [8, Appendix A] 的 (第二版) 是一个非常棒的拓扑学基本概念的总结练习.
- (2) 同样的, 选了课的同学请一定要及时交作业! (因为作业分而拉低绩点的真的是太亏了) 另外一个, 复习也不要拖太久. 大一的同学请互帮互助, 确实选高年级的课程, 难度还是很大的.

2. 简要介绍

你可以参考: 北大拓扑学课程信息¹与主页²看过之后即可跳过这一节.

点集拓扑学也就只有两大块: 拓扑的基本概念和基本群. 数学中总是想区分什么是一样的, 而什么是不一样的. 在不同的等价关系下, 这个问题有着不同的答案, 而拓扑学关注的等价关系主要是同胚与同伦.

为了说明两个空间是同胚的, 只需构造一个具体的同胚映射即可; 而为了说明两个空间不是同胚的, 我们的做法往往是寻找一个在同胚映射下的不变量 (比如分离性、可数性、紧致性与列紧性、连通性与道路连通性), 其中最不平凡的是基本群. 如果两个空间的这些量都不相等, 自然不存在这两个空间之间的同胚映射.

基本群是使用代数方法来研究几何的开端. 你会尝试使用 van Kampen 定理来计算一些空间的基本群, 并使用基本群来对二维闭曲面进行彻底的分类 (判断两个闭曲面是否不同胚)

3. 预备知识

- \mathbb{R}^n 中的拓扑概念, 见 [7, Chapter 8].
- 群论的基本知识

¹可参见: http://elective.pku.edu.cn/elective2008/edu/pku/stu/elective/controller/courseDetail/getCourseDetail.do?kclx=BK&course_seq_no=BZ1819100130161_18397

²可参见: <http://www.math.pku.edu.cn/teachers/wangjj/2018fall/index.html>

4. 推荐阅读顺序

- Youtube 上的课程 Topology & Geometry 和科大拓扑学内容差异巨大, 但是更加符合我对拓扑的直觉, 也不需要点集拓扑之类的前置知识. 你从中学到的不只是拓扑知识, 还有高质量涂鸦、辅以理解的笑话和研究数学的方式. Enjoy it!
- 请先阅读 [7, Chapter 8], 请确保自己了解了 \mathbb{R}^n 中的开集、闭集、连通性与道路联通性、紧性与自列紧性 (重要结论: \mathbb{R}^n 中紧集 \Leftrightarrow 自列紧集 \Leftrightarrow 有界闭集). 相关材料已经上传.
- [9, Section 2,4,5 & Chapter VI] 是一个不错的科普. (这本书的特色就在于科普, 让你很愉快地了解各类概念而不去细究证明中的细节, 另外喜欢从简单的例子开始讲起, 平易近人)
- 我喜欢 [3, p73-79, p82-84, p87-102]. 这一块的几何直观非常强, 而且很漂亮, 也适合寒假时做一些拓扑的小实验.
- [5] 这本书和这个课关系不是很大, 但是好玩.
- [1]: 这本书估计就是下学期课程的主要内容了, 我粗略地翻了翻, 图片十分丰富, 另外应该讲到的内容都讲到了. 将这一本看完再把 [8, Appendix A] 看完下学期的拓扑学就稳了. 我下学期也想把这本书看了.
- 据说 [2] 写得细而琐碎, 可以适当当参考资料.
- [6]: 这本书这学期狠狠地虐了我一把, 所以还是放上来吧, 和本课程相关的估计就第一章了. 另外, Allen Hatcher 的网页^a里还是有一定货的.

^a可参见: <http://pi.math.cornell.edu/~hatcher>

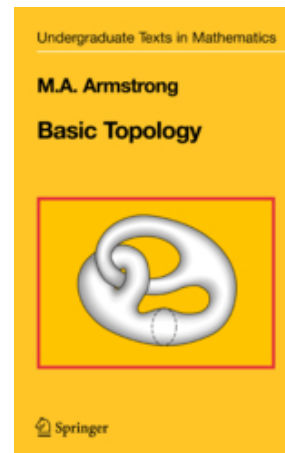


图 1. 基础拓扑学

REFERENCES

- [1] Armstrong M A. *Basic topology*[J]. Undergraduate Texts in Mathematics, 1997:137-155.
- [2] James Munkres. *Topology*. 2nd. Prentice-Hall, Inc., Jan. 2000. ISBN: 9788120320468
- [3] 尤承业, 《基础拓扑学讲义》, 北京大学出版社, 1997
- [4] 熊金城, 《点集拓扑讲义》, 人民教育出版社, 1981
- [5] 伏·巴尔佳斯基, 伏·叶弗来莫维契, 裘光明. 拓扑学奇趣 [J]. 湖南教育出版社, 1999.8.
- [6] Allen Hatcher. *Algebraic topology*. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2003. isbn: 0-521-79160-X
- [7] 常庚哲, 史济怀. 数学分析教程 (第 3 版). 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2012.8.
- [8] Lee J M. Introduction to smooth manifolds[M]. 2008.
- [9] Evan Chen. *An Infinitely Large Napkin*. draft. 2018. URL: <http://web.evanchen.cc/napkin.html>

SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES, UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA, HEFEI, 230026, P.R. CHINA,

Email address: xx352229@mail.ustc.edu.cn