

## 补 A3：常用积分

周潇翔

摘要. 列一下 A3 中证明的非平凡的积分公式供概率论临时使用。

- Gauss 积分:  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$   
概率论记忆法:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$
- Dirichlet 积分:  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$
- Laplace 积分:  $I(\beta) := \int_0^{+\infty} \frac{\cos \beta x}{x^2 + \alpha^2} dx \quad J(\beta) := \int_0^{+\infty} \frac{x \sin \beta x}{x^2 + \alpha^2} dx$
- Fresnel 积分:  $\int_0^{+\infty} \sin x^2 dx = \int_0^{+\infty} \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$
- $\Gamma$  函数:  $\Gamma(p)\Gamma(1-p) = \frac{\pi}{\sin p\pi}, \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^a \Gamma(x)}{\Gamma(x+a)} = 1$   
 $B$  函数:  $B(p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)}$

就我个人经历, 概率论中我用到的主要是 Gauss 积分、 $\Gamma$  函数与  $B$  函数。

SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES, UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY  
OF CHINA, HEFEI, 230026, P.R. CHINA,  
Email address: xx352229@mail.ustc.edu.cn