

## Задачи по топологическому анализу данных

### Листок 5

Пусть  $K$  — симплициальный комплекс.  $j$ -мерным остовом  $K^{(j)}$  называется симплициальный комплекс

$$\{I \in K \mid \dim I \leq j\}.$$

**Задача 1.\*** Пусть  $K$  — симплициальный комплекс. Рассмотрим фильтрацию

$$K^{(0)} \subset K^{(1)} \subset K^{(2)} \subset \dots$$

составленную из остовов комплекса  $K$ . Опишите устойчивые гомологии этой фильтрации.

**Задача 2.** [программирование/алгоритм] Решите последнюю задачу из последнего листка формально с помощью алгоритма Гаусса (либо вручную преобразовав матрицу, либо запрограммировав соответствующую процедуру).

**Задача 3.** [программирование/алгоритм] Возьмите инструкцию к вашему любимому набору Лего (pdf-ки инструкций можно скачать с официального сайта), и постройте диаграмму устойчивости для этой инструкции. Предполагайте, что каждая отдельная деталь — стягиваемая (т.е. не имеет собственных нетривиальных топологических признаков), а время ее рождения — номер шага в инструкции, на котором показано, куда эта деталь прицепляется. Вариант со звездочкой: взять инструкции к Lego Technic.

**Задача 4.** [программирование/алгоритм] Фильтрация графов с вещественным временем задана при помощи перечисления вершин и ребер вместе с временами их рождения:

$$\begin{aligned} &(\{1\}, 0), (\{2\}, 0), (\{3\}, 0), (\{1, 2\}, 2), (\{4\}, 2.5), (\{5\}, 3), (\{2, 3\}, 3), \\ &(\{3, 4\}, 3.7), (\{1, 4\}, 4), (\{1, 5\}, 4.3), (\{4, 5\}, 5), (\{3, 5\}, 7.9), (\{6\}, 8), \\ &(\{1, 6\}, 9), (\{2, 6\}, 9.3), (\{3, 6\}, 9), (\{2, 5\}, 10.2), (\{4, 6\}, 12). \end{aligned}$$

Вычислите диаграмму устойчивости для соответствующей фильтрации Вьеториса–Рипса.