Práctica 5. Diferenciación e integración numérica

Universidad Nacional del Comahue
Centro Regional Universitario Bariloche

Noviembre de 2016

Métodos de diferencias finitas. Diferenciación polinómica. Extrapolación de Richardson.

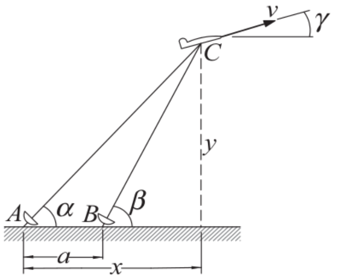
Nota: trate de resolver "TODOS" los ejercios en papel para luego comparar los resultados obtenidos con los métodos numéricos implementados.

1) Determinar $d[\sin(x)]/dx$ en $x = 0{,}8$ utilizando el método de diferencias finitas, central y no central. Varíe el valor de h y utlice el que produzca el mínimo error en la derivada. Grafique el error relativo de la derivada en el punto que se pide como función de h.

2) Utilice interpolación polinómica para determinar f' y f'' en $x = 0$ para los valores de la siguiente tabla. Puede emplear el método de mínimos cuadrados para determinar los coeficientes del polinomio derivado, o bien puede utilizar las ecuaciones derivadas del método de spline cúbico. Para evaluar la precisión del método calcule el error relativo a partir del polinomio $f(x) = x^3 - 0{,}3x^2 - 8{,}56x + 8{,}448$. Discuta la precisión del método con el aumento del orden de la derivada.

x	-2.2	-0.3	0.8	1.9
$f(x)$	15.180	10.962	1.920	-2.040

3) Las estaciones de radares A y B separadas por una distancia de 500 m permiten determinar la trayectoria del avión C monitoreando los ángulos α y β a intervalos regulares de un segundo, ver el diagrama de más abajo. Dadas las lecturas que se muestran en la tabla calcular las componentes de la velocidad del avión y el ángulo γ para $t = 10\,s$.



t (s)	9	10	11
α	54.80°	54.06°	53.34°
β	65.59°	64.59°	63.62°

La relación entre las coordenadas del avión y los ángulos está dada por

$$\left.\begin{array}{rl} x = & a\frac{\tan(\beta)}{\tan(\beta)-\tan(\alpha)} \\ y = & a\frac{\tan(\alpha)\tan(\beta)}{\tan(\beta)-\tan(\alpha)} \end{array}\right\}$$

4) Utilice los datos en la tabla de abajo para calcular $f'(0{,}2)$ con la mayor precisión posible. *Hint: método de extrapolación de Richardson.*

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	0.000 000	0.078 348	0.138 910	0.192 916	0.244 981

5) La relación entre tensión, σ, y deformación, ϵ, de ciertos materiales biológicos sometidos a tensión uniaxial está dada por

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = a + b\,\sigma \tag{1}$$

siendo a y b constantes. La tabla con los valores medidos se da a continuación. Determine los parámetros a y b por regresión lineal.

Strain ε	Stress σ (MPa)
0	0
0.05	0.252
0.10	0.531
0.15	0.840
0.20	1.184
0.25	1.558
0.30	1.975
0.35	2.444
0.40	2.943
0.45	3.500
0.50	4.115

Integración por reglas de los trapecios y de Simpson. Método de Romberg. Cuadratura Gauss-Legendre.

6) Integre $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln[1+\tan(\mathrm{x})]\,\mathrm{d}x$. Utilice la regla de los trapecios y discuta los resultados.

7) Integre $\int_1^{\infty} (1+\mathrm{x}^4)^{-1}\,\mathrm{d}x$. Utilice la regla de los trapecios con cinco paneles. Compare con el resultado exacto 0.24375. *Hint: utilice la sustitución $x^3 = 1/t$.*

8) Integre $\int_{-1}^{1} \cos[2 \arccos(\mathrm{x})] \, \mathrm{d}x$. Utilice la regla de Simpson 1/3 con dos, cuatro y seis paneles. Discuta los resultados.

9) Integre $\int_{0}^{2} (\mathrm{x}^5 + 3\mathrm{x}^3 - 2) \, \mathrm{d}x$ empleando el método de Romberg.

10) Estime $\int_{0}^{\pi} \mathrm{f}(\mathrm{x}) \, \mathrm{d}x$ a partir de los siguientes datos

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$f(x)$	1.0000	0.3431	0.2500	0.3431	1.0000

11) Integre $\int_{1}^{\pi} \frac{\ln(\mathrm{x})}{[\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 2]} \, \mathrm{d}x$ mediante la cuadratura de Gauss-Legendre. Utilice (a) dos y (b) cuatro nodos.

Referencias

[1] Numerical Methods in Engineering with Python 3 3rd Edition (2013). Cambridge University Press. Jaan Kiusalaas. ISBN-10: 1107033853 ISBN-13: 978-1107033856