Práctica 1. Estimación de errores en el análisis numérico

Universidad Nacional del Comahue
Centro Regional Universitario Bariloche

Agosto de 2016

Sistemas numéricos: decimal, binario, octal y hexadecimal

1) Dados los siguientes valores:

a) $1101_{(2)}$ **b)** $101110_{(2)}$ **c)** $100000_{(2)}$ **d)** $11100101_{(2)}$ **e)** $74_{(8)}$ **f)** $26_{(8)}$ **g)** $41_{(8)}$ **h)** $162_{(10)}$ **i)** $47_{(10)}$ **j)** $31_{(10)}$ **k)** $\mathrm{CAFE}_{(16)}$ **l)** $\mathrm{AFA}_{(16)}$ **m)** $\mathrm{FF}_{(16)}$, indicar su valor en las representaciones: decimal, binaria, octal y hexadecimal. Realizar los cálculos en papel y verificar a, e, h y k en python.

Aritmética computacional y errores[1]

2) Calcular el error absoluto y relativo al aproximar x por $\hat{x}$ de:

a) $x = \pi$, $\hat{x}$=3.1416

b) $x = \sqrt{2}$, $\hat{x}$=1.414

c) Cuál tipo de error cree más conveniente para determinar si el resultado es razonable. Por qué?

3) Suponga que aproximamos x con un error relativo de 10^{-3}, determinar el intervalo más grande al que $\hat{x}$ puede pertenecer, para:

a) $x = 90$, **a)** $x = 150$, **a)** $x = 900$, **a)** $x = 1500$,

4) Utilice aritmética de redondeo a tres dígitos para relizar los siguiente cálculos computacionales. Determine además los errores relativos y absolutos para obtener valores con al menos cuatro dígitos.

a) 133 + 0.921, **b)** 133 - 0.499, **c)** (121 - 0.327) - 119, **d)** (121 - 119) - 0.327, **e)** $\frac{\frac{13}{14}-\frac{6}{7}}{2e-5{,}4}$, **f)** $(\frac{2}{9})(\frac{9}{7})$

5) Utilice formato de 64-bits (IEEE 754) para encontrar el decimal equivalente de los siguiente número de punto flotante:

a) 0 10000001010 1001001100000000000000000000000000000000000000000000

b) 1 10000001010 1001001100000000000000000000000000000000000000000000

c) Calcule los números en formato decimal más próximos por encima y por debajo de los números dados en a y b.

6) Dadas las siguientes ecuaciones para una recta que pasa por los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) con $y_0 \neq y_1$,

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \tag{1}$$

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0} \tag{2}$$

Utilice aritmética de redondeo con tres dígitos para obtener el valor de x con $(x_0, y_0) = (1{,}31, 3{,}24)$ y $(x_1, y_1) = (1{,}93, 4{,}76)$. Cuál ecuación da un valor más preciso?

Algoritmos y convergencia[1]

7) Utilice aritmética de tres dígitos con redondeo para sumar $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}$ en orden $(1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{100})$ y en orden reverso $(\frac{1}{100} + \cdots + \frac{1}{4} + 1)$. Qué método es más preciso y por qué? Utilice las funciones *lambda* en python para realizar el cálculo de la suma hasta un N arbitrario.
8) La serie de Maclaurin para la función arcotangente converge para $-1 \leq x \leq 1$ dada por

$$\arctan(x) = \lim_{x \to \infty} P_n(x) = \lim_{x \to \infty} \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \frac{x^{2i-1}}{2i-1} \tag{3}$$

a) Utilizando la relación $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ determinar el número n de términos necesarios en la suma para que se cumpla $|4P_n(1) - \pi| < 10^{-3}$. **b)** Cuántos términos de la serie de necesitan para definir π con una presición de 10^{-10}.
9) Determinar la tasa de convergencia para la siguiente secuencia
a) $\lim_{n \to \infty} \sin(\frac{1}{n})$
y la siguiente función cuando $h \to 0$
b) $\lim_{h \to 0} \frac{\sin(h)}{h}$

Referencias

[1] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, Annette M. Burden, Numerical Analysis. Cengage Learning 10th Edition (2015). ISBN-13: 978-1305253667, ISBN-10: 1305253663