

# Teori Antrian

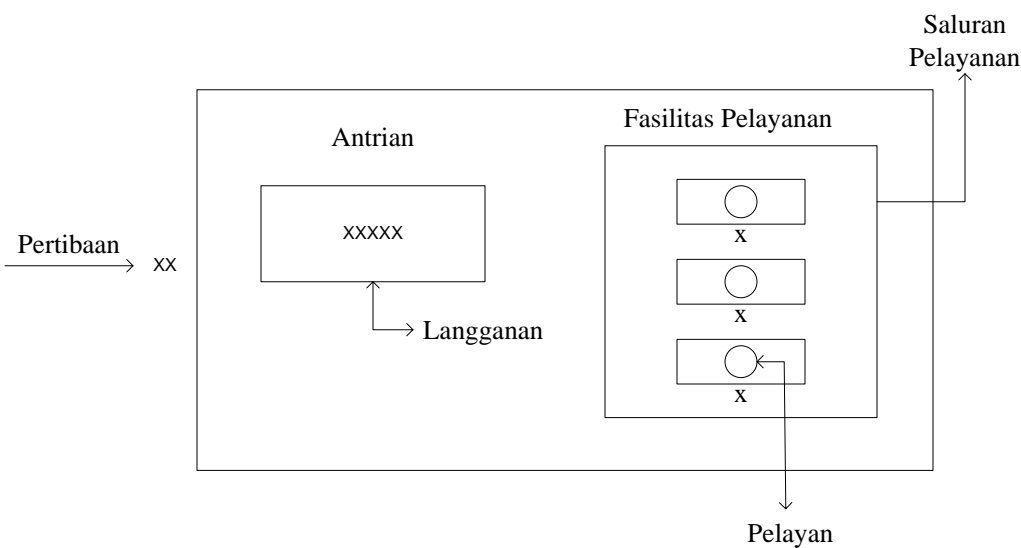
## Pendahuluan

Suatu antrian adalah suatu garis tunggu dan pelanggan (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan). Kejadian garis tunggu timbul disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasita) pelayanan atau fasilitas layanan, sehingga nasabah/ pelanggan yang tiba tidak bisa segera mendapatkan layanan disebabkan kesibukan pelayanan.

Masalah yang timbul dalam antrian adalah bagaimana mengusahakan keseimbangan antara biaya tunggu (antrian), terhadap biaya mencegah antrian itu sendiri guna memperoleh untung yang maksimum.

## Sistem Antrian

Diagram Sistem Antrian:



Catatan : xx = keberangkatan

Sistem antrian dapat dibagi atas 2 komponen yaitu:

1. Antrian yang memuat langganan atau satuan-satuan yang memerlukan pelayanan (pembeli, orang sakit, mahasiswa, kapal, dll)
2. Fasilitas pelayanan yang memuat pelayanan dan saluran pelayanan (pompa minyak dan pelayan, loket bioskop dan petugas jual karcis, dll).

Sistem antrian dapat dibedakan sesuai dengan tingkah lakunya:

- Sumber  
Sumber adalah kumpulan orang atau barang dari mana satuan-satuan datang atau dipanggil untuk pelayanan kumpulan orang-orang atau barang-barang ini bisa berhingga atau tidak berhingga.
- Proses Masukan  
Proses masukan adalah suatu proses pembentukan suatu bentuk antrian akibat pertibaan satu satuan orang atau barang.

▪ Mekanisme Pelayanan

Ada tiga aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu:

- 1. Tersedianya pelayanan
- 2. Kapasitas pelayanan
- 3. Lama berlangsungnya pelayanan

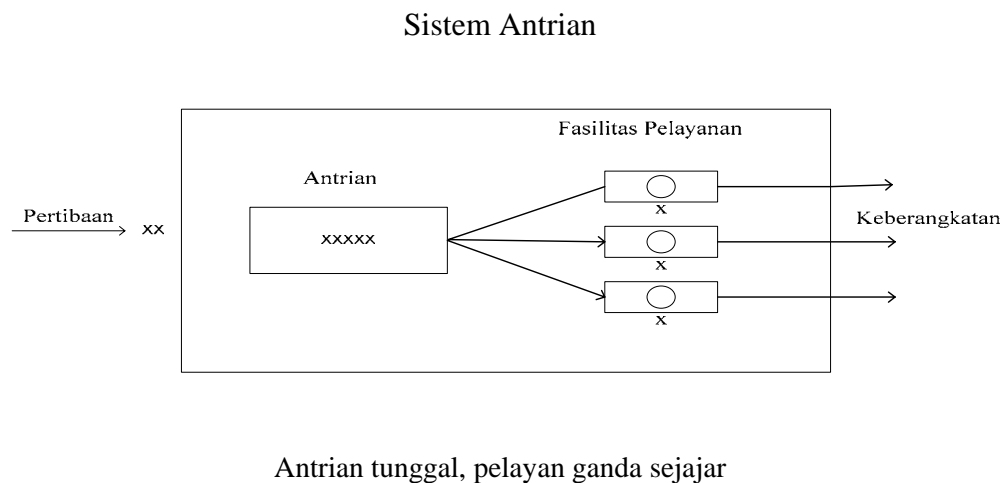
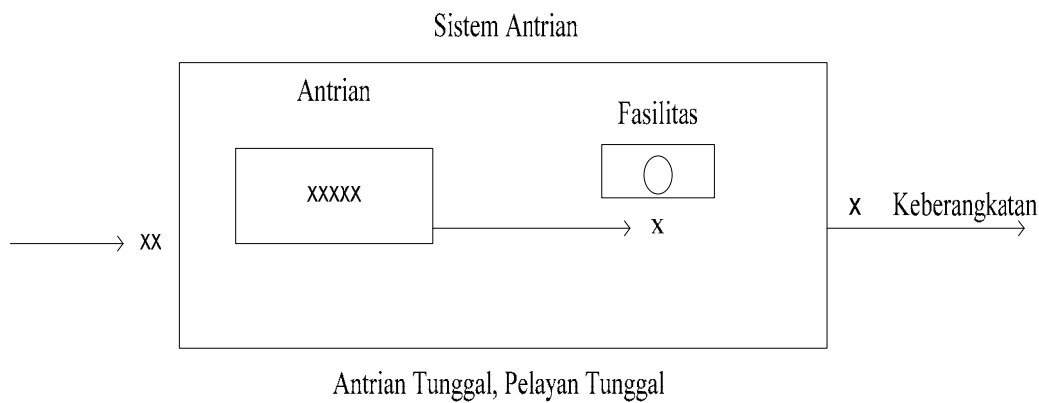
Ketiganya merupakan variabel bebas dan boleh jadi sudah tetap atau mungkin tidak.

Dapat dibedakan sebagai berikut:

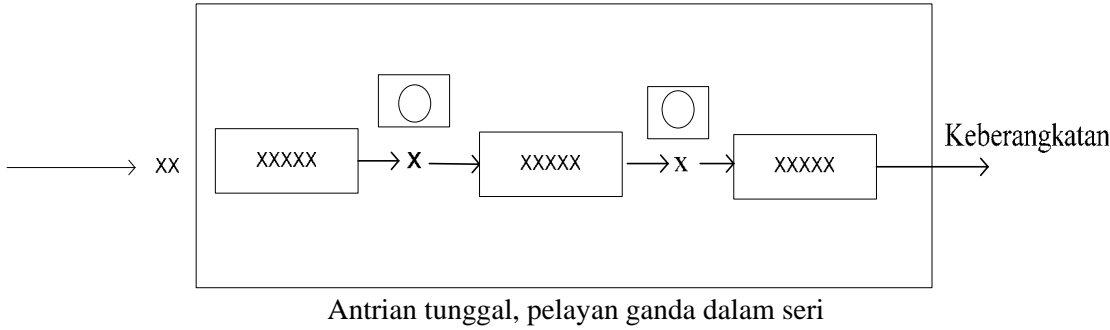
- 1. Tersedianya pelayanan  
Mekanisme pelayanan tidak selalu tersedia untuk setiap saat.
- 2. Kapasitas pelayanan  
Kapasitas dari mekanisme pelayanan diukur berdasarkan jumlah langganan (satuan) yang dapat dilayani secara bersama-sama.
- 3. Lamanya pelayanan  
Lamanya pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani seseorang atau satu satuan.

Terdapat beberapa macam sistem antrian diantaranya:

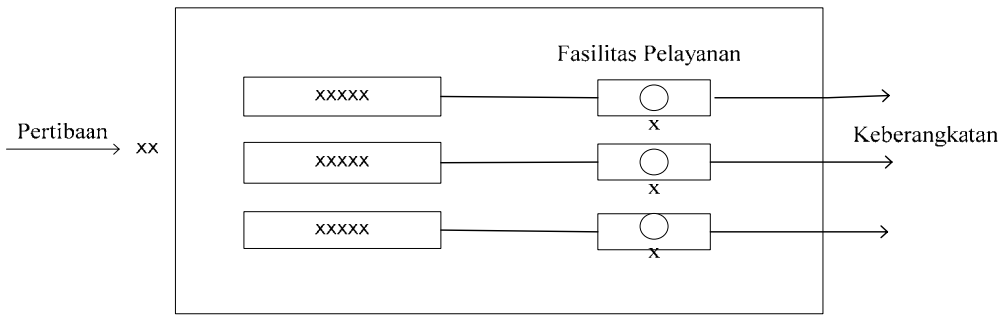
- 1. Antrian tunggal, pelayan tunggal
- 2. Antrian tunggal, pelayan ganda
- 3. Antrian tunggal, pelayan ganda sejajar.
- 4. Antrian tunggal, pelayan ganda dalam seri
- 5. Antrian ganda, pelayanan ganda



Sistem Antrian

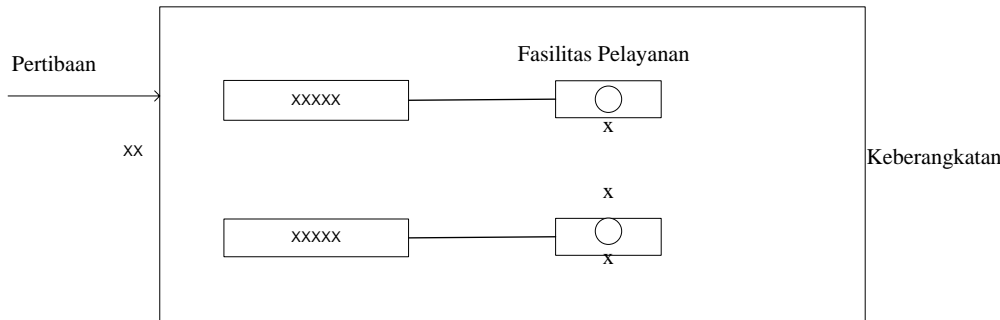


Sistem Antrian



Antrian ganda, pelayanan ganda

Sistem Antrian



Antrian ganda, pelayan ganda

Disiplin Pelayanan

Ada 5 bentuk disiplin pelayanan yaitu:

1. First come first served (FCFS) atau First in first out (FIFO)  
Contoh : pembelian tiket
2. Last come first served (LCFS) atau last in first out (LIFO)  
Contoh : sistem antrian dalam lift untuk lantai yang sama
3. Service in random order (SIRO)
4. Priority service (PS)

## Analisis Pola Pertibaan

Beberapa notasi

$n$  = jumlah satuan (langganan) dalam antrian pada waktu  $t$

$P_n(t)$  = peluang bahwa ada  $n$  satuan dalam antrian pada waktu  $t$ .

$\lambda$  = kecepatan pertibaan rata-rata dalam satu satuan waktu.

$\lambda\Delta t$  = peluang bahwa ada satu satuan atau langganan baru yang masuk dalam antrian dalam kurun waktu dari  $t$  hingga  $t + \Delta t$ .

$\mu$  = kecepatan pelayanan rata-rata dalam satu satuan waktu

$\mu\Delta t$  = peluang bahwa ada satu satuan atau langganan yang selesai dilayani dalam satuan waktu  $t$  hingga  $t + \Delta t$ .

Misalkan kecepatan pelayanan tidak mempengaruhi jumlah satuan dalam antrian dan bahwa satuan satuan yang membentuk garis tunggu atau antrian tersebut dilayani sesuai dengan disiplin FIFO, maka peluang bahwa ada  $n$  satuan ( $n > 0$ ) pada waktu ( $t + \Delta t$ ) ditentukan oleh empat kemungkinan sebagai berikut:

1. Kemungkinan bahwa:

- a. ada  $n$  satuan dalam antrian pada waktu  $t$   
=  $P_n(t)$
- b. Tidak ada pertibaan selama waktu  $\Delta t$   
=  $1 - \lambda\Delta t$
- c. Tidak ada satuan yang dilayani selama waktu  $\Delta t$   
=  $1 - \mu\Delta t$

2. Kemungkinan bahwa:

- a. ada  $n+1$  satuan dalam antrian pada waktu  $t$   
=  $P_{n+1}(t)$
- b. Tidak ada pertibaan selama waktu  $\Delta t$   
=  $1 - \lambda\Delta t$
- c. Tidak ada satuan yang dilayani selama waktu  $\Delta t$   
=  $\mu\Delta t$

3. Kemungkinan bahwa:

- a. ada  $n-1$  satuan dalam antrian pada waktu  $t$   
=  $P_{n-1}(t)$
- b. Tidak ada pertibaan selama waktu  $\Delta t$   
=  $\lambda\Delta t$
- c. Tidak ada satuan yang dilayani selama waktu  $\Delta t$   
=  $1 - \mu\Delta t$

4. Kemungkinan bahwa:

- a. ada  $n$  satuan dalam antrian pada waktu  $t$   
=  $P_n(t)$

- b. Tidak ada pertibaan selama waktu  $\Delta t$   
 $= \lambda \Delta t$
- c. Tidak ada satuan yang dilayani selama waktu  $\Delta t$   
 $= \mu \Delta t$

Berdasarkan empat kemungkinan ini maka peluang bahwa ada  $n$  satuan dalam antrian pada waktu  $t + \Delta t$  yaitu  $P_n(t + \Delta t)$  dengan asumsi bahwa peluang pertibaan dan peluang pelayanan lebih dari satu satuan dalam waktu  $\Delta t$  dianggap sama dengan nol, ialah:

$$P_n(t + \Delta t) = p_n(t)(1 - \lambda \Delta t)(1 - \mu \Delta t) + p_{n+1}(t)(\mu \Delta t)(1 - \lambda \Delta t) + p_{n-1}(t)(\lambda \Delta t)(1 - \mu \Delta t) + p_n(t)(\lambda \Delta t)(\mu \Delta t)$$

$$= p_n(t) - (\lambda + \mu) \Delta t \cdot p_n(t) + \mu \Delta t p_{n+1}(t) + \lambda \Delta t \cdot p_{n-1}(t) + \sum_{i=1}^4 \Delta t$$

dimana  $O_i$  adalah faktor yang mengandung  $\Delta t$

## Model Antrian

Format umum model antrian : (a/b/c),(d/e/f) dimana:

- a = bentuk distribusi pertibaan
- b = bentuk distribusi waktu pelayanan
- c = jumlah saluran pelayanan paralel dalam sistem
- d = disiplin pelayanan
- e = jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem
- f = besarnya populasi masukan

untuk huruf a dan b biasanya diganti dengan kode sebagai berikut:

- M = Distribusi pertibaan Poisson atau distribusi pelayan eksponensial
- D = Antar pertibaan atau waktu pelayanan tetap
- G = Distribusi umum pemberangkatan atau waktu pelayanan

Untuk huruf d dipakai kode pengganti: FIFO atau FCFS, LIFO atau LCFS, SIRO, PS

Untuk huruf c, dipergunakan bilangan bulat positif

Untuk huruf e dan f dipergunakan kode N atau menyatakan jumlah terbatas atau tidak terbatas.

Contoh: (M/M/1) : (FIFO/~/~)

Bahwa model menyatakan pertibaan distribusi secara poisson, waktu pelayanan berdistribusi secara eksponensial, pelayanan adalah 1 orang, disiplin antrian FIFO, tidak berhingga jumlah langganan boleh masuk dalam sistem antrian, dan ukuran populasi tidak berhingga.

## Istilah penting dalam Model Antrian

1. Panjang garis tunggu = jumlah satuan atau langganan dalam sistem antrian
2. Panjang antrian = jumlah langganan yang menunggu untuk pelayanan

= panjang garis tunggu dikurangi jumlah langganan yang sedang dilayani.

3. Waktu tunggu = waktu antara pertibaan seorang langganan dengan mulainya pelayanan sesungguhnya.

### **Model (M/M/1) (FIFO/~/~) Sistem antrian tunggal**

Model ini hanya membicarakan kasus dalam keadaan Steady state.

Beberapa karakteristik operasi:

1. Intensitas lalu lintas
2. Periode sibuk
3. Distribusi peluang dari langganan dalam sistem
4. Jumlah rata-rata dalam sistem
5. Jumlah rata-rata dalam antrian
6. Jumlah rata-rata yang menerima layanan