Determinanten

det: $\mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R} / \mathbb{C}^{n\times n} \to \mathbb{C}$, so dass (nur quadratische Matrizen!) Def

- (DA) det I = 1
- (D2) det wechselt das Vorzeichen, wenn zwei Zeilen/Spalten vertauscht werden (Antisymmetrie)
- (D3) det ist linear in jeder Zeile/Spalte

$$\det \begin{bmatrix} a & bb \\ c & d \end{bmatrix} = b \cdot \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & b + b' \\ c & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & b' \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\det (\lambda \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \lambda^2 \cdot \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Aus (D1),(D2) und (D3) folgt:

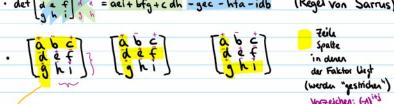
- (D4) Zwei Spalten/Zeilen sind gleich => det=0
- (05) A=LR => det A = det R PA = LR => det A = det R. (1) #Permutationer
- (D6) Nullzeik/Nullspalte => det =0
- (D7) A Dieiecksmatrix => det A = Produkt Diagonalelemente
- (D8) A singulär ⇒GEV Uefert Nullzeile ⇒ det =O
- (D9) det(AB) = det(A) · det(B) det (AT) = Aet(A)
- (Dno) det (AT) = det(A)

Determinanten berechnen

2x2

3×3

- · GEV \rightarrow Produkt obs Diagonal elemente von R
- · det a b c a = aei+ bfg+c dh gec hfa-idb (Regel von Sarrus)



+a(ei-hf) -b(di-gf) +c(dh-eg)

Rekursives Verfahren, geht für jede Grösse. Einfach für dünnbesetzte Matrizen mit Nullen, 20 an a,b,c,d,g

4×4

- · GEV -> Produkt der Diagonalelemente von R
- · Rekursives Verfahren von oben oder auch rekursiv und dann Sarrus
- Falls Blockmatrix in folgender Form $M = \begin{bmatrix} A & B \\ O & C \end{bmatrix}$ detM = detA. detC

A Sarrus enseitern geht nicht! >> gitt auch far grossere Matrizen