Secțiunea Informatică - Clasele VII-VIII

diamante – rezolvare

clasele 7-8

stud. Măierean Mircea
Univ. Babeș-Bolyai, Fac. Matematică/Informatică

Observații inițiale
O matrice pătratică de dimensiune *n* va avea $2 * n - 1$ diagonale aflate pe direcția diagonalei principale și $2 * n - 1$ diagonale aflate pe direcția diagonalei secundare. Pentru ușurința înțelegerii soluției, le vom denumi diagonale principale și diagonale secundare.

Subtask 1, c = 1 (15 puncte):
Precalculăm sumele pentru colectarea principală. Reținem într-un vector caracteristic *d_p* suma pentru fiecare diagonală principală. Fiecare element *a[i][j]*, aparține diagonalei principale cu indexul $n + i - j$. Adăugăm la poziția $n + i - j$ valoare elementului *a[i][j]*. Căutăm suma maximă a *k* elemente consecutive din vectorul nostru caracteristic, reprezentând astfel numărul maxim de diamante care se pot obține în cadrul unei colectări principale.

Subtask 2, c = 2 (15 puncte):
Folosim un vector caracteristic *d_s*. Fiecare element *a[i][j]*, aparține diagonalei secundare cu indexul $i + j - 1$. Procesul este identic cu cel descris anterior.

Subtask 3
c = 3, k = 1 (20 puncte):
Pentru acest subtask, ne interesează suma dintre fiecare diagonală principală, și fiecare diagonală secundară. În cazul în care cele două diagonale au un element comun, se va scădea, pentru a respecta condiția din enunț. Valoarea maximă este determinată de această sumă. În plus față de subtask-urile precedente, reținem într-o matrice *diag* elementul comun celor două diagonale. Primul index indică numărul diagonalei principale pe care se află elementul, iar al doilea marchează diagonala secundară căreia elementul aparține. În cazul în care cele două diagonale nu au element comun, valoare din celula respectivă va fi egală cu 0. Așadar, *diag[n + i – j][i + j – 1] = a[i][j]*. Pentru fiecare pereche *i, j*, calculăm *d_p[i] + d_s[j] – diag[i][j]*. Răspunsul va fi valoarea maximă a acestei sume.

c = 3
Folosind ideea pentru cazul anterior, observăm că, marcând elementele comune, matricea inițială devine o matrice extinsă, „rotită cu 45 de grade”. Prin această transformare, sumele pe diagonale devin sume pe linii și pe coloane. Problema devine una de precalculare unor sume în $O(n^2)$. Într-o matrice *s* reținem suma elementelor unui „dreptunghi” cu colțurile în *(1, 1)* și *(i, j)*.
Relația de recurență este *s[i][j]=s[i][j-1]+s[i-1][j]+diag[i][j]-s[i-1][j-1]*. Practic nu este necesară o nouă matrice, se pot memora direct sumele în matricea inițială *diag*. Astfel suma elementelor pentru orice dreptunghi cu colțurile stânga sus în *(i1, j1)* și dreapta jos în *(i2, j2)* se poate afla prin *s[i2][j2]-s[i1 - 1][j2]-s[i2][j1 - 1]+s[i1 - 1][j1 - 1]*.
Suma noastră se descompune astfel în sume de câte două dreptunghiuri, primul, reprezentând colectarea principală, fiind suma pe *k* linii consecutive ale matricei, iar cel de-al doilea, reprezentând colectarea secundară, fiind suma pe *k* coloane consecutive. La această sumă, se scade dreptunghiul care este comun liniilor și coloanelor. Răspunsul nostru va fi maximul acestei sume.

Se poate folosi această abordare și pentru rezolvarea subtask-urilor 1 și 2, calculându-se doar sumele pe k linii, respectiv coloane, consecutive.