

Descrierea soluțiilor

1 Problema Circuit

Autor: Tamio-Vesa Nakajima, University of Oxford

1.1 Subproblema 1: $n \leq 15$

Limita mică ne permite să generăm toate subșirurile. Pentru fiecare submulțime, vom calcula contribuția lor în cadrul subsecvențelor. Complexitatea finală este $O(2^n \cdot n)$.

1.2 Subproblema 2: $n \leq 300$

Sub aceste limite, putem să fixăm cele două capete ale unei secvențe. Fie aceste două capete $[l, r]$. Vom fixa și maximum din cadrul acestei secvențe (fie acesta x). Creștem răspunsul cu 2^T , unde T este numărul de subsecvențe din intervalul $[l, r]$ care sunt mai mici decât x . În funcție de implementare, complexitatea va fi $O(n^3 \cdot \log n)$ sau $O(n^3)$.

1.3 Subproblema 3: $n \leq 3000$

Vom considera că toate elementele din șirul inițial sunt inactive și le vom activa rând pe rând. Vom nota un element activ cu 2 și pe unul inactiv cu 1. Vom începe să activăm elementele rând pe rând, de la cel mai mic la cel mai mare. Așadar, atunci când activăm un element, acesta va fi cel mai mare element activ din șir.

Pentru un element i , tocmai activat, vrem să îi calculăm contribuția la răspuns. Observăm că aceasta este egală cu suma produselor (pe șirul cu

valori 1 sau 2) tuturor secvențelor care trec prin elementul i . Putem calcula această sumă în mod liniar, dacă ținem minte suma produselor parțiale pe sufixele care se termină în i , respectiv pe prefixele începând din i .

Complexitatea finală este $O(n^2)$.

1.4 Soluție completă: $n, q \leq 300\,000$

Vom proceda la fel ca la soluția de la subproblema anterioară, dar vom folosi un arbore de intervale pentru a calcula sumele pe prefixul/sufixul lui i în mod mai eficient. Putem să folosim un arbore de intervale, în care fiecare nod reține (*produs*, *sum_produs_prefix*, *sum_produs_sufix*). Acum, calculul contribuției unui element se poate face în timp $O(\log n)$.

Prin urmare, complexitatea finală este $O(n \cdot \log n)$.

Notă: Se poate folosi descompunere în bucăți de radical în loc de un arbore de intervale, însă nu este garantată obținerea punctajului maxim.