ВВЕДЕНИЕ

Тема моей дипломной работы: производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния. В моей дипломной работе рассматривается сеть массового обслуживания с зависимой от состояния маршрутизацией как модель гибкой производственной системы.

Целью выпускной квалификационной работы является исследование и анализ производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния. Задачами являются: разработка алгоритма метода анализа данных производственных систем, программная реализация алгоритма и проведение численных экспериментов с разработанной программой.

Практическое значение этого направления определяется широким использованием сетей массового обслуживания в качестве математических моделей гибких производственных систем, необходимостью исследования производственных систем, повышения качества функционирования и оптимизации.

1 Гибкие производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния

1.1 Описание модели

Рассмотрим гибкую производственную систему, основные компоненты которой следующие.

1. Множество рабочих станций (систем) C_i с номерами из множества $I \equiv \{i \mid i = 1, ..., L\}$. Каждая рабочая станция C_i производит обработку деталей и может выполнять один или несколько типов производственных операций t (например, сверление, фрезерование, и т.д.). На станции C_i есть κ_i параллельно работающих машин. Максимальное число деталей, которое допускается в любой момент времени (включая как обрабатывающиеся детали, так и детали, ожидающие в локальном хранилище), ограничены s_i (емкость рабочей станции), где $s_i \geqslant \kappa_i,\ i = 1, ..., L$. Определим вектор числа приборов в рабочих станциях $\kappa = (\kappa_i)$ и вектор емкостей рабочих станций $s = (s_i)$, $i = 1, ..., L$.

2. Система транспортировки материалов (MHS), обозначаемая как станция C_0, которая состоит из κ_0 транспортеров (например, конвейеры), которые осуществляют транспортировку деталей между рабочими станциями, и центрального хранилища.

3. Палеты, на которых перемещаются детали. Для каждой детали выделяется одна палета. Общее количество палет, доступных в ГПС, постоянно и равно N.

Схема гибкой производственной системы представлена на рисунке.

Функционирование гибкой производственной системы происходит следующим образом.

Система должна обработать $t = 1, 2, ..., T$ типов деталей. Общее число деталей в системе в любой момент времени постоянно и равно N. Всякий раз, когда обработанная деталь покидает систему, другая деталь того же типа сразу же поступает в систему. Число палет N_t, выделяемых для деталей типа t, постоянно и $\sum\limits_t N_t = N$. Определим вектор начального числа деталей $\mathbf{N} = (N_t)$, $t = 1, ..., T$.

Рабочие станции или машины могут быть свободны (простаивать), но они никогда не блокируются. На практике это, как правило, обеспечивается за счет *возвратного конвейера*, который постоянно забирает из рабочих станций детали, завершившие обработку, и доставляет их обратно в центральное хранилище (предполагается, что в центральном хранилище достаточно мест для размещения всех деталей в случае необходимости).

Деталь каждого типа t нуждается во множестве операций, которые будут выполняться на наборе рабочих станций с номерами $I_t \subseteq I$. Длительность обработки детали типа t на станции C_i, $i \in I_t$, имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_{it}. s_{it} — емкость хранилища, выделенного для деталей типа t на станции C_i.

Дисциплина обработки на всех станциях $C_i,\ i = 0, ..., L,$ — *RANDOM* (то есть детали выбираются для обработки случайным образом).

Пусть $\Theta = (\theta_{it,jt})$ — маршрутная матрица, $t = 1, ..., T,\ i, j = 0, ..., L$, где $\theta_{it,jt}$ — вероятность того, что деталь типа t после обработки на станции C_i поступает на станцию C_j. Заметим, что допускаются переходы только из системы транспортировки на рабочие станции и из рабочих станций в систему транспортировки, т.е. $\theta_{it,jt} = 0$.

Данная гибкая производственная система с введенными выше предположениями описывается неоднородной замкнутой экспоненциальной сетью массового обслуживания $\Gamma = \langle L, T, \mathbf{N}, N, M, \Theta, \kappa, \mu, \mathit{RANDOM} \rangle$.

1.2 Решение уравнения равновесия

Определим состояние сети Γ, соответствующей рассмотренной выше гибкой производственной системе. $\{\overline{\eta}(\tau)\}$ определяет процесс Маркова со следующим конечным пространством состояний: ...

Сформулируем PSQ–маршрутизацию следующим образом. Вероятности перехода требований класса t из системы C_0 в систему C_i, $i \in I_t$, зависят от n_{0t} и от n_{it} — числа требований класса t в двух системах, и принимают форму

Несложно заметить следующие особенности этой схемы маршрутизации:

— маршрутные вероятности выше для систем с бо́льшим числом свободных приборов;

— требования класса t никогда (т.е. с вероятностью ноль) не направляются в систему, в которой все места в очереди для ожидания требованиями этого класса заняты.

Стационарное решение для сети Γ как модели гибкой производственной системы можно теперь обобщить следующим образом.

Теорема 1. Марковский процесс $\overline{\eta}(\tau)$, определенный в пространстве состояний S и управляемый PSQ–маршрутизацией, как определено в (**??**), является обратимым относительно времени и имеет следующую мультипликативную форму стационарного распределения вероятностей: ...

2 Алгоритм метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния

2.1 Описание алгоритма

Рассмотрим неоднородную замкнутую экспоненциальную сеть массового обслуживания $\Gamma' = \langle L, T, N, M, \Theta, \kappa, \mu, FCFS \rangle$ с L системами C_i, $i = 1, ..., L$, (включая систему транспортировки материалов, которая теперь обозначается как любая C_i) и N требованиями (палетами в ГПС).

Не теряя общности, предположим, что требуется получить предельное маргинальное (частное) распределение вероятностей $\pi_L(k, N)$ $(k = 0, 1, ..., s_L)$ для системы C_L сети Γ' с L системами и N требованиями.

Определим векторы размерности T: $\mathbf{N} = (N_1, ..., N_T)$, $\mathbf{n} = (n_1, ..., n_T)$, $\mathbf{e_t} = (0, ..., 1, ..., 0)$ (t–ый элемент равен 1, а все остальные нули) и $\mathbf{0} = (0, ..., 0)$. Пусть $G(m, \mathbf{N})$ будет нормализующей константой, где $\mathbf{N}$ — вектор начального числа требований в сети. Кроме того, определим

$$R_t(m, \mathbf{N}) = \frac{G(m, \mathbf{N} - \mathbf{e_t})}{G(m, \mathbf{N})}, \quad t = 1, ..., T.$$

Обозначим через $\pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N})$ предельную вероятность того, что общее число требований в системе m будет равно $\mathbf{n}$, когда общее число требований всей сети равно $\mathbf{N}$. Тогда справедливо следующее следствие.

Следствие 1. Если $\mathbf{n} > \mathbf{0}$ (т.е. все элементы вектора $\mathbf{n}$ положительны), то для всех $t = 1, ..., T$

$$\pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N}) = \pi_m(\mathbf{n} - \mathbf{e_t}, \mathbf{N} - \mathbf{e_t}) f_{mt}(\mathbf{n}) R_t(m, \mathbf{N}), \tag{2.1}$$

иначе для всех $t = 1, ..., T$

$$\pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N}) = \pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N} - \mathbf{e_t}) R_t^{-1}(m - 1, \mathbf{N} - \mathbf{n}) R_t(m, \mathbf{N}). \tag{2.2}$$

Разработанный ранее алгоритм применим и здесь со следующими изменениями.

1. Необходимы два двухмерных массива для $\pi(\mathbf{n})$ и R_t, $t = 1, ..., T$.

2. В этом случае имеется T нормализующих множителей R_t, $t = 1, ..., T$, которые в дополнение к условию нормировки значений π_m удовлетворяют

следующим уравнениям:

$$R_t(m, \mathbf{N}) = R_t(m-1, \mathbf{N}) \frac{\pi_m(\mathbf{0}, \mathbf{N})}{\pi_m(\mathbf{0}, \mathbf{N} - \mathbf{e_t})}, \quad t = 1, ..., T. \tag{2.3}$$

Эти уравнения следуют непосредственно из (2.2) при предположении, что $\mathbf{n} = \mathbf{0}$.

Алгоритм для неоднородной сети приведен в следующем разделе.

2.2 Структурная схема алгоритма

Алгоритм метода анализа сети массового обслуживания Γ с маршрутизацией, зависящей от состояния, имеет блочную структуру, представленную на рисунке 2.1.

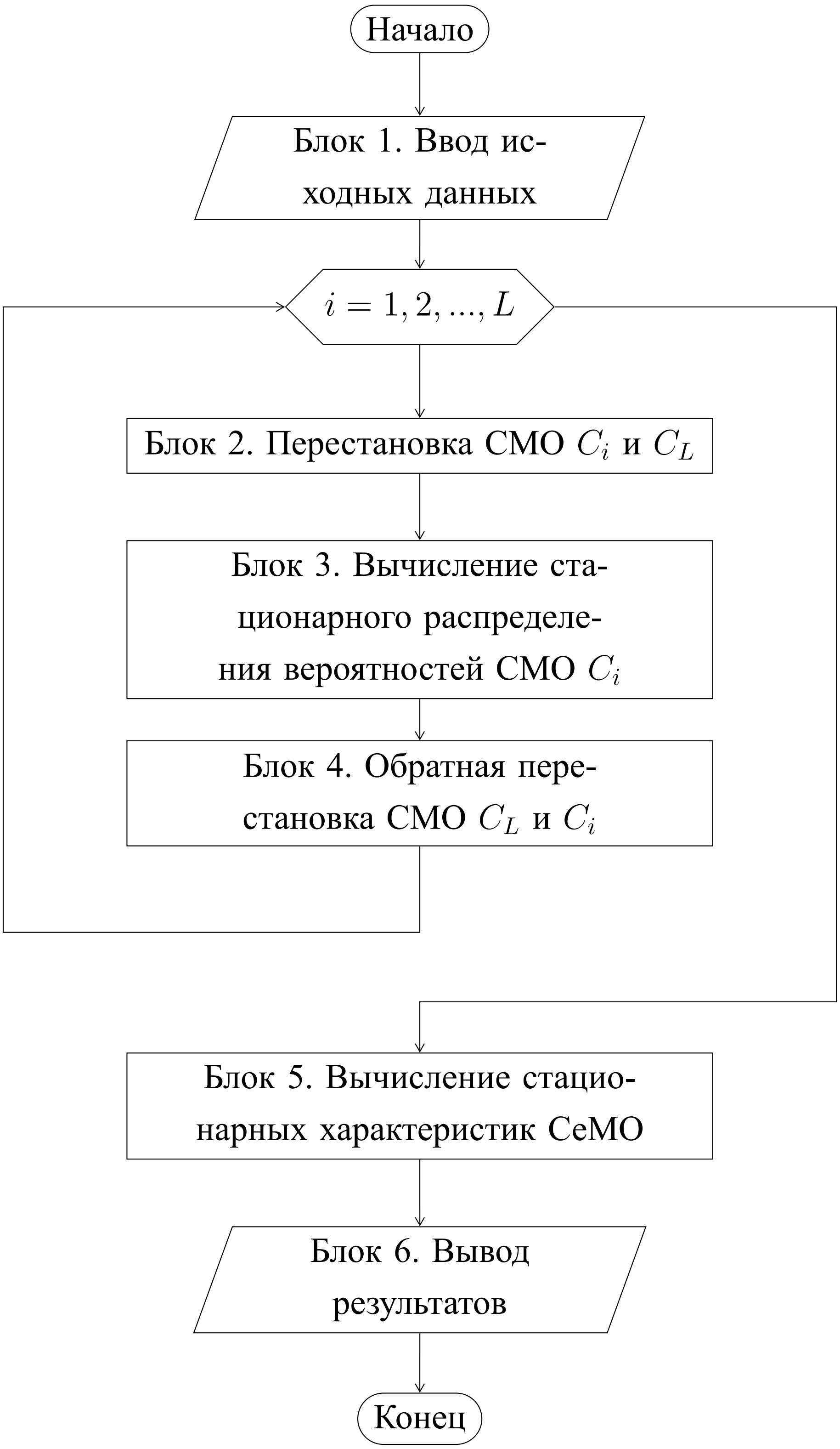

Рисунок 2.1 – Блок-схема алгоритма метода анализа сетей массового обслуживания с маршрутизацией, зависящей от состояния

Блок 1. Ввод исходных данных

На начальном этапе работы алгоритма вводятся параметры сети массового обслуживания Γ:

L — число СМО в СеМО;

$\mathbf{N} = (N_t)$ — вектор начального числа требований в СеМО, $t = 1, ..., T$;
$\kappa = (\kappa_i)$ — вектор числа приборов в системах обслуживания СеМО, $i = 0, ..., L$;
$s = (s_{it})$ — матрица емкостей систем в СеМО, $i = 0, ..., L,\ t = 1, ..., T$;
$\mu = (\mu_{it})$ — матрица интенсивностей обслуживания требований системами СеМО, $i = 0, ..., L,\ t = 1, ..., T$.

Блок 2. Перестановка СМО C_i и C_L

Во втором блоке для вычисления стационарного распределения вероятностей состояний системы $C_i,\ i = 1, ..., L$, происходит перестановка системы C_i с последней системой C_L. Это осуществляется путем перестановки элементов κ_i и κ_L в векторе κ, s_{it} и s_{iL} в матрице s, μ_{it} и μ_{iL} в матрице μ, $i = 1, ..., L,\ t = 1, ..., T$.

Входные данные: $\kappa = (0, ..., \kappa_i, ..., \kappa_L)$, $s = \begin{pmatrix} s_{1t} \\ \cdots \\ s_{it} \\ \cdots \\ s_{Lt} \end{pmatrix}$, $\mu = \begin{pmatrix} \mu_{1t} \\ \cdots \\ \mu_{it} \\ \cdots \\ \mu_{Lt} \end{pmatrix}$, $t = 1, ..., T$.

Выходные данные: $\kappa' = (0, ..., \kappa_L, ..., \kappa_i)$, $s' = \begin{pmatrix} s_{1t} \\ \cdots \\ s_{Lt} \\ \cdots \\ s_{it} \end{pmatrix}$, $\mu' = \begin{pmatrix} \mu_{1t} \\ \cdots \\ \mu_{Lt} \\ \cdots \\ \mu_{it} \end{pmatrix}$, $t = 1, ..., T$.

Блок 3. Вычисление стационарного распределения вероятностей состояний СМО C_i

Алгоритм для вычисления стационарного распределения вероятностей состояний для системы C_i следующий:
Входные данные: L, T, $\mathbf{N} = (N_t)$, $\kappa = (\kappa_i)$, $s = (s_{it})$, $\mu = (\mu_{it})$, $i = 0, ..., L,\ t = 1, ..., T$. *Выходные данные:* $\pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N})$, $i = 1, ..., L$.

Блок 4. Обратная перестановка СМО C_L и C_i

Происходит обратная перестановка системы C_L с системой C_i. Таким образом, получаем исходный вектор κ и матрицы s, μ.

Входные данные: $\kappa' = (0, ..., \kappa_L, ..., \kappa_i)$, $s' = \begin{pmatrix} s_{1t} \\ \dots \\ s_{Lt} \\ \dots \\ s_{it} \end{pmatrix}$, $\mu' = \begin{pmatrix} \mu_{1t} \\ \dots \\ \mu_{Lt} \\ \dots \\ \mu_{it} \end{pmatrix}$, $t = 1, ..., T$.

Выходные данные: $\kappa = (0, ..., \kappa_i, ..., \kappa_L)$, $s = \begin{pmatrix} s_{1t} \\ \dots \\ s_{it} \\ \dots \\ s_{Lt} \end{pmatrix}$, $\mu = \begin{pmatrix} \mu_{1t} \\ \dots \\ \mu_{it} \\ \dots \\ \mu_{Lt} \end{pmatrix}$, $t = 1, ..., T$.

Блок 5. Вычисление стационарных характеристик СеМО *Входные данные:* L, T, $\mathbf{N} = (N_t)$, $\pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N})$, $\kappa = (\kappa_i)$, $s = (s_{it})$, $\mu = (\mu_{it})$, $i = 0, ..., L,\ m = 1, ..., L,\ t = 1, ..., T$.
Выходные данные: $\overline{n}_{it}$, λ_{it}, ψ_{it}, $i = 0, ..., L,\ t = 1, ..., T$.

На данном этапе происходит вычисление следующих стационарных характеристик СеМО:

— м. о. числа t-требований в СМО;

— м. о. числа занятых t-требованиями приборов в СМО;

— интенсивность входящего потока t-требований в СМО;

— коэффициенты использования обслуживающих приборов СМО t - требованиями.

Эти характеристики вычисляются по формулам (2.4) – (2.10).

$$\overline{n}_{it} = \sum_{k=0}^{s_{it}} k\pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N}), \tag{2.4}$$

$$\overline{h}_{it} = \begin{cases} \sum\limits_{k=0}^{\kappa_i} k\pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N}) + \kappa_i \sum\limits_{k=\kappa_i+1}^{s_{it}} \pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N}), & \kappa_i < s_{it}, \\ \sum\limits_{k=0}^{s_{it}} k\pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N}), & \kappa_i \geq s_{it}, \end{cases} \tag{2.5}$$

$$\lambda_{it} = \mu_{it}\overline{h}_{it}, \tag{2.6}$$

$$\psi_{it} = \frac{\lambda_{it}}{\min(\kappa_i, s_{it})\mu_{it}}, \tag{2.7}$$

где $i = 1, ..., L,\ t = 1, ..., T.$

$$\overline{n}_{0t} = N_t - \sum_{i=1}^{L} \overline{n}_{it}, \tag{2.8}$$

$$\lambda_{0t} = \sum_{i=1}^{L} \lambda_{it}, \tag{2.9}$$

$$\psi_{0t} = \frac{\lambda_{0t}}{\kappa_0 \mu_{0t}}, \tag{2.10}$$

где $t = 1, ..., T.$

Блок 6. Вывод результатов

В данном блоке происходит вывод (на экран или в файл) стационарного распределения и стационарных характеристик, полученных в блоке 4 и 5.

3 Описание и назначение программы

Была разработана программа на языке Java, предназначенная для анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния.

Программа позволяет вычислить стационарное распределение и основные характеристики производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния. Вычисления могут производится как для однородной, так и для неоднородной сети массового обслуживания.

Разработанная программа имеет графический интерфейс. Входные данные считываются с формы, проверяются на корректность, и в соответствии с проверкой либо производится анализ, либо выдается сообщение об ошибке. Для рассматриваемой сети входными данными являются: число систем, число классов требований, вектор числа требований определенного класса, вектор числа обслуживающих приборов, емкости систем и интенсивности обслуживания. Выходными данными являются стационарное распределение и основные стационарные характеристики систем, а именно: м. о. числа требований, интенсивности потока требований и коэффициенты использования обслуживающих приборов.

При запуске программы появляется окно, изображенное на рисунке (...). Для удобства существует возможность открыть файл с заданными в нем входными данными.

Для анализа при заданных входных данных служит кнопка «Получить результаты». При ее нажатии открывается окно с подсчитанными в ходе анализа основными характеристиками СМО и стационарным распределением (слайд ...).

4 Аспекты практического применения

Было проведено несколько серий экспериментов с использованием разработанной программы анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния.

Эксперимент 1

Рассмотрим производственную систему с 18 машинами, которые сгруппированы по 9 рабочим станциям. Число приборов, интенсивность обработки детали одним прибором и емкость локального хранилища на каждой станции соответственно равны: (...)

Математическое ожидание числа деталей ($\overline{n}_i$), пропускная способность (λ_i) и коэффициенты использования приборов (ψ_i) для каждой станции приведены в таблице (...).

Эксперимент 2

Возьмем гибкую производственную систему из примера 3 и посмотрим, как будут изменяться характеристики рабочих станций C_i, $i = 1, 2$, с изменением числа приборов, емкостей рабочих станций и интенсивностей обработки деталей (эти данные предполагаются одинаковыми для обеих рабочих станций). Результаты представлены на рисунках (...).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты дипломной работы следующие:

— рассмотрены производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния;

— приведено доказательство того, что при PSQ–маршрутизации марковский процесс обратим относительно времени и имеет мультипликативную форму стационарного распределения;

— разработан алгоритм метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния;

— разработана программа, вычисляющая основные стационарные характеристики;

— проведены численные эксперименты с разработанной программой и приведены соответствующие результаты.

Эта модель может быть использована при решении задач анализа и оптимизации гибких производственных систем.