

Министерство образования и науки Российской Федерации  
САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

**Исследование производственных систем с маршрутизацией,  
зависящей от состояния**

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА СПЕЦИАЛИСТА**

студента 5 курса 511 группы  
специальности 010501 — прикладная математика и информатика  
факультета компьютерных наук и информационных технологий  
Салина Романа Владимировича

Научный руководитель  
доцент, к.ф.-м.н.

В. И. Долгов

Саратов 2014

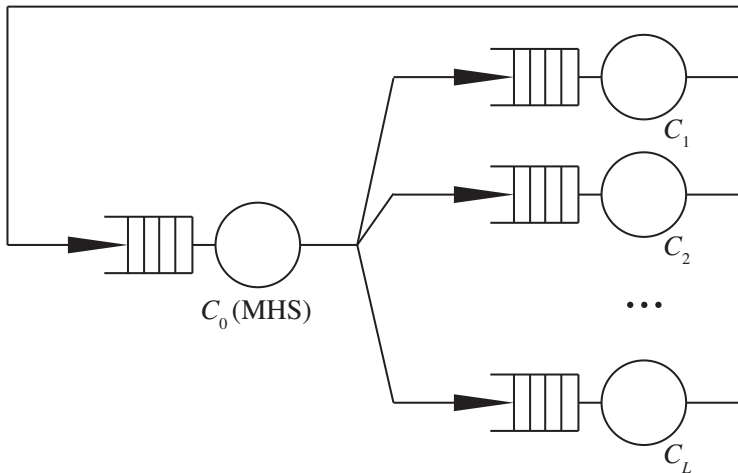
# Цели и задачи работы

- исследование производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- разработка алгоритма метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- программная реализация алгоритма;
- проведение численных экспериментов с разработанной программой.

# Гибкие производственные системы

- $\mathcal{C} = \{C_i\}$  — множество рабочих станций ГПС,  
 $i \in I \equiv \{i \mid i = 1, \dots, L\}; I_t \subseteq I$ ;
- $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots, T\}$  — множество типов деталей ГПС;
- $\kappa_i$  — число параллельно работающих приборов на станции  $C_i$ ,  
 $i = 1, \dots, L$ ;  $\kappa = (\kappa_i)$ ;
- $C_0$  — система транспортировки;  $\kappa_0$  — число транспортеров;
- $N_t$  — число деталей типа  $t$  в ГПС,  $\sum_t N_t = N$ ;  $\mathbf{N} = (N_t)$ ,  
 $t = 1, \dots, T$ ;
- $s_{it}$  — емкость рабочей станции  $C_i$  для деталей типа  $t$ ,  $i \in I_t$ ,  
 $t = 1, \dots, T$ ;  $s = (s_{it})$ ;
- $\mu_{it}$  — интенсивность обработки детали типа  $t$  на станции  $C_i$ ,  
 $i \in I_t$ ,  $t = 1, \dots, T$ ;
- $D_i = \text{RANDOM}$  — дисциплина обработки на станциях  
 $C_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ .
- $\bar{\eta} = (\bar{\eta}_0, \bar{\eta}_1, \dots, \bar{\eta}_L)$  — состояние ГПС, где  $\bar{\eta}_i = (n_{i1}, \dots, n_{iT})$  —  
состояние рабочей станции  $C_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ .

# Гибкие производственные системы



# PSQ-маршрутизация

$$\theta_{0t,it} = \frac{r_{it}(n_{it})}{r_{0t}(n_{0t})}, \quad (1)$$

где  $r_{it}(\cdot)$  и  $r_{0t}(\cdot)$  — две линейные функции:

$$r_{it}(n_{it}) = s_{it} - n_{it} \text{ и } r_{0t}(n_{0t}) = \sum_{C_i \in I_t} s_{it} + n_{0t} - N_t.$$

# Стационарное решение

**Теорема<sup>1</sup>.** Марковский процесс  $\bar{\eta}(\tau)$ , определенный в пространстве состояний  $S$  и управляемый PSQ–маршрутизацией, как определено в (1), является обратимым относительно времени и имеет следующую мультипликативную форму стационарного распределения вероятностей:

$$\pi(\bar{\eta}) = G^{-1} \prod_{i=0}^L \left[ \prod_{j=1}^{n_i} \nu_i^{-1}(j) \right] \left[ \prod_{t=1}^T \prod_{j=1}^{n_{it}} \frac{r_{it}(j-1 + \delta_{i0})}{j\mu_{it}} \right], \quad \bar{\eta} \in S, \quad (2)$$

где  $\delta_{i0} = 1$ , если  $i = 0$ , иначе  $\delta_{i0} = 0$ ,  $G$  — нормализующая константа и

$$\nu_i(n_i) = \frac{\min(n_i, \kappa_i)}{n_i}.$$

---

<sup>1</sup>Yao D. D., Buzacott J. A. Modeling a class of state-dependent routing in flexible manufacturing systems // Annals of Operations Research. – 1985. – No. 3. – P. 153-167.

# Структура алгоритма

## Шаг 1. Ввод исходных данных

- $L$  — число СМО в СеМО;
- $\mathbf{N} = (N_t)$  — вектор начального числа требований в СеМО,  $t = 1, \dots, T$ ;
- $\kappa = (\kappa_i)$  — вектор числа приборов в системах обслуживания СеМО,  $i = 0, \dots, L$ ;
- $s = (s_{it})$  — матрица емкостей систем в СеМО,  $i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T$ ;
- $\mu = (\mu_{it})$  — матрица интенсивностей обслуживания требований системами СеМО,  $i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T$ .

**Шаг 2.** Положить  $i = 1$ .

**Шаг 3.** Перестановка СМО  $C_i$  и  $C_L$

# Структура алгоритма

**Шаг 4. Вычисление стационарного распределения вероятностей состояний СМО  $C_i$**

*Входные данные:*  $L, T, \mathbf{N} = (N_t), \kappa = (\kappa_i), s = (s_{it}), \mu = (\mu_{it}), i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T.$

*Выходные данные:*  $\pi_i(\mathbf{n}, \mathbf{N}), i = 1, \dots, L.$

**Шаг 5. Обратная перестановка СМО  $C_L$  и  $C_i$**

**Шаг 6.** Если  $i < L$ , то положить  $i = i + 1$  и перейти на **шаг 3**, иначе перейти к **шагу 7**.

**Шаг 7. Вычисление стационарных характеристик СеМО**

*Входные данные:*  $L, T, \mathbf{N} = (N_t), \pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N}), \kappa = (\kappa_i), s = (s_{it}), \mu = (\mu_{it}), i = 0, \dots, L, m = 1, \dots, L, t = 1, \dots, T.$

*Выходные данные:*  $\bar{n}_{it}, \lambda_{it}, \psi_{it}, i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T.$

**Шаг 8. Вывод результатов**

- $\bar{n}_{it}$  — м. о. числа требований,  $i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T;$
- $\lambda_{it}$  — интенсивности потока требований,  $i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T;$
- $\psi_{it}$  — коэффициенты использования обслуживающих приборов,  $i = 0, \dots, L, t = 1, \dots, T;$



# Интерфейс программы

Анализ гибких производственных систем

Число СМО (L):

Число классов требований (T):

Вектор числа t-требований (N[t]):

Вектор числа приборов (каппа[i]):

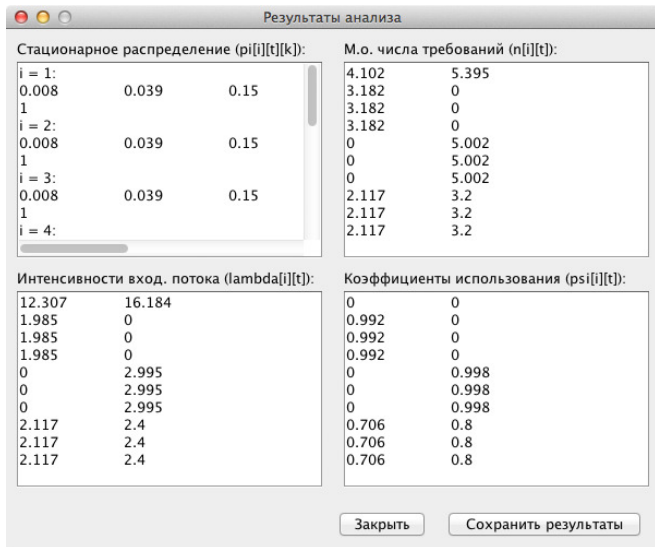
Емкости систем (s[i][t]):

|    |    |
|----|----|
| 20 | 30 |
| 4  | 0  |
| 4  | 0  |
| 4  | 0  |
| 4  | 0  |
| 0  | 6  |
| 0  | 6  |
| 0  | 6  |
| 3  | 4  |
| 3  | 4  |
| 3  | 4  |

Интенсивности обслуживания (mu[i][t]):

|     |      |
|-----|------|
| 3.0 | 3.0  |
| 2.0 | 0.0  |
| 2.0 | 0.0  |
| 2.0 | 0.0  |
| 0.0 | 1.5  |
| 0.0 | 1.5  |
| 0.0 | 1.5  |
| 1.0 | 0.75 |
| 1.0 | 0.75 |
| 1.0 | 0.75 |

# Интерфейс программы



# Эксперимент

$L = 9; T = 2; \mathbf{N} = (20, 30);$

$I_1 = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}, I_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\};$

$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 1; \kappa_4 = \kappa_5 = \kappa_6 = 2; \kappa_7 = \kappa_8 = \kappa_9 = 7;$

$\mu_{11} = \mu_{21} = \mu_{31} = 2; \mu_{42} = \mu_{52} = \mu_{62} = 1, 5; \mu_{71} = \mu_{81} = \mu_{91} = 1;$

$\mu_{72} = \mu_{82} = \mu_{92} = 0, 75;$

$s_{11} = s_{21} = s_{31} = 4; s_{42} = s_{52} = s_{62} = 6; s_{71} = s_{81} = s_{91} = 3;$

$s_{72} = s_{82} = s_{92} = 4.$

Для  $C_0$ :  $\mu_{01} = \mu_{02} = 3; s_{01} = 20; s_{02} = 30.$

| $C_i$       | $C_0$  |        | $C_{1,2,3}$ | $C_{4,5,6}$ | $C_{7,8,9}$ |       |
|-------------|--------|--------|-------------|-------------|-------------|-------|
| $t$         | Тип 1  | Тип 2  | Тип 1       | Тип 2       | Тип 1       | Тип 2 |
| $\bar{n}_i$ | 4,102  | 5,395  | 3,182       | 5,002       | 2,117       | 3,200 |
| $\lambda_i$ | 12,307 | 16,184 | 1,985       | 2,995       | 2,117       | 2,400 |
| $\psi_i$    | —      | —      | 0,993       | 0,998       | 0,706       | 0,800 |

# Результаты работы

- рассмотрены производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- разработан алгоритм метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- разработана программа, вычисляющая основные стационарные характеристики;
- проведены численные эксперименты с разработанной программой и приведены соответствующие результаты.