### **ВВЕДЕНИЕ**

Тема моей дипломной работы: производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния. В моей дипломной работе рассматривается сеть массового обслуживания с зависимой от состояния маршрутизацией как модель гибкой производственной системы.

Целью дипломной работы является исследование и анализ производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния. Задачами являются: разработка алгоритма метода анализа данных производственных систем, программная реализация алгоритма и проведение численных экспериментов с разработанной программой.

Практическое значение этого направления определяется широким использованием сетей массового обслуживания в качестве математических моделей гибких производственных систем, необходимостью исследования производственных систем и их оптимизации.

## 1 Гибкие производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния

### 1.1 Описание модели

Рассмотрим гибкую производственную систему, основные компоненты которой следующие.

- 1. Множество рабочих станций (систем)  $C_i$  с номерами из множества  $I \equiv \{i \mid i=1,...,L\}$ . Каждая рабочая станция  $C_i$  производит обработку деталей и может выполнять один или несколько типов производственных операций t (например, сверление, фрезерование, и т.д.). На станции  $C_i$  есть  $\kappa_i$  параллельно работающих машин. Максимальное число деталей, которое допускается в любой момент времени (включая как обрабатывающиеся детали, так и детали, ожидающие в локальном хранилище), ограничены  $s_i$  (емкость рабочей станции), где  $s_i \geqslant \kappa_i, \ i=1,...,L$ . Определим вектор числа приборов в рабочих станциях  $\kappa=(\kappa_i)$  и вектор емкостей рабочих станций  $s=(s_i),$  i=1,...,L.
- 2. Система транспортировки материалов (MHS), обозначаемая как станция  $C_0$ , которая состоит из  $\kappa_0$  транспортеров (например, конвейеры), которые осуществляют транспортировку деталей между рабочими станциями, и центрального хранилища.
- 3. Палеты, на которых перемещаются детали. Для каждой детали выделяется одна палета. Общее количество палет, доступных в ГПС, постоянно и равно N.

Схема гибкой производственной системы представлена на рисунке.

Функционирование гибкой производственной системы происходит следующим образом.

Система должна обработать t=1,2,...,T типов деталей. Общее число деталей в системе в любой момент времени постоянно и равно N. Всякий раз, когда обработанная деталь покидает систему, другая деталь того же типа сразу же поступает в систему. Число палет  $N_t$ , выделяемых для деталей типа t, постоянно и  $\sum_t N_t = N$ . Определим вектор начального числа деталей  $\mathbf{N} = (N_t), t=1,...,T$ .

Рабочие станции или машины могут быть свободны (простаивать), но они никогда не блокируются. На практике это, как правило, обеспечивается за

счет возвратного конвейера, который постоянно забирает из рабочих станций детали, завершившие обработку, и доставляет их обратно в центральное хранилище (предполагается, что в центральном хранилище достаточно мест для размещения всех деталей в случае необходимости).

Деталь каждого типа t нуждается во множестве операций, которые будут выполняться на наборе рабочих станций с номерами  $I_t \subseteq I$ . Длительность обработки детали типа t на станции  $C_i$ ,  $i \in I_t$ , имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_{it}$ .  $s_{it}$  — емкость хранилища, выделенного для деталей типа t на станции  $C_i$ .

Дисциплина обработки на всех станциях  $C_i$ , i=0,...,L,-RANDOM (то есть детали выбираются для обработки случайным образом).

Пусть  $\Theta=(\theta_{it,jt})$  — маршрутная матрица,  $t=1,...,T,\ i,j=0,...,L,$  где  $\theta_{it,jt}$  — вероятность того, что деталь типа t после обработки на станции  $C_i$  поступает на станцию  $C_j$ . Заметим, что допускаются переходы только из системы транспортировки на рабочие станции и из рабочих станций в систему транспортировки, т.е.  $\theta_{it,jt}=0$ .

Данная гибкая производственная система с введенными выше предположениями описывается неоднородной замкнутой экспоненциальной сетью массового обслуживания  $\Gamma = \langle L, T, \mathbf{N}, N, M, \Theta, \kappa, \mu, RANDOM \rangle$ .

### 1.2 Решение уравнения равновесия

Определим состояние сети  $\Gamma$ , соответствующей рассмотренной выше гибкой производственной системе.  $\{\overline{\eta}(\tau)\}$  определяет процесс Маркова со следующим конечным пространством состояний: (...).

Сформулируем PSQ-маршрутизацию следующим образом. Вероятности перехода требований класса t из системы  $C_0$  в систему  $C_i$ ,  $i \in I_t$ , зависят от  $n_{0t}$  и от  $n_{it}$  — числа требований класса t в двух системах, и принимают форму

Несложно заметить следующие особенности этой схемы маршрутизации:

- маршрутные вероятности выше для систем с бо́льшим числом свободных приборов;
- требования класса t никогда (т.е. с вероятностью ноль) не направляются в систему, в которой все места в очереди для ожидания требованиями этого класса заняты.

Стационарное решение для сети  $\Gamma$  как модели гибкой производственной системы можно теперь обобщить следующим образом.

**Теорема 1.** Марковский процесс  $\overline{\eta}(\tau)$ , определенный в пространстве состояний S и управляемый PSQ-маршрутизацией, как определено в (??), является обратимым относительно времени и имеет следующую мультипликативную форму стационарного распределения вероятностей: (...).

# 2 Алгоритм метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния

### 2.1 Описание алгоритма

Рассмотрим неоднородную замкнутую экспоненциальную сеть массового обслуживания L системами (включая систему транспортировки материалов, которая теперь обозначается как любая  $C_i$ ) и N требованиями.

Не теряя общности, предположим, что требуется получить предельное частное распределение вероятностей для системы  $C_L$  сети  $\Gamma'$ .

Определим векторы размерности T: (...). Пусть  $G(m, \mathbf{N})$  — нормализующая константа. Кроме того, определим (...). Обозначим через  $\pi_m(\mathbf{n}, \mathbf{N})$  предельную вероятность того, что общее число требований в системе m будет равно  $\mathbf{n}$ , когда общее число требований всей сети равно  $\mathbf{N}$ . Тогда справедливо следующее следствие (...).

### 2.2 Структурная схема алгоритма

Алгоритм метода анализа сети массового обслуживания  $\Gamma$  с маршрутизацией, зависящей от состояния, имеет блочную структуру, представленную на рисунке (...).

### Блок 1. Ввод исходных данных

На начальном этапе работы алгоритма вводятся параметры сети массового обслуживания  $\Gamma$ :

L — число СМО в СеМО;

 ${f N}=(N_t)$  — вектор начального числа требований в СеМО, t=1,...,T;

 $\kappa = (\kappa_i)$  — вектор числа приборов в системах обслуживания СеМО, i = 0, ..., L;

 $s=(s_{it})$  — матрица емкостей систем в СеМО,  $i=0,...,L,\ t=1,...,T$ ;

 $\mu=(\mu_{it})$  — матрица интенсивностей обслуживания требований системами СеМО,  $i=0,...,L,\ t=1,...,T$ .

### Блок 2. Перестановка СМО $C_i$ и $C_L$

Во втором блоке для вычисления стационарного распределения вероятностей состояний системы  $C_i$ , i=1,...,L, происходит перестановка системы  $C_i$  с последней системой  $C_L$ . Это осуществляется путем перестановки соответствующих элементов векторов.

# Блок 3. Вычисление стационарного распределения вероятностей состояний СМО $C_i$

### Блок 5. Вычисление стационарных характеристик СеМО

На данном этапе происходит вычисление следующих стационарных характеристик СеМО:

- м. о. числа *t*-требований в СМО;
- м. о. числа занятых t-требованиями приборов в СМО;
- интенсивность входящего потока *t*-требований в СМО;
- коэффициенты использования обслуживающих приборов СМО t требованиями.

Эти характеристики вычисляются по формулам (...).

### Блок 6. Вывод результатов

В данном блоке происходит вывод (на экран или в файл) стационарного распределения и стационарных характеристик, полученных в блоке 4 и 5.

### 3 Описание и назначение программы

Была разработана программа на языке Java, предназначенная для анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния.

Программа позволяет вычислить стационарное распределение и основные характеристики производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния. Вычисления могут производится как для однородной, так и для неоднородной сети массового обслуживания.

Разработанная программа имеет графический интерфейс. Входные данные считываются с формы, проверяются на корректность, и в соответствии с проверкой либо производится анализ, либо выдается сообщение об ошибке. Для рассматриваемой сети входными данными являются: число систем, число классов требований, вектор числа требований определенного класса, вектор числа обслуживающих приборов, емкости систем и интенсивности обслуживания. Выходными данными являются стационарное распределение и основные стационарные характеристики систем, а именно: м. о. числа требований, интенсивности потока требований и коэффициенты использования обслуживающих приборов.

При запуске программы появляется окно, изображенное на рисунке (...). Для удобства существует возможность открыть файл с заданными в нем входными данными.

Для анализа при заданных входных данных служит кнопка «Получить результаты». При ее нажатии открывается окно с подсчитанными в ходе анализа основными характеристиками СМО и стационарным распределением (слайд ...).

### 4 Аспекты практического применения

Было проведено несколько серий экспериментов с использованием разработанной программы анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния.

### Эксперимент 1

Рассмотрим производственную систему с 18 машинами, которые сгруппированы по 9 рабочим станциям. Число приборов, интенсивность обработки детали одним прибором и емкость локального хранилища на каждой станции соответственно равны: (...)

Математическое ожидание числа деталей ( $\overline{n}_i$ ), пропускная способность ( $\lambda_i$ ) и коэффициенты использования приборов ( $\psi_i$ ) для каждой станции приведены в таблице (...).

### Эксперимент 2

Возьмем гибкую производственную систему из примера 3 и посмотрим, как будут изменяться характеристики рабочих станций  $C_i$ , i=1,2, с изменением числа приборов, емкостей рабочих станций и интенсивностей обработки деталей (эти данные предполагаются одинаковыми для обеих рабочих станций). Результаты представлены на рисунках (...).

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Результаты дипломной работы следующие:

- рассмотрены производственные системы с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- приведено доказательство того, что при PSQ-маршрутизации марковский процесс обратим относительно времени и имеет мультипликативную форму стационарного распределения;
- разработан алгоритм метода анализа производственных систем с маршрутизацией, зависящей от состояния;
- разработана программа, вычисляющая основные стационарные характеристики;
- проведены численные эксперименты с разработанной программой и приведены соответствующие результаты.

Эта модель может быть использована при решении задач анализа и оптимизации гибких производственных систем.