

Università di Pisa - Corso di Specializzazione per il Sostegno

Laboratorio di Matematica

Scuola Secondaria

Leonardo Gnesi

Liceo "G. Marconi" di San Miniato (PI)

leonardo.gnesi@istruzione.it

Marzo – Aprile 2015

L'aritmetica

Dai programmi del 1985:

... L'insegnamento della matematica nella scuola elementare è stato per lungo tempo condizionato dalla necessità di fornire precocemente al fanciullo strumenti indispensabili per le attività pratiche. Con il dilatarsi della istruzione si è avuta la possibilità di puntare più decisamente verso obiettivi di carattere formativo.

L'aritmetica

E ancora dai programmi del 1985:

... Lo sviluppo del concetto di numero naturale va stimolato valorizzando le precedenti esperienze degli alunni nel contare e nel riconoscere simboli numerici, fatte in contesti di gioco e di vita familiare e sociale. Va tenuto presente che l'idea di numero naturale è complessa e richiede pertanto un approccio che si avvale di diversi punti di vista (ordinalità, cardinalità, misura ecc.); la sua acquisizione avviene a livelli sempre più elevati di interiorizzazione e di astrazione durante l'intero corso di scuola elementare, e oltre...

L'aritmetica

E infine dai programmi del 1985:

... La formazione delle abilità di calcolo va fondata su modelli concreti e strettamente collegata a situazioni problematiche. Con ciò non si intende sottovalutare l'importanza della formazione di alcuni automatismi fondamentali (quali le tabelline, ad esempio) da concepire come strumenti necessari per una più rapida ed essenziale organizzazione degli algoritmi di calcolo. In effetti, la conoscenza di tali algoritmi, insieme all'elaborazione di diverse procedure e strategie del calcolo mentale, contribuisce anche alla costruzione significativa della successione degli interi naturali...

L'aritmetica

- Nelle Indicazioni Nazionali (2012) ... non c'è nessun commento esplicito sulla finalità formativa dell'aritmetica.

L'aritmetica

- Nelle Indicazioni Nazionali (2012) ... non c'è nessun commento esplicito sulla finalità formativa dell'aritmetica.
- Non si può negare che si possa vivere in autonomia senza saper contare, attivando abilità non numeriche mediante un approccio funzionale. Tuttavia una vita di relazione non può fare a meno di alcuni concetti basilari riconducibili all' aritmetica.

es. si possono riconoscere le banconote, ma bisogna pur avere un'idea della grandezza delle cifre coinvolte...

Il concetto di numero

- I bambini hanno esperienze di matematizzazione sul numero:
 - conoscono la filastrocca dei numeri come sequenza mnemonica;
 - riconoscono alcuni numeri, visti come etichette (autobus, telefono, telecomando, giochi...);
 - usano numeri come termini di confronto (io ho sei anni, te ne hai tre ...)

Il concetto di numero

- Il concetto di numero è necessariamente complesso trattandosi di un modello matematico.

Cosa è il numero 5?

Il concetto di numero

- Il concetto di numero è necessariamente complesso trattandosi di un modello matematico.

Cosa è il numero 5?

Cosa è il numero 18?

- Sono coinvolti gli aspetti cardinale, ordinale, ricorsivo.

Il concetto di numero

- Il numero come concetto cardinale:

Consideriamo la famiglia di tutti gli insiemi. Due insiemi si dicono **equipotenti** se esiste una corrispondenza biunivoca fra i due. L' equipotenza è una relazione di equivalenza che genera una partizione nella famiglia di tutti gli insiemi. Ogni elemento della partizione è detto **numero cardinale** (o **naturale**).

es. il numero 5 è la famiglia a cui appartengono l'insieme delle dita di una mano, l' insieme di 5 caramelle, ...

Il concetto di numero

- Il numero come concetto ordinale:

Prendiamo un insieme di M elementi, e un insieme di N elementi e cerchiamo di metterli in corrispondenza biunivoca. Se ci riusciamo, $M = N$. Se non ci riusciamo, perché per esempio gli M elementi “finiscono prima”, diremo che M è minore di N . L'insieme M risulta in corrispondenza biunivoca con un sottoinsieme dell'insieme N .

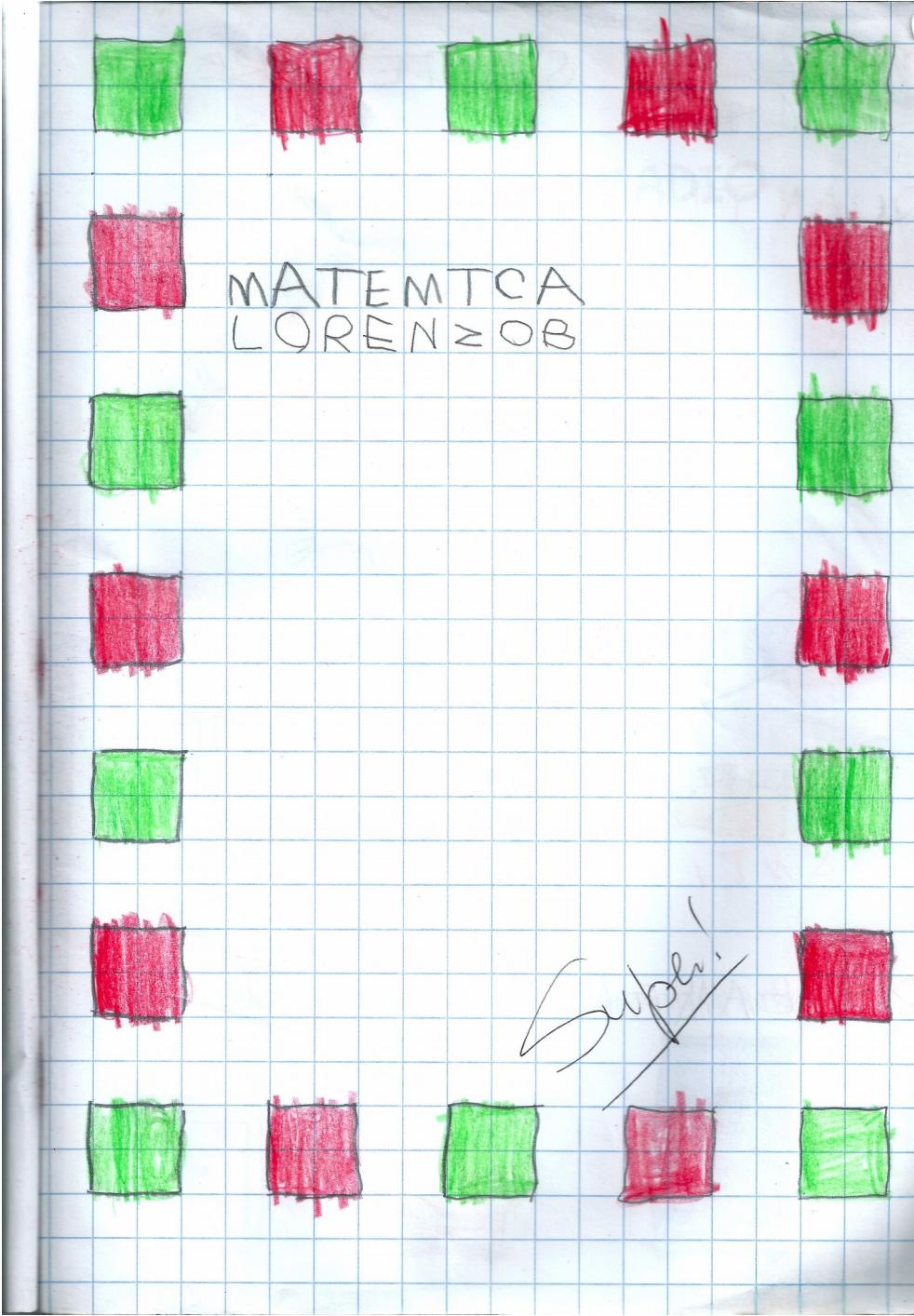
es. nasce così l'ordinamento dei numeri naturali...

Il concetto di numero

- Il numero come concetto ricorsivo:

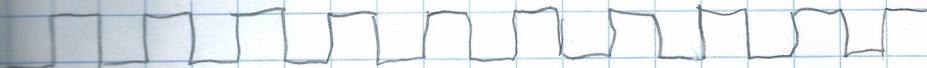
I numeri naturali si possono costruire a partire da due concetti, lo 0 e l' operazione di *successivo*, in base ad alcune regole prefissate (assiomi di Peano).

es. l' idea dei ritmi ...



PISA 24 SETTEMBRE

2014 CONTINUA TU

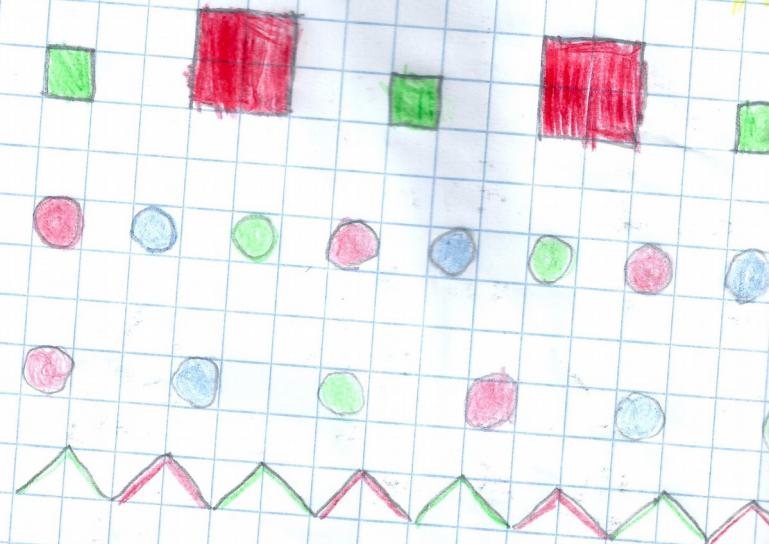


0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Offono
= 00
5

Xlasso - pg 4-5-6 | Benvenuti a
PISA | OTTOBRE

RITMO



Brav-

Xcosi: Ancora ritmo (salma 3)
Eseguì le schede
ii pag 7 - 10-11. Benvenuti a pisa

L' approccio al numero

- Attività per l' approccio al numero....

L' approccio al numero

- Attività: **le scatole dei numeri**
 - A) distribuire sacchettini vuoti e chiedere di riportarli con dentro una quantità a piacere di oggetti qualsiasi;
 - B) raccogliere i sacchetti e aggiungere qualche sacchetto vuoto;
 - C) Smistare i sacchetti in scatole suddividendoli se fra gli oggetti di ciascun sacchetto si può stabilire una corrispondenza biunivoca. [aspetto cardinale]

come realizzare tale corrispondenza? Fili, ma anche il gioco degli scrutini ...

L' approccio al numero

- Attività: **le scatole dei numeri**

D) Riportare su ogni scatola un cartellino indicante il numero di oggetti contenuti, inizialmente in notazione additiva unaria (es. IIII):

- tale scrittura rappresenta già l'astrazione tra oggetti concreti e simboli;
- la difficoltà di tale passaggio è storicamente dimostrata!

In casi più difficili si possono usare colori diversi da usare in sequenza. Solo in un secondo tempo si passa alla notazione posizionale araba con ulteriori cartellini.^{18/55}

L' approccio al numero

- Attività: le scatole dei numeri
 - E) Si ordinano le scatole in modo crescente in base a quanti simboli sono riportati sul cartellino [aspetto ordinale].
 - F) Si riuniscono eventuali doppioni, si individua la scatola con i sacchetti vuoti (cartellino in bianco) e si colmano le lacune [aspetto ricorsivo].
 - G) Si riporta la sequenza dei numeri su una linea.

L' approccio al numero

- Attività: le scatole dei numeri
 - E) Si ordinano le scatole in modo crescente in base a quanti simboli sono riportati sul cartellino [aspetto ordinale].
 - F) Si riuniscono eventuali doppioni, si individua la scatola con i sacchetti vuoti (cartellino in bianco) e si colmano le lacune [aspetto ricorsivo].
 - G) Si riporta la sequenza dei numeri su una linea.
- E' questa un'attività che porta alla conquista del concetto di numero sotto tutti i suoi aspetti.

L' approccio al numero

- Attività: Con **il gioco dell' oca** si può.... indagare l'aspetto ordinale e l'aspetto ricorsivo.

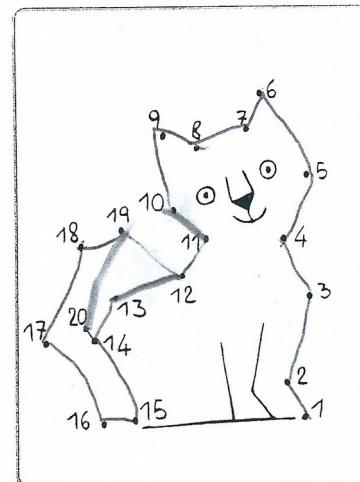
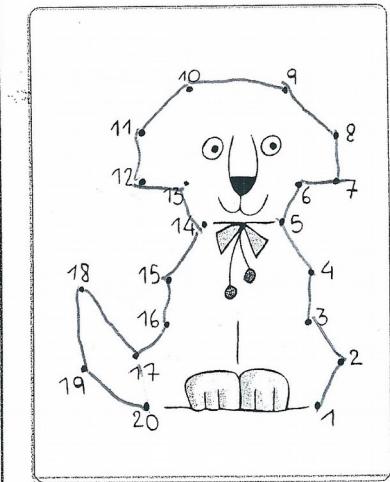
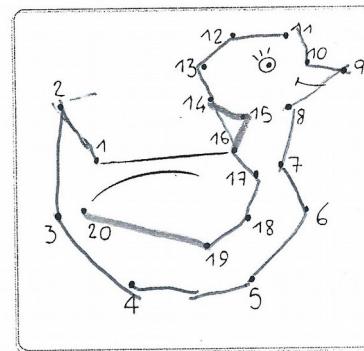
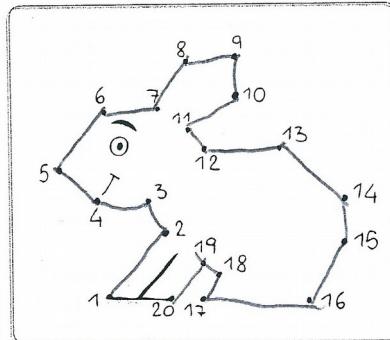
L' approccio al numero

- Attività: Con il gioco dell' oca si può.... Indagare l'aspetto ordinale e l'aspetto ricorsivo.
es. su una striscia disegnare le caselle in cui sono indicati un numero e un oggetto, un' attività ecc. Si può iniziare proprio con il bambino se la psicomotricità lo consente; si passa poi all'oggetto simbolico.
Non usare il dado: inizialmente dare comandi vocali, poi chiedere di leggere i numeri; andare da..a..; saltare 1,2,..caselle;.. Poi usare un disco (dado a 2 facce) per fare avanti/stop o avanti/indietro.

Nome _____ classe _____ data _____

IL FILO NUMERICO

A. UNISCI I PUNTINI IN OGNI RIQUADRO.



OK

L' approccio al numero

- La filastrocca dei numeri può essere imparata sin da piccolissimi, entro il numero 20; dopodiché risulta indispensabile capire il meccanismo tanto semplice quanto importante, legato alla notazione **posizionale**.
- L' idea alla base è quella di raggruppare gli oggetti contati in gruppi di 10 (una decina); e poi eventualmente in gruppi di 10 decine (un centinaio) ecc. I numeri sono quindi un simbolo per indicare un calcolo polinomiale del tipo:

$$2357 = 7 \times 10^0 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^3$$

L' approccio al numero

- Attività: usare l'abaco!

L' abaco è uno strumento per l' acquisizione di competenze legate alla scrittura del numero. Basilare perché corrisponde al “contare sulle dita”.

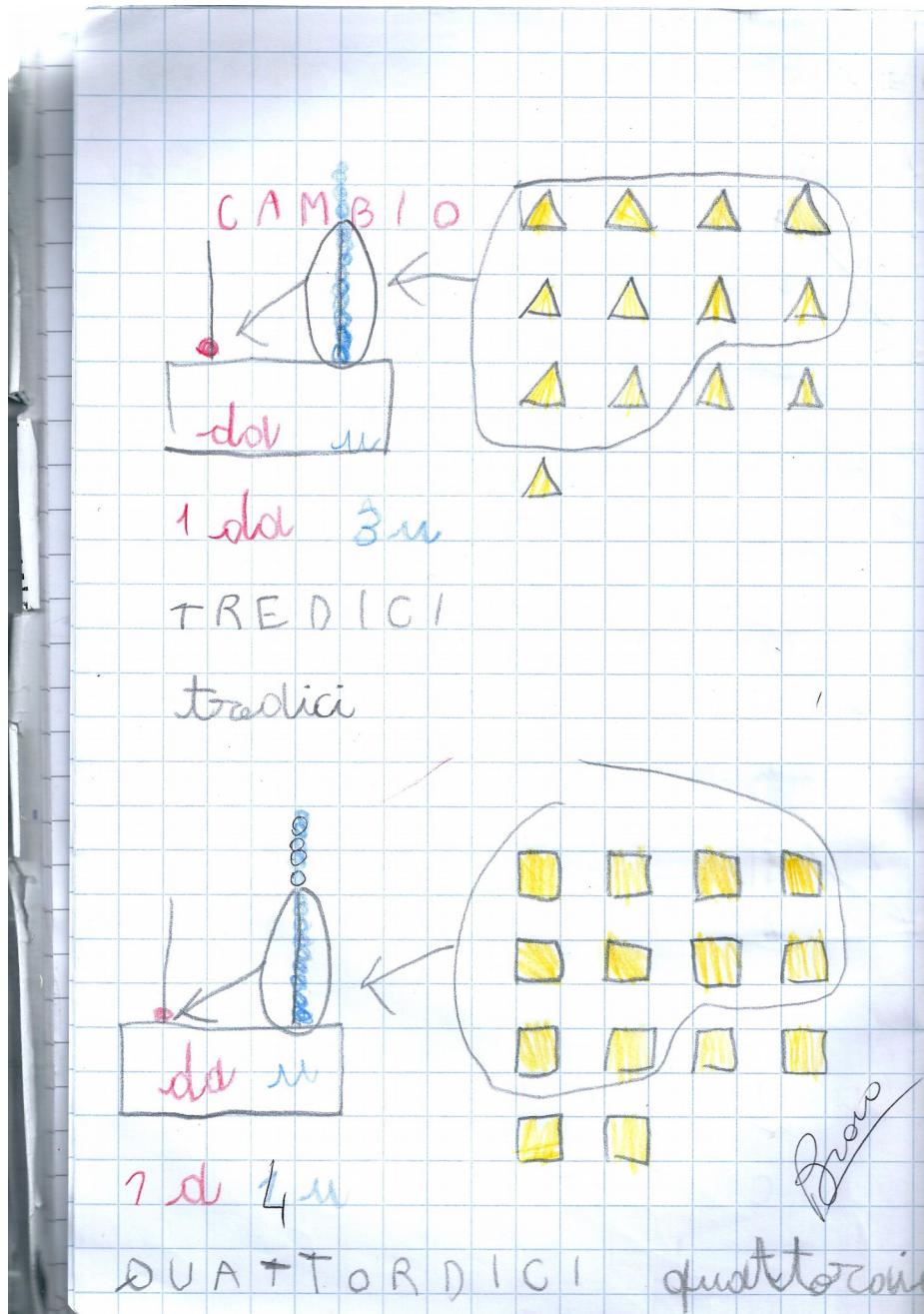
es. cosa possiamo fare?

L' approccio al numero

- Attività: usare l'abaco!

L' abaco è uno strumento per l' acquisizione di competenze legate alla scrittura del numero. Basilare perché corrisponde al “contare sulle dita”.

- es.* 1. *“scrivere” sull' abaco un numero assegnato;*
2. *“leggere” sull' abaco un numero assegnato;*
– *Con l'insegnante, tra pari, facendo gare, ...*



Le operazioni tra numeri

- Come il concetto di numero, anche il concetto di operazione è concetto complesso, con associati significati anche contradditori:
 - azione che conduce alla modifica di uno stato precedente;
 - legge che associa un ente a due enti.

Le operazioni nei problemi

- Le operazioni tra numeri intervengono nella risoluzione dei problemi. Ma il processo che conduce alla scelta della sequenza di operazioni che risolve un dato problema non è mai banale e richiede una certa capacità di astrazione.
- Importanza di fornire rappresentazioni che sfruttino le esperienze di matematizzazione dell'alunno.

Le operazioni nei problemi

- Una situazione problematica può giovarsi di altre rappresentazioni, oltre a quella matematica:
 - Grafica = ditelo con un disegno;
 - Manipolata = ditelo con le mani e gli oggetti;
 - Verbalizzata = ditelo con una storia;
 - Drammatizzata = ditelo con il corpo.

Le operazioni nei problemi

es. “*In un negozio ci sono nove clienti; ne entrano altri tre; quanti clienti sono presenti nel negozio?*”

- Prima di dare la risposta numerica, si possono proporre alcune tra le rappresentazioni suddette e in un secondo momento la scrittura matematica.
- In casi particolari (per es. ansia), una rappresentazione può essere ritenuta alternativa alla soluzione matematica.

Non è proprio *2° livello*, ma aiuta!

Le operazioni tra numeri

- Sono tre i possibili approcci per comprendere le operazioni, che potremmo definire insiemistico, quello dinamico, e funzionale.
- L' approccio **insiemistico** riconduce le operazioni tra numeri a operazioni tra insiemi;
- L' approccio **dinamico** riconduce le operazioni tra numeri a movimenti opportuni sulla linea dei numeri;
- L' approccio **funzionale** sfrutta l' idea che l' operazione sia una macchina che trasforma dati numerici da uno stato iniziale a uno stato finale.

Le operazioni tra numeri

- Per esempio, l' **addizione** $M + N$

Insiemistico: dati due insiemi *disgiunti* contenenti rispettivamente M e N elementi, l' insieme *unione* contiene $M + N$ elementi.

Dinamico: sulla retta dei numeri, conto M passi verso destra a partire dalla casella indicata con N .

* CON ILABA

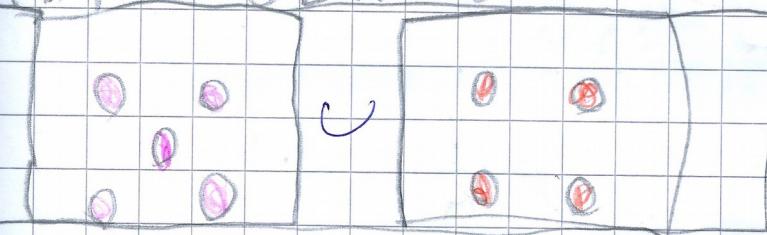
CO

M

$$3 + 5 = 8$$

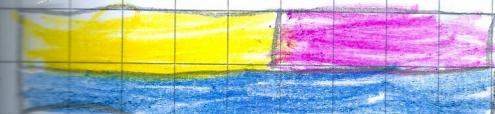
RAPPRESENTO

UNITÀ



SULLA LINEA DEI NUMERI

0 1 2 3 4 [5] 6 7 8 9



M

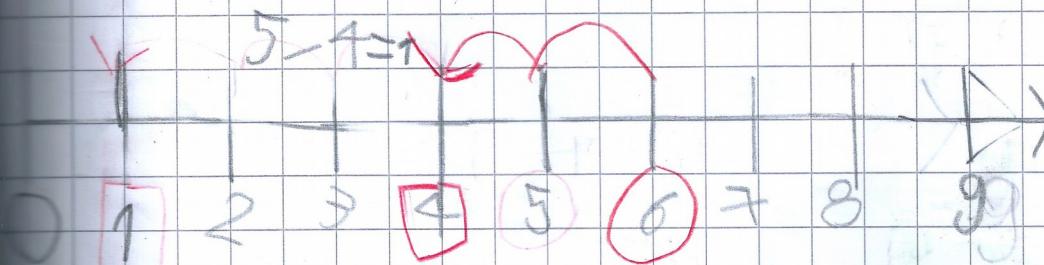
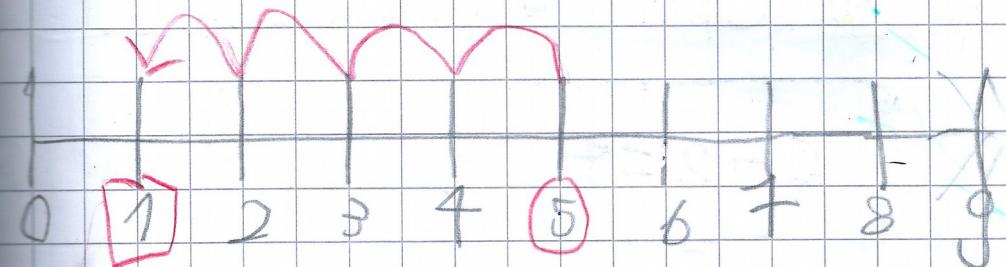
$$5 + 4 = 9$$

UNITÀ

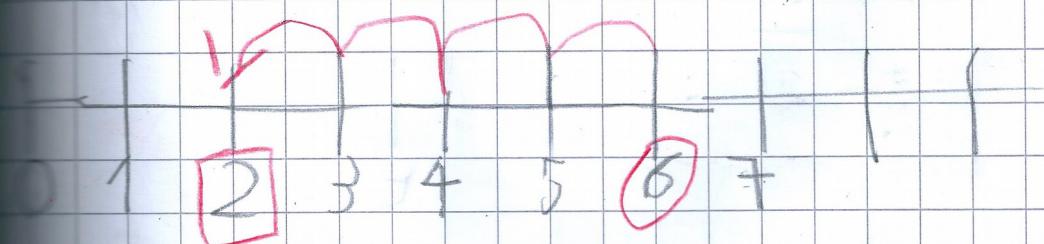
PISA 16 GENNAIO

SULLA LINEA DEI NUMERI

NUMERI



$$6 - 2 = 4$$



$$6 - 4 = 2$$

Le operazioni tra numeri

- *Funzionale*: la macchina del +3:
attività in cui a un bambino nascosto in/dietro uno scatolone vengono posti da una fessura un certo numero di oggetti e lui ne fa uscire lo stesso numero, più tre.
Si realizza poi una tabella del +3, in cui a qualche numero n corrisponde $n+3$.
- Attività estendibile ad altre operazioni; a operazioni in sequenza; operazioni invertite; ...

Le tecniche di calcolo

- Le tecniche per eseguire le operazioni richiedono varie abilità: incolonnare, seguire specifici algoritmi, fare calcoli più semplici,...
- Necessaria una progressione sui passaggi chiave delle singole tecniche: i riporti, i prestiti, le tabelline, ..

Le tecniche di calcolo

- Ma spesso i calcoli non tornano:
 - *non sa incolonnare perché non ha compreso la notazione posizionale o perché ha problemi visuo-spaziali?*
 - *il riporto non viene eseguito per scarsità di attenzione o di memoria o perché non si padroneggia il raggruppamento in decine?*
 - *Non sa, non ricorda le tabelline o non ricorda nulla ?*

Le tecniche di calcolo

- Se i calcoli non tornano, utilizzare tecniche alternative:
 - Sottrazione per complemento;
 - Divisione per partizione;
 - Divisione per sottrazione ripetuta;
 - **Un convinto SÌ alla calcolatrice!**
 - Meglio indirizzare le energie sulla comprensione delle operazioni opportune per un dato problema, o sul controllo del risultato ottenuto con la calcolatrice.
- Come rinforzare e verificare la capacità di scegliere l'operazione giusta per risolvere un problema?

Le tecniche di calcolo

- Attività: La scelta dell'operazione con un 'gioco dell'oca'
nelle caselle sono inserite situazioni “problematiche” tratte dall'esperienza quotidiana da risolvere con 1,2, .. operazioni. Il bambino che si trova su una casella deve rispondere sull'operazione corretta, altrimenti torna al punto di partenza. Se dà anche il risultato corretto ha diritto a un altro tiro di dado.

Altri numeri: gli interi

- Attività: giocare con il + e il -

Altri numeri: gli interi

- Attività: giocare con il + e il -
es. gioco della regata: preparare un campo di gioco diviso in corsie parallele con al centro i punti di partenza. Si tirano due dadi di diversi colori: uno indicherà di quanto spostarsi verso destra, l' altro verso sinistra. Vince chi arriva primo a uno qualsiasi dei traguardi. Trascrivere il resoconto della gara.
- Osservare il permanere del doppio movimento e l'insorgere della somma algebrica.

Altri numeri: i razionali

- I bambini già fanno esperienza di frazioni nella vita di tutti i giorni:
 - gli acquisti nei negozi = *un etto e mezzo* ...
 - esperienze quotidiane = *scrivo mezza pagina*,
 - frasi ricorrenti = *dammi un pezzo di* ...
-Proprio di tutte le frazioni?

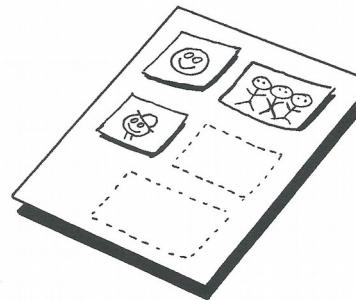
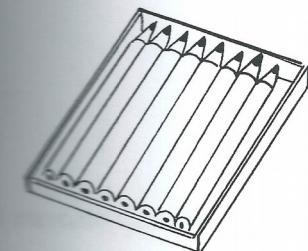
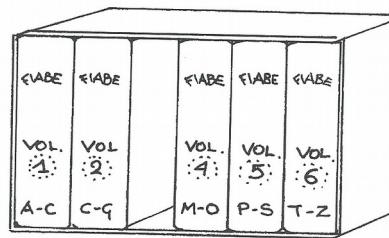
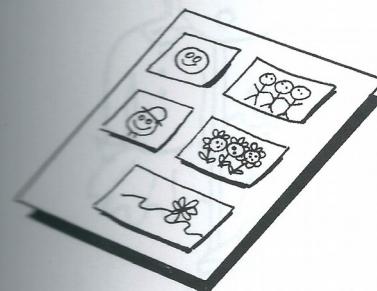
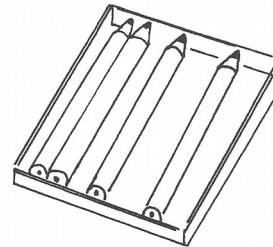
Altri numeri: i razionali

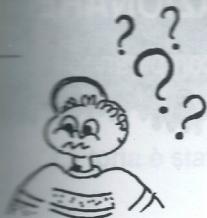
- La frazione ne esce come parte di un tutto, ma per il concettualizzare è bene disaggregare l'esperienza in:
 - 1) L'idea di intero;
 - 2) Il numero delle parti che compongono l'intero;
 - 3) L'uguaglianza delle parti.

Altri numeri: i razionali

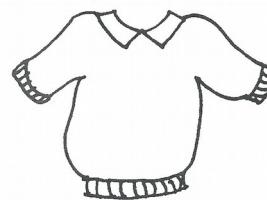
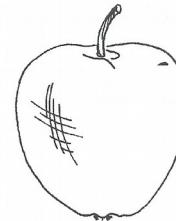
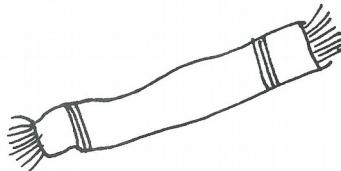
- Si può quindi procedere per passi:
 - 1) Dividere l'intero in parti uguali.
 - 2) Prendere alcune di queste parti
 - 3) Mettere in relazione parti e tutto.
 - 4) Rappresentare tale relazione con un simbolo.
- Un punto di appoggio per la lettura dell'orologio.
- Tutte le frazioni sono importanti?
- Le operazioni tra frazioni sono importanti?
- Numeri decimali?

AIuta Carletto a colorare gli INTERI.[scopri di più](#)

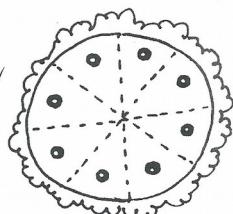




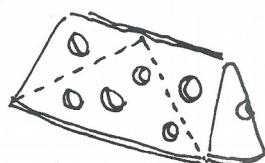
Dividi con la matita gli oggetti in parti uguali cioè FRAZIONA.



Segna la risposta esatta:



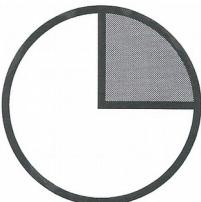
- La pizza è un intero? sì no
- Le parti sono tra loro uguali? sì no



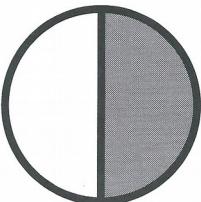
- Il formaggio è un intero? sì no
- Le parti sono tra loro uguali? sì no

L'orologio serve per indicarti quanto tempo
è passato tra un fatto e l'altro.

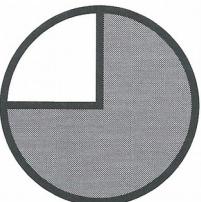
Osserva:



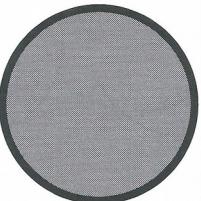
un quarto d'ora



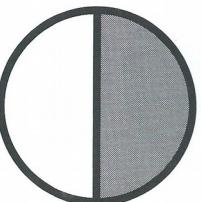
mezz'ora



tre quarti d'ora



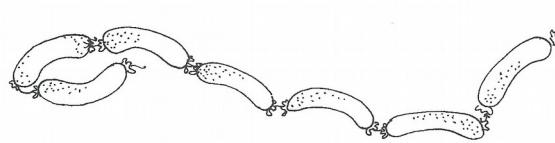
un'ora



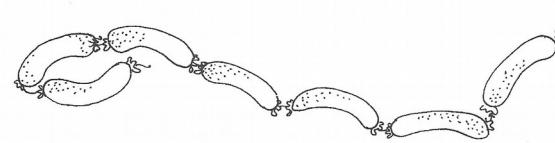
un'ora e mezzo

Colora le salsicce secondo le indicazioni.

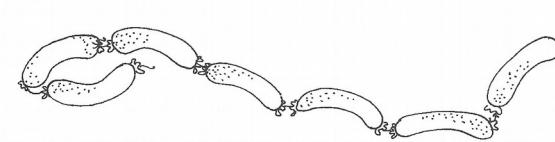
• 2 su sette



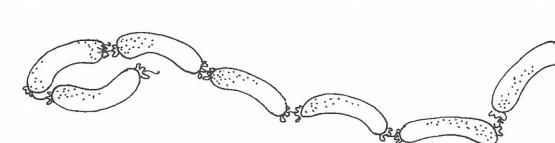
• 5 su sette



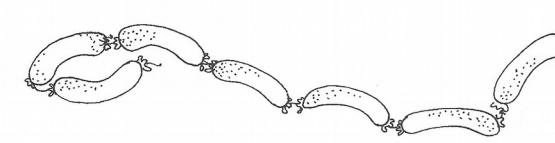
• 6 su sette



• 4 su sette



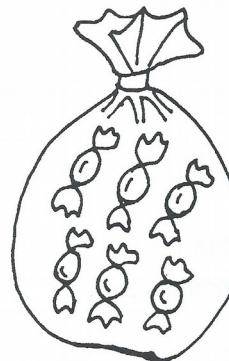
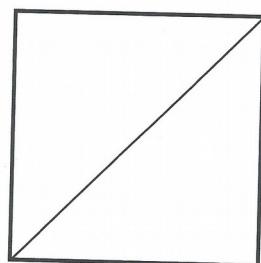
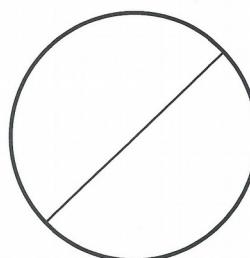
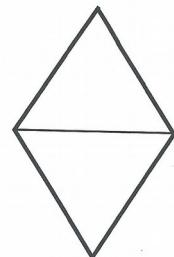
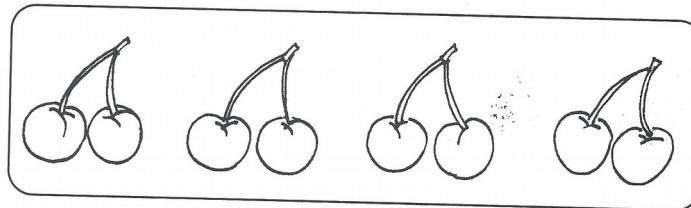
• 3 su sette

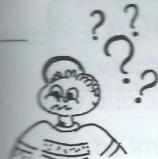




VERIFICA
UN MEZZO $\frac{1}{2}$

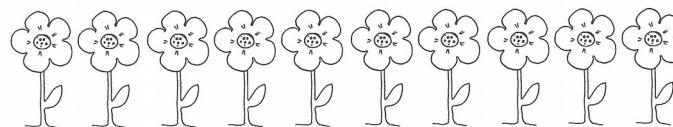
Colora le parti che ti indica il simbolo di frazione: $\frac{1}{2}$





Colora come ti è indicato dal simbolo di frazione
e poi scrivi il numero decimale che ha lo stesso valore.

$$\frac{7}{10}$$



Numero decimale _____

$$\frac{5}{10}$$



Numero decimale _____

$$\frac{25}{10}$$



Numero decimale _____

Altri numeri: i razionali

- Attività: sperimentare le frazioni.

Altri numeri: i razionali

- Attività: sperimentare le frazioni.

La staffetta: gruppi di 4 bambini si dividono un percorso ed ognuno ha un quarto di una foto di un oggetto riconoscibile. Al termine del percorso, la foto si ricompone e ognuno ha percorso $\frac{1}{4}$ del percorso.

- Variante: gruppi di n bambini.

Altri numeri: i decimali

- Moltiplicare per 10,100,1000: ...facile!
- Dividere per 10,100,1000: ...facile!

Bibliografia incompleta

- [1] A. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi "*Matematica possibile*", Del Cerro, Pisa (2004).
- [2] R. Medeghini, D. Quaresmini "*Frazioni in pratica*", Erickson, Trento (2001).