

FINGERPRINTS ANALYSIS

$A : \{0,1,0,0,0,1,0,0,1\}$

$B : \{1,1,0,1,0,1,1,0,0\}$

I) Modèles ensemblistes

$$|A| = a = 3 \text{ (norme du vecteur } A)$$

$$|B| = b = 5 \text{ (norme du vecteur } B)$$

$$|A \cap B| = c = 2 \text{ (éléments communs entre } A \text{ et } B \text{ c\`ad intersection de } A \text{ et } B)$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

II) Modèles algébriques

A et B sont deux vecteurs de même dimension (1 Ligne x N Colonnes)

$$n_{11} = \sum A \times B$$

$$n_{10} = \sum A \times (1 - B)$$

$$n_{01} = \sum (1 - A) \times B$$

$$n_{00} = \sum (1 - A) \times (1 - B)$$

En algèbre linéaire, 0 ici équivaut à « complémentaire de » ou « privé de »

III) Formulation des indices de similarité

Indice de Tanimoto

$$T(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} = \frac{|A \cap B|}{|A| + |B| - |A \cap B|} = \frac{n_{11}}{n_{11} + n_{10} + n_{01}}$$

APPLICATIONS

$$A : \{0,1,0,0,0,1,0,0,1\}$$

$$B : \{1,1,0,1,0,1,1,0,0\}$$

Modèles ensemblistes

$$|A| = a = 3$$

$$|B| = b = 5$$

$$|A \cap B| = c = 2$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B| = 3 + 5 - 2 = 6$$

$$T(A, B) = \frac{2}{3 + 5 - 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Modèles algébriques

$$n11 = \sum A \times B$$

$$n11 = \sum A \times B = [0,1,0,0,0,1,0,0,1] \times^T [1,1,0,1,0,1,1,0,0]$$

$$n11 = 0 * 1 + 1 * 1 + 0 * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 1 * 1 + 0 * 1 + 0 * 0 + 1 * 0 = 2$$

$$n10 = \sum A \times (1 - B) = A * (1 - {}^T[1,1,0,1,0,1,1,0,0]) = A * [0,0,1,0,1,0,0,1,1]$$

$$n10 = 0 * 0 + 1 * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 0 * 1 + 1 * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 + 1 * 1 = 1$$

$$n01 = \sum (1 - A) \times B = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * 0 + 1 * 1 + 1 * 0 + 0 * 1 + 1 * 1 + 1 * 0 + 0 * 0 = 3$$

$$n00 = \sum (1 - A) \times (1 - B) \\ = 1 * 0 + 0 * 0 + 1 * 1 + 1 * 0 + 1 * 1 + 0 * 0 + 1 * 0 + 1 * 1 + 0 * 1 = 3$$

$$T(A, B) = \frac{n11}{n11 + n10 + n01} = \frac{2}{2 + 1 + 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$