

알튜비튜 투 포인터

두 개의 포인터로 배열을 빠르게 탐색하는 알고리즘입니다.
코딩 테스트에선 주로 효율성을 보는 문제에 활용됩니다.

이와 더불어 투 포인터와 함께 자주 활용되는 누적 합, 슬라이딩 윈도우에 대해서도 알아봅니다.

이런 문제가 있다고 해봅시다.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|

“배열 A 가 있을 때, $A[i]$ 부터 $A[j]$ 까지의 합은?”
($i \leq j$)

그냥 더해도 되지만...

$$A[1]+A[2]+A[3]+A[4]+A[5]+A[6]$$



| | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|

더할 때마다 시간 복잡도 $O(n)$
만약 배열의 크기가 10,000일 때,
구하고자 하는 구간이 1,000,000개만 돼도...
총 연산 횟수 100억

연산 횟수를 줄일 수 있는 방법은 없나?



sum

| | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| | | | | | | | | | | |

연산 횟수를 줄일 수 있는 방법은 없나?

| | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| | 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| sum | 7 | | | | | | | | | | |
| A[0] | | | | | | | | | | | |

연산 횟수를 줄일 수 있는 방법은 없나?

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----------|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| | 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| sum | 7 | 9 | | | | | | | | | |
| | A[0]+A[1] | | | | | | | | | | |

연산 횟수를 줄일 수 있는 방법은 없나?

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| | 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| sum | 7 | 9 | 171 | | | | | | | | |

$A[0]+A[1]+A[2]$
 $= \text{sum}[1]+A[2]$

연산 횟수를 줄일 수 있는 방법은 없나?

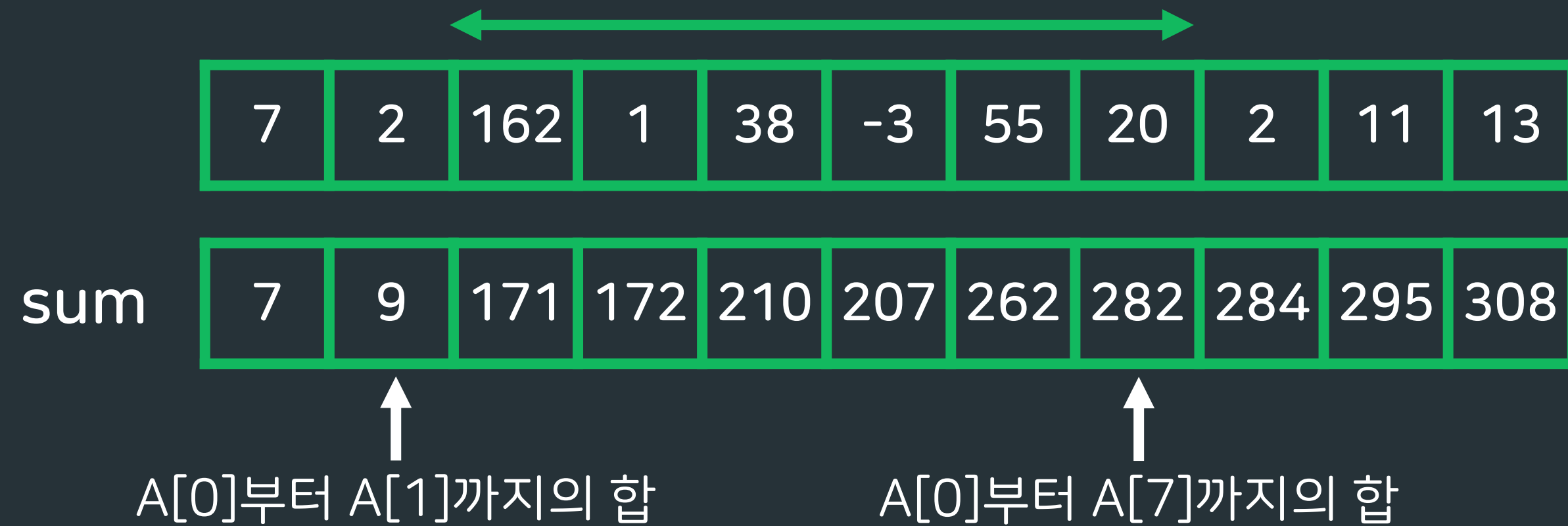
| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| sum | 7 | 9 | 171 | 172 | 210 | 207 | 262 | 282 | 284 | 295 | 308 |

A[0]부터 A[i]까지의 합

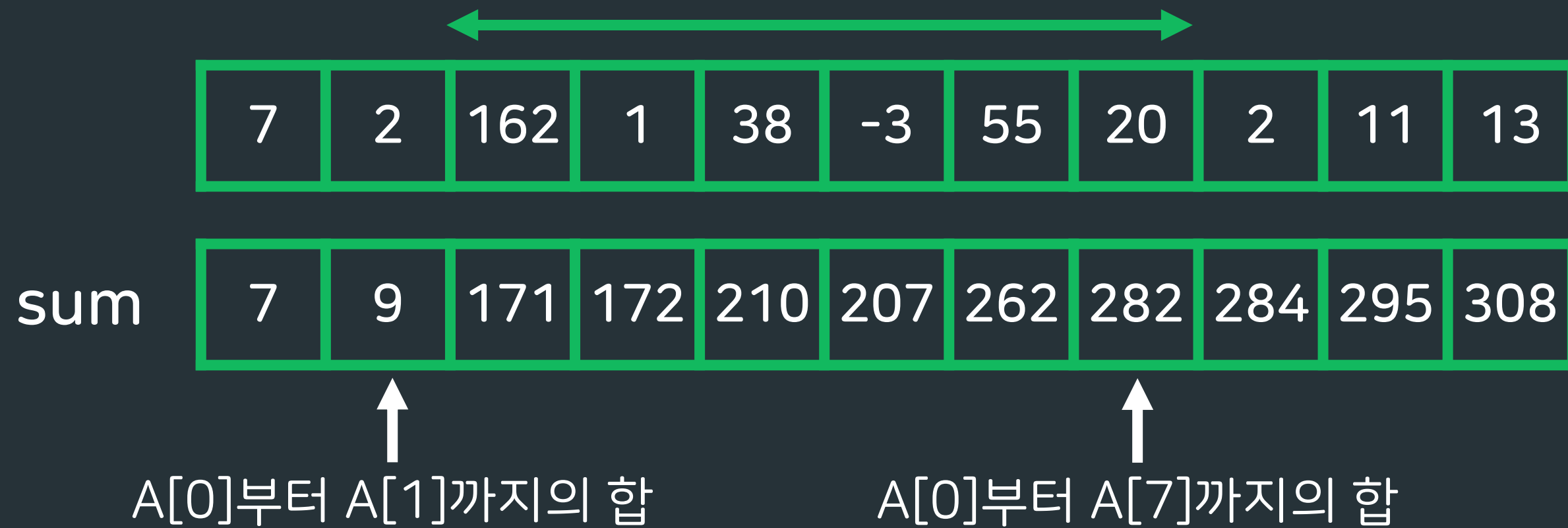
| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
| sum | 7 | 9 | 171 | 172 | 210 | 207 | 262 | 282 | 284 | 295 | 308 |

↑
A[0]부터 A[5]까지의 합

A[i]부터 A[j]까지의 합

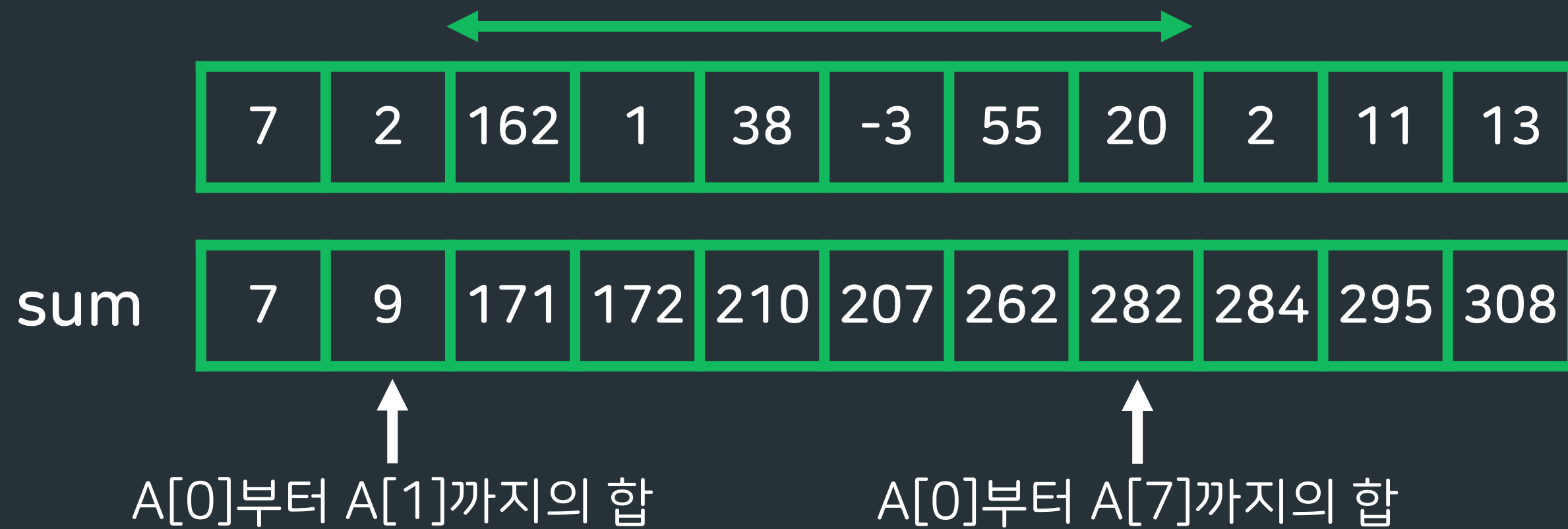


A[i]부터 A[j]까지의 합



$$\text{sum}[7] - \text{sum}[1] = \text{A}[2] \text{부터 } \text{A}[7] \text{까지의 합}$$

A[i]부터 A[j]까지의 합



$$\text{sum}[j] - \text{sum}[i-1] = A[i] \text{부터 } A[j] \text{까지의 합}$$

/<> 11659번 : 구간 합 구하기 4 - Silver 3

문제

- 수 N개가 주어질 때, i번째 수부터 j번째 수까지의 합은?

제한 사항

- N, M은 $1 \leq N, M \leq 100,000$
- 입력되는 정수 k는 $1 \leq k \leq 1,000$

예제 입력

```
5 3
5 4 3 2 1
1 3
2 4
5 5
```

예제 출력

```
12
9
1
```

/<> 11659번 : 구간 합 구하기 4 – Silver 3

문제

- 수 N 개가 주어질 때, i 번째 수부터 j 번째 수까지의 합은?

제한 사항

- N, M 은 $1 \leq N, M \leq 100,000$
- 입력되는 정수 k 는 $1 \leq k \leq 1,000$

순차 탐색으로 구현하면
최대 연산 횟수 $100,000 * 100,000 (=100\text{억})$ 으로 시간초과

예제 입력

```
5 3
5 4 3 2 1
1 3
2 4
5 5
```

예제 출력

```
12
9
1
```

아까 봤던 문제를 살짝 바꿔볼게요

| | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|
| 7 | 2 | 162 | 1 | 38 | -3 | 55 | 20 | 2 | 11 | 13 |
|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|----|----|

“배열 A 가 있을 때, $A[i]$ 부터 $A[j]$ 까지의 합은?”
($j - i = k$)

아까 봤던 문제를 살짝 바꿔볼게요



“배열 A 가 있을 때, $A[i]$ 부터 $A[j]$ 까지의 합은?”
($j - i = 2$)

아까 봤던 문제를 살짝 바꿔볼게요



“배열 A 가 있을 때, $A[i]$ 부터 $A[j]$ 까지의 합은?”
($j - i = 2$)

아까 봤던 문제를 살짝 바꿔볼게요



“배열 A 가 있을 때, $A[i]$ 부터 $A[j]$ 까지의 합은?”
($j - i = 2$)

누적 합은 아까 해봤으니까!



누적 합을 사용하지 않고 구간 합을 빠르게 구하는 방법은?

공통되는 부분이 보이시나요?



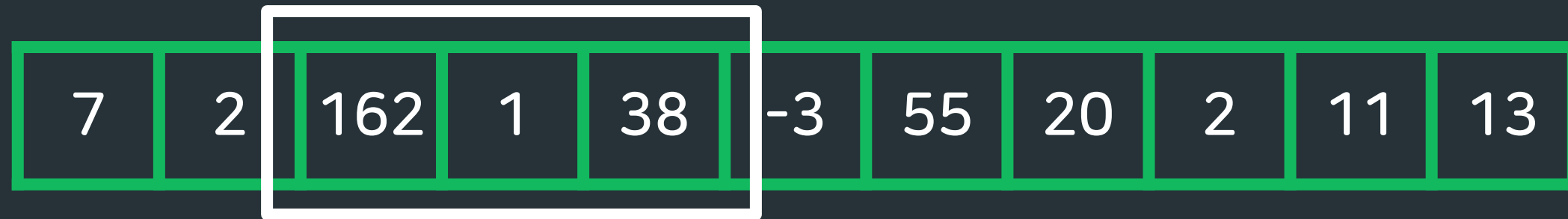
$A[0]+A[1]+A[2]$

공통되는 부분이 보이시나요?



$A[1]+A[2]+A[3]$

공통되는 부분이 보이시나요?



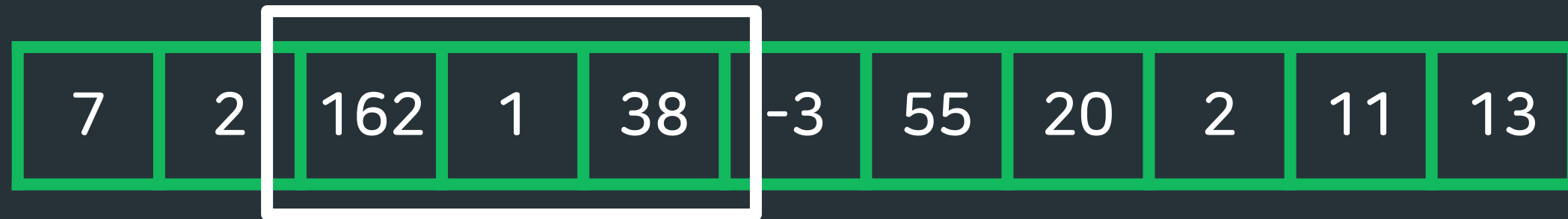
$A[2]+A[3]+A[4]$



$$A[0] + A[1] + A[2] = k0$$



$$\begin{aligned} &A[1] + A[2] + A[3] \\ &= k1 = k0 - A[0] + A[3] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &A[2]+A[3]+A[4] \\ &= k2 = k1-A[1]+A[4] \end{aligned}$$

/<> 21921번 : 블로그 - Silver 3

문제

- N일간의 방문자 수가 주어진다.
 - 연속된 X일 동안 가장 많이 들어온 방문자 수와 그 기간의 수는 몇 개인가?
- * 최대 방문자 수가 0명이라면 SAD를 출력

제한 사항

- N, X는 $1 \leq X \leq N \leq 250,000$
- 방문자 수 k는 $0 \leq k \leq 8,000$

예제 입력 1

```
5 2
1 4 2 5 1
```

예제 입력 2

```
7 5
1 1 1 1 1 5 1
```

예제 입력 3

```
5 3
0 0 0 0 0
```

예제 출력 1

```
7
1
```

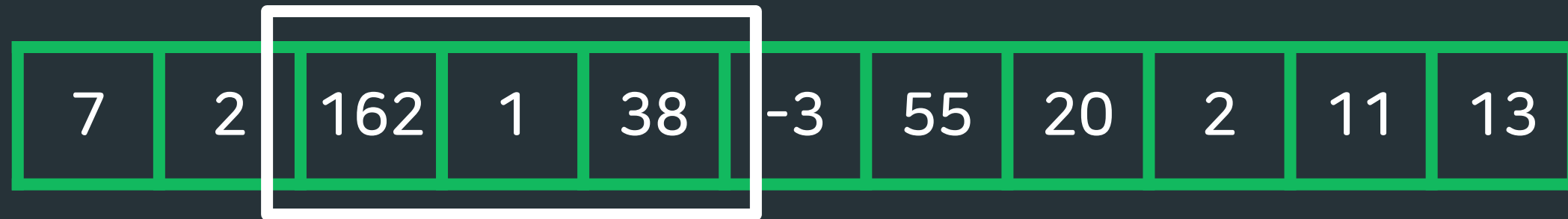
예제 출력 2

```
9
2
```

예제 출력 3

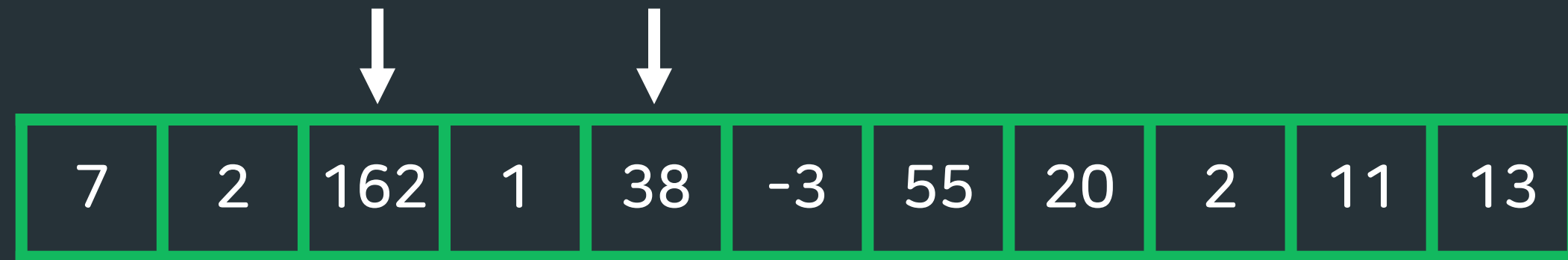
SAD

이제 본론에 들어가봅시다!



슬라이딩 윈도우

이제 본론에 들어가봅시다!



두 포인터

Two Pointer

- 2개의 포인터로 배열을 탐색하며 빠르게 답을 찾는 알고리즘
- 주로 반복문(while)으로 구현
- 일반적으로 시간 복잡도 $O(n^2)$ 의 문제를 시간 복잡도 $O(n)$ 로 풀 수 있음
- 투 포인터 탐색 방법은 크게 2개로 나눌 수 있음
 1. 2개의 포인터가 다른 위치에서 시작하여 서로에게 다가가는 방향으로 탐색
 2. 2개의 포인터가 같은 위치에서 시작하여 같은 방향으로 이동하며 탐색
- 1번 방식은 일반적으로 배열이 정렬됐을 때에만 성립하는 경우가 많음
- 슬라이딩 윈도우는 2개의 포인터 사이의 거리를 고정하고, 2번 방식으로 탐색한 것과 같음

/<> 2470번 : 두 용액 - Gold 5

문제

- 두 개의 서로 다른 용액을 혼합해, 합이 0에 가까운 용액을 만들어라

제한 사항

- 용액의 수 N은 $2 \leq N \leq 100,000$
- 용액의 특성값 k는 $-1e9 \leq k \leq 1e9$ (-10억 ~ 10억)

예제 입력

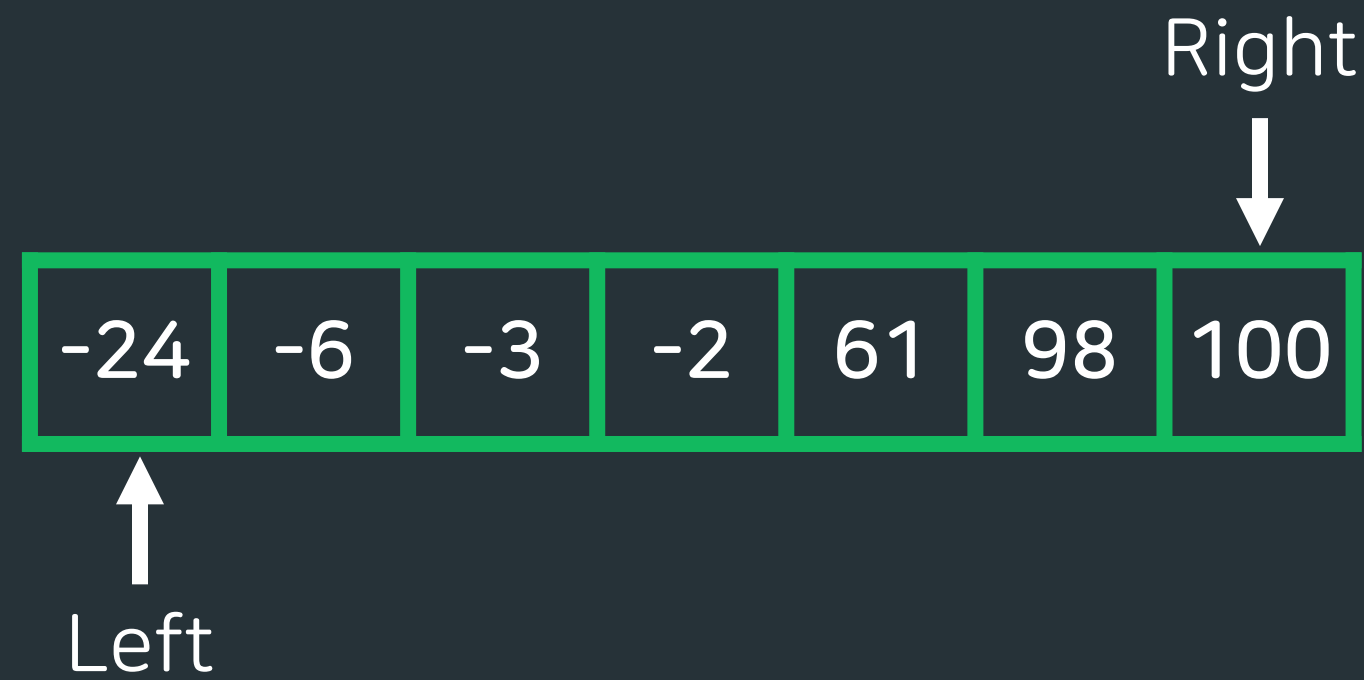
```
5  
-2 4 -99 -1 98
```

예제 출력

```
-99 98
```

정렬이 됐다고 치면...
맨 왼쪽에는 가장 작은 값이 존재
맨 오른쪽에는 가장 큰 값이 존재
오른쪽으로 갈 수록 값이 커지고
왼쪽으로 갈 수록 값이 작아진다

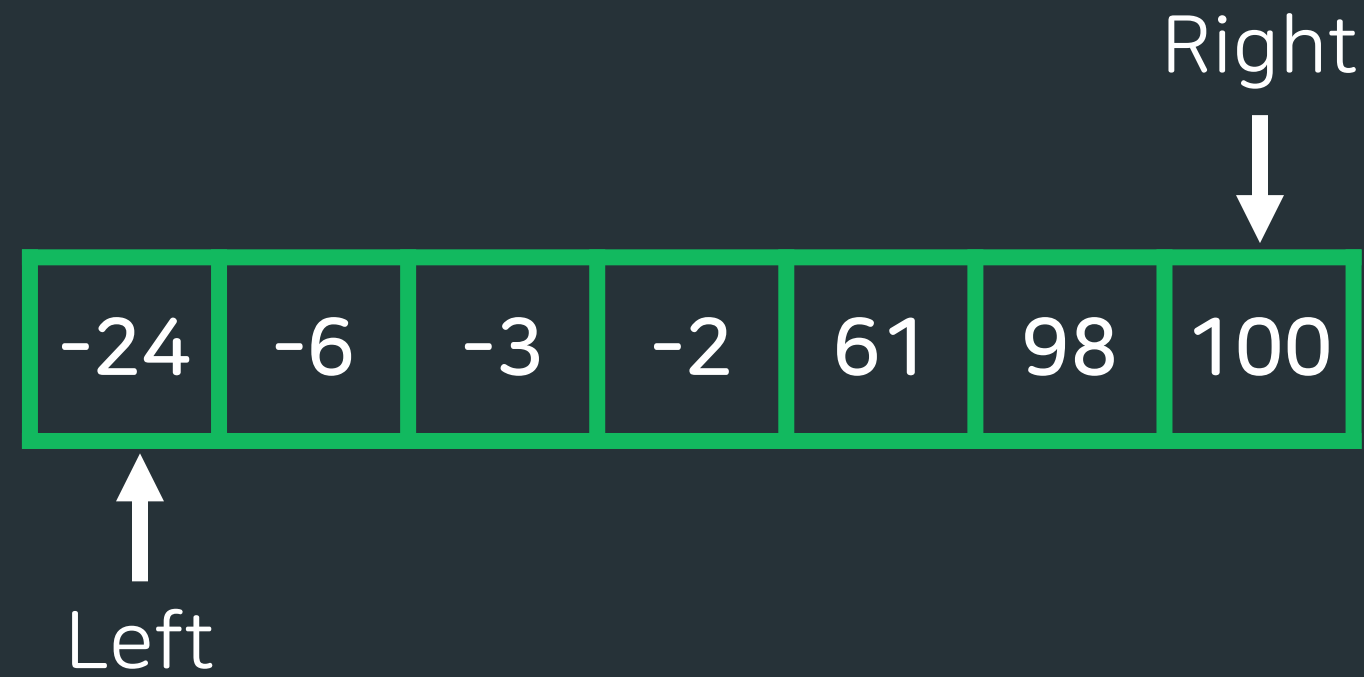
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = 76$$

Ans = 76

다른 위치에서 시작하는 투 포인터

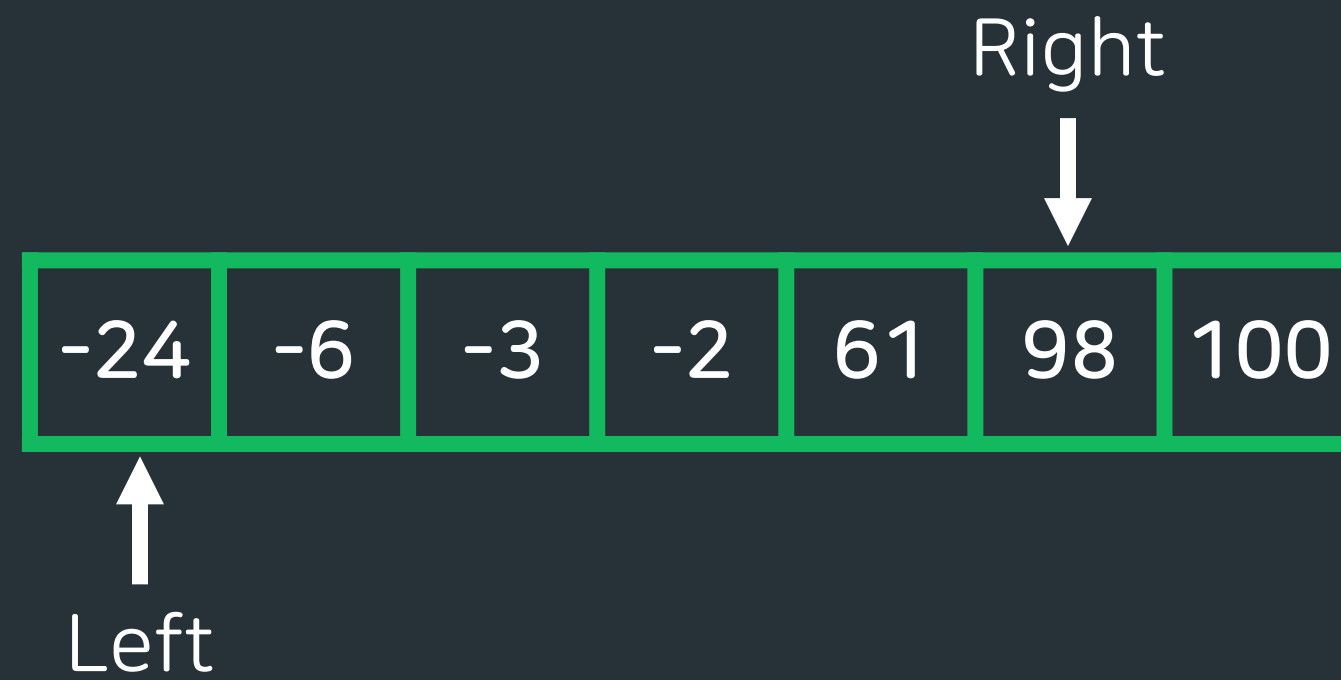


$$\text{Left} + \text{Right} = 76$$

$$\text{Ans} = 76$$

0보다 크니까 숫자를 줄이자!

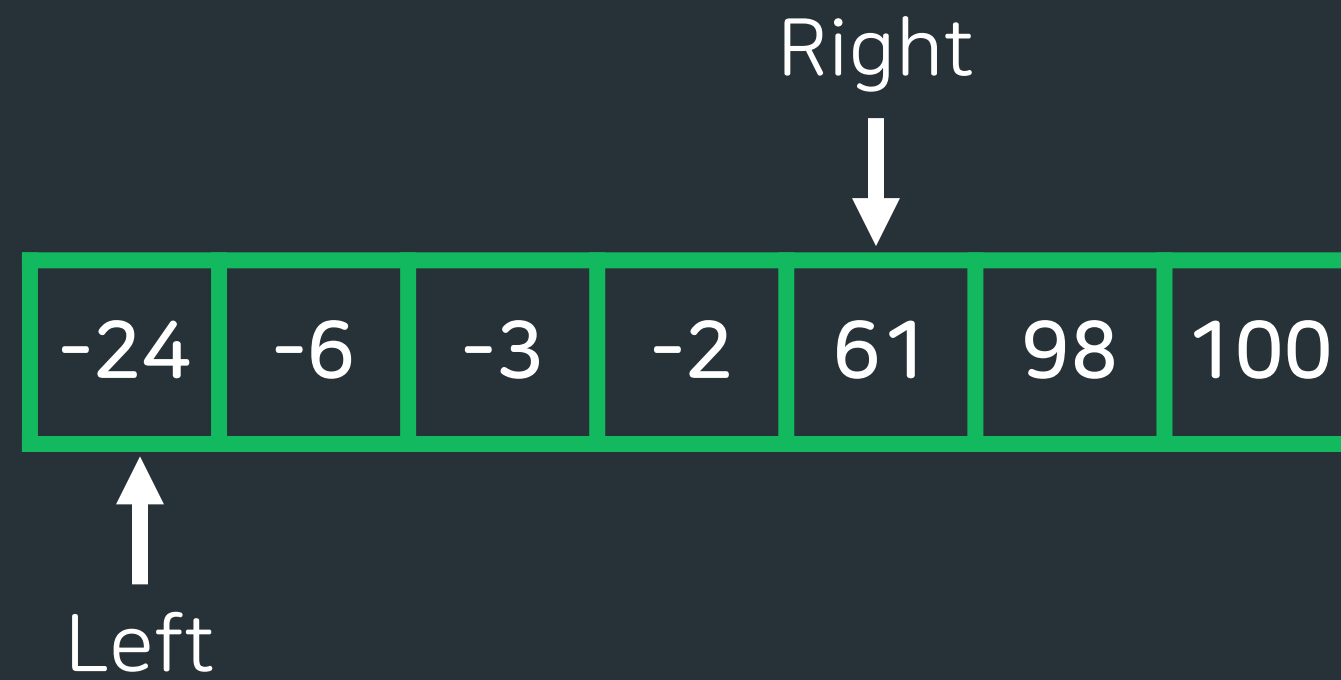
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = 74$$

$$\text{Ans} = 74$$

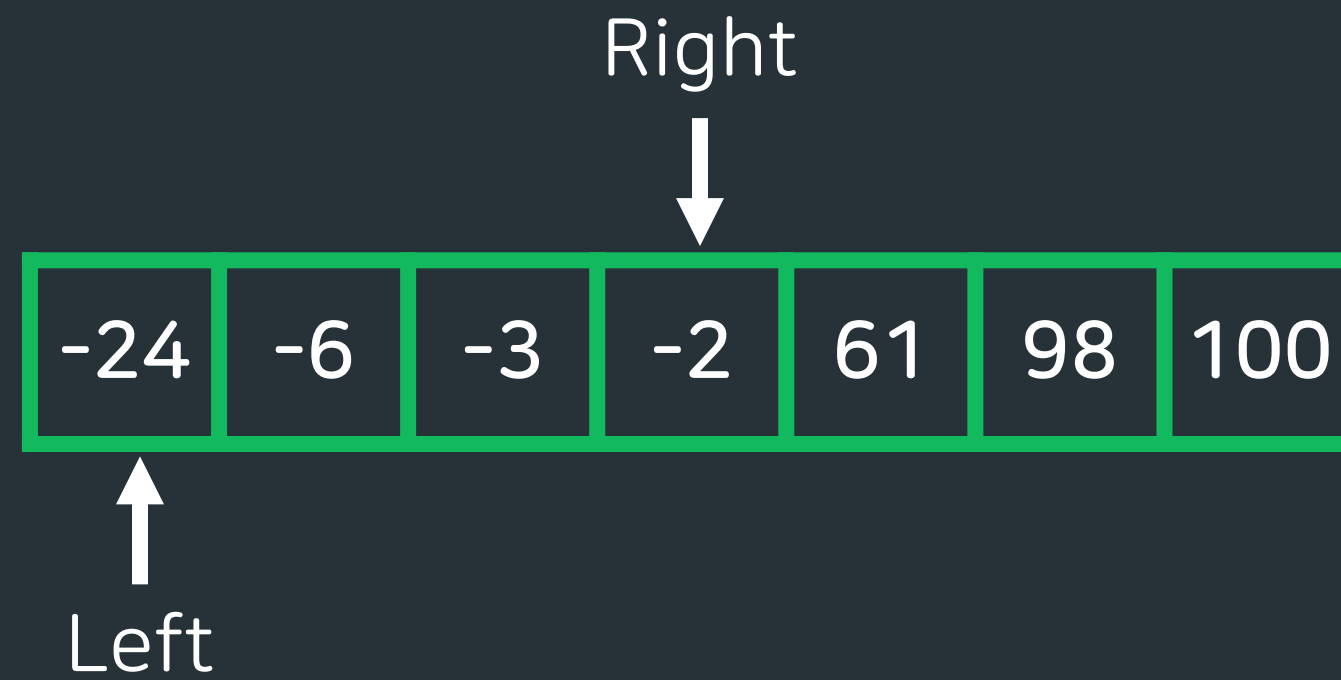
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = 37$$

$$\text{Ans} = 37$$

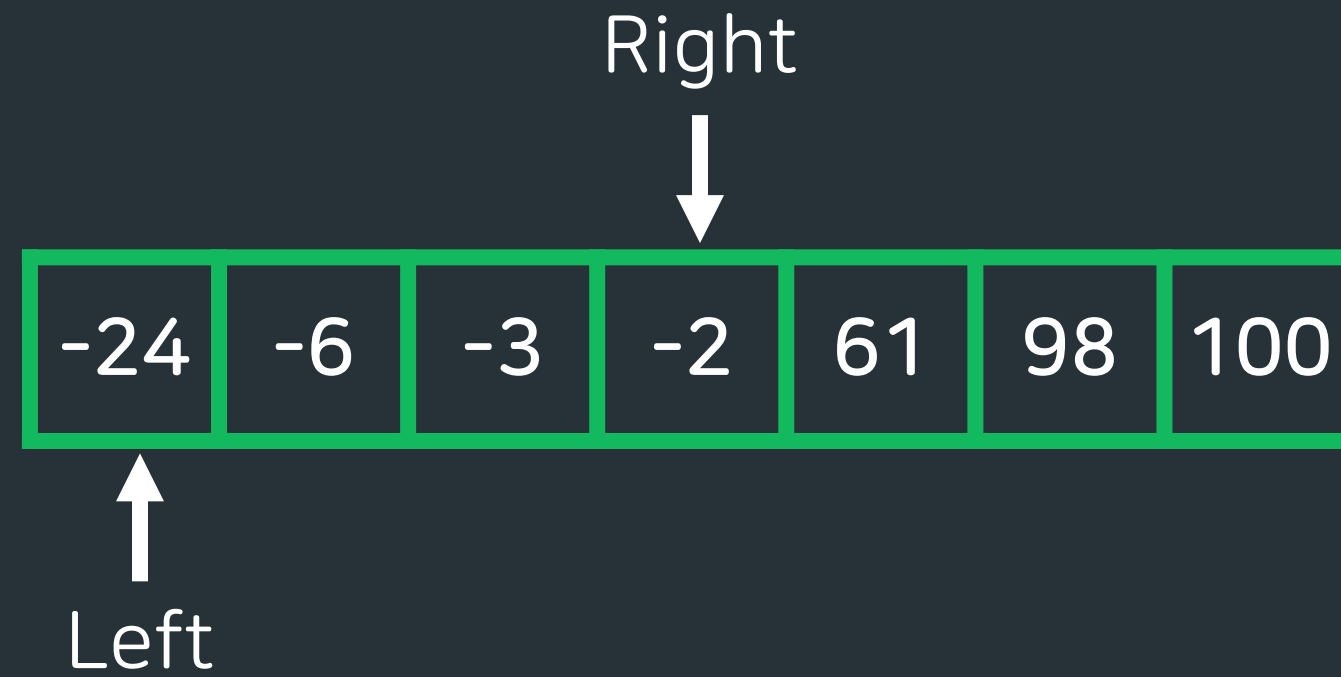
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = -26$$

$$\text{Ans} = -26$$

다른 위치에서 시작하는 투 포인터

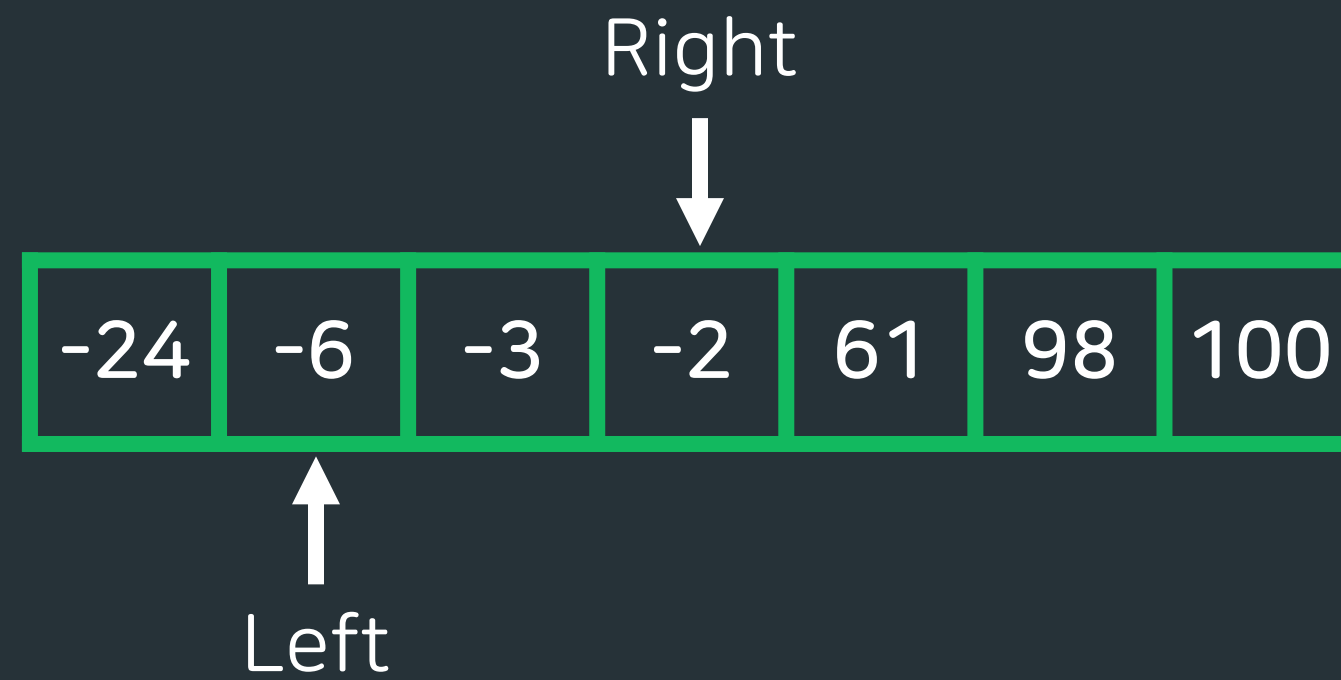


$$\text{Left} + \text{Right} = -26$$

$$\text{Ans} = -26$$

0보다 작으니까 숫자를 키우자!

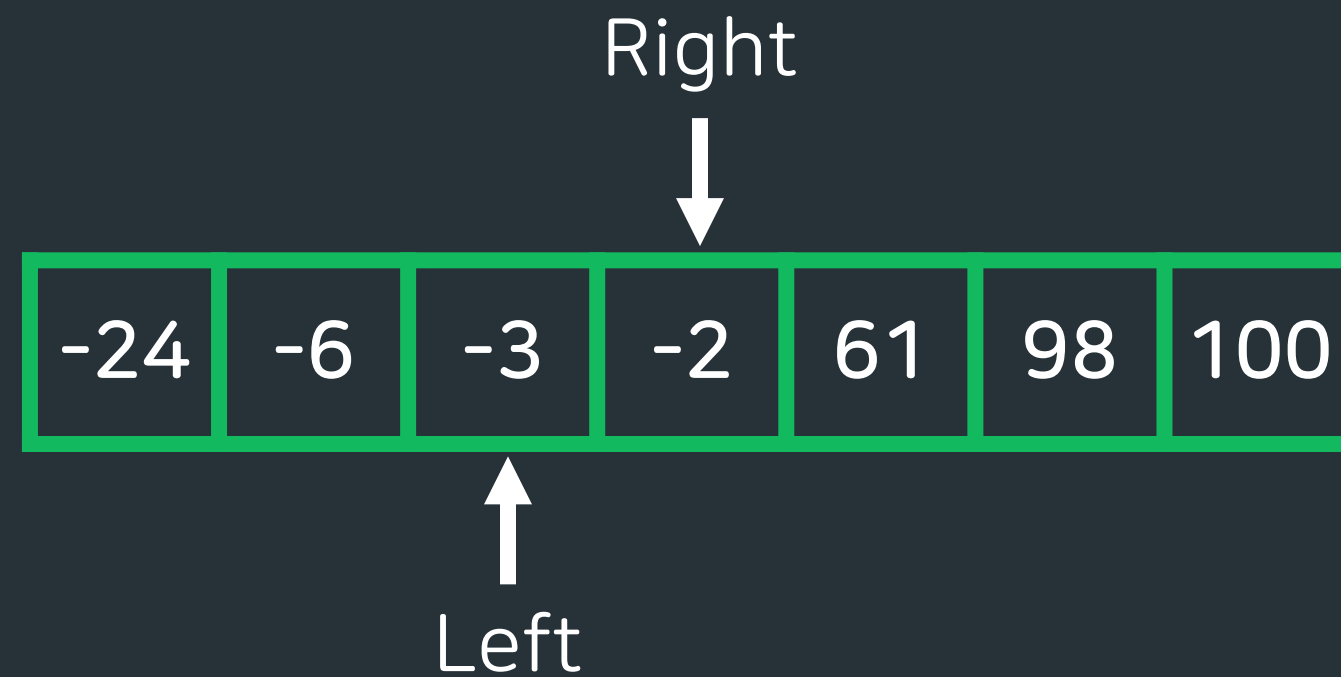
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = -8$$

$$\text{Ans} = -8$$

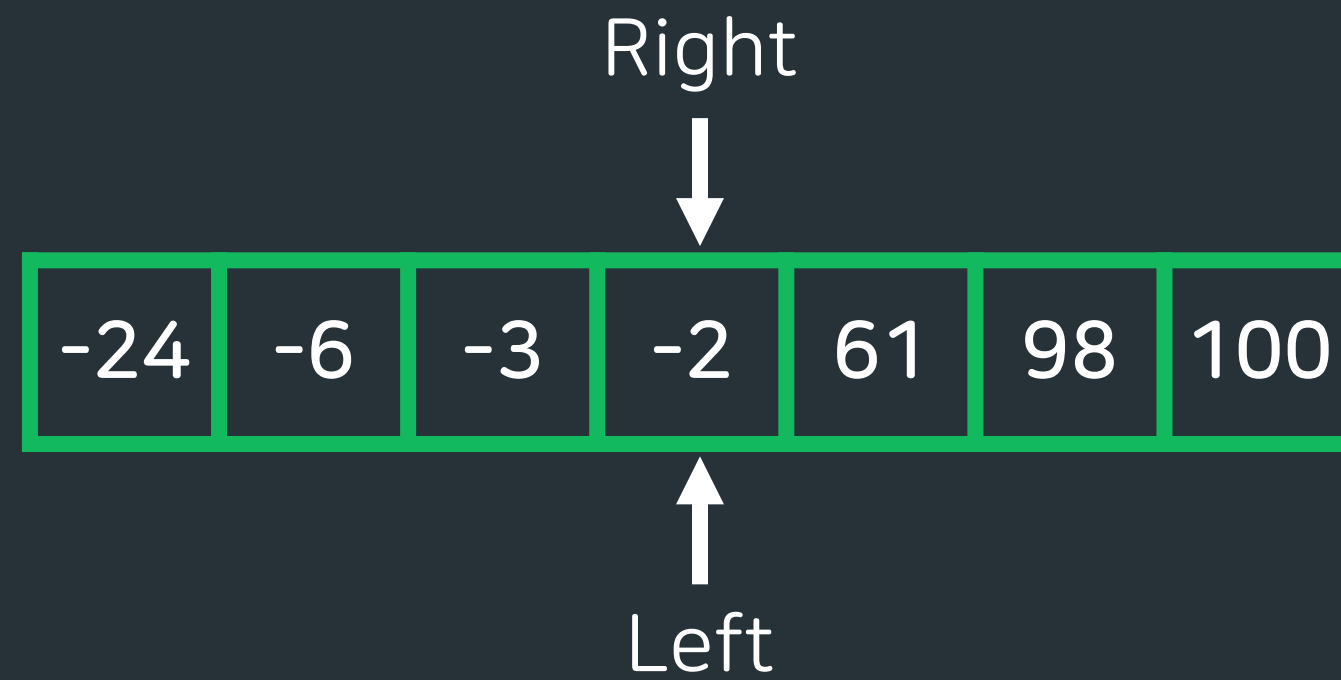
다른 위치에서 시작하는 투 포인터



$$\text{Left} + \text{Right} = -5$$

$$\text{Ans} = -5$$

다른 위치에서 시작하는 투 포인터

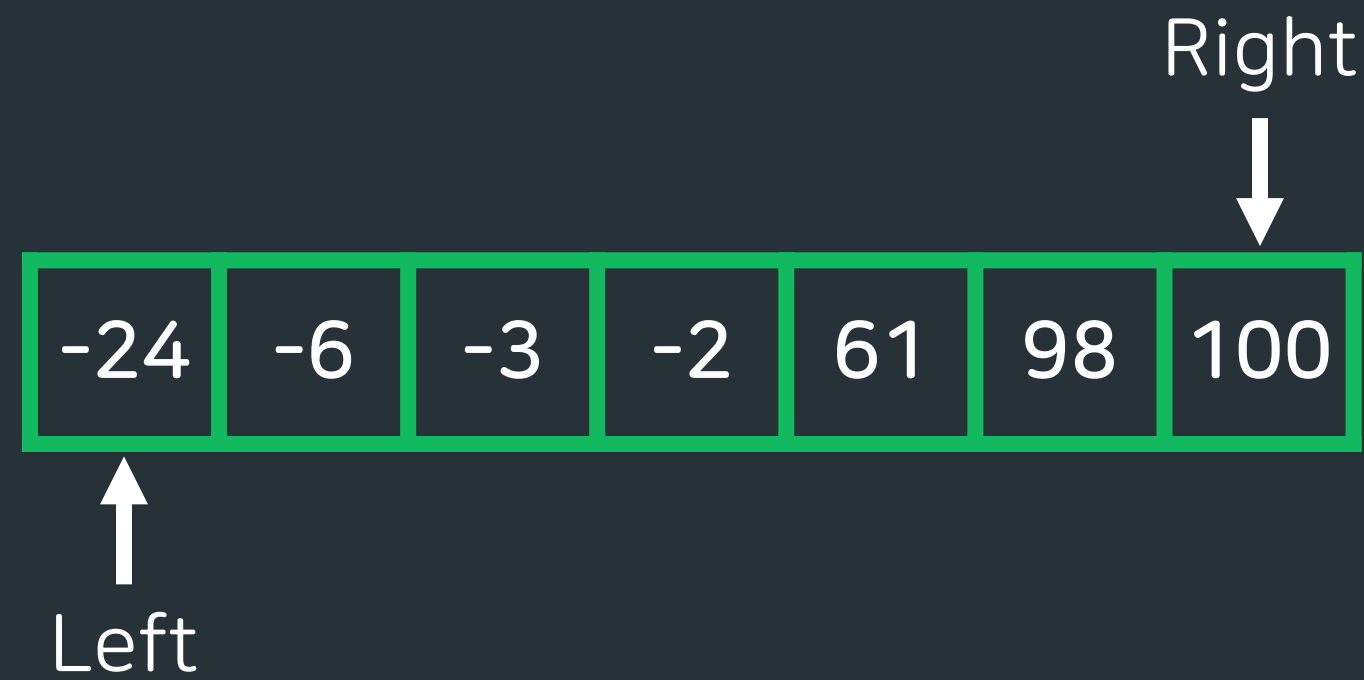


$$\text{Left} + \text{Right} = -5$$

$$\text{Ans} = -5$$

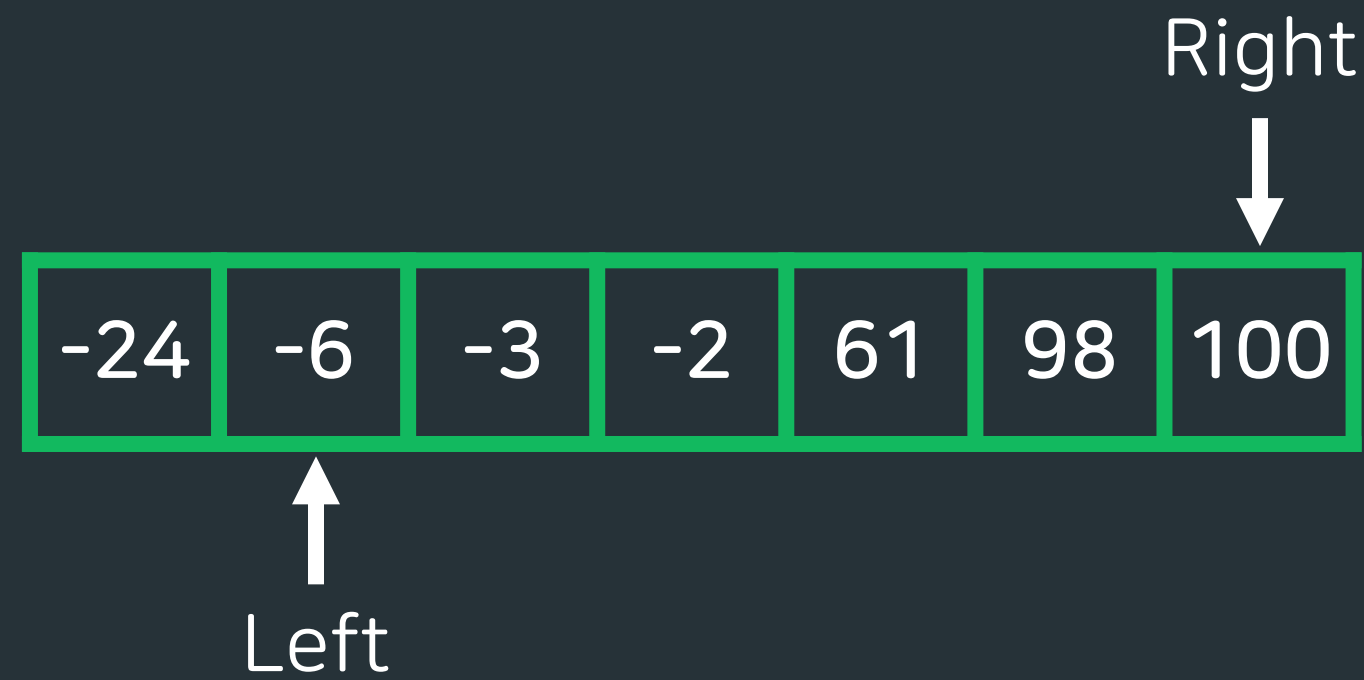
서로 다른 두 용액이어야 하므로 break

정말 모든 경우가 탐색된 건가요?



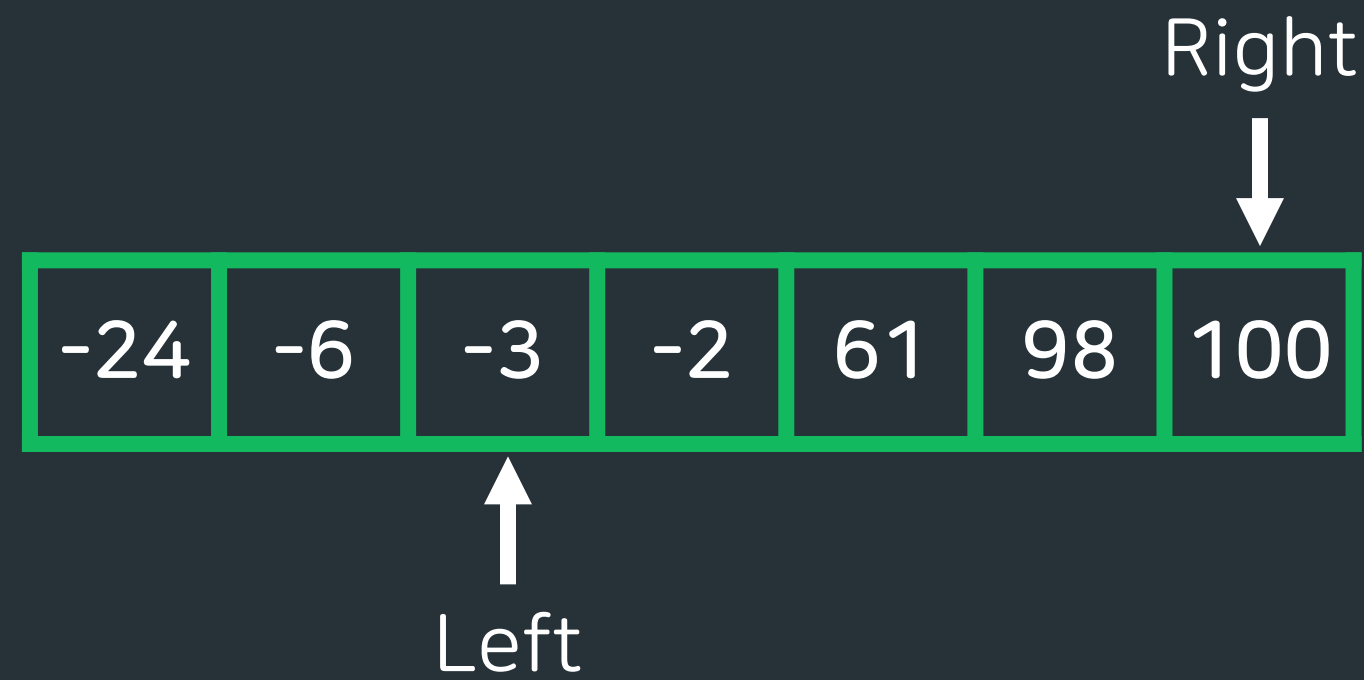
$$\text{Left} + \text{Right} = 76$$

정말 모든 경우가 탐색된 건가요?



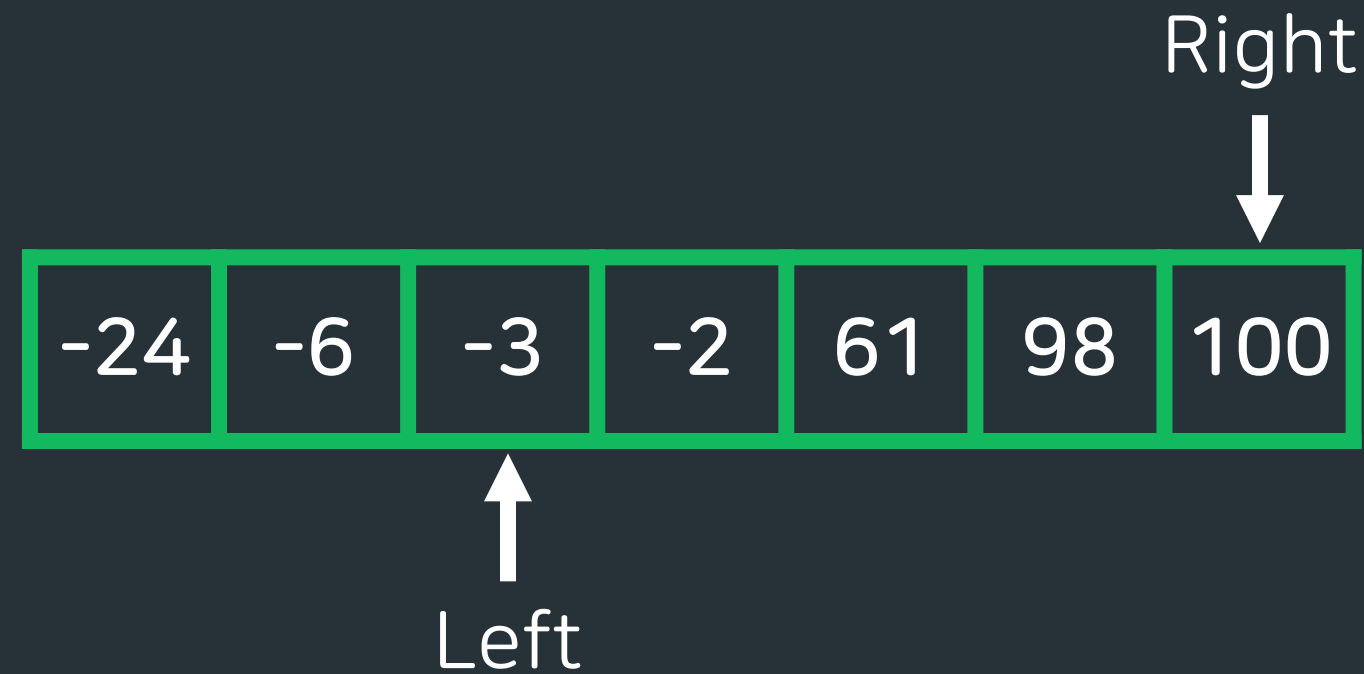
$$\text{Left} + \text{Right} = 94$$

정말 모든 경우가 탐색된 건가요?



$$\text{Left} + \text{Right} = 97$$

정말 모든 경우가 탐색된 건가요?



$$\text{Left} + \text{Right} = 97$$

76보다 큰 값임이 보장되기 때문에
Left 포인터를 옮길 필요 없음

/<> 1644번 : 소수의 연속합 - Gold 3

문제

- 자연수 N이 주어진다
- 연속된 소수의 합이 N이 되는 경우의 수는?

제한 사항

- N은 $1 \leq N \leq 4,000,000$

예제 입력 1

20

예제 입력 2

41

예제 출력 1

0

예제 출력 2

3

/<> 1644번 : 소수의 연속합 - Gold 3

문제

- 자연수 N이 주어진다
- 연속된 소수의 합이 N이 되는 경우의 수는?

제한 사항

- N은 $1 \leq N \leq 4,000,000$

연속된 소수?
연속된 배열의 원소!

예제 입력 1

20

예제 입력 2

41

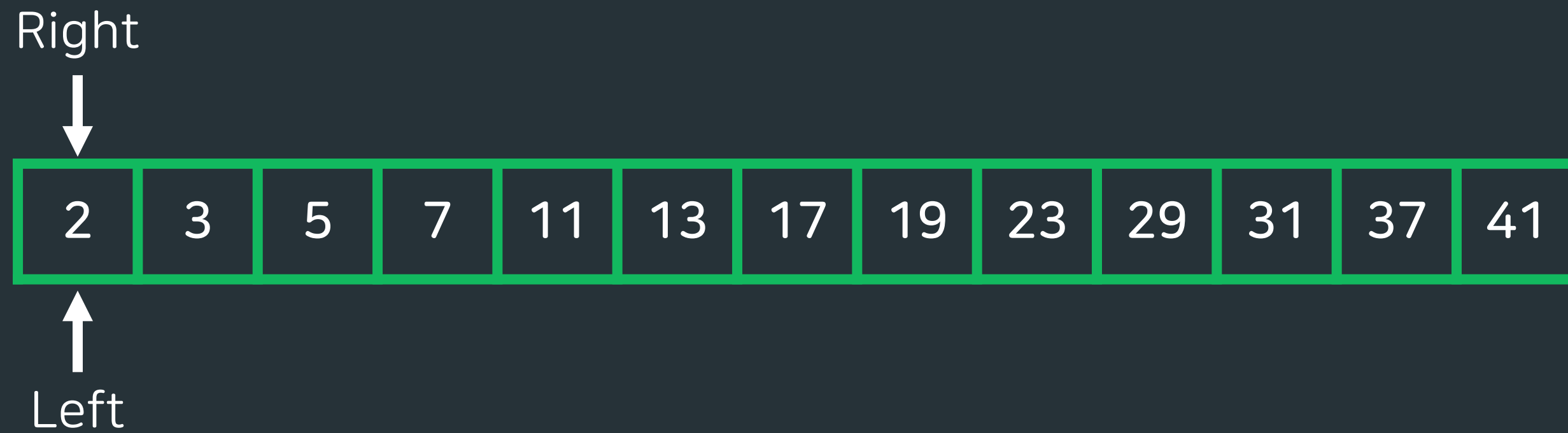
예제 출력 1

0

예제 출력 2

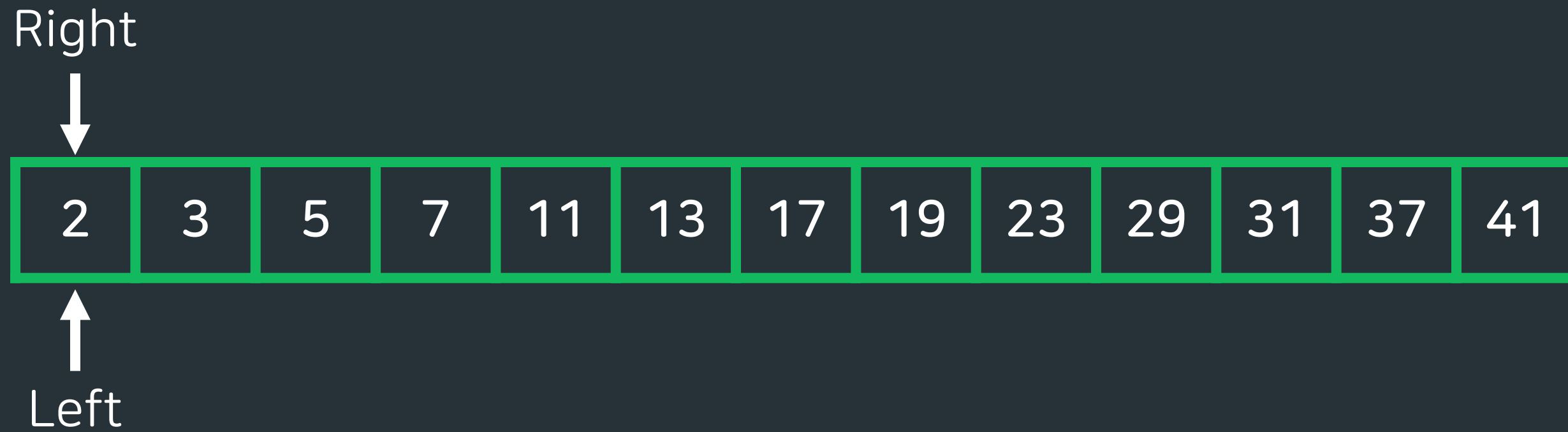
3

같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 2

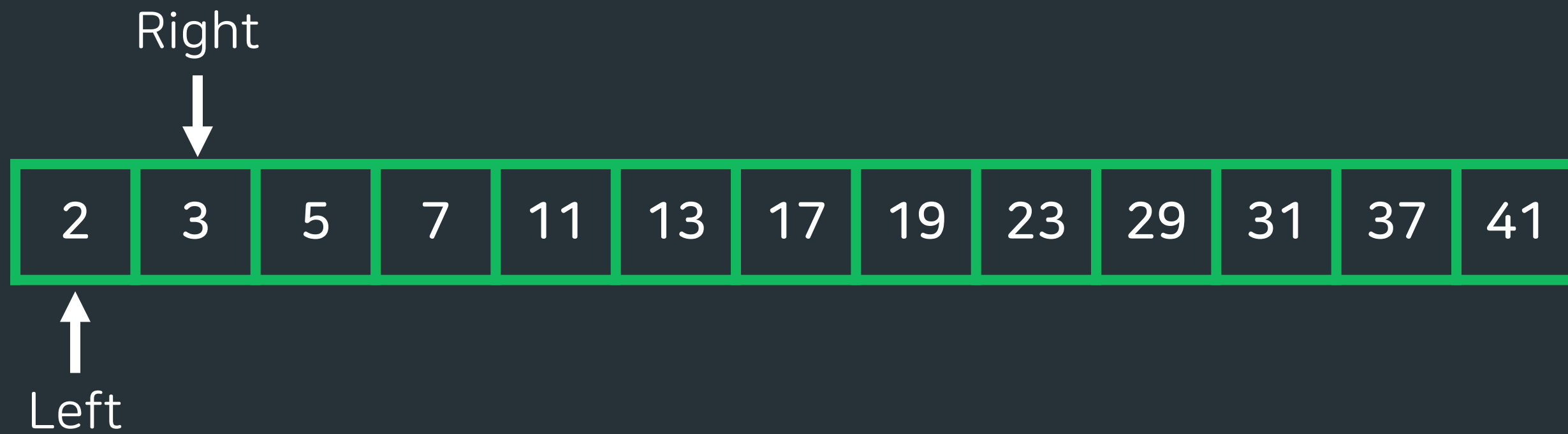
같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 2

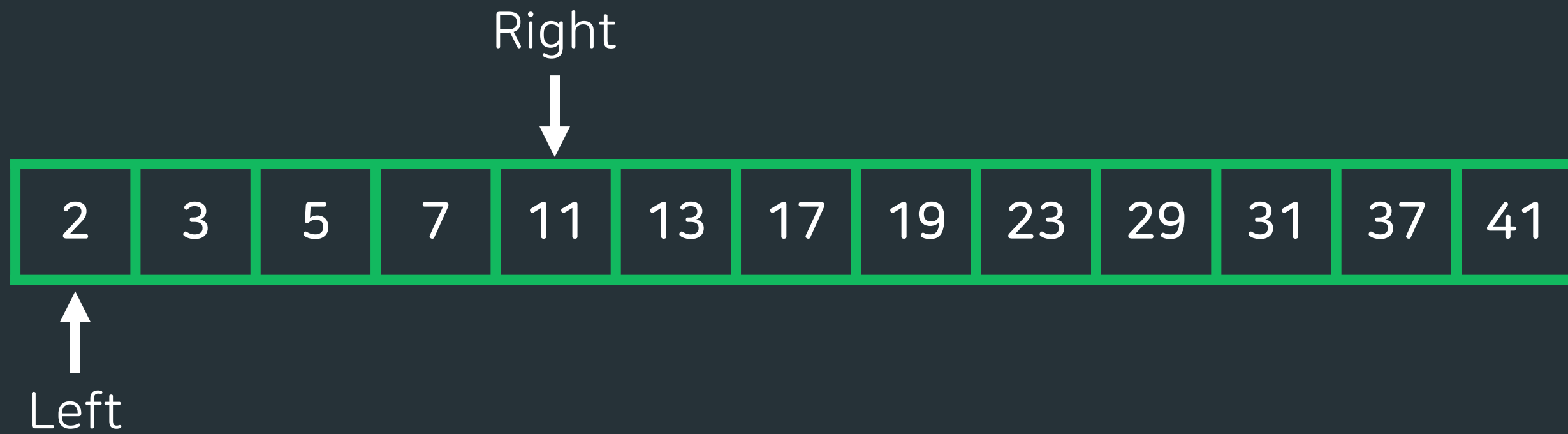
41보다 작으니까 범위를 늘리자!

같은 위치에서 시작하는 두 포인터



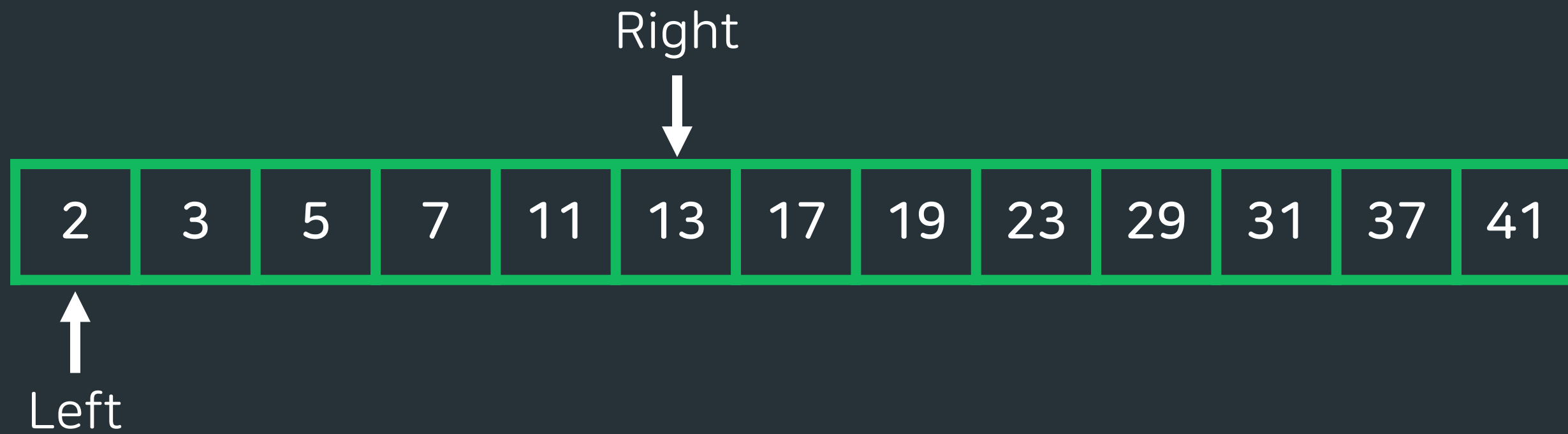
Left ~ Right = 5

같은 위치에서 시작하는 두 포인터



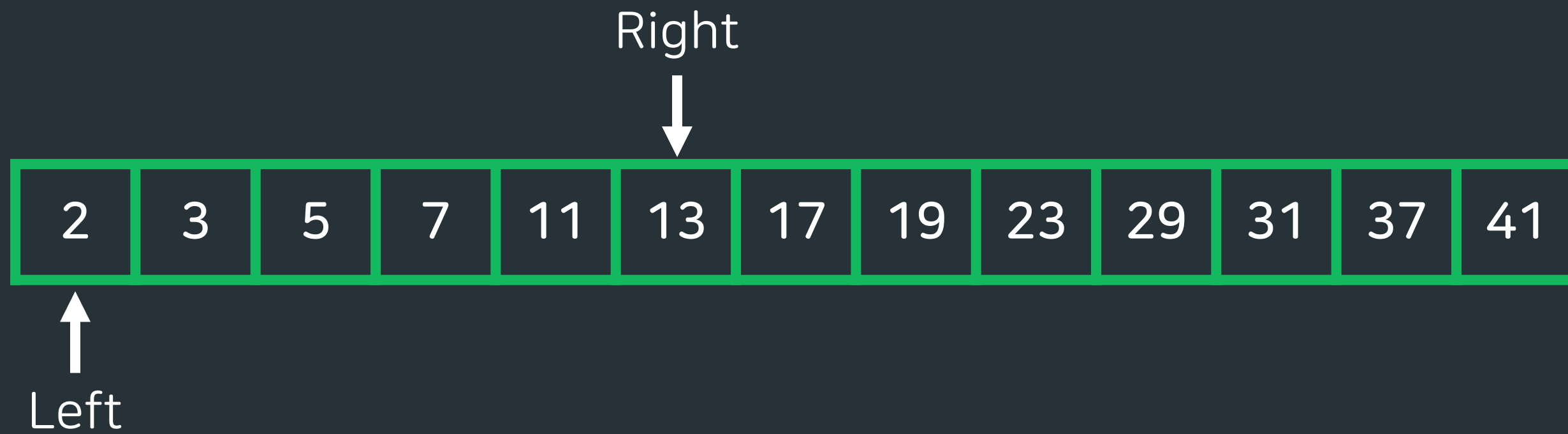
Left ~ Right = 28

같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 41

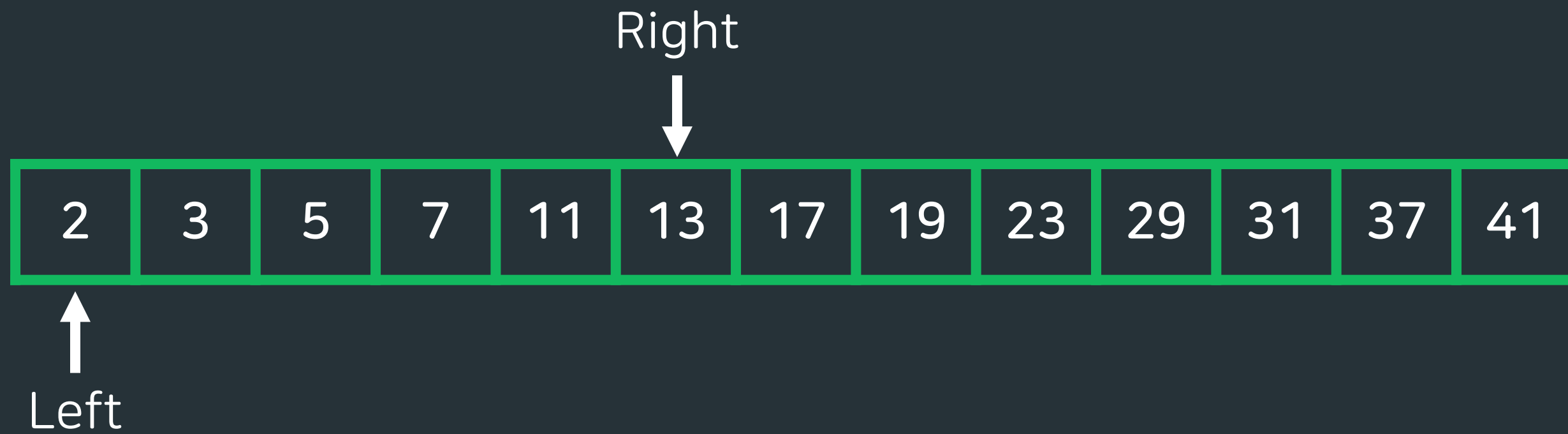
같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 41

이제 어디로 가지?

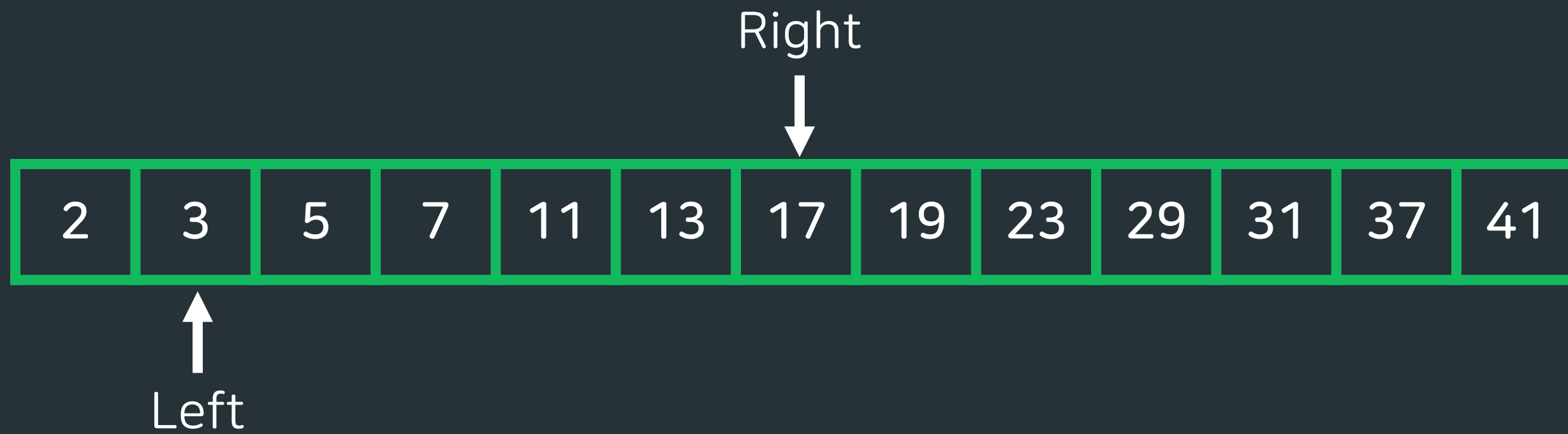
같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 41

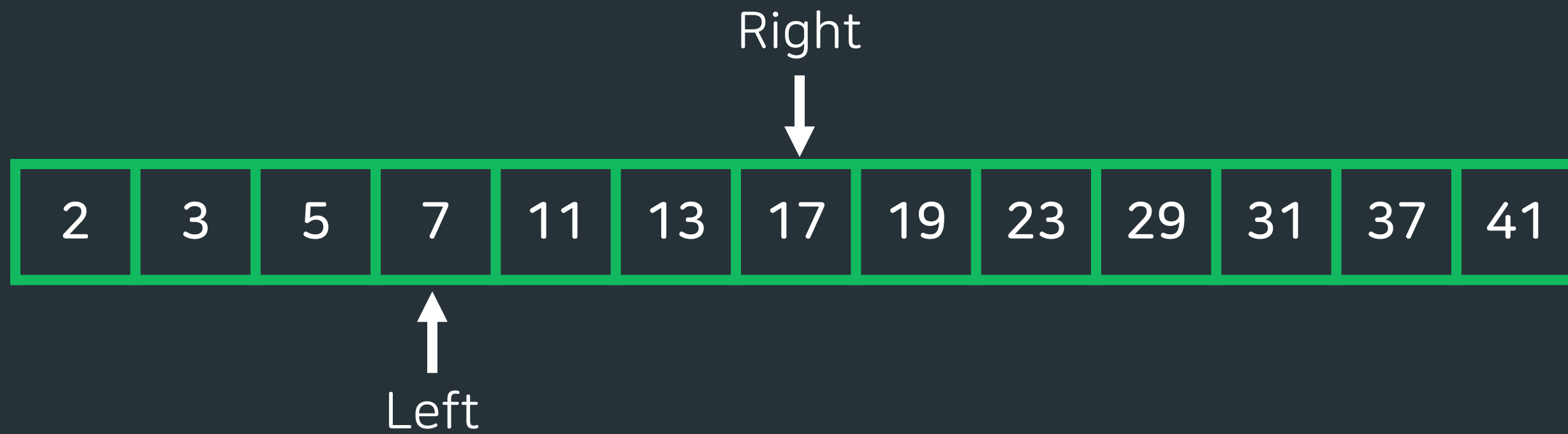
이제 어디로 가지?
둘 다 한 칸씩 옮기자!

같은 위치에서 시작하는 두 포인터



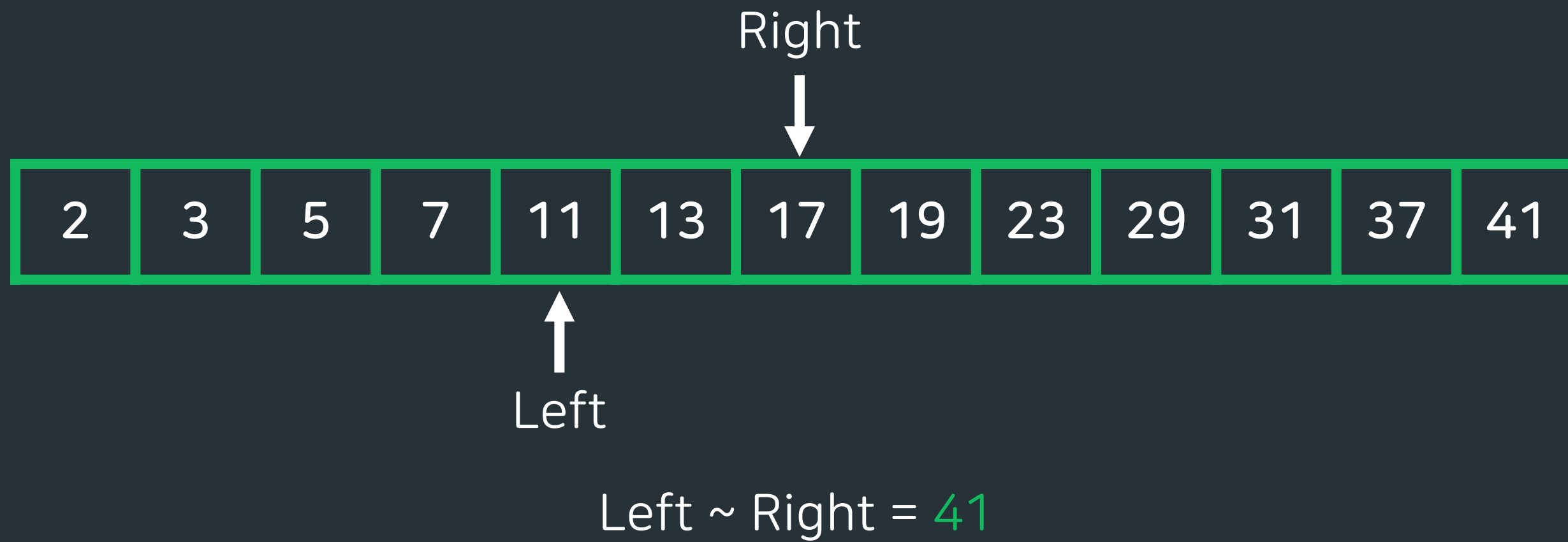
Left ~ Right = 56

같은 위치에서 시작하는 두 포인터

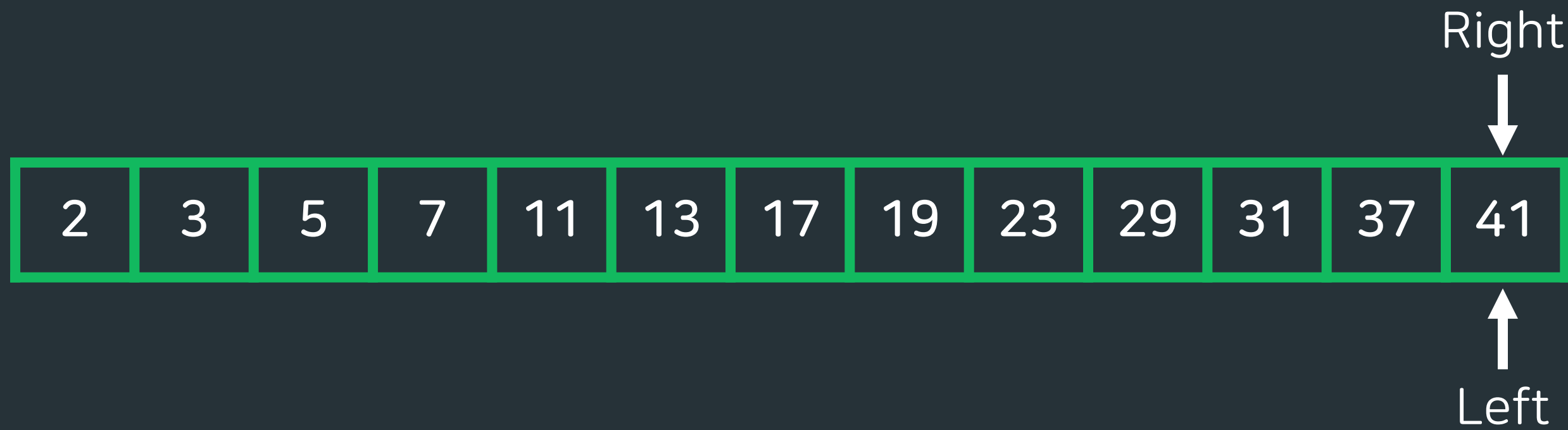


Left ~ Right = 48

같은 위치에서 시작하는 두 포인터

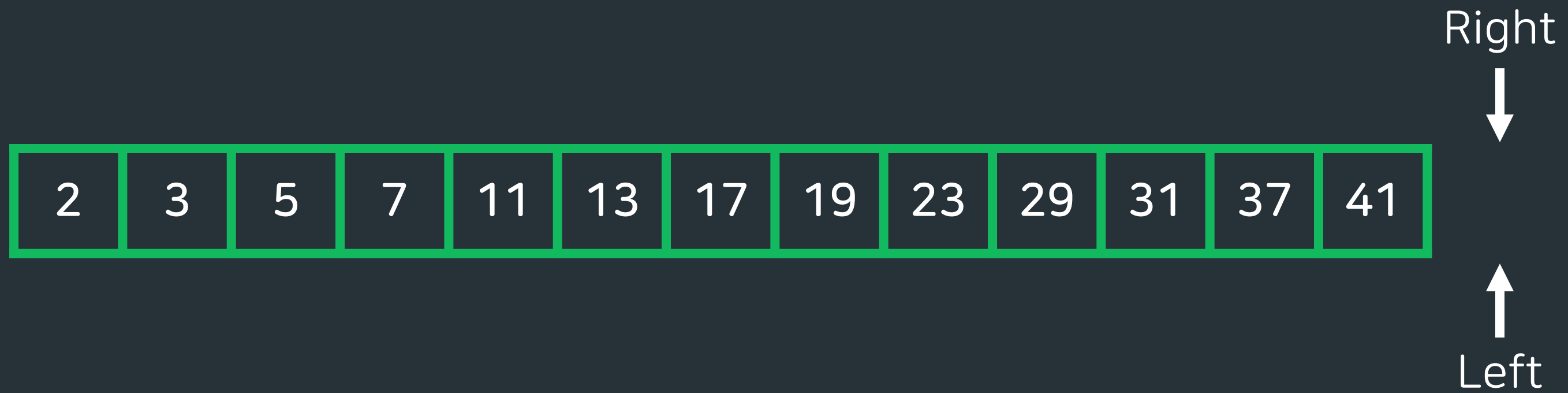


같은 위치에서 시작하는 두 포인터



Left ~ Right = 41

같은 위치에서 시작하는 투 포인터



Left ~ Right =

break!

2020 카카오 인턴십 : 보석 쇼핑 - Level 3

문제

- N개의 보석이 있는 **진열대**가 주어진다
- 진열된 **모든 종류의 보석**을 1개 이상 포함하는 **가장 짧은 구간**은?

제한 사항

- N의 범위는 $1 \leq N \leq 100,000$
- 보석 gem은 길이가 **1이상 10이하인 알파벳 대문자**로만 구성된 문자열

예제 입력 1

{"DIA", "RUBY", "RUBY", "DIA", "DIA", "EMERALD", "SAPPHIRE", "DIA"}

예제 출력 1

{3, 7}

예제 입력 2

{"AA", "AB", "AC", "AA", "AC"}

예제 출력 2

{1, 3}

예제 입력 3

{"XYZ", "XYZ", "XYZ"}

예제 출력 3

{1, 1}

Hint

1. 효율성 테스트 점수가 따로 있다는건...
2. 각 구간에 어떤 보석이 얼마나 있는지 어떻게 저장할까요?
3. 구간 내에 있는 모든 보석을 고려해야해요

일단 구해봅시다!



DIA : 1
RUBY : 0
EMERALD : 0
SAPPHIRE : 0

일단 구해봅시다!



DIA : 1
RUBY : 0
EMERALD : 0
SAPPHIRE : 0

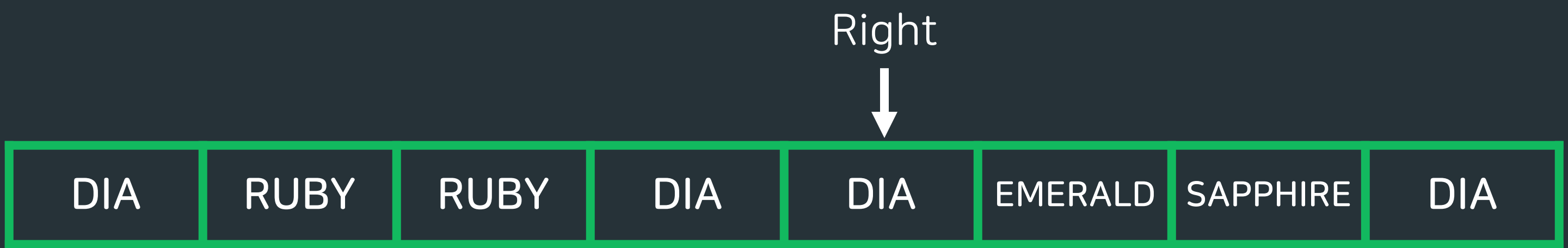
더 많은 보석을 담아야 함!

일단 구해봅시다!



DIA : 1
RUBY : 1
EMERALD : 0
SAPPHIRE : 0

일단 구해봅시다!



DIA : 3
RUBY : 2
EMERALD : 0
SAPPHIRE : 0

일단 구해봅시다!



DIA : 3
RUBY : 2
EMERALD : 1
SAPPHIRE : 0

일단 구해봅시다!



DIA : 3
RUBY : 2
EMERALD : 1
SAPPHIRE : 1

일단 구해봅시다!



↑
Left

Right
↓

DIA : 3
RUBY : 2
EMERALD : 1
SAPPHIRE : 1

아까처럼 두 포인터 모두 이동?

일단 구해봅시다!



중복 데이터가 있고,
가장 짧은 구간의 길이를 구해야 함

-> 왼쪽 포인터만 옮기자!

일단 구해봅시다!



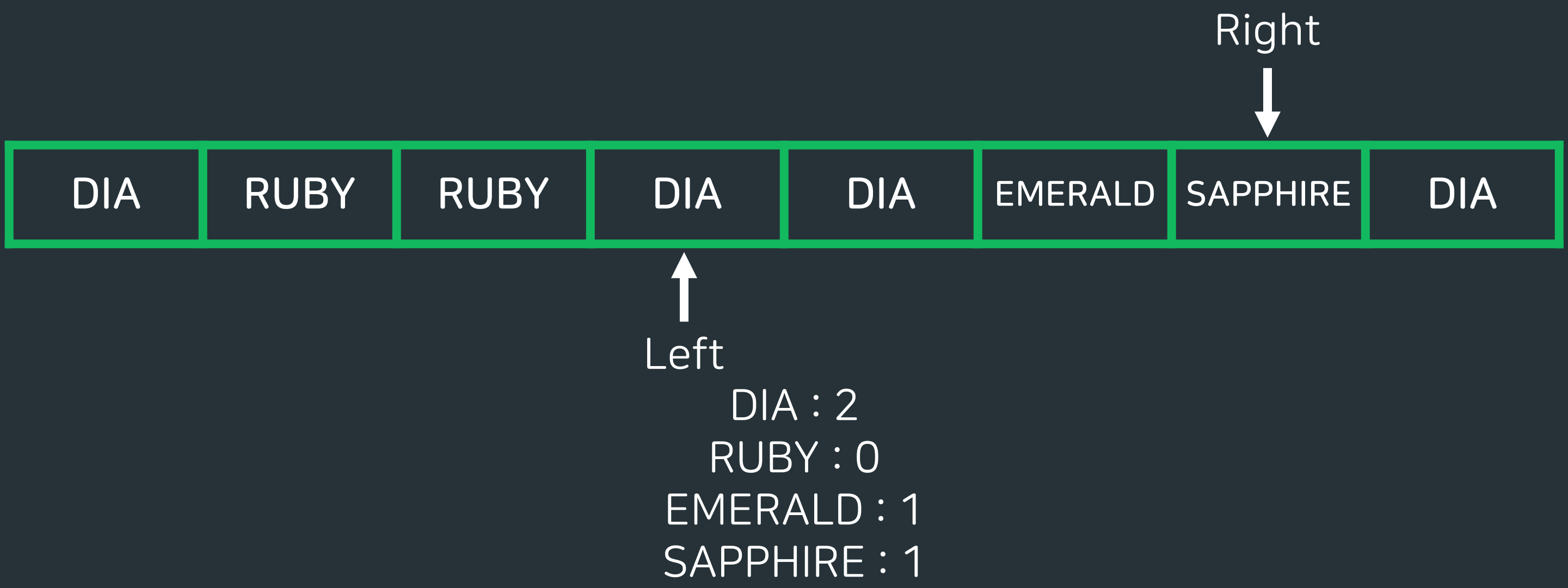
DIA : 2
RUBY : 2
EMERALD : 1
SAPPHIRE : 1

일단 구해봅시다!

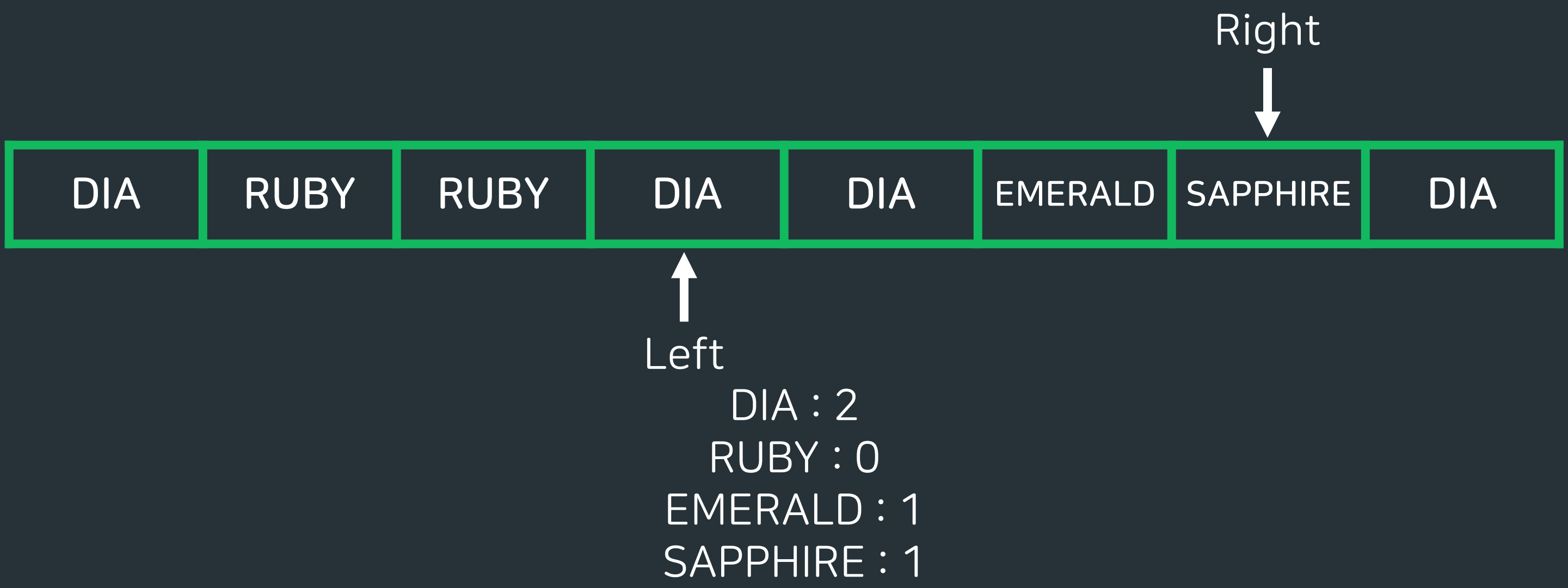


DIA : 2
RUBY : 1
EMERALD : 1
SAPPHIRE : 1

일단 구해봅시다!

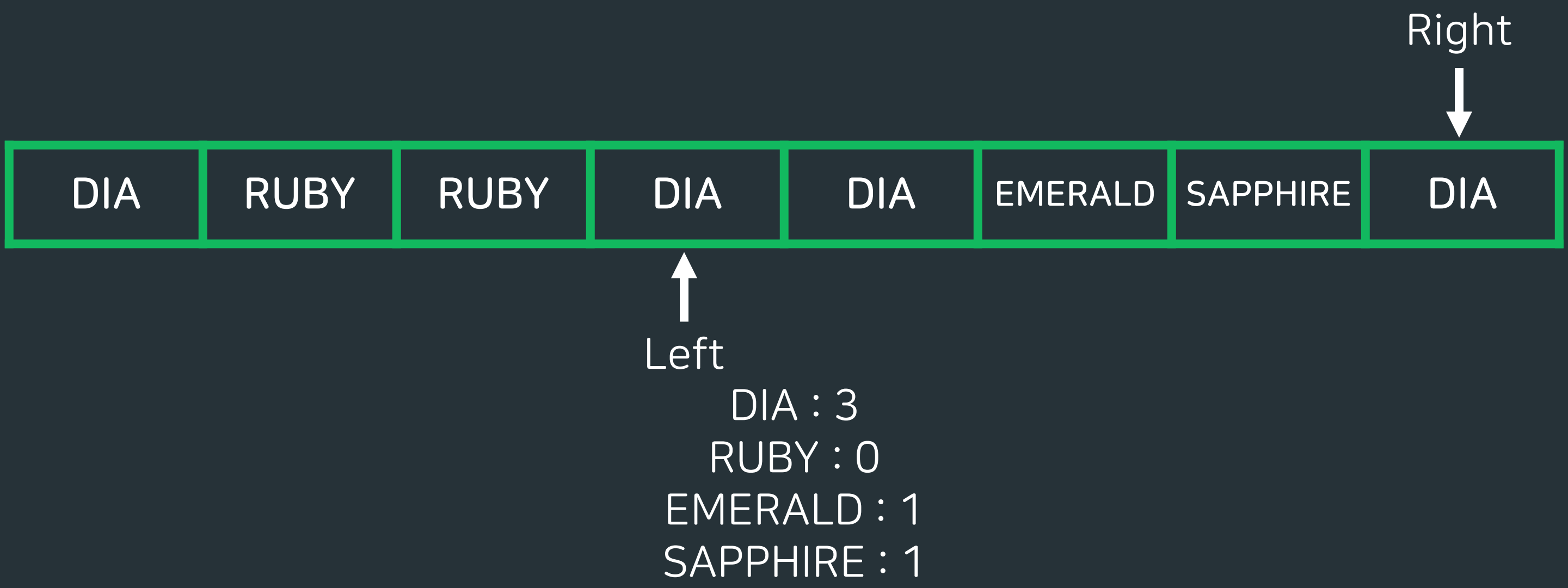


일단 구해봅시다!

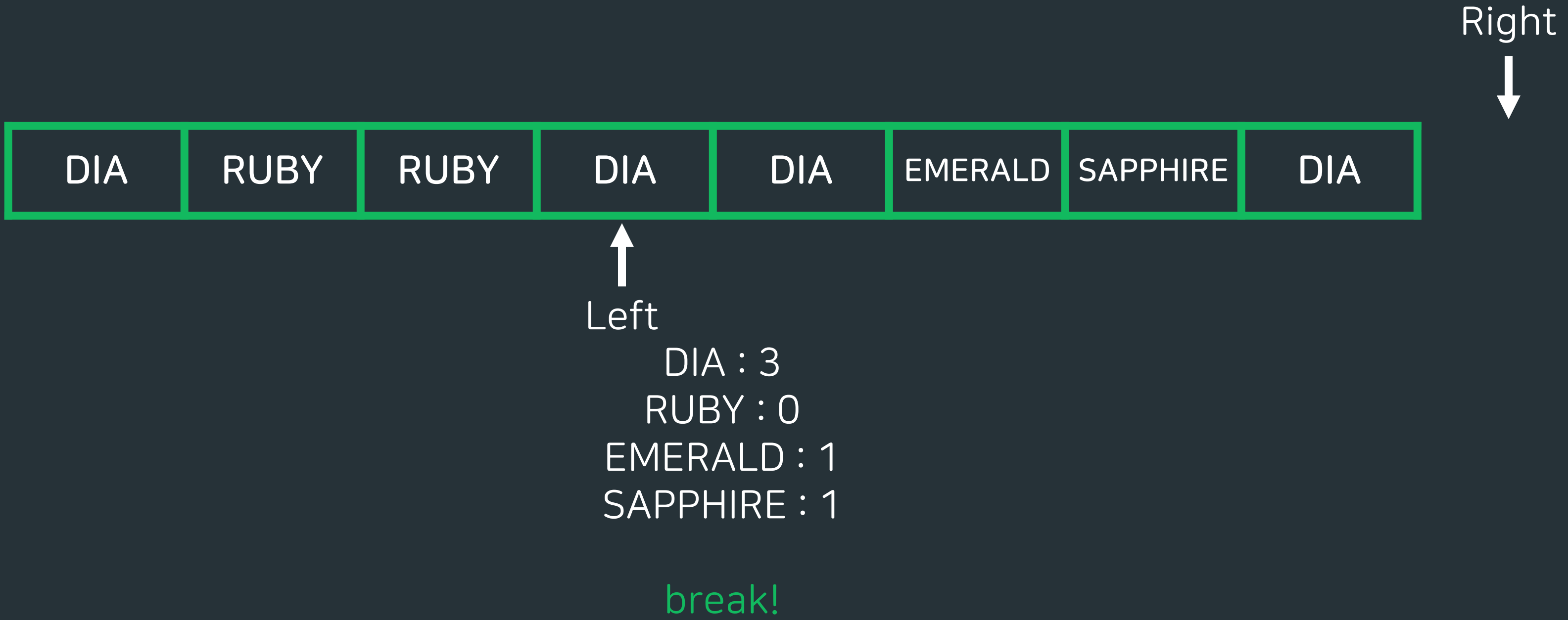


다시 범위를 늘려야 함!

일단 구해봅시다!



일단 구해봅시다!



정리

- 다양한 경우에서 배열의 탐색 효율을 높이기 위해 사용되는 투 포인터 알고리즘!
- 두개의 포인터 사이의 거리가 고정된다면 슬라이딩 윈도우!
- 포인터가 가까워지는 방법($left < right$)과 멀어지는 방법($left \leq right$)이 있음
- 가까워지는 방법은 보통 중복이 없고, 정렬된 배열에만 사용 가능함. 두 개의 포인터가 가리키는 값만 고려
- 멀어지는 방법은 두 개의 포인터가 가리키는 값 사이의 모든 값을 고려
- 효율성 테스트 문제로 아주 많이 출제됨

필수

- /<> 14500번 : 테트로미노 - Gold 5
- /<> 2607번 : 비슷한 단어 - Silver 4

3문제 이상 선택

- /<> 1253번 : 좋다 - Gold 4
- /<> 2143번 : 두 배열의 합 - Gold 3
- /<> 2473번 : 세 용액 - Gold 4
- /<> 2531번 : 회전 초밥 - Silver 1
- /<> 13422번 : 도둑 - Gold 4
- /<> 20922번 : 겁치는 건 싫어 - Silver 1