



نیمسال اول ۹۹-۰۰

دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

تمرینات سری اول  
گروه ریاضی مهندسی

**توجه:** تمریناتی که با ستاره مشخص شده‌اند به عنوان تمرینات تحویلی می‌باشند. زمان تحویل تمرینات تحویلی

۱۳۹۹/۷/۲۱ می‌باشد.

حل تشریحی سوالات تستی هم ارسال گردد.

در زمان ارسال فایل، روی برگه جواب نام و نام خانوادگی و شماره دانشجویی یادداشت گردد.

**تذکر:** تمریناتی که کپی شده از یکدیگر باشد، نمره کسر خواهد شد.

۱. حاصل عبارت  $\frac{(1+i)^{100}}{(1-i)^{96} - i(1+i)^{98}}$  را محاسبه کنید.

۲. مدول و آرگومان عدد مختلط زیر را پیدا کنید.

$$Z = \frac{1 + \cos \theta + i \sin \theta}{1 + \cos \theta - i \sin \theta}$$

۳. ثابت کنید که؛

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n = \begin{cases} 2, & n=3k \\ -1, & \begin{cases} n=3k+2 \\ n=3k+1 \end{cases} \end{cases}$$

۴. عدد مختلط  $(1-i)^n + (1+i)^n$  را به صورت  $x+iy$  بنویسید.

۵. ریشه های معادله  $z^4 + z^2 + 1 = z^5 + z^3 + z$  را بدست آورید.

۶. با توجه به رابط زیر، مقدار  $Z$  را بدست آورید.

$$z+1 = \sum_{p=1}^6 \left[ \sin \frac{2px}{7} - i \cos \frac{2px}{7} \right]$$

۷. یکی از ریشه های معادله  $(z+1)^6 + (z-1)^6 = 0$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}+2+i}{\sqrt{3}-2+i} \quad (۴)$$

$$\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}-2+i}{\sqrt{3}+2-i} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}+2+i}{\sqrt{3}+2-i} \quad (۱)$$

۸. مکان هندسی نقاط  $z = x + iy$  واقع در صفحه مختلط که در تساوی  $\left| \frac{z+1}{z-1} \right| = 4$  صدق کنند، کدام است؟

$$(1) \left(x - \frac{17}{15}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2$$

$$(2) \left(x - \frac{1}{15}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2$$

$$(3) \left(x + \frac{1}{15}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2$$

$$(4) \left(x + \frac{17}{15}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2$$

۹. اگر  $z = x + iy$  یک عدد مختلط،  $\text{Re} z$  قسمت حقیقی آن و  $\text{Im} z$  قسمت موهومی آن باشد، آنگاه مقدار عبارت  $2x \text{Re } z^{n+1} - (x^2 + y^2) \text{Re } z^n$  کدام است؟

$$(1) \text{صفر} \quad (2) \text{Re}(z^{n+2}) \quad (3) \text{Im}(z^{n+2}) \quad (4) \text{Re}(z^{n+1}) - \text{Im}(z^{n+1})$$

### تمرین تحویلی:

۱. تمام ریشه‌های معادله‌ی  $z^n + 3z^{n-1} + 3z^{n-2} + \dots + 3z + 2 = 0$  را بیابید.

$$2. \text{ ثابت کنید که } \sqrt{1+i\sqrt{3}} + \sqrt{1-i\sqrt{3}} = \pm\sqrt{6}$$

۳. الف) ریشه‌های  $n$  ام یک را بدست آورید. ب) اگر  $Z = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} + \frac{4}{1-\sqrt{3}i}$  باشد آنگاه  $Z^{1371}$  را بدست آورید.

۴. کدام عدد مختلط یکی از ریشه‌های چهارم  $-9i$  می‌باشد؟

$$(1) \sqrt{3} \left( \cos \frac{5\pi}{8} + i \sin \frac{5\pi}{8} \right)$$

$$(2) \sqrt{3} \left( \cos \frac{9\pi}{8} + i \sin \frac{9\pi}{8} \right)$$

$$(3) \sqrt{3} \left( \cos \frac{11\pi}{8} + i \sin \frac{11\pi}{8} \right)$$

$$(4) \sqrt{3} \left( \cos \frac{13\pi}{8} + i \sin \frac{13\pi}{8} \right)$$

۵. \* مکان اعداد مختلط  $z = x + iy$  که در نامساوی  $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| \leq \left| \frac{\sqrt{2}(1+i)}{1-i} \right|$  صدق کند کدام است؟

(۱) محیط دایره‌ای به مرکز  $(۳,۰)$  و شعاع ۴

(۲) محیط و خارج دایره‌ای به مرکز  $(۰,-۳)$  و شعاع  $2\sqrt{2}$

(۳) محیط دایره‌ای به مرکز  $(۳,۰)$  و شعاع  $2\sqrt{2}$

(۴) محیط و داخل دایره‌ای به مرکز  $(۰,۳)$  و شعاع  $2\sqrt{2}$