

# 第11章 グリーン関数に対する摂動論

Ryoi Ohashi

Department of Applied Physics, Nagoya University

July 16, 2018

# 目的

- グリーン関数を用いた摂動展開手法を学ぶ
- 熱力学ポテンシャル  $\Omega$  をグリーン関数より導出する

# 目次

- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

## 復習

ハミルトニアンが  $H = H_0 + H'$ ,  $\mathcal{H} = H + \mu N$  のとき  
以下のように定義を行う.

### 1 体のグリーン関数

$$G_r[u, u'] = - \langle T A_r(u) A_r^\dagger(u') \rangle \quad (1)$$

- $r$  は状態を表す指数
- $A_r^{(\dagger)}(u)$  は  $a_r^{(\dagger)}$  のハイゼンベルグ表示
- $\langle X \rangle$  は演算子  $X$  の大正準集団に対する平均

$$\langle X \rangle = \text{tr}(X e^{-\beta \mathcal{H}}) / \text{tr}(e^{-\beta \mathcal{H}}) \quad (3)$$

## 復習

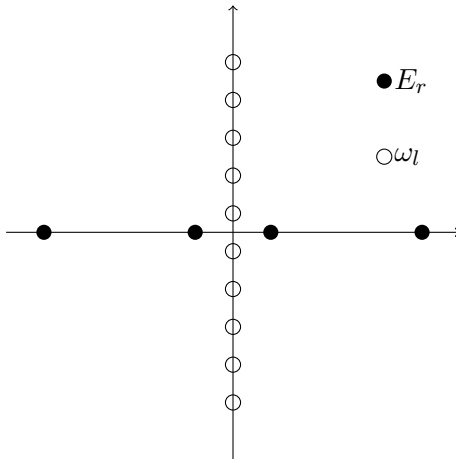
$u$  に対して  $\omega$  という量を定義することで, フーリエ級数展開を行える.

$$G_r[u, u'] = \frac{1}{\beta} \sum_l G_r(i\omega_l) e^{-i\omega_l(u-u')} \quad (4)$$

フェルミ粒子であれば,  $\omega_l$  は次のような離散的な値をとる.

$$\omega_l = (2l + 1)\pi/\beta, \quad l \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

## 復習



- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

$U(\beta)$  は次のように決まる

$$e^{-\beta\mathcal{H}} = e^{-\beta\mathcal{H}_0} U(\beta) \quad (7)$$

(8.22) により,  $U(\beta)$  は摂動展開した形になる

$$U(\beta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^{\beta} P \left[ H'(u_1) \cdots H'(u_n) \right] du_1 \cdots du_n \quad (8)$$

$P$  は *Wick* の記号 (P.132) である



## Wick の記号

時間の大きさの順に並べる際に,

- 奇数回の置換なら  $-$  符号
- 偶数回の置換なら  $+$  符号

をつける

## $T$ 記号

時間順序積を示す記号

$a, a'$  偶数個でできている演算子  $C$  について次が成立する

$$T[C(1), C(2)] = P[C(2), C(1)] \quad (16)$$

$$T[a^{(\dagger)}(1), C(2)] = T[C(2), a^{(\dagger)}(1)] \quad (17)$$

$H'$  が  $a, a'$  を偶数個含んでいる場合は,  
 $P$  を  $T$  で置き換えが可能となる

- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

$U^{-1}(u)$  を次のように定める

$$\left(e^{-u\mathcal{H}}\right)^{-1} = \left(e^{-u\mathcal{H}_0}U(u)\right)^{-1} = U^{-1}(u)e^{u\mathcal{H}_0} \quad (18)$$

これを用いて次の表記を定義する

$$U(u, u') = U(u)U^{-1}(u') = T \exp \left[ - \int_{u'}^u H'(u_1) du_1 \right] \quad (24)$$

以降,  $a_r$  に対して

- $a_r(u) = e^{u\mathcal{H}_0} a_r e^{-u\mathcal{H}_0}$  : 相互作用表示
- $A_r(u) = e^{u\mathcal{H}} a_r e^{-u\mathcal{H}}$  : ハイゼンベルグ表示

と表記する

- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

hello

hello

- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

hello



- ①  $T$  指数関数および  $T$  記号の性質
- ② グリーン関数に対する表式
- ③ グリーン関数に対するファインマン図形
- ④ 自己エネルギー (self-energy)
- ⑤ 電子ガスへの応用

hello