



Modulation

Analoge Modulation
Digitale Modulation

Fritz Dellsperger
Alfred Kaufmann

2004

1



Inhalt:

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | Einführung in die Modulation | 4 |
| 2 | Analoge Grundmodulationsarten | 13 |
| 2.1 | Amplitudenmodulation | 14 |
| 2.1.1 | Klassische Amplitudenmodulation | 15 |
| 2.1.2 | Zweiseiten- und Einseitenbandmodulation | 27 |
| 2.1.3 | Restseitenabandmodulation | 30 |
| 2.1.4 | Independent Sideband | 31 |
| 2.1.5 | Quadratur AM | 31 |
| 2.1.6 | AM-Demodulatoren | 32 |
| 2.1.7 | AM-Modulatoren | 34 |
| 2.1.8 | Stör- und Rauschverhalten von AM | 39 |
| 2.2 | Winkelmodulation | 40 |
| 2.2.1 | Frequenz- und Phasenmodulation | 41 |
| 2.2.2 | WM-Modulatoren | 58 |
| 2.2.3 | FM-Demodulatoren | 60 |
| 2.2.4 | Stör- und Rauschverhalten von WM | 65 |



| | | |
|------------|---|------------|
| 3 | Digitale Modulation | 66 |
| 3.1 | Basisbandsiganle | 68 |
| 3.1.1 | Zeitfunktion und Spektrum | 69 |
| 3.1.2 | Analoge Signale im Basisband | 74 |
| 3.1.3 | Digitale Signale im Basisband | 75 |
| 3.1.4 | Bitfehlerhäufigkeit | 94 |
| 3.1.5 | Basisbandsignale im bandbegrenzten System | 96 |
| 3.1.6 | Augendiagramm | 104 |
| 3.1.7 | Pseudozufällige Bitfolgen (PRBS) | 105 |
| 3.1.8 | Digitalisierung analoger Signale | 112 |
| 3.1.9 | Zusammenfassung | 117 |
| 3.2 | Amplitude Shift Keying ASK | 118 |
| 3.3 | Phase Shift Keying FSK | 135 |
| 3.4 | Frequency Shift Keying FSK | 166 |
| 3.5 | Zusammenfassung | 176 |
| 4 | Bezeichnung der Modulationsarten | 180 |



1 Einführung in die Modulation

Begründung der Modulation

Warum Information auf einen oder mehrere Träger modulieren?

Modulation eines Sinusträgers

Modulationsmöglichkeiten eines sinusförmigen Trägers. Mathematische Beschreibung und graphische Darstellungen.



Begründung der Modulation

Zweck der Modulation oder Frequenzumsetzung

Die Modulation dient:

1. **Zur Anpassung an den jeweiligen Übertragungskanal** mit Tiefpass-, Bandpass- oder Hochpass-Verhalten (physikalischer Beweggrund), unterteilbar in
 - **Frequenzbereich-Anpassung:** Verschiebung eines Signals in einen anderen Frequenzbereich, wo die Realisierung von Kommunikationssystemen sehr einfach ist, z.B. um drahtlose Übertragung zu ermöglichen, kleine Antennen einsetzen zu können, usw.
 - **Störschutzerhöhung:** Umwandlung des Nachrichtenquaders, um den Nachrichtenquader an einen bestimmten Kanal anzupassen, z.B. kann durch codierte Modulationsverfahren oder Bandspreiztechnik, d.h. durch Austausch von Bandbreite gegen Störabstand, die Störsicherheit gegenüber Rauschen und Interferenz deutlich erhöht werden.



1 Einführung Modulation

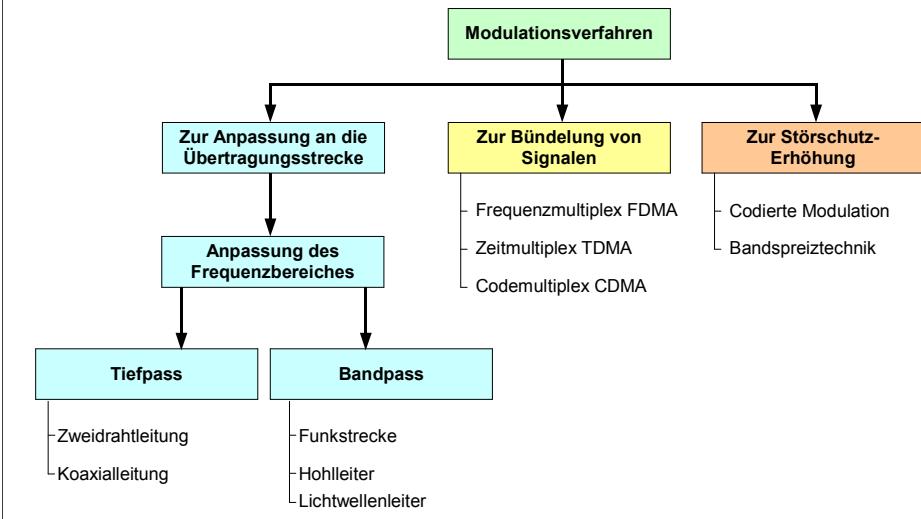
2. Zur Multiplex-Übertragung, d.h. Bündelung

Zusammenfassung mehrerer primärer Signale mittels geeigneter Modulationsverfahren zu einem sekundären Signal. Damit wird zur Erhöhung der Kanalkapazität der gleiche Übertragungskanals mittels Multiplexverfahren mehrfach ausgenutzt.

Z. B. wird im Falle des Rundfunks die Modulation zur Selektion und Separation vieler Nachrichtensignale, also mehrerer UKW- oder TV-Sender mit unterschiedlicher Trägerfrequenz benutzt. Dabei wird jedem Nachrichtenkanal für die ganze Zeit einen Bruchteil des gesamten Frequenzbandes zur Verfügung gestellt (*Frequenzmultiplex*)

1 Einführung Modulation

Modulationsverfahren





1 Einführung Modulation

Die **Modulation und Demodulation** dienen also zur Aufbereitung von Informationen in eine Signalform, die die Übertragung der Informationen über *eine grösstmögliche Entfernung oder beliebige, vorgegebene Entfernungen* unter Wahrung des erforderlichen Störabstands gewährleistet. Dabei sind die Randbedingungen bezüglich der Kanalkapazität und die spezifischen Eigenschaften des Übertragungskanals zu berücksichtigen (frequenzabhängige Dämpfung und Phasenmass, zeit- und frequenzselektive Kanäle).

Unter Modulation versteht man die Veränderung eines oder mehrerer Signalparameter (Amplitude, Frequenz oder Phase) eines Trägers in Abhängigkeit der Information. Dadurch wird dem Trägersignal die Information aufgeprägt. Nach der Modulation erscheint die Information in einer anderen Form, meistens in einem höheren Frequenzbereich (*Radio Frequency, RF*). Als Trägersignal kommt prinzipiell jede Signalart in Frage, auch Rauschen. Aber technisch haben sich nur zwei Signalformen durchgesetzt:

- Harmonische (sinusförmige) Träger** für Bandpass- oder Hochpassübertragungen und Frequenzmultiplex sowie
- Pulsträger (periodische Impulsfolge)** für Tiefpass- bzw. Basisbandübertragung und Zeitmultiplex.

Das Modulations- oder Nachrichtensignal, auch Basisbandsignal (*BaseBand, BB*) genannt, kann analog oder digital sein.

Damit lassen sich die Modulationsarten in vier Gruppen einteilen:

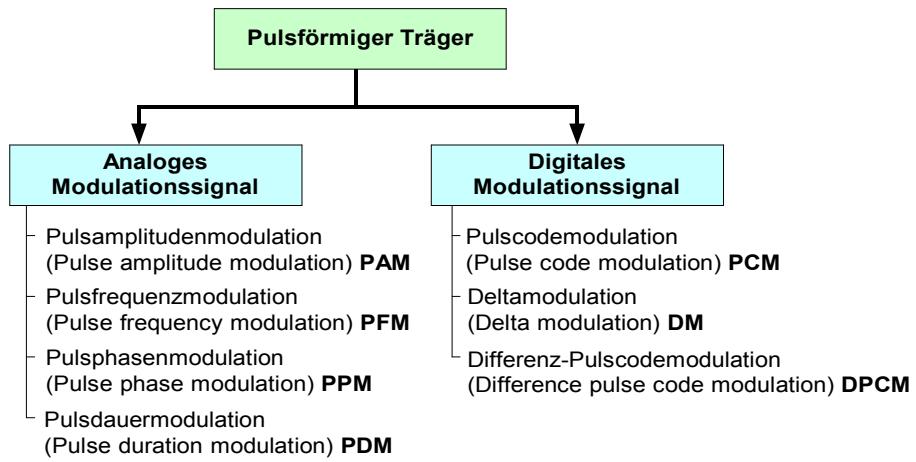
1. Analoge Modulation eines Pulsträgers
2. Digitale Modulation eines Pulsträgers
3. Analoge Modulation eines harmonischen Trägers
4. Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

Hierbei unterscheiden sich die analogen Modulationsverfahren von den digitalen nicht durch ihr Wesen, sondern nur durch die Form des Modulations- oder Nachrichtensignals. Die *vier wichtigsten Grundverfahren* sind auf der nächsten Folie dargestellt.

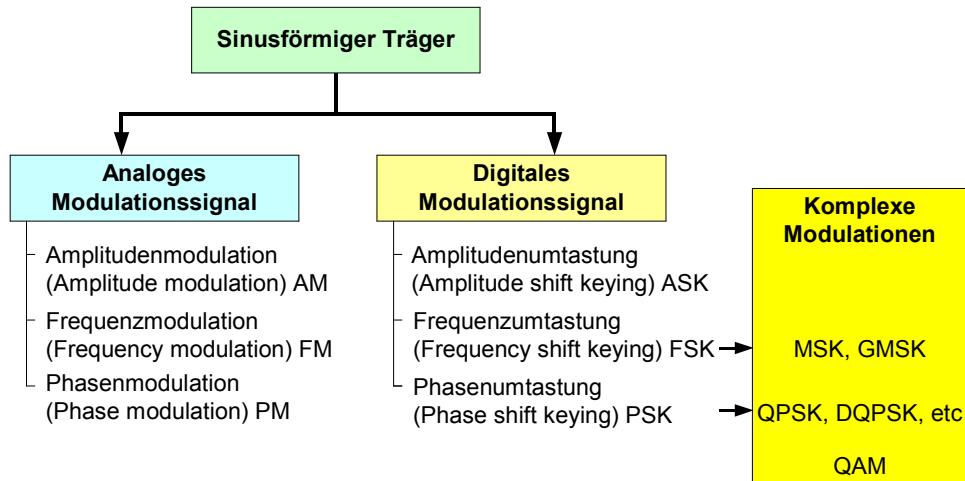
Zusammenfassend gibt es für diese Grundverfahren also **drei Merkmale**:

1. Art des Modulationsträgers (Harmonischer Träger oder Pulsträger),
2. Art des Modulations- oder Nachrichtensignals (analog oder digital)
3. Wahl des Signalparameters des Nachrichtensignals (Amplitude, Frequenz oder Phase).

1 Einführung Modulation



1 Einführung Modulation



1 Einführung Modulation

Modulation eines Sinusträgers

Wir beschreiben den sinusförmigen Träger (Carrier) mit

$$u_c(t) = \hat{u}_c \cdot \cos(\omega_c t + \theta)$$

↑ ↑ ↑
AM FM PM

\hat{u}_c = Amplitude (Spitzenwert)
 ω_c = Kreisfrequenz des Trägers
 θ = Phasenverschiebung (konstant)
 t = Zeit

Dabei haben wir drei Möglichkeiten zur Modulation:

$$\hat{u}_c, \omega_c, \theta$$

11

Amplitudenmodulation

Beeinflussung von \hat{u}_c durch den Modulationsinhalt

Frequenzmodulation

Beeinflussung von ω_c durch den Modulationsinhalt

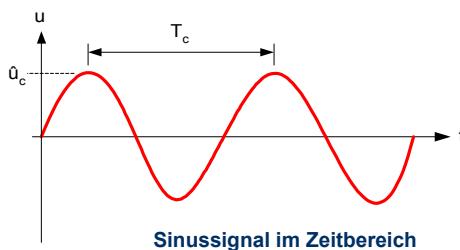
Phasenmodulation

Beeinflussung von θ durch den Modulationsinhalt

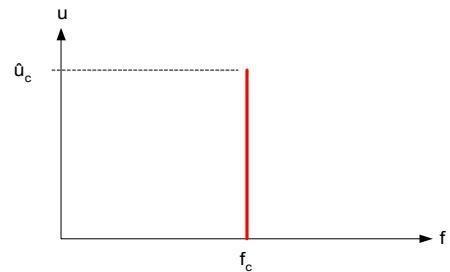
Frequenz- und Phasenmodulation wird unter dem Begriff **Winkelmodulation** zusammengefasst. Beides beeinflusst das Argument (Winkel) des Cosinus.

1 Einführung Modulation

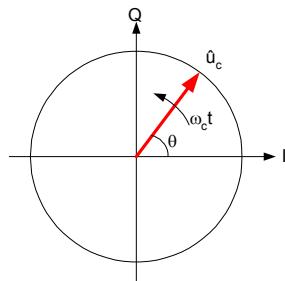
Darstellungsmöglichkeiten des Sinussignals



Sinussignal im Zeitbereich



Sinussignal im Frequenzbereich



I = In-Phase-Komponente
Q = Quadratur-Phase-Komponente
Sinussignal im Phasenzustandsdiagramm

12

Darstellung im **Zeitbereich** = KO-Darstellung

Darstellung im **Frequenzbereich** = Spektrum Analysator

Darstellung im **Phasenzustandsdiagramm**:

Der Phasenbereich wird als Polardiagramm dargestellt.

Das Signal wird zu einem bestimmten Zeitpunkt als Zeiger dargestellt. Die Zeigerlänge entspricht der Amplitude \hat{u}_c und der Winkel θ der momentanen Phasenlage.

Die positive I-Achse (x-Achse) entspricht 0 Grad.



2 Analoge Grundmodulationsarten

2.1 Amplitudenmodulation

- Klassische AM
- Zweiseitenbandmodulation ZSB
- Einseitenbandmodulation SSB
- Independent Sideband ISB
- Restseitenbandmodulation VSB

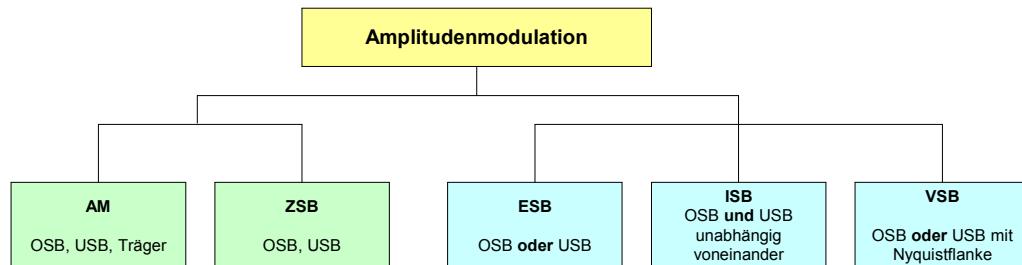
2.2 Winkelmodulation

- Frequenzmodulation FM
- Phasenmodulation PM

2.1 Amplitudenmodulation

2.1 Amplitudenmodulation

Bei der Amplitudenmodulation können verschiedenen Varianten vorkommen:



ZSB (DSB): Zweiseitenband (Double Sideband)

ESB (SSB): Einseitenband (Single Sideband)

ISB: Independent Sideband (Unabhängige Seitenbänder)

VSB: Vestigial Sideband (Restseitenband)

OSB (USB): Oberes Seitenband (Upper Sideband)

USB (LSB): Unteres Seitenband (Lower Sideband)

Bei ZSB, ESB und ISB sind weiter Verfahren mit reduziertem oder unterdrücktem Träger üblich.



2.1 Amplitudenmodulation

2.1.1 Klassische Amplitudenmodulation

Die Amplitude eines harmonischen Trägers wird durch das Modulationssignal beeinflusst.

Träger: $u_c(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c)$

Modulationssignal: $u_m(t)$

AM-Signal: $u_{AM}(t) = f(u_m(t)) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c)$

Die Amplitude eines AM-Signals ist also zeitabhängig:

$$\hat{u}_{AM}(t) = f(u_m(t))$$

Diese Funktion wird auch **Hüllkurve** oder **Enveloppe** genannt.

Die Frequenz des Trägers $\cos(\omega_c t + \varphi_c)$ wird nicht verändert.



2.1 Amplitudenmodulation

Die sinusförmige Modulationsspannung beschreiben wir mit:

$$u_m(t) = \hat{u}_m \cdot \cos(\omega_m t)$$

Die Amplitude von \hat{u}_c wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst

$$\hat{u}_{c_{AM}}(t) = f(u_m(t)) = \hat{u}_c + u_m(t) = \hat{u}_c + \hat{u}_m \cos(\omega_m t)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_{c_{AM}}(t) \cos(\omega_c t) = [\hat{u}_c + \hat{u}_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t) + \frac{\hat{u}_m}{2} [\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t]$$

2.1 Amplitudenmodulation

Im einfachsten Fall ist das Modulationssignal sinusförmig.

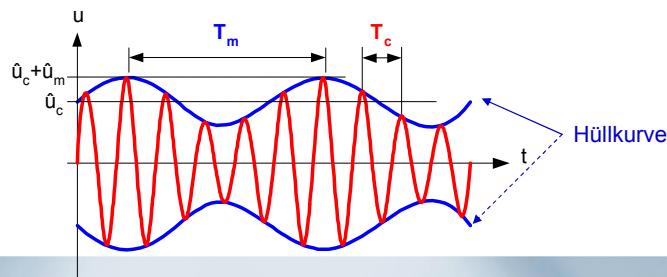
$$u_m(t) = \hat{U}_m \cdot \cos(\omega_m t)$$

Bei der gewöhnlichen AM entspricht die Hüllkurve einfach der Summe von unmodulierter Trägeramplitude \hat{U}_c und Modulationsignal $u_M(t)$:

$$\hat{u}_{AM}(t) = \hat{U}_c + u_m(t) = \hat{U}_c + \hat{U}_m \cdot \cos(\omega_m t)$$

Da die Trägeramplitude konstant ist, entspricht die Form der Hüllkurve dem Modulationssignal. Das komplette AM-Signal lautet nun:

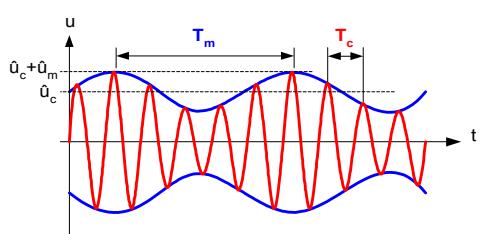
$$u_{AM}(t) = (\hat{U}_c + \hat{U}_m \cdot \cos(\omega_m t)) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c)$$



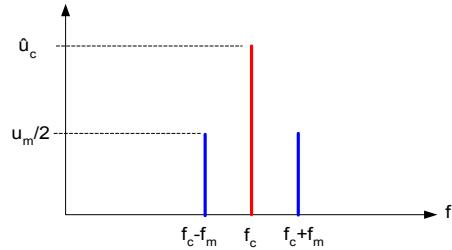
17

2.1 Amplitudenmodulation

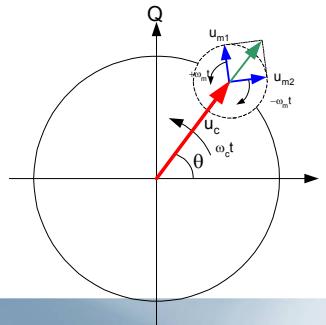
Darstellungsmöglichkeiten der Amplitudenmodulation



Amplitudenmodulation im Zeitbereich



Amplitudenmodulation im Frequenzbereich



Amplitudenmodulation im Phasenzustandsdiagramm

18

Darstellung im **Zeitbereich** = KO-Darstellung

Darstellung im **Frequenzbereich** = Spektrum Analysator

Darstellung im **Phasenzustandsdiagramm**:

Der Phasenbereich wird als Polardiagramm dargestellt.

Das Signal wird zu einem bestimmten Zeitpunkt als Zeiger dargestellt. Die Zeigerlänge entspricht der Amplitude \hat{u}_c und der Winkel θ der momentanen Phasenlage.

Die positive I-Achse (x-Achse) entspricht 0 Grad.

2.1 Amplitudenmodulation

Modulationsgrad

Wird in der Formel für das AM-Signal die Trägeramplitude ausgeklammert:

$$u_{AM}(t) = \left(1 + \frac{\hat{U}_m}{\hat{U}_c} \cdot \cos(\omega_m t) \right) \cdot \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c)$$

Modulationsgrad m

$$= (1 + m \cdot \cos(\omega_m t)) \cdot \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c)$$

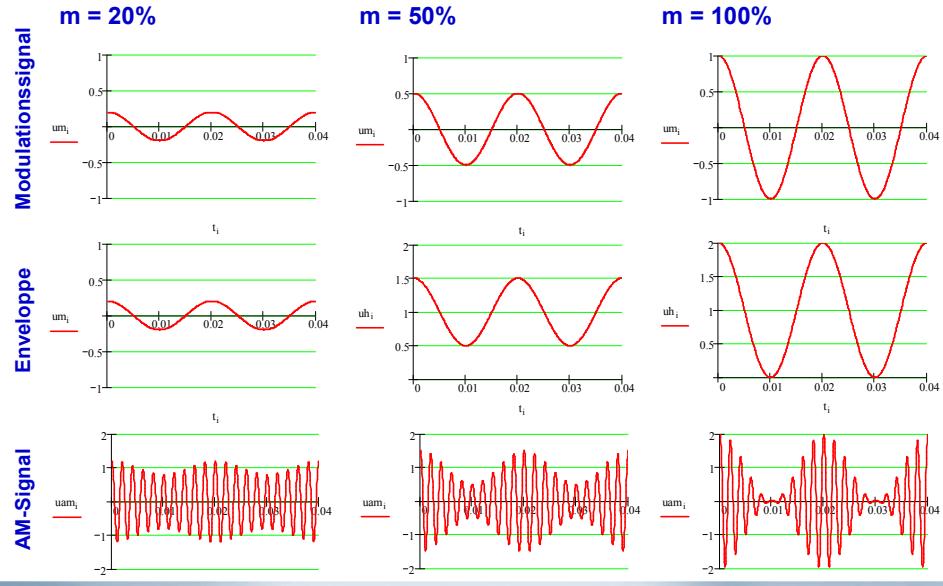
Der **Modulationsgrad m** ist ein Mass für die Stärke der Amplitudenmodulation.

$$m = \frac{\hat{U}_m}{\hat{U}_c}$$

(m ≤ 1)

2.1 Amplitudenmodulation

AM-Signale mit verschiedenen Modulationsgraden



20

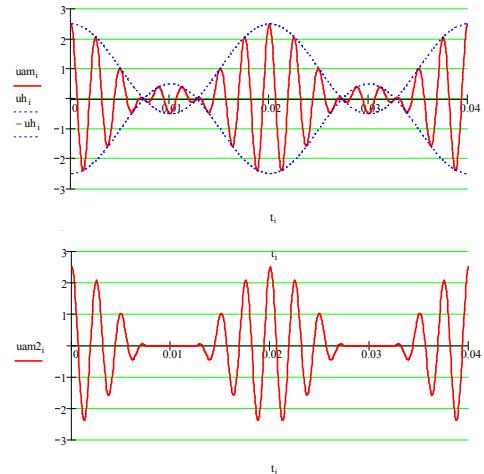
2.1 Amplitudenmodulation

Übermodulation ($m > 1$):

Bei einem Modulationsgrad > 1 spricht man von Übermodulation.

Die Hüllkurven überschneiden die Nulllinie. Dadurch entstehen jeweils Phasensprünge und die Umhüllende entspricht nicht mehr dem Modulationssignal.

Oft können AM-Modulatoren die Phase jedoch nicht beeinflussen, so dass die Amplitude bis zum nächsten Phasensprung Null bleibt.



2.1 Amplitudenmodulation

Amplitudenspektrum eines AM-Signals

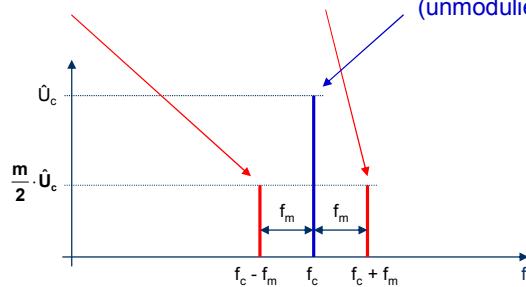
Durch Ausmultiplizieren und Umformen der Gleichung des sinusförmig modulierten AM-Signals lassen sich die einzelnen Frequenzkomponenten leicht berechnen:

$$\begin{aligned} u_{AM}(t) &= (1+m \cdot \cos(\omega_m t)) \cdot \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t) \\ &= \frac{m}{2} \cdot \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{m}{2} \cdot \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c + \omega_m)t + \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t) \end{aligned}$$

untere Seitenfrequenz obere Seitenfrequenz Trägerfrequenz
(unmoduliert)

Das Amplitudenspektrum besteht aus den Komponenten

- unmodulierter Träger
- zwei Seitenfrequenzen im Abstand der Modulationsfrequenz vom Träger.



22

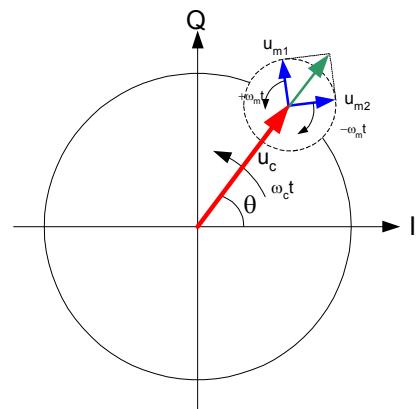
2.1 Amplitudenmodulation

Zeigerdarstellung eines AM-Signals

Die drei Frequenzkomponenten einer sinusförmig modulierten AM-Schwingung können auch als mit Winkelgeschwindigkeit **rotierende Zeiger im „Phasenzustandsdiagramm“** gezeichnet werden.

Bezogen auf den Träger ω_c rotiert die untere Seitenfrequenz um ω_m langsamer, d.h. im Uhrzeigersinn, die obere Seitenfrequenz um ω_m schneller, also im Gegenuhzeigersinn.

Die Resultierende der drei Zeiger ist ein Zeiger mit schwankender Amplitude und der Trägerfrequenz, also eine amplitudenmodulierte Schwingung.



2.1 Amplitudenmodulation

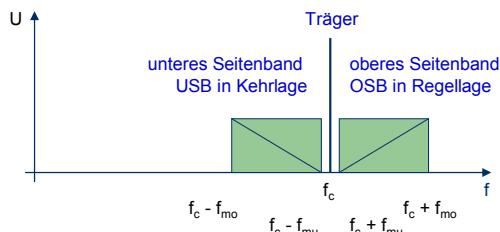
AM-Spektrum bei beliebigen Modulationssignalen

Nichtsinusförmige Modulationssignale belegen ein Basisband im Frequenzbereich f_{mu} bis f_{mo} .

Im AM-Signal entstehen **zwei Seitenbänder**, die um die Trägerfrequenz gespiegelt, genau dem Basisband entsprechen.

Im unteren Seitenband liegt die höhere Modulationsfrequenz f_{mo} unterhalb der tieferen Modulationsfrequenz f_{mu} . Man bezeichnet dies als **Kehrlage**. Im oberen Seitenband sind die Verhältnisse dagegen normal, daher die Bezeichnung **Regellage**.

Jedes Seitenband enthält für sich die komplette Information des Basisbands!



24

Ein nichtsinusförmiges Basisbandsignal besteht im einfachsten Fall aus zwei sinusförmigen Komponenten, f_{mu} und f_{mo} :

$$u_m(t) = \hat{U}_{mu} \cdot \cos(\omega_{mu}t) + \hat{U}_{mo} \cdot \cos(\omega_{mo}t)$$

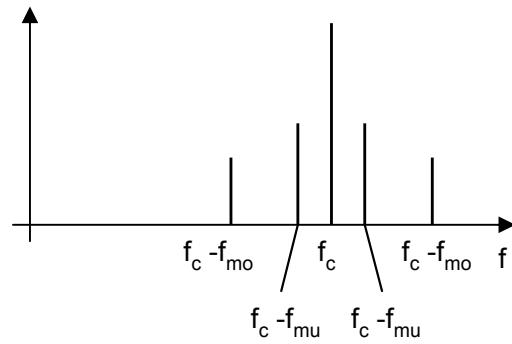


Damit wird das AM-Signal:

$$\begin{aligned} u_{AM}(t) &= (\hat{U}_c + \hat{U}_{mu} \cdot \cos(\omega_{mu}t) + \hat{U}_{mo} \cdot \cos(\omega_{mo}t)) \cdot \cos(\omega_c t) \\ &= \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t) + \hat{U}_{mu} \cdot \cos(\omega_{mu}t) \cdot \cos(\omega_c t) + \hat{U}_{mo} \cdot \cos(\omega_{mo}t) \cdot \cos(\omega_c t) \end{aligned}$$

bzw. ausmultipliziert und umgeformt:

$$\begin{aligned} u_{AM}(t) &= \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t) \\ &+ \frac{\hat{U}_{mu}}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_{mu})t \\ &+ \frac{\hat{U}_{mu}}{2} \cdot \cos(\omega_c + \omega_{mu})t \\ &+ \frac{\hat{U}_{mo}}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_{mo})t \\ &+ \frac{\hat{U}_{mo}}{2} \cdot \cos(\omega_c + \omega_{mo})t \end{aligned}$$



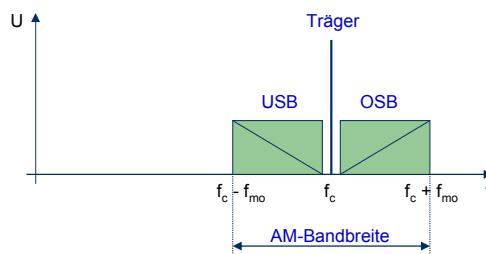
2.1 Amplitudenmodulation

Bandbreite von AM-Signalen

Ein AM-Signal belegt eine Bandbreite, die der zweifachen maximalen Basisbandfrequenz entspricht:

$$B_{AM} = 2 \cdot f_{mo}$$

= maximale Basisbandfrequenz



25

Ein Empfänger-Filter für AM muss mindestens eine Durchlassbandbreite gleich der AM-Bandbreite aufweisen. Sonst werden hohe Modulationsfrequenzen nicht richtig übertragen.

2.1 Amplitudenmodulation

Leistung von AM-Signalen

Bei AM sind verschiedene Leistungsdefinitionen gebräuchlich:

Trägerleistung = Leistung des unmodulierten Trägers

$$P_c = \frac{\hat{U}_c^2}{2 \cdot R}$$

AM-Leistung (mittlere Leistung)

= Summe der Leistungen sämtlicher Frequenzkomponenten.

$$P_{AM} = P_c + P_{USB} + P_{OSB}$$

Bei sinusförmigem Modulationssignal (1-Ton-Modulation) führt das zu:

$$P_{AM} = P_c \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

Spitzenleistung oder PEP (Peak Envelope Power)

= Leistung einer Trägerperiode bei maximaler Hüllkurvenamplitude.

Bei sinusförmigem Modulationssignal gilt:

$$PEP = P_c \cdot (1 + m)^2$$

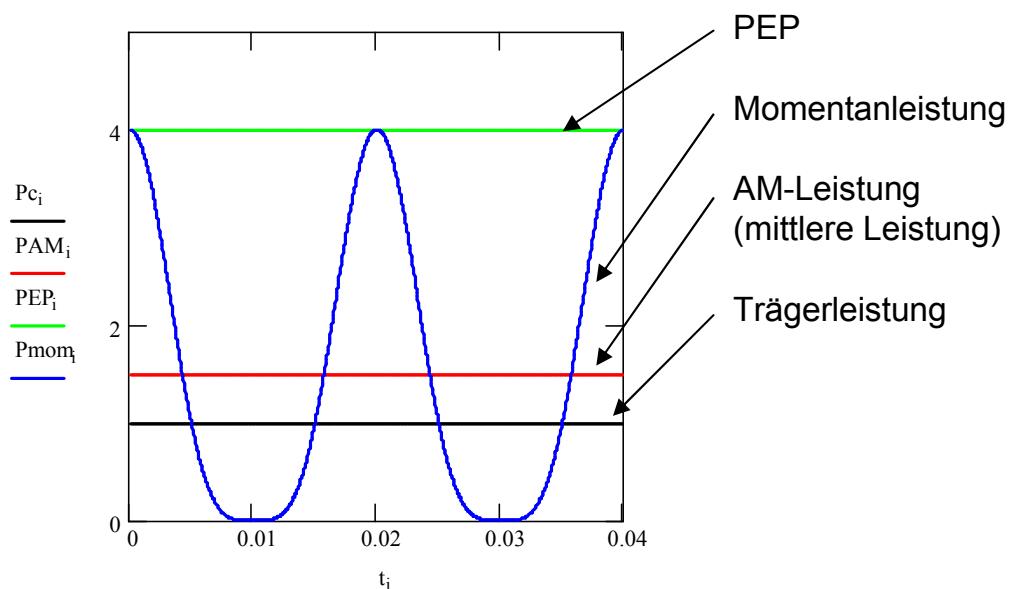
26

Praktisch bedeutet das, dass ein AM-Sender langfristig die mittlere Leistung P_{AM} abgibt. Er muss aber auch in der Lage sein, kurzfristig die vierfache Trägerleistung (PEP) liefern zu können.

Dies stellt hohe Anforderungen an die Linearität der Endstufe.

Beispiel:

Trägerleistung, mittlere AM-Leistung und PEP bei $m = 100\%$





2.1 Amplitudenmodulation

2.1.2 Zweiseitenbandmodulation ZSB und Einseitenbandmodulation SSB

Gewöhnliche AM-Signale sind sowohl bezüglich ihrer Leistung wie auch bezüglich der Bandbreite sehr ineffizient.

So stecken im besten Fall ($m = 1$) $2/3$ der Leistung im unmodulierten Träger, und nur $1/3$ der Leistung in den informationstragenden Seitenbändern. Es ist daher naheliegend, den Träger zumindest stark zu reduzieren oder ihn einfach wegzulassen. Dies führt zur **Zweiseitenbandmodulation** mit unterdrücktem Träger (**DSSC**, double sideband suppressed carrier).

DSSC verbessert zwar die Leistungseffizienz, hat aber immer noch die selbe Bandbreite wie gewöhnliche AM.

Da die Information in jedem Seitenbändern vollständig enthalten ist, genügt eigentlich die Übertragung eines einzelnen Seitenbands, was zur

Einseitenbandmodulation (SSB, single side band) führt. Varianten:

- USB, OSB: upper sideband, oberes Seitenband
- LSB, USB: lower sideband, unteres Seitenband

Den mit diesen Modulationsarten verbundenen Vorteilen steht allerdings ein deutlich grösserer Aufwand bei Sendern und Empfängern gegenüber.

27

Früher war das Empfangen von SSB- und ZSB-Signalen mit sehr grossem Aufwand verbunden und praktisch nur für einen geübten Funker möglich. Demgegenüber bietet die normale AM sehr einfache Demodulationsmöglichkeiten und ist auch für ungeübte Benutzer möglich.

Heute sind diese Probleme an sich nicht mehr von Bedeutung. Dass die gewöhnliche AM bisher aber trotzdem nicht durch effizientere Methoden ersetzt wurde, ist im wesentlichen eine Frage der Kompatibilität.

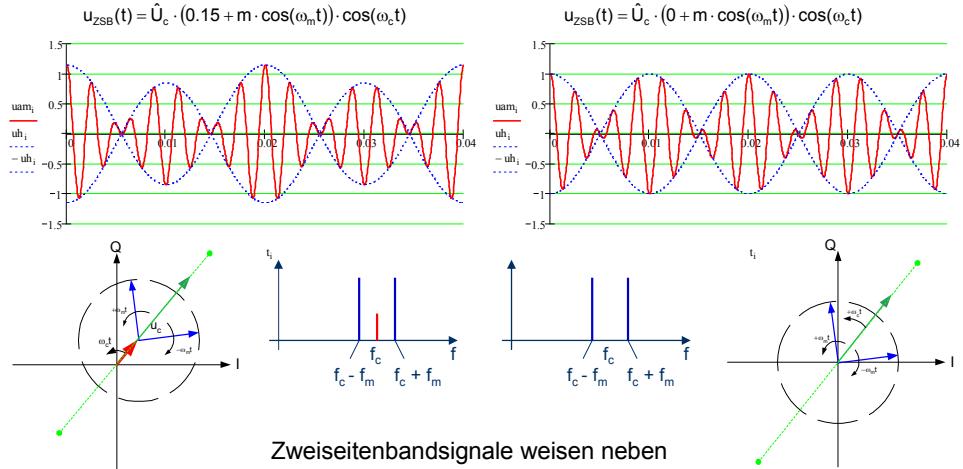
2.1 Amplitudenmodulation

Zweiseitenbandmodulation

Beispiele mit sinusförmigem Modulationssignal:

$m = 100\%$, Träger auf 15% reduziert

$m = 100\%$, Träger unterdrückt



28

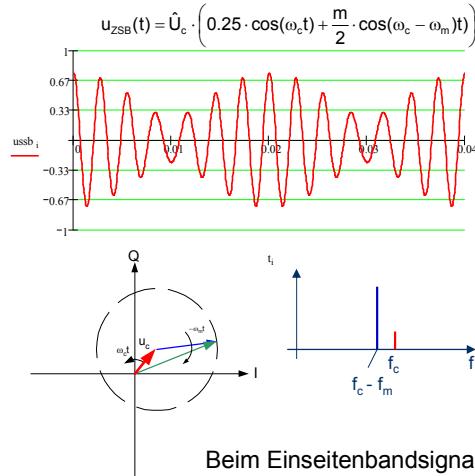
Bei Zweiseitenband-AM mit reduziertem oder unterdrücktem Träger erscheint die Hüllkurve gegenüber dem Modulationssignal verzerrt.

2.1 Amplitudenmodulation

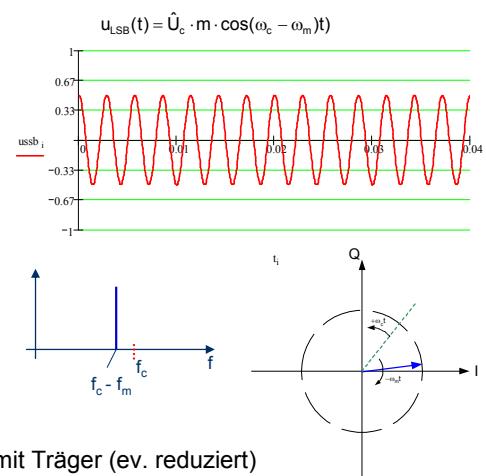
Einseitenbandmodulation SSB

Beispiele mit sinusförmigem Modulationssignal:

LSB, $m = 1$, Träger auf 25% reduziert



LSB, $m = 1$, Träger unterdrückt



Beim Einseitenbandsignal mit Träger (ev. reduziert)
treten auch Phasenschwankungen auf.

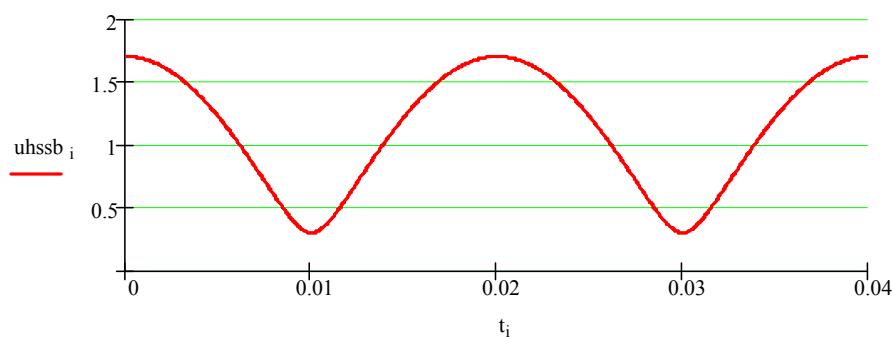
29

Beim SSB-Signal mit Träger oder mit reduziertem Träger kann in der Hüllkurve noch das Modulationssignal erkannt werden. Die Hüllkurve weist jedoch einen gegenüber dem Modulationssignal verzerrten Verlauf auf.

Die Formel für die Hüllkurve bei SSB mit Träger lautet:

$$u_{hSSB\ m.T.}(t) = \hat{U}_c \cdot \sqrt{1 + m^2 + 2 \cdot m \cdot \cos(\omega_m t)}$$

Beispiel mit $m = 70\%$ und vollem Träger:



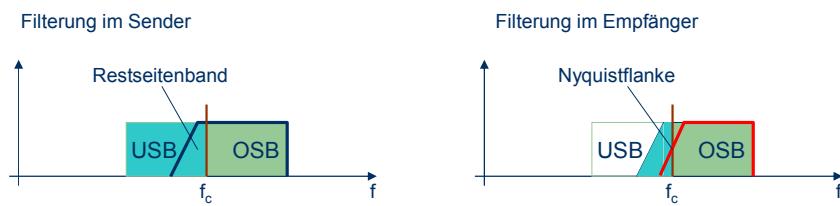
Bei SSB ohne Träger und sinusförmigem Modulationssignal ist die Hüllkurve konstant. Eine Modulation ist nicht ersichtlich.

2.1 Amplitudenmodulation

2.1.3 Restseitenbandmodulation VSB

Falls das Basisband tiefe Frequenzen bis gegen 0 Hz enthält, so kann SSB nicht oder nur sehr schlecht realisiert werden (sehr steile Filter, etc.). Hier hilft **Restseitenbandmodulation (VSB)**, bei der ein kleiner Teil des unerwünschten Seitenbandes mit übertragen wird.

Damit nun keine Fehler auftreten, muss auf der Empfängerseite vor der SSB-Demodulation ein spezielles Filter mit einer sogenannten **Nyquistflanke** (punkt-symmetrischer Verlauf) vorgeschaltet werden. Die beim einen Seitenband weggeschnittenen Anteile werden durch einen entsprechenden Anteil des anderen Seitenbandes ergänzt.



Anwendung findet die Restseitenbandmodulation z.B. bei der TV-Bild-Übertragung.

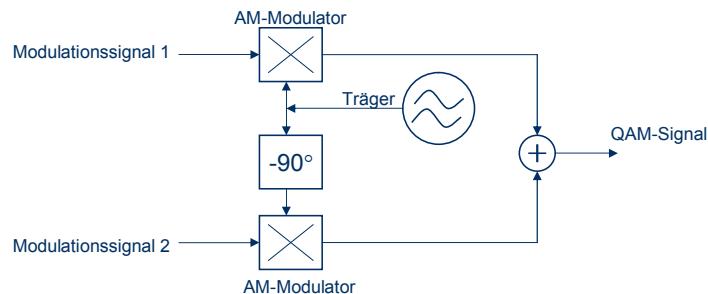
2.1 Amplitudenmodulation

2.1.4 Independent Sideband ISB

Die beiden Seitenbänder können auch mit unterschiedlichen Informationen moduliert werden, z.B. mit dem linken und dem rechten Kanal eines Stereo-Signals.

2.1.5 Quadratur-AM QAM

Zwei um 90° phasenverschobene Träger können mit je einem unabhängigen Signal moduliert und zusammen übertragen werden. Man nennt dieses Verfahren Quadraturamplitudenmodulation QAM.



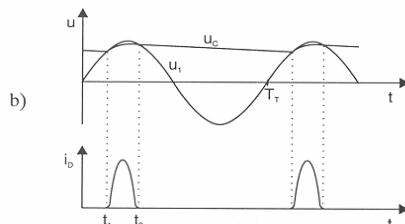
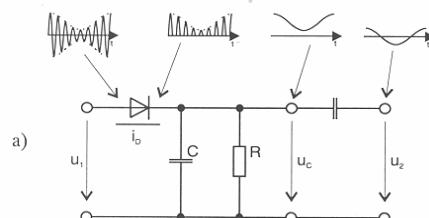
2.1 Amplitudenmodulation

2.1.6 AM-Demodulatoren

Inkohärente Demodulation mit Hüllkurvendemodulator

Diese einfachste Demodulatorschaltung kommt mit einem Minimum an Bauelementen aus. Sie besteht aus einem Spitzengleichrichter und einem nachfolgenden Tiefpass (RC-Glied).

Es handelt sich hier um eine **inkohärente Demodulation**, da keine diese Schaltung ohne eine Trägerrückgewinnung auskommt.

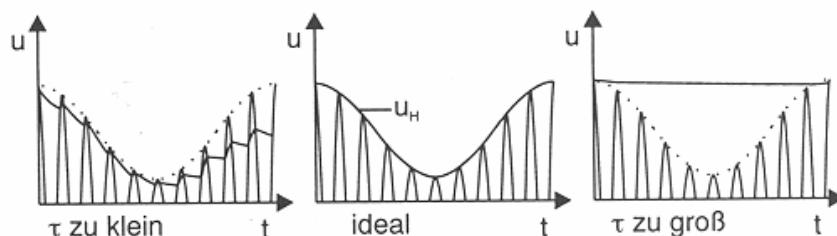


a) Schaltung des Hüllkurvendemodulators
b) Spannungs- und Stromverlauf

32

Wichtig ist die Wahl der Zeitkonstante des RC-Glieds. Sie darf weder zu klein noch zu gross sein. Für ihre Grenzfrequenz f_g gilt die Forderung

$$f_{mo} < f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} < f_c - f_{mo} .$$



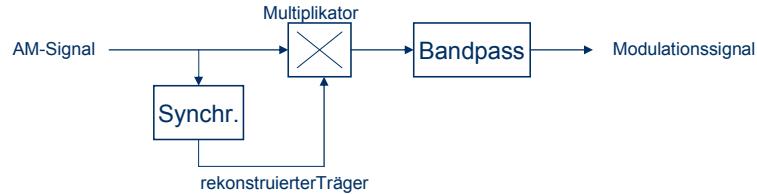
$$\tau = R \cdot C$$

2.1 Amplitudenmodulation

Kohärente AM-Demodulatoren

Die aufwändigste, aber dafür beste Methode zur AM-Demodulation ist der **Produkt- oder Synchrondemodulator**.

Das empfangene AM-Signal wird mit einem rekonstruierten Trägersignal multipliziert, d.h. die Seitenbänder werden in ihre ursprüngliche Lage im Basisband umgesetzt (gemischt). Nach einer Bandpassfilterung liegt wieder das ursprüngliche Modulationsignal vor.



Ist im modulierten Signal ein Träger oder Trägerrest vorhanden, so kann der ursprüngliche Träger recht gut rekonstruiert werden. Ein Phasendifferenz zum ursprünglichen Träger ergibt eine Gleichspannungskomponente. Daher ist am Ausgang ein Bandpassfilter notwendig.

Der Produktdemodulator ist für sämtliche AM-Arten (ZSB, SSB, etc.) geeignet.

33

Zur Trägerrückgewinnung (Synchronisation) kann ein schmalbandiges Bandpassfilter oder ein PLL (Phase Locked Loop) eingesetzt werden.

Wenn das Modulationssignal sehr tiefe Frequenzen enthält, wird die Trägerrückgewinnung mit diesen Methoden schwierig.

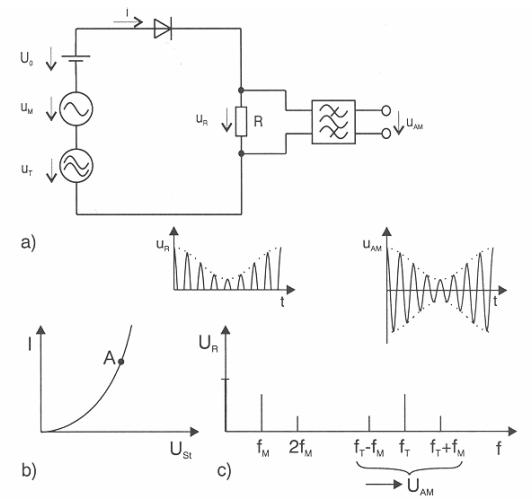
So wird z.B. beim UKW-Stereo-Signal ein Pilotton mit übertragen, aus dem dann der Träger für die Demodulation des Differenzsignals gewonnen werden kann.

2.1 Amplitudenmodulation

2.1.7 AM-Modulatoren

Grundsätzlich kann mit jeder **Nichtlinearität** eine AM erzeugt werden.

Beim **Diodenmodulator** wird die (nichtlineare) Diode in einem durch U_0 definierten Arbeitspunkt durch die Summe von $u_m(t)$ und $u_c(t)$ ausgesteuert. Damit fließt im Stromkreis ein nichtlinearer Strom, der am Lastwiderstand eine Spannung erzeugt, deren Spektrum nebst vielen unerwünschten Oberwellen auch das gewünschte AM-Signal enthält. Dieses wird vom Bandpassfilter durchgelassen. Die Nichtlinearität sollte eine rein quadratische Kennlinie aufweisen!



a) Schema des einfachen Diodenmodulators
b) Kennlinie der nichtlinearen Diode
c) Spektrum des Ausgangssignals

34

$$\text{Die quadratische Kennlinie } i = k \cdot u_s^2$$

wird durch das Steuersignal (sinusförmige Modulation)

$u_s(t) = U_0 + u_m(t) + u_c(t) = U_0 + \hat{U}_m \cdot \cos(\omega_m t) + \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t)$
ausgesteuert. Der Strom

$$i(t) = k \cdot (U_0 + \hat{U}_m \cdot \cos(\omega_m t) + \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t))^2$$

enthält unter anderem die gewünschten Frequenzkomponenten

$$\omega_c, (\omega_c - \omega_m), (\omega_c + \omega_m).$$

Eine Diode hat nur angenähert eine quadratische Kennlinie. Der PN-Übergang einer Diode weist tatsächlich einen exponentiellen Verlauf auf:

$$i = I_s \cdot \left(e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) \quad \begin{aligned} I_s &= \text{Sperrstrom} \\ U_T &= \text{Temperaturspannung (ca. 25mV)} \end{aligned}$$

Die Exponentialfunktion kann auch als Potenzreihenentwicklung dargestellt werden:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

Nebst vielen anderen Potenzen kommt auch das für den AM-Modulator notwendige quadratische Glied vor.

Störend sind sämtliche Glieder höherer Ordnung. Sie können unerwünschte Frequenzkomponenten erzeugen, die im AM-Band liegen und daher nicht vom Bandpassfilter entfernt werden können.

2.1 Amplitudenmodulation

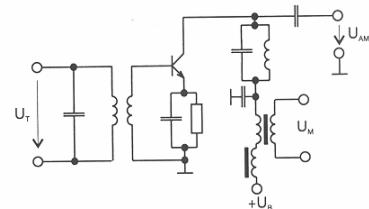
AM-Modulatoren

Bei Sendern erfolgt die **Amplitudenmodulation** oft in der Endstufe (Röhre oder Transistor). Dabei wird die Verstärkung der Endstufe durch das Modulationssignal beeinflusst.

Praktisch wird meist die wirksame Speisespannung der Endstufe durch das Modulationssignal gesteuert. Dies kann beispielsweise mit schnellen getakteten Speisegeräten oder aber, wie im nebenstehenden Beispiel, durch einen Modulationstrafo geschehen.

Die benötigte NF-Leistung liegt in der Größenordnung der Sendeleistung, muss doch das NF-Signal praktisch die Seitenbandleistung aufbringen.

Die HF-Endstufe kann dafür auch im nichtlinearen Betrieb mit guten Wirkungsgrad arbeiten. Die entstehenden Oberwellen werden im Kollektorschwingkreis wieder weggefiltert.



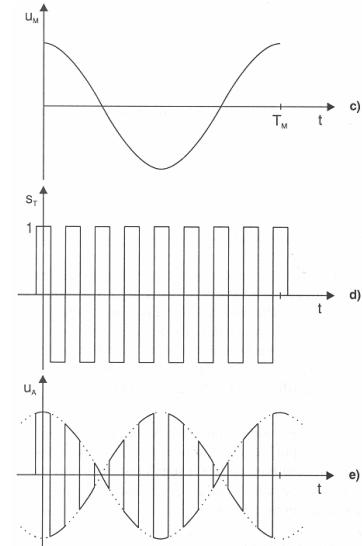
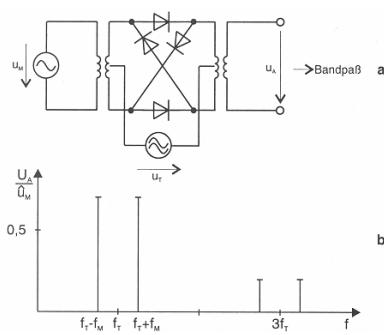
2.1 Amplitudenmodulation

ZSB-Modulatoren

Zweiseitenbandsignale ohne Träger können mit **Multiplikatoren**

$$\cos(\omega_c t) \cdot \cos(\omega_m t) = \frac{1}{2} (\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t)$$

oder mit **Ringmischer** realisiert werden:



36

a) Schema des Ringmischers.

Die 4 Dioden schalten die Polarität des Modulationssignals im Takt des Trägersignals um.

b) Ausgangsspektrum des Ringmischers.

Die Komponenten um die drei- und mehrfache Trägerfrequenz müssen mit einem Bandpassfilter weggefertigt werden.

c) Modulationssignal

d) Schaltfunktion

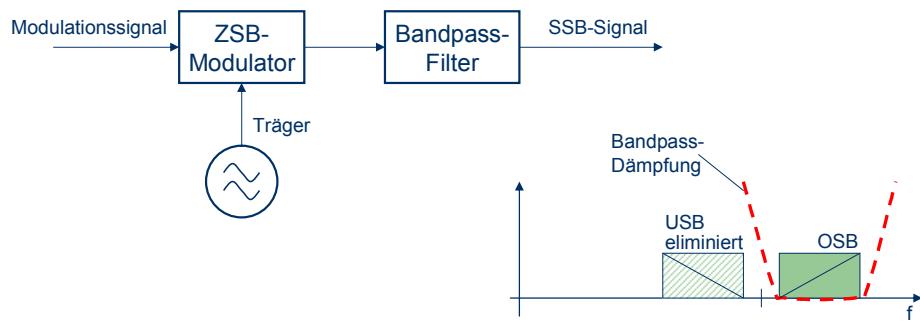
e) Ausgangssignal des Ringmischers (idealisiert)

2.1 Amplitudenmodulation

SSB-Modulatoren

Einseitenbandmodulatoren nach dem **Filterprinzip**:

Nach dem AM-Modulator (sinnvollerweise ein ZSB-Modulator mit unterdrücktem Träger) wird das unerwünschte Seitenband wird mit einem schmalbandigen Bandpassfilter entfernt.

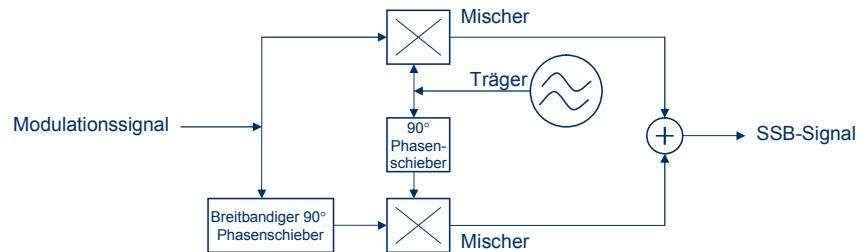


37

Um die notwendige Filtersteilheit zu erreichen, sind meistens Kurzfilter erforderlich.

2.1 Amplitudenmodulation

Der **SSB-Modulator** nach der **Phasenmethode** beruht auf dem Prinzip der Auslöschung gegenphasiger Signale. An den Ausgängen der Mischer liegen jeweils beide Seitenbänder vor, allerdings in unterschiedlichen Phasenlagen. Sind z.B. die beiden oberen Seitenbänder gegenphasig, so heben sie sich bei der anschliessenden Addition auf, die beiden gleichphasigen unteren Seitenbänder addieren sich. Es entsteht ein USB-Signal.



Mit analoger Schaltungstechnik sind die notwendigen breitbandigen Phasenschieber nur sehr schwer realisierbar, so dass die Phasenmethode früher kaum zum Einsatz kam. Mit digitaler Signalverarbeitung können die notwendigen Schaltungsböcke heute jedoch problemlos realisiert werden.



2.1 Amplitudenmodulation

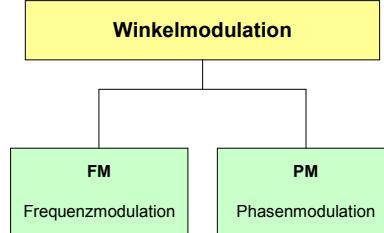
2.1.8 Stör- und Rauschverhalten von AM

- Bei AM-Signalen liegt die Information in den Amplitudenschwankungen. Dies erfordert eine lineare Signalverarbeitung.
- Störungen äussern sich meist durch Amplitudenschwankungen. Sie sind also AM-ähnlich und können nur schlecht von den gewünschten Amplitudenschwankungen getrennt werden.
- Bei der Demodulation führen die unterschiedlichen Bandbreiten und Leistungsverhältnisse zu veränderten Rauschabständen:

| Modulationsart | Bandbreite | Verbesserung des Rauschabstandes $(S/N)_A/(S/N)_E$ |
|---------------------------------|-------------------|--|
| Gewöhnliche AM (ZSB mit Träger) | $2f_{mo}$ | $(2m^2)/(1+m^2)$ |
| ZSB-AM ohne Träger | $2f_{mo}$ | 2 |
| ESB-AM ohne Träger | $f_{mo} - f_{mu}$ | 1 |

2.2 Winkelmodulation

2.2 Winkelmodulation



Frequenzmodulation:

Die Trägerfrequenz ω_c wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

$$\omega_c(t) = f(u_m(t))$$

Phasenmodulation:

Die Trägerphase θ_c wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

$$\theta_c(t) = f(u_m(t))$$

40

Frequenzmodulation

Beeinflussung von ω_c durch den Modulationsinhalt

Phasenmodulation

Beeinflussung von θ durch den Modulationsinhalt

Frequenz- und Phasenmodulation wird unter dem Begriff **Winkelmodulation** zusammengefasst. Beides beeinflusst das Argument (Winkel) des Cosinus.

2.2 Winkelmodulation

2.2.1 Frequenz- und Phasenmodulation

Frequenz und Phase eines harmonischen Trägers sind im Argument (Winkel) der Cosinus-Funktion enthalten. Frequenz- und Phasenmodulation beeinflussen beide den Winkel. Sie werden daher unter dem Begriff **Winkelmodulation** zusammengefasst.

Träger:

$$u_c(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \Theta_c) = \hat{U}_c \cdot \cos(\Phi(t))$$

Modulationssignal:

$$u_m(t)$$

FM-Signal:

$$u_{FM}(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c(t) t + \Theta_c)$$

PM-Signal:

$$u_{PM}(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \Theta_c(t))$$

Der bereits im unmodulierten Fall zeitabhängige Winkel $\Phi(t)$ wird also zusätzlich durch das Modulationssignal beeinflusst.

Die Trägeramplitude \hat{U}_c bleibt hingegen immer konstant!



2.2 Winkelmodulation

Der gesamte momentane Phasenwinkel des Trägers ist

$$\phi_c(t) = \omega_c(t) \cdot t + \theta_c(t)$$

Die momentane Kreisfrequenz des Trägers ist gegeben durch

$$\omega_c(t) = \frac{d\phi_c(t)}{dt}$$

Damit können wir für die Winkelmodulation schreiben

$$u_{c_{PM}}(t) = \hat{u}_c \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \sin(\omega_m t))$$

η = Spitzenwert von $\theta(t)$ = Modulationsindex



2.2 Winkelmodulation

Daraus erhalten wir die Momentanfrequenz

$$f(t) = \frac{\omega_c}{2\pi} + \frac{\eta\omega_m}{2\pi} \cos(\omega_m t)$$

und mit

$$\Delta f = \eta f_m \quad \eta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

$$u_{c_{PM}}(t) = \hat{u}_c \cdot \cos\left(\omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(\omega_m t)\right)$$



2.2 Winkelmodulation

Spektrum von FM und PM

Für die Spektralbetrachtung müssen die Fourierkoeffizienten bestimmt werden aus

$$u_{c_{PM}}(t) = \hat{u}_c \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \sin(\omega_m t)) \\ = \hat{u}_c [\cos(\omega_c t) \cos(\eta \cdot \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_c t) \sin(\eta \cdot \sin(\omega_m t))]$$

Für die **gerade Funktion** erhalten wir:

$$J_0(\eta) + 2J_2(\eta)\cos(2\omega_m t) + 2J_4(\eta)\cos(4\omega_m t) + \dots + 2J_{2n}(\eta)\cos(2n\omega_m t)$$

und für die **ungerade Funktion**

$$2J_1(\eta)\sin(\omega_m t) + 2J_3(\eta)\sin(3\omega_m t) + 2J_5(\eta)\sin(5\omega_m t) + \dots + 2J_{2n-1}(\eta)\cos((2n-1)\omega_m t)$$

J_i = Besselfunktion erster Art der Ordnung i

44

Die Bandbreite einer Frequenzmodulation ist nach Carson's Regel:

$$B = 2(\Delta f + f_m)$$

Δf wird auch als Hub H bezeichnet.

2.2 Winkelmodulation

Spektrum von FM und PM

Für die Spektralbetrachtung müssen die Fourierkoeffizienten bestimmt werden. Dazu muss $u_{PM}(t)$ zuerst in komplexer Weise dargestellt werden:

$$u_{PM}(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \cos(\omega_m t)) = \hat{U}_c \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\omega_c t + \eta \cos(\omega_m t))}) \\ = \hat{U}_c \cdot \operatorname{Re}(e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_m t)})$$

Der Faktor $e^{j\eta \cos(\omega_m t)}$ kann mit der Potenzreihe wie folgt dargestellt werden:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$e^{j\eta \cos(\omega_m t)} = 1 + j\eta \cdot \cos(\omega_m t) + \frac{1}{2!} j^2 \eta^2 \cos^2(\omega_m t) + \frac{1}{3!} j^3 \eta^3 \cos^3(\omega_m t) + \dots$$

Nach verschiedenen trigonometrischen Umformungen und Zusammenfassungen folgt:

$$e^{j\eta \cos(\omega_m t)} = J_0(\eta) + 2j \cdot J_1(\eta) \cdot \cos(\omega_m t) + 2j^2 \cdot J_2(\eta) \cdot \cos(2\omega_m t) \\ + 2j^3 \cdot J_3(\eta) \cdot \cos(3\omega_m t) + \dots$$

$J_n(\eta)$ werden als Besselfunktionen erster Art der Ordnung n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) bezeichnet. Ihre Werte findet man u.a. in Tabellenbüchern.

2.2 Winkelmodulation

Der neue Ausdruck für $e^{j\eta \cos(\omega_m t)}$ kann nun wieder in die Formel für $u_{PM}(t)$ eingesetzt werden. Anschliessend ist der Realteil zu bilden:

$$\begin{aligned} u_{PM}(t) &= \hat{U}_c \cdot \operatorname{Re}\left(e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_m t)}\right) = \hat{U}_c \cdot \operatorname{Re}\left[\left(\cos(\omega_c t) - j\sin(\omega_c t)\right) \cdot e^{j\eta \cos(\omega_m t)}\right] \\ &= \hat{U}_c \cdot \left\{ [J_0(\eta) - 2 \cdot J_2(\eta) \cdot \cos(2\omega_m t) + \dots] \cdot \cos(\omega_c t) \right. \\ &\quad \left. - [2 \cdot J_1(\eta) \cdot \cos(\omega_m t) - 2 \cdot J_3(\eta) \cdot \cos(3\omega_m t) + \dots] \cdot \sin(\omega_c t) \right\} \end{aligned}$$

Mit den trigonometrischen Beziehungen $\cos\alpha \cdot \cos\beta = 0.5 \cdot [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$ und $\cos\alpha \cdot \sin\beta = 0.5 \cdot [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$ erhält man das gewünschte Resultat:

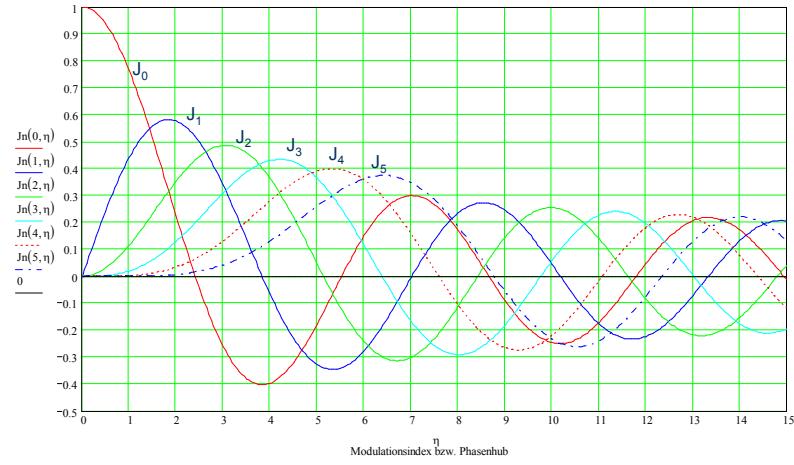
$$\begin{aligned} u_{PM}(t) &= \hat{U}_c \cdot \left\{ J_0(\eta) \cdot \cos(\omega_c t) - J_1(\eta) \cdot [\sin(\omega_c + \omega_m)t + \sin(\omega_c - \omega_m)t] \right. \\ &\quad - J_2(\eta) \cdot [\cos(\omega_c + 2\omega_m)t + \cos(\omega_c - 2\omega_m)t] \\ &\quad + J_3(\eta) \cdot [\sin(\omega_c + 3\omega_m)t + \sin(\omega_c - 3\omega_m)t] \\ &\quad \left. + \dots \right\} \end{aligned}$$

Das **Spektrum einer winkelmodulierten Schwingung** besteht somit aus folgenden Komponenten:

- **Trägerfrequenz f_c mit der Amplitude $J_0(\eta) \cdot \hat{U}_c$, sowie aus unendlich vielen**
- Seitenfrequenzen $f_c + n \cdot f_m$ und $f_c - n \cdot f_m$ mit den Amplituden $J_n(\eta) \cdot \hat{U}_c$**

2.2 Winkelmodulation

Besselfunktionen $J_n(\eta)$ erster Art der Ordnung n



Die Besselfunktion J_n bestimmt die Amplituden der beiden Seitenfrequenzen im Abstand von $+ n \cdot f_m$ und $-n \cdot f_m$ vom Träger. J_0 führt zur Amplitude der Spektallinie auf f_c .



2.2 Winkelmodulation

Nullstellen der Besselfunktionen

Jede Besselfunktion weist bei bestimmten Phasenhüben $\Delta\Phi_c$ (bzw. Modulationsindex η) Nullstellen auf. Diese können zum präzisen Bestimmen der Modulationsstärke genutzt werden.

| Nullstellen der Besselfunktionen erster Art | | | | |
|---|-------------|-------|--------|--------|
| Besselordnung | Nullstellen | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | 2.405 | 5.520 | 8.654 | 11.792 |
| 1 | 3.832 | 7.016 | 10.173 | 13.324 |
| 2 | 5.136 | 8.417 | 11.620 | 14.796 |
| 3 | 6.380 | 9.761 | 13.015 | |

Besselordnung 0 = Träger

Besselordnung 1 = 1. Seitenband-Spektrallinie

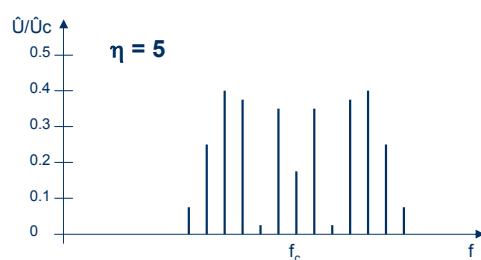
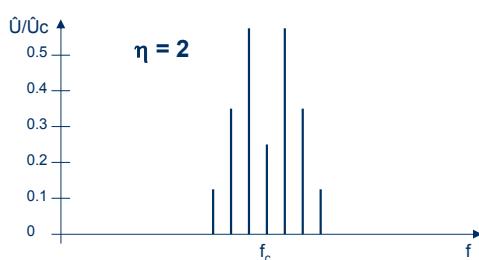
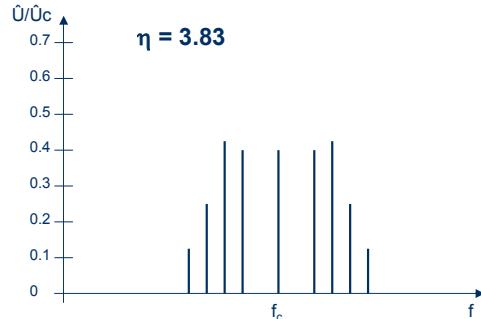
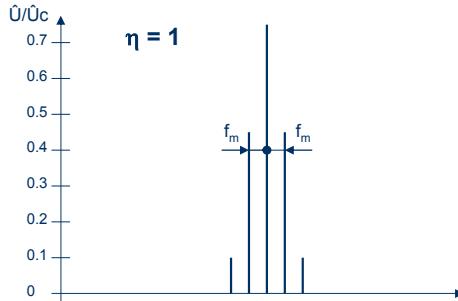
Besselordnung 2 = 2. Seitenband-Spektrallinie

etc.

Das Argument der Funktion entspricht dem Modulationsindex η

2.2 Winkelmodulation

Amplitudenspektren bei Winkelmodulation



49

Obige WM-Spektren zeigen folgende Bandbreiten:

$$\eta = 1: \quad B_{WM} = 4 \cdot f_m$$

$$\eta = 2: \quad B_{WM} = 6 \cdot f_m$$

$$\eta = 3,83: \quad B_{WM} = 10 \cdot f_m$$

$$\eta = 5: \quad B_{WM} = 12 \cdot f_m$$

Besonders zu beachten sind die Nullstellen einzelner Besselfunktionen. Im Spektrum mit $\eta = 3,83$ ist beispielsweise die Funktion $J_1 = 0$. Daher sind keine Linien im Abstand von f_m zum Träger vorhanden.

2.2 Winkelmodulation

Bandbreite der Winkelmodulation

Bei Betrachtung der vorigen Beispiele und der Besselfunktionen stellt man fest, dass die Spektrallinien von einem bestimmten n an immer kleiner werden und bald Werte gegen Null annehmen. Dadurch wird das theoretisch unendlich breite Spektrum praktisch auf einen endlichen Wert begrenzt.

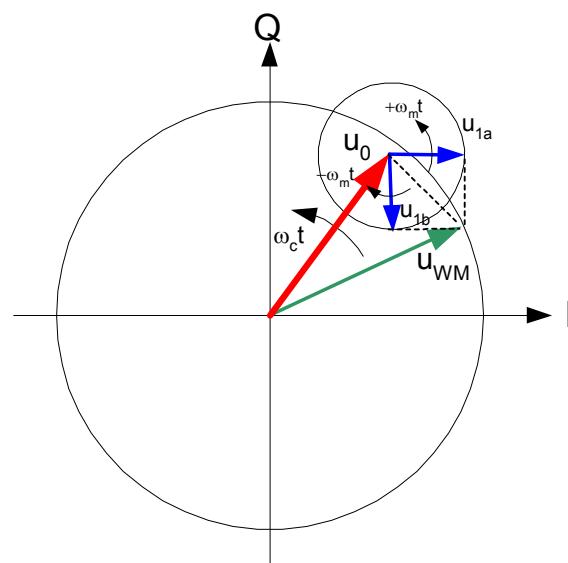
Berücksichtigt man nur Spektrallinien mit Amplituden $> 0.1 \cdot \hat{U}_c$ so kann die Bandbreite eines Winkelmodulationssignals wie folgt angegeben werden (Carson-Regel):

$$B_{WM} = 2 \cdot (\Delta f + f_m) = 2 \cdot f_m \cdot (1 + \eta)$$

Bei sehr kleinen Phasenhüben unterscheidet sich das Amplitudenspektrum kaum von einem AM-Signal. Das Phasenspektrum zeigt jedoch bei den Seitenfrequenzen eine Phasenverschiebung von -90° .

50

Nachstehendes Zeigerdiagramm zeigt ein WM-Signal mit sehr kleinem Modulationsindex. Die Komponente u_0 auf f_c ergibt zusammen mit den beiden Seitenfrequenzen u_{1s} und u_{1b} die resultierende WM-Signal u_{WM} .



Der resultierende (grüne) Zeiger u_{WM} entspricht dem pendelnden Zeiger im Pendelzeigerdiagramm. Die anderen Zeiger sind hingegen harmonische Schwingungen, also Linien im Amplitudenspektrum.

2.2 Winkelmodulation

Leistung von Winkelmodulationssignalen

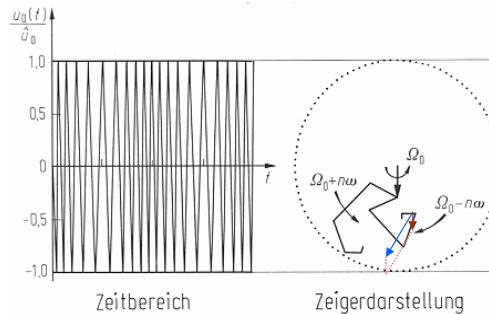
Da bei Winkelmodulation die Amplitude des Trägers nicht verändert wird, entspricht die WM-Leistung gerade der Trägerleistung.

$$P_{WM} = P_c = \frac{\hat{U}_c^2}{2 \cdot R}$$

Die Amplitude der Komponente auf der Trägerfrequenz f_c ist bei modulierten Signalen deutlich kleiner als die Amplitude des unmodulierten Trägers.

Sämtliche Zeiger des WM-Spektrums addieren sich aber schliesslich zur konstanten WM-Amplitude. Die Summe der Leistungen sämtlicher Spektrallinien ist ebenfalls gleich der WM-Leistung.

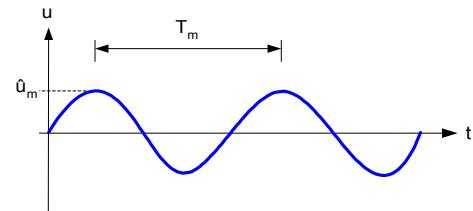
Da WM-Signale eine konstante Amplitude aufweisen, können sie nichtlinear verstärkt werden, ohne dass Modulationsverzerrungen auftreten.



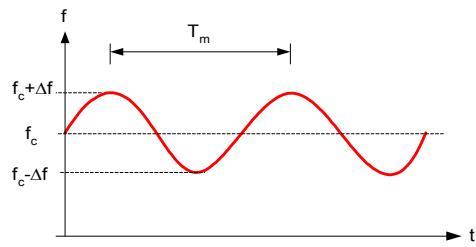
51

2.2 Winkelmodulation

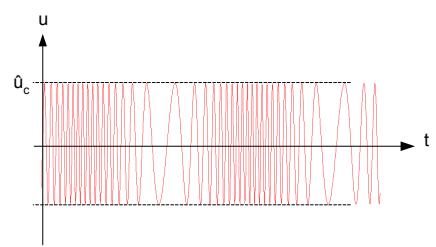
Darstellungsmöglichkeiten der Winkelmodulation



Modulationsspannung im Zeitbereich



Momentanfrequenz im Zeitbereich



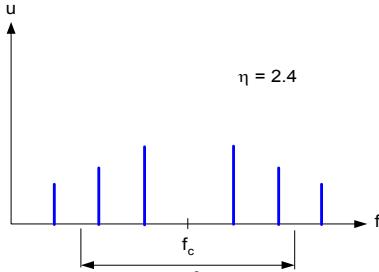
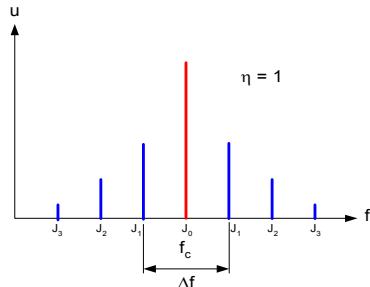
Winkelmoduliertes Signal im Zeitbereich

52

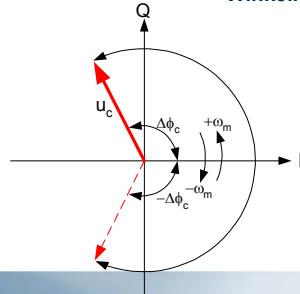
Darstellung im **Zeitbereich** = KO-Darstellung

2.2 Winkelmodulation

Darstellungsmöglichkeiten der Winkelmodulation



Winkelmoduliertes Signal im Frequenzbereich



Winkelmoduliertes Signal im Phasenbereich

53

Darstellung im **Frequenzbereich** = Spektrum Analytator

Darstellung im **Phasenzustandsdiagramm**:

Der Phasenbereich wird als Polardiagramm dargestellt.

Das Signal wird zu einem bestimmten Zeitpunkt als Zeiger dargestellt. Die Zeigerlänge entspricht der Amplitude \hat{u}_c und der Winkel θ der momentanen Phasenlage.

Die positive I-Achse (x-Achse) entspricht 0 Grad.

2.2 Winkelmodulation

Phasen- und Frequenzverlauf

Phase und Frequenz einer harmonischen Schwingung wirken beide auf den Winkel $\Phi(t)$.

Für eine unmodulierte Schwingung gilt:

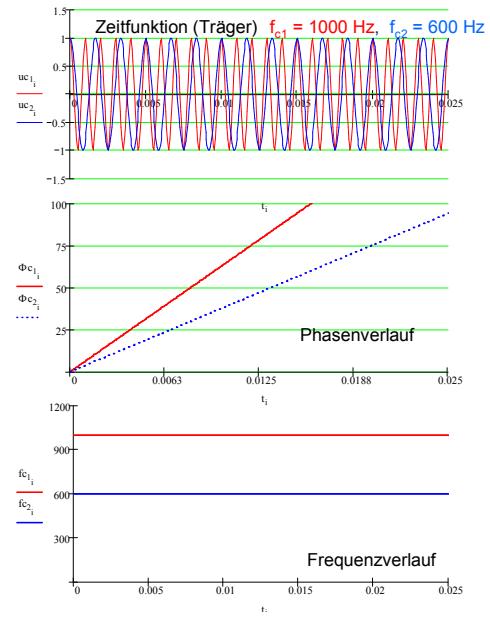
$$\Phi_c(t) = \omega_c \cdot t + \Theta_c$$

Die Momentanfrequenz ist die Ableitung des Winkelverlaufs nach der Zeit:

$$\omega_c(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Umgekehrt ist die Momentanphase das Integral des Frequenzverlaufs über die Zeit:

$$\Phi_c(t) = \int_0^t \omega_c(t) \cdot dt$$



2.2 Winkelmodulation

Frequenz- und Phasenverlauf eines winkelmodulierten Trägers

Das Modulationssignal beeinflusst hier die Phase des Trägers. Die maximale Abweichung der modulierten Phase gegenüber der unmodulierten Phase wird **Phasenhub** oder **Modulationsindex η** genannt. Dieser ist proportional zur Amplitude des Modulationssignals.

$$\eta = k \cdot \hat{U}_m \quad (k = \text{Modulatorkonstante})$$

Zeitfunktion:

$$u_{PM}(t) = \hat{U}_c \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \cos(\omega_m t))$$

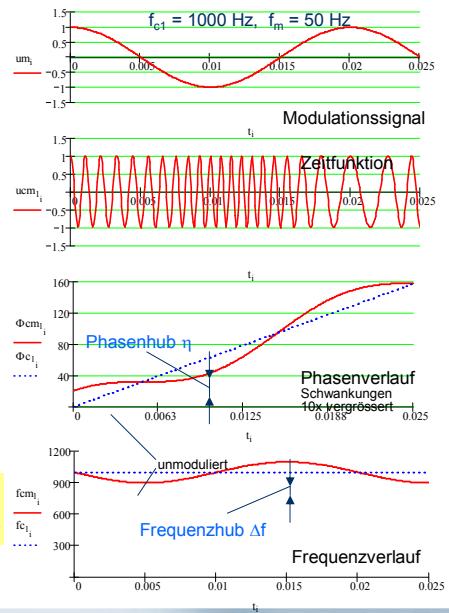
Phasenverlauf:

$$\Phi_c(t) = \omega_c t + \eta \cdot \cos(\omega_m t)$$

Frequenzverlauf:

$$\omega_c(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_c t - \eta \cdot \omega_m \cdot \sin(\omega_m t)$$

$\eta \cdot \omega$ ist der **Frequenzhub Δf** , d.h. die maximale Abweichung der Momentanfrequenz von f_c .



55

2.2 Winkelmodulation

Frequenzhub Δf und Modulationsindex η (Phasenhub)

Der **Frequenzhub Δf** ist die maximale Frequenzabweichung von der unmodulierten Trägerfrequenz.

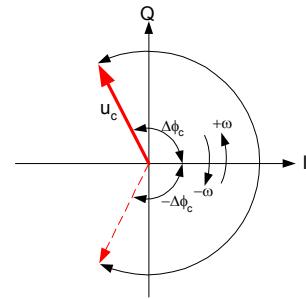
Der **Modulationsindex η** oder **Phasenhub $\Delta\Phi_c$** ist die maximale Phasenabweichung von der unmodulierten Trägerphase.

Das nebenstehende „Pendelzeigerdiagramm“ zeigt die momentane Lage des modulierten Trägerzeigers bezogen auf den unmodulierten Träger ($0^\circ \rightarrow 90^\circ$).

Der Phasenhub $\Delta\Phi_c$ entspricht der maximalen Auslenkung des pendelnden Zeigers.

Der Frequenzhub Δf ist in der maximalen Pendelgeschwindigkeit $+w_{max}$ und $-w_{max}$ zu sehen.

Bei einer bestimmten Modulationsfrequenz f_m sind Frequenzhub Δf und Phasenhub $\Delta\Phi_c$ bzw. Modulationsindex η fest miteinander verknüpft:



$$\Delta f = \eta \cdot f_m \quad \text{bzw.} \quad \eta = \Delta\Phi_c = \frac{\Delta f}{f_m}$$

2.2 Winkelmodulation

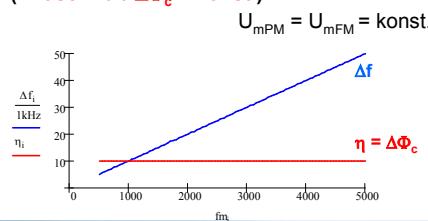
Frequenz- und Phasenmodulation

Bei einer gegebenen, sinusförmigen Modulationsfrequenz sind Frequenz- und Phasenmodulation nicht voneinander zu unterscheiden. Es gilt der Zusammenhang:

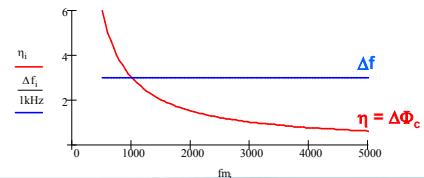
$$\eta = \Delta\Phi_c = \frac{\Delta f}{f_m}$$

Beide Kenngrößen η und Δf verhalten sich zudem proportional zur Modulationssignalstärke \hat{U}_m (Lautstärke). Erst wenn bei konstanter Signalstärke die Modulationsfrequenz variiert wird, kommen die Unterschiede zum Tragen:

PM (Phasenhub $\Delta\Phi_c = \text{konst.}$)



FM (Frequenzhub $\Delta f = \text{konst.}$)



2.2 Winkelmodulation

2.2.2 WM-Modulatoren

VCO als FM-Modulator

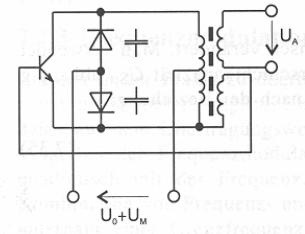
Als FM-Modulatoren werden meist spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCO, voltage controlled oscillator) eingesetzt. Bei hohen Anforderungen an die Frequenzstabilität wird deren Mittenfrequenz mit einem PLL (phase locked loop) geregelt.

PM-Modulatoren

Für kleine Phasenhübe können steuerbare Bandpassfilter als Phasenschieber eingesetzt werden. Sie erlauben die Phasenmodulation von Trägern, die durch hochstabile Oszillatoren erzeugt werden. Der erzeugte Phasenhub kann anschliessend mit Frequenzvervielfachern erhöht werden.

Indirekte Frequenz- und Phasenmodulation

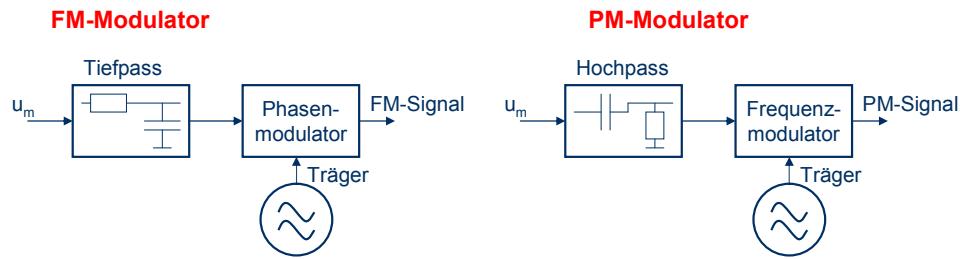
FM kann auch mit einem PM-Modulator erzeugt werden. → nächste Folie



2.2 Winkelmodulation

Preemphasis-Netzwerke

FM und PM unterscheiden sich nur durch den Modulationsfrequenzgang. Mit einer entsprechenden Vorverzerrung (Preemphasis) ist es daher möglich PM mit einem FM-Modulator bzw. FM mit einem PM-Modulator zu erzeugen.

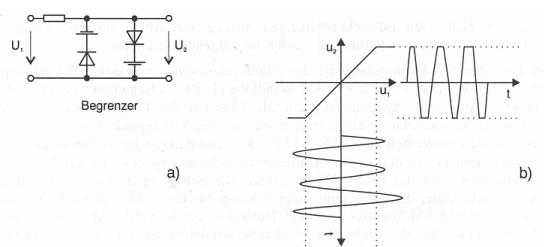


Im UKW-Rundfunk wird der Frequenzgang mit einem Preemphasis-Glied ab $f_g = 3,18 \text{ kHz}$ ($\tau = 50 \mu\text{s}$) angehoben und so aus der FM eine PM gemacht. Dies verbessert den Geräuschabstand oberhalb von f_g .

2.2 Winkelmodulation

2.2.3 FM-Demodulatoren

Winkelmodulierte Signale tragen die Information in den Frequenz- und Phasenschwankungen, also praktisch in den „Nulldurchgängen“. Ihre Amplituden sind dagegen konstant und damit ohne Informationsgehalt. Die auf dem Übertragungsweg aufgefangenen Störungen wirken vorwiegend als Amplitudenschwankungen. Es ist daher meist sinnvoll, einen grossen Teil dieser Störungen vor der eigentlichen Demodulation mit einem **Begrenzer** wegzuschneiden.



Dies ist besonders notwendig, wenn die Demodulation über einen Wandler (Diskriminator) erfolgt.

2.2 Winkelmodulation

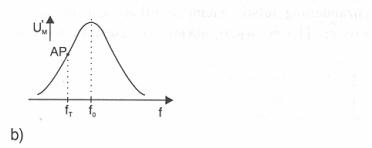
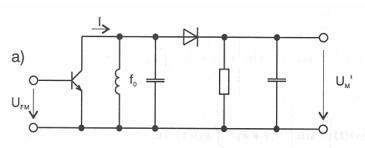
Flankendiskriminator

Früher wurden winkelmodulierte Signale praktisch ausschliesslich über einen Diskriminator (FM/AM-Wandler) mit anschliessendem AM-Demodulator demoduliert.

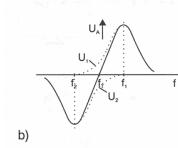
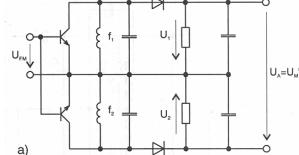


Beispiele:

Einfacher Flankendiskriminator



Gegentakt-Flankendiskriminator



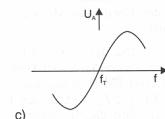
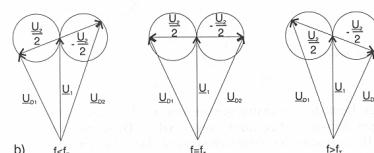
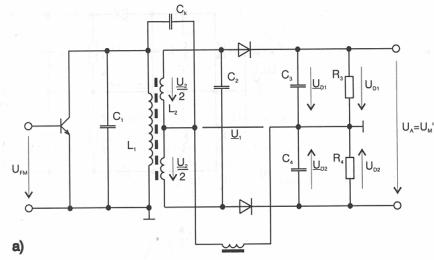
2.2 Winkelmodulation

Phasendiskriminator

Besonders gute Eigenschaften zeigt der nebenstehende **Phasendiskriminator**, der im wesentlichen aus einem induktiv gekoppelten Zweikreisbandpassfilter besteht. Diese klassische Schaltung a) nützt die im Bandpassfilter entstehenden, frequenzabhängigen Phasendrehungen b) aus. C) zeigt die resultierende Demodulator-Kennlinie.

Der Phasendiskriminator ist auch unter den Namen **Riegger-Kreis** und **Foster-Seeley-Diskriminator** bekannt.

Trotz seinem Namen ist der Phasendiskriminator ein FM-Demodulator.



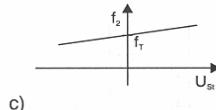
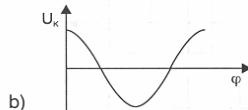
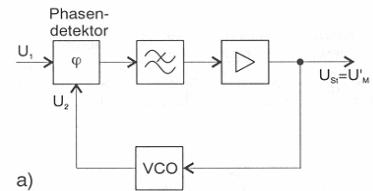
2.2 Winkelmodulation

PLL als FM-Demodulator

Zur FM-Demodulation werden heute oft **Phasenregelkreise (PLL, phase locked loop)** eingesetzt. Die Schaltungsböcke Phasendetektor, Tiefpassfilter und VCO bilden einen Regelkreis, welcher die VCO-Frequenz mit der winkelmodulierten Eingangs frequenz synchronisiert.

Im Phasendetektor werden die beiden Signale miteinander verglichen. Sobald ein Phasenfehler auftritt, wird der VCO entsprechend nachgeregelt.

Da die VCO-Frequenz proportional zur Steuerspannung ist, entspricht diese Steuerspannung gleichzeitig den Frequenzschwankungen des Eingangssignals, was einer FM-Demodulation gleich kommt.



63

2.2 Winkelmodulation

PM-Demodulation mit einem FM-Demodulator

FM-Demodulatoren reagieren auch auf PM-Signale, allerdings mit einem entsprechenden Frequenzgang. Dieser kann mit einem Deemphasis-Netzwerk kompensiert werden, analog zum Preemphasis-Netzwerk bei den Modulatoren.

PM-Demodulator:



WM-Modulatoren und Demodulatoren mit DSP

Heute werden Modulatoren und Demodulatoren immer mehr auch mit **digitalen Signalprozessoren DSP** realisiert. Bei einem DSP-Modulator wird das Modulationssignal digitalisiert, anschliessend das WM-Signal berechnet und über einen DA-Wandler wieder ausgegeben. Umgekehrt digitalisiert ein DSP-Demodulator das HF- oder ZF-Signal und berechnet daraus das Modulationssignal, welches er wieder über einen DA-Wandler ausgibt.

2.2 Winkelmodulation

2.2.4 Stör- und Rauschverhalten von WM

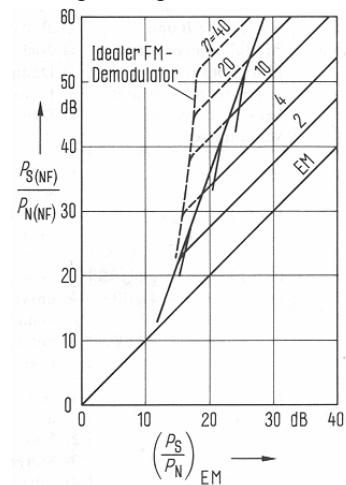
WM-Signale sind gegenüber AM-Signalen bedeutend weniger störanfällig. Dies ist hauptsächlich darin begründet, dass die Information bei WM nicht in der Amplitude, sondern in Frequenz- und Phasenschwankungen liegt.

Gute WM-Demodulatoren reagieren nicht auf Störungen, die sich meist als Amplitudenschwankungen äussern.

Oberhalb einer gewissen Schwelle zeigen FM-Demodulatoren einen gegenüber ESB-AM stark verbesserten Rauschabstand, wie nebenstehende Figur zeigt.

Diese Verbesserung ist umso grösser, je höher der Modulationsindex η ist. Unterhalb der Schwelle ist die Verbesserung deutlich schwächer, oder es tritt sogar eine Verschlechterung gegenüber AM auf.

Nachteilig bei WM kann sich auch die gegenüber AM viel grössere Bandbreite auswirken.





3 Digitale Modulation

Digitale Modulationen haben gegenüber analoger Übertragung zahlreiche Vorteile:

- Digitale Verarbeitung der Information
- Einfacher Multiplexbetrieb
- “Datenverschlüsselung”, Abhörsicherheit
- hohe Störfestigkeit
- Fehlerkorrektur einfach möglich
- Geringerer Bandbreitenbedarf
- Kleinere Nichtlinearitäten, praktisch konstantes S/N
- “einfachere” Schaltungstechnik (Digitalbausteine)



Digitale Modulation eines Sinusträgers

Sinusförmige Träger lassen sich grundsätzlich nach den gleichen drei Möglichkeiten modulieren wie analoge Modulationssignale:

- Amplitudentastung (Amplitude Shift Keying ASK)
- Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)
- Phasenumtastung (Phase Shift Keying PSK)

Bei allen drei Grundarten sind verschiedene Möglichkeiten vorhanden.



3.1 Basisbandsignale

Mit dem Begriff "Basisband" wird der **ursprüngliche Frequenzbereich** eines Signals bezeichnet, das von einer Signalquelle (z.B. Mikrofon, TV-Kamera, Computer) erzeugt wird.

Basisbandsignale werden entweder direkt über ein Kabel übertragen, oder in Senderichtung an eine Übertragungseinrichtung zur nachfolgenden Modulation (oder Multiplexing) und Sendung übergeben. In Empfangsrichtung ist es jenes Frequenzband, das nach Empfang und Demodulation (oder Demultiplexing) einer Nachricht zur Darstellung des Nachrichteninhalts verwendet wird (z.B. durch Lautsprecher, TV-Bildschirm, Computer).

68

Basisbandsysteme sind Systeme, die ohne Trägerfrequenzen, also mit unmodulierten Signalen arbeiten. Das Frequenzspektrum des Sendesignals und die von ihm eingenommene Bandbreite ist direkt abhängig von der Übertragungsgeschwindigkeit, kann aber je nach verwendetem Übertragungsverfahren stark variieren. Die digitalen Signale werden in Form von Impulsen in das Kabel eingespeist und belegen die gesamte Bandbreite des Kabels oder einen Teil davon, wobei der andere Teil nicht mehr für andere Dienste nutzbar ist.

Basisbandsysteme bieten also nur einen Kanal, der logisch auf die verschiedenen Bedürfnisse zugeschnitten werden muss.

Basisbandsignale können nicht direkt über eine Antenne ausgesendet werden. Sie müssen zuerst mit einem Modulationsverfahren und/oder Multiplexverfahren in eine für Funksysteme geeignete Frequenzlage gebracht werden.

3.1 Basisbandsignale

3.1.1 Zeitfunktion und Spektrum

Die physikalische Darstellung einer Nachricht nennt man **Nachrichtensignal** oder einfach nur **Signal**. Nachrichten sind immer zeitabhängige Größen.

Den zeitlichen Verlauf einer physikalischen Größe beschreibt ihre **Zeitfunktion**. Man unterscheidet:

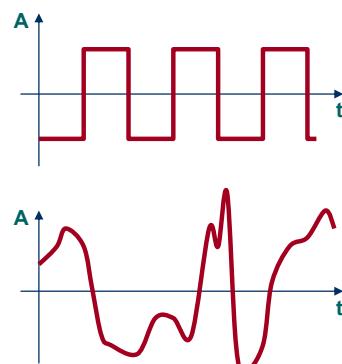
- **Periodische Zeitfunktionen**

Ist ihr Verlauf (Amplitude und Form) einmal bekannt, so können sie beliebig weiter berechnet werden. Periodische Zeitfunktionen sind für Berechnungen und Messungen sehr beliebt. Sie entsprechen jedoch nicht realen Nachrichtensignalen und enthalten keine Information! **Beispiele: Sinus- und Rechtecksignale**

- **Nichtperiodische Zeitfunktionen**

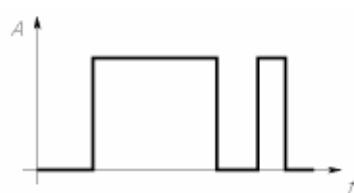
Ihr Verlauf ist weitgehend unvorhersehbar und kann nur statistisch beschrieben werden. Damit entsprechen nichtperiodischen Zeitfunktionen weitgehend realen Nachrichtensignalen! Nichtperiodische Signale sind für Berechnungen und Messungen viel anspruchsvoller.

Beispiel: **Rauschen**

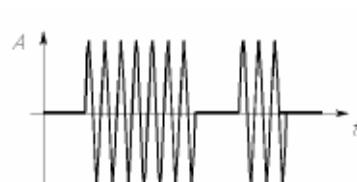


69

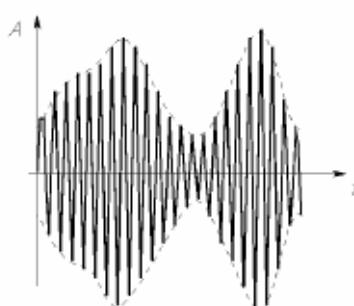
Nachfolgend einige Beispiele von Zeitfunktionen, wie sie in der Nachrichtentechnik vorkommen.



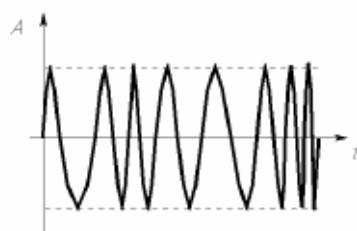
a) Gleichstromtelegrafie



b) Wechselstromtelegrafie



c) Amplitudenmodulation



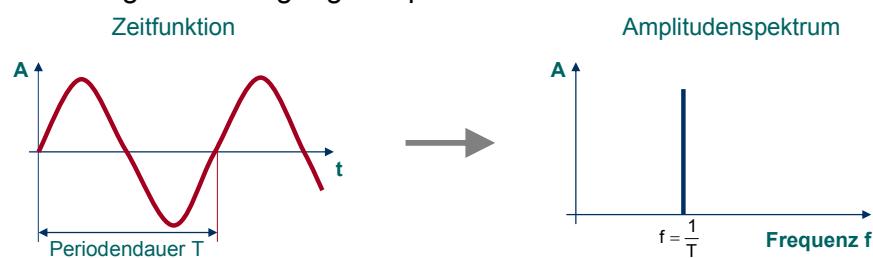
d) Frequenzmodulation

3.1 Basisbandsignale

Das **Frequenzspektrum** oder einfach nur **Spektrum** zeigt uns den Frequenzinhalt eines Signals. Das Spektrum einer Zeitfunktion kann mit der nach dem französischen Mathematiker Fourier benannten Fourier-Transformation berechnet werden.

Die Spektraldarstellung, bestehend aus Amplituden- und Phasenspektrum, enthält die gleiche Information wie die Zeitfunktion.

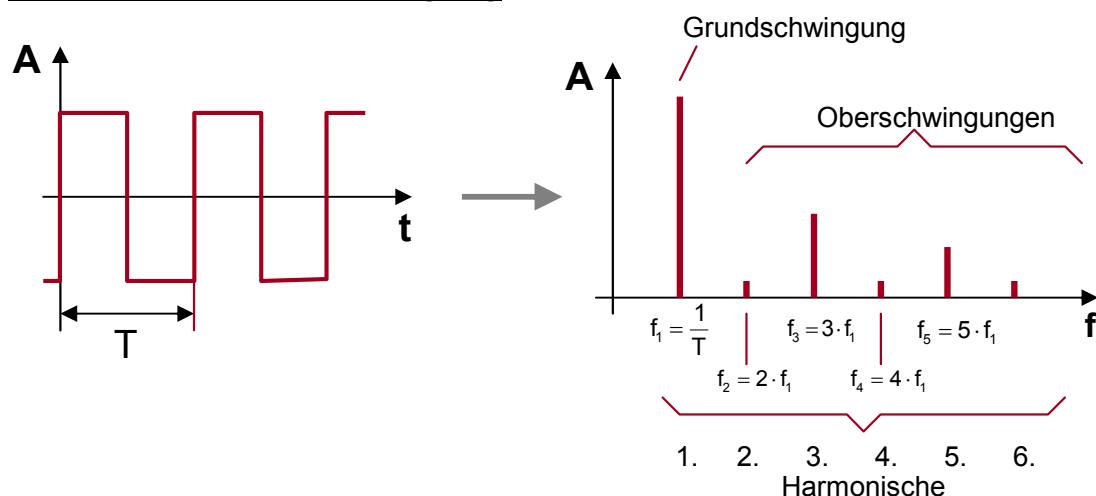
Meisten ist man nur am Amplitudenspektrum interessiert. Periodische Signale führen zu einem **Linienspektrum**, wobei eine einzelne Spektrallinie einer sinusförmigen Schwingung entspricht.



70

Nicht sinusförmige Zeitfunktionen führen zu einer sogenannten **Fourier-Reihe**. Ihr Spektrum besteht aus vielen Harmonischen, d.h. vielen Linien, deren Frequenzen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz sind (\rightarrow Oberschwingungen).

Beispiel: Rechteckschwingung



Das Spektrum einer idealen Rechteckschwingung zeigt nur ungerade Harmonische (1., 3., 5., ..., n. Harmonische). Ihre Amplituden verhalten sich proportional zu $1/n$, d.h. die 99. Harmonische hat eine Amplitude von ca. 1 % der 1. Harmonischen.

Die geradzahligen Harmonischen sind Null, sofern das Tastverhältnis genau 1 : 1 beträgt.

3.1 Basisbandsignale

Spektrum periodischer Signale → Fourier-Reihe

Zum Berechnen der Koeffizienten einer Fourier-Reihe muss die Zeitfunktion gemäss folgenden Regeln über eine ganze Periode integriert werden:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt$$

wobei für ω gilt: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (Kreisfrequenz der 1. Harmonischen)

Aus diesen Koeffizienten lässt sich nun das Amplituden- und das Phasenspektrum berechnen:

$$A_0 = a_0 \rightarrow \text{DC-Komponente}$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \rightarrow \text{Amplitude der n. Harmonischen}$$

$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \rightarrow \text{Phase der n. Harmonischen (+}\pi\text{ für }b_n < 0)$$

Die Zeitfunktion, zusammengesetzt aus den Spektralkomponenten, lautet dann:

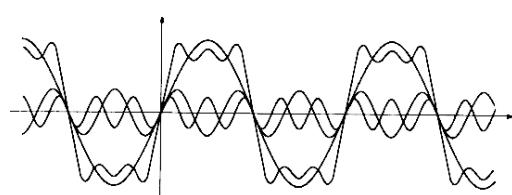
$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

$$= A_0 + A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cdot \sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 \cdot \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

71

In **Formelbüchern** sind Fourier-Reihen verschiedener periodischer Funktionen bereits fertig ausgegerechnet zu finden:

Fourier-Reihe der Rechteckschwingung:
Eine Addition der 1., 3. Und 5. Harmonischen zeigt lässt bereits wieder die Rechteckform erkennen:

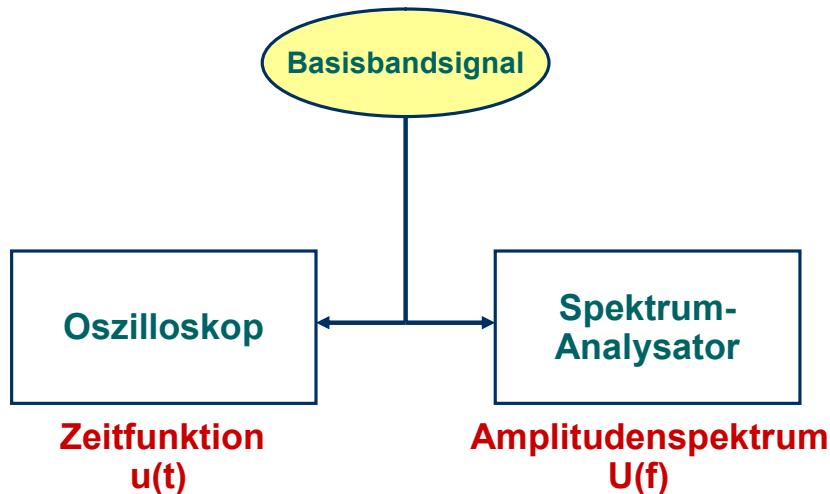


| | | |
|-----|--|--|
| (1) | | antisymmetrische Rechteckfunktion, Tastgrad 0.5, gleichanteilfrei $f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \dots \right)$ |
| (2) | | symmetrische Rechteckfunktion, Tastgrad 0.5, gleichanteilfrei $f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t \dots \right)$ |
| (3) | | Rechteckimpulse, Tastgrad τ/T $f(t) = A \cdot \frac{\tau}{T} + A \cdot \frac{2}{\pi} \left(\sin \pi \frac{\tau}{T} \cdot \cos \omega t + \frac{1}{2} \sin \pi \frac{2\tau}{T} \cdot \cos 2\omega t + \dots \right)$ |
| (4) | | Bipolarer Rechteckimpuls, Halbwellsymmetrie, Hilfsgröße $\varphi = 2\pi\tau/T$. $f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{\cos \varphi}{1} \sin \omega t + \frac{\cos 3\varphi}{3} \sin 3\omega t + \frac{\cos 5\varphi}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$ |
| (5) | | Trapezschwingung, Anstiegszeit = Abfallzeit = τ , Hilfsgröße $a = 2\pi\tau/T$. $f(t) = \frac{A}{a} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin a}{1^2} \sin \omega t + \frac{\sin 3a}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{\sin 5a}{5^2} \sin 5\omega t + \dots \right)$ |
| (6) | | antisymmetrische Dreieckschwingung mit Halbwellsymmetrie, gleichanteilfrei $f(t) = A \cdot \frac{8}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t \dots \right)$ |
| (7) | | symmetrische Dreieckschwingung mit Halbwellsymmetrie, gleichanteilfrei $f(t) = A \cdot \frac{8}{\pi^2} \left(\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t \dots \right)$ |

(aus Taschenbuch der Elektrotechnik, Kories/Schmidt-Walter)

3.1 Basisbandsignale

Messung von Zeitfunktion und Spektrum



72

Die meisten **HF-Spektrumanalysatoren** arbeiten nach dem **Überlagerungsprinzip**, analog einem Radioempfänger. Dabei wird ein einstellbares Bandpassfilter über den zu untersuchenden hinweg bewegt und die am Ausgang des Filters gemessenen Amplituden am Bildschirm dargestellt.

Solche Spektrumanalysatoren liefern nur das Amplitudenspektrum.

Anders arbeiten **Spektrumanalysatoren** nach dem **FFT-Prinzip**, die vorwiegend im NF-Bereich zum Einsatz kommen. Bei diesen Geräten wird das Eingangssignal zuerst abgetastet und digitalisiert.

Anschliessend folgt eine diskrete Fouriertransformation, deren Resultat dann am Bildschirm angezeigt wird.

Hier kann neben dem Amplitudenspektrum auch das Phasenspektrum gemessen werden.

3.1 Basisbandsignale

Spektrum nichtperiodischer Signale → Fourier-Transformation

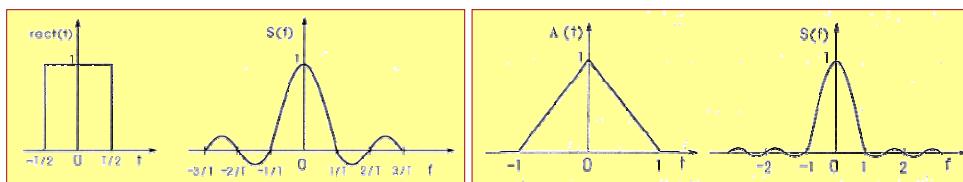
Mit Hilfe der **Fourier-Transformation** werden nichtperiodische Zeitfunktionen in den Spektralbereich transformiert:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Beispiele:

einzelner Rechteckpuls

einzelner Dreieckpuls



Die negativen Frequenzen im Spektralbereich „entstehen“ durch das mathematische Modell, welches der Fourier-Transformation zu Grunde liegt. Reelle Signale haben ein symmetrisches Spektrum, so dass es für den physikalisch massgebenden Frequenzinhalt genügt, nur den positiven Frequenzbereich zu betrachten.

73

Nichtperiodische Zeitfunktionen weisen kein Linienspektrum mehr auf. Die Spektralfunktion ist für jede Frequenz definiert, so dass in diesem kontinuierlichen Spektrum auch alle Frequenzen vorkommen.

Da keine diskreten Frequenzkomponenten mehr vorhanden sind, ist es auch nicht mehr möglich, eine Amplitude zuzuordnen. An ihre Stelle kommt eine „spektrale Dichte“, die **Amplitudendichte**, bei der die Amplitude auf ein bestimmtes Frequenzintervall Δf bezogen wird.

In der Funktechnik wird die Signalamplitude üblicherweise in eine Leistung umgerechnet, so dass man nun eine **Leistungsdichte** $P/\Delta f$ mit der Einheit W/Hz erhält.



3.1 Basisbandsignale

3.1.2 Analoge Signale im Basisband

Typische analoge Basisbandsignale sind:

- **Sprachsignale** Frequenzbereich: ca. 100 Hz ... >10 kHz
Für verständliche Sprache mit Sprecherkennung genügen 300 ... 3000 Hz.
- **Musiksignale** Frequenzbereich: ca. 20 Hz ... >20 kHz,
wobei das menschliche Ohr nur in jungen Jahren den gesamten Bereich zu hören vermag.
- **Videosignale** Frequenzbereich: 0 ... ca. 5 MHz
Mit diesem Frequenzbereich können s/w-Fernsehbilder in guter Qualität übertragen werden.

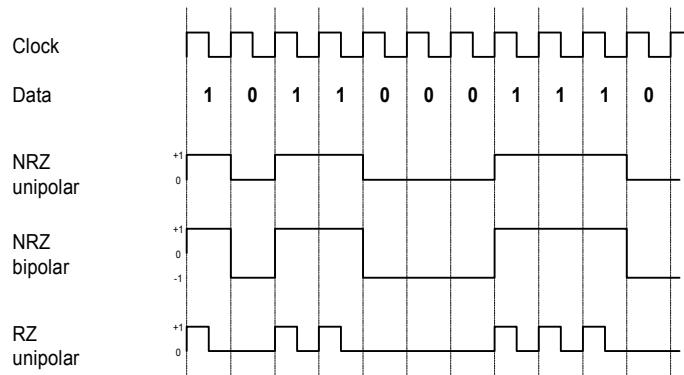
Weil das zur Verfügung stehende Frequenzband üblicherweise begrenzt ist, werden Signale meist nur in der minimal notwendigen Qualität übertragen.
→ möglichst kleine Bandbreite!

3.1 Basisbandsignale

3.1.3 Digitale Signale (Codes) im Basisband

Digitale Daten liegen in der Regel als binäre Zahlen (z.B. „10110001110“) vor. Für die Übertragung müssen diese in eine zeitliche Abfolge logischer Zustände umgesetzt bzw. **codiert** werden. Ein rechteckförmiges Takt signal (Clock) steuert diese Codierung und die Übertragung.

Nachfolgend die einfachsten **Leitungscodes**:

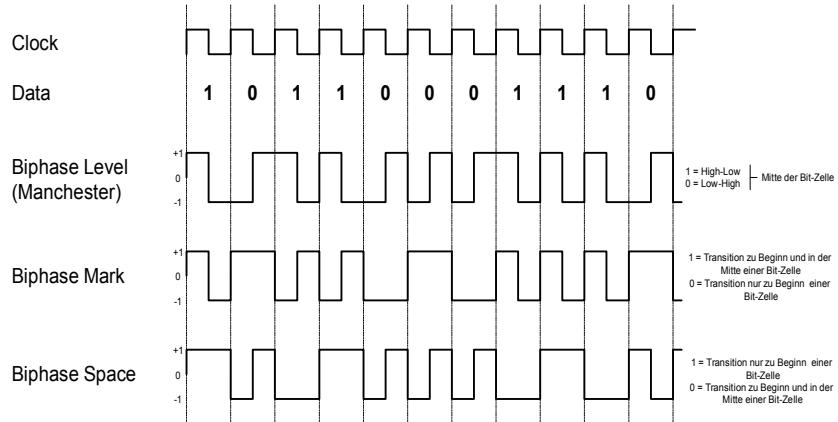


75

Diese Codes werden „Leitungscodes“ genannt, weil sie über eine Leitung übertragen werden können.

3.1 Basisbandsignale

Biphase Codes haben gegenüber den bisher betrachteten NRZ- und RZ-Codes den Vorteil, dass sie DC-frei sind und eine einfache Clock-Rückgewinnung ermöglichen. Sie weisen in jedem Datenbit mindestens eine Flanke auf.





3.1 Basisbandsignale

Die Basisbandsignale können durch ihre Fourierreihenentwicklung angegeben werden:

$$b_{\text{unip}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t \quad b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

$$i = 1, 3, 5, \dots$$

Werden diese Basisbandsignale mit dem Träger $u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$ multipliziert, erhält man:

$$u_{\text{modunip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{unip}}(t) = \frac{\cos(\omega_c t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

$$u_{\text{modbip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

Beim **unipolaren** Basisbandsignal erscheint der Träger mit halber Amplitude und das obere und untere Seitenband.

Beim **bipolaren** Basisbandsignal ist der Träger nicht vorhanden, sondern nur die beiden Seitenbänder.

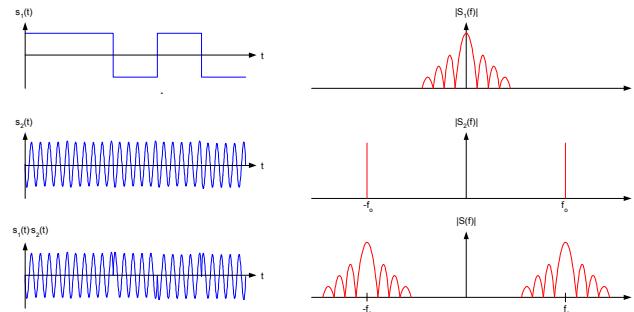
3.1 Basisbandsignale

Die spektrale Betrachtung der Signale ist bei digitalen Modulationsverfahren ein sehr wichtiger Aspekt.

Die Multiplikation des Basisbandsignals mit einem sinusförmigen Träger entspricht der Faltung der Signale im Frequenzbereich.

$$s(t) = s_1(t) \cdot s_2(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad S(f) = S_1(f) * S_2(f)$$

Ist $s_1(t)$ ein Basisbandsignal und $s_2(t)$ der Träger so wird im Spektralbereich das Spektrum des Basisbandsignals zweiseitig um den Träger abgebildet.

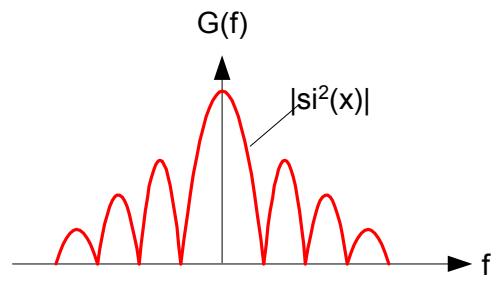
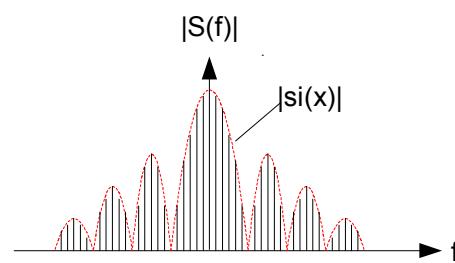


3.1 Basisbandsignale

In der Praxis werden Basisbandsignale mit einer statistischen Verteilung der „Nullen“ und „Einsen“, einer pseudozufälligen Bitfolge PRBS (siehe 3.1.7), verwendet. Es ergibt sich dann ein Linienspektrum, dessen Hüllkurve eine $|s_i(x)|$ -Funktion aufweist.

Bei praktischen Messungen mit dem Spektrumanalysator wird nur die Umhüllende dargestellt. Zudem werden nicht Spannungen, sondern Leistungen in Form der **spektralen Leistungsdichte $G(f)$** angezeigt. Diese Darstellung wird bei digitalen Modulationsverfahren durchwegs verwendet.

$$G(f) = |S(f)|^2$$



3.1 Basisbandsignale

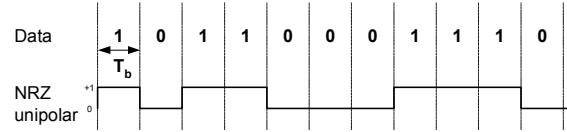
Unipolar NRZ (Non Return to Zero)

Spektrale Leistungsdichte:

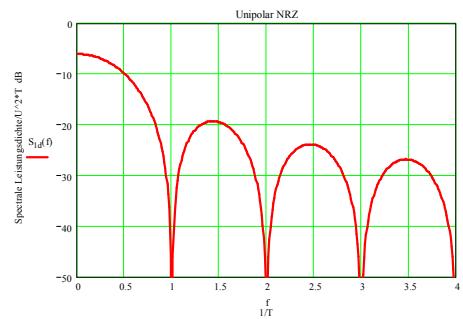
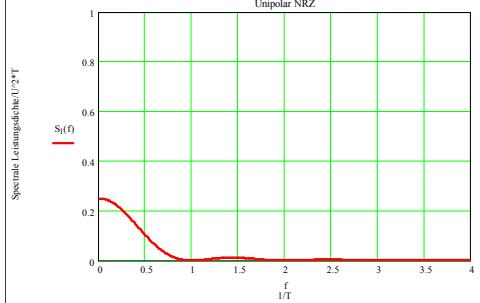
$$T = T_b$$

$$G_{U-NRZ}(f) = \frac{U^2 T_b}{4} \operatorname{si}^2(\pi f T_b) = \frac{U^2 T_b}{4} \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$

$$\operatorname{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$



U = Spannung des log. 1 – Zustandes
T = Bitdauer
R = Bitrate = 1/T bit/s





3.1 Basisbandsignale

Unipolar NRZ (Non Return to Zero)

Fehlerwahrscheinlichkeit:

$$P_{e_{U-NRZ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_o}}\right)$$

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du$$

$$\operatorname{erfc}(u) = 1 - \operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-u^2} du$$

$$\operatorname{erf}(0) = 0 \quad \operatorname{erf}(\infty) = 1$$

E_b/N_0 = Mass für S/N

E_b = Energie per Bit = $U^2 T$

$N_0/2$ = Spektr. Leistungsdichte des AWGN

AWGN = Additive White Gaussian Noise

erf = Error Function

erfc = Complementary Error Function

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} B_{Noise} T_b = \frac{S}{N} \frac{B_{Noise}}{f_b}$$



3.1 Basisbandsignale

Unipolar NRZ (Non Return to Zero)

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{2T_b} \quad T_b = \text{Nutzdatenbitdauer}$$

Eigenschaften:

Nachteile:

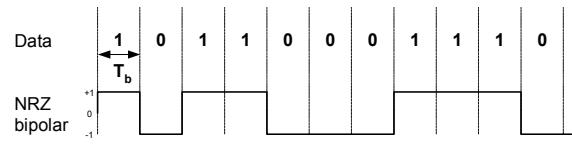
- Probleme, wenn lange Sequenz „1“ oder „0“
- Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten
- DC-Komponente
- Fehlerwahrscheinlichkeit hoch

3.1 Basisbandsignale

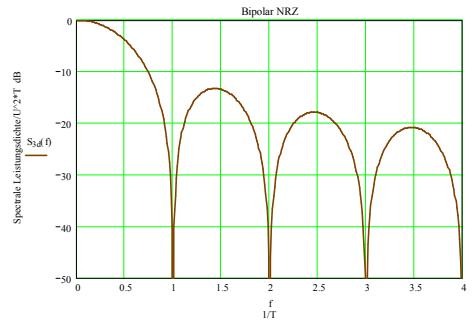
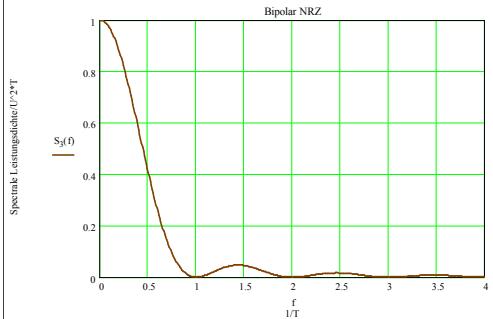
Bipolar NRZ (Non Return to Zero)

Spektrale Leistungsdichte:

$$T = T_b$$



$$G_{B-NRZ}(f) = U^2 T_b \sin^2(\pi f T_b) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$





3.1 Basisbandsignale

Bipolar NRZ (Non Return to Zero)

Fehlerwahrscheinlichkeit:

$$P_{e_{U-NRZ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} \right)$$



3.1 Basisbandsignale

Bipolar NRZ (Non Return to Zero)

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{2T_b}$$

T_b = Nutzdatenbitdauer

Eigenschaften:

Nachteile:

- Probleme, wenn lange Sequenzen „1“ oder „0“
- Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten

Vorteile:

- Kein DC-Anteil
- Bessere Fehlerwahrscheinlichkeit

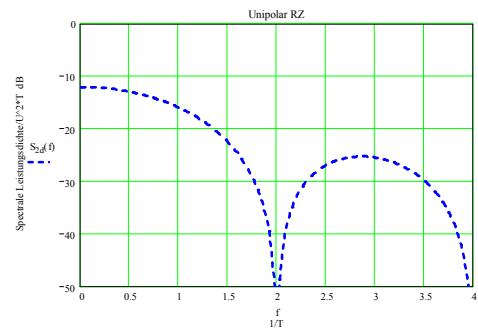
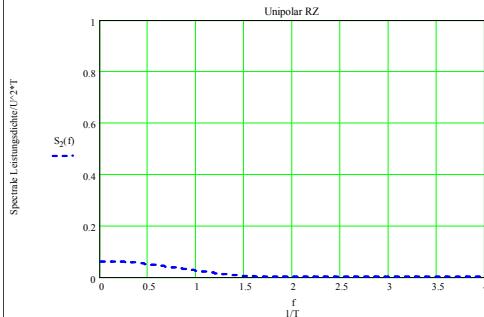
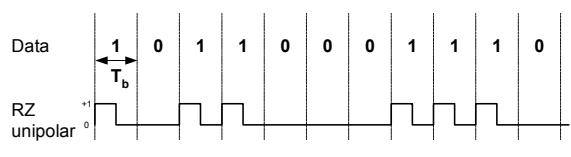
3.1 Basisbandsignale

Unipolar RZ (Return to Zero)

Spektrale Leistungsdichte:

$$T = \frac{T_b}{2}$$

$$G_{U-RZ}(f) = \frac{U^2 T_b}{16} \operatorname{si}^2\left(\pi f T_b / 2\right) = \frac{U^2 T_b}{16} \left[\frac{\sin(\pi f T_b / 2)}{\pi f T_b / 2} \right]^2$$





3.1 Basisbandsignale

Unipolar RZ (Return to Zero)

Fehlerwahrscheinlichkeit:

P_e wie Unipolar NRZ, wenn die Energie in einem Bit gleich gross ist wie in Unipolar NRZ.

Bei gleicher U und gleicher Datenbitlänge gilt:

$$P_{e_{U-RZ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{E_b}{8N_0}\right)$$



3.1 Basisbandsignale

Unipolar RZ (Return to Zero)

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{T_b} \quad T_b = \text{Nutzdatenbitdauer}$$

Eigenschaften:

Nachteile:

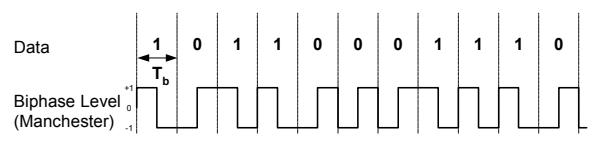
- Probleme, wenn lange Sequenzen „1“ oder „0“
- Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten
- DC-Komponente

3.1 Basisbandsignale

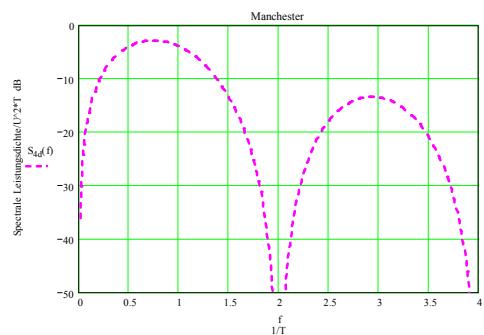
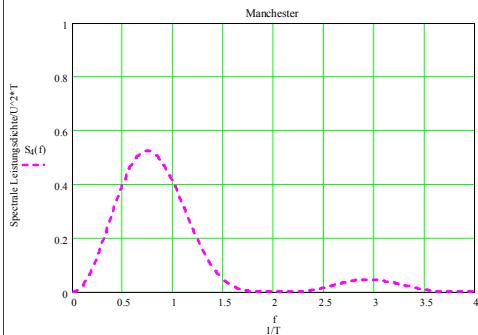
Biphase Level (Manchester)

Spektrale Leistungsdichte:

$$T = \frac{T_b}{2}$$



$$G_{BL}(f) = U^2 T_b \sin^2(\pi f T_b / 2) \sin^2(\pi f T_b / 2) = U^2 T \left[\frac{\sin(\pi f T_b / 2)}{\pi f T_b / 2} \right]^2 \sin^2(\pi f T_b / 2)$$





3.1 Basisbandsignale

Biphase Level (Manchester)

Fehlerwahrscheinlichkeit:

$$P_{e_{U-NRZ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

Wie Bipolar NRZ



3.1 Basisbandsignale

Biphase Level (Manchester)

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{T_b} \quad T_b = \text{Nutzdatenbitdauer}$$

Eigenschaften:

Nachteile:

- Grosse Bandbreite
- Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten

Vorteile:

- Kein DC-Anteil
- Einfaches Clockrecovering



3.1 Basisbandsignale

Gegenüberstellung der verschiedenen Codes

| Code | Nyquist-Bandbreite | Vorteile | Nachteile |
|--------------|----------------------|--|---|
| NRZ unipolar | $B_N = \frac{1}{2T}$ | •Einfach | •Probleme bei langen „0“- oder „1“- Sequenzen •Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten •DC-Komponente •Fehlerwahrscheinlichkeit hoch |
| NRZ bipolar | $B_N = \frac{1}{2T}$ | •Kleinere Fehlerwahrscheinlichkeit | •Probleme bei langen „0“-Sequenzen •Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten •DC-Komponente |
| RZ unipolar | $B_N = \frac{1}{T}$ | | •Probleme bei langen „0“- oder „1“- Sequenzen •Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten •DC-Komponente |
| Biphase | $B_N = \frac{1}{T}$ | •Kein DC-Anteil •Einfache Clock-Rückgewinnung | •Grosse Bandbreite •Keine Fehlererkennungsmöglichkeiten |

92

Die **Nyquist-Bandbreite** ist die zur Übertragung minimal benötigte Bandbreite.

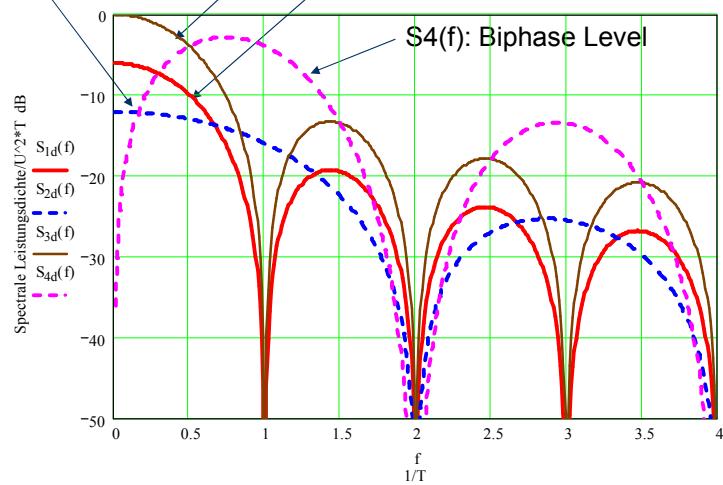
Praktisch muss eine ca. 40% grössere Bandbreite zur Verfügung gestellt werden.

3.1 Basisbandsignale

Gegenüberstellung der verschiedenen Codes

Spektrale Leistungsdichte

$S_2(f)$: Unipolar RZ
 $S_3(f)$: Bipolar NRZ
 $S_1(f)$: Unipolar NRZ





3.1 Basisbandsignale

3.1.4 Bitfehlerhäufigkeit (Bit Error Rate) BER

Die BER ist definiert als

$$\text{BER} = \frac{n_e}{n_{\text{tot}}}$$

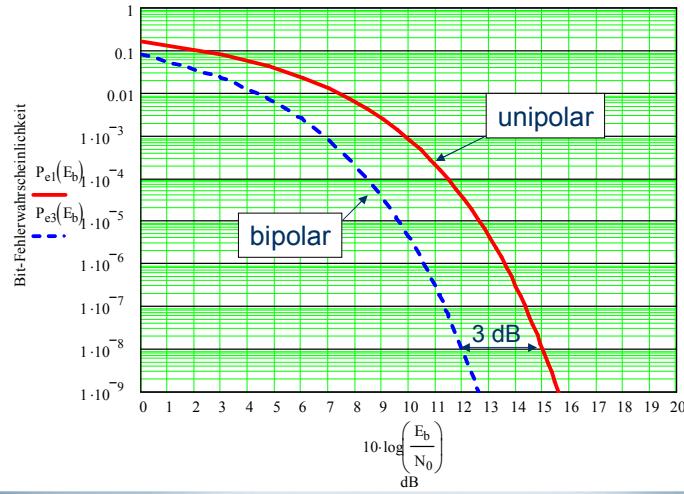
n_e = Anzahl Fehlerbit

n_{tot} = Anzahl total übertragener Bit

3.1 Basisbandsignale

Bitfehlerwahrscheinlichkeit in Funktion des Störabstandes

Die angegebene Bitfehlerwahrscheinlichkeit gilt bei Störungen mit „Additive White Gaussian Noise“. Die sonstigen Randbedingungen sind ideal.



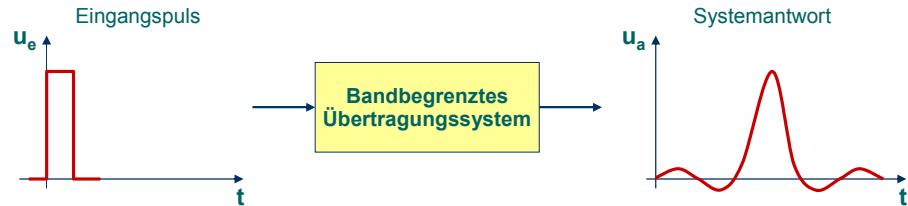
95

Zur Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit wird ein idealer Kanal vorausgesetzt (Nyquistbandbreite eingehalten) und „weisses gaussssches Rauschen“ (AWGN) hinzugefügt.

3.1 Basisbandsignale

3.1.5 Basisbandsignale im bandbegrenzten System

Bei der Übertragung von Pulsen durch ein bandbegrenztes System werden die Pulse verzögert und es treten Ein- und Ausschwingvorgänge auf.



Bei einer digitalen Basisbandübertragung werden laufend Pulse (= **Symbole**) übertragen. Fallen nun die Ein- und Ausschwingvorgänge des einen Symbols in ungünstiger Art auf die benachbarten Symbole, so erschwert das die Bestimmung des Symbols auf der Empfangsseite.

→ Es kommt zu **Intersymbol-Interferenzen ISI**.



3.1 Basisbandsignale

Nyquist hat festgehalten:

In einem ISI-freien Kanal (Sender-Empfänger) müssen zum Abtastzeitpunkt alle Symbolantworten null sein, mit Ausnahme des momentanen Symbols.

$$h_{\text{eff}}(n \cdot T_s) = \begin{cases} K & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

h_{eff} = Pulsantwort (Sprungantwort)

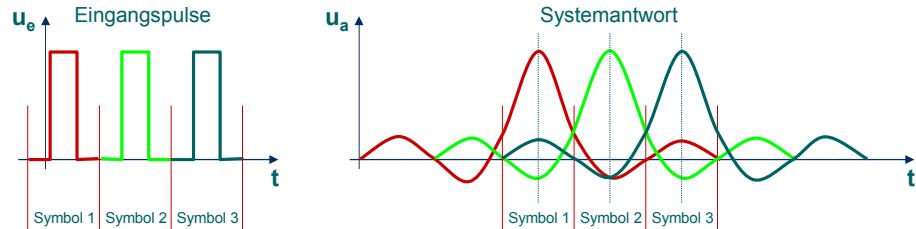
$n = 0, 1, \dots, n$

T_s = Symbolperiode

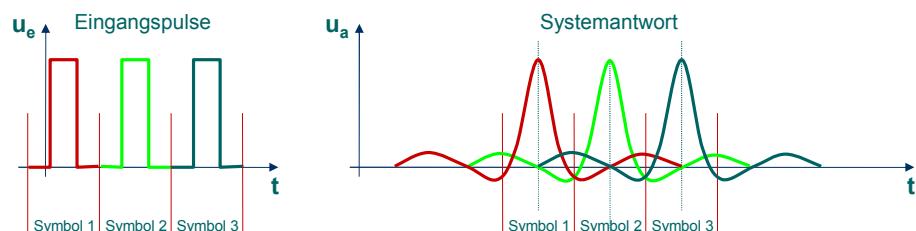
K = Konstante ($\neq 0$)

3.1 Basisbandsignale

Übertragung mit Intersymbol-Interferenzen:



Übertragung ohne Intersymbol-Interferenzen:



98

Nyquist-Kriterium für die ISI-Auslöschung:

In einem ISI-freien Kanal müssen zum Abtastzeitpunkt alle Symbolantworten Null sein, mit Ausnahme des momentanen Symbols.

Dies kann beispielsweise mit einem sehr breitbandigen Kanal erfüllt werden, was aber zu grossen Nachteilen führt: Störungen, schlechte Ausnutzung des Spektrums, etc.

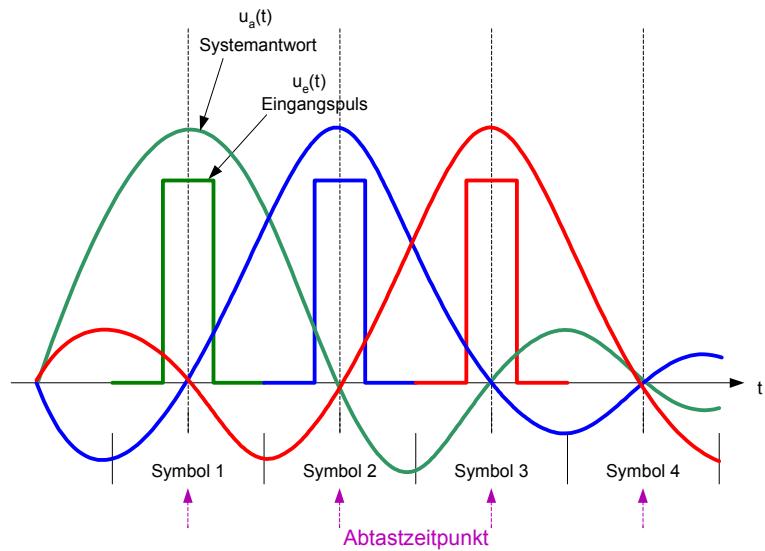
Viel besser ist es, die Bandbegrenzung des Kanals mit einem geeigneten Filter durchzuführen. Dieses Filter muss das Nyquist-Kriterium erfüllen!

Oft wird die gewünschte Übertragungsfunktion mit je einem Teilfilter beim Sender und beim Empfänger realisiert. Die beiden Teilfilter müssen **gesamthaft** das Nyquist-Kriterium erfüllen.

Typische ISI-freie oder ISI-arme Filter sind:

- Gauss-Filter
- Raised-Cosine-Filter

3.1 Basisbandsignale





3.1 Basisbandsignale

Bsp:

$$h_{\text{eff}}(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}}$$

Diese Sprungantwort entspricht dem Nyquist-Kriterium.

Die Übertragungsfunktion $H(f)$ die ein ISI-freier Kanal aufweisen muss, kann durch Fouriertransformation aus $h(t)$ gewonnen werden.

$$H_{\text{eff}}(f) = \frac{1}{f_s} \prod \frac{f}{f_s} \quad f_s = \text{Symbolfrequenz}$$

3.1 Basisbandsignale

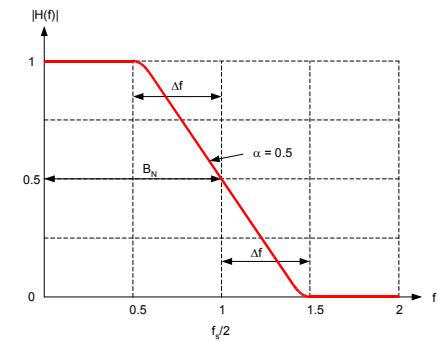
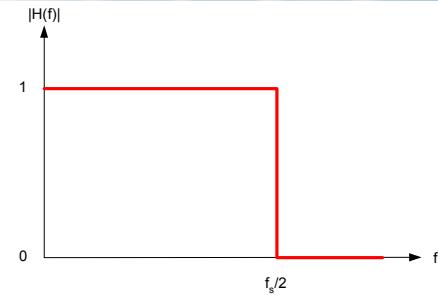
Diese Übertragungsfunktion hat eine „Ziegelstein“-Charakteristik und kann in der Praxis nicht realisiert werden.

Die **minimale Bandbreite** zur Übertragung von Impulsen ist damit $f_s/2$ oder $1/T_s$ (Kupfmüller-Nyquist-Beziehung).

$$B_N = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2T_s}$$

Reale Tiefpassfilter deren Impulsantwort Nullstellen im Abstand von $n \cdot T_s$ aufweisen, können nach der sogenannten 1. Nyquistbedingung mit Filtern mit punktsymmetrischer Flanke (Nyquistflanke) realisiert werden. Der Symmetriepunkt liegt bei der Nyquistfrequenz $f_s/2$. Der Übergangsbereich wird durch den Roll-Off-Faktor α bestimmt.

$$\alpha = \frac{\Delta f}{B_N}$$



101



3.1 Basisbandsignale

Inter Symbol Interference ISI

Damit in einem realen System die ISI möglichst klein ist, muss $h(t)$

- Schnell abfallen
- Kleine Amplitude in der Nähe von $n \cdot T_s$ ($n \neq 0$) aufweisen.

Filter, die das Nyquist-Kriterium erfüllen, werden Nyquist-Filter genannt.

Eine effektive Ende-Ende Übertragungsfunktion $H_{eff}(f)$ wird vielfach realisiert, indem der Sender und der Empfänger je eine Übertragungsfunktion von

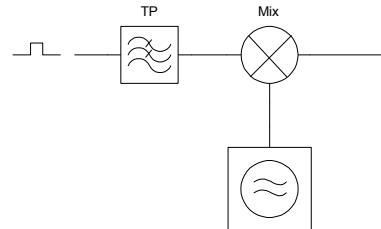
$$\sqrt{H_{eff}(f)}$$

aufweisen.

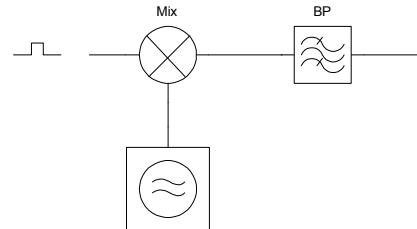
3.1 Basisbandsignale

Filterung

Basisbandfilterung (Impulsformung)



Bandpassfilterung nach der Modulation



Typische ISI-freie oder ISI-arme Filtertypen die hier verwendet werden sind:

- Gauss-Filter
- Raised-Cosine-Filter

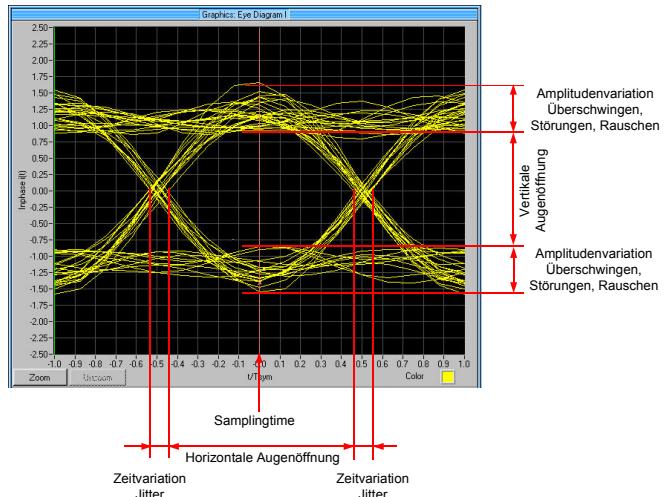
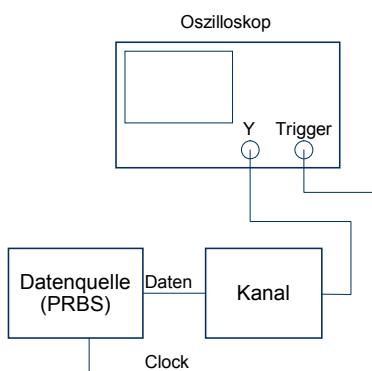
Beide Filter sind im Skript „Filter“ ausführlich beschrieben.

3.1 Basisbandsignale

3.1.6 Augendiagramm

Die Qualität einer digitalen Übertragung kann leicht mit dem **Augendiagramm** beurteilt werden. Dabei sind neben Intersymbol-Interferenzen auch Störungen durch Rauschen sowie Jitter (Phasenschwankungen) gut erkennbar.

Messaufbau:



104

Bei einer guten Übertragungsqualität sollte das Augendiagramm in Symbolmitte (= Abtastzeitpunkt) eine möglichst grosse Augenöffnung aufweisen.

Das gezeigte Augendiagramm weist starke Intersymbol-Interferenzen und Rauschen auf.



3.1 Basisbandsignale

3.1.7 Pseudozufällige Bitfolgen (PRBS = Pseudo Random Bit Sequence)

Zur Untersuchung von digitalen Übertragungssystemen wird um ein homogenes Spektrum zu erhalten, eine PRBS verwendet. In einem analogen System entspricht die PRBS einem rosa Rauschen, bei dem alle Frequenzkomponenten von 0 bis zu einer bestimmten Frequenz vorhanden sind.

Bei einer PRBS müssen alle Bitsequenzen zwischen ...00000... und ...010101... erzeugt werden, wobei die Wahrscheinlichkeit einer „1“ genau so gross ist wie die Wahrscheinlichkeit einer „0“.

PRBS werden mit Hilfe rückgekoppelter Schieberegister realisiert. Die pseudozufällige Sequenz hat eine Länge von n Bits. Danach wiederholt sich die Bitfolge.

$$n = 2^m - 1 \quad m = \text{Anzahl Schieberegister}$$

3.1 Basisbandsignale

PRBS

10111100011001101001110001110001011110001100110100111000111000

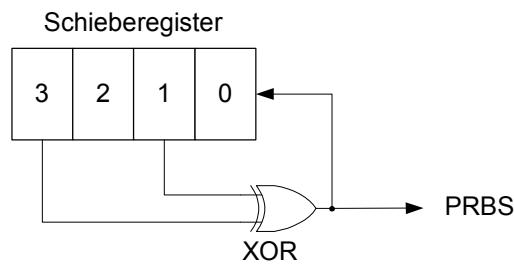


A Short Repeating PRN Code Sample

3.1 Basisbandsignale

PRBS

Die untenstehende Schaltung erzeugt eine PRBS von 7 Bit Länge. Die Bitfolge ist ...0100111... und enthält alle Kombinationen die mit 3 Bit möglich sind.





3.1 Basisbandsignale

PRBS

Die Spektralanalyse zeigt einzelne diskrete Spektrallinien im Abstand Δf von

$n = \text{Länge der PRBS in Bit}$

$$\Delta f = \frac{1}{n} f_b$$

$$f_b = \text{Bitfrequenz} = \frac{1}{T_b}$$

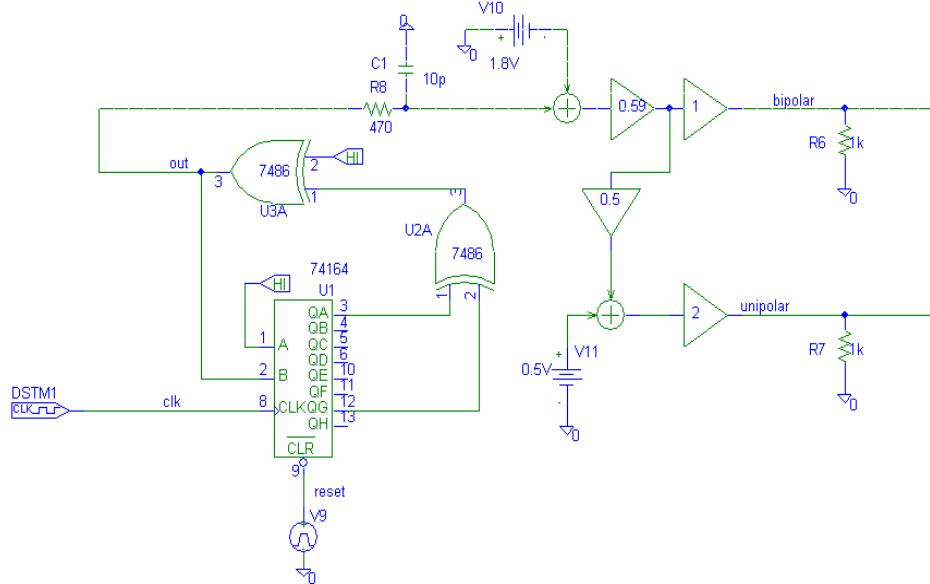
$T_b = \text{Bitdauer in s}$

Dies zeigt, dass für n gegen unendlich das Spektrum in ein kontinuierliches Spektrum übergeht.

In praktischen Anwendungen werden PRBS mit einer Länge von 511 Bit und mehr verwendet.

3.1 Basisbandsignale

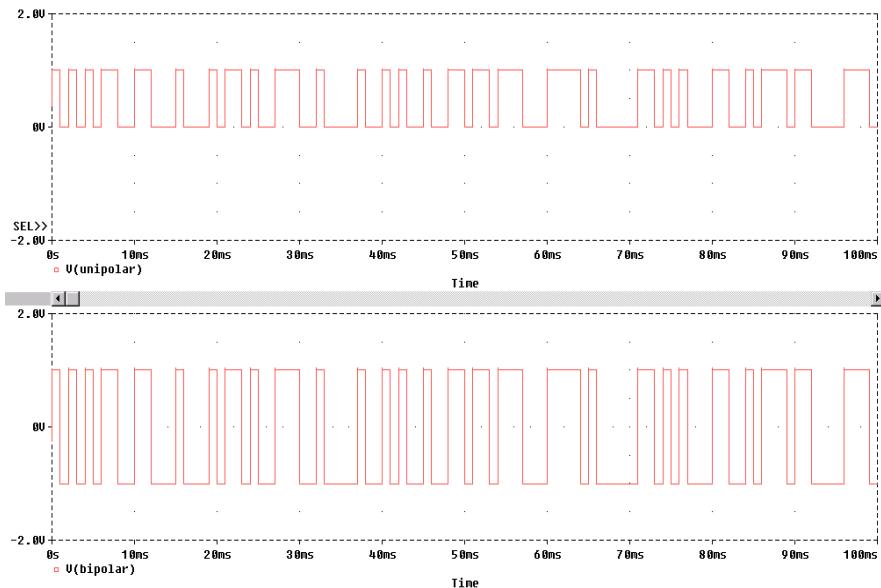
PRBS



109

3.1 Basisbandsignale

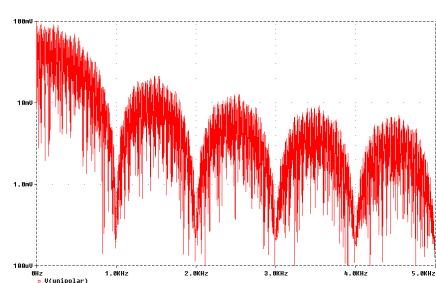
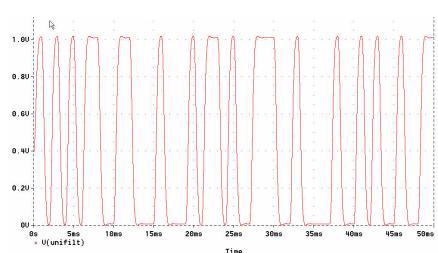
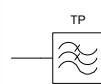
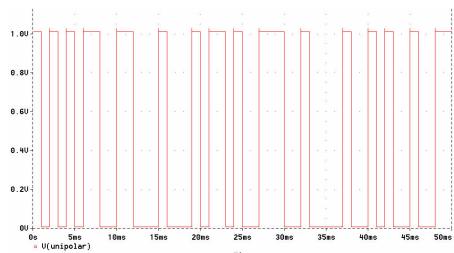
PRBS



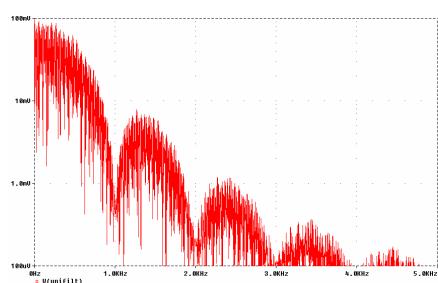
110

3.1 Basisbandsignale

PRBS



Basisbandsignal ungefiltert



Basisbandsignal gefiltert

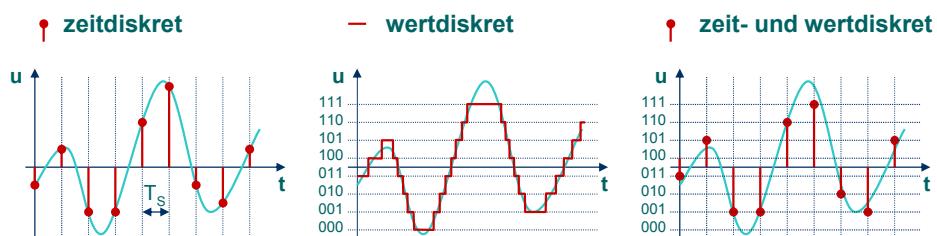
3.1 Basisbandsignale

3.1.8 Digitalisierung analoger Signale

Unter **Digitalisierung** eines Signals versteht man seine zeit- und wertdiskrete Darstellung.

zeitdiskret: Die Signalamplitude ist nur zu bestimmten Zeitpunkten bekannt. In der Regel wird ein Signal in regelmässigen zeitlichen Abständen abgetastet (Abtastintervall T_S).

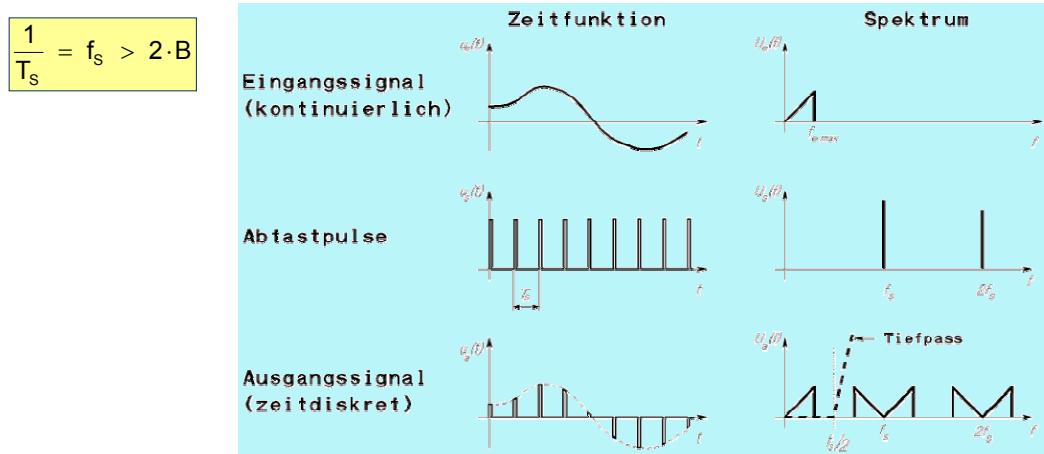
wertdiskret: Die Signalamplitude wird zum Abtastzeitpunkt nicht analog, sondern als Zahlenwert (meist binär) mit einer bestimmten Auflösung (Anzahl Bit) festgehalten.



3.1 Basisbandsignale

Das Abtasttheorem

Nach Shannon muss die Abtastfrequenz grösser sein als die doppelte Bandbreite des analogen Signals!



113

Diese Formulierung des Abtasttheorems gilt für sogenannte „Tiefpass-Signale“, d.h. für Signale mit einem Frequenzinhalt von $0 \dots f_{max}$ (= Bandbreite B).

Das abgetastete Signal enthält nicht nur das ursprüngliche Spektrum, sondern auch beliebig viele Abbilder, jeweils gespiegelt um die n -fache Abtastfrequenz. Zur Rekonstruktion des ursprünglichen Analogsignals ist daher ein Tiefpassfilter notwendig.

Für „Bandpass-Signale“, d.h. Signale mit einem Frequenzinhalt von $f_{min} (< 0) \dots f_{max}$, wie sie z.B. als Zwischenfrequenz in einem Empfänger vorkommen, kann das Abtasttheorem auch anders formuliert werden:

$$\frac{2 \cdot f_{min}}{k} > f_s > \frac{2 \cdot f_{max}}{k+1} \quad (k : 0, 1, 2, 3, \dots)$$

wobei $0 \leq k \leq \frac{f_{min}}{f_{max} - f_{min}}$ sein muss.

Bei Bandpass-Signalen ist es daher meistens möglich, mit tieferen Abtastfrequenzen auszukommen.

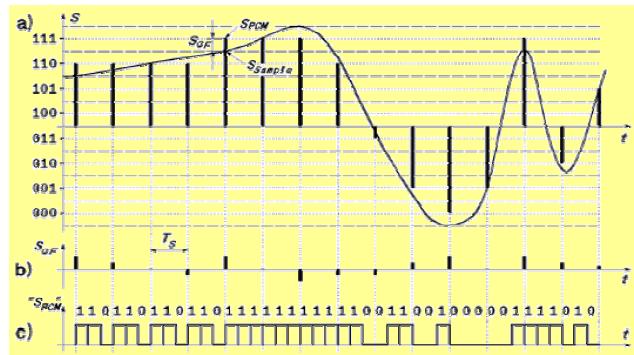
3.1 Basisbandsignale

Beispiel: PCM (Puls Code Modulation)

a) Abtastung,
Quantisierung
und Codierung
mit 3 Bit ($n = 3$)

b) Quantisierungs-
fehler

c) Binäre Impulsfolge



Das wertdiskrete Signal weist gegenüber dem ursprünglichen Analogsignal einen Fehler auf, der von der Anzahl Quantisierungsstufen abhängig ist. Dieser Fehler wird **Quantisierungsfehler** genannt.

114

Die Anzahl Quantisierungsstufen bei n Bit Auflösung beträgt:

$$\text{AnzahlStufen} = 2^n$$

Der Quantisierungsfehler wirkt sich als zusätzliches Geräusch aus.
Man spricht daher vom **Quantisierungsgeräusch**.

Bei gegebenen Verhältnissen lässt sich der Quantisierungsgeräuschabstand S/N_Q in Funktion der Anzahl Stufen berechnen. Er beträgt für maximale Aussteuerung mit einem sinusförmigen Signal und gleichmässigen Amplitudenstufen (lineare Codierung):

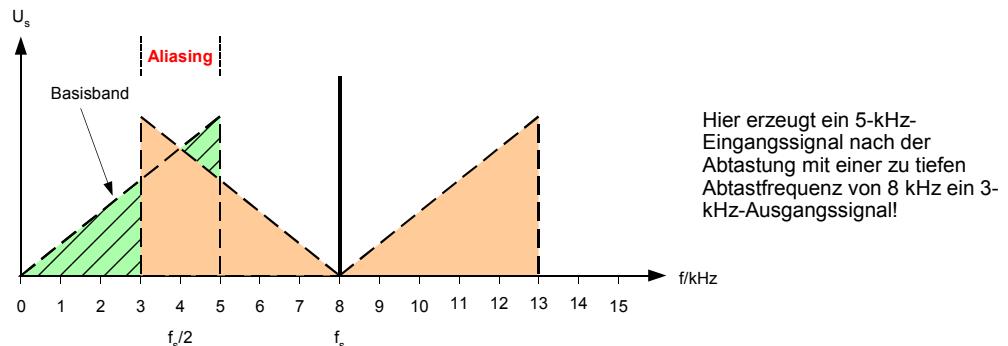
$$S/N_Q = 6 \cdot n + 1.8 \quad [\text{dB}]$$

Bei genauen Kenntnissen über die zu übertragenden Signale ist es unter Umständen möglich, die Übertragungsqualität durch **nichtlineare Quantisierung** zu steigern. Bei Sprache sind beispielsweise kleine Amplituden viel häufiger als grosse. Es macht daher Sinn, kleine Amplituden mit feineren Stufen zu quantisieren als grosse Amplituden.

3.1 Basisbandsignale

Alias-Probleme

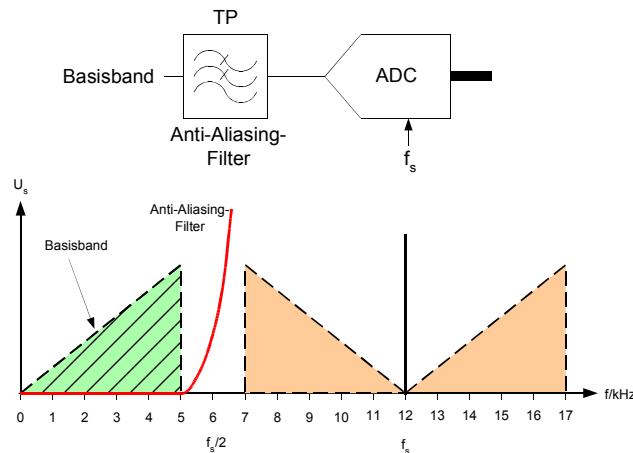
Wird eine zu tiefe Abtastfrequenz gewählt und damit das Abtasttheorem verletzt, so kommt es im abgetasteten Signal zu einer Überlappung der Frequenzspektren. Dieser Effekt wird „**Aliasing**“ genannt. Es ist dann nicht mehr möglich, das ursprüngliche Analogsignal mit einem Tiefpassfilter zurück zu gewinnen.



3.1 Basisbandsignale

Damit Aliasing-Störungen zuverlässig vermieden werden können, muss das Abtasttheorem unbedingt eingehalten werden.

Zusätzlich muss sichergestellt werden, dass das abzutastende Analogsignal wirklich bandbegrenzt ist. Dies wird meist mit einem **Anti-Aliasing-Filter** vor der Abtastschaltung sichergestellt.





3.1.9 Zusammenfassung

- Analoge und digitale Basisbandsignale können als Zeitfunktion und als Spektrum dargestellt werden.
- Periodische Zeitfunktionen haben ein Linienspektrum, nichtperiodische Zeitfunktionen ein kontinuierliches Spektrum.
- Intersymbol-Interferenzen sind Störungen durch benachbarte Symbole. Sie werden meist durch Bandbegrenzung erzeugt.
- Digitale Basisbandsignale werden mit verschiedenen LeitungsCodes realisiert.
- Das Abtasttheorem fordert in der Regel eine Abtastfrequenz, die mehr als doppelt so hoch ist wie die höchste Signalfrequenz.
- Aliasing-Probleme (spektrale Überlappungen) treten bei zu tiefen Abtastfrequenzen auf.



3.2 Amplitude Shift Keying

3.2 Amplitude Shift Keying ASK

Mit dem binären Modulationssignal $b(t)$ wird die Amplitude des Trägers zwischen zwei diskreten Amplitudenwerten umgetastet.

Beim sogenannten „On-Off-Keying“ (OOK) wird der Träger ein- und ausgeschaltet.

118

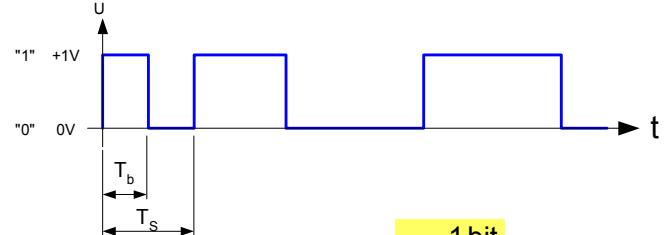
Die Amplitudentastung wird nur in sehr einfachen Systemen, z.B. Keyless-Entry-Anlagen, verwendet und hat für die Übertragung von digitalen Basisbandsignalen in komplexeren Systemen keine grosse Bedeutung.

3.2 Amplitude Shift Keying

Basisbandsignal

Das binäre Signal bestehend aus einem seriellen Bitstrom von „0“ und „1“ können wir wie folgt beschreiben:

$$b(t) = \begin{cases} +1V & "1" \\ 0V & "0" \end{cases}$$



Die Bitrate wird in bit/s angegeben und beträgt

$$r_b = \frac{1 \text{ bit}}{T_b}$$

Die Bitrate ist dem Zahlenwert nach identisch mit der Bitfolgefrequenz oder Bittaktfrequenz

$$f_b = \frac{1}{T_b}$$

119

Die Amplitudentastung wird nur in sehr einfachen Systemen, z.B. Keyless-Entry-Anlagen, verwendet und hat für die Übertragung von digitalen Basisbandsignalen in komplexeren Systemen keine grosse Bedeutung.



3.2 Amplitude Shift Keying

Nyquist-Bandbreite

Die Übertragung dieses Signals erfordert einen Kanal mit einer Bandbreite, der sogenannten Nyquist-Bandbreite, die mindestens

beträgt.

$$B_N = \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{2} f_b$$

120

Die Nyquistbandbreite ist die minimal notwendige Bandbreite um eine 0101 Bitfolge zu übertragen. Sie lässt sich aus dem Abtasttheorem begründen.

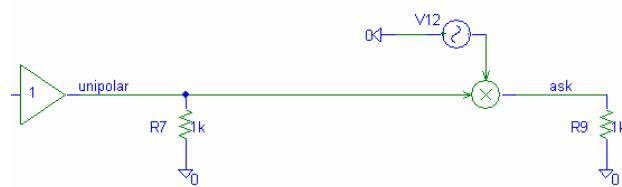
3.2 Amplitude Shift Keying

Den Träger beschreiben wir mit

$$u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

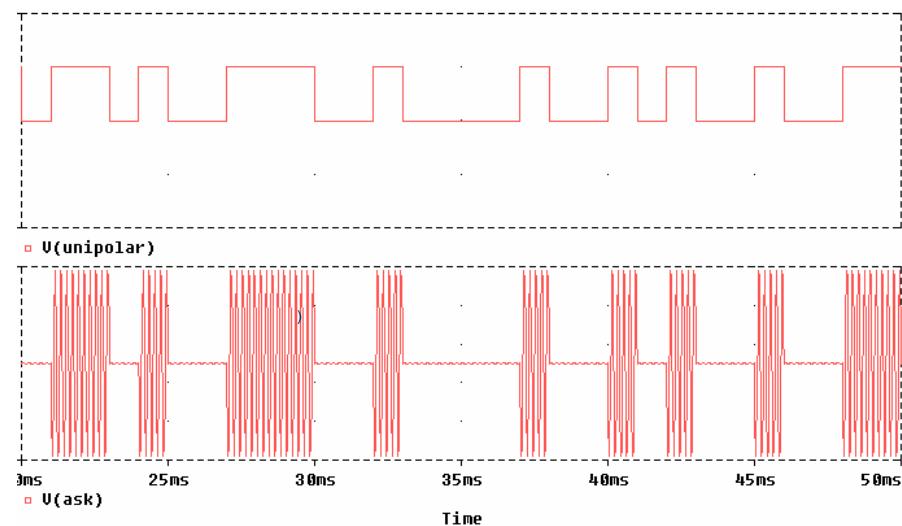
Das modulierte Signal ist

$$u_{ASK}(t) = b(t)u_c(t) = b(t)\hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$



ASK-Modulation mit Multiplizierer (PSPICE-Schema)

3.2 Amplitude Shift Keying



ASK- (OOK) moduliertes Signal im Zeitbereich ($T_b = 0.5\text{ms}$)



3.2 Amplitude Shift Keying

Das Spektrum des modulierten Signals erhält man durch Faltung (Multiplikation der Fourier-Reihenentwicklung) des Binärsignals mit dem Träger.

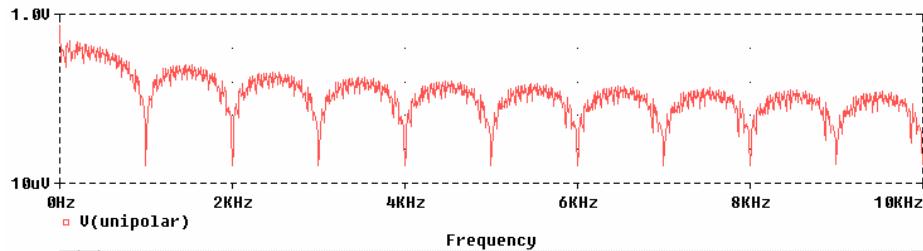
$$s(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) - \frac{1}{3} \cos\left(\frac{3 \cdot 2\pi t}{T_s}\right) + \dots \right] \right\}$$

Träger

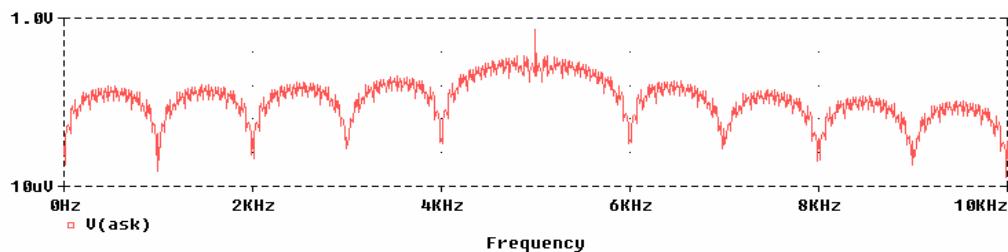
Modulationssignal $b(t)$

Vereinfachend wurde hier als Modulationssignal eine 1-0-Folge mit einer Periodendauer von $T_s = 2 T_b$ angenommen.

3.2 Amplitude Shift Keying



Spektrum des Binärsignals (PRBS mit $T_b = 0.5\text{ms}$)



Spektrum eines mit einer PRBS modulierten 5kHz-Trägers (PRBS mit $T_b = 0.5\text{ms}$)

124

Das Spektrum des modulierten Signals ist symmetrisch zum Träger:

Zum Erkennen des Signals genügt die Übertragung des Spektrums bis zum ersten Seitenschwingungspaar, also nur die Hauptkeule. Die mindestens erforderliche Bandbreite beträgt damit $B_{HF} = f_b$.

In der Praxis wählt man meist eine um den Faktor 1.4 grössere Bandbreite.

$$B_{HF} \approx 1.4 \cdot f_b$$



3.2 Amplitude Shift Keying

Amplitudentastung kann auch mehrwertig mit m-Signalzuständen (m-ary ASK, mASK) ($m = 2, 4, 8, \dots, 2^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$) vorgenommen werden.

Der Träger wird dabei durch ein m-stufiges Basisbandsignal mit der Symbolrate

$$r_s = \frac{1}{T_s}$$

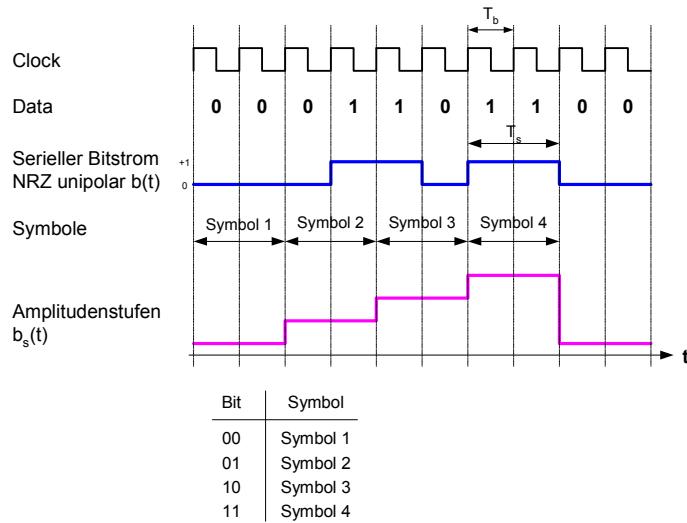
moduliert.

Es werden n Bits zu m Symbolen zusammengefasst. Im Modulationsintervall ($kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$) wird jedem Symbol des Basisbandes eine diskrete Amplitudenstufe des Trägers zugeordnet.

3.2 Amplitude Shift Keying

Beispiel:

Mit $n=2$ erhalten wir $2^n = 4$ Symbole.



126

In der deutschen Literatur wird an Stelle von Symbol auch die Bezeichnung „Dibit“ verwendet, wenn ein Symbol zwei Bits zusammenfasst.

Der serielle Bitstrom wird durch Serie-Parallelwandlung und D/A-Wandlung in die gewünschten Amplitudenstufen umgesetzt. Die Zuweisung der Amplitudenstufen zu den Symbolen erfolgt willkürlich entsprechend den gewünschten Systemvorgaben und ist nicht genormt. Zum Beispiel kann folgende Zuordnung erfolgen:

$$b_s(t) = \begin{cases} 1.00V & "11" \\ 0.66V & "10" \\ 0.33V & "01" \\ 0V & "00" \end{cases}$$



3.2 Amplitude Shift Keying

Die Symbolrate r_s ist n-mal kleiner als die Bitrate und damit wird auch die Niquistbandbreite n-mal kleiner als bei der zweiwertigen ASK (OOK).

$$r_s = \frac{1}{T_s} = \frac{r_b}{n} = \frac{1\text{Bit}}{nT_b} = \frac{r_b}{\log_2 m}$$

$$B_N = \frac{1}{2T_s} = \frac{1}{2nT_b} = \frac{1}{2} \frac{f_b}{\log_2 m}$$

Die benötigte HF-Bandbreite ist wegen der Bildung zweier Seitenbänder doppelt so gross wie die Bandbreite des Basisbandsignals:

$$B_{mASK} = \frac{1}{T_s}$$

Bei Verwendung eines Raised Cosine Filters wird die benötigte HF-Bandbreite:

$$B_{mASK} = \frac{1}{T_s} (1 + \alpha)$$

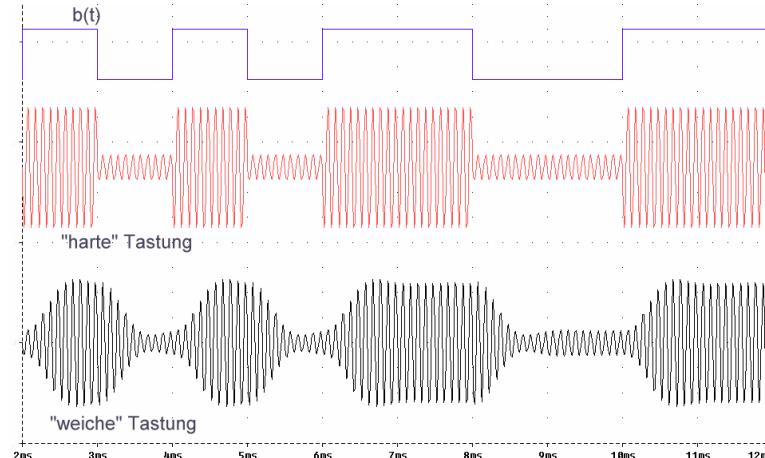
α = Roll-off-Faktor des Filters

127

3.2 Amplitude Shift Keying

Die **Modulation** erfolgt durch Multiplikation von $u_c(t)$ mit $b(t)$

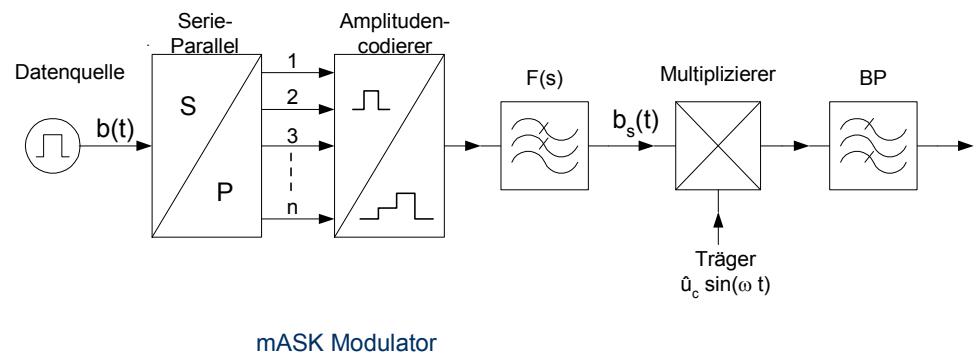
$$u_{\text{mASK}}(t) = u_c(t) \cdot b_s(t)$$



128

Die Hüllkurve des mASK-modulierten Signals wird durch die Impulsform des Basisbandsignals geprägt. Bei Filterung mit einem Nyquistfilter sind die Signalübergänge „weich“, man spricht deshalb von „weicher Tastung“, im Gegensatz zu „harter Tastung“ bei Rechteckimpulsen

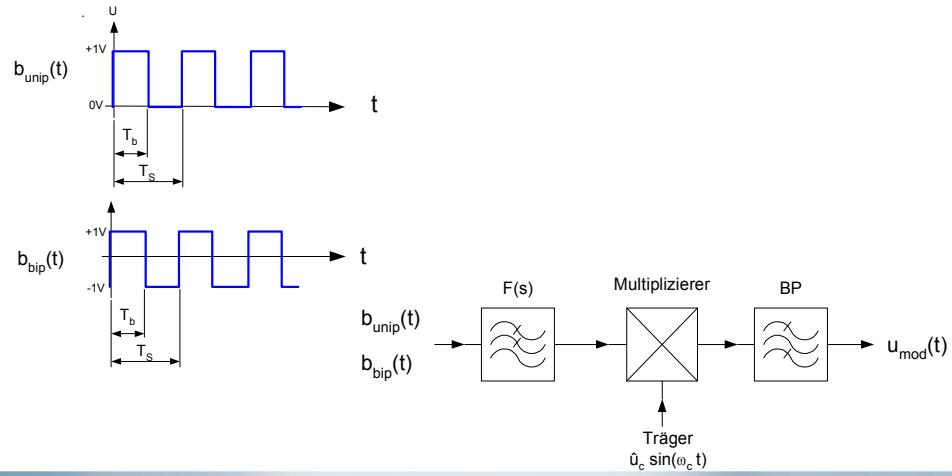
3.2 Amplitude Shift Keying



3.2 Amplitude Shift Keying

Betrachtungen zum Multiplizierer:

Betrachtet man die Multiplikation von zwei Basisbandsignalen, eines unipolar mit Gleichanteil und eines bipolar ohne Gleichanteil, mit dem Träger, ist folgende Beschreibung möglich:



130

In fast allen Systemen digitaler Modulation werden Multiplizierer (Mischer) für die Modulation und Demodulation verwendet. Im Modulator wird das zu übertragende Basisbandsignal nach der Impulsformung mit einem Sinusträger multipliziert. Da die Multiplikation nicht ideal realisiert werden kann, folgt am Multipliziererausgang ein Bandpassfilter um unerwünschte Mischprodukte zu unterdrücken. Enthält das zu übertragende Basisbandsignal einen Gleichspannungsanteil (unipolar), so entsteht nach der Produktmodulation im Spektrum des modulierten Signals eine Spektrallinie bei der Trägerfrequenz. Enthält das Basisbandsignal keinen Gleichanteil (Manchester), so wird der Träger unterdrückt.



3.2 Amplitude Shift Keying

Die beiden Basisbandsignale können durch ihre Fourierreihenentwicklung angegeben werden:

$$b_{\text{unip}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

$$i = 1, 3, 5, \dots$$

$$b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

Werden diese Basisbandsignale mit dem Träger $u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$ multipliziert, erhält man:

$$u_{\text{modunip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{unip}}(t) = \frac{\cos(\omega_c t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

$$u_{\text{modbip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

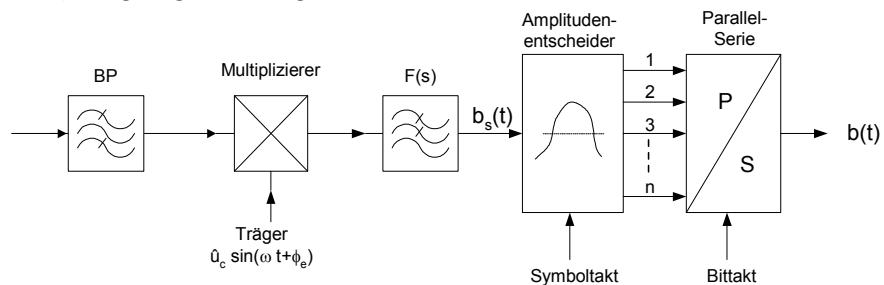
Beim **unipolaren** Basisbandsignal erscheint der Träger mit halber Amplitude und das obere und untere Seitenband.

Beim **bipolaren** Basisbandsignal ist der Träger nicht vorhanden, sondern nur die beiden Seitenbänder.

3.2 Amplitude Shift Keying

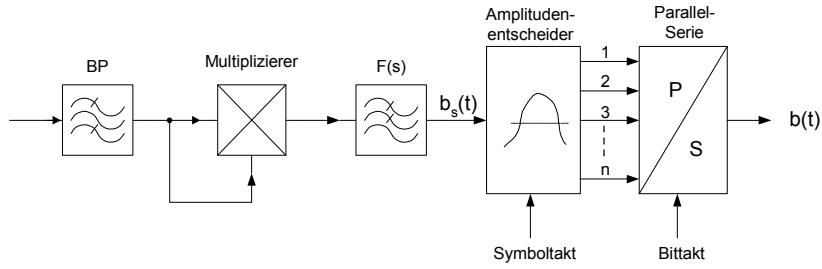
Die **Demodulation** kann **kohärent** oder **inkohärent** erfolgen. Unter kohärent wird eine Demodulation verstanden, bei der der Demodulationsträger phasenstarr mit dem Senderträger verknüpft ist (Synchrongendemodulator). Inkohärente Demodulation ist z.B. der Hüllkurvendemodulator.

Für kohärente Demodulation muss der Träger aus dem Empfangssignal rückgewonnen werden.

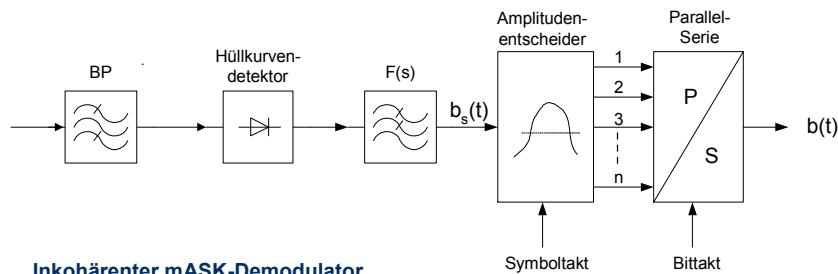


Kohärenter mASK-Demodulator

3.2 Amplitude Shift Keying



Kohärenter mASK-Demodulator mit Quadrierung



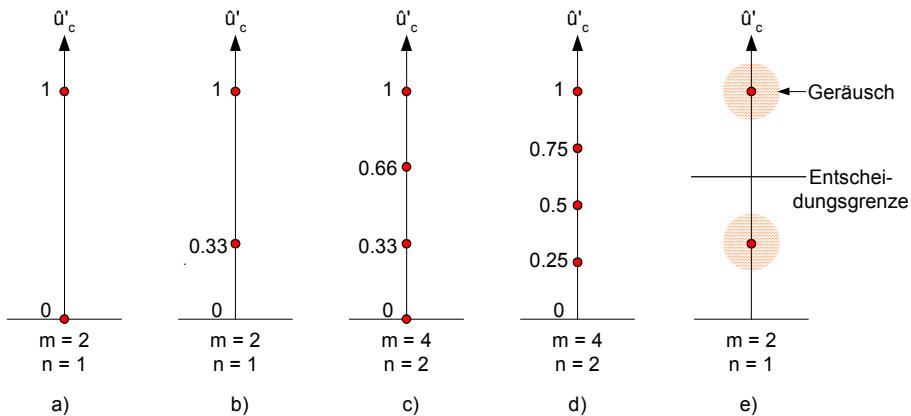
Inkohärenter mASK-Demodulator

133

Das Prinzip der Demodulation mit Quadrierung wird bei den Betrachtungen der PSK analysiert werden.

3.2 Amplitude Shift Keying

Die diskreten Signalzustände werden zur Veranschaulichung im **Zustandsdiagramm** dargestellt.



134

Jeder Punkt charakterisiert im Modulationsintervall ein mASK-Symbol. Die grösste Amplitude im Zustandsdiagramm wird normalerweise auf 1 normiert. Diese Darstellung erlaubt die graphische Beurteilung der Störsicherheit. Mit geringer werdendem Abstand der Signalpunkte steigt die Störanfälligkeit, weil der Abstand zur Entscheidungsgrenze abnimmt (Bild e)).

Bei kohärenter Demodulation ist es günstiger, mASK-Systeme mit Zustandsdiagrammen zu verwenden, bei denen der Signalzustand „Null“ (kein Träger, Bild a), c)) mitbenutzt wird.

Bei inkohärenter Demodulation ist hingegen zu empfehlen, den Signalpunkt „Null“ (kein Träger) nicht zu verwenden (Bild b), d)).



3.3 Phase Shift Keying

3.3 Phase Shift Keying PSK

Bei der Phasenumtastung wird die Phase der Trägerschwingung entsprechend dem zu übertragenen digitalen Signal umgetastet. Amplitude und Frequenz wird beibehalten. Den zu übertragenen verschiedenen Zeichen werden absolute Phasenlagen der Trägerschwingung zugeordnet.

Mit dem binären Modulationssignal $b(t)$ wird die Phase des Trägers zwischen diskreten Phasenwerten umgetastet.

Wird die Phase nur zwischen zwei diskreten Werten ($0^\circ, 180^\circ$) umgetastet wird das Verfahren Binäre Phasenumtastung (Binary Phase Shift Keying **BPSK**) genannt.

Mehrwertige Phasenumtastverfahren sind ebenfalls möglich (**m-ary PSK**).

Sehr verbreitet sind Systeme mit 4 Phasenzuständen (Quadrature Phase Shift Keying **QPSK**).

Ebenfalls sehr verbreitet sind Phasendifferenz Modulationen (Differential Phase Shift Keying **DPSK**).

3.3 Phase Shift Keying

Das binäre Signal bestehend aus einem seriellen Bitstrom von „0“ und „1“ können wir wie folgt beschreiben:



Das BPSK-Signal wird wiederum durch Multiplikation des Basisbandsignals mit dem Träger erzeugt

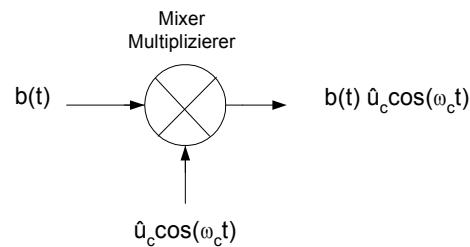
$$b(t) = \begin{cases} +1V & "1" \\ -1V & "0" \end{cases} \quad u_{\text{BPSK}}(t) = b(t) \cdot u_c(t) = b(t) \cdot \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

Damit erhält man:

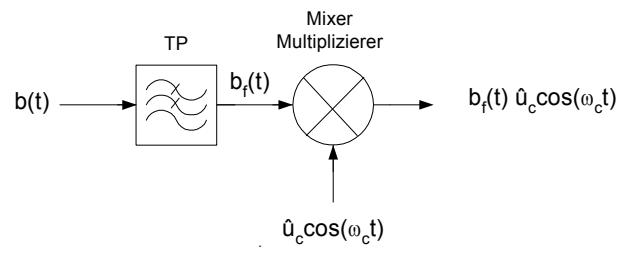
$$u_{\text{BPSK}}(t) = \hat{u}_c \begin{cases} \cos(\omega_c t) & "0" \\ \cos(\omega_c t + \pi) & "1" \end{cases}$$

$\cos(\omega_c t + \pi) = -\cos(\omega_c t)$

3.3 Phase Shift Keying



BPSK-Modulator ohne Filter

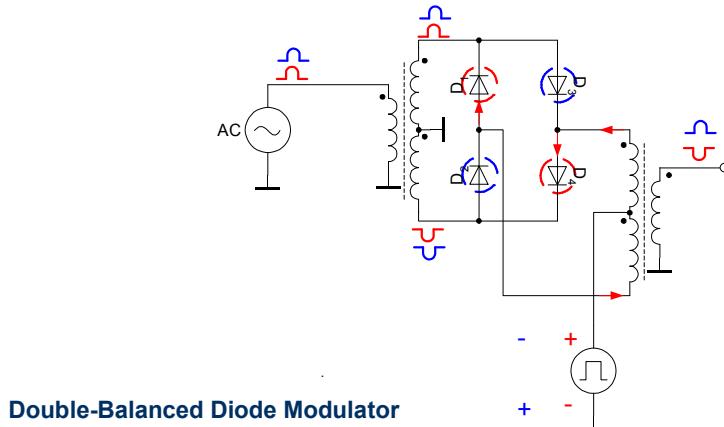


BPSK-Modulator mit Filter

3.3 Phase Shift Keying

Mixer, Multiplizierer

Wie bereits erwähnt, werden in digitalen Modulationssystemen meist doppelt balancierte Modulatoren (Double-Balanced Modulator DBM) verwendet. Ein sehr verbreiteter Typ ist der Diodenringmodulator. Seinem einfachen Aufbau steht die grosse LO-Leistung von typisch +7 dBm als Nachteil gegenüber.



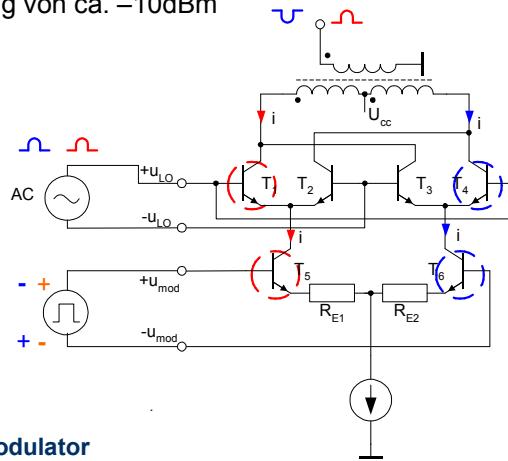
Double-Balanced Diode Modulator

138

3.3 Phase Shift Keying

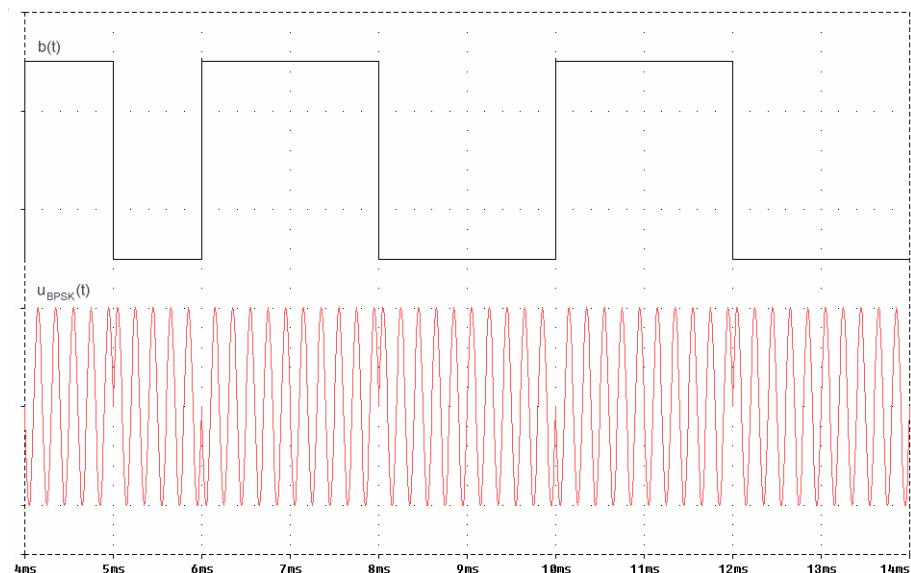
Die aufwendigere Gilbert-Cell (nach seinem Entwickler Barry Gilbert bezeichnet) hat verschiedene Vorteile:

- einfache Integration in einem IC
- es wird nur ein Transformator (wenn überhaupt) benötigt
- kleine LO-Leistung von ca. -10dBm



Gilbert-Cell Modulator

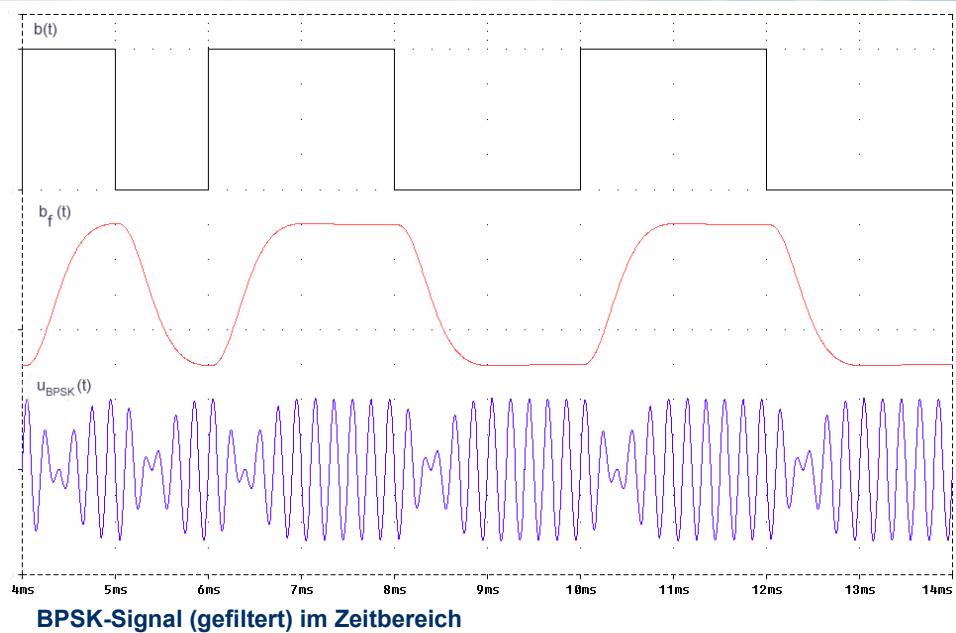
3.3 Phase Shift Keying



BPSK-Signal (ungefiltert) im Zeitbereich

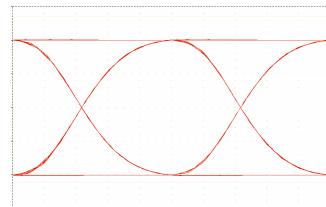
140

3.3 Phase Shift Keying

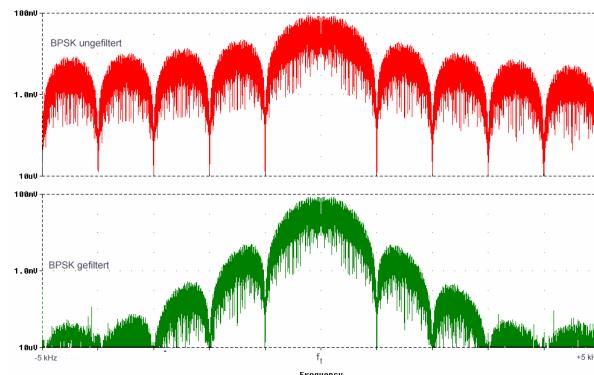


141

3.3 Phase Shift Keying



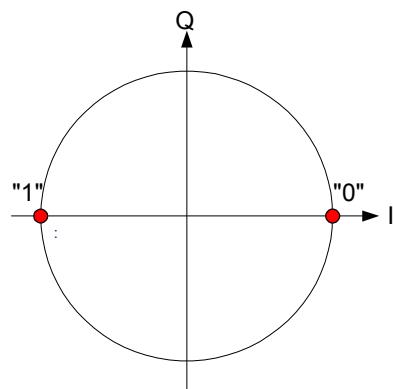
Augendiagramm von $b_r(t)$ (gefiltert)



BPSK-Signal (gefiltert und ungefiltert) im Frequenzbereich

142

3.3 Phase Shift Keying



I = In-Phase-Komponente
Q = Quadratur-Phase-Komponente

BPSK-Signal im Phasenzustandsdiagramm



3.3 Phase Shift Keying

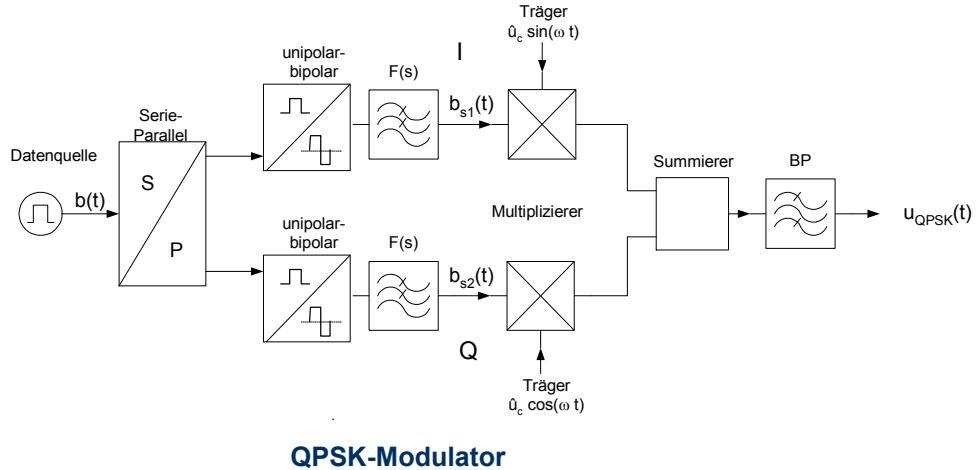
Quadratur-PSK (QPSK)

Genau gleich wie bei der mehrwertigen Amplitudentastung kann auch eine mehrwertige PSK verwendet werden. Sehr verbreitet ist die 4-PSK (Quadratur Phase Shift Keying QPSK). QPSK entsteht durch Überlagerung von zwei BPSK-Systemen, wobei der Träger des einen Systems 90 Grad Phasenverschiebung gegenüber dem Träger des zweiten Systems aufweist.

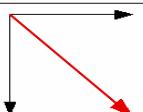
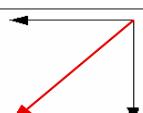
| Bit | Symbol |
|-----|----------|
| 00 | Symbol 1 |
| 01 | Symbol 2 |
| 10 | Symbol 3 |
| 11 | Symbol 4 |

3.3 Phase Shift Keying

Zur Erzeugung der I- und Q-Signale (I = Inphase, Q = Quadraturphase) wird eine Serie-Parallel-Wandlung der Nutzdaten mit anschliessender Filterung vorgenommen.

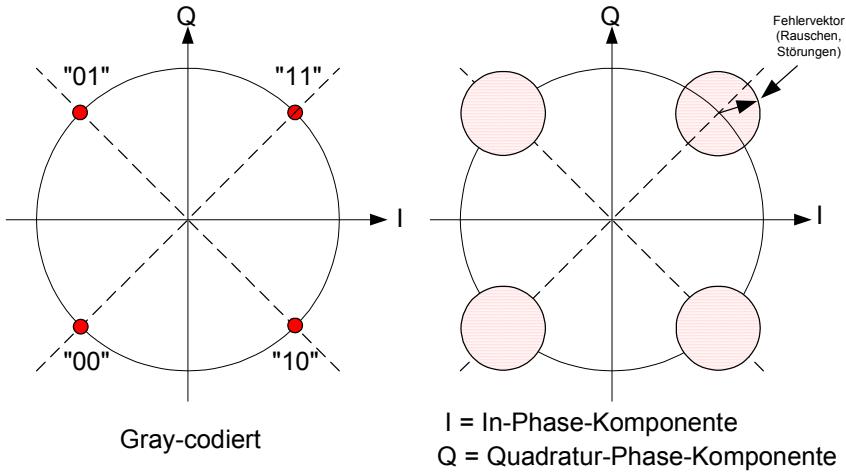


3.3 Phase Shift Keying

| I [$b_{s1}(t)$] | Q [$b_{s2}(t)$] | $u_{QPSK}(t)$ | Vektordiagramm |
|-------------------|-------------------|--|--|
| +1 | +1 | $+\sin(\omega_c t) + \cos(\omega_c t)$ |  |
| +1 | -1 | $+\sin(\omega_c t) - \cos(\omega_c t)$ |  |
| -1 | +1 | $-\sin(\omega_c t) + \cos(\omega_c t)$ |  |
| -1 | -1 | $-\sin(\omega_c t) - \cos(\omega_c t)$ |  |

3.3 Phase Shift Keying

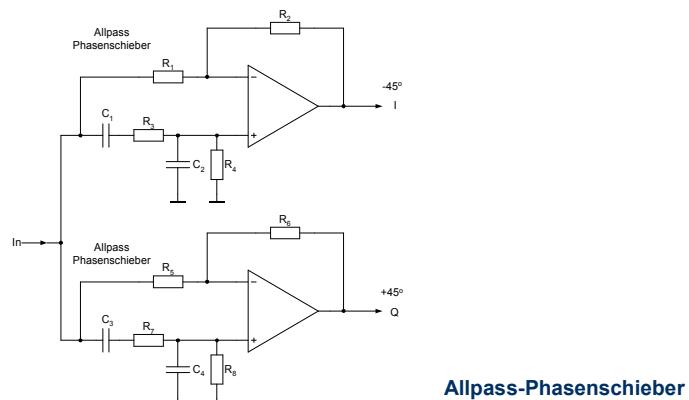
Die Symbolzuweisung wie hier gezeigt, wird Gray-Codierung genannt. Der Vorteil dieser Codierung liegt darin, dass wenn ein Symbolfehler in einen anliegenden Quadranten fällt, nur ein Bit falsch erkannt wird.



3.3 Phase Shift Keying

Schaltungen für die Trägerquadratur

Für tiefe Trägerfrequenzen bis einige 100 kHz kann ein Allpass-Phasenschieber in aktiver Filtertechnik mit OpAmp's verwendet werden. Mit zwei Filtern 2. Ordnung wie im untenstehenden Bild, kann eine Phasengenauigkeit von einigen Grad über einen Frequenzbereich von einer Dekade erreicht werden.

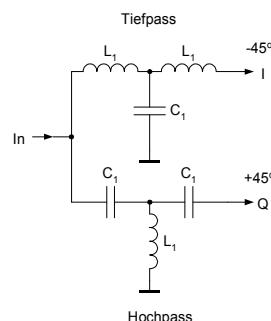


Allpass-Phasenschieber

3.3 Phase Shift Keying

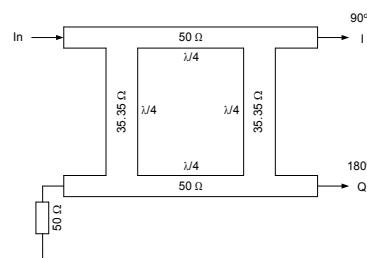
Hoch-Tiefpass-Phasenschieber

Im Frequenzbereich von bis zu einigen 100 MHz ist eine Hoch-Tiefpass-Schaltung mit konzentrierten L und C eine gut realisierbare Lösung. Die Bandbreite ist allerdings stark eingeschränkt.



Branchline-Koppler

Im GHz-Bereich sind Lösungen mit Richtkopplern (hier ein Branchline-Koppler als Beispiel) gut zu realisieren. Bei Verwendung von Substraten mit hohem ϵ_r ergeben sich kleine Abmessungen. Die Bandbreiten liegen in der Größenordnung einer Oktave.

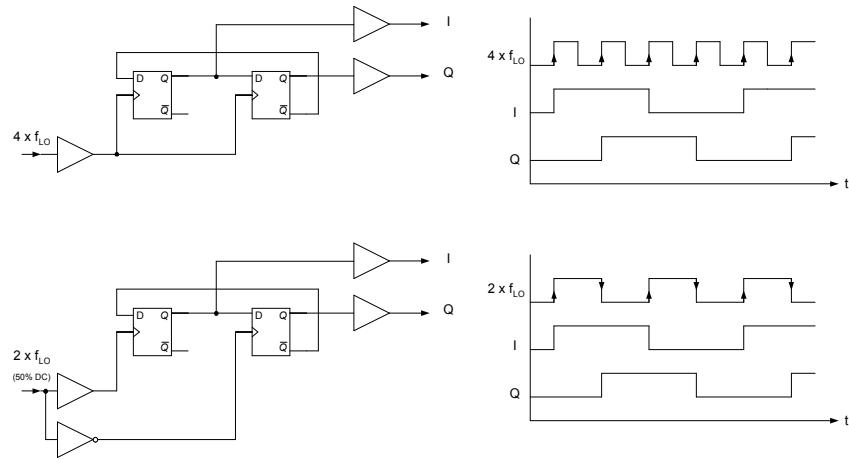


149

3.3 Phase Shift Keying

Digitale Lösungen

mit Flip-Flops sind in ihrer Bandbreite nur durch die maximale Clockfrequenz der verwendeten Logiktechnologie eingeschränkt (bis einige GHz). Als Hauptnachteil sind die zwei- oder vierfache Trägereingangsfrequenz zu erwähnen.

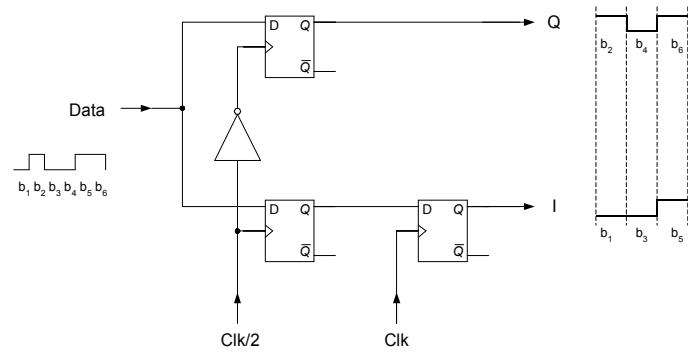


150

3.3 Phase Shift Keying

Symbolbildung

Eine einfache Schaltung für die Symbolbildung mit Gray-Codierung zeigt untenstehendes Bild:





3.3 Phase Shift Keying

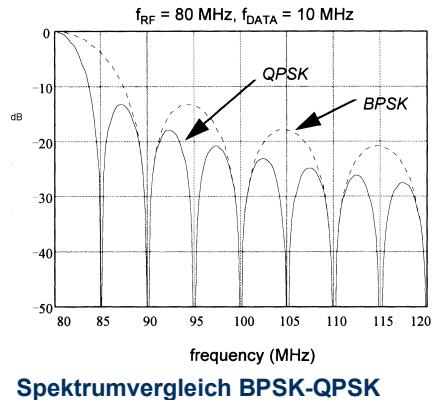
Spektrumeffizienz

Durch die Kombination zweier Bit zu einem Symbol, ist die Symbolfrequenz nur halb so gross wie die Bitfrequenz. Dies bedeutet, dass bei QPSK die benötigte Bandbreite nur halb so gross ist wie bei BPSK, oder dass bei gleicher Bandbreite die doppelte Bitrate übertragen werden kann.

Die Spektrumeffizienz wird manchmal angegeben als Bit/s/Hz für ein ideales Nyquist-System. Die praktisch vorhandene Spektrumeffizienz ist ca. 0.7 der theoretischen.

| Modulation | Spektrumeffizienz Bit/s/Hz | Anwendung |
|----------------------|----------------------------|--|
| MSK | 1 | GSM |
| BPSK | 1 | Telemetrie, Kabelmodems |
| OQPSK | 1 | |
| QPSK | 2 | Satellitentechnik, TETRA, CDMA, NADC, PHS, DVB-S, Modems |
| DQPSK, $\pi/4$ -QPSK | 3 | NDAC, TACS |
| 8PSK | 3 | Satellitentechnik, Telemetrie, Flugfunk |
| 16QAM | 4 | Mikrowellen, Modems, DVB-C, DVB-T |
| 32QAM | 5 | Mikrowellen, DVB-T |
| 64QAM | 6 | DVB-C, Modems, Mikrowellen |
| 256QAM | 8 | DVB-C, Modems, Mikrowellen |

3.3 Phase Shift Keying



Die benötigten HF-Bandbreiten mit Basisbandfilterung berechnen sich nach:

$$B_{BPSK} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{OQPSK} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{QPSK} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{2T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{8PSK} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{3T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{16QAM} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{4T_b}(1 + \alpha)$$

T_s = Symbolelänge

T_b = Bitlänge

α = Roll-off-Faktor des Filters

3.3 Phase Shift Keying

Das Ausgangsspektrum des modulierten Signals resultiert als Multiplikation des Basisbandsignals (Symbole bei höherwertiger Modulation) mit dem Träger als zweiseitiges Spektrum um den Träger.

Beispiel: Leistungsspektrum der BPSK

Ein bipolares NRZ-Basisbandsignal hat die Spektralverteilung von

$$G_{\text{NRZ}}(f) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$

Für die BPSK-Modulation wird das Basisband $b(t)$ mit dem Träger $\hat{U}_c \cos(\omega_c t)$ multipliziert

$$G_{\text{BPSK}}(f) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2 \hat{U}_c \cos(\omega_c t)$$

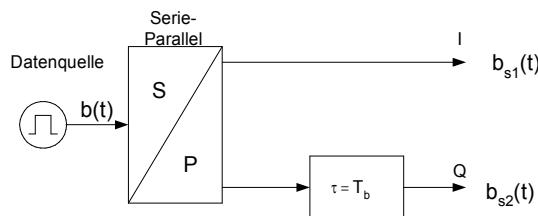
Nach einiger trigonometrischer Umformung erhält man das zweiseitige Spektrum

$$G_{\text{BPSK}}(f) = U^2 \hat{U}_c T_b \left\{ \left[\frac{\sin(\pi T_b [f - f_c])}{\pi T_b [f - f_c]} \right]^2 + \left[\frac{\sin(\pi T_b [f + f_c])}{\pi T_b [f + f_c]} \right]^2 \right\}$$

3.3 Phase Shift Keying

Offset QPSK (OQPSK)

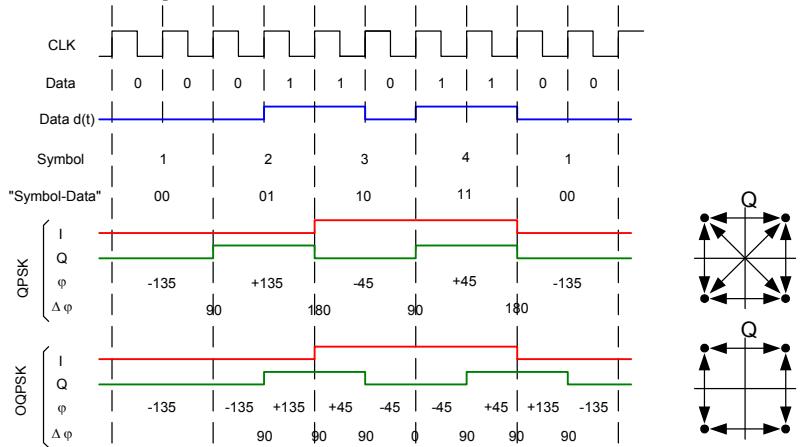
Bei QPSK durchläuft die Amplitude bei einem Phasenwechsel von 180° für eine kurze Zeit den Wert Null. Dies führt dazu, dass im System grosse Amplitudenvariationen verarbeitet werden müssen und die gesamte Systemkette lineares Verhalten aufweisen muss (keine Begrenzungen). Um einen Phasenwechsel von 180° zu vermeiden, und damit die Amplitudenvariation zu vermindern, werden die Q-Daten um eine Bitperiode (1/2-Symbolperiode) verzögert.



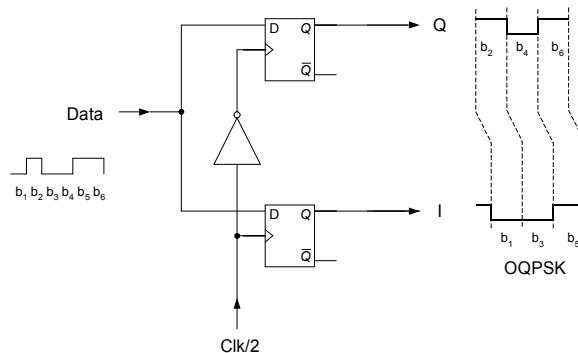
3.3 Phase Shift Keying

Dies hat wie untenstehendes Impulsdiagramm zeigt zur Folge, dass nur noch Phasensprünge von $\pm 90^\circ$ auftreten und somit die Amplitude des Trägers nur noch auf minimal 0.707 des Maximalwertes absinkt.

Der Vorteil der Spektrumeffizienz von QPSK geht allerdings bei OQPSK wieder verloren und ist gleich wie bei BPSK.



156



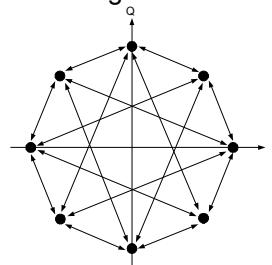
Einfache Schaltung für OQPSK

3.3 Phase Shift Keying

Differential QPSK (DQPSK), $\pi/4$ -QPSK

Ein weiteres Verfahren besteht darin, nur Phasensprünge von $\pm\pi/4$ und $\pm3\pi/4$ zuzulassen. Die Informationen werden differenzcodiert: Symbole werden als Phasenänderung und nicht als absolute Phasenlagen übertragen.

| Bitkombination | Phasenänderung |
|----------------|----------------|
| 00 | $\pi/4$ |
| 01 | $3\pi/4$ |
| 10 | $-\pi/4$ |
| 11 | $-3\pi/4$ |



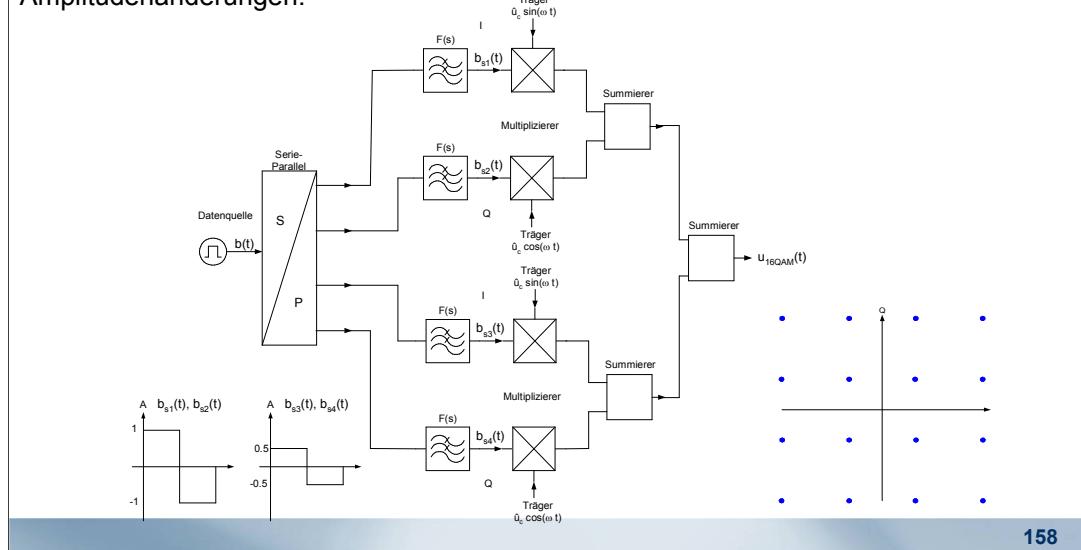
Damit erhält man 8 mögliche Phasenzustände mit einer Spektrumeffizienz von 3 Bit/s/Hz. Die Amplitudenänderung ist grösser als bei OQPSK aber kleiner als bei QPSK.

Da für jedes Symbol eine Phasenänderung vorhanden ist, wird die Rückgewinnung des Clocks auf der Empfangsseite besonders einfach. Ebenso kann die Demodulation inkohärent (nicht synchron) erfolgen, was eine Schaltungsvereinfachung bedeutet.

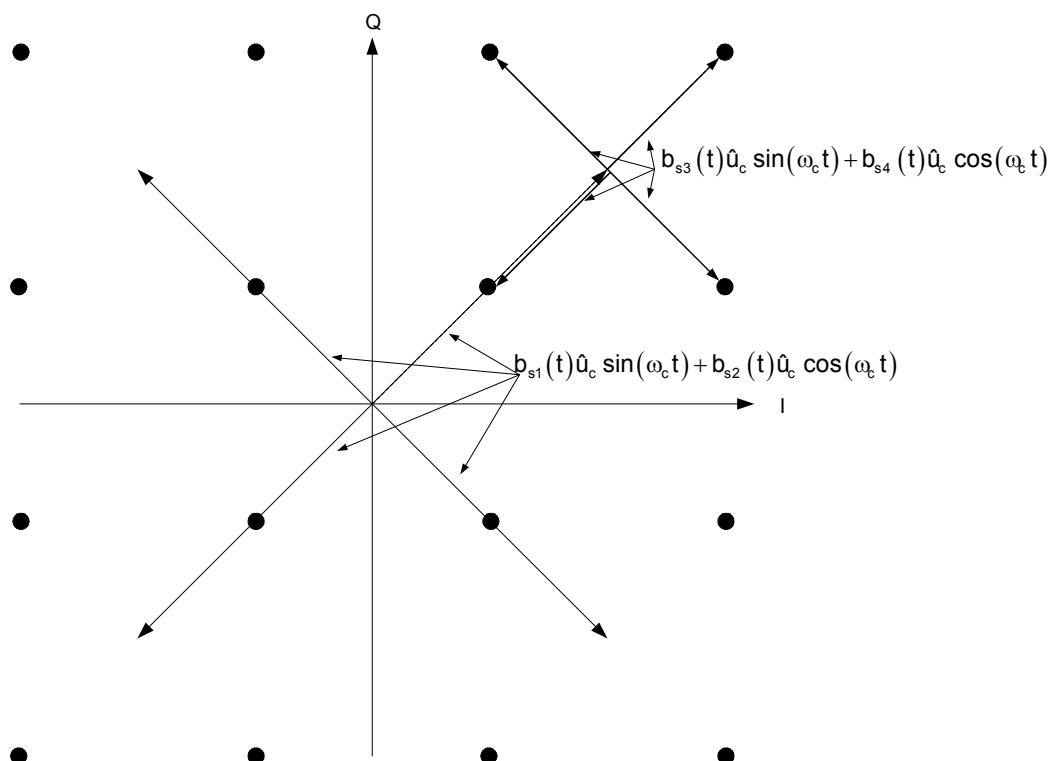
3.3 Phase Shift Keying

Quadrature Amplitude Modulation QAM

Werden zwei QPSK-Systeme wie untenstehend zusammengeschaltet, erhält man ein 16-QAM-System, d.h. man erzeugt 16 Zustände aus Phasen- und Amplitudenänderungen.



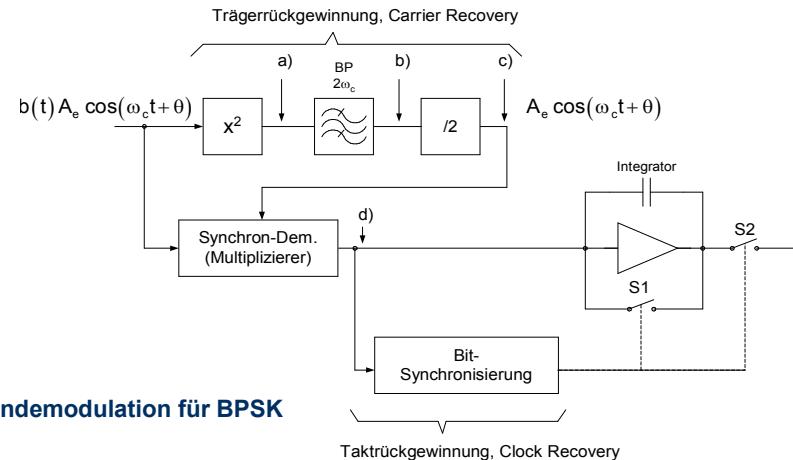
Die Entstehung der 16 Zustände kann leicht aus der Vektoraddition der einzelnen Modulationskomponenten hergeleitet werden. 16-QAM wird standardmäßig in Richtfunkanlagen mit Bitraten von 140 Mbit/s eingesetzt.



3.3 Phase Shift Keying

Demodulation

Grundsätzlich ist die Demodulation die Umkehrung der Modulationsschaltung. Für Synchron demodulation (kohärent) muss auf der Empfangsseite der Träger phasenstarr aus dem Empfangssignal hergeleitet werden. Ebenso muss der Daten- oder Symbolclock zurückgewonnen werden.



159

Die Quadrierung des Eingangssignals liefert (Punkt a) im Blockschaltbild):

$$[b(t)A_e \cos(\omega_c t + \theta)]^2 = A_e^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_c t + \theta) \right] = \frac{1}{2} A_e^2 [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)]$$

Nach dem Bandpass bleibt (DC entfernt) (Punkt b):

$$\frac{1}{2} A_e^2 \cos(2\omega_c t + 2\theta) \quad b)$$

Nach dem Teiler durch 2 ist der Träger zurückgewonnen (Punkt c):

$$A_e \cos(\omega_c t + \theta) \quad c)$$

Durch die Multiplikation des Eingangssignals mit dem rückgewonnenen Träger erhält man:

$$\begin{aligned} & b(t)A_e \cos(\omega_c t + \theta) \hat{u}_c \cos(\omega_c t + \theta) \\ &= b(t)A \cos^2(\omega_c t + \theta) = b(t)A \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)] \end{aligned} \quad d)$$

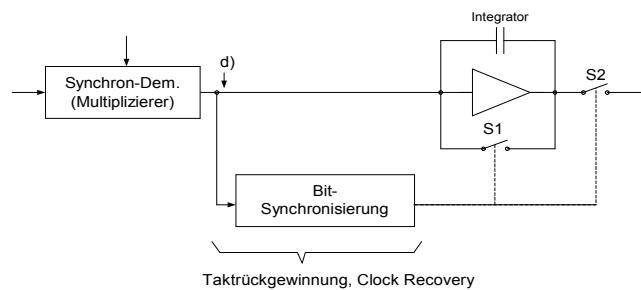
Die Werte der Amplituden sind in diesen Betrachtungen nicht von Bedeutung.

3.3 Phase Shift Keying

Die **Bit-Synchronisation** hat folgende Funktion:

Das Ende eines Bits wird erkannt

Am Ende eines Bits wird der Schalter S1 kurz geschlossen um das Integrator-C zu entladen. Kurz bevor S1 geschlossen wird, wird S2 kurz geschlossen, um ein Sample des Ausgangs des Integrators zu erhalten. Dieses Sample ist das gewünschte Ausgangssignal..



160

Für die Analyse nehmen wir der Einfachheit halber an, dass die Bitlänge T_b gleich ist, wie eine geradzahlige Anzahl n Schwingungen der Trägerfrequenz f_c :

$$T_b = n f_c$$

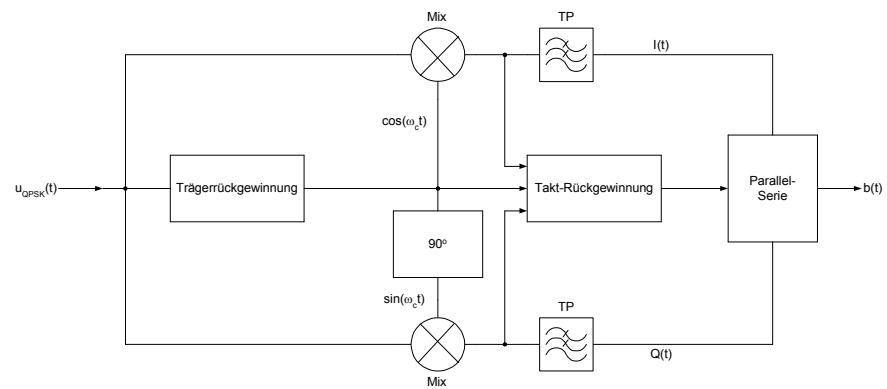
In diesem Falle ist die Ausgangsspannung des Integrators am Ende eines Bit-Intervalls von $(k-1)T_b$ bis kT_b gemäss Gleichung d):

$$\begin{aligned} u_o(kT_b) &= \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} b(kT_b) A \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)] dt \\ &= b(kT_b) A \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} dt + b(kT_b) A \underbrace{\int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} \cos 2(\omega_c t + \theta) dt}_{=0, \text{ Integral über eine ganze Periode}} \\ &= b(kT_b) T_b \frac{A}{2} \end{aligned}$$

Damit ist bewiesen, dass dieser Demodulator ein Abbild der gesendeten Bitfolge $b(t)$ liefert.

3.3 Phase Shift Keying

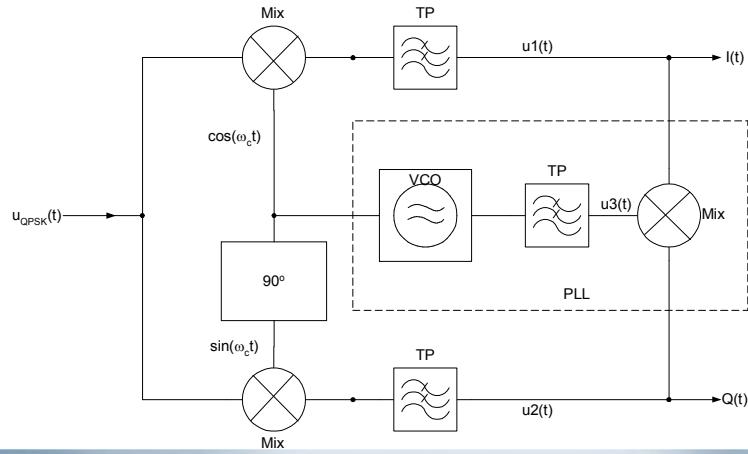
Synchrongdemodulation für QPSK



3.3 Phase Shift Keying

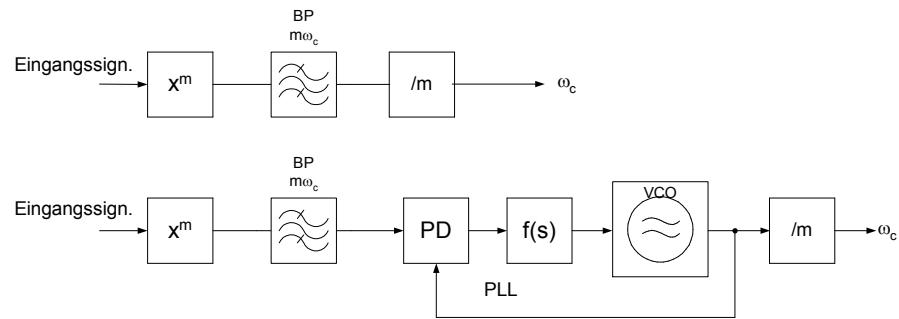
Der Costas-Loop:

Der Costas-Loop besteht aus einer PLL-Regelschleife zum Rückgewinnen der Trägerfrequenz. Beim Auftreten von Frequenz- oder Phasenabweichungen zwischen Eingangssignal und VCO entsteht eine Regelspannung $u_3(t)$, die den VCO nachregelt.



3.3 Phase Shift Keying

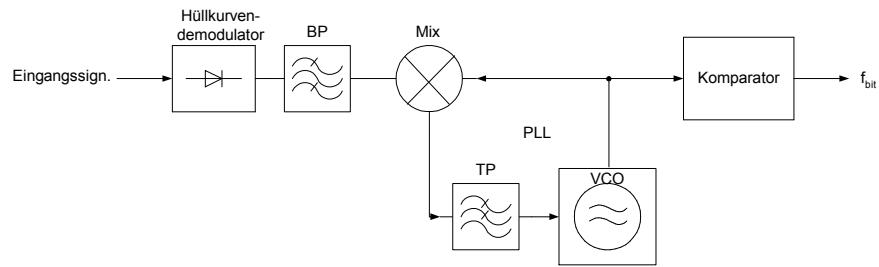
Trägerrückgewinnung bei m-ary-PSK



3.3 Phase Shift Keying

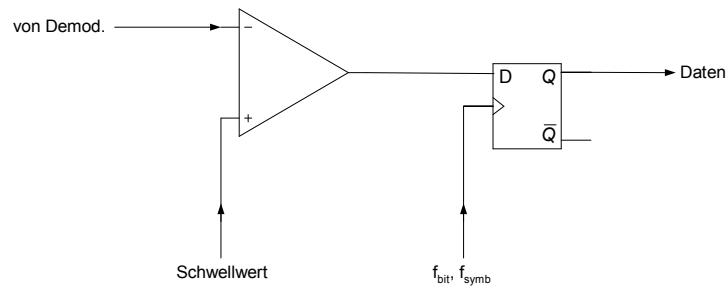
Taktrückgewinnung:

Der Bit- oder Symboltakt lässt sich entweder direkt aus dem Eingangssignal (Taktinformation muss in Amplitude enthalten sein) oder aus dem demodulierten Signal ableiten.



3.3 Phase Shift Keying

Datenregenerierung und Sampler:

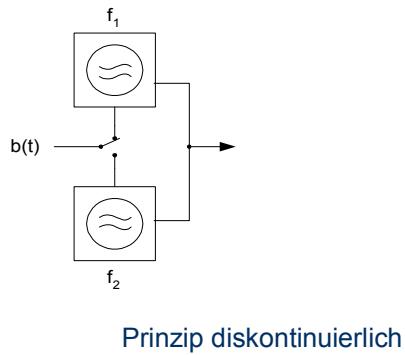


Entscheider, Sampler

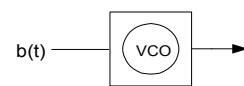
3.4 Frequency Shift Keying

3.4 Frequency Shift Keying FSK

Bei der Frequenzumtastung kann man unterscheiden zwischen FSK mit **diskontinuierlicher** Phase und FSK mit **kontinuierlichem** Phasenverlauf.



Prinzip diskontinuierlich



Prinzip kontinuierlich



3.4 Frequency Shift Keying

Phasenmodulation kann auch als Frequenzmodulation betrachtet werden.
Die Zusammenhänge zwischen Phase und Frequenz sind bekanntlich:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad \varphi(t) = \int \omega(t) dt$$

Wie bei den Phasenumtastungen gibt es auch bei der Frequenzumtastung verschiedene Unterarten.

- Tamed Frequency Modulation, **TFM**: ähnlich wie MSK, aber noch steilerer Spektrumabfall
- Vierfrequenzumtastung, **4-FSK**: Wird in ERMES verwendet.
- **MSK** (Minimum Shift Keying)
- **GMSK** (Gaussfiltered Minimum Shift Keying)

Den weitaus grössten Anwendungskreis hat GMSK (GSM, DECT). Daher wird hier hauptsächlich diese Variante betrachtet.

167

MSK wird auch FFSK (Fast Frequency Shift Keying) genannt.

FSK mit kontinuierlichem Phasenverlauf nennt man auch CPFSK (Continous Phase Frequency Shift Keying)



3.4 Frequency Shift Keying

MSK hat folgende Eigenschaften:

- MSK kann als Phasen- oder Frequenzmodulation betrachtet werden
- Die Phase dreht während der Zeit einer Bitlänge um $\pm 90^\circ$.
- MSK ist eine Frequenzmodulation mit dem Modulationsindex von 0.5
$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{H}{f_m} = 0.5 \quad H = \frac{f_m}{2} \quad H = \text{Hub}$$
$$f_m = \text{Modulationsfrequenz} = \text{Bitfrequenz}$$
- MSK = FFSK (Fast Frequency Shift Keying)

Vorteile:

- Konstante Amplitude (nichtlineare Verstärker)
- Seitenbänder schneller abfallend als bei BPSK, QPSK
- Kleine ISI

Nachteile:

- Hauptkeule des Spektrum Faktor 1.5 breiter als bei QPSK
- Grössere BER als QPSK bei gleichem S/N



3.4 Frequency Shift Keying

Die modulierte Spannung ergibt sich aus:

$$u_{MSK}(t) = \hat{u}_c \cdot \cos \left[\omega_c t + \int_{-\infty}^t b(t) \cdot \frac{\pi}{2} dt \right] = \hat{u}_c \cdot \cos \left[\omega_c t + \frac{\pi}{2} \cdot (\pm 1) \cdot t + \varphi_0 \right]$$
$$b(t) = \begin{cases} +1 & "1" \\ -1 & "0" \end{cases}$$

Um den Hub zu bestimmen, nehmen wir an, dass die Phase während einer Bitlänge T_b für

$$b(t) = +1 \text{ um } +90^\circ = \frac{\pi}{2} \quad \text{und für}$$

$$b(t) = +1 \quad -90^\circ = \frac{-\pi}{2} \quad \text{ändert.}$$

$$\Delta f^+ = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\Delta \varphi(t)}{\Delta t \cdot 2\pi} = \frac{\pi/2}{T_b \cdot 2\pi} = \frac{1}{4T_b} = \frac{f_b}{4}$$

$$\Delta f^- = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\Delta \varphi(t)}{\Delta t \cdot 2\pi} = \frac{-\pi/2}{T_b \cdot 2\pi} = \frac{-1}{4T_b} = -\frac{f_b}{4}$$



3.4 Frequency Shift Keying

Der Frequenzhub H ist dann:

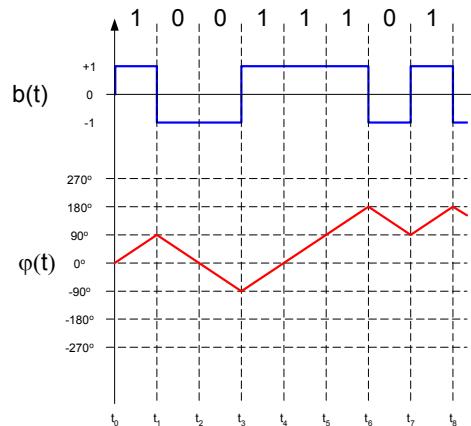
$$H = \Delta f^+ - \Delta f^- = \frac{f_b}{4} - \left(-\frac{f_b}{4} \right) = \frac{f_b}{2}$$

Die Bezeichnung **Minimum Shift Keying** steht für:

Minimale Frequenzdifferenz zwischen „1“ und „0“ für synchrone Demodulation.

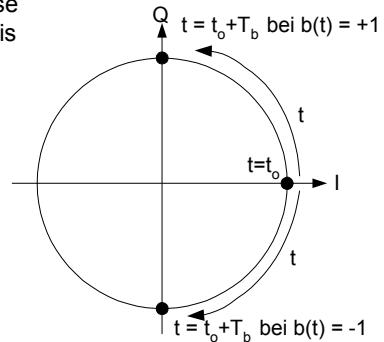
Ein Vielfaches von $\Delta\phi = 90^\circ$ führt zu „1“- und „0“-Frequenzen die immer gleich sind.

3.4 Frequency Shift Keying



Trellis-Diagramm

Phase
Trellis

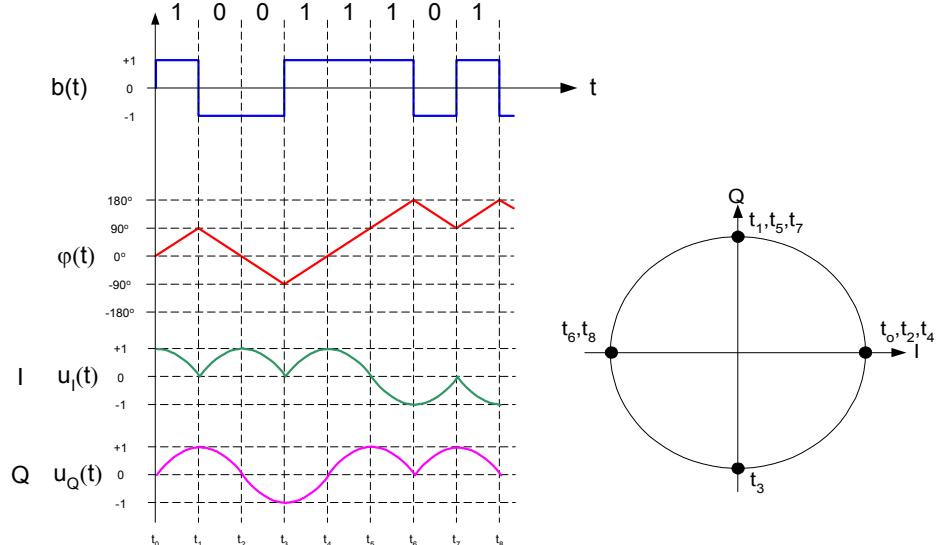


I-Q-Diagramm

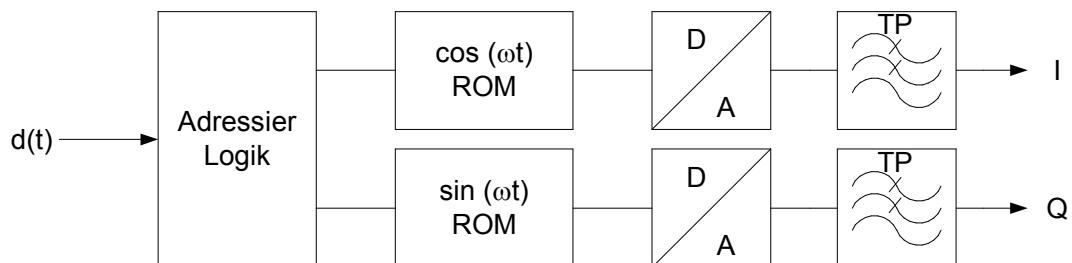
171

3.4 Frequency Shift Keying

Wird ein I-Q-Modulator für MSK verwendet, lassen sich die Spannungen $u_I(t)$ und $u_Q(t)$ aus dem I-Q-Diagramm bestimmen:



172



MSK-Modulation mit IQ-Modulator

3.4 Frequency Shift Keying

Spektrum von MSK:

$$G_{MSK}(f) = \frac{8}{\pi^2} \hat{u} \left[\left\{ \frac{\cos \frac{2\pi(f-f_0)}{f_b}}{1 - \left(\frac{4(f-f_0)}{f_b} \right)^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{\cos \frac{2\pi(f+f_0)}{f_b}}{1 - \left(\frac{4(f+f_0)}{f_b} \right)^2} \right\}^2 \right]$$

$$u_{MSK}(t) = \hat{u}_c \cdot \left[b_e(t) \sin \frac{2\pi t}{4T_b} \right] \cos(\omega_c t) + \hat{u}_c \cdot \left[b_o(t) \cos \frac{2\pi t}{4T_b} \right] \sin(\omega_c t)$$

$b_e(t)$ = gerade Datenbits (2,4,6,...), (I)

$b_o(t)$ = ungerade Datenbits (1,3,5,...), (Q)

Im Gegensatz zu BPSK und QPSK wird der Träger nicht abrupt mit $b(t)$, sondern „weich“ umgeschaltet mit

$$b_e(t) \sin(\chi t), \quad b_o(t) \cos(\chi t)$$

3.4 Frequency Shift Keying

Obwohl das Spektrum vom Träger aus sehr stark abfällt, sind die Nebenmaxima in einem Nachbarkanal immer noch störend. Die Nebenmaxima können weiter verringert werden, wenn die harten Spitzen des Phasenverlaufs „verschliffen“ werden. Durch eine Impulsformung im Basisband können die sprunghaften Phasenänderungen verhindert werden. Wird ein Gauss-Filter für die Impulsformung verwendet, erhält man „Gaussian Minimum Shift Keying“ **GMSK**. Dieses Verfahren wird in GSM (Groupe Spécial Mobile, Global System Mobile, Natel-D) verwendet. Abhängig vom Bandbreite-Zeit-Produkt BT des Gaussfilters werden die Nebenmaxima weiter abgeschwächt, allerdings zu Lasten einer grösseren BER.

174

Gauss-Filter

Haupteigenschaften:

konstante Gruppenlaufzeit im DB und SB

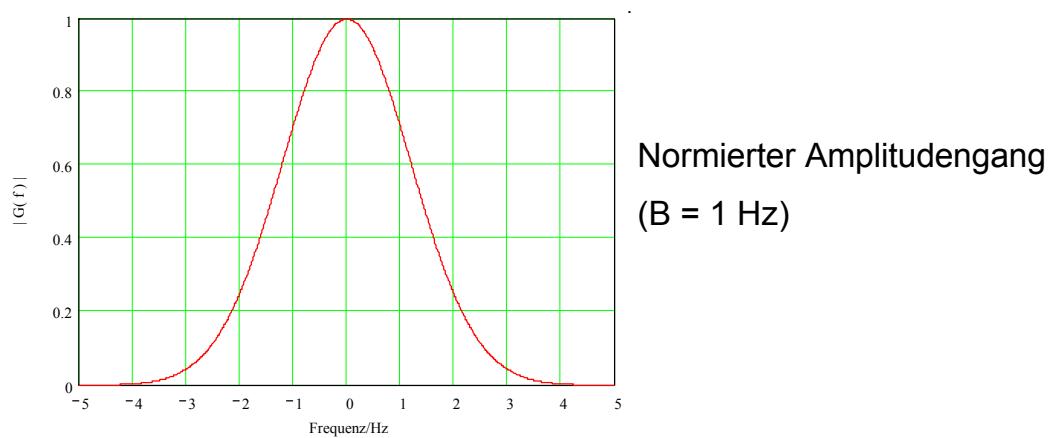
kein Überschwingen der Sprungantwort $h(t)$

Geringe Flankensteilheit im Übergang zum Sperrbereich

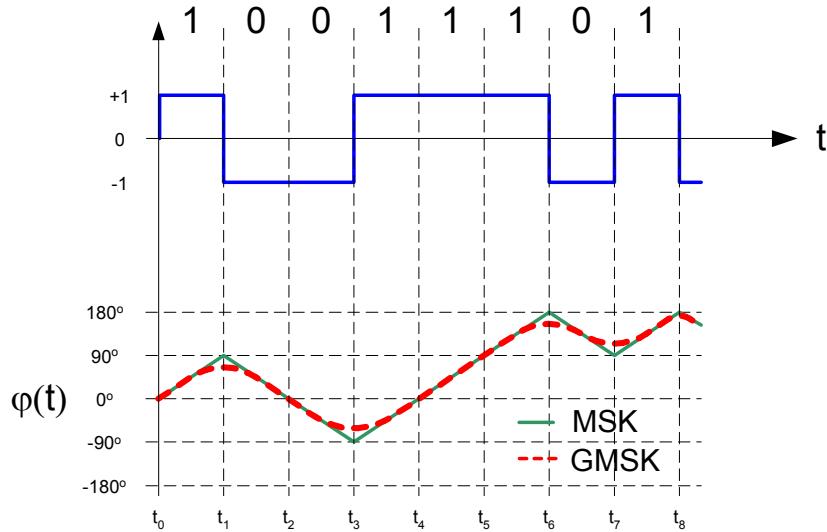
Das Gaussfilter ist kein Nyquistfilter, wird aber häufig bei digitalen Modulationen verwendet, z.B. GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying).

Das Gaussfilter hat eine „weiche“ Impulsantwort ohne Nullduchgänge. Die Übertragungsfunktion ergibt eine glockenförmige Amplitudenverteilung um $f = 0$.

$$|G(f)| = e^{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 \alpha^2} \approx e^{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 0.3466} \quad \alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} = \sqrt{\ln \sqrt{2}} \approx 0.5887$$



3.4 Frequency Shift Keying

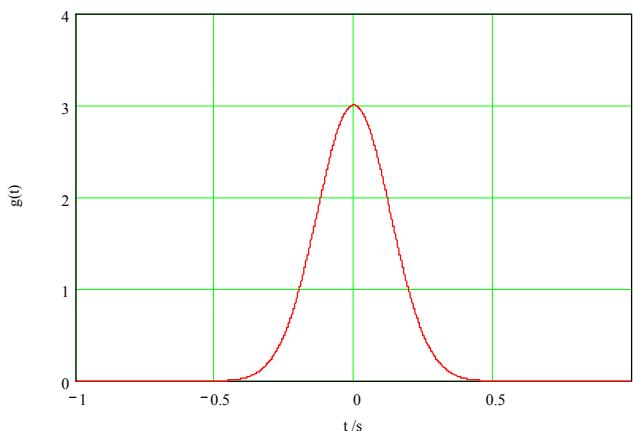


Trellis-Diagramm für MSK und GMSK

175

Für die Impulsantwort finden wir

$$g(t) = B \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{\pi^2 t^2 B^2}{\alpha^2}}$$



Normierte Impulsantwort ($B = 1 \text{ Hz}$)

In der digitalen Modulationstechnik wird das Bandbreite-Bitdauer-Produkt BT

verwendet $BT = B \cdot T_b$

$B = 3\text{dB}\text{-Bandbreite} = f_g$

$T_b = \text{Bitdauer}$

Die Übertragungsfunktion kann damit geschrieben werden

$$|G(f)| = e^{-\left(\frac{f}{BT \cdot r_b}\right)^2 \alpha^2}$$

$$r_b = \text{Bitrate} = \frac{1}{T_b}$$

Für GSM (Global System Mobile, Natel D) werden Filter mit $BT = 0.3$ und für DECT (Digital European Cordless Telephone) mit $BT = 0.5$ verwendet.



3.5 Zusammenfassung

3.5 Zusammenfassung

- In der Funktechnik werden **sinusförmige Träger** moduliert. Moduliert werden können die Amplitude, der Winkel (Frequenz / Phase), oder beide gleichzeitig.
- Modulation dient der Anpassung an den jeweiligen Übertragungskanal (Frequenz und Störschutz).
- Modulation dient zur Multiplexierung mehrerer primärer Kanäle zu einem sekundären Kanal.
- **Amplitudenspektrum und Bandbreite**
- **Zeitfunktion und Leistung**
- **Störverhalten**
- **Bezeichnung der Modulationsarten**

3.5 Zusammenfassung

Amplitudenspektrum und Bandbreite

Die Bandbreite des Basisbandsignals bestimmt die Bandbreite des modulierten Signals.

$$B_{AM} = 2 \cdot f_{mo}$$

$$B_{WM} = 2 \cdot (\Delta f + f_{mo}) = 2 \cdot f_{mo} \cdot (1 + \eta)$$

f_{mo} = max. Basisbandfrequenz m = Modulationsgrad (AM)

B = Bandbreite η = Modulationsindex (WM) = Phasenhub Δf = Frequenzhub

Ist die Bandbreite des Basisbandsignals unbegrenzt, z.B. bei einem pulsförmigen Modulationssignal, so wird auch die HF-Bandbreite unbegrenzt. Dies ist unzulässig.

→ Die BB-Bandbreite muss daher in jedem Fall durch ein Filter (meist ein Tiefpass) begrenzt werden.

Zu vermeiden sind insbesondere steile Flanken des Modulationssignals!



3.5 Zusammenfassung

Zeitfunktion und Leistung

- **Modulationsverfahren mit konstanter Amplitude**

(FM, PM, FSK, FFSK, PSK, MSK, GMSK, ...)

Die Trägeramplitude wird nicht moduliert, - sie enthält also keine Information. Damit ist in einem gewissen Mass eine nichtlineare Signalverarbeitung zulässig und manchmal sogar erwünscht (Begrenzer, effiziente Endstufen, ...).

Die Sendeleistung ist unabhängig von der Modulation.

- **Modulationsverfahren mit variabler Amplitude**

(AM, SSB, DSB, VSB, QAM, QPSK, ...)

Die Information ist ganz oder teilweise in den Amplitudenschwankungen enthalten. Diese müssen daher erhalten bleiben, was oft grösseren Aufwand zur Folge hat (lineare Verstärker, Verstärkungsregelung ALC, ...).

Die Sendeleistung ist von der Modulation abhängig.



3.5 Zusammenfassung

Störverhalten

Grundsätzlich sind Modulationsverfahren mit konstanter Amplitude weniger störanfällig, als solche mit variabler Amplitude.

Bei digitalen Modulationsarten sind zudem höherwertige Verfahren kritischer, sie benötigen einen besseren Störabstand.

Zu betrachten ist immer auch das Umfeld. So ist u.U. eine schmalbandige Übertragung für gewisse Verhältnisse günstig, z.B. bei breitbandigen Störungen. Spread-Spektrum-Verfahren zwar breitbandig, zeigen jedoch bei Schmalbandstörern günstige Eigenschaften.

Bei Funkübertragungen haben die Eigenschaften des Funkkanals einen sehr grossen Einfluss auf die Übertragungseigenschaften. Neben einer geeigneten Modulation ist daher auch die Quellen-codierung von ausschlaggebender Bedeutung.



4 Bezeichnung der Modulationsarten

Die unzähligen Modulationsarten werden nach einem einheitlichen Schema klassiert. Dieses 1979 eingeführtes Schema ersetzt ein älteres, den Ansprüchen nicht mehr genügendes Bezeichnungssystem.

Das Klassierungsschema besteht aus **drei- bis fünfstelligen Codeworten**. Diese sind nach dem Schema BZBBB aufgebaut (B = Buchstabe, Z = Ziffer). Es ist nicht ganz unproblematisch, da es manchmal mehrere Arten gibt, ein Signal zu klassieren.

Zusätzlich zum Modulationscode kann noch die Bandbreite mit einem vierstelligen Code (1B + 3Z) angegeben werden.

Beispiel: F3E 12K5 = analoger FM-Rundfunk (1-kanalig) mit 12,5 kHz Bandbreite

J1DCT 2M50 = SSB mit unterdrücktem Träger, 1-kanalige digitale Daten, zweiwertiger Code mit gleicher Symboldauer und Fehlerkorrektur, Zeitmultiplex, 2,5MHz Bandbreite



1. Zeichen (Buchstabe): Modulation des Hauptträgers

| | 1. Zeichen | Bedeutung: Modulation des Hauptträgers |
|-----------------|------------|--|
| | N | Unmodulierter Träger |
| Am: | A | DSB (gewöhnliche Zweiseitenband-AM) |
| | H | SSB, voller Träger |
| | R | SSB, reduzierter (variabler) Träger |
| | J | SSB, unterdrückter Träger (SSSC) |
| | B | ISB (Independent Sideband) |
| | C | VSB (Vestigal Sideband, Restseitenband-AM) |
| Wm: | F | FM |
| | G | PM |
| AM + WM: | D | |
| Pulsmodulation: | P | Unmodulierte Pulsfolge |
| | K | PAM |
| | L | PWM |
| | M | PPM |
| | Q | Mit gleichzeitiger WM des Trägers |
| | V, W, X | Andere Fälle |



4 Bezeichnung der Modulationsarten

2. Zeichen (Ziffer): Art des Nachrichtensignals

| 2. Zeichen | Bedeutung: Art des Nachrichtensignals |
|------------|---|
| 0 | Kein moduloertes Signal |
| 1 | Nachrichtensignal einkanalig und quantisiert oder digital, keine Vormodulation (ausser TDM-Signale) |
| 2 | Nachrichtensignal einkanalig und quantisiert oder digital, mit Vormodulation (ausser TDM-Signale) |
| 3 | Nachrichtensignal einkanalig und analog |
| 7 | Nachrichtensignal mehrkanalig und quantisiert oder digital |
| 9 | Kombinationen von analogen und quantisierten oder digitalen ein- oder mehrkanaligen Nachrichtensignalen |
| X | Andere Fälle |



4 Bezeichnung der Modulationsarten

3. Zeichen (Buchstabe): Typ der Informationsübertragung

| 3. Zeichen | Bedeutung: Typ der Informationsübertragung |
|------------|---|
| N | Keine Information |
| A | Telegraphie für Hörempfang (Morsen) |
| B | Telegraphie für automatischen Empfang (Fernschreiber) |
| C | Faksimile |
| D | Daten, Telemetrie, Fernsteuerung |
| E | Telefonie und Hörrundfunk |
| F | Fernsehen |
| W | Kombinationen aus obigem |
| X | Andere Fälle |



4 Bezeichnung der Modulationsarten

4. Zeichen (Buchstabe): Details zur Signalbeschreibung

| 4. Zeichen | Bedeutung: Details zur Signalbeschreibung |
|------------|---|
| A | Zweiwertiger Code mit unterschiedlicher Symboldauer |
| B | Zweiwertiger Code mit gleicher Symboldauer, ohne Fehlerkorrektur |
| C | Zweiwertiger Code mit gleicher Symboldauer, mit Fehlerkorrektur |
| D | Vierwertiger Code |
| E | Mehrwertiger Code |
| F | Mehrwertiger Code für Textdarstellung |
| G | Mono-Audiosignal in Rundfunkqualität |
| H | Stereo- oder Quadro-Audiosignal in Rundfunkqualität |
| J | Audio-Signal in kommerzieller Qualität (ohne die nachfolgenden Kategorien K und L) |
| K | Audio-Signal in kommerzieller Qualität mit Frequenzinversion oder Subband-Teilung |
| L | Audio-Signal in kommerzieller Qualität mit separaten Piloten zur Aussteuerungskontrolle |
| M | Monochromatisches Bild |
| N | Farbbild |
| W | Kombinationen von obigen Kategorien |
| X | Andere Fälle |



5. Zeichen (Buchstabe): Art der Multiplexierung

| 5. Zeichen | Bedeutung: Art der Multiplexierung |
|------------|---|
| N | Keine Multiplexierung |
| C | Code-Multiplex (CDM), inkl. Bandspreiztechniken |
| F | Frequenzmultiplex (FDM) |
| T | Zeitmultiplex (TDM) |
| W | Kombinationen von Frequenz- und Zeitmultiplex |
| X | Andere Fälle |



4 Bezeichnung der Modulationsarten

Zusatz zur Angabe der Bandbreite

Die Bandbreite wird mit drei Ziffern und einem Buchstaben angegeben, wobei der Buchstabe anstelle des Dezimalpunkts gesetzt wird und zusätzlich die Einheit angibt.
(H = Hz, K = kHz, M = MHz, G = GHz).

Beispiele:

| Bandbreite | Bezeichnung |
|------------|-------------|
| 0.002 Hz | H002 |
| 0.1 Hz | H100 |
| 12.5 kHz | 12K5 |
| 180.4 kHz | 180K |
| 180.5 kHz | 181K |
| 10 MHz | 10M0 |
| 5.65 GHz | 5G65 |