

## 3 DC- Spannungs- und Strommessung

### 3.1 Spannungsmesser (Voltmeter)

#### 3.1.1 Idealer Spannungsmesser

Ideale Spannungsmesser haben einen **unendlich hohen Messgerätewiderstand  $R_m$** . Sie verfälschen das Messergebnis nicht. Sie verbrauchen im Betrieb **keine elektrische Energie**.

Mit einem idealen Spannungsmesser wird auch bei einer (realen) Quelle mit Innenwiderstand die **wahre Spannung  $U_w$**  gemessen.

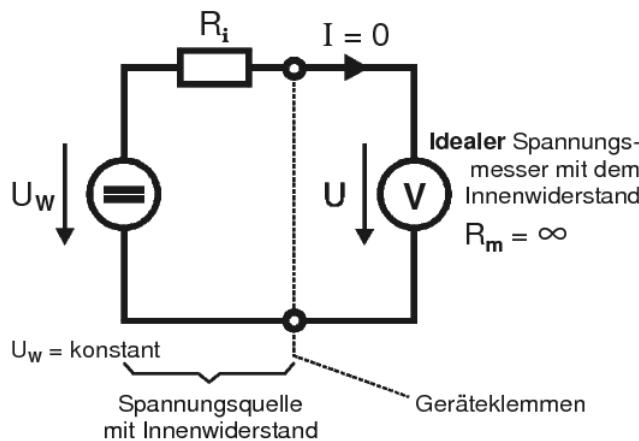


Abbildung 9: Ideale Spannungsmessung

Abb. 9 zeigt die Messung der Spannung an einer realen **Spannungsquelle  $U_w$**  mit **Innenwiderstand  $R_i$** . Da an dem Innenwiderstand  $R_i$  kein Spannungsabfall auftritt ( $I = 0$ ), zeigt das **ideale Voltmeter** den **wahren Wert** dieser Spannung  $U_w$  an:

$$U_w = U \quad (3)$$

#### 3.1.2 Realer Spannungsmesser

Reale Spannungsmesser haben einen **endlichen Messgerätewiderstand  $R_m$** . Dies bewirkt, dass bei der Messung an der (realen) Spannungsquelle **Energie entnommen** wird womit ein (wenn auch typischerweise geringer) Stromfluss einhergeht.

Dieser **Stromfluss** führt am **Innenwiderstand der Spannungsquelle** zu einem **Spannungsabfall**, wodurch die **gemessene Spannung** gegenüber der Quellenspannung **verringert** wird.

In Abb. 10 soll die Spannung  $U_w$  mit einem realen Spannungsmesser (**Parallelschaltung** aus einem idealen Spannungsmesser mit dem Messgerätewiderstand  $R_m$ ) gemessen werden.

Der durch den Messgerätewiderstand  $R_m$  hervorgerufene **Strom  $I$**  erzeugt einen Spannungsabfall am Innenwiderstand  $R_i$ . Durch diesen Spannungsabfall verringert sich die zu messende Spannung  $U_w$ , **es wird die Spannung  $U$  angezeigt**:

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

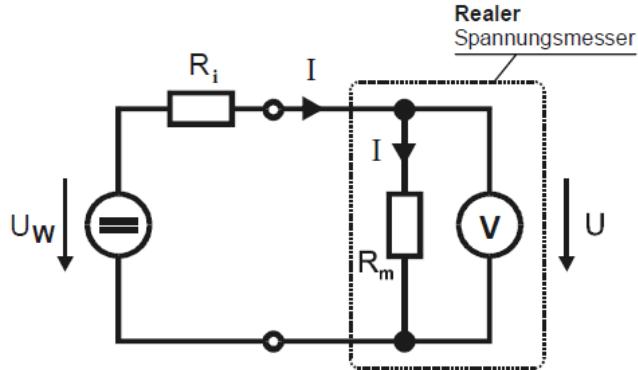


Abbildung 10: Reale Spannungsmessung

$$U = U_w - I \cdot R_i \Rightarrow U_w = U + I \cdot R_i = U + U \cdot \frac{R_i}{R_m} = \underline{U_w = U + \Delta U} \quad (4)$$

Die **wahre Spannung**  $U_w$  ist die Summe aus der **gemessenen Spannung**  $U$  und einer **Abweichung**  $\Delta U$  (systematischer Fehler).

## 3.2 Strommesser (Amperemeter)

### 3.2.1 Idealer Strommesser

Ideale Strommesser haben den **Innenwiderstand**  $R_m = 0$ . Sie verbrauchen im Betrieb **keine elektrische Energie**. Mit einem idealen Strommesser wird der **wahre Strom**  $I_w$  gemessen.

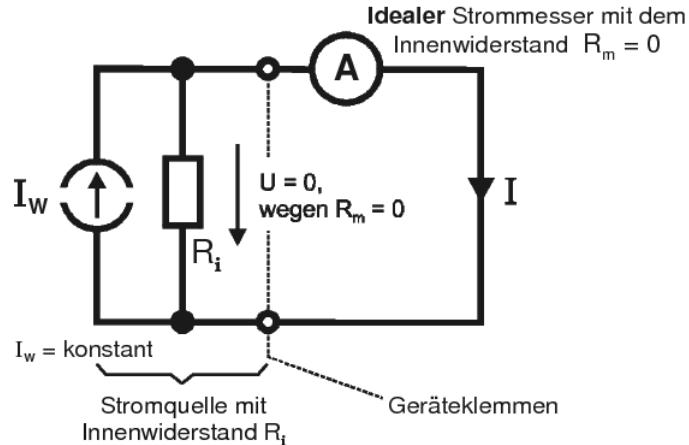


Abbildung 11: Ideale Strommessung

Abb. 11 zeigt die Messung des Stroms  $I_w$  einer realen Stromquelle mit Innenwiderstand  $R_i$ . Da durch den Innenwiderstand  $R_i$  kein Strom fließt ( $U = 0$  wegen  $R_m = 0$ ), zeigt das **ideale Ampermeter** den **wahren Wert dieses Stromes**  $I_w$  an:

$$\boxed{I_w = I} \quad (5)$$

### 3.2.2 Realer Strommesser

Reale Strommesser haben einen von Null verschiedenen Innenwiderstand  $R_m$ . Je nach Messaufbau verfälschen sie durch diesen das Messergebnis.

Bei bekanntem Messgerätewiderstand  $R_m$  lässt sich der wahre Wert  $I_w$  rechnerisch ermitteln. Das elektrische Ersatzschaltbild eines realen Strommessers ist die **Reihenschaltung** aus idealen Strommesser und Innenwiderstand  $R_m$ . Strommesser werden in den Stromkreis geschaltet, dessen Strom gemessen werden soll.

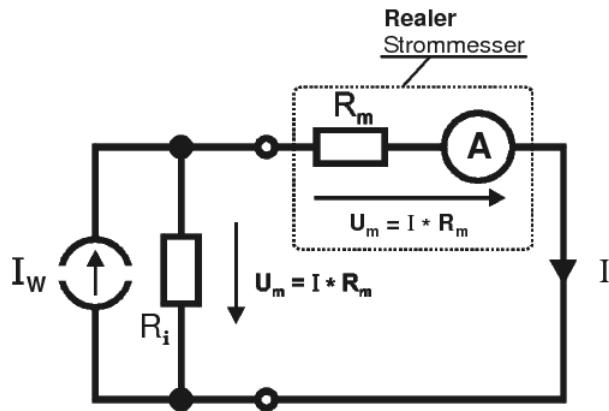


Abbildung 12: Reale Strommessung

In Abb. 12 wird der Strom mit einem realen Strommesser (Reihenschaltung eines idealen Strommessers mit dem Messgerätewiderstand  $R_m$ ) gemessen.

Durch den **Innenwiderstand der realen Stromquelle  $R_i$**  wird ein Teilstrom abgezweigt. Der **gemessene Strom  $I$**  ist also **kleiner als der wahre Strom  $I_w$** .

Es wird der Strom  $I$  angezeigt:

$$I = I_w - \frac{U_m}{R_i} \quad (6)$$

Es soll aber der wahre Strom  $I_w$  gemessen werden:

$$I_w = I + I \cdot \frac{R_m}{R_i} = I_w = I + \Delta I \quad (7)$$

Der **wahre Strom  $I_w$**  ist die Summe aus dem **gemessenen Strom  $I$**  und einer **Abweichung  $\Delta I$**  (systematischer Fehler).

**Beispiel 3:** Aus dem Datenblatt des Multimeters Philips PM 2503 :

$R_m = 10M\Omega$  für Spannungen gleich oder größer  $0.3V$ .

$R_m = 20M\Omega$  für Spannungen kleiner als  $0.3V$ .

Messbereiche:  $100mV, 300mV, 1V, 3V, 10V, 30V, 100V, 300V$  für Gleich- (DC) und Wechselspannung (AC).

$1\mu A, 3\mu A, 10\mu A, 30\mu A, 100\mu A, 300\mu A, 1mA, 3mA, 10mA, 30mA, 100mA, 300mA, 1A$  für Gleich- und Wechselstrom.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

Spannungsabfall als Strommesser  $U_m = 0.1V$  bei Vollausschlag .

Spannungsabfall als Strommesser im 1A-Bereich:  $0.25V$ .

- a) Mit diesem Messgerät wird eine Spannungsquelle mit unbekanntem Innenwiderstand im Leerlauf gemessen, was zu einer Anzeige von  $9,9999V$  führt. Die Spannungsquelle wird nun mit einem Widerstand von  $1k\Omega$  belastet wobei die Klemmenspannung auf  $9,091V$  sinkt. Wie groß ist die wahre Spannung  $U_w$ ? Wie groß ist der Innenwiderstand der Quelle?
- b) Wie groß ist der Innenwiderstand des Messgerätes bei der Strommessung (verschiedene Messbereiche!)?

Diagramm:

$I \quad U_w = U_1 \left(1 + \frac{R_i}{R_m}\right)$

$II \quad U_w = U_2 \left(1 + \frac{R_i}{R_m || R_L}\right)$

$V_1 + V_1 \cdot \frac{R_i}{R_m} = V_2 + V_2 \cdot \frac{R_i}{R_L}$

$V_1 - V_2 = R_i \left(\frac{V_2}{R_L} - \frac{V_1}{R_m}\right) \Leftrightarrow \frac{V_1 - V_2}{\frac{V_2}{R_L} - \frac{V_1}{R_m}} = R_i$

$R_i = \frac{9,9999V - 9,091V}{\frac{9,091}{1k\Omega} - \frac{9,9999}{10M\Omega}} = \frac{9,9084}{0,004091 - 9 \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{94,4952 \text{ (100\%)}}}$

$R_m \gg R_i \Rightarrow = 0$

$\Rightarrow \Delta V = R_i \cdot \frac{V_2}{R_L} \Rightarrow R_i = \frac{\Delta V R_L}{V_2} = \underline{\underline{99,9962}}$

$U_w = 9,9999V \cdot \left(1 + \frac{100\Omega}{10M\Omega}\right) = \underline{\underline{19V}}$

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

Bereich	$R_m (\Omega)$
1mA	100
3mA	33,33
10mA	10
30mA	3,33
100mA	1
300mA	0,33
1µA	100K
3µA	33,33K
10µA	10K
30µA	3,33K
100µA	1K
300µA	333,33Ω

mA-Bereich:  $\Delta U_v = 0,1V$        $R_m = \frac{\Delta U_{v\text{Voll}}}{I_v}$

1A-Bereich:  $\frac{0,25V}{1A} > 250\text{m}\Omega$

### 3.3 Analoge Messwerke

Man unterscheidet grundsätzlich **anzeigende** und **schreibende** Messgeräte. Letztere haben in jüngster Vergangenheit vollkommen an Bedeutung verloren und sind praktisch vollständig durch digital arbeitende Messsysteme ersetzt worden.

Analoge Messwerke haben gemeinsam, dass sie als **Drehmomentwaage** arbeiten. Im Messwerk stehen sich ein (meist durch den Messstrom hervorgerufenes) **elektrisches Drehmoment**

$$M_e = k_e \cdot I \quad (8) \quad k_e \dots \text{Proportionalitätsfaktor}$$

sowie das **mechanische Gegenmoment** (meist von einer Feder)

$$M_m = -D \cdot \alpha \quad (9) \quad D \dots \text{Federkonstante} \quad \alpha \dots \text{Drehwinkel}$$

gegenüber.

Neben diesen **statistischen Drehmomenten** sind zur vollständigen mathematischen Beschreibung noch **dynamische Drehmomente** (Trägheit, Reibung, Dämpfung) notwendig, auf die aber hier nicht genauer eingegangen werden soll.

Im Fall einer **stabilen Anzeige** sind alle diese **Drehmomente im Gleichgewicht**, d. h.

$$\sum M = 0 \quad (10)$$

Die Anwendung dieser **Momentenbedingung** unter Berücksichtigung der dynamischen Momente führt stets zu einer Differentialgleichung (**Schwingungsgleichung**). Das Messwerk ist in seiner Gesamtheit also ein **schwingfähiges System (Drehschwinger)**, das durch eine **Eigenfrequenz  $f_0$**  **Dämpfungskonstante  $\delta$**  charakterisiert ist. Diese beiden Kenngrößen können durch die **Konstruktion des Messwerks** (Masse, Lagerung, Federstärke, Dämpfungsvorrichtung, ...) beeinflusst werden.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

Insbesondere auf die **Dämpfung des Systems** ist großes Augenmerk zu legen. Wie jedes **Masse-Feder-System** führt eben auch jedes analoge Messwerk mechanische Schwingungen aus, bevor es den **stationären Ruhezustand** annimmt.

Wird das Momentengleichgewicht (z. B.: durch Änderung der Messgröße) gestört, so nimmt der Zeiger des Messgerätes erst nach Ablauf dieser **mechanischen Einstellzeit** wieder eine ruhende Lage ein. Das (statische) **Gleichgewicht der Drehmomente** stellt sich erst nach **Abklingen der Einschwingvorgänge** ein.

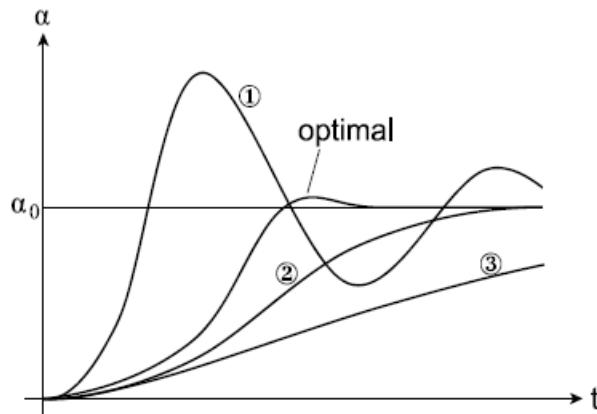


Abbildung 13: Einfluss der Dämpfung

Zur Verkürzung dieser **Einstellzeit** können in analogen Messwerken verschiedene **Dämpfungs-vorrichtungen** implementiert werden. Es gilt also, einen **Kompromiss** zwischen **hoher Empfindlichkeit** (große Einstellzeit, geringe Dämpfung) und **geringer Einstellzeit** (geringe Empfindlichkeit, große Dämpfung) zu finden, damit sich bei Änderung des Messstroms **möglichst schnell** und ohne längeres Überschwingen wieder ein **stabiler Ausschlag** einstellt.

#### 3.3.1 Arten analoger Messwerke (unvollständig)

- **Drehspulmesswerk**: Drehbar gelagerte, vom Messstrom durchflossene Spule im Magnetfeld eines Permanentmagneten. **Zeigerausschlag (Winkel) proportional zum Messstrom**. Bei Wechselstrom **Zeigerausschlag proportional zum arithmetischen Mittelwert!**

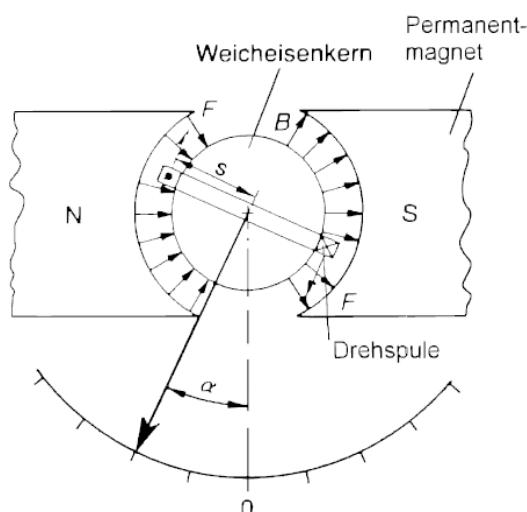


Abbildung 14: Drehspul-MW

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

- **Elektrodynamisches Messwerk**: Sonderform des Drehspulmesswerks. Feststehender Permanentmagnet wird durch einen **von einem zweiten Messtrom durchflossenen Spule** ersetzt. **Zeigerausschlag proportional zur Wirkleistung!**

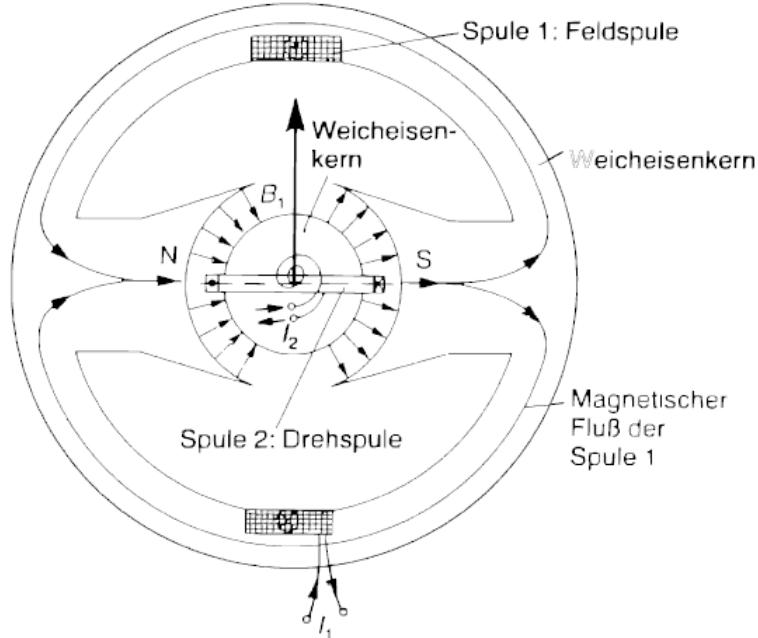


Abbildung 15: Elektrodynamisches MW

- **Dreheisenmesswerk**: Im Magnetfeld der vom Messstrom durchflossenen Spule befinden sich ein feststehendes sowie ein mit dem Zeiger verbundenes Weicheisenplättchen. Da beide Bleche vom selben Magnetfeld magnetisiert werden stoßen sie einander ab. **Zeigerausschlag proportional zum Quadrat bzw. bei Wechselstrom zum Effektivwert des Messstroms!**

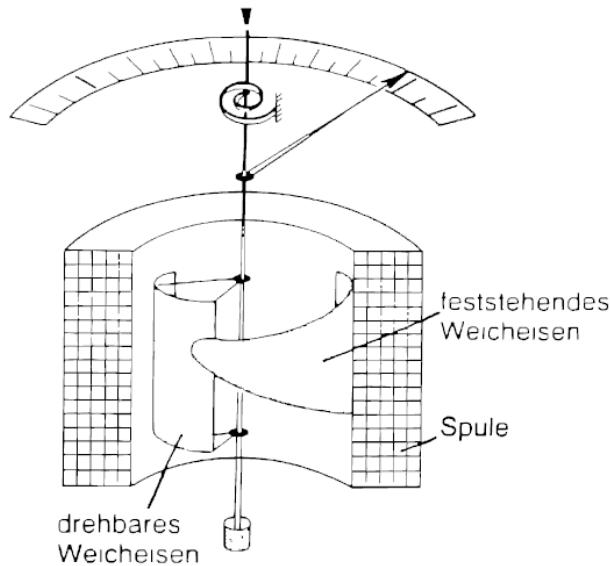


Abbildung 16: Dreheisen-MW

- **Kreuzspulmesswerk**: Sonderform des Drehspulmesswerks mit **zwei um 90° gegeneinander versetzten Spulen**, die von unterschiedlichen Messströmen durchflossen werden. Ver-

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

wendet, um zwei verschiedene Ströme zu vergleichen (Anzeige proportional zum Verhältnis der Messströme, daher auch der Name **Quotientenmesswerk**, wie es z. B.: bei **Widerstandsmessungen** hilfreich ist. Unempfindlich gegen Schwankungen der Versorgungsspannung, daher im Automotiv-Bereich sehr beliebt.

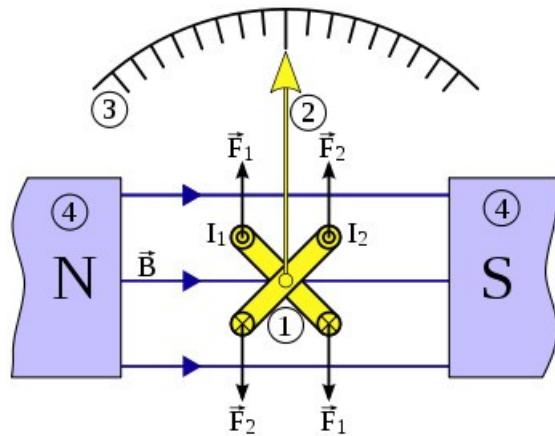


Abbildung 17: Kreuzspul-MW

- **Hitzdrahtmesswerk:** Wärmeausdehnung eines Drahtes wird in einen Zeigerausschlag (proportional zum Quadrat des Effektivstromes) umgewandelt. Träge, kein Überschwingen, nur für vergleichsweise hohe Ströme geeignet. Gleichermaßen für hochfrequente Ströme als auch für Gleichstrom geeignet.

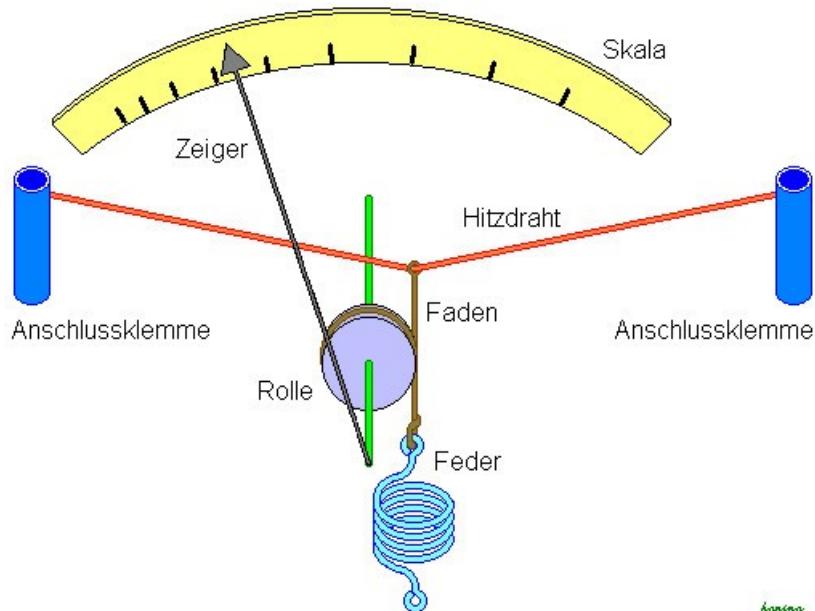


Abbildung 18: Hitzdraht-MW

- **Bimetallmesswerk:** Ein Bimetallstreifen besteht aus zwei aufeinandergeschweißten Metallen mit verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten. Bei Erwärmung (z. B.: durch den Messstrom) tritt daher eine Formänderung ein. Wenn der Streifen als Spirale ausgebildet wird, hat er bei geeigneter Konstruktion das Bestreben, sich durch die Erwärmung aufzurollen. Anzeige proportional zum Effektivwert des Messstroms, träge, für hohe Ströme.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

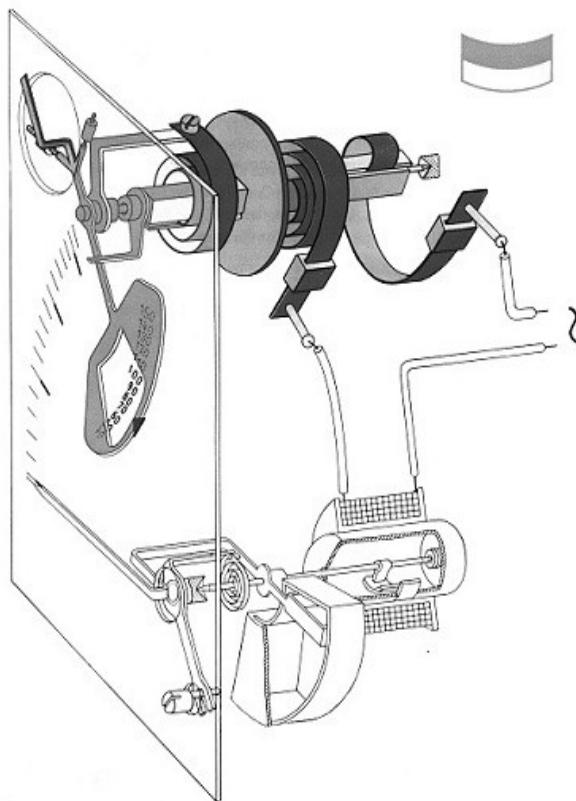


Abbildung 19: Bimetall-MW

• ...

#### 3.3.1.1 Aufschriften bei analogen Messinstrumenten

Zusätzlich zur Skalenbeschriftung finden sich an (analogen) Messgeräten oft noch eine Reihe zusätzlicher, für den Betrieb relevante Informationen.

Vorrangig ist dabei die Angabe der **Genauigkeitsklasse** anzusehen, **in Form einer Zahl** die den **Klassenfehler des Messwerks in % bezogen auf den Messbereichsendwert** unter Nennbedingungen (Temperatur, Lage, Nennfrequenz, ...) angibt.

Es sind folgende Genauigkeitsklassen (VDE 0410) festgelegt:

- |                              |      |     |     |     |
|------------------------------|------|-----|-----|-----|
| • Feinmessgeräte: Klasse     | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.5 |
| • Betriebsmessgeräte: Klasse | 1    | 1.5 | 2.5 | 5   |

**Beispiel 4:** Zur Messung einer Spannung von  $U = 95V$  stehen zwei Spannungsmesser zur Verfügung:

1. Messgerät: Klasse 0.5; Messbereich 500V

2. Messgerät: Klasse 1; Messbereich 100V

Welches Messgerät liefert eine Anzeige mit der geringsten Messunsicherheit, ist also besser geeignet?

$$\text{Messgerät 1: Absoluter Fehler} = 500 \text{ V} \times 0.5\% = \underline{\underline{\pm 2.5 \text{ V}}}$$

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

$$2 : \text{ Absoluter Fehler} = 100V > 1\% = \pm 1V$$

=> Messgerät 2 trotz schlechterer Genauigkeitsklasse besser geeignet wegen passenderem Messbereich!

Anbei eine (unvollständige) Aufstellung weiterer möglicher Angaben/Symbole auf Messwerken:



Drehspulinstrument



Drehmagnetmesswerk



Elektrodynamisches Messwerk  
eisengeschlossen



Elektrodynamisches Messwerk  
eisenlos



Dreheisenmesswerk



für Wechselstrom



für Gleichstrom



für Wechsel u. Gleichstrom



Gebrauchslage waagrecht



Gebrauchslage senkrecht



Gebrauchslage 60°



Drehspul-Quotientenmesswerk



Hitzedrahtinstrument



Bimetallmesswerk



Drehspulmesswerk mit  
Thermoumformer



mit Gleichrichter ( hier  
Drehspulinstrument)



mit Magnetschirm



mit elektrostat. Schirm



Zeigernullstellung



2 Prüfspannung 2kV

Tabelle 3: Messgerätekennzeichnungen

#### 3.3.2 Drehspulmesswerk als Strom- und Spannungsmesser

Die meistverwendeten analogen Messgeräte sind Drehspulinstrumente (vgl. Abb. 14, Seite 3-6).

Wird die Drehspule vom **Messstrom** durchflossen, wirkt auf diese das **Kräftepaar**

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot N \quad (11) \quad l \dots \text{Länge} \quad B \dots \text{magn. Flussdichte} \quad N \dots \text{Windungszahl}$$

wodurch das **Drehmoment**

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

$$M_e = F \cdot s = A \cdot B \cdot I \cdot N \quad (12) \quad A \dots \text{Spulenfläche}$$

hervorgerufen wird.

Wegen der elastischen Halterung ist also der **Zeigerausschlag proportional zur Stromstärke**. Eine Umkehr der Stromrichtung kehrt auch den Zeigerausschlag um, **das Messwerk ist also intrinsisch nur zur Gleichstrommessung verwendbar!**

Übliche Drehspulinstrumente haben **Messbereichsendwerte zwischen  $10\mu A$  und  $50mA$** . Mit diesen Strömen ist aber natürlich auch ein **Spannungsabfall über dem Messwerk** verbunden, wodurch über das Ohm'sche Gesetz der **Messwerksinnenwiderstand  $R_i$**  festgelegt ist. **Das Gerät kann daher ebenso als Spannungsmesser benutzt werden**, es ist lediglich über den Ohm'schen Zusammenhang

$$U = R_i \cdot I \quad (13)$$

die Skalenbeschriftung entsprechend zu eichen.

Für kleine Messströme ( **$mA$ -Bereich**) kann das Drehspulmesswerk selbst ausgelegt werden. Zusammen mit den sich dadurch einstellenden Innenwiderständen im Bereich von ( $1\Omega$  bis  $10k\Omega$ ) ergeben sich **messbare Spannungen deutlich unter  $1V$** .

#### 3.3.2.1 Messbereichserweiterung

Um beispielsweise den **Strommessbereich** um den Faktor **1000** zu erweitern, leitet man 999 Teile des zu messenden Stromes über einen geeigneten **Nebenwiderstand ("Shunt")** am Messwerk vorbei:

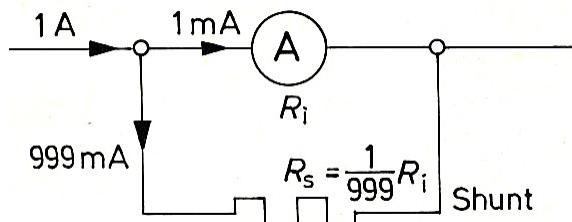


Abbildung 20: Messbereichserweiterung I

Der Nebenwiderstand berechnet sich aus:

$$R_s = R_i \cdot I_{ges} / (I_{ges} - I_M) \quad (14)$$

Diese Erweiterung (Abb. 20) macht das so entstandene Messgerät **niederohmiger** und nähert es dem Idealwert für den Innenwiderstand eines Amperemeters ( $0\Omega$ ) an.

Für mehrere Strommessbereiche wird der Nebenwiderstand unterteilt. Der Eigenverbrauch des Strommessers mit Drehspulmesswerk wird hauptsächlich durch den Nebenwiderstand verursacht.

Ebenso kann der **Spannungsmessbereich** eines Drehspulinstruments durch **Einschleifen eines Vorwiderstandes** vergrößert werden. Um beispielsweise den Messbereich um den Faktor **100** zu vergrößern muss der Vorwiderstand so bemessen sein, dass an ihm das **99fache** der Spannung am Messwerk abfällt.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

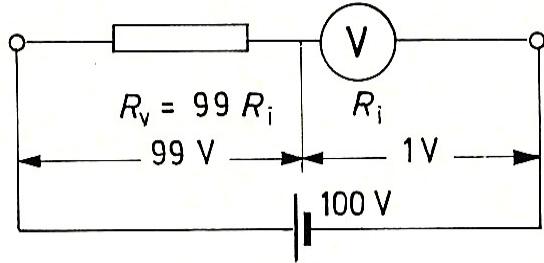


Abbildung 21: Messbereichserweiterung U

Der Vorwiderstand berechnet sich aus:

$$R_V = (U_{ges}/I_M) - R_i \quad (15)$$

Diese Erweiterung (Abb. 17) macht das so entstandene Messgerät **hochohmiger** und nähert es damit dem Idealwert für den Innenwiderstand eines Voltmeters ( $\infty\Omega$ ) an.

Für weitere Messbereichserweiterungen (Multimeter) können mehrere Vorwiderstände in Reihe geschaltet werden.

Der **Gesamtwiderstand**  $R_G = R_i + R_V$  des Spannungsmessers wird meist durch den **reziproken Messwerkstrom**  $I_M$  für Vollausschlag angegeben. Der Sinn hinter dieser Angabe besteht in der leichten Umrechnung des Innenwiderstandes  $R_G$  für einen anderen Messbereich. Übliche Drehspulinstrumente haben Werte von  $200\Omega/V$  bis  $1M\Omega/V$ .

**Beispiel 5:** Auf der Skala eines Drehspul-Voltmeters wird der Inverse Messstrom für Vollausschlag mit  $10k\Omega/V$  angegeben, der Endausschlag des Messwerks ohne Messbereichserweiterung beträgt  $0,1V$ . Gesucht: Messstrom für das Messwerk bei Vollanschlag, Innenwiderstand des Instruments nach Erweiterung auf  $10V$  Endausschlag.

$$\frac{1}{I_M} = \frac{10k\Omega}{V} \rightarrow \text{Endausschlag } 0,1V \Rightarrow \text{Messanzeige}$$

$$\frac{1}{I_M} = \frac{10k\Omega}{V} = \frac{1k\Omega}{9V} \Rightarrow I_H = \frac{0,1}{1k\Omega} = 100\mu A$$

$$\text{Messbereich } 10V : \frac{1}{I_M} = \frac{10k\Omega}{10V} = \frac{100k\Omega}{10V} \Rightarrow R_g = 100k\Omega$$

Aus dem Gesamt(innen)widerstand  $R_G$  und dem Messwerkstrom  $I_M$  errechnet sich der **Eigenverbrauch** des Drehspulinstrumentes, der im Bereich von  $1\mu W$  bis  $5mW$  liegt.

**Beispiel 6:** Vielfachmessinstrument mit Drehspulmesswerk, Messwerksparameter:  $R_i = R_{MW} = 500\Omega$ ;  $I_{END} = I_{MW} = 100\mu A$ . Gesucht: Dimensionierung der Vor- bzw. Nebenwiderstände  $R_1 - R_6$  gemäß Schaltung (Abb.22):

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

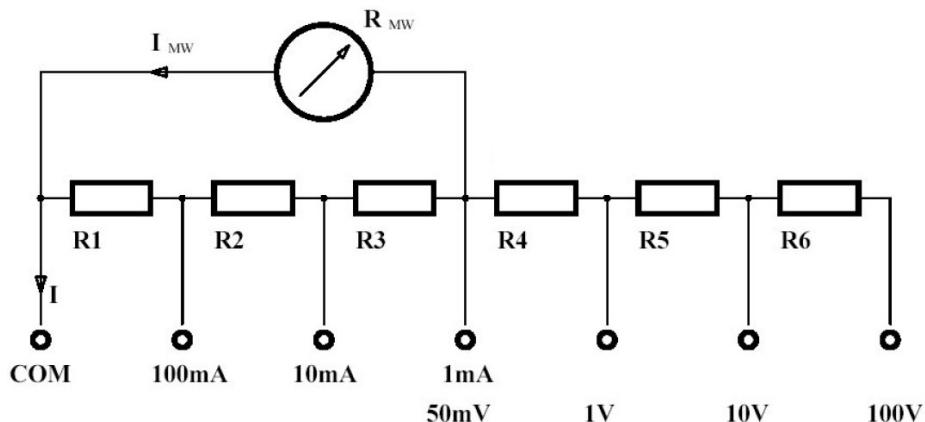


Abbildung 22: Vielfachmessgerät mit Drehspulmesswerk

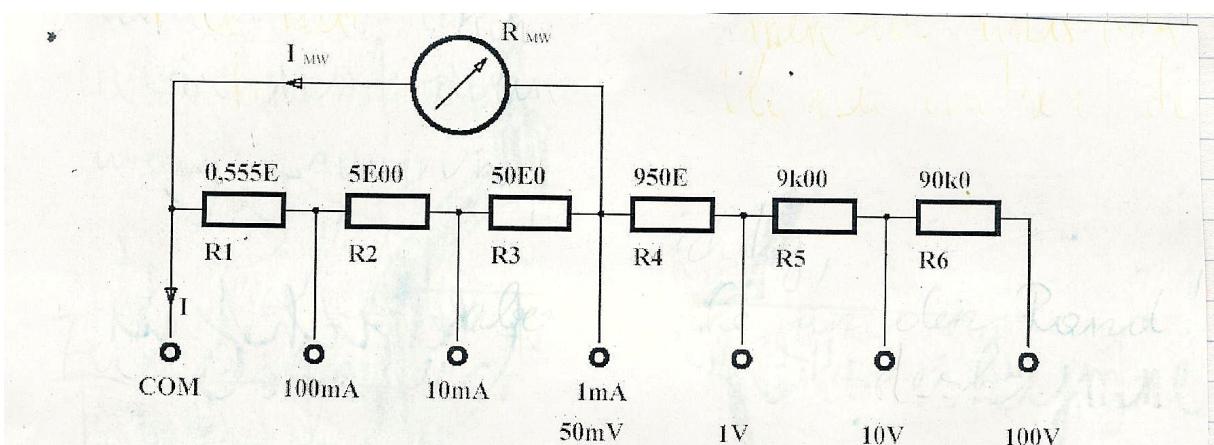


Abb. 7. Einfache Realisierung eines Vielfachmeßgerätes für Strom und Spannung

#### Drehspul

Beispiel – Vielfachmeßgerät mit elektrodynamischem Meßwerk:

Meßwerkparameter:  $R_M = 500\Omega$ ,  $I_{END} = 100\mu\text{A}$ ;

Aus den Meßwerksdaten ergibt sich unmittelbar über das Ohmsche Gesetz der kleinste Spannungsmessbereich mit  $U_{END} = I_{END}R_M = 50\text{mV}$ . Der kleinste Strommessbereich von  $1\text{mA}$  erfordert einen Shunt, der über den Stromteiler berechnet werden kann:

$$\text{Allgemein gilt für die Stromteilung über zwei Ohmsche Widerstände: } \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Hieraus lässt sich die Beziehung für den Shunt  $>R_1 + R_2 + R_3<$  ableiten:

$$R_{P\_123} = R_M \cdot \frac{I_M}{I_{GES} - I_M} = 500 \cdot \frac{0,1}{1 - 0,1} = 55,556E$$

dieser wird durch die

Serienschaltung der Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  realisiert.

Durch fortgesetzte Anwendung der Stromteilerbeziehung und Variation des Abgriffspunktes ergibt sich für den  $10\text{ mA}$  Bereich und den Shunt  $>R_1 + R_2<$ .

$$\frac{R_{P\_12}}{R_M + R_3} = \frac{I_M}{I_{GES} - I_M}$$

wird  $R_{P\_12}$  durch  $(R_{P\_123} - R_3)$  ersetzt lässt sich die Beziehung einfach lösen.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

$$\frac{R_{P_{123}} - R_3}{R_M + R_3} = \frac{I_M}{I_{GES} - I_M} \quad \text{und somit auf} \quad R_3 = R_P - \frac{I_M}{I_{GES}}(R_M + R_{P_{123}})$$

$$R_3 = 55,556 - \frac{0,1}{10}(500 + 55,556) = 50\Omega$$

Die Berechnung der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  erfolgt sinngemäß durch abermalige Variation des Abgriffpunktes für den 100mA Anschluß. Der Ansatz für die Stromteilerbeziehung liefert:

$$\frac{R_1}{R_2 + R_3 + R_M} = \frac{I_M}{I_{GES} - I_M} \quad \text{der Ersatz des linken Nenners durch bekannte Größen liefert}$$

$$\frac{R_1}{R_\Sigma + R_1} = \frac{I_M}{I_{GES} - I_M} \quad \text{mit dem Kreiswiderstand } R_\Sigma = R_M + R_{P_{123}} \text{ ergibt sich:}$$

$$R_1 = R_\Sigma \frac{I_M}{I_{GES} - R_3} = 0,556\Omega$$

$$55,556\Omega = 50\Omega + 55,556\Omega$$

Der verbleibende Widerstand  $R_2$  kann einfachst aus dem Shunt  $R_{P_{123}}$  berechnet werden:

$$R_2 = R_{P_{123}} - R_1 - R_3 = 55,556 - 50 - 0,556 = 5\Omega$$

Die notwendigen Serienwiderstände  $R_S$  für die verschiedenen Spannungsbereiche können aus der Spannungsteilerbeziehung berechnet werden. Hierbei gilt:

$$\frac{U_{MB}}{U_{MW}} = \frac{R_S + R_M // R_{P_1}}{R_M // R_{P_2}} \quad \text{mit } U_{MB} \dots \text{Vollausschlag des Meßbereiches}$$

$U_{MW} \dots$  Spannung am Meßwerk.

Für den Serienwiderstand  $R_S$  der Spannungsmeßbereiche gilt:

$$R_S = \frac{R_M R_{P_1}}{R_M + R_{P_1}} \left( \frac{U_{MB}}{U_{MW}} - 1 \right)$$

Für den 1 Volt Meßbereich mit  $R_{P_1} = 55,556\Omega$ ,  $U_{MW} = 50mV$  und  $R_M = 500\Omega$  ergibt sich der notwendige Serienwiderstand  $R_4$  zu  $950\Omega$ .

Für den 10V Meßbereich wäre  $R_S = 9k950$  notwendig. Mit Berücksichtigung des Vorwiderstandes  $R_4$  des 1 Volt Meßbereiches ergibt sich hiermit der zusätzliche Serienwiderstand  $R_5$  von  $9k\Omega$ . Analoges gilt für den 100V MB.

Die Vorwiderstände für die Spannungsmeßbereiche können auch aus einem alternativen Ansatz berechnet werden. Für den kleinsten Spannungsmeßbereich ist bekannt:

$$U_{VOLL} = 50mV \text{ bei einem Widerstand} \quad R_{GES} = \frac{U_{VOLL}}{I_{1mA}} = \frac{50mV}{1mA} = 50\Omega$$

Dies bedeutet für Vollausschlag ist eine Spannung von 50mV an einem Innenwiderstand von  $50\Omega$  notwendig, oder eine konstante Belastung des Meßobjektes mit  $1mA$ . Um diese Belastung in jedem Meßbereich realisieren zu können muß für den Meßbereich gelten:

$$k_U = 1k\Omega/V.$$

Mit  $k_U$  ist die Berechnung des notwendigen Serienwiderstandes aber denkbar einfach.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

Durch die obige Schaltungsvariante ist gewährleistet, dass für den Fall der Strombereichsumschaltung ein veränderter Kontaktwiderstand des Messbereichsumschalters die Strommessung nicht verfälscht (dies wäre durch ein direktes Umschalten der Shuntwiderstände nicht gegeben).

Als ein Nachteil der oben dargestellten Schaltungsvariante für ein Vielfachinstrument erweist sich der **unterschiedliche Innenwiderstand für verschiedene Messbereiche** sowohl bei Strom- als auch Spannungsmessung. Hieraus ergibt sich auch eine **unterschiedliche Beeinflussung des Systems** je nach gewähltem Messbereich. Dies ist allgemein ein Charakteristikum des oben vorgestellten Schaltungsansatzes und ist bei Änderung des Messbereiches stets zu beachten.

Für die Spannungsmessung gilt, dass die Belastung des Messobjektes im größten Messbereich am kleinsten ist. Analoges gilt für den Spannungsabfall am Messgerät bei der Strommessung, dieser ist im größten Messbereich am kleinsten und damit auch die Beeinflussung des Systems am geringsten!

#### 3.4 Digitale Messgeräte

Die in der Analogtechnik lange und sehr häufig verwendeten Drehspulinstrumente wandeln einen Gleichstrom in eine proportionale Winkelstellung (Zeigerstellung) um. Die Messung ist genau genommen eine Strommessung. In der digitalen Messtechnik wird Spannung mittels **A/D-Wandler (ADU, ADC)** in eine **binäre Größe** umgewandelt.

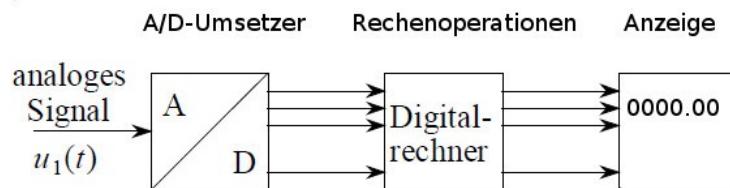


Abbildung 23: Prinzip eines digitalen Spannungsmessers

Digitale Messgeräte verarbeiten **amplituden- und zeitdiskrete Signale**. Analoge Messgrößen müssen dazu **quantisiert** werden, falls Messwertaufnehmer nicht unmittelbar **diskrete Zahlenwerte** er-

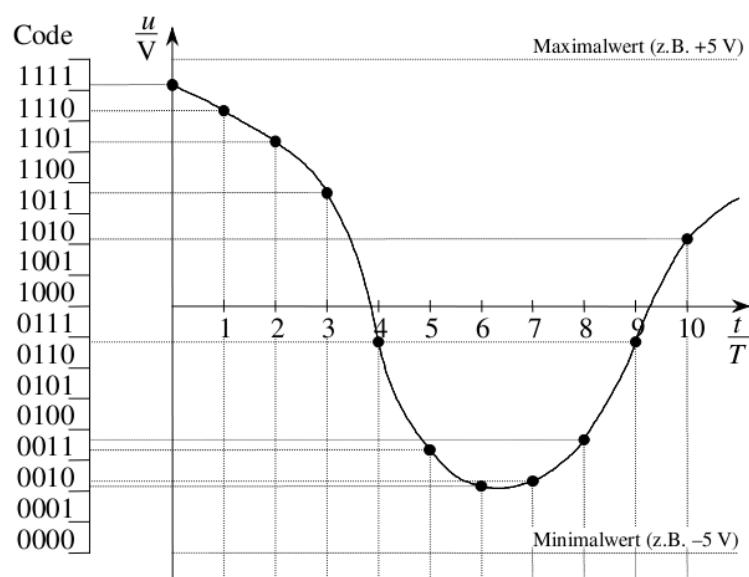


Abbildung 24: Quantisierung

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

zeugen, die der analogen Größe proportional sind.

Die so erhaltenen Messwerte lassen sich mit einem **digitalen System** (digitales Rechenwerk, Mikrocontroller, *PC*, ...) mittels geeigneter Rechenoperationen **weiterverarbeiten**. Ergebnis dieser Berechnungen kann z.B. die **Anzeige** auf einem Display aber auch die Weiterverarbeitung in einem Prozessleitsystem oder die **Rückwandlung in eine analoge Stellgröße** für eine Regeleinrichtung sein.

Die **Hauptaufgabe** bei einer digitalen Messung besteht in der **Quantisierung**, wobei die diskreten Werte einem ganzzahligen Vielfachen des sogenannten. **Messquants** (kleinstes auflösendes Quantum) entsprechen. **Zeit- und Amplitudenquantisierung** erfolgen mit Hilfe von Analog/Digital-Umsetzern (*ADU*, *ADC*, *A/D-Wandler*), die einem Analogwert ein digitales Datenwort aus einem Digitalcode zuordnen .

Man kann heute davon ausgehen, dass es für praktisch alle vorkommenden Messgrößen und Messverfahren digital arbeitende Messgeräte oder -systeme gibt. Außerdem lassen sich viele Messaufgaben auch mit Hilfe frei programmierbarer Digitalrechner lösen, wobei die noch vor kurzem dominierenden Prozessrechner mehr und mehr von Mikrorechnern (oder Personalcomputern, *PCs*) mit geeigneter Peripherie und Software ersetzt werden.

Digitale Signale bestehen aus einer Folge von Impulsen mit sehr kurzen Umschaltzeiten. Es werden lediglich zwei Spannungspiegel mit einem bestimmten Toleranzbereich unterschieden („*high*“- und „*low*“-Pegelbereiche).

Über die Vorteile digitaler Messverfahren wie Schnelligkeit, Unempfindlichkeit gegen mechanische Einflüsse, eindeutige Anzeige, Möglichkeiten zur Fernübertragung und Weiterverarbeitung der Messwerte in Mikroprozessoren etc. braucht heute nicht mehr diskutiert zu werden. Auch viele früher gesehene Nachteile (z. B.: höherer Aufwand) sind (z. B.: durch die Preisentwicklung bei der Mikroelektronik) nicht mehr in gleichem Maß relevant.

#### 3.4.1 Codierung und Vorzeichendarstellung

Die **Möglichkeiten der Codebildung** sind unbegrenzt. Praktisch entwickelt man je nach Zielrichtung unterschiedliche Optimalcodes (leichte technische Realisierbarkeit, möglichst schnelle aber auch fehlerfreie Übertragung).

Wichtige Codes mit praktischer Bedeutung für die Messtechnik sind **vor** einer Messwertaufbereitung mit einem Rechner der **Dualcode**, der **BCD-Code** und der **GRAY-Code**. **Nach** einer Aufbereitung werden Messwerte häufig als **ASCII-Sequenzen** einer Gleitkommazahl inklusive der zugehörigen Einheit übertragen.

##### 3.4.1.1 Dualcode

Ein **binäres Zeichen** nennt man „**Bit**“ (binary digit), mehrere Bit bilden ein „**Wort**“.

Das Wort *1011 0011* hat die Länge **8 Bit = 1 Byte**. Ein aus einem "halben" Byte (4 Bit) bestehender Codeteil wird oft als "Nibble" bezeichnet. Die Wertigkeit des ersten Bits entspricht dem Koeffizienten der höchsten Zweierpotenz, das letzte der Einerstelle. Entsprechend bezeichnet man das **erste**

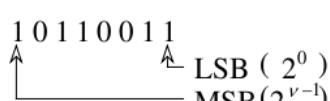


Abbildung 25: Beispiel Dualcode

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

Zeichen als das Bit mit der höchsten Wertigkeit (**MSB, most significant bit**), das **letzte** als das mit der ge-ringsten Wertigkeit (**LSB, least significant bit** ).

#### 3.4.1.2 BCD-Code

BCD steht für „**binary coded digits**“ bzw. **binär codierte Dezimalziffern**. Die Dezimalziffern jeder Dekade werden getrennt verschlüsselt. Für jede Dezimalstelle mit den Werten 0...9 sind jeweils 4 Binärstellen erforderlich. Da von  $2^4 = 16$  Kombinationsmöglichkeiten nur 10 genutzt werden, handelt es sich um einen **redundanten Code**.

**Beispiel 7:** Die Dezimalzahl 358 soll BCD-codiert werden.

$$358_{\text{Dez}} = 0011 \ 0101 \ 100 \text{ Bin}$$

#### 3.4.1.3 Gray-Code

Bei dem Übergang von einer „Zeile“ zur nächsten (benachbarte Werte) **ändert sich jeweils nur ein Bit**. Da bei einem automatischen Leseverfahren keine fehlerhaften Zwischenwerte auftreten können, eignet sich dieser Code sehr gut zur digitalen Weg- und Winkelmessung.

### 3.4.2 Vorzeichendarstellung

Das Vorzeichen bedarf einer besonderen Codierung. Die folgende Verfahren werden dafür häufig verwendet , Tabelle 4 zeigt einige Beispiele möglicher Codierungen .

Dezimal	VZB	Zweier-Komplement	Offset-Binary
+7	0111	0111	1111
...	...	...	...
+3	0011	0011	1011
+2	0010	0010	1010
+1	0001	0001	1001
+0	0000	0000	1000
-0	1000	—	—
-1	1001	1111	0111
-2	1010	1110	0110
-3	1011	1101	0101
...	...	...	...
-7	1111	1001	0001
-8	—	1000	0000

Tabelle 4: Beispiele für die Vorzeichencodierung

#### 3.4.2.1 Vorzeichenbit

Das Vorzeichen wird in einer **zusätzlichen Binärstelle** codiert. Das Vorzeichenbit (VZB) wird der Zahl vorausgestellt und hat dabei folgende Bedeutung: **VZB = 0 - Wert positiv, VZB = 1 - Wert negativ**. Diese Darstellung wird häufig in digitalen Messgeräten verwendet. Für Digitalrechner ist diese Methode dagegen nicht geeignet.

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

#### 3.4.2.2 Zweier-Komplement

Da bei binären Kodierungen von negativen Zahlen, welche nicht im Zweierkomplementformat vorliegen, sowohl das Vorzeichen als auch der Betrag durch getrennte Bits dargestellt werden, ist es wichtig, zu wissen, **welches Bit wofür verwendet wird**.

Üblicherweise wird das erreicht, indem sämtliche Zahlen eine **konstante Stellenzahl** haben und bei Bedarf mit führenden Nullen aufgefüllt werden, und einem **davon getrennten Bit**, welches das Vorzeichen codiert. Für die Verarbeitung sind dann entsprechende Steuerlogiken notwendig, welche die unterschiedlichen Bits und deren Bedeutung bewerten.

Bei der Codierung in der **Zweierkomplementdarstellung** ist dagegen die **explizite Unterscheidung** zwischen einem ausgezeichneten Vorzeichenbit und den Bits, die den Betrag beschreiben, **nicht notwendig**.

**Negative Zahlen** sind daran zu erkennen, dass das **höchstwertige Bit den Wert 1 hat**. Bei 0 liegt eine positive Zahl oder der Wert 0 vor. Der Vorteil dieses Zahlenformates besteht darin, dass für Verarbeitung in digitalen Schaltungen **keine zusätzliche Steuerlogiken** notwendig sind.

Positive Zahlen werden im Dualcode dargestellt. Negative Zahlen erhält man durch **Invertierung aller Bits** der entsprechenden positiven Zahl und einer **Addition von 1**. Ein Übertrag wird nicht berücksichtigt.

#### 3.4.2.3 Offset-Binary

Positive Zahlen werden durch ihre **Dualzahlen mit vorgestellten VZB** dargestellt. **VZB = 1 gilt für positive Zahlen**. Negative Zahlen sind im **Zweierkomplement** der zugehörigen positiven Zahlen dargestellt. Hier ergibt sich ein **durchgängiger Dualcode**. Die Darstellung ist rechnerkompatibel. Durch Negation des Vorzeichenbits erhält man die Codierung mit dem Zweier-Komplement.

### 3.4.3 Digitale Spannungs- und Strommesser, Messbereichserweiterung

Der **Wertebereich der A/D-Wandlung** liegt üblicherweise im Bereich einiger Volt, oft auch nur einige 100mV. Kleinere zu messende Spannungen müssen verstärkt, größere abgeschwächt werden.

**Gleichströme** werden vor der Quantisierung in eine **proportionale Gleichspannung** umgewandelt. Im einfachsten Fall erfolgt dies durch einen niederohmigen Nebenwiderstand (Shunt).

**Beispiel 8:** Sehr verbreitet sind heute Digitalvoltmetermodule (DVM-Module). Sie integrieren einen kompletten digitalen Spannungsmesser inklusive Messverstärker, A/D-Wandler, Referenzspannung, Vergleicher und meist eine 3 1/2-stellige Digitalanzeige und sind für wenige Euro erhältlich. Die Module besitzen einen Eingangsspannungsbereich von z. B.: 0 bis 200mV und einem Eingangswiderstand  $>1M\Omega$ . Mit einer 3 1/2-stelligen Anzeige können Zahlen von 0 bis 1999 angezeigt werden.

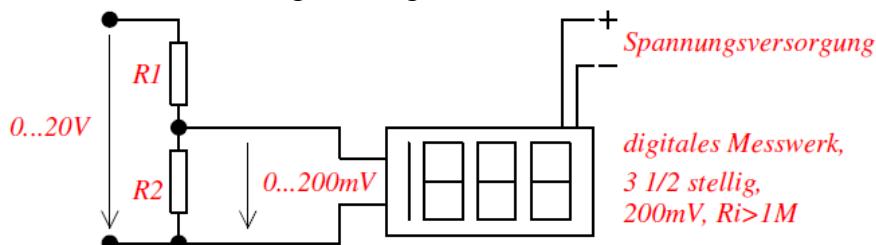
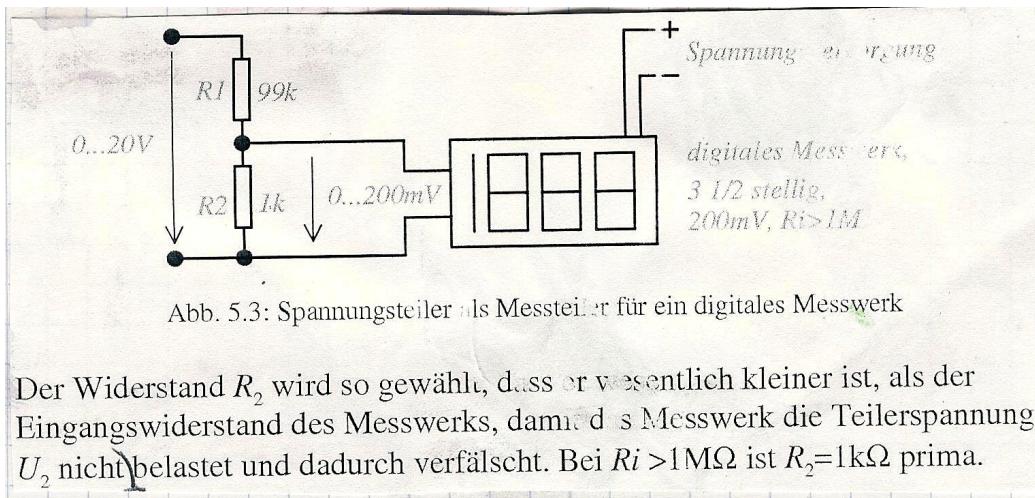


Abbildung 26: DVM-Modul

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

So ergibt in diesem Beispiel eine Eingangsspannung von  $100mV$  die Anzeige  $1000$ ,  $150mV$  ergibt  $1500$  und  $199,9mV$  die Anzeige  $1999$  usw. Ein Dezimalpunkt in der Anzeige kann fest eingestellt werden, in dem man eine Brücke an eine vorgegebene Stelle einfügt. Auf diese Weise kann man beispielsweise die Anzeigen  $1.000$ ,  $10.00$ ,  $100.0$  bei  $100mV$  Eingangsspannung erzeugen. Mit diesem Modul sollen nun Spannungen bis von  $0$  bis  $20V$  gemessen werden. Ein geeigneter Spannungsteiler soll dimensioniert werden (Siehe Abb. 26). Darüber hinaus soll ein Nebenwiderstand ( $R_2$ , bei  $R_1 = 0\Omega$ ) gefunden werden, der es ermöglicht mit dem Modul Ströme zwischen  $0$  und  $200mA$  zu messen!



Der Widerstand  $R_2$  wird so gewählt, dass er wesentlich kleiner ist, als der Eingangswiderstand des Messwerks, damit das Messwerk die Teilerspannung  $U_2$  nicht belastet und dadurch verfälscht. Bei  $R_i > 1M\Omega$  ist  $R_2 = 1k\Omega$  prima.

Bei praktisch allen digitalen Messwerken sind **hochohmige Eingangsstufen** (Impedanzwandler, Messverstärker) integriert, sodass die **Eingangswiderstände des Gesamtinstruments von der Be- schaltung** (Messbereichserweiterung) **dominiert** wird.

**Beispiel 9:** Der *ADC* mit vorgeschaltetem Messverstärker in Abbildung kann Spannungen bis  $100mV$  verarbeiten. Durch die Spannungsteilerschaltung am Eingang wird ein Messgerät für Gleichspannungen bis zu  $100V$  und Gleichströme bis  $1A$  realisiert. Der Messstrom bei Spannungsmessung beträgt beim Endwert  $100\mu A$  bei einem inversen Messstrom von  $10K\Omega/V$ . Im Strommessbereich ist der Spannungsabfall beim Endwert  $100mV$ . Der Strom-Spannungswandler kann auch mittels *OPV*-Schaltung realisiert werden, allerdings nur für Messströme bis in den *mA*-Bereich.

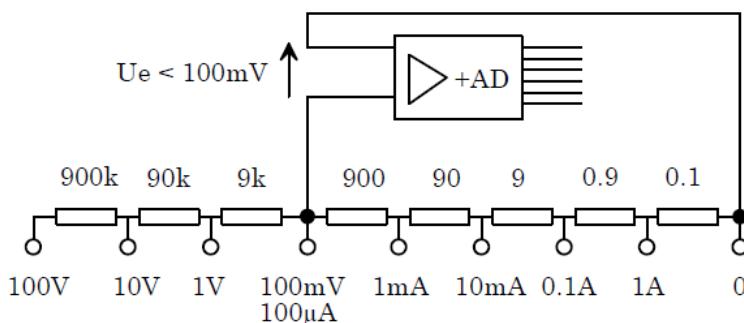


Abbildung 27: Digitaler Spannungs- und Strommesser

**Zusammenfassung:** Bei **digitalen Spannungsmessgeräten** ist die **Bereichserweiterung** mit einem Vorwiderstand nicht üblich; der Innenwiderstand bei diesen Messgeräten liegt typisch bei  $1$  bis  $20M\Omega$  in allen Bereichen. Vielmehr verwendet man hier **Spannungsteiler**; bei Multimetern ist dieser intern eingebaut.

Durch den **hohen Innenwiderstand** tritt auch das Problem der Rückwirkungsabweichung (Schal-

### 3 - DC- Spannungs- und Strommessung

tungseinflussfehler) nicht in demselben Umfang auf wie bei Drehspul-Spannungsmessern. Der **Nachteil** eines solch hohen Innenwiderstandes ist, dass die Spannungsanzeige bei Messungen an nicht angeschlossenen Schaltungsteilen nicht eindeutig ist; sie wird dann **von Feldern der Umgebung beeinflusst**, die den Schaltungsteil (zum Beispiel eine nicht angeschlossene Messleitung) durch **Influenz** oder **Induktion** umladen.

Bei **digitalen Strommessern** muss der **Messstrom** erst in eine **geeignete Messspannung** umgewandelt werden. Dies erfolgt in einfachen Geräten durch einen **Nebenwiderstand**, der in der Regel so ausgelegt wird, dass dessen Spannungsabfall am Ende des jeweiligen Strommessbereiches dem kleinsten Spannungsmessbereich entspricht. Dieser beträgt bei den meisten Messgeräten  $200mV$ . Verglichen mit analogen Instrumenten (z.B.: Drehspulinstrument) ist der **Einfluss des digitalen Strommessers in dieser einfachen Ausführung aber größer**, da bei Drehspul-Geräten die zum Vollausschlag erforderliche Spannung fast immer kleiner als  $200mV$  ist!