

9 Grundlagen der Impedanzmessung

Die Impedanz ist ein wichtiger Parameter, die der Charakterisierung von elektronischen Komponenten, Schaltkreisen und Materialien die zur Herstellung von Komponenten verwendet werden, dient.

Die Impedanz (Z) ist eine komplexe Größe die graphisch als Zeigerdiagramm mit dem Realteil (Widerstand R^1) und dem Imaginärteil (Reaktanz X) dargestellt werden kann.

Die Impedanz kann im rechtwinkligen Koordinatensystem in der Form $R + jX$ oder im Polarkoordinatensystem mit dem Betrag und dem Phasenwinkel $|Z| \angle \varphi$ dargestellt werden.

Die jeweiligen Werte sind dabei i. A. nur für die gerade betrachtete Messfrequenz f gültig!

Die bekannten mathematischen Zusammenhänge sind:

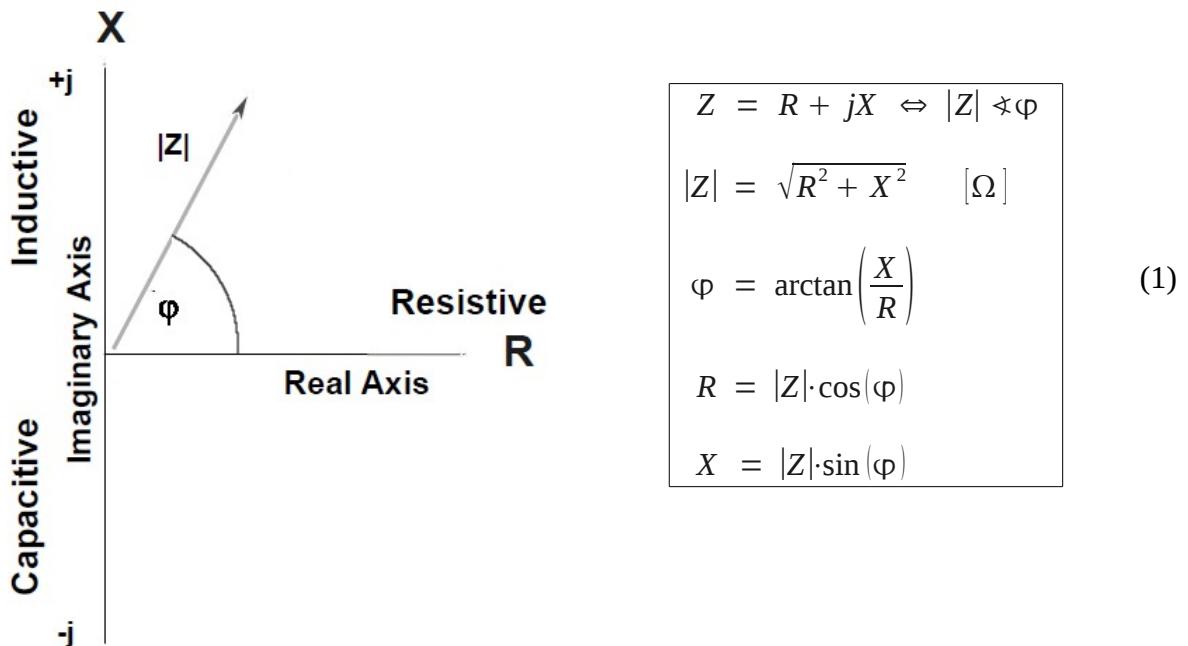


Abbildung 1: Komplexe Impedanzebene

Liegen in der Schaltung Real- und Imaginärteil der untersuchten Impedanz in **Serie** (z. B. Spule mit Serienverlustwiderstand), so ist die Darstellung nach (1) sehr einfach zu verwenden.

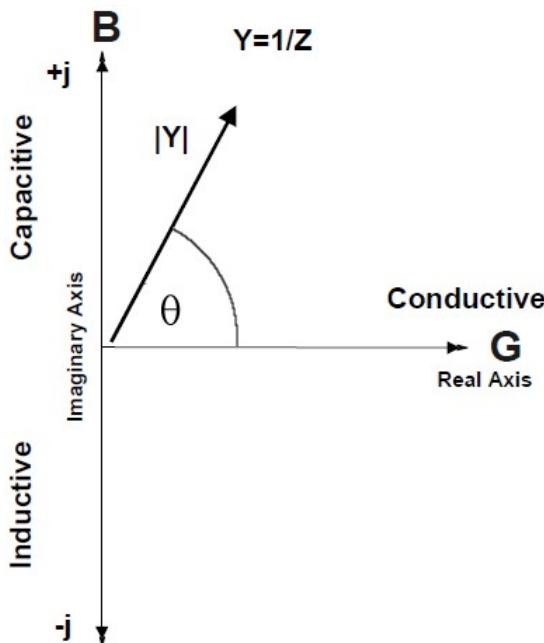
In andern Fällen (z. B. Kondensator mit parallelem Verlustwiderstand) ist die Verwendung der **Admittanz** (Y , komplexer Leitwert) mathematisch günstiger (Abb. 2).

Der Realteil der Admittanz Y wird Konduktanz (G), der Imaginärteil Suszeptanz (B) genannt.

Impedanz- und Admittanz-Zeiger dürfen nicht innerhalb eines Zeigerdiagramms gemischt werden!

1 Den Realteil der Impedanz wird oft auch **Resistanz** oder **Wirkwiderstand** genannt.

9 - Grundlagen der Impedanzmessung



$$\begin{aligned}
 Y &= G + jB \Leftrightarrow |Y| \neq 0 \\
 Y &= \frac{1}{Z} = \frac{1}{R+jX} \quad [S] \\
 |Y| &= \sqrt{G^2 + B^2} \\
 \theta &= \arctan\left(\frac{B}{G}\right) = -\varphi \quad (2) \\
 G &= |Y| \cdot \cos(\theta) \\
 B &= |Y| \cdot \sin(\theta)
 \end{aligned}$$

Abbildung 2: Komplexe Admittanzebene

Beispiel 1: Für eine RC-Serienschaltung und eine RC-Parallelschaltung sind Impedanz und Admittanz (jeweils Real- und Imaginärteil sowie der Betrag) zu bestimmen.

$$\begin{aligned}
 Z &= R + \frac{1}{j\omega C} \quad ; \quad |Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \\
 Y &= \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega RC} = \frac{\omega^2 RC^2 + j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \\
 &= G + jB = \frac{\omega^2 RC^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + j \frac{\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \\
 |Y| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + \omega^2 C^2} = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1} \\
 &= \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}
 \end{aligned}$$

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

$$\begin{aligned}
 & \text{Circuit diagram: } \text{---} \parallel \text{---} \text{---} \\
 & Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC} = \frac{R + j\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}
 \end{aligned}$$

$$\underline{Z = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} - j \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}; |Z| = \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 R^4 C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}$$

$$\underline{|Z| = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}$$

$$\underline{|Y| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}}$$

Grundsätzlich sind im **Impedanzbild Serienschaltungen** mathematisch leicht zu beherrschen, für **Parallelschaltungen** ist die **Admittanzdarstellung** meist günstiger.

Der Übergang zwischen den Darstellungen ist oft hilfreich, quasi nebenbei erfolgt die eine **Schaltungstransformation**. So stellt die Überführung einer gegebenen Serienschaltung von der Z- in die Y-Ebene gleichzeitig eine **Transformation** dieser Schaltung in eine **äquivalente** Parallelschaltung dar. Analoges gilt für eine Parallelschaltung und der Transformation von der Y in die Z-Ebene.

Beispiel 2: Transformation einer gegebenen RC-Serienschaltung in eine äquivalente RC-Parallelschaltung.

$$\text{Es gilt allgemein: } Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Serienschaltung (aus Bsp Ie(55)):



$$Z = R_s + \frac{1}{j\omega C_s}$$

$$Y = G + jB = \frac{\omega^2 R_s C_s^2}{1 + \omega^2 R_s^2 C_s^2} + j \frac{\omega C_s}{1 + \omega^2 R_s^2 C_s^2}$$

$$B = \omega C_p$$



$$\rightarrow j\omega C_p = \frac{j\omega C_s}{1 + \omega^2 R_s^2 C_s^2}$$

$$R_p = \frac{1 + \omega^2 R_s^2 C_s^2}{\omega^2 R_s^2 C_s^2}$$

Allgemein: $X_p = \frac{Z^2}{X_s}$
$R_p = \frac{Z^2}{R_s}$

9.1 Güte und Verlustfaktor

Die **Güte** (engl. *quality-factor*) hat im Kontext von Impedanzen eine etwas andere Bedeutung als im Zusammenhang mit Resonanzphänomenen. Für Impedanzen stellt diese ein Maß für die "Reinheit" der Reaktanz dar:

$$Q = \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{dissipierte Energie}} \Leftrightarrow \frac{X}{R} \Leftrightarrow \frac{B}{G} \quad (3)$$

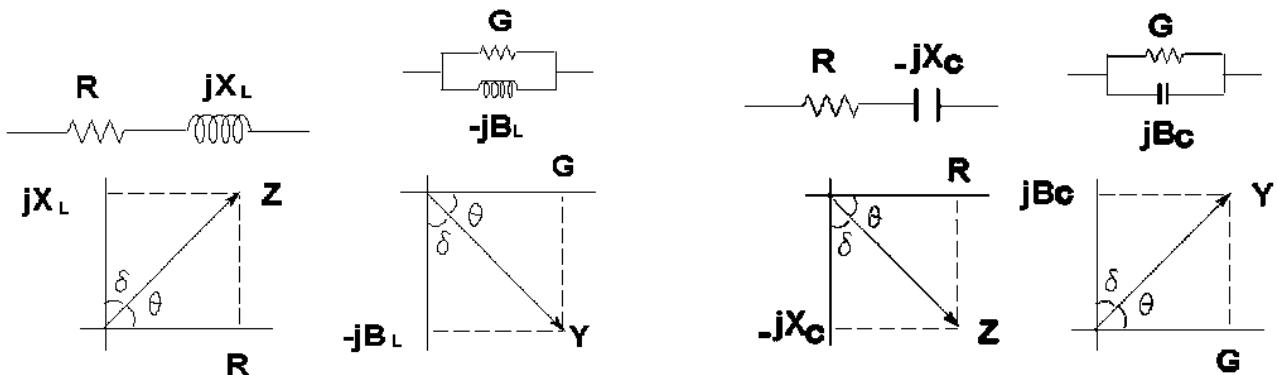


Abbildung 3: Verlustbehaftete Induktivität (links) bzw. Kapazität (rechts) - Darstellung jeweils in der Z- bzw. Y-Ebene

Die Güte ist **dimensionslos**, ihr **Kehrwert** der **Verlustfaktor D** wird meist im Zusammenhang mit Kondensatoren verwendet.

$$D = \frac{1}{Q} = \frac{R}{X} = \frac{G}{B} = \tan \delta \quad (4)$$

Die messtechnische Erfassung hoher Güten stellt eine enorme Herausforderung an die Phasengenauigkeit der eingesetzten Messtechnik dar!

Für **ideale Reaktanzen** ($R \rightarrow 0$) folgt: $D \rightarrow 0$; $Q \rightarrow \infty$

Die Güte bzw. der Verlustfaktor ist im Allgemeinen eine frequenzabhängige Größe.

9.2 Reale, passive Bauteile

In der Praxis gibt es keine idealen Widerstände, Kapazitäten oder Induktivitäten. Alle Bauelemente sind weder rein resistiv noch rein reaktiv. Alle realen Komponenten weisen **parasitäre Elemente** auf, wie parasitäre Induktivitäten bei Widerständen, parasitäre Widerstände bei Kondensatoren, parasitäre Kapazitäten bei Spulen usw. Durch die Wahl unterschiedlicher Materialien und Herstellungstechnologien können die parasitären Elemente für den vorgesehenen Frequenzbereich minimiert werden.

9.2.1 Reale Kondensatoren

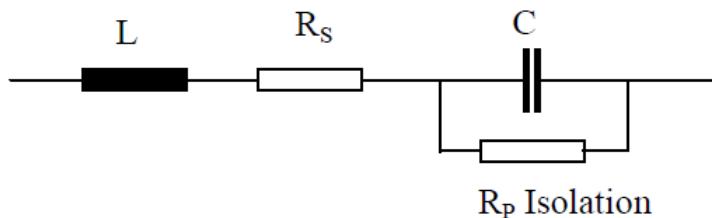


Abbildung 4: Reale Kapazität

Reale Kondensatoren weisen neben der eigentlichen Kapazität noch eine Reihe parasitärer Elemente auf.

Im Wesentlichen sind dies die **Anschlussinduktivitäten** sowie die ohm'schen **Bahnwiderstände** der Anschlüsse. Darüberhinaus besitzt das Dielektrikum nur einen endlichen **Isolationswiderstand**.

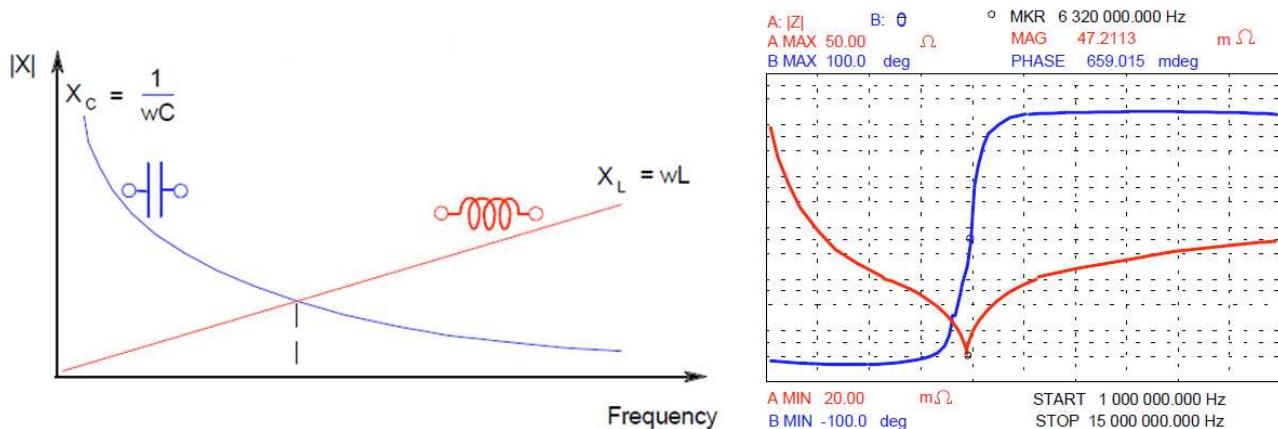


Abbildung 5: Impedanzverlauf einer realen Kapazität

Sieht man sich dieses Modell genauer an erkennt man, dass - abhängig von der Messfrequenz - verschiedene Reaktanzen unterschiedliche Beiträge zur Gesamtreaktanz liefern (Abb. 5, links).

Jeder reale Kondensator läuft bei einer gewissen Frequenz in eine Serienresonanz mit seinen Anschlussinduktivitäten ($X_C = X_L$) und zeigt über dieser Frequenz induktives(!) Verhalten!

Der Einsatz eines realen Kondensators oberhalb seiner Eigenresonanzfrequenz ist daher nicht sinnvoll.

Beschränkt man sich auf **sinnvolle Einsatzfrequenzbereiche**, so können - abhängig von der Kapazität - vereinfachte Ersatzdarstellungen verwendet werden (vgl. Abb. 6).

Der äquivalente Serienwiderstand (kurz *ESR*, von engl. *Equivalent Series Resistor*) repräsentiert im Ersatzschaltbild alle Verluste und ist speziell für Kondensatoren hoher Kapazität eine wichtige Kenngröße!

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

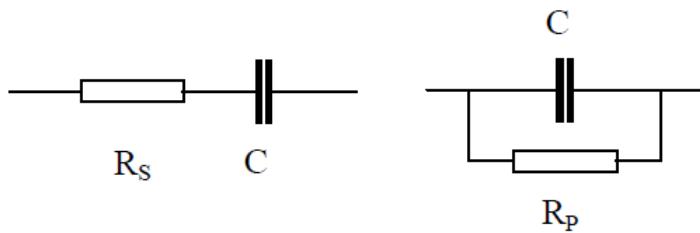


Abbildung 6: Vereinfachte Ersatzschaltung für reale Kondensatoren hoher (links) bzw. niedriger (rechts) Kapazität

Beispiel 3: Der Verlustfaktor D ist sowohl für die Serien- als auch die Parallelersatzschaltung in Abb. 6 zu berechnen!

$$\begin{aligned}
 & \text{Series circuit: } Z = R + \frac{1}{j\omega C} \rightarrow D = \tan \delta = \frac{\operatorname{Re}(Z)}{\operatorname{Im}(Z)} = \frac{R_s}{1} = 2\pi f R_s \quad ! \\
 & \text{Parallel circuit: } Z = \frac{R_p}{\frac{1}{R_p} + j\omega C_p} = \frac{R_p}{1 + j\omega C_p R_p} = \frac{R_p(1 - j\omega C_p R_p)}{R_p^2 + \omega^2 C_p^2 R_p^2} = \frac{R_p - j\omega C_p R_p^2}{R_p^2 + \omega^2 C_p^2 R_p^2} \\
 & D = \tan \delta = \frac{\operatorname{Re} Z}{\operatorname{Im} Z} = \frac{R_p}{N \omega^2 C_p R_p^2} = \frac{1}{2\pi f C_p R_p} = \frac{X_{C_p}}{R_p}
 \end{aligned}$$

9.2.2 Reale Induktivitäten

Hier gilt sinngemäß das selbe wie für reale Kapazitäten.

Um zur Beschreibung einer realen Induktivität zu gelangen müssen vor allen Dingen der ohm'sche Spulenwiderstand, die Wicklungskapazität und die Kernverluste berücksichtigt werden.

Auch hier treten **Eigenresonanzeffekte** auf, die unbedingt beachtet werden müssen. Je nach Ausführung und Anwendungsbereich können einzelne Parasitärelemente wieder vernachlässigt werden.

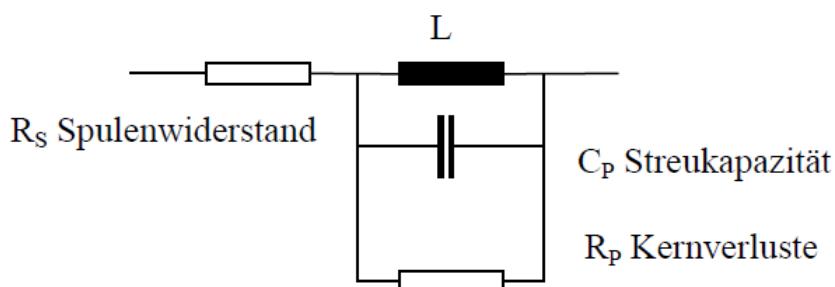


Abbildung 7: Allgemeine Ersatzschaltung einer realen Induktivität

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

Beispielsweise weist eine Luftspule natürlich keine Kernverluste auf, bei Spulen mit (Eisen-)Kern können die Kernverluste hingegen viel größer als die Kupferverluste sein (speziell bei hohen Betriebsfrequenzen), sodass letztere vernachlässigt werden können. Liegt eine Spule vor, die nur aus einer Wicklungslage aufgebaut ist, die Windungen möglicherweise auch nicht dicht aneinanderliegen und der Einsatzfrequenzbereich nicht zu hoch ist, kann die Streukapazität vernachlässigt werden; bei dichten, mehrlagigen Wicklungen ist diese Vereinfachung meist nicht zulässig!

9.2.3 Reale Widerstände

Selbst bei einfachen Widerständen treten parasitäre Blindelemente auf.

Neben den unvermeidlichen Streukapazitäten werden parasitäre Induktivitäten vor allem durch die Anschlussdrähte und durch spulenförmige Anordnung des Widerstandsmaterials erzeugt (gewickelte Drahtwiderstände, Kohleschichtwiderstände, ...).

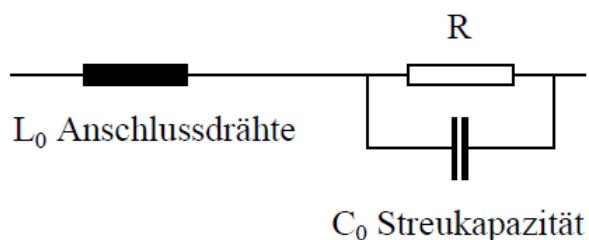


Abbildung 8: Realer Widerstand

Die Auswirkungen sind recht unterschiedlich:

Während bei **hochohmigen Widerständen** der schädliche **Einfluss der Streukapazität** überwiegt (schließt den Widerstand bei hohen Betriebsfrequenzen kurz), erzeugen die **parasitären Induktivitäten niederohmiger Widerständen** bei AC-Betrieb oft unerwünschte Zusatzimpedanzen.

Zusammenfassung:

Reale, passive Bauteile sind immer mit parasitären Elementen behaftet.

Die Größe dieser parasitären Elementen ist von verschiedenen Faktoren abhängig, neben dem verwendeten Materialien (Dielektrika, Kernmaterialien, Leitermaterial, ...) vor Allem auch von der Bauform (SMD oder diskret, Anschlussleitungen kurz oder lang, gewundene oder mäandrierende Widerstandsbahnen, ...) abhängig.

Die Auswahl muss daher immer passend zum vorgesehenen Einsatzfrequenzbereich getroffen werden, gegebenenfalls sind die Parasitärelemente durch Ersatzschaltungen zu berücksichtigen.

Bei Hochfrequenz- bzw. Breitbandanwendungen ist dies nicht immer

eine einfache Aufgabe - zusätzlich muss hier auch auf eine geeignete Führung der Verbindungsleitungen (Layout) geachtet werden, um nicht noch zusätzliche Parasitärelemente zu erzeugen!

9.3 Impedanzmessmethoden

Die Messung von Impedanzen ist grundsätzlich mit der Messung von reinen Widerständen vergleichbar. Allerdings bereitet das frequenzabhängige Verhalten der (Parasitär-) Reaktanzen gewisse Schwierigkeiten. Ist der Einsatzfrequenzbereich nicht bekannt ist eine breitbandige Messung (**Spektroskopie**) erforderlich, beispielsweise bei der Bauteilspezifikation.

Für **NF-Anwendungen** (bis zu einigen kHz - abhängig vom Nennwert) können **Reaktanzen** (Kondensatoren, Induktivitäten) gelegentlich als **ideal** angenommen werden und einfache Messmethoden angewendet werden (wie im Grundlagenlabor).

9.3.1 Einfache skalare Verfahren zur Bestimmung von Reaktanzen

Skalar bedeutet, dass die Phasenverschiebung von Messstrom und Messspannung (ideal) angenommen und nicht gemessen wird.

9.3.1.1 Kapazität durch Ladezeitmessung

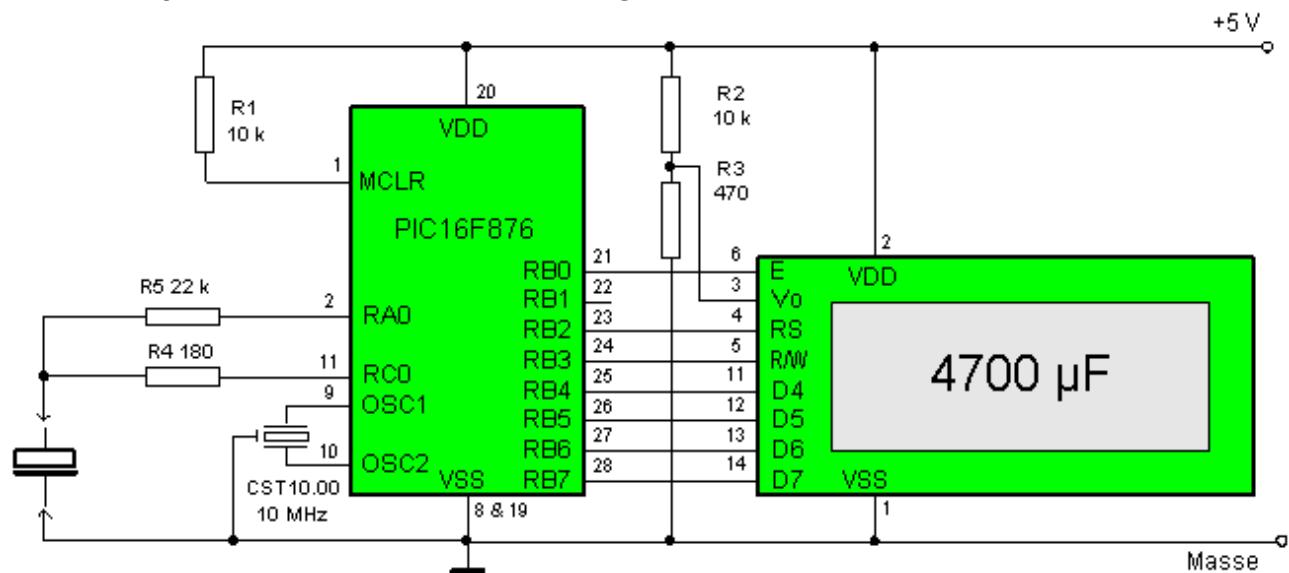


Abbildung 9: Einfacher Kapazitätsmesser durch Messung der Ladezeit mit einem PIC- μ C

Bei der Schaltung in Abb. 9 (und entlädt) der Prozessor (bzw. die Software) den zu messenden Kondensator über den Pin *RC0*, während die Ladespannung mit dem internen ADC über Pin *RA0* beobachtet wird.

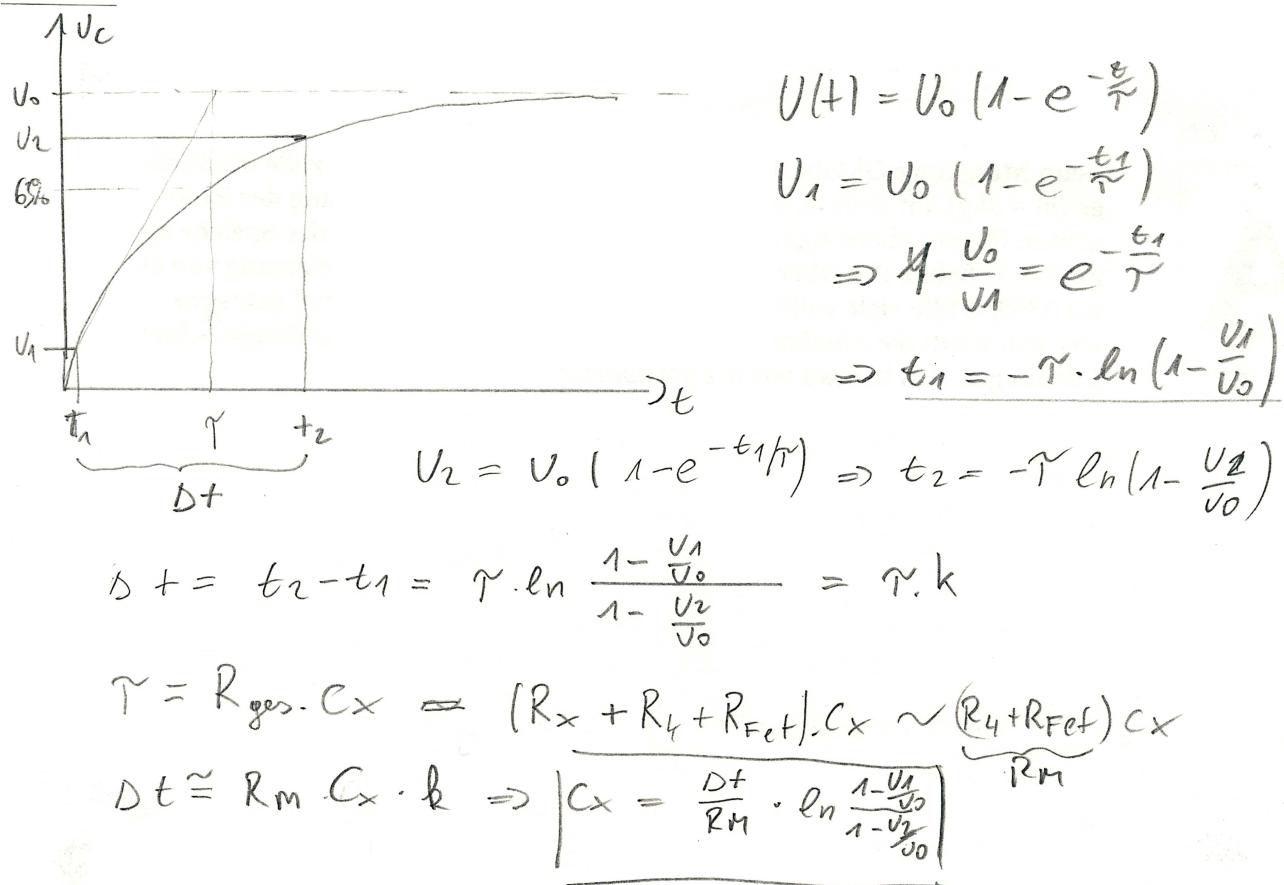
Pin *RC0* verfügt über *FET*-Treiber, im High-Zustand verbindet ein interner P-Kanal-*FET* *RC0* mit *VDD*. Der Einschaltwiderstand dieses Transistors beträgt hier ca. $80\text{--}90\Omega$, der mit dem externen Ladewiderstand *R4* in Reihe liegt. Folglich darf der externe Ladewiderstand *R4* z. B. nur $160\text{--}180\Omega$ betragen, wenn ein Gesamtwiderstand von 250Ω angestrebt wird. Ebenfalls könnte hier ein parasi-

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

tärer Serienwiderstand berücksichtigt werden.

Während der Ladung wird die Zeit mit dem internen Timer des *PIC* gemessen. Beim Erreichen einer bestimmten Spannungsschwelle an *RA0* wird der Ladevorgang und die Zeitmessung beendet, der Wert C_x für den zu bestimmenden Kondensator per Software berechnet und am Display ausgegeben.

Beispiel 4: Berechnung von C_x aus der Ladezeitmessung.



Vor und nach der Messung muss der Kondensator auf möglichst vollständig entladen werden, das erfolgt ebenfalls durch $R4$ und $RC0$ (diesmal der interne N-Kanal-FET).

Abgleich: Der kritische Punkt dieser Schaltung ist die unbekannte Größe des Innenwiderstandes des Pins $RC0$. Er wird bei etwa 85Ω liegen, aber der genaue Wert ist exemplarabhängig, und damit unbekannt. Deshalb sollte man testen, ob sich mit dem gewählten Wert für $R4$ ein Ladestrom von $20mA$ einstellt. Dafür überbrückt man die Testpins, misst den Spannungsabfall über $R4$ und errechnet den durch ihn fließenden Strom. Gegebenenfalls ist $R4$ anzupassen.

Mögliche Erweiterungen: Um ein robusteres Messgerät zu erhalten, sollten Schutzdiode von $RC0$ zu Masse und der Versorgungsspannung eingefügt werden. Weiters erhöhen externe Treibertransistoren mit Strombegrenzungswiderständen die Betriebssicherheit. Beides erfordert nur kleine Änderungen in der Software.

Man kann auf diesem Prinzip auch ein Messgerät für unterschiedliche Kapazitäten aufbauen. Dabei sind verschiedene (möglichst umschaltbare) Lade/Entladewiderstände und/oder eine schnellere Zählschleifen erforderlich. Es ist aber zu beachten, dass am Port *RA0* eine Eingangsleckstrom von

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

$0,5\mu A$ fließen kann. Soll sich das nicht auf die Messgenauigkeit auswirken, muss der Ladestrom deutlich größer sein. Wird der Ladewiderstand auf z. B. $250k\Omega$ erhöht, bewirkt der Leckstrom schon einen Messfehler von bis zu 2,5%. Besser ist es einen kleineren Ladewiderstand einzusetzen, und die Geschwindigkeit der Zählschleife zu erhöhen (soweit dies der interne ADC noch schafft). Man erreicht damit einen Messbereich von ca. $1nF$ bis $65\mu F$.

Ein Vordringen in den pF -Bereich ist mit dem internen ADC des PIC aber nicht möglich. Man kann aber einen Schmitt-Trigger (intern z.B.: RA4 oder extern) verwenden, dessen Schwelldruck man unmittelbar vor der Messung mit dem ADC ausmisst. Der ist dann schnell genug, um auf den schnell geladenen pF -Kondensator zu reagieren.

Beispiel 5: Ein Kondensator $C_x = 100nF$ soll mit diesem Verfahren auf 0,1% Auflösung genau gemessen werden. Für einen Zählakt von $f_T = 1MHz$ ist der minimale Gesamtladewiderstand R_L zu ermitteln ($U_1 = 1V$, $U_2 = 4V$, $U_0 = 6V$).

$$C_{min} = 100pF = 10^{-10}F$$

$$\Delta t = 10^{-6}s$$

$$k = \ln \left(\frac{1 - \frac{U_1}{U_0}}{1 - \frac{U_2}{U_0}} \right) = \ln \left(\frac{1 - \frac{1}{6}}{1 - \frac{4}{6}} \right) = \ln \left(\frac{5}{6} \right) = \ln 2,5 \\ = 0,9163$$

$$\Delta t = R_{ref} \cdot k \cdot C_{min} \Rightarrow R_{ref} \geq \frac{\Delta t}{k \cdot C_{min}} =$$

$$R_{ref} \geq \frac{10^{-6}s}{10^{-10}F \cdot 0,9163} = \frac{1}{0,9163} \cdot 10^4 \Omega \approx 11k\Omega$$

Kapazität durch Ladezeitmessung mit Konstantstrom

Wird die Speisung des Prüflings über eine Konstantstromquelle vorgenommen, so ist der **Verlauf**

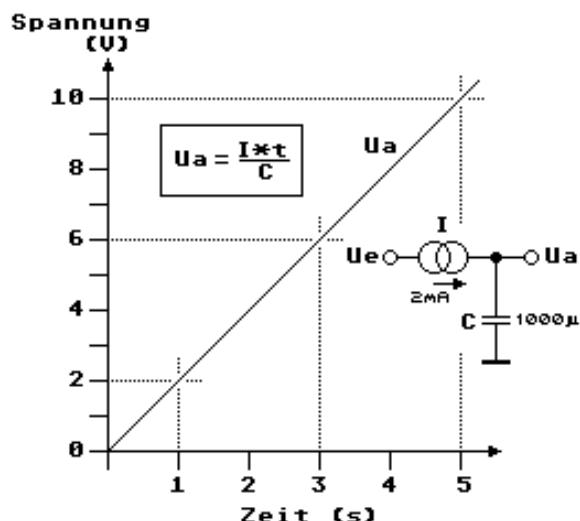


Abbildung 10: Zeitlicher Verlauf der Ladespannung bei Konstantstrom

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

der Ladespannung linear. Die gemessene Ladezeit ist ebenfalls proportional der Kapazität.

$$I = C_x \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$C_x = I \cdot \frac{\Delta t}{\Delta U} = k \cdot \Delta t \quad (5)$$

Der Ladestrom muss dabei so gering gewählt werden, dass der Innenwiderstand des Kondensators den linearen Verlauf der Ladespannung nicht verfälscht.

9.3.1.2 Induktivität durch Abtastung im Nulldurchgang

Der Innenwiderstand von Induktivitäten ist oft so groß, dass ein derartiges Bauteil auch näherungsweise nicht als ideal angesehen werden kann. Die Ladezeitmessung müsste daher eine Korrektur erfahren. Besser ist es, die **Induktivität im stromlosen Zustand** zu messen.

Die **Gleichstromquelle** mit Umschaltung dient dabei zur **Messung des ohmschen Widerstandes** der Induktivität in verschiedenen Messbereichen.

Zur **Induktivitätsmessung** wird aus einem **Sinusgenerator mit Konstantspannung** über einen hohen **Vorwiderstand** näherungsweise ein **Konstantstrom** erzeugt.

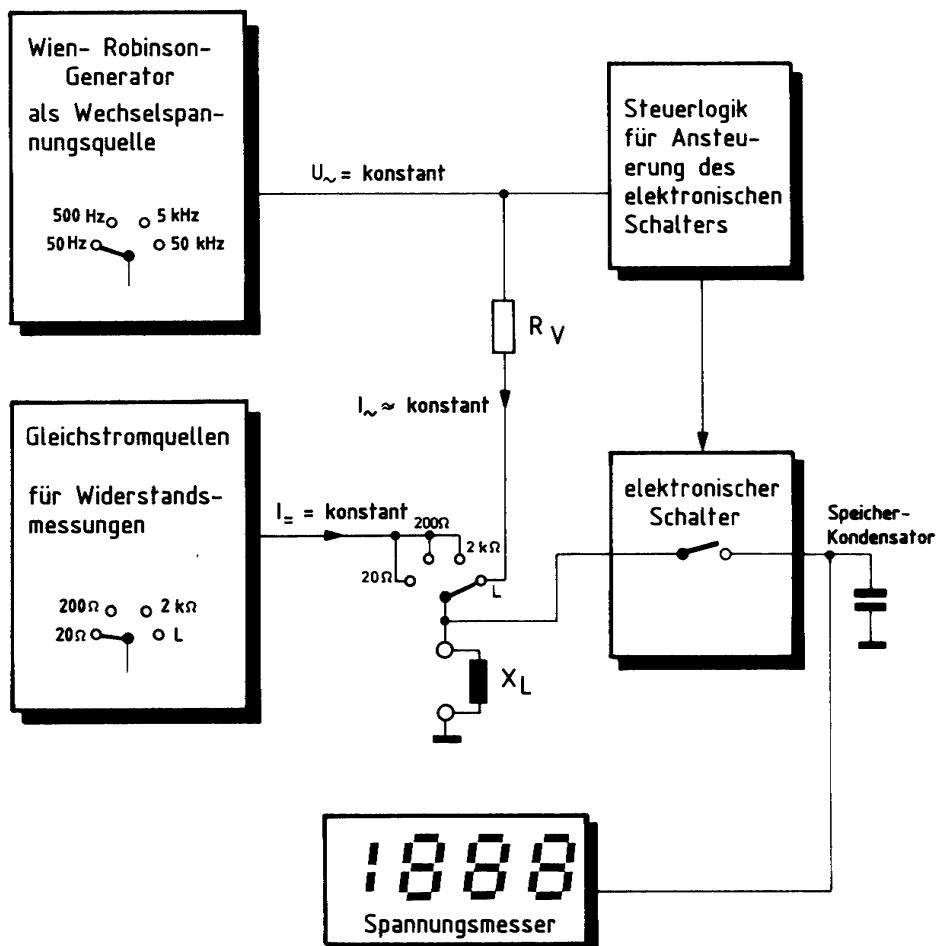


Abbildung 11: Induktivitätsmessung durch Abtastung im Nulldurchgang (Prinzipschaltbild)

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

Der Wechselstrom durch die Induktivität wird überwacht und im Nulldurchgang wird der Momentanwert der Spannung $U_x(t)$ über ein *Sample-&-Hold*-Element abgetastet und gespeichert. Der Wert dieser Spannung ist nun proportional der Induktivität.

Die Spannung wird anschließend über einen digitalen Spannungsmesser ausgegeben. Um einen großen Messbereich zu erzielen wird die Frequenz des Sinusgenerators im Bereich 50Hz bis 50kHz umschaltbar ausgeführt.

Beispiel 6: Berechnung der Induktivität L aus der im Stromnulldurchgang abgetasteten Spannung $U_x(t)$ bei Verwendung eines sinusförmigen (konstanten) Stromes $I(t)$.

$$I(t) = \hat{I} \cdot \sin[\omega \cdot t + \varphi] \Rightarrow I(t) = 0 \quad \text{wenn} \quad \omega \cdot t + \varphi = \pi \cdot k$$

$$U_x(t) = L_x \cdot \frac{dI}{dt} + R_x \cdot I = L_x \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot \cos[\omega \cdot t + \varphi] + R_x \cdot \sin[\omega \cdot t + \varphi]$$

$$I(t) = 0 \Rightarrow \cos[\omega \cdot t + \varphi] = 1 \Rightarrow U_x(t_0) = L_x \cdot \hat{I} \cdot \omega \Rightarrow L_x = \frac{U_x(t_0)}{\hat{I} \cdot \omega} = k \cdot U_x(t_0)$$

9.3.2 Vektorielle Messmethoden

U/I-Methode

Eine unbekannte Impedanz Z_x kann aus den gemessenen Werten von Spannung und Strom (wie gehabt) berechnet werden.

Der Strom kann aus der gemessenen Spannung über einem bekannten, genauen und niederohmigen Widerstand berechnet werden.

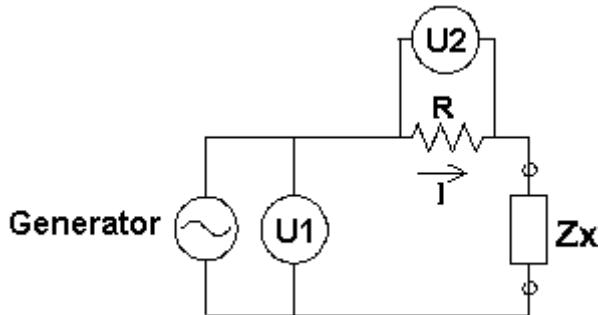


Abbildung 12: U/I - Methode

Die beiden Spannungsmesser müssen aber eine gemeinsame Phasenbeziehung haben.

Am anschaulichsten ist dies am Beispiel eines **Mehrkanaloszilloskops**.

Heutzutage kann aber ein solches Messgerät einfach aus zwei nach dem **Abtastverfahren** arbeitenden digitalen Spannungsmessern mit **gemeinsamer Abtastzeitbasis** aufgebaut sein. Wichtig ist hier neben der unbedingten Einhaltung des Abtasttheorems insbesondere für höhere Messfrequenzen die

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

bestmögliche **Symmetrie** der beiden Messzweige, um Phasenfehler zu vermeiden! Im wesentlichen ist dadurch der nutzbare Frequenzbereich nach oben beschränkt.

In der Praxis wird anstelle des Widerstandes ein Transformator mit geringen Verlusten eingesetzt, um den Einfluss eines Serienwiderstandes zu vermeiden. Der Transformator limitiert allerdings den Frequenzbereich nach unten.

Messbrücken

Messbrücken basieren auf dem **Kompensationsprinzip** und erlauben eine genaue und einfache Bestimmung von Bauteilwerten für Induktivitäten und Kapazitäten. Vor dem Zeitalter der (schnellen) Digitalelektronik waren dies die einzigen zuverlässigen Verfahren.

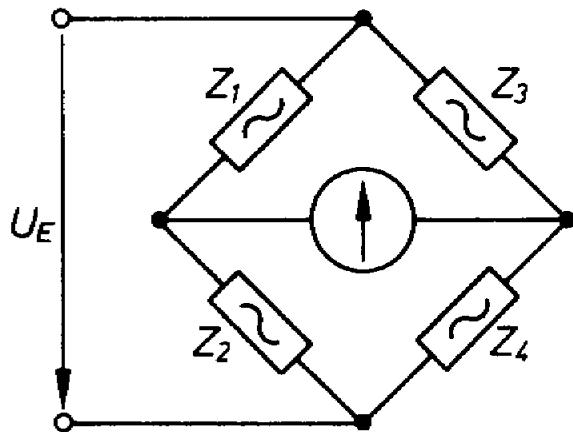


Abbildung 13: Brücke allgemein

Bei der Messung werden **möglichst nur Widerstände** (mit Stufenschaltern → Widerstandsdekaden) solange **verändert** bis das Messgerät im Brückenzweig einen minimalen Ausschlag anzeigt. Die Widerstandswerte werden dann in die Abgleichbedingung eingesetzt und die unbekannten Werte des Prüflings ermittelt (Serien- oder Parallelersatzschaltung).

Beispiel 7: Für die aus allgemeinen Impedanzen bestehende Messbrücke in Abb. 13 ist die Abgleichbedingung zu ermitteln.

$$\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3+Z_4} \quad (I), \quad \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} = \frac{Z_3}{Z_3+Z_4} \quad (II), \quad (II) \div (I) \Rightarrow$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z_1 \cdot e^{j\varphi_1}}{Z_2 \cdot e^{j\varphi_2}} = \frac{Z_3 \cdot e^{j\varphi_3}}{Z_4 \cdot e^{j\varphi_4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$$

Maxwell-Wien-Brücke:

Die Maxwell-Wien-Brücke dient zur Bestimmung von Induktivität und ohmschem Widerstand einer Spule.

Ist die Abgleichbedingung erfüllt, so ist die Spannung am Messgerät gleich Null. Dies ist nur möglich wenn sowohl Betrag- und Phasenbedingung für die komplexen Widerstände erfüllt ist.

Aus der Phasenbedingung sieht man, dass nur Brücken die im **Parallelzweig** die gleichen Bauteile oder im **Diagonalzweig** die **komplementären Bauteile** enthalten abgleichbar sind.

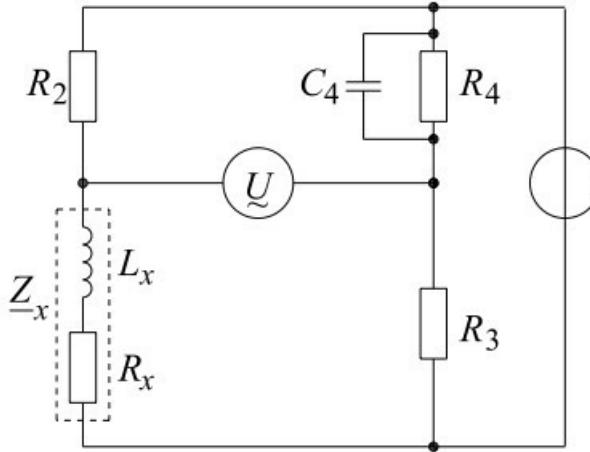


Abbildung 14: Maxwell-Wien-Brücke

Bei der Maxwell-Wien-Brücke dient ein Referenzkondensator (C_4) im Diagonalzweig zur Erfüllung der Phasenbedingung. R_3 und R_4 werden üblicherweise abgleichbar ausgeführt.

Beispiel 8: Aus der Abgleichbedingung für die Maxwell-Wien-Brücke in Abb. 14 ist die Bestimmungsgleichung für L_x und R_x zu ermitteln.

Koeffizientenvergleich für Real + Imaginärteil;

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = R_3, \quad Z_4 = \frac{1}{R_4 + j\omega C_4}$$

$$\frac{R_1 + j\omega L_1}{R_2} = R_3 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_4 \right) \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}, \quad \frac{\omega L_1}{R_2} = R_3 \cdot \omega \cdot C_4$$

$$R_1 = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2, \quad L_1 = R_3 \cdot R_2 \cdot C_4$$

Wien-Brücke:

Die nach Max Wien benannte Brücke eignet sich zur Messung einer Kapazität.

In Abb. 15 liegt der auszumessende, im Allgemeinen verlustbehaftete Kondensator auf der Position von Z_2 und wird hier dargestellt im Parallel-Ersatzschaltbild.

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

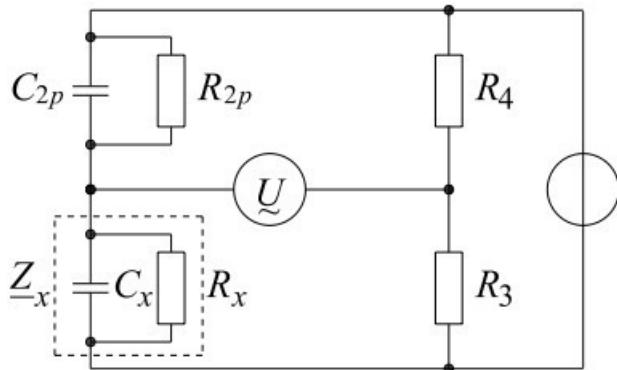


Abbildung 15: Wien-Brücke

Beispiel 9: Aus der Abgleichbedingung für die Wien-Brücke in Abb. 15 ist die Bestimmungsgleichung für L_x und R_x zu ermitteln.

Mit der komplexen Abgleichbedingung in der Form

$$\frac{1}{Z_x} = \frac{Z_4}{Z_3} \frac{1}{Z_2}$$

und

$$\frac{1}{Z_x} = \frac{1}{R_x} + j\omega C_x \quad ; \quad Z_3 = R_3$$

und entsprechend für Z_2 und Z_4 gemäß Schaltung, erhält man

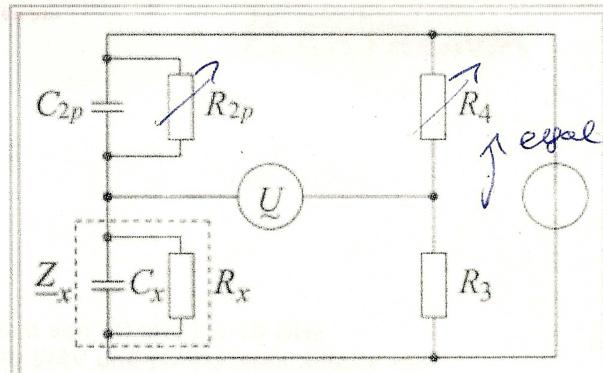
$$\frac{1}{R_x} + j\omega C_x = \frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1}{R_{2p}} + j\omega C_{2p} \right)$$

Realteil:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R_{2p}} \quad ; \quad R_x = \frac{R_3}{R_4} R_{2p}$$

Imaginärteil:

$$\omega C_x = \frac{R_4}{R_3} \omega C_{2p} \quad ; \quad C_x = \frac{R_4}{R_3} C_{2p}$$



Wechselspannungsmessbrücke zur Messung einer Kapazität

Bei Kondensatoren mit hoher Güte bzw. geringem Verlust kann R_{2p} einen sehr hohen Wert annehmen, der schwer einstellbar ist. Im Grenzfall eines idealen Kondensators geht $R_{2p} \rightarrow \infty$.

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

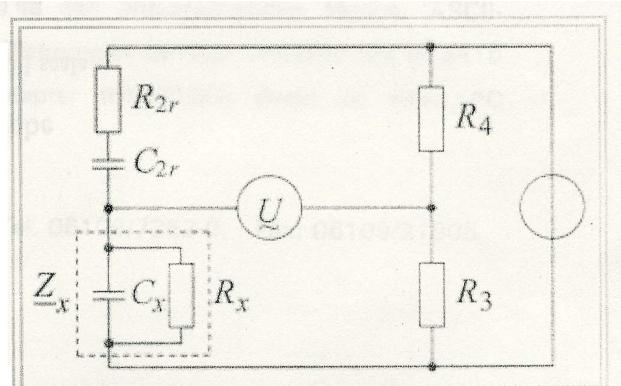
Für die Messung an solchen Bauteilen wird auf der Position von \underline{Z}_2 statt der Parallelschaltung eine Reihenschaltung verwendet, bei der der ohmsche Widerstand R_{2r} einen kleinen Wert annimmt, im idealen Grenzfall geht $R_{2r} \rightarrow 0$. Die mathematische Behandlung hierzu ist schwieriger, und das Ergebnis ist frequenzabhängig.

Mit der komplexen Abgleichbedingung in der Form

$$\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_x} = \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3}$$

und $\underline{Z}_2 = R_{2r} + \frac{1}{j\omega C_{2r}}$

erhält man



Wechselspannungsmessbrücke zur Messung einer Kapazität mit geringem Verlust

Automatisch abgleichende Messbrücken (Auto-Balancing-Bridge)

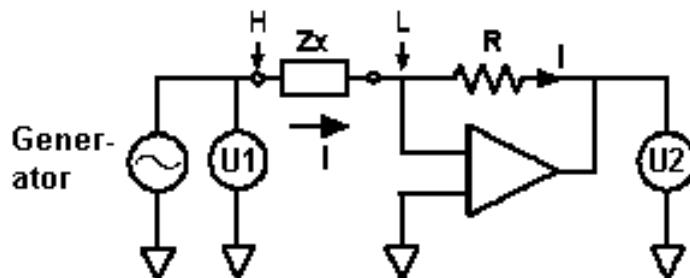


Abbildung 16: Auto-Balancing-Bridge

Dieses Verfahren stellt eine **Weiterentwicklung der U/I-Methode** dar. Dabei wird der Messwiderstand durch eine Operationsverstärkerschaltung (Abb. 16) ersetzt, wobei

$$\underline{Z}_x = \frac{U_1}{I} = \frac{U_1}{U_2} \cdot R \quad (6)$$

weiter gültig bleibt. Der Strom, der durch die \underline{Z}_x fließt, muss auch durch den Messwiderstand R fließen (idealer OPV).

Eine weitere Eigenheit von rückgekoppelten Operationsverstärkern ist, dass diese die Ausgangsspannung derart einstellen, dass der Potentialunterschied an den Eingängen verschwindet. In obiger Konfiguration bezeichnet man daher das Potential am Punkt L als virtuelle Masse.

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

Natürlich gibt es keine idealen Operationsverstärker, aber diese werden tatsächlich bis zu Frequenzen von etlichen 100kHz eingesetzt. Darüber hinaus werden deutlich kompliziertere Strom-Spannungs-Wandler benötigt um die Genauigkeit zu gewährleisten. Diese beinhalten oft Phasen- und Nulldurchgangskomparatoren, Integratoren (Schleifenfilter) und Vektormodulatoren. Meist werden auch die Strom-und Spannungsmesspfade voneinander getrennt (4-Punkt-Messung) um Fehler durch ohmsche Verluste an den Messleitungen zu minimieren.

Bei höheren Frequenzen sind die elektrischen Längen der Messleitungen zu berücksichtigen.

Das Verfahren ist breitbandig (ca. $10\text{Hz} - 100\text{MHz}$) und für einen sehr großen Impedanzbereich (ca. $1\text{m}\Omega - 100\text{M}\Omega$) geeignet und daher sehr weit verbreitet.

Die beiden Voltmeter müssen phasengekoppelt sein und die Phaseninformation auswerten, für diese gilt das bisher gesagte (vgl. U/I-Methode).

Netzwerkanalyse (Reflektometer)

Hierbei wird der **komplexe Reflexionsfaktor** einer mit der zu messenden Impedanz ("Probe") abgeschlossenen, hochgenau definierten Leitung gemessen. Die Leitung ist dabei in der Regel koaxial ausgeführt. Da Leitungen nie ideal sind, sind aufwendige **Kalibrationsprozeduren** notwendig.

Der (im allgemeinen Fall) komplexe Reflexionsfaktor ist eine typische Messgröße in der HF-Technik. HF-Systeme werden meist mit Leistungsanpassung betrieben, das heißt die Ausgangsimpedanz des Generators und die Eingangsimpedanz des daran gekoppelten Netzwerkes sollen gleich groß sein.

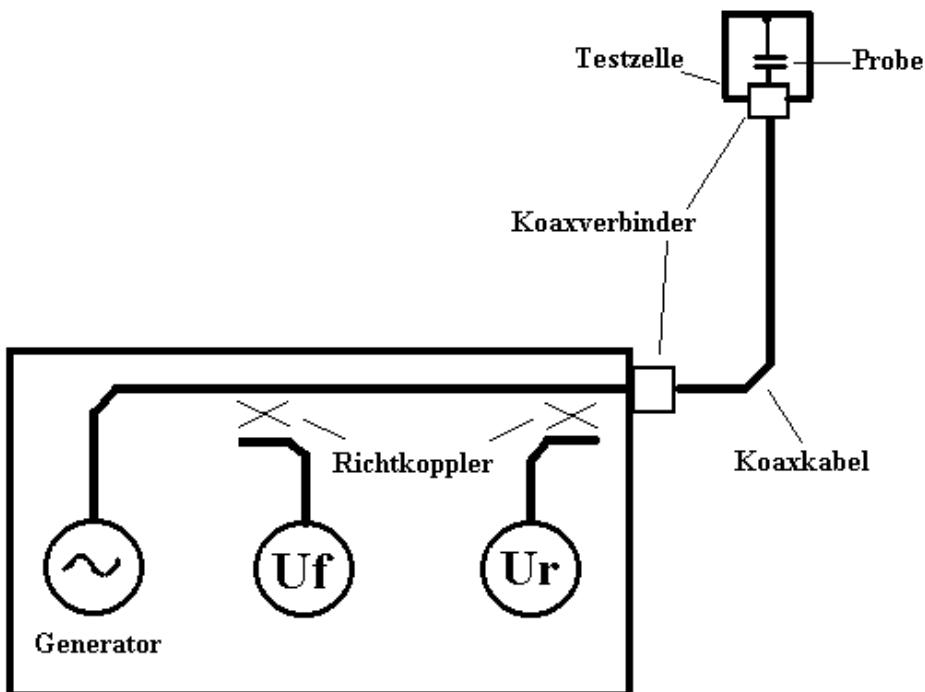


Abbildung 17: Schematischer Aufbau eines Netzwerkanalysators

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

Eine zur Energieübertragung benutzte Leitung muss daher bezüglich ihres **Wellenwiderstandes** ebenfalls dieser Anpassungsbedingung genügen. Im Falle der Anpassung sind die Übertragungsverluste auf die Kupfer- und dielektrischen Verluste der Leitung beschränkt.

Schließt man eine verlustlose Leitung mit dem Lastwiderstand entsprechender Größe ab, so wird die gesamte übertragene Leistung in diesem absorbiert. Die Spannungsverteilung (und damit die Stromverteilung) über die Leitung ist dabei konstant. Ist dies nicht der Fall, wird ein Teil der hinlaufenden Welle reflektiert, man spricht von einer Stoßstelle. Wegen der endlichen Laufzeiten überlagern sich hin- und rücklaufende Welle und es entsteht auf der Leitung eine **stehende Welle**. Der **Reflexionsfaktor** ist ein Maß für den reflektierten Anteil:

$$\Gamma = \frac{U_r}{U_f} = \frac{Z_x - Z_0}{Z_x + Z_0} \quad (7)$$

Wobei Z_x in (7) die Impedanz der "Probe" und Z_0 die üblicherweise **rein reelle Systemimpedanz** ist. Das bedeutet aber umgekehrt auch, dass sich bei bekannter Systemimpedanz und bekanntem Reflexionsfaktor die Probenimpedanz bestimmen lässt aus:

$$Z_x = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (8)$$

Die Darstellung der **komplexen Reflektionsfaktorebene (Smith-Diagramm)** ist eine konforme Abbildung der komplexen Impedanzebene. Es handelt sich also um eine **indirekte Impedanzmessung**.

Netzwerkanalyse ist bei vorgegebener Genauigkeit auf einen engen Impedanzbereich um die Systemimpedanz beschränkt (bei 50Ω Systemimpedanz ist der Messbereich zwischen etwa 10Ω und 200Ω).

Sie wird vor allem bei sehr hohen Messfrequenzen verwendet ($>1GHz$), dort ist sie oft die einzige noch verwendbare Methode.

HF-U/I-Verfahren (RF-V/I)

Diese Technik stellt die Verbindung zwischen U/I-Methode und Netzwerkanalyse her.

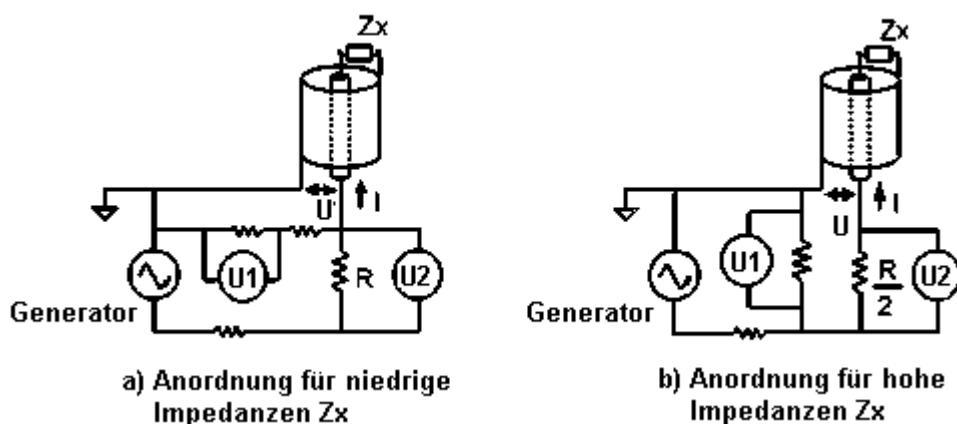


Abbildung 18: RF-(I/U) Impedanzanalyse (Messköpfe)

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

Um die Messung eines großen Impedanzbereiches bei gleichbleibender Genauigkeit zu gewährleisten werden üblicherweise verschiedene Anordnungen (meist in Form von verschiedenen Messköpfen für strom- bzw. spannungsrichtige Schaltung, vgl. Abb. 18) verwendet. Es gilt:

$$Z_x = \frac{U}{I} = \frac{2R}{\frac{U_2}{U_1} - 1} \quad (9), (a)$$

$$Z_x = \frac{R}{2} \left(\frac{U_1}{U_2} - 1 \right) \quad (10), (b)$$

Die Kreise sind so ausgelegt, dass eventuell in den (realen) Messwiderständen R auftretende Fehler minimiert werden. In der Praxis werden diese Widerstände ebenfalls oft durch Übertrager hoher Güte ersetzt, die zwar die Genauigkeit erhöhen, aber zugleich den Messbereich nach unten beschränken.

Um den Fehler im Messkopf („test-head“) weiter zu minimieren, ist eine Kalibrierung desselben – wie bei Netzwerkanalysatoren – unumgänglich.

Die Messköpfe haben (wegen der Impedanzanpassung) einen koaxialen Ausgang, an dem eine Testkammer („test-fixture“) angeschlossen wird.

Die durch die Testkammer und deren Zuleitungen entstehenden elektrischen Längen und parasitären Impedanzen werden durch Kompressionsverfahren (Messung genau bekannter Referenzbauteile, OPEN / SHORT / LOAD - Kompensation) weitgehend eliminiert.

Der Frequenzbereich liegt – je nach Realisierung – zwischen 1MHz und 3GHz und es können damit wesentlich höhere Frequenzen als etwa mit der Auto-Balancing-Bridge-Methode erreicht werden.

Der bei vorgegebener Genauigkeit nutzbare Impedanzbereich liegt mit 100mΩ bis ca 100kΩ (nach höheren Frequenzen abnehmend) zwar unter dem Auto-Balancing-Bridge-Verfahren aber deutlich über dem der Netzwerkanalyse, wobei gegenüber letzterer auch eine wesentlich höhere Genauigkeit erreicht wird.

Time-Domain-Reflectometer (TDR)

Wie der Name schon sagt handelt es sich hierbei um eine Messung im Zeitbereich.

Vereinfacht gesagt wird eine elektrische Spannung an die Probe angelegt und die Antwort der Probe wird aufgezeichnet.

Das Verfahren ist prinzipiell breitbandig, allerdings leidet die Genauigkeit mit zunehmender Frequenz sehr, so dass es hauptsächlich zur Bestimmung des unteren Spektralendes (<10Hz) benutzt wird. Für gute Genauigkeit sind die Anforderungen an die Messgeräte und Kabel (meist triaxial mit

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

hohen Isolationswiderständen und sehr guter Schirmung) sehr hoch.

Oscilloscope

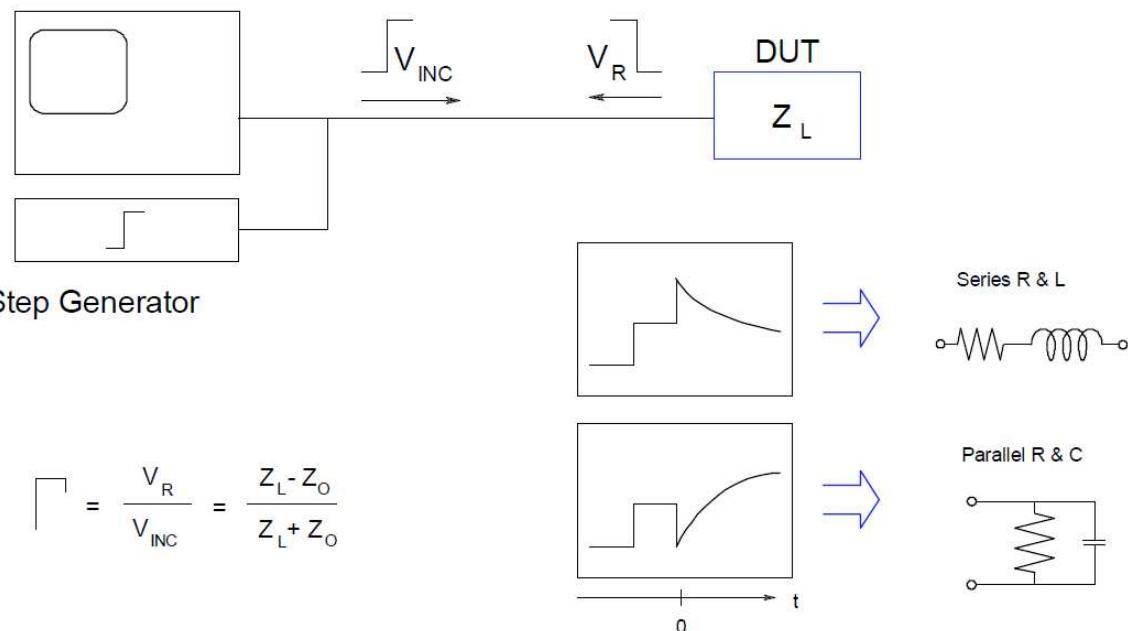


Abbildung 19: TDR - Schematische Darstellung

9.4 Erreichbare Messgenauigkeiten

Kombiniert man die Kriterien **Messfrequenz** und **Impedanzbereich**, so gibt Abb. 20 eine grafische Übersicht der Einsatzmöglichkeiten der verschiedenen Messverfahren.

Automatisch abgleichende Brücken bieten bei hoher Messgenauigkeit den größten messbaren Impedanzbereich bei niedrigen bis mittleren Messfrequenzen. Die Standard U/I-Methode bewährt sich im mittleren Frequenzbereich, die HF-I/U-Methode ist die richtige Wahl bei hohen Messfrequenzen

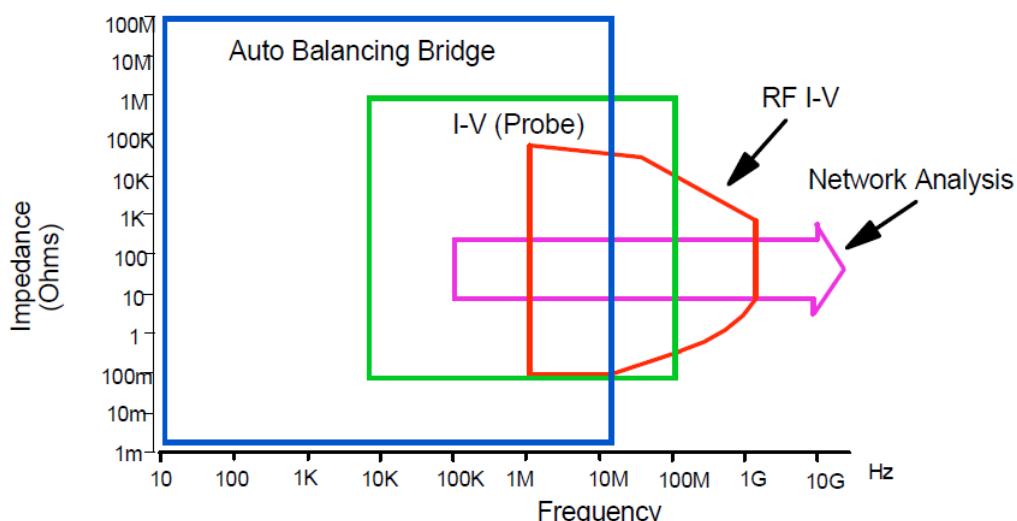


Abbildung 20: Anwendbare Messverfahren bei vorgegebener Genauigkeit (Auswahl)

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

und moderaten Ansprüchen an den erfassbaren Messbereich.

Netzwerkanalysatoren werden nur bei sehr hohen Frequenzen zur Impedanzmessung herangezogen, da sie nur in einen schmalen Bereich rund um die Systemimpedanz genaue Ergebnisse liefern, andererseits aber für diese Messfrequenzen keine anderen Verfahren geeignet sind.

9.4.1 Einflussfaktoren auf die Messergebnisse

Messfrequenz: Beeinflusst das Messergebnis maßgeblich! Wie bereits in Abb. 5 für reale Kondensatoren gezeigt, gilt dies analog auch für reale Widerstände und Induktivitäten, aber auch für z.B. Eingangsimpedanzen von Halbleiterbauelementen!

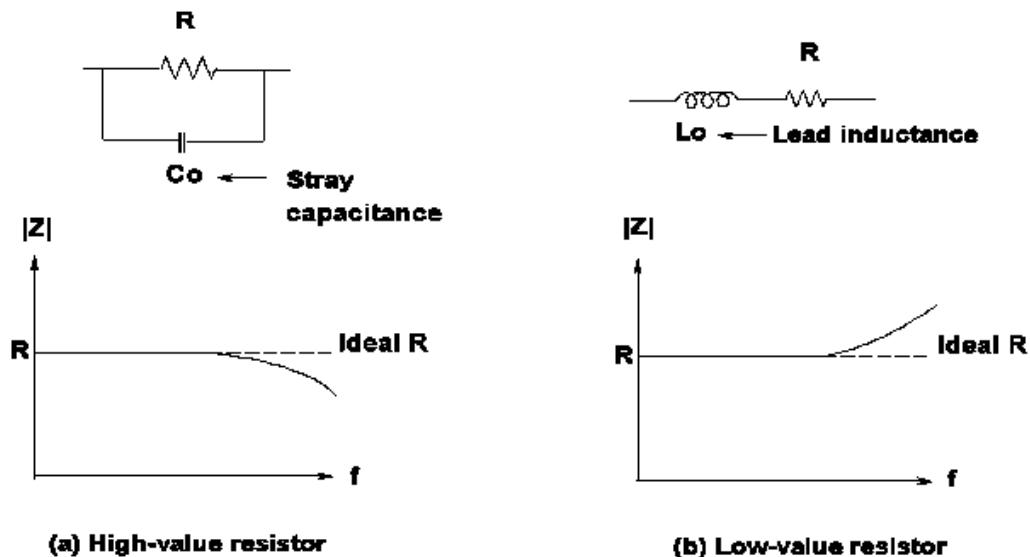


Abbildung 21: Frequenzgang realer Widerstände

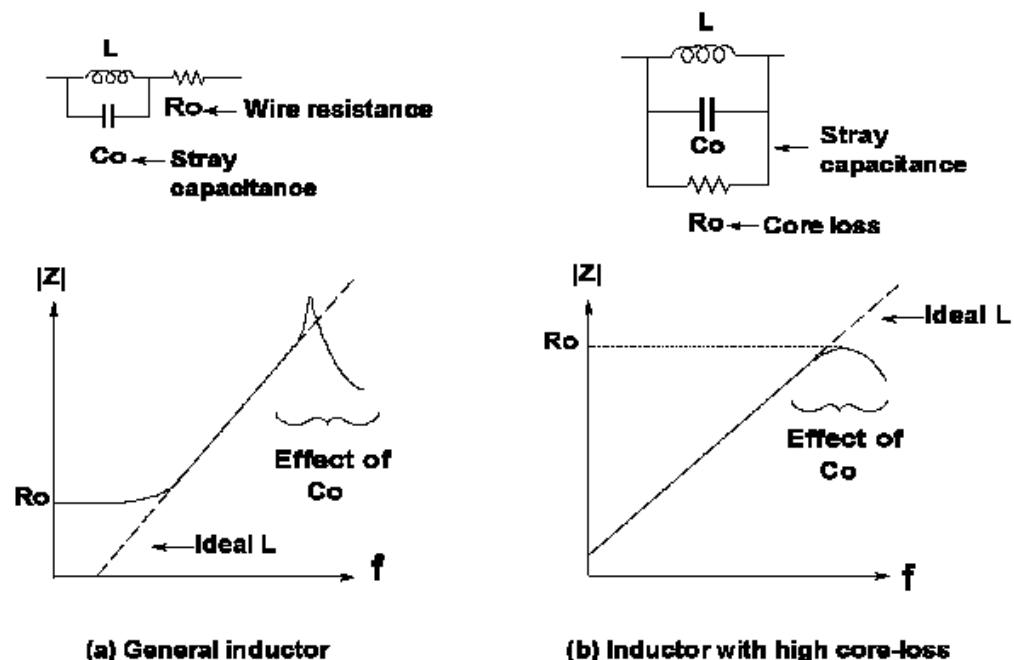


Abbildung 22: Frequenzgang realer Induktivitäten

9 - Grundlagen der Impedanzmessung

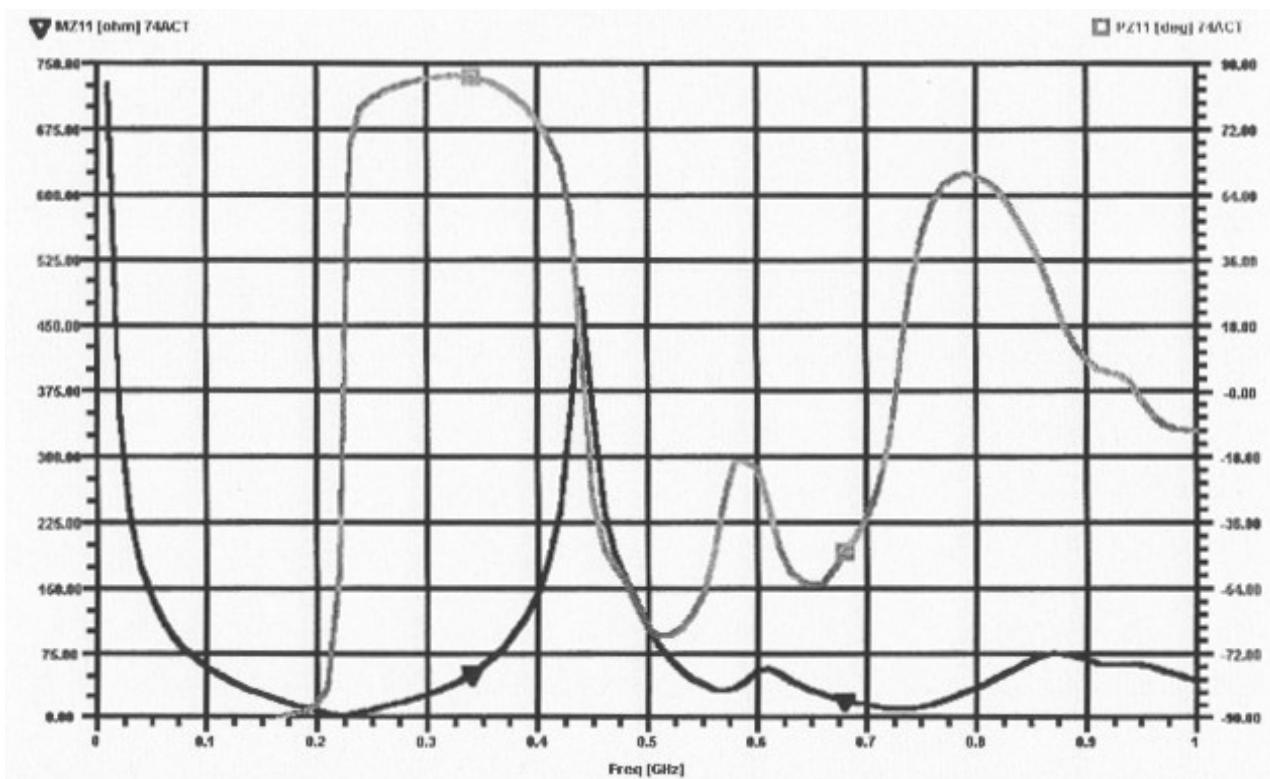


Abbildung 23: Verlauf der Eingangsimpedanz eines Gatters der 74ACT-Logikfamilie (Betrag und Phase)

Amplitude des Testsignals:

Die Amplitude des angelegten Testsignals (AC) kann das Messresultat bei einigen Elementen beeinflussen.

Bei keramischen Kondensatoren ist die Kapazität zum Beispiel von der Amplitude des Testsignals abhängig. Diese Spannungsabhängigkeit variiert je nach der Dielektrizitätskonstanten ($K = \epsilon$) des verwendeten Materials (Abb.24).

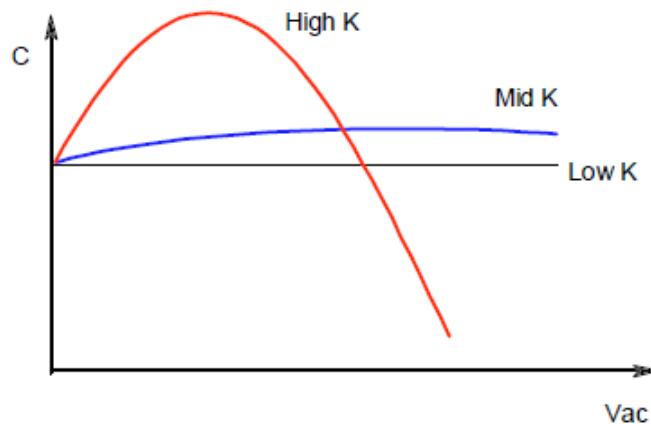


Abbildung 24: Abhängigkeit des gemessenen Kapazitätswertes vom Pegel des Prüfsignals ($K=\epsilon$)

Gleichspannungsabhängigkeit:

Die elektrischen Eigenschaften bei Halbleitern wie Dioden und Transistoren sind bekanntlich von der angelegten Gleichspannung abhängig.

Die Eigenschaften von vielen passiven Komponenten sind ebenfalls von der angelegten Gleichspannung abhängig.

Die Kapazität eines **keramischen Kondensators** mit einer hohen Dielektrizitätskonstanten ($K = \epsilon$) variiert in Abhängigkeit der angelegten Gleichspannung (Abb. 25, a).

Bei einer Spule mit Kern variiert die Induktivität in Abhängigkeit des Stromes der durch die Spule fließt. Der Grund dafür ist die Sättigungseigenschaft des Kernmaterials (Abb. 25, b).

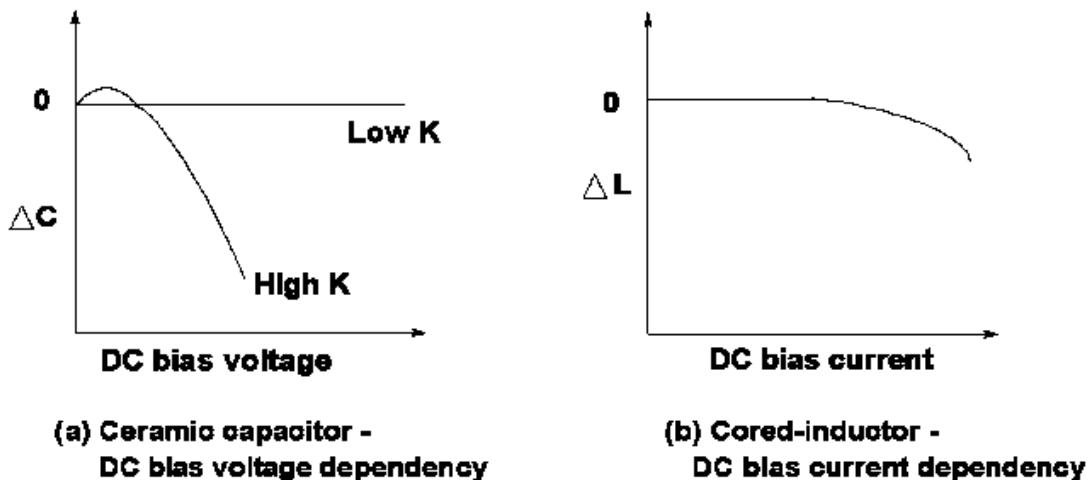


Abbildung 25: Abhängigkeit des Messergebnisses vom Gleichanteil des Testsignals

Temperatur: Elektronische Komponenten sind temperaturabhängig.

Die Temperaturabhängigkeit von Widerständen, Kondensatoren und Spulen wird mit den Temperaturkoeffizienten spezifiziert.

(vgl. auch Abb. 26).

Sonstige Abhängigkeiten:

Die Kapazität und der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ ist z. B. bei Folien- und keramischen Kondensatoren vergleichsweise stark von der **Feuchtigkeit** abhängig.

Alle elektronischen Komponenten sind mehr oder weniger einer Alterung unterworfen.

Beispielsweise ändert sich die Kapazität von Elektrolytkondensatoren mit der Zeit relativ stark durch Austrocknung des Elektrolyten.

Darüber hinaus sind die Impedanzen passiver Bauteile in gewissen Situationen auch noch abhängig von anderen Umweltbedingungen wie **Luftdruck, Vibration, Magnetfeldern, Lichtstärke**, usw.

Dies wird in Sensoren für die elektronische Erfassung dieser physikalischen Größen ausgenutzt.

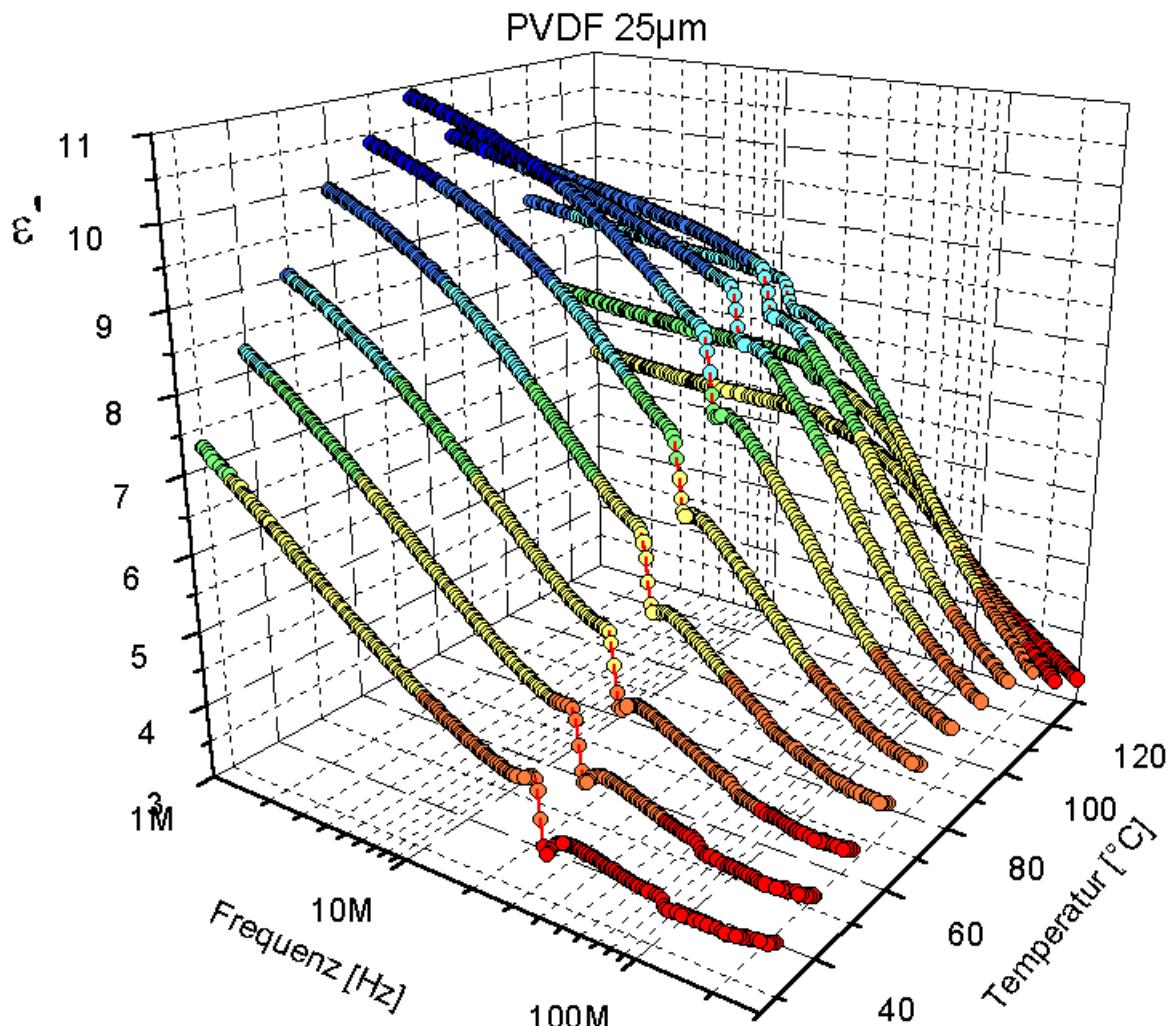


Abbildung 26: Dielektrische Funktion (Kapazität) eines Plattenkondensators (ca. 50x5mm) mit Kunststoffdielektrikum (PVDF, 25µm) in Abhängigkeit von Temperatur und Frequenz. Sehr schön zu erkennen ist eine piezoelektrische Resonanz, hervorgerufen durch die Eigenschaften des Dielektrikums.