

Appello di **MATEMATICA DISCRETA - Informatica (corso A)**

18 novembre 2021

1. Utilizzando il principio d'induzione completa, verificare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ risulta:

$$\sum_{i=0}^n (2i+1) = (n+1)^2.$$

2. Determinare l'ultima cifra del numero 18.523^{3458} .

3. È assegnata la permutazione su 8 elementi

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 3 & 2 & 1 & 6 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti e calcolarne la classe di permutazione
 - (b) calcolare l'ordine di f come elemento del gruppo (S_8, \circ)
 - (c) determinare gli elementi del sottogruppo ciclico $\langle f \rangle$ generato da f in (S_8, \circ)
 - (d) calcolare f^2 , f^{-1} .
4. È assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se A è invertibile e in caso affermativo calcolarne l'inversa.

5. Rispondere almeno a uno dei seguenti quesiti:

- (a) Siano A un insieme non vuoto, \mathcal{R} una relazione di equivalenza su A e, per ogni $x \in A$, sia $[x]_{\mathcal{R}}$ la classe di equivalenza di x rispetto a \mathcal{R} . Provare che

$$(a, b) \in \mathcal{R} \Leftrightarrow [a]_{\mathcal{R}} = [b]_{\mathcal{R}}.$$

- (b) Dimostrare che in un grafo è pari il numero dei vertici di grado dispari.
- (c) Dimostrare che un elemento $[a]_n \in \mathbb{Z}_n$ è un generatore del gruppo $(\mathbb{Z}_n, +)$ se e soltanto se $M.C.D.(a, n) = 1$.