

Alcuni esercizi risolti di **MATEMATICA DISCRETA**

C.L. **Informatica**
Calcolo combinatorio

1. Quante parole senza ripetizioni di 7 lettere si possono formare sull'alfabeto italiano tradizionale (anche prive di senso)?

Soluzione Evidentemente si tratta del numero s delle disposizioni semplici di 21 oggetti di classe 7, ovvero delle applicazioni iniettive da un insieme di cardinalità 7 ad un insieme di cardinalità 21. Poichè l'alfabeto italiano contiene 21 lettere si ha:

$$s = (21)_7 = 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 = 586.051.200.$$

2. Quante parole senza ripetizioni di 7 lettere si possono formare sull'alfabeto italiano tradizionale (anche prive di senso), in modo che la seconda lettera sia C, la quarta sia T e la settima sia A?

Soluzione Poichè non si possono utilizzare le lettere C, L ed A, che sono fissate nelle posizioni indicate nella traccia, si deve calcolare il numero t delle disposizioni semplici di 18 oggetti di classe 4. Quindi si ha:

$$t = (18)_4 = 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 = 73.440.$$

3. Quante parole di 7 lettere si possono formare sull'alfabeto italiano tradizionale (anche prive di senso)?

Soluzione Si deve calcolare il numero w delle disposizioni con ripetizione di 21 oggetti di classe 7, ovvero il numero delle applicazioni di un insieme di cardinalità 7 in un insieme di cardinalità 21. Il numero cercato è

$$w = 21^7 = 1.801.088.541.$$

4. In quanti modi si può scegliere un gruppo di studio di 7 studenti in una classe di 21?

Soluzione Si tratta del numero u delle combinazioni semplici di 21 oggetti di classe 7, ovvero dei sottoinsiemi di cardinalità 7 di un insieme di cardinalità 21. Pertanto si ha:

$$u = \binom{21}{7} = \frac{21!}{7! \, 14!} = \frac{(21)_7}{7!} = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 116.280.$$

5. In quanti modi si può formare una targa automobilistica?

Soluzione La sequenza è di tipo: 2 lettere 3 cifre 2 lettere, usando l'alfabeto inglese (26 lettere) e le dieci cifre da 0 a 9. Il numero cercato è:

$$26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 = 456.976.000.$$

6. Quanti numeri con 5 cifre tutte diverse si possono formare con le cifre da 1 a 9?

Soluzione Il numero cercato è $(9)_5 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15.120$

7. Quanti numeri con 5 cifre tutte diverse si possono formare con le cifre da 0 a 9?

Soluzione Tenuto presente che 0 non può essere la prima cifra, il numero cercato sarà:

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27.216.$$

8. Calcolare il numero degli anagrammi delle parole

1) ARGOMENTI

2) VERCINGETORIGE

Soluzione

1) Poichè le lettere che formano la parola ARGOMENTI sono tutte diverse, il numero degli anagrammi è uguale al numero delle permutazioni su 9 oggetti, ovvero $9! = 362.880$.

2) Alcune delle 14 lettere della parola VERCINGETORIGE si ripetono, e precisamente: la E tre volte; la R, la I, la G due volte. Pertanto il numero delle permutazioni su 14 oggetti va diviso per il numero delle permutazioni su 3 oggetti e per 3 volte il numero delle permutazioni su due oggetti:

$$\frac{14!}{3! 2! 2! 2!} = 1.816.214.400.$$