

Esercizi di **MATEMATICA DISCRETA** C.L.  
**Informatica e tecnologie per la**  
**produzione del software**  
Esercizi sul principio di induzione completa

Usando il principio di induzione completa provare le seguenti proprietà.

1.  $\sum_{i=0}^{n+1} (2i + 1) = n^2 + 4n + 4, \quad n \in \mathbb{N}$
2.  $3 \sum_{i=1}^n (4i^2 - i + 1) = 4n^3 + \frac{9}{2}n^2 + \frac{7}{2}n, \quad n \in \mathbb{N}^*$
3.  $4 \sum_{i=1}^n i^3 = n^4 + 2n^3 + n^2, \quad n \in \mathbb{N}$
4.  $\sum_{i=1}^{n+2} 2(i - 1) = n^2 + 3n + 2, \quad n \in \mathbb{N}^*$
5.  $\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2, \quad n \in \mathbb{N}^*$
6.  $3 \sum_{i=1}^n (2i - 1)^2 = n(4n^2 - 1), \quad n \in \mathbb{N}^*$
7.  $3 \sum_{i=2}^n i(i - 1) = n(n^2 - 1), \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2$
8.  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{4i^2 - 1} = \frac{n}{2n + 1}, \quad n \in \mathbb{N}^*$
9.  $\sum_{i=2}^{n+1} \frac{1}{i^2 - i} = \frac{n}{n + 1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2$
10.  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i + 1)} = \frac{n}{n + 1}, \quad n \in \mathbb{N}^*$
11.  $1 + 3n \leq 4^n, \quad n \in \mathbb{N}^*.$
12.  $3^n > 1 + 2n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2.$

13.  $2^n > n^2 + 4n + 5, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 7.$

14.  $2n^3 - 3n^2 + n + 31 \geq 0, \quad n \in \mathbb{N}.$

15.  $5|n^5 - n, \quad n \in \mathbb{N}$

16.  $6|n(2n^2 - 3n + 1), \quad n \in \mathbb{N}$

17.  $6|4n^3 - 3n^2 - n, \quad n \in \mathbb{N}$

18.  $8|3^{2n} - 1, \quad n \in \mathbb{N}$

19. verificare che due numeri di Fibonacci successivi sono  
primi fra loro

20.  $\sum_{k=1}^{n+2} (4k - 1) = 2n^2 + 9n + 10.$