

# ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA C.L. INFORMATICA

## Esercizi sui grafi

- Disegnare, se esiste, un grafo regolare  $\mathcal{G} = (V, L, \phi)$  con grado di regolarità  $d$  nei seguenti casi:

- $|V| = 3, d = 2$
- $|V| = 4, d = 2, 3$
- $|V| = 5, d = 2, 3, 4$
- $|V| = 6, d = 2, 3, 4, 5$
- $|V| = 7, d = 2, 3, 4, 5, 6$
- $|V| = 8, d = 2, 3, 4, 5, 6, 7$
- $|V| = 9, d = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ .

Precisare quali sono regolari.

- È assegnato il grafo orientato  $\mathcal{G} = (V, L, \phi)$ , dove

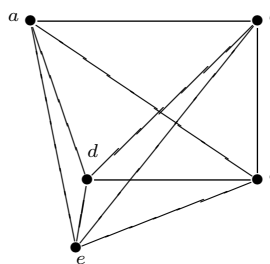
$$V = \{x, y, z, t, w\}, \quad L = \{l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7\},$$

$$\phi(l_1) = \{x, y\}, \phi(l_2) = \{y, z\}, \quad \phi(l_3) = \{z, t\}, \phi(l_4) = \{w, y\},$$

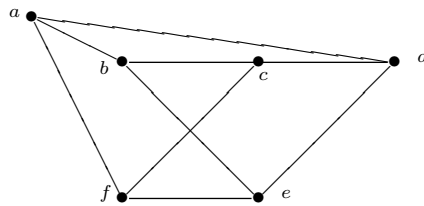
$$\phi(l_5) = \{t, w\}, \phi(l_6) = \{x, w\}, \phi(l_7) = \{y, t\}.$$

- Rappresentare graficamente  $\mathcal{G}$
- stabilire se  $(V', L')$ , dove  $V' = \{y, z, w\}$ ,  $L' = \{l_2, l_4\}$  è un sottografo di  $\mathcal{G}$
- stabilire se  $(V'', L'')$ , dove  $V'' = \{y, z, z\}$ ,  $L' = \{l_1, l_2, l_4\}$  è un sottografo di  $\mathcal{G}$ .

- Disegnare tutti i possibili alberi con 2, 3, 4, 5 vertici (a meno di isomorfismi).
- Stabilire se esiste un grafo con 50 vertici  $v_1, \dots, v_{50}$  tale che  $d(v_i) = i$  per ogni  $i = 1, \dots, 50$ .
- È assegnato il seguente grafo  $\mathcal{G}$ :



- (a) Stabilire se  $\mathcal{G}$  è planare, giustificando la risposta
  - (b) stabilire se  $\mathcal{G}$  ammette un cammino o un circuito Euleriano e in caso affermativo evidenziarlo
  - (c) verificare che  $\mathcal{G}$  non è bipartito, giustificando la risposta
  - (d) tracciare due alberi di supporto di  $\mathcal{G}$  non isomorfi.
6. È assegnato il seguente grafo  $\mathcal{G}$ :



- (a) Stabilire se  $\mathcal{G}$  ammette un cammino o un circuito Euleriano e in caso affermativo evidenziarlo
  - (b) verificare che  $\mathcal{G}$  è bipartito completo
  - (c) stabilire se  $\mathcal{G}$  è planare, giustificando la risposta
  - (d) tracciare due alberi di supporto di  $\mathcal{G}$  non isomorfi.
7. Stabilire se esiste un albero con 26 vertici, dei quali 1 di grado 6, 2 di grado 5, 3 di grado 4, 1 di grado 3, 2 di grado 2 e nessuno di grado maggiore. In caso affermativo, disegnare due alberi non isomorfi con tali caratteristiche.
8. Stabilire se esiste un albero con 11 vertici dei quali 3 di grado 4, 1 di grado 3, 2 di grado 2 ed i restanti di grado 1. In caso affermativo disegnarne due con queste caratteristiche, non isomorfi.
9. Sia  $\mathcal{G} = (V, L)$  un albero avente 2 vertici di grado 5, 3 vertici di grado 4, 4 vertici di grado 3, 5 vertici di grado 2 e nessuno di grado maggiore.
- (a) Determinare il numero dei vertici e il numero dei lati di  $\mathcal{G}$
  - (b) tracciare due grafi aventi lo stesso numero di vertici con gli stessi gradi di  $\mathcal{G}$ , ma non isomorfi tra loro.