

Appello di **MATEMATICA DISCRETA**
Informatica (corso A)
10 febbraio 2021

Nome e cognome.....

1. Utilizzando il Teorema Cinese del resto stabilire se il seguente sistema di congruenze lineari ammette soluzioni e in caso affermativo determinarle tutte

$$\begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{5} \\ 3x \equiv 6 \pmod{9} \\ x \equiv 3 \pmod{2} \end{cases}$$

Nome e cognome.....

2. È assegnata la permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (a) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti e quindi di scambi; calcolare inoltre la classe di permutazione di f
- (b) calcolare la permutazione inversa di f
- (c) determinare l'ordine di f nel gruppo (S_8, \circ)
- (d) calcolare f^2 e f^4 e i loro ordini nel gruppo (S_8, \circ) .

Nome e cognome.....

3. Sia $\mathcal{G} = (V, L)$ un albero avente un vertice di grado 7, 2 vertici di grado 6, 1 vertice di grado 5, 2 vertici di grado 4, 3 vertici di grado 3, 5 vertici di grado 2 e nessuno di grado maggiore.
- (a) Determinare il numero dei vertici e il numero dei lati di \mathcal{G}
 - (b) tracciare due grafi aventi lo stesso numero di vertici con gli stessi gradi di \mathcal{G} , ma non isomorfi tra loro.

Nome e cognome.....

4. È assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se A è invertibile e, in caso affermativo, calcolarne la matrice inversa.

Nome e cognome.....

5. Rispondere almeno a uno dei seguenti quesiti:

- (a) Dimostrare che esistono infiniti numeri primi.
- (b) Provare che un elemento $[a]_n \in \mathbb{Z}_n$ è invertibile rispetto a \cdot (nel monoide (\mathbb{Z}_n, \cdot)) se e soltanto se $M.C.D.(a, n) = 1$.
- (c) Verificare che il grafo regolare completo K_5 non è planare.