

Appello di **MATEMATICA DISCRETA - Informatica (corso A)**

17 novembre 2020 (traccia D)

Nome e cognome.....

1. Stabilire se la congruenza lineare

$$135x \equiv 45 \pmod{90}$$

ha soluzioni e, in caso affermativo, determinarle tutte.

2. È assegnata la permutazione su 9 elementi

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 3 & 2 & 1 & 6 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti e calcolarne la classe di permutazione
(b) calcolare f^2 , f^{-1} .

3. È assegnata l'applicazione

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, f(x) = \frac{x-3}{3x}.$$

- (a) Calcolare $f(-3)$, $f(\{1, 3\})$, $f^{-1}(\{\frac{1}{3}\})$
(b) Stabilire se f è iniettiva
(c) stabilire se f è surgettiva
(d) stabilire se f ammette l'applicazione inversa e in caso affermativo determinarla.

4. È assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se A è invertibile e in caso affermativo calcolarne l'inversa.

5. Rispondere (almeno) a uno dei seguenti quesiti

- (a) Siano A un insieme non vuoto, \mathcal{R} una relazione di equivalenza su A e, per ogni $x \in A$, sia $[x]_{\mathcal{R}}$ la classe di equivalenza di x rispetto a \mathcal{R} . Provare che

$$(a, b) \in \mathcal{R} \Leftrightarrow [a]_{\mathcal{R}} = [b]_{\mathcal{R}}.$$

- (b) Verificare che i vertici di grado dispari di un grafo sono in numero pari.
(c) Sia A insieme finito, con $|A| = n$. Quanto vale $|\mathcal{P}(A)|$? Dare una dimostrazione del risultato.