

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA C.L. INFORMATICA

Esercizi sulle applicazioni

1. Stabilire se le seguenti applicazioni tra gli insiemi $A = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14\}$ sono ben definite, ingettive, surgettive, bigettive.
 - (a) $f : A \rightarrow B$ tale che $\forall x \in A \quad f(x) = 2x$
 - (b) $g : A \rightarrow B$ tale che $\forall x \in A \quad g(x) = x + 1$
2. Stabilire se esistono applicazioni ingettive, surgettive, bigettive tra le seguenti coppie di insiemi:
 - (a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$
 - (b) $C = \{1, 2, a, b\}$, $D = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$
 - (c) $X = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $Y = \{1, 5, 7\}$

Determinare, inoltre, alcune applicazioni bigettive (quando è possibile) e le relative applicazioni inverse.

3. Stabilire se le seguenti applicazioni sono ben definite, ingettive, surgettive
 - (a) $f_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad f_1(n) = 3n$
 - (b) $f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad f_2(n) = n^2 + 1$
 - (c) $f_3 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $\forall n \in \mathbb{Z} \quad f_3(n) = n^2 + 1$
 - (d) $f_4 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $\forall n \in \mathbb{Z} \quad f_4(n) = \frac{n+2}{2}$
 - (e) $f_5 : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tale che $\forall x \in \mathbb{Q} \quad f_5(x) = \frac{x+2}{2}$
4. Determinare le applicazioni composte delle seguenti coppie di applicazioni
 - (a) $f_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad f_1(n) = n^3$
 $g_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad g_1(n) = n + 2$
 - (b) $f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad f_2(n) = n - 1$
 $g_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\forall n \in \mathbb{N} \quad g_2(n) = n(n + 1)$
5. Verificare che le applicazioni

$$f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \quad \forall x \in \mathbb{Q} \quad f(x) = \frac{1}{3}x$$

$$g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \quad \forall x \in \mathbb{Q} \quad g(x) = x + 2$$

sono bigettive. Determinare, quindi,

$$f^{-1}, g^{-1}, g \circ f, f \circ g, (g \circ f)^{-1}, (f \circ g)^{-1}.$$