

Appello di **MATEMATICA DISCRETA - Informatica (corso A)**
3 febbraio 2020 (traccia B)

Nome e cognome.....

1. Calcolare il resto della divisione per 9 del numero $1.212.347^{1.236}$.

Nome e cognome.....

2. È assegnato il gruppo abeliano $(\mathbb{Z}_6, +)$.

- (a) Calcolare $[3]_6 - [5]_6$
- (b) determinare tutti i generatori di $(\mathbb{Z}_6, +)$
- (c) determinare l'ordine di $[4]_6$ in $(\mathbb{Z}_6, +)$ e il sottogruppo ciclico da esso generato.

Nome e cognome.....

3. È assegnata l'applicazione

$$f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}, f(x) = \frac{3+x}{3-x}.$$

- (a) Calcolare $f(\{-1, 1\})$, $f(\mathbb{R})$, $f^{-1}(\{-1\})$
- (b) Stabilire se f è iniettiva
- (c) stabilire se f è surgettiva
- (d) stabilire se f ammette l'applicazione inversa e in caso affermativo determinarla.

Nome e cognome.....

4. Sia $\mathcal{G} = (V, L)$ un albero avente 1 vertice di grado 6, 5 vertici di grado 4, 3 vertici di grado 3, 2 vertici di grado 2 e nessuno di grado maggiore.
- (a) Determinare il numero dei vertici e il numero dei lati di \mathcal{G}
 - (b) tracciare due alberi aventi lo stesso numero di vertici con gli stessi gradi di \mathcal{G} , ma non isomorfi tra loro.

Nome e cognome.....

5. Rispondere (almeno) a uno dei seguenti quesiti

(a) Siano $a, b \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}^*$, con $a \neq 0$. Provare che la congruenza lineare

$$ax \equiv b \pmod{n}$$

ha soluzioni se e soltanto se $M.C.D(a, n) \mid b$.

(b) Verificare che K_5 (grafo completo di ordine 5) non è un grafo planare.

(c) Provare che se $p \in \mathbb{N}$ è un numero primo, allora \mathbb{Z}_p^* è chiuso rispetto a \cdot , ovvero:
 $\forall [a]_p, [b]_p \in \mathbb{Z}_p^*$, risulta $[a]_p \cdot [b]_p \in \mathbb{Z}_p^*$.