Appello di **MATEMATICA DISCRETA**

Informatica (corso A)

11 novembre 2019

Nome e cognome..

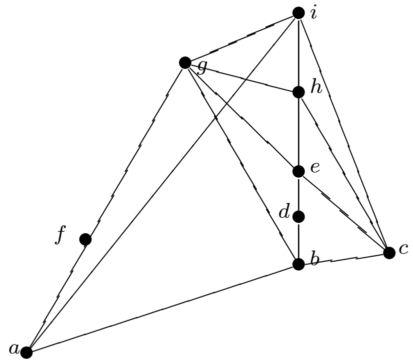
1. Utilizzando l'algoritmo delle divisioni successive, determinare

$$d = M.C.D.(315, 1025).$$

Trovare, inoltre, due numeri interi x_0, y_0 tali che $d = 315x_0 + 1025y_0$. Calcolare, infine, $m = m.c.m.(315, 1025)$.

Nome e cognome...

2. È assegnato il grafo $\mathcal{G}$ avente la seguente rappresentazione:



(a) Stabilire se $\mathcal{G}$ ammette un cammino o un circuito Euleriano

(b) verificare che $\mathcal{G}$ è planare, tracciandone una rappresentazione planare, e verificare la formula di Eulero

(c) stabilire se $\mathcal{G}$ è bipartito e in caso affermativo determinare i due partiti di $\mathcal{G}$.

Nome e cognome..

3. (esercizio riservato agli studenti che portano il programma degli anni accademici 2017-18 e 2018-19)

   È assegnato il numero complesso:

   $$z = \frac{1}{i-1} + \frac{i+1}{2-i}.$$

   Determinare:

   (a) la forma algebrica di z, specificado la parte reale e la parte immaginaria

   (b) il complesso coniugato di z

   (c) il modulo di z.

Nome e cognome..

4. Sull'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali è assegnata la legge di composizione: $* : \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x * y = \frac{1}{2}\, x\, y.$$

Verificare che $(\mathbb{R}, +, *)$ è un campo, dove $+$ è l'usuale somma su $\mathbb{R}$.

Nome e cognome...

5. È assegnato il gruppo abeliano $(\mathbb{Z}_8, +)$.

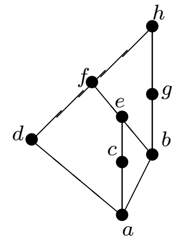
   (a) Determinare tutti i generatori di $(\mathbb{Z}_8, +)$

   (b) scrivere gli elementi del sottogruppo ciclico di $(\mathbb{Z}_8, +)$ generato da $[2]_8$.

Nome e cognome..

6. (esercizio riservato agli studenti che portano il programma di un a.a. precedente al 2017-18)

   È assegnato il reticolo $(\mathcal{R}, \leq)$, dove $\mathcal{R} = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ e "$\leq$" è descritta dal seguente diagramma di Hasse:



   (a) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di $\mathcal{R}$
   (b) stabilire se $\mathcal{R}$ è distributivo
   (c) stabilire se $\mathcal{R}$ è di Boole.

Nome e cognome..

Verificare che l'insieme

$$S = \{A \in GL(n, \mathbb{R}) \ : \ det(A) = 1\}$$

è un sottogruppo del gruppo $(GL(n, \mathbb{R}), \cdot)$ delle matrici quadrate di ordine n invertibili.