

به نام خدا

موضوع

Bin Packing Problem (BPP)

مربوط به درس حمل و نقل

استاد

آقای دکتر اعتباری

دانشجویان

محمد رضا رازدار، پویا فانی

دانشگاه آزاد اسلامی قزوین

دانشکده مهندسی صنایع

تیرماه 96

فهرست

✓ مقدمه و معرفی مسئله

✓ مسائل یک بعدی

✓ مسائل دو بعدی

✓ مسائل سه بعدی

✓ معیار دسته بندی مسائل سه بعدی

✓ روش های حل BPP و مثال ها

✓ مسائل یک بعدی

✓ مسائل دو بعدی

✓ مسائل سه بعدی

✓ منابع

مقدمه و معرفی مسأله

تعريف : مسائل گروه بندي

✓ اساساً هدف درمسائل گروه بندي، تفكيك يك مجموعه V از اشیاء در قالب تعدادي زیر مجموعه دو به دو ناسازگار است، بگونه اي كه:

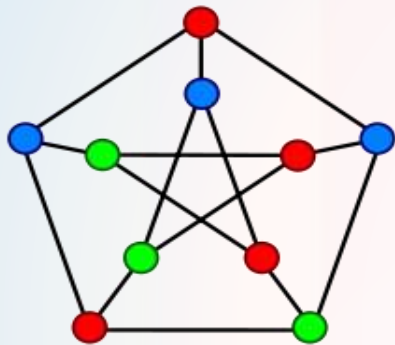
$$V = \bigcup_{i=1}^D V_i, \quad V_i \cap V_j = \phi, i \neq j.$$

بعبارت ديگر، درمسائل گروه بندي هدف تفكيك اعضاي مجموعه V در D گروه متفاوت است بگونه اي كه هريك از اعضا دقیقاً دريك گروه قرارگيرد.

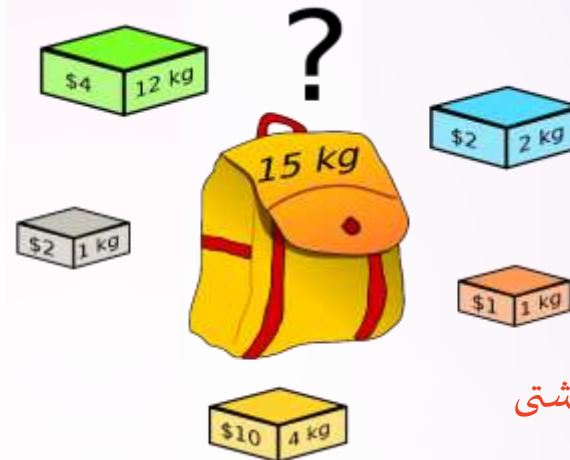
طرح نمايش گروه بندي

گروه A	گروه B	گروه C		
2, 5	4, 1	3	\equiv	$\overbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5} : \underbrace{A\ B\ C}$
يك نمونه جواب				بخش گروه ها : بخش اشیاء
				نمايش مبتني بر گروه

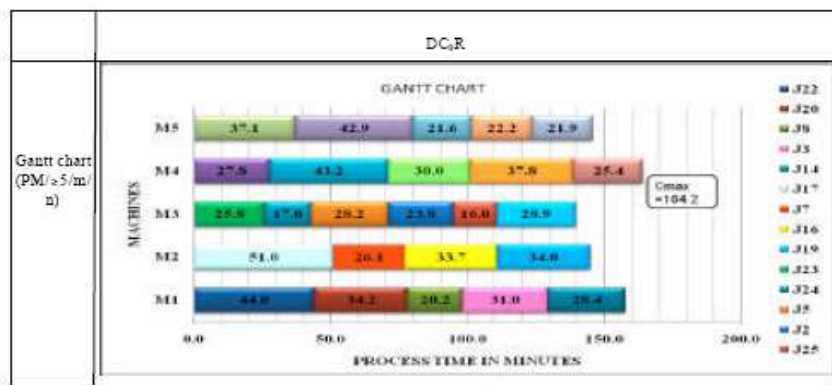
* چند نمونه از مسائل گروه بندی



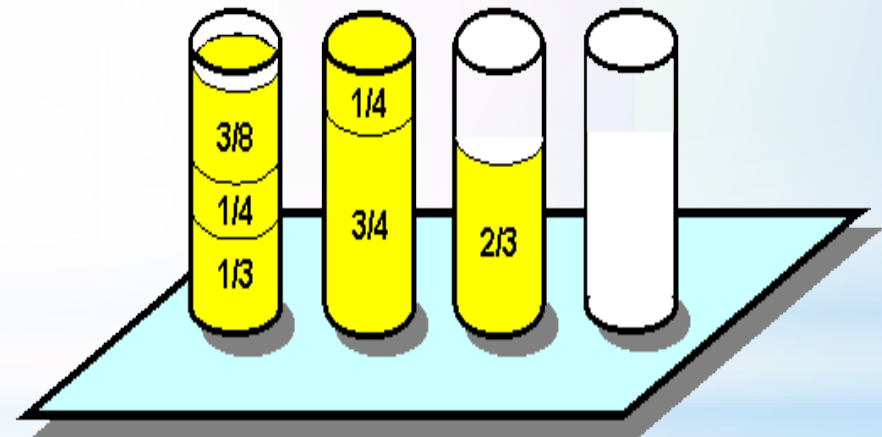
مسئله رنگ آمیزی گراف



مسئله کوله پشتی



مسئله زمانبندی ماشینهای موازی/غیرموازی



مسئله بسته بندی اقلام در ظروف

مسئله بسته بندی اقلام در ظروف (Bin Packing Problem- BPP)

مسئله بسته بندی اقلام در ظروف (BPP) شامل تخصیص اشیاء به ظروف است طوری که مجموع ابعاد اشیاء در یک ظرف، از ظرفیت ظرف تجاوز نکند و در عین حال تعداد ظرفهای استفاده شده حداقل گردد. مسئله BPP یک مسئله Np-Hard است.

انواع مسئله بسته بندی اقلام در ظروف از لحاظ ابعاد اشیاء ؛

➤ یک بعدی

➤ دو بعدی

➤ سه بعدی

* مدل کلی مسئله بسته بندی اقلام در ظروف

n شیء و n ظرف داریم. ظرفیت ظرفها برابر V و ابعاد هر شیء برابر a_j می باشد. $N=\{1,2,\dots,n\}$. تعریف می کنیم:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر ظرف } i \text{ استفاده شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شیء } j \text{ به ظرف } i \text{ اختصاص داده شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \leq V \cdot y_i, \quad i \in N$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j \in N$$

$$y_i = 0 \text{ or } 1, \quad i \in N$$

$$x_{ij} = 0 \text{ or } 1, \quad i \in N, j \in N$$

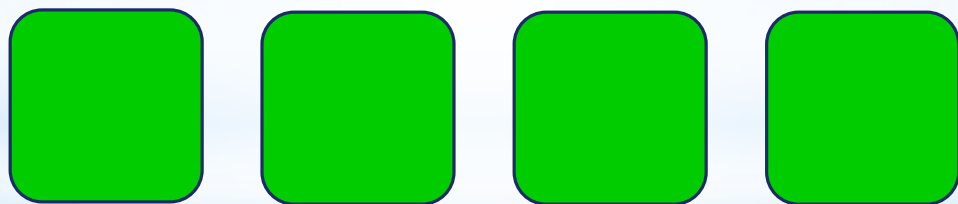
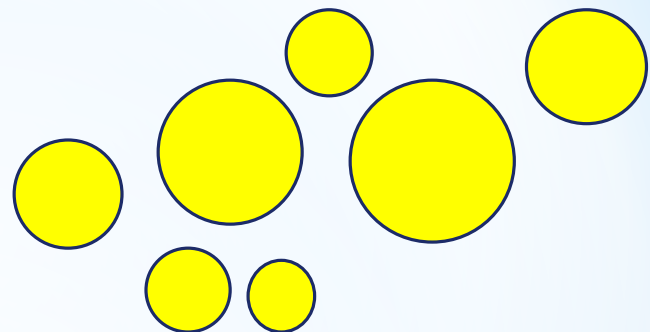
* فرضیات اصلی مسئله بسته بندی

- n شیء جهت بسته بندی وجود دارد.
- ابعاد اشیاء میتواند متفاوت باشد ولی به ابعاد کوچکتر قابل تقسیم نیستند.
- ابعاد همه ظروف (ظرفیت ظروف) مشابه است و ترتیب ظروف اهمیتی ندارد.
- ابعاد هر یک از اشیاء از ابعاد هر ظرف کوچکتر است.
- اشیاء در هنگام چیده شدن در ظرف تداخل ابعادی ندارند.
- اشیاء و ظروف از نظر ابعادی ثابت هستند و فاقد چرخش میباشند.
- داده ها به صورت عدد مثبت هستند.
- حداکثر ظرفیت هر ظرف مشخص است.
- هر شیء باید تنها به یک ظرف تخصیص داده

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت تک بعدی (1DBPP)

- اشیاء با یک مقدار عددی (وزن ، اندازه ، حجم و ...) از پارامتر مشخصی در نظر گرفته میشوند .
- ظرف با گنجایش معین از پارامتر اشیاء وجود دارد .
- هدف تعیین حداقل تعداد ظروف مورد نیاز میباشد به گونه ای که کلیه اشیاء را در بر بگیرند .

تک بعدی (الگوریتم‌هایی همچون FF, FFD, BF, BFD)

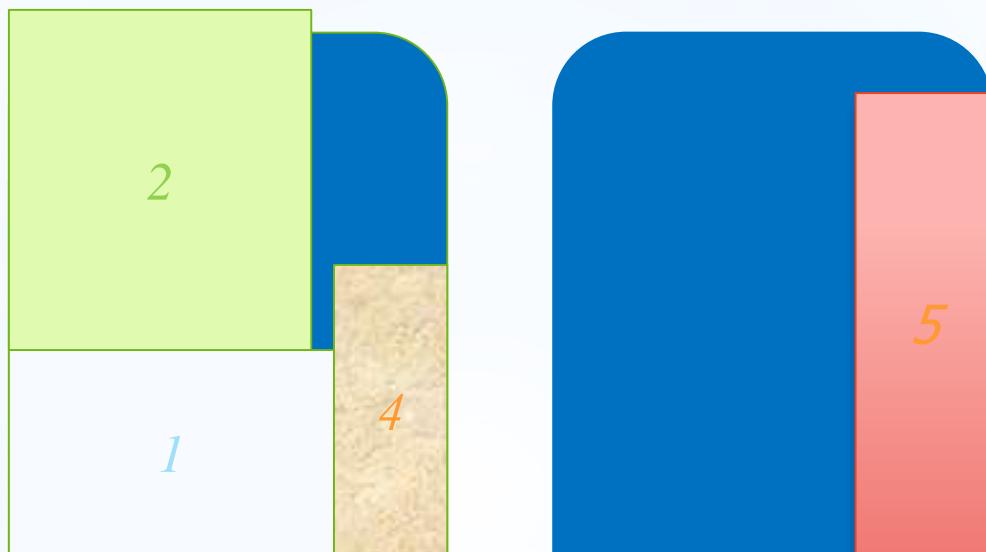


مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت دو بعدی (2DBPP)

- اولین مدلسازی 2BPP در سال 1965 توسط گیل مور و گوموری صورت گرفت.
- يك مجموعه n عضوي از اشياء مستطيل شكل $j \in J = \{1, \dots, n\}$ وجود دارد .
- عرض هر شئی را با w_j و ارتفاع آن را با h_j نشان داده میشود .
- تعداد محدودی ظرف یکسان با عرض W و ارتفاع H موجود است.
- و هدف تخصیص همه اشياء به حداقل تعداد ظروف است.

مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت دو بعدی؛ (2DBPP)

مثال



* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت سه بعدی (3DBPP)

مسئله بسته بندی 3 بعدی (3D-BPP) تعمیمی از مسائل کلاسیک یک و دو بعدی می باشد .
رایج ترین کاربرد ذکر شده برای چنین مسائلی، حمل و نقل کالاهایی می باشد که به صورت مستقیم در کانتینرها یا خودروها بسته بندی می شوند و یا قبل از ارسال بر روی پالت ها بسته بندی می شوند .

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت سه بعدی (3DBPP)

در دنیای واقعی و در هنگام تعیین تعداد کانتینرهای مورد نیاز، علاوه بر اندازه باکس ها، محدودیت های دیگری نظیر؛

توزیع وزن،

پشته سازی (stacking) (نوع انباشته کردن)

استحکام (stability) ،

نیز باید مد نظر قرار بگیرند .

همچنین، ممکن است مشتری بخواهد محموله ها با یکدیگر حمل شوند و یا در چند مکان تخلیه صورت گیرد . [Bortfeldt and

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت سه بعدی (3DBPP)

— يك مجموعه n عضوي از اشیاء مکعب شکل $j \in J = \{1, \dots, n\}$ وجود دارد.

— عرض (پهنا) هر شی را با w_j ، عمق با d_j و ارتفاع آن را با h_j و نشان داده میشود.

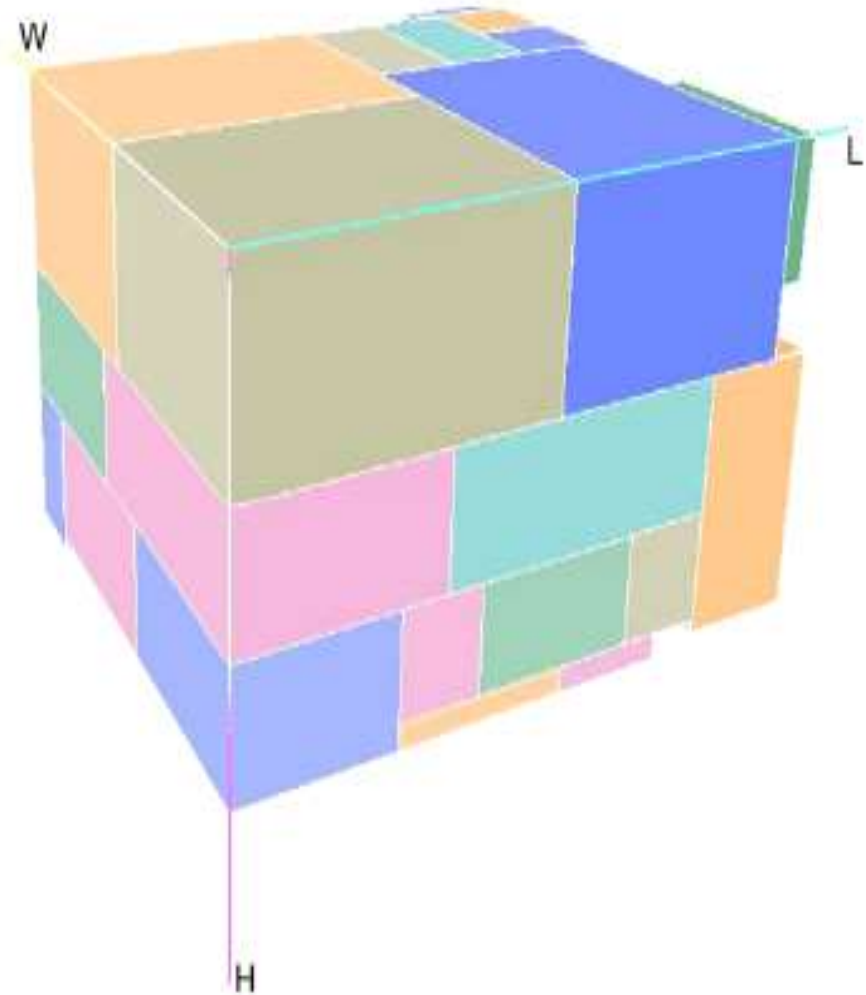
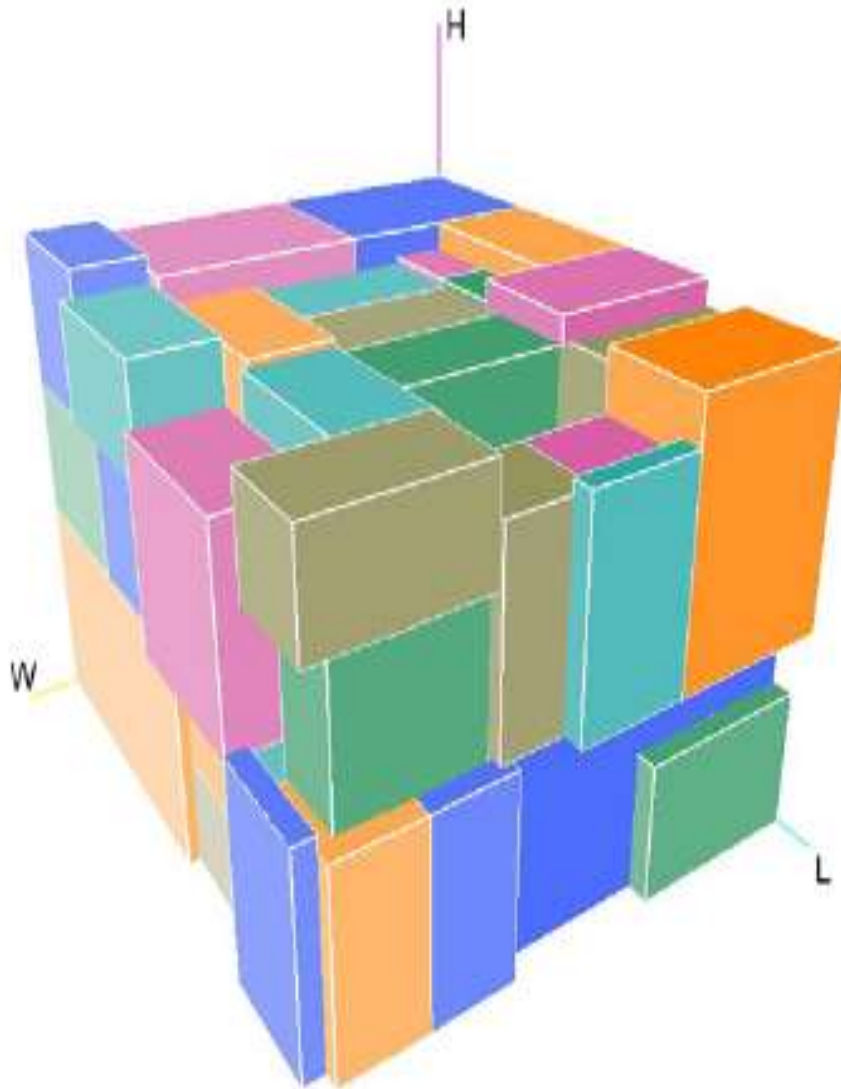
— تعداد محدودی ظرف یکسان با عرض W ، عمق D و ارتفاع H موجود است.

— و هدف تخصیص همه اشیاء به حداقل تعداد ظروف است.

— داریم؛ $D \leq d_j \quad W \leq w_j \quad H \leq h_j$

— وسایل به صورت $w_j * d_j * h_j$ و ظروف به صورت $W * D * H$ نامیده میشوند.

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف ، حالت سه بعدی (3DBPP)



* معیار دسته بندی مسائل

✓ گروه بندی مسائل برش و بسته بندی می تواند بر اساس ابعاد ، مجموعه ای از اقلام بزرگ، مجموعه ای از اقلام کوچک و تابع هدف گروه بندی می کنند .
[toWasser et al. (2007)]

✓ هدف در این ارائه بر روی مسائل 3 بعدی با اقلام مکعبی می باشد . اقلام بزرگ را کانتینر و اقلام کوچک را باکس می نامیم .

✓ انواع باکس ها :

✓ باکس های کم نامتجانس: تعداد باکس ها زیاد است و انواع آنها کم .

✓ باکس های خیلی نامتجانس: تعداد باکس ها کم است و انواع آنها زیاد .

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت سه بعدی (3DBPP)

اگر تابع هدف کمینه سازی ورودی باشد، هدف بسته بندی همه جعبه ها در حداقل تعداد ممکن کانتینرها می باشد. با ترکیب مسائل کلاس های مجموعه اقلام بزرگ و کوچک، 6 مسئله ذیل را خواهیم داشت:

6 نوع مسئله منجربفرد عبارتند از:

✓ SSSCSP (Single stock-size cutting stock problem):

در صورتی که کانتینرها یکسان بوده و باکس ها کمی نا همگن باشند.

✓ SBSBPP (Single bin-size bin packing problem):

اگر کانتینرها یکسان و باکس ها کاملاً نا همگن باشند.

✓ MSSCSP (Multiple stock-size cutting stock problem):

اگر کانتینر و باکس ها کمی نا همگن باشند.

✓ MBSBPP (Multiple bin-size bin packing problem):

اگر کانتینرها کمی نا همگن و باکس ها کاملاً نا همگن باشند.

✓ RCSP (Residual cutting stock problem):

اگر کانتینرها کاملاً نا همگن و باکس ها کلاً نا همگن باشند.

✓ RBPP (Residual bin packing problem):

اگر کانتینر و باکس ها کاملاً نا همگن باشند.

* مسئله بسته بندی اقلام در ظروف در حالت سه بعدی (3DBPP)

اگر تابع هدف بیشینه سازی خروجی باشد، هدف بسته بندی زیرمجموعه ای از جعبه هاست که بالاترین ارزش را به مجموعه ثابتی از قیود تخصیص می دهد. در اینجا ممکن است یک یا چند کانتینر مورد استفاده قرار گیرد.

7 نوع مسئله منصرففرد عبارتند از:

✓ IIPP (Identical item packing problem):

اگر یک کانتینر وجود دارد و باکس ها یکسان باشند.

✓ SLOPP (Single large object placement problem):

اگر یک کانتینر وجود دارد و باکس ها کمی ناهمگن باشند.

✓ SKP (Single knapsack problem):

اگر یک کانتینر وجود دارد و باکس ها کاملاً ناهمگن باشند.

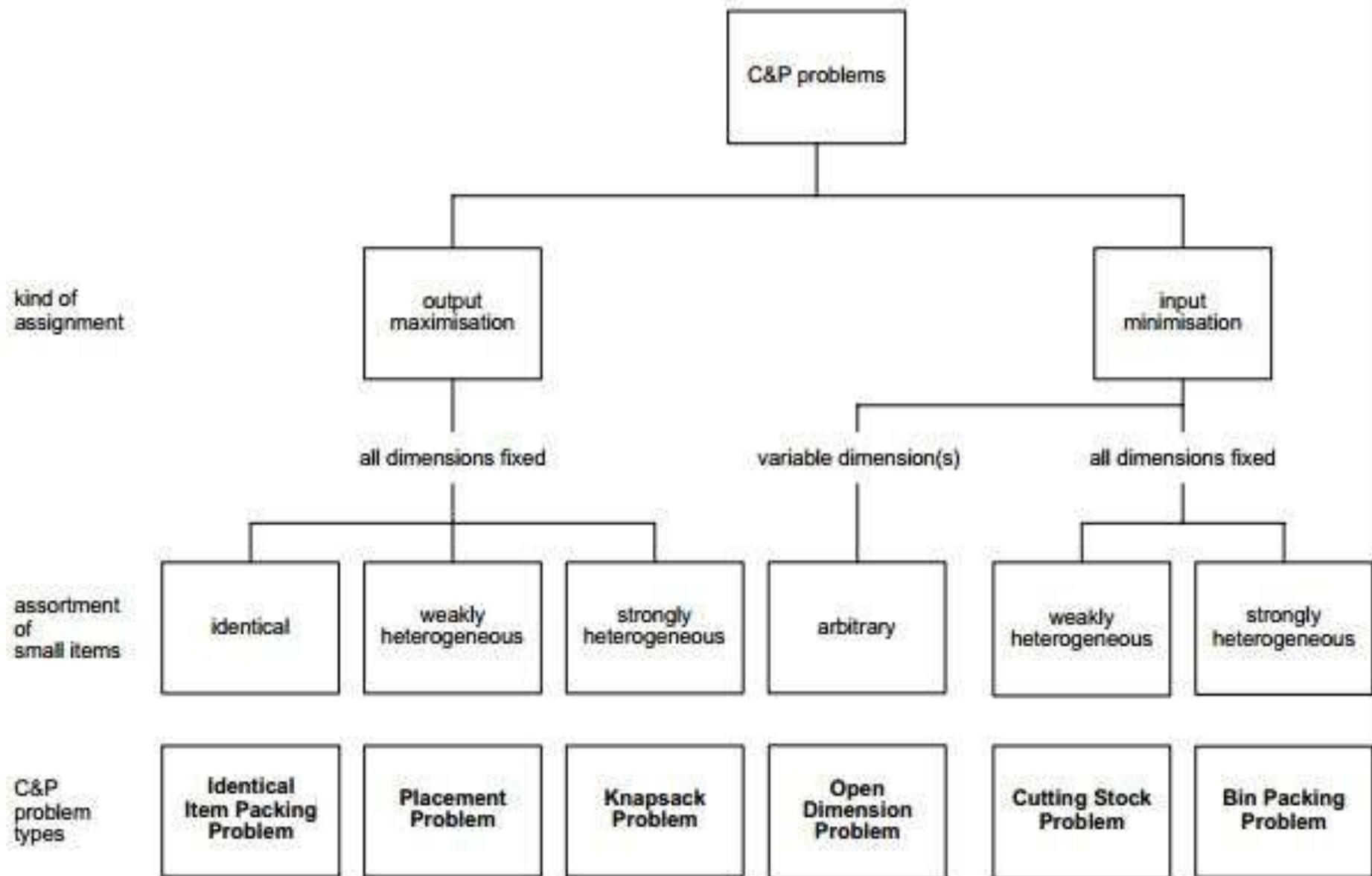
✓ MILOPP (Multiple identical large object placement problem):

اگر چند کانتینر یکسان وجود دارد و باکس ها کمی ناهمگن باشند.

✓ MHLOPP (Multiple heterogeneous large object placement problem):

اگر کانتینرها کمی یا زیاد ناهمگن بوده و باکس ها کمی ناهمگن باشند.

* دسته بندی پایه ای مسائل



BPP روشهای حل

روشهای حل (1DBPP)

- الگوریتمهای ابتکاری ساده ای برای حل 1PBB وجود دارند ؛

First Fit (F.F)

First Fit Decreasing (F.F.D)

Best Fit (B.F)

Best Fit Decreasing (B.F.D)

- همچنین روشهای حل مختلفی بر پایه الگوریتمهای فرا ابتکاری (همچون SA, GA, TS, ...) نیز برای تولید جوابهای مختلف و حل بهینه 1BPP در مقالات متعددی ارائه شده است. مثلا ؛ Weight annealing algorithm for the bin packing problem که در سال 2008 توسط Kok-Hua Loh, Bruce Golden, Edward Wasilb ارائه شد و برگرفته از الگوریتم SA میباشد .

روشهای حل (2DBPP)

- ✓ Next-Fit Height (NFH) algorithm
- ✓ First-Fit Decreasing Height (FFDH) algorithm
- ✓ Best-Fit Decreasing Height (BFDH) algorithm
- ✓ Next-Fit Height (NFW) algorithm
- ✓ Next-Fit Decreasing Width (NFDW) algorithm
- ✓ Best-Fit Decreasing Width (BFDW) algorithm

✓ الگوریتمهای مشتق شده از روشهای فوق و روشهای تک بعدی، و یا الگوریتمهای ترکیبی باشد.

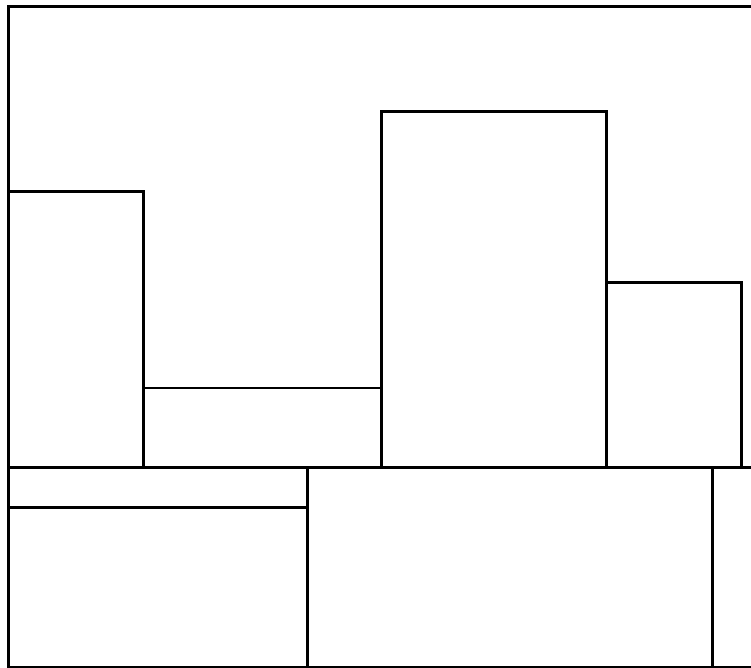
(همچون Hybrid First-Fit (HFF) algorithm)

روشهای حل (2DBPP)

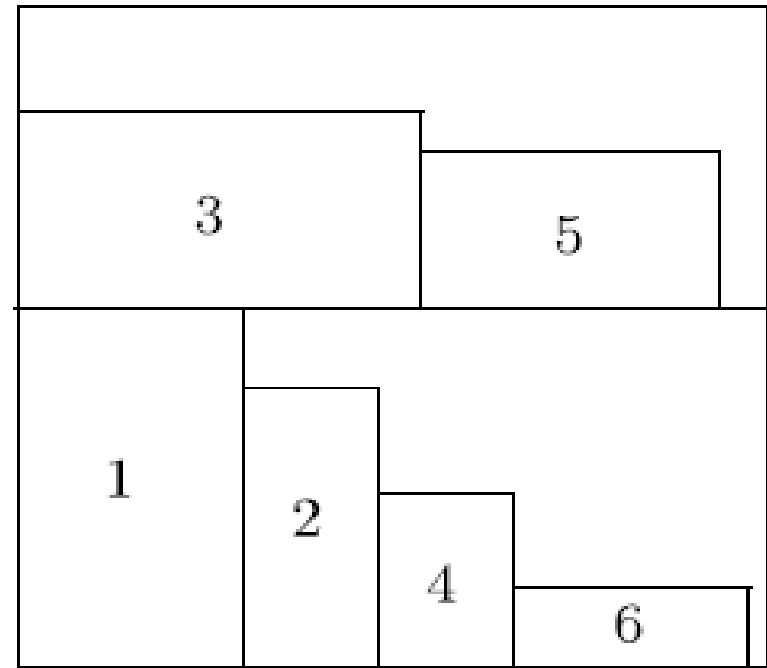
در این الگوریتمها ؛

- چیدمان از گوشه ای در پایین (عموماً گوشه سمت چپ پایین) آغاز میشود و این گوشه ، مبنای چیدمان به صورت سطری است. با هر بار جایگذاری ، این گوشه مبنا مجدداً تعریف و تعیین میشود .
- سطوح جدید در خلال چیدمان و پس از تکمیل گنجایش هر سطر ایجاد میگرددند .
- ظرف جدید پس از تکمیل گنجایش آخرین سطر ایجاد شده در آخرین ظرف ، ایجاد میگردد .
- چیدمان و پهنای هر سطر میتواند بر مبنای طول و یا عرض اشیاء صورت پذیرد .
- ابعاد چیده شده از اشیاء در هر ظرف نباید از ابعاد ظرف بیشتر باشد .
- انتخاب شیء جدید میتواند به صورت رندوم و یا بر اساس طول یا عرض نزولی باشد .

روشهای حل (2DBPP)



(a)

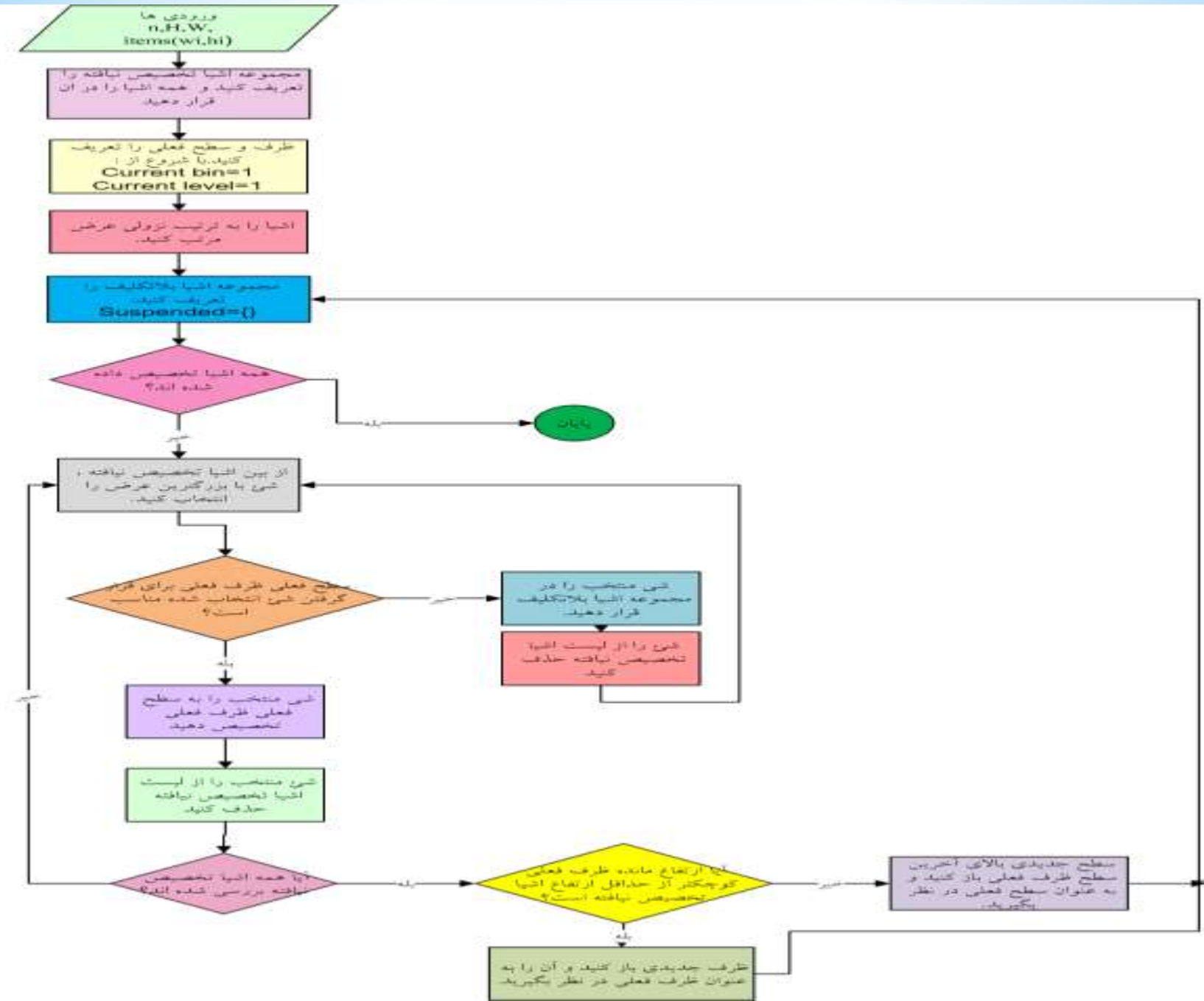


(b)

Fig. 2. (a) Level packing; (b) normalized level packing.

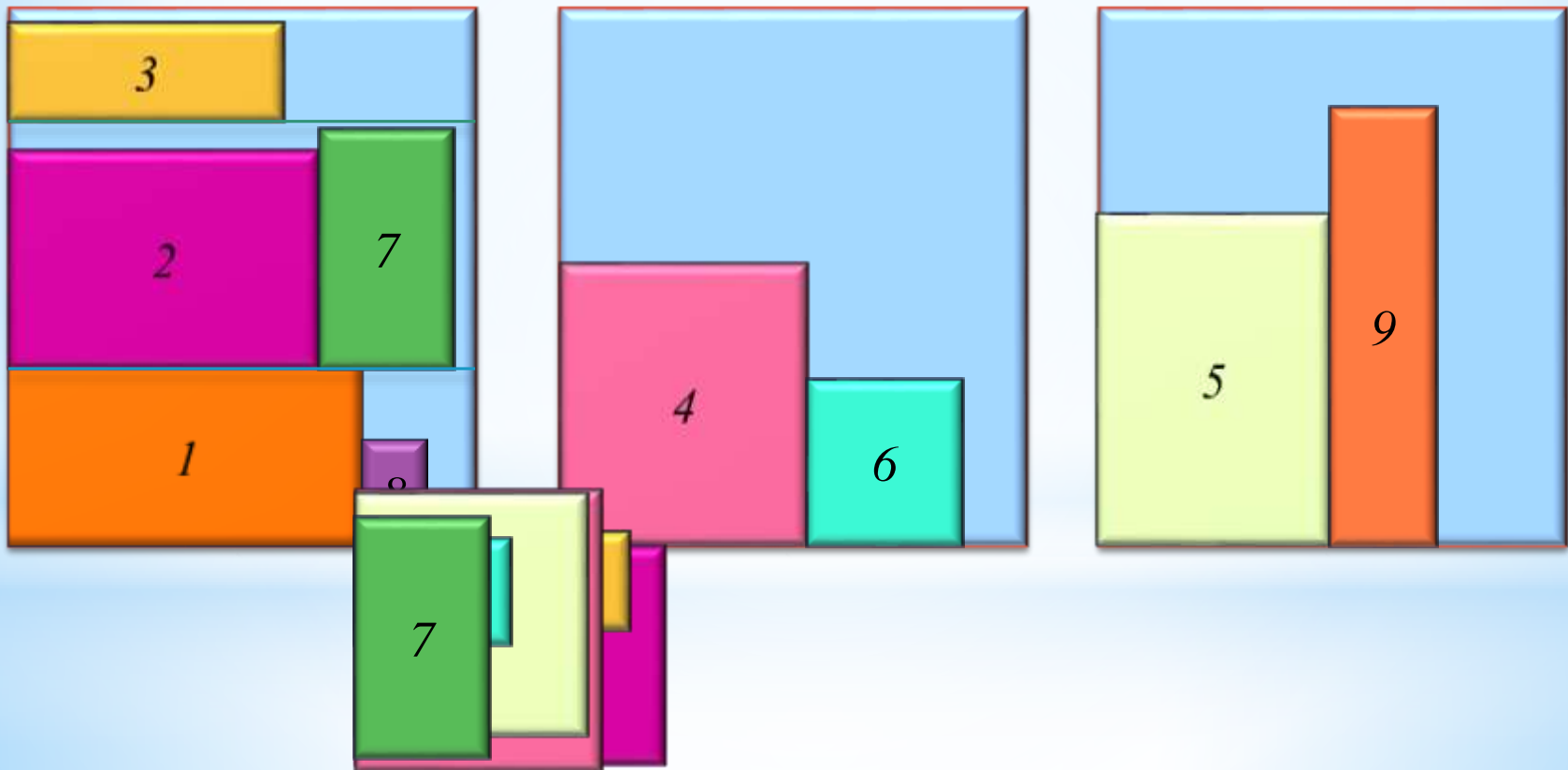
Next Fit Decreasing Width

روشهای حل (2DB1)



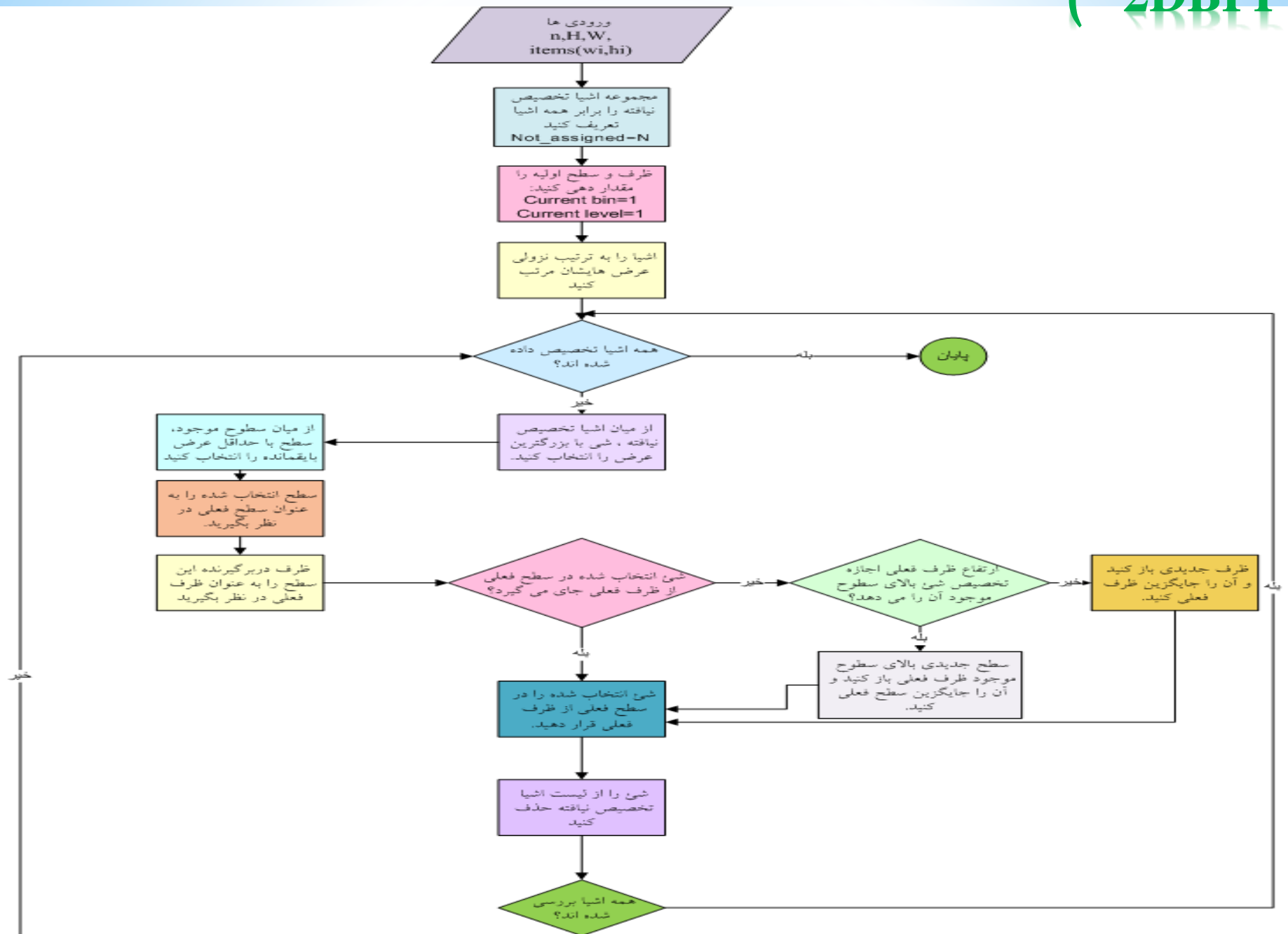
Next Fit Decreasing Width -NFDW

روشهای حل
(2DBPP



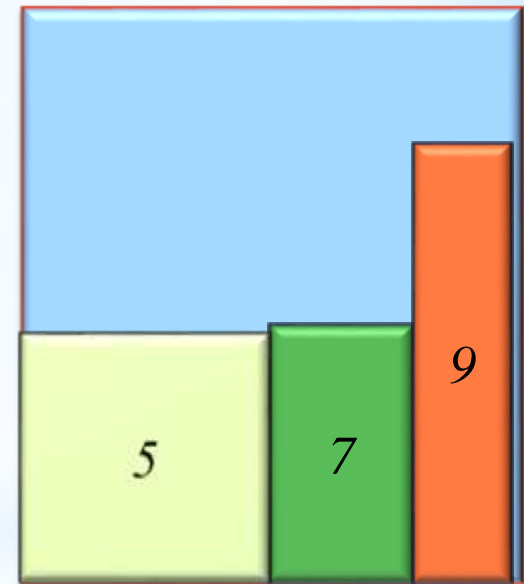
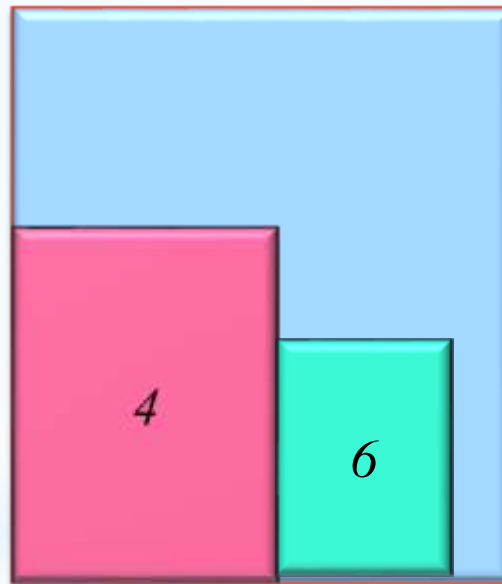
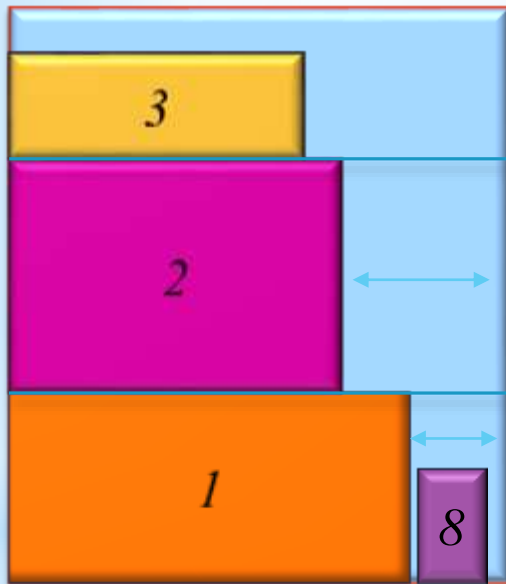
Best Fit Decreasing Width-BFDW

روشهای حل (2DBPP)



Best Fit Decreasing Width-BFDW

روشهای حل
(2DBPP



روشهای حل (3DBPP)

Height first–Area second (HA) algorithm ✓

Packing first, Routing Second ✓

Path Relinking Algorithm ✓

CPBOX ✓

BOXCP ✓

Branch and Bound ✓

Hill Climbing SCLP (HC-SCLP) ✓

Improved Least Waste ✓

Touching Area Algorithm ✓

- برخی الگوریتم های متاهوریستیک بکارگرفته شده در حل مسائل 3DBPP عبارتند از:

HG, SCH, GLS, TS3, HBP, TS2 Pack, GASP ✓

روشهای حل (3DBPP)

✓ زمانی که ترکیب باکس ها کمی نا همگن باشد ، رایج ترین رویکرد ها ، دیوار سازی (Wall Building) و لایه سازی (Layer Building) می باشد .

✓ در صورتی که ترکیب باکس ها کاملاً نا همگن باشد ، باکس ها به صورت یک به یک چیده می شوند .

✓ در رویکرد های دیوار سازی و لایه سازی ، باکس های از یک نوع ، در یک ردیف یا ستون چیده می شوند تا یک طرف یا کف فضای خالی را پر نمایند . بازای تمامی موقعیت های ممکن ، لیستی از فضا های خالی تهیه می شود . هنگامی که یک فضای خالی با دیوار یا لایه چیده شود ، فضا های جدید ایجاد می شوند . معمولاً ، زمانی که یک دیوار یا لایه ساخته شود ، فضای باقی مانده به عنوان یک کانتینر کوچک تر در نظر گرفته می شود . هر دو رویکرد تقلیدی از بسته بندی دستی می باشد که تلاش می کند یک سطح صاف ایجاد نماید .

✓ همراه با تصمیم چگونگی بسته بندی باکس ها ، در مورد اینکه کدام نوع باکس نیز در مرحله بعدی باید بسته

روشهای حل (3DPBB)

Height first–Area second (HA) algorithm ✓

این الگوریتم شامل دو بخش کلی است ؛

فاز اول) پرکردن عمودی وسایل براساس لایه هایی با ارتفاع مشابه؛

در این مرحله اقلام براساس ارتفاع های غیر صعودی مرتب میشوند

سپس در دسته های مشخص و متفاوتی از ارتفاع (ارتفاع در هر دسته با ضریبی مانند B که $B \in [0,1]$ است) تقسیم بندی میگردند

بدین ترتیب یک لایه ی باریک برای بسته بندی تعیین میشود.

اولین قلم از اولین دسته در اولین لایه قرار میگیرد به طوریکه گوشه سمت چپ پشت آن در گوشه سمت چپ پشت سطح مورد نظر قرار بگیرد. (مانند حالت 2DBPP) و در اینصورت گوییم که شیء بسته بندی شده است.

فاز دوم) پرکردن افقی به روی سطح توسط روشهای حل مرتبط با چیدمان (بسته بندی) دوبعدی (2DBPP)؛

دراین مرحله اقلام در هر دسته براساس مساحت غیر صعودی مرتب شده و با یکی از روشهای حالت دوبعدی چیده میشوند و ارتفاع لایه ها در صورت امکان تصحیح میگردد.

روشهای حل (3DPBB)

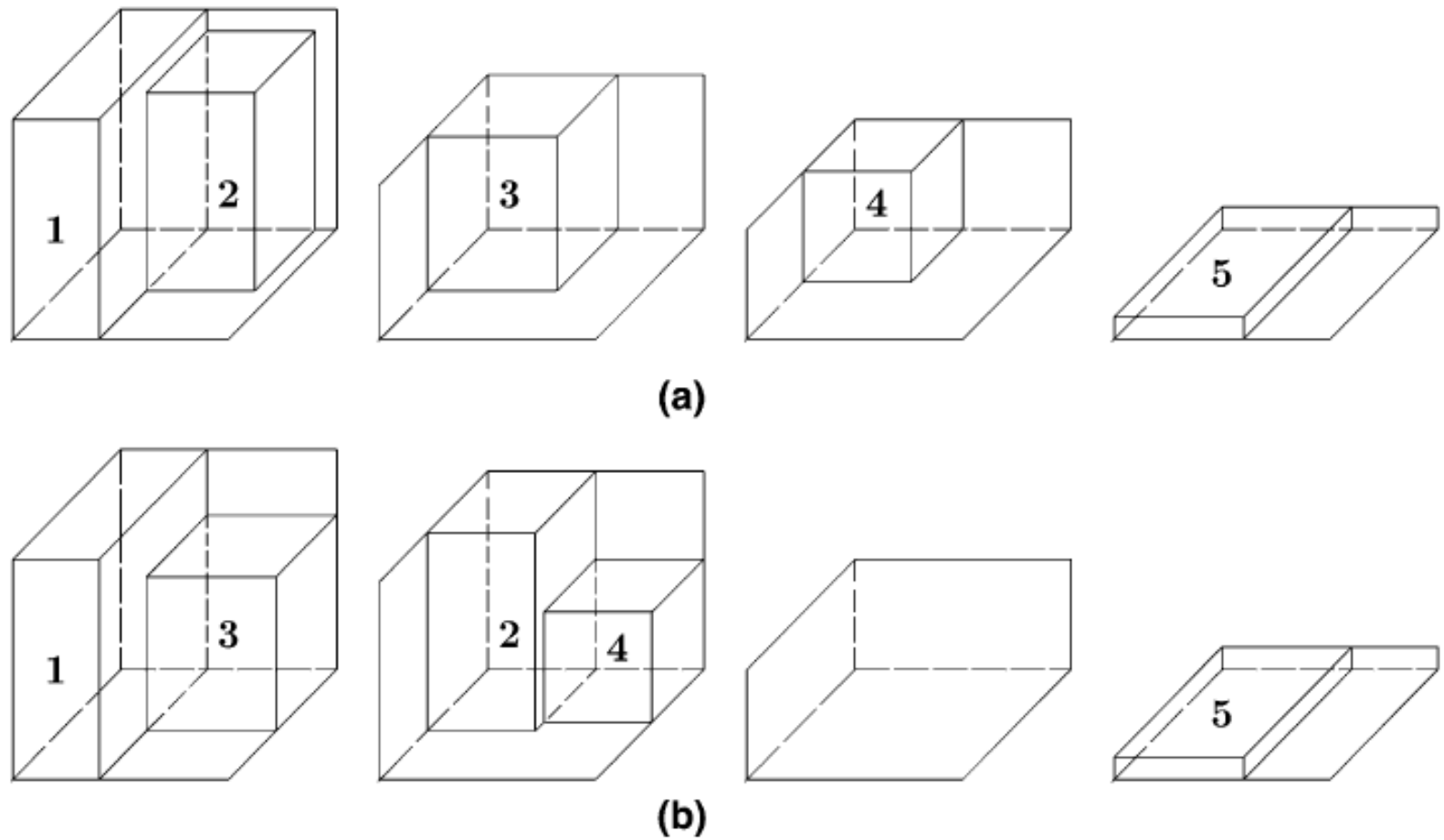
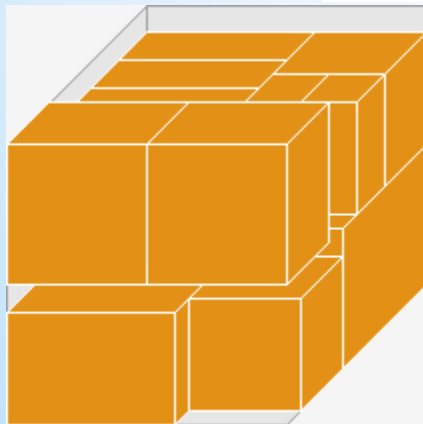


Fig. 1. Example for algorithm HA. (a) Layers obtained in Phase 1. (b) Layers obtained in Phase 3

مثال 1 بسته بندی سه بعدی - بسته بندی سه بعدی گام به گام

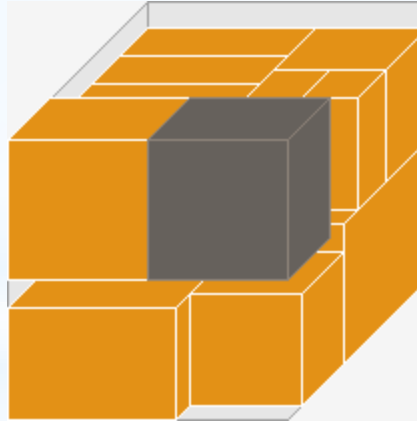
یک کانتینر با ابعاد $10 \times 10 \times 10$ را در نظر بگیرید .
5 قلم جنس با شرح ذیل را می خواهیم در آن بسته

عنوان	عرض	ارتفاع	طول	تعداد
قلم 1	4	5	6	3
قلم 2	3	4	4	2
قلم 3	2	2	4	3
قلم 4	4	6	2	4
قلم 5	5	3	5	2



تعداد اقلام بسته بندی شده	14 آیتم
فضای استفاده شده	84.6%
زمان حل مسئله	0.00052 ثانیه

مثال 1 بسته بندی سه بعدی - حل مسئله



مثال 1 بسته بندی سه بعدی - محل هر یکی از آیتم ها



مثال 2 بسته بندی سه بعدی - بسته بندی فضای بارگیری وسایل نقلیه

یک شرکت حمل و نقل سفارشی برای حمل سه قلم کالا دریافت کرده است. از آنجا که این شرکت چند نوع خودرو در اختیار دارد باید بر اساس بسته بندی هر یک را بررسی و بهترین راهکار را انتخاب نماید.



جزئیات سفارش - ورودی الگوریتم:

ابعاد فضای بارگیری: ابعاد فضای بارگیری:

10*20*20

10*10*40

ابعاد:

4*10*20

تعداد: 4 قلم

3D-BPP شبیه سازی بسته بندی بازاری هر خودرو، شبیه سازی بسته بندی را انجام می دهد و راهکارها را چیدمان خواهد بود:



تنها دو قلم
کالا در خودرو
جای می گیرد.



هر چهار قلم
در خودرو جای
می گیرد.

مثال 3 بسته بندی سه بعدی - بسته بندی کانتینر

یک خرید آنلاین در حال اجراست که شامل سه قلم کالا می باشد. از آنجا که تعداد محدودی Bin در اختیار داریم، باید انتخاب کنیم که در چه وضعیتی جواب بهینه خواهیم داشت.



جزئیات سفارش - ورودی الگوریتم:



ابعاد فضای بارگیری: ابعاد فضای بارگیری:
 $10 * 10 * 20$

$5 * 10 * 20$

ابعاد:
 $2 * 10 * 20$

تعداد: 3 قلم



3D-BPP شبیه سازی بسته بندی بازای هر Bin، نتیجه چنین خواهد بود:



هر سه قلم در
کانتینر جای

یک قلم کالا
بیرون می
ماند

- 1- Xiao Zhou Zhao and et al., "A comparative review of 3D container loading algorithms", International Transactions in Operational Research 00 (2014) 1-34.
- 2- Andrea Lodi and et al., "Two-dimensional packing problems: A survey", European Journal of Operational Research 141 (2002) 241-252.
- 3- Andrea Lodi and et al., "Heuristic algorithms for the three-dimensional bin packing problem", European Journal of Operational Research 141 (2002) 410-420.
- 4- J. O. BERKEY and P. Y. WANG, "Two Dimensional Finite Bin-Packing Algorithms", Journal of the Operational Research Society 38(5) (1987) 423-429.
- 5- Andrea Lodi and et al., "Heuristic and Met heuristic Approaches for a Class of Two-Dimensional Bin Packing Problems", INFORMS Journal on Computing 11(4) (1999) 345-357.
- 6- Daniel Mack and Andreas Bortfeldt, "A heuristic for solving large bin packing problems in two and three dimensions", Central European Journal of Operations Research 20 (2012) 337-354.
- 7- Yong Wu and et al., "Three-dimensional bin packing problem with variable bin height", European Journal of Operational Research 202 (2010) 347-355.
- 8- Rasmus R. Amossen and David Pisinger, "Multi-dimensional bin packing problems with guillotine constraints", Computers & Operations Research 37 (2010) 1999-2006.
- 9- S.D. Allen and et al., "A hybrid placement strategy for the three-dimensional strip packing problem", European Journal of Operational Research 209 (2011) 219-227.
- 10- Michel Gendreau and et al., "Heuristics and lower bounds for the bin packing problem with conflicts", Computers & Operations Research 31 (2004) 347-358.

- 11- Silvano Martello and et al., "The Three-Dimensional Bin Packing Problem", Operations Research 48(2) (2000) 256-267.
- 12- Anna Sciomachen and Elena Tanfani, "A 3D-BPP approach for optimizing stowage plans and terminal productivity", European Journal of Operational Research 183 (2007) 1433-1446.
- 13- Felix T.S. Chan and et al., "Development of a decision support system for air-cargo pallets loading problem: A case study", Expert Systems with Applications 31 (2006) 472-485.
- 14- Hongteng Wu and et al., "Three-stage heuristic algorithm for three-dimensional irregular packing problem", Applied Mathematical Modelling 41 (2017) 431-444.
- 15- José Fernando Gonçalves and Mauricio G. C. Resende, "A biased random key genetic algorithm for 2D and 3D bin packing problems", International Journal of Production Economics 145 (2013) 500-510.
- 16- R. Alvarez-Valdes and et al., "A GRASP/Path Relinking algorithm for two- and three-dimensional multiple bin-size bin packing problems", Computers & Operations Research 40(2013)3081-3090.
- 17- Xueping Li and Kaike Zhang, "A hybrid differential evolution algorithm for multiple container loading problem with heterogeneous containers", Computers & Industrial Engineering 90 (2015) 305-313.
- 18- Kyungdaw Kang and et al., "A hybrid genetic algorithm with a new packing strategy for the three-dimensional bin packing problem", Applied Mathematics and Computation 219 (2012) 1287-1299.
- 19- Andreas Bortfeldt and Jörg Homberger, "Packing first, routing second—a heuristic for the vehicle routing and loading problem", Computers & Operations Research 40(2013)873-885.
- 20- Ana de Almeida and Marisa B. Figueiredo, "A particular approach for the Three-dimensional Packing Problem with additional constraints", Computers & Operations Research 37(2010)1968-1976.

- 21- Wenbin Zhu and et al., "A prototype column generation strategy for the multiple container loading problem", European Journal of Operational Research 223 (2012) 27-39.
- 22- Eunice López-Camacho and et al., "A unified hyper-heuristic framework for solving bin packing problems", Expert Systems with Applications xxx (2014) xxx-xxx.
- 23- Yi Tao and FanWang, "An effective tabu search approach with improved loading algorithms for the 3L-CVRP", Computers & Operations Research, 55 (2015) 127-140.
- 24- Tansel Dokeroglu and Ahmet Cosar, "Optimization of one-dimensional Bin Packing Problem with island parallel grouping genetic algorithms", Computers & Industrial Engineering 75 (2014) 176-186.
- 25- Wenbin Zhu and et al., "Space defragmentation for packing problems", European Journal of Operational Research 222 (2012) 452-463.
- 26- <https://www.3dbinpacking.com/>

موفق و پاینده باشید