

POLITECNICO DI TORINO

I Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Energetica

Tesi di Laurea

**Tecniche per la fusione nucleare indotta da
esplosione coulombiana di cluster
di deuterio e trizio**



RELATORE:
Prof. Gianni Coppa

CANDIDATO:
Edoardo Sanna

Novembre 2011

TECNICHE PER LA FUSIONE NUCLEARE
INDOTTA DA ESPLOSIONE COULOMBIANA DI
CLUSTER DI DEUTERIO E TRIZIO

Edoardo Sanna, Diego Vai

Indice

1	La fusione nucleare per confinamento inerziale	4
1.1	Introduzione alla fusione nucleare	4
1.1.1	Che cos'è la fusione nucleare	4
1.1.2	Le reazioni di fusione nucleare	5
1.1.3	La fusione nucleare oggi	6
1.2	Il confinamento inerziale	7
1.2.1	I diversi tipi di confinamento	7
1.2.2	Il meccanismo del confinamento inerziale	8
1.3	Attuali sistemi di ICF operativi nel mondo e prospettive	11
2	Fusione nucleare indotta da esplosione coulombiana	15
2.1	Introduzione	15
2.2	Descrizione del fenomeno	15
2.2.1	Che cos'è un cluster atomico	15
2.2.2	L'utilizzo dei laser in applicazioni di fisica nucleare	16
2.2.3	Dal raggio laser all'esplosione coulombiana	17
2.2.4	Conclusioni e futuri scenari	19
3	Modello fisico per l'esplosione di un cluster di deuterio	24
3.1	Analisi dell'evoluzione della distribuzione degli elettroni	24
3.1.1	Introduzione al modello fisico	24
3.1.2	Determinazione del campo elettrico	25
3.1.3	Analisi della distribuzione delle velocità	26
3.1.4	Determinazione del potenziale elettrostatico	27
3.2	Analisi dell'evoluzione della distribuzione di ioni ed elettroni	27
3.3	Analisi dell'evoluzione della distribuzione di una miscela di ioni	27
4	Modello numerico per l'analisi del modello fisico	29
4.1	Dinamica degli elettroni	29
4.2	Dinamica degli elettroni e degli ioni	31
4.3	Tecnica di calcolo del potenziale elettrostatico	33

5	Analisi dei risultati	43
5.1	Modello di esplosione dei soli elettroni	43
5.2	Il potenziale elettrostatico	45
5.3	Modelli di studio per elettroni e ioni mobili	49
5.4	Modello di studio per elettroni e miscele di ioni	49

Introduzione

Separare le cose spesso è più facile che unirle. Per esempio, abbiamo scisso il nostro primo atomo di idrogeno più di cinquant'anni fa, e abbiamo prodotto energia da fissione nucleare fin da allora. Ma unire insieme i nuclei atomici, ricreando sulla Terra il processo che si svolge al centro del Sole, si è rivelato molto più complicato. Raggiungere questo traguardo significherebbe ottenere una sorgente di energia virtualmente illimitata, ma il prezzo da pagare in termini economici e tecnologici è molto oneroso.

La via verso la fusione presentata al pubblico è rappresentata dal progetto di ricerca ITER, che utilizzerà magneti superconduttori per controllare la reazione di fusione. Questa non è la sola strada per fondere nuclei di idrogeno insieme; l'interesse in un metodo alternativo, meno conosciuto, si è molto accresciuto negli ultimi anni. Gli scienziati ritengono che la fusione indotta da laser possa scoprire il Santo Graal del guadagno netto di energia prima ancora che ITER sia costruito, e a costi minori. Questo è l'obiettivo che si pongono di realizzare i grandi impianti moderni, quali NIF o HiPER: sfruttando la più avanzata tecnologia laser, in grado di fornire una potenza dell'ordine dei $10^{16} \div 10^{18} \text{ W/cm}^2$ con impulsi ultrabrevi (ordine del picosecondo), è possibile generare artificialmente densità, pressioni e temperature sufficienti a innescare la reazione di fusione nucleare.

A fianco di questi grandi progetti internazionali, sono sorti numerosi gruppi di ricerca per esplorare vie alternative con le quali ottenere fusione nucleare: tra queste, lo studio del fenomeno di esplosione coulombiana di cluster di combustibile nucleare ha portato ai risultati più rilevanti. Questo processo mostra come, attraverso l'irraggiamento laser di cluster di deuterio, sia possibile ionizzare la materia generando ioni sufficientemente energetici da innescare la reazione di fusione.

Partendo dall'analisi dei suddetti esperimenti, il seguente lavoro di tesi si colloca tra gli studi preliminari per l'analisi e la messa a punto di codici di calcolo utili per l'esame di situazioni più complesse. Esso si concentra, nell'ambito dell'espansione del plasma, sull'influenza della dinamica degli elettroni e degli ioni nelle interazioni nucleari.

Il primo capitolo presenta il fenomeno naturale della fusione nucleare, e come questo sia stato scoperto e gestito dall'uomo nel corso dei secoli; ci si focalizzerà in particolare sul confinamento inerziale, in quanto oggetto principale della trattazione.

Nel secondo capitolo si approfondiranno invece i sentieri più innovativi battuti dai ricercatori negli ultimi dieci anni, indirizzati al confinamento inerziale ottenuto per effetto della repulsione elettromagnetica: verrà descritta la cosiddetta esplosione coulombiana attraverso la quale è possibile generare ioni ad energia cinetica sufficiente per creare eventi di fusione.

Il terzo capitolo è dedicato al modello fisico con cui si è descritto il fenomeno, facendo riferimento alle sole equazioni dell'elettromagnetismo classico; nei capitoli successivi si introdurranno il metodo computazionale utilizzato per risolvere il problema e i risultati ottenuti da tale metodo.

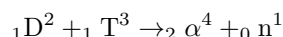
Capitolo 1

La fusione nucleare per confinamento inerziale

1.1 Introduzione alla fusione nucleare

1.1.1 Che cos'è la fusione nucleare

Si definisce *fusione nucleare* quella reazione nucleare in cui si combinano due nuclei atomici leggeri per formare un singolo elemento pesante: questo tipo di combinazione vede la conversione del difetto di massa dell'elemento pesante in energia cinetica, secondo la famosa equazione einsteiniana. L'energia rilasciata può essere molto elevata (dell'ordine dei 10 MeV), cosicché anche da piccole quantità di materia è possibile sostenere la potenza di una moderna centrale. Il processo è opposto a quello della fissione, dove gli elementi pesanti come l'Uranio vengono spezzati in due nuclei figli. Tuttavia, mentre la fissione nucleare è già stata ampiamente studiata nello scorso secolo e ha trovato un posto stabile tra le maggiori fonti di energia dell'epoca contemporanea, lo sviluppo della fusione nucleare è stato limitato da una sostanziale difficoltà, in quanto essa non si è rivelata semplice da manipolare. I tipici schemi di fusione controllata coinvolgono due nuclei leggeri, generalmente deuterio e trizio, ovvero isotopi pesanti dell'idrogeno. Se i due nuclei ottengono una quantità di energia sufficiente a superare la loro repulsione coulombiana, allora la forza nucleare forte prevale sulla forza elettromagnetica ed i due elementi subiscono la seguente reazione nucleare:



I prodotti della fusione, ovvero un nucleo di elio (noto come particella alfa) e un neutrone, subiscono destini differenti: mentre la particella alfa rilascia la sua energia nel resto del combustibile di fusione per creare una reazione a catena autosostenentesi, il neutrone scappa portando con sé un notevole quantitativo di energia cinetica. Se il combustibile è circondato da un *blanket* abbastanza sottile da arrestare la corsa del neutrone, allora l'energia cinetica della particella sarà convertita in energia termica utilizzabile per garantire il funzionamento di una turbina a vapore convenzionale.

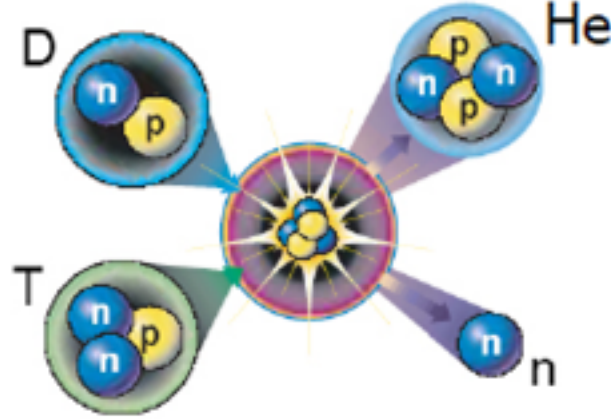


Figura 1.1: Schema riassuntivo della reazione di fusione nucleare

1.1.2 Le reazioni di fusione nucleare

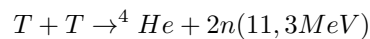
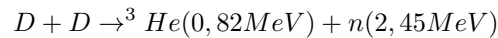
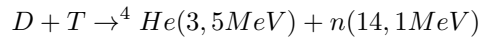
La reazione deuterio-trizio non è l'unica reazione di fusione nucleare possibile, ma è la più semplice da realizzare: infatti, l'innesco della reazione dipende da un preciso valore di energia di soglia al di sotto del quale la sezione d'urto di fusione è troppo bassa perché la reazione possa avere luogo. Il cosiddetto *criterio di Lawson*, riassunto in termini di una sola espressione, afferma che la fusione si realizza con guadagno energetico se l'energia cinetica degli ioni coinvolti nel processo è

$$E_{\text{cin}} > 4 \text{ keV}$$

Dalla teoria cinetica dei gas, secondo cui l'energia cinetica è direttamente proporzionale alla temperatura tramite costante di Boltzmann, la condizione suddetta è verificata per temperature dell'ordine dei 10^8 K.

Le reazioni a energia di soglia più bassa sono riassunte in Figura [1.2], dove la sezione d'urto di fusione è rappresentata in funzione della temperatura misurata in keV. La fusione deuterio-trizio raggiunge la sezione d'urto maggiore rispetto alle altre, a parità di temperatura: essa ha inoltre la soglia più bassa, pari a 50 keV. Come verrà approfondito in seguito, la temperatura necessaria all'innesco della reazione costituisce il vincolo tecnologico più restrittivo alla realizzazione degli impianti a fusione.

Segue un elenco delle principali reazioni di fusione nucleare:



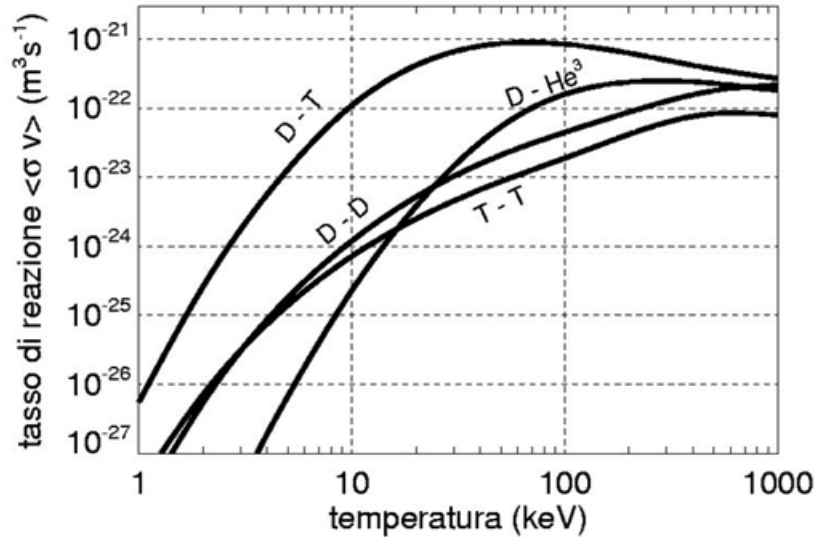


Figura 1.2: Tasso di reazione in funzione della temperatura, ovvero dell'energia di soglia, delle principali reazioni di fusione nucleare.

1.1.3 La fusione nucleare oggi

La ricerca sulla fusione controllata come sorgente di energia ha coperto più di cinque decenni e ha coinvolto l'intera comunità scientifica globale. Essa rappresenta una delle sfide scientifiche più importanti del ventunesimo secolo. L'energia da fusione nucleare ha un carattere unico nel panorama mondiale: essa rappresenta oggi il sogno della fonte energetica più produttiva e al tempo stesso più pulita che si possa avere. I benefici dell'energia da fusione non possono essere trascurati nella configurazione globale attuale in cui i cambiamenti climatici, l'inquinamento, la sicurezza energetica e i crescenti consumi rappresentano la più grande sfida che l'umanità stia affrontando. Tra questi si ricordano:

- Un bassissimo impatto ambientale, dovuto all'assenza di emissione di gas serra; inoltre, poiché la quantità di scorie radioattive prodotte (derivanti essenzialmente dall'attivazione dei materiali per bombardamento neutronico) è fortemente minore rispetto alla fissione nucleare, i problemi e i costi associati allo stoccaggio o allo smaltimento di tali materiali si riducono nettamente;
- Una quantità di combustibile pressoché inesauribile, poiché il deuterio necessario a soddisfare le nostre attuali esigenze energetiche è ricavabile da un chilometro cubo di acqua di mare, e il trizio può essere generato direttamente in situ dal Litio, largamente disponibile;
- Sicurezza dell'energia, dovuta al fatto che, siccome in ogni fase del processo di generazione di energia la quantità di combustibile presente nell'impianto è molto bassa, la probabilità che si verifichino melt-down o rilasci pericolosi scende rapidamente a zero: la reazione è intrinsecamente sicura, in quanto l'incidente più grave che possa capitare è il raffreddamento del plasma, che comunque provoca l'immediato spegnimento della reazione.

1.2 Il confinamento inerziale

1.2.1 I diversi tipi di confinamento

Il problema maggiore, cui già abbiamo accennato, consiste nel riscaldamento del combustibile fino a quasi cento milioni di gradi Kelvin per garantire l'effettivo sussistere della reazione di fusione. Il combustibile dovrà essere tenuto a una densità sufficientemente alta per un intervallo di tempo sufficientemente lungo da permettere al processo di produrre un guadagno netto di energia.

A queste temperature, la materia esiste solo allo stato di plasma. Confinare il plasma a oltre cento milioni di gradi è la più grande sfida della ricerca sulla fusione controllata. In queste condizioni il plasma va isolato dalle pareti del contenitore e compresso perché non si espanda nello spazio circostante, spegnendo così la reazione di fusione. Sono stati proposti molti schemi per realizzare questo confinamento, per la maggior parte rientranti in due categorie: il confinamento magnetico e il confinamento inerziale.

Si ricorda che esiste un terzo tipo di confinamento del plasma, detto *gravitazionale*, che si verifica all'interno delle stelle: la forza gravitazionale comprime la materia, per lo più idrogeno, portandola a densità e temperature molto elevate e innescando l'ignizione del plasma. Lo stesso campo gravitazionale bilancia le enormi forze di espansione termica, mantenendo la reazione nucleare a uno stadio controllato e stabile.

L'approccio magnetico utilizza un reattore toroidale (*tokamak*) per produrre e confinare il plasma tramite campi elettromagnetici poloidali e toroidali. Il toro viene riempito di una miscela gassosa di deuterio-trizio e viene inizialmente riscaldato tramite corrente ohmica, onde a radiofrequenze o fasci di particelle iniettati nel *core*. L'obiettivo consiste nel riscaldare il plasma fino al punto in cui l'autoriscaldamento dovuto alle reazioni di fusione deuterio-trizio permette alla reazione a catena di sostenersi autonomamente. Questo punto è chiamato *ignizione* e rappresenta uno degli obiettivi del progetto internazionale ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*).

Il confinamento inerziale prende la strada opposta: si tratta essenzialmente di un approccio 'pulsato', concettualmente simile ai cicli di combustione che avvengono all'interno di un motore automobilistico. Invece che riscaldare gas a bassa densità per periodi relativamente lunghi, esso si basa sull'idea di produrre densità molto alte (oltre venti volte la densità iniziale) per intervalli di tempo estremamente brevi (dell'ordine del picosecondo, ovvero 10^{-12} s).

Per ottenere questo risultato, si irradia in maniera simmetrica una piccola capsula di combustibile deuterio-trizio tramite un raggio molto energetico, costituito da luce laser, raggi X oppure ioni. La superficie esterna della capsula si riscalda e si espande: seguendo la terza legge della dinamica, il resto della capsula subisce una reazione uguale e opposta, ovvero implode raggiungendo densità molto maggiori. Il concetto di ignizione per la fusione a confinamento inerziale è leggermente differente rispetto al confinamento magnetico: il criterio che determina il punto di 'break-even' è la soddisfazione del seguente bilancio di energia

$$P_W + P_\alpha - P_e - P_b > 0$$

Dove

P_W è il lavoro fatto sul combustibile per comprimerlo;

P_α è il rateo di riscaldamento termonucleare per unità di volume;

P_e sono le perdite per unità di volume dovute alla conduzione di elettroni;

P_b sono le perdite per unità di volume dovute alla emissione di *bremssstrahlung*¹.

Oltre a tutti i vantaggi della fusione nucleare sopra descritti, la fusione a confinamento inerziale permette di impiegare molto meno trizio, e può utilizzare pareti liquide per contenere la reazione; può inoltre condurre a una combustione più efficiente e all'estrazione di elettricità direttamente dai prodotti del plasma.

1.2.2 Il meccanismo del confinamento inerziale

Il principio fisico su cui si basa la fusione a confinamento inerziale (*Inertial Confinement Fusion*, ICF) è stato studiato per oltre quarant'anni come una soluzione a lungo termine ai problemi energetici.

Lo schema "classico" di fusione inerziale prevede l'implosione di un bersaglio a forma di guscio sferico, contenente combustibile in stato criogenico. Per comprimere e riscaldare il combustibile, l'energia viene trasmessa allo strato esterno del bersaglio utilizzando impulsi di luce laser ad alta energia, o fasci di elettroni o ioni. Lo strato esterno riscaldato esplode, producendo una forza di reazione contro la parte rimanente del target che viene accelerata verso l'interno, comprimendolo. Al termine dell'implosione, il combustibile viene compresso a elevatissima densità (circa cento volte la densità iniziale, ovvero 1000 g/cm^3) mentre una zona centrale relativamente piccola (*hot spot*) raggiunge una temperatura di circa 10^8 K .

La densità non basta indipendentemente per dare vita a un rateo di fusione, ma durante il collasso del combustibile possono formarsi delle onde d'urto (*shock waves*) che viaggiano ad alta velocità verso il centro del bersaglio, aumentandone la densità.

In simili condizioni, nell'*hot spot* si innesca la reazione di fusione termonucleare ('il plasma ignisce') generando quantità significative di particelle alfa molto energetiche. A causa dell'alta densità del combustibile circostante, esse riescono a percorrere un tratto molto breve prima di essere termalizzate, cioè di cedere la loro energia al combustibile sotto forma di calore. Questa propagazione procede efficacemente finché la densità del combustibile stesso si mantiene elevata. L'energia addizionale causerà allora nuove reazioni di fusione nel combustibile, creando altre particelle ad alta energia. Questo processo può dare origine alla 'combustione' autosostenuta nota come ignizione.

Poiché le pressioni in gioco sono così alte da non poter essere contenute da alcun recipiente o campo, il "confinamento" del combustibile, e quindi la sua capacità di reagire, si fonda proprio sull'inerzia (da cui il nome del processo) delle particelle che compongono il plasma, la quale contrasta, in un primo tempo efficacemente, la loro espansione termica. Il confinamento è mantenuto per un tempo all'incirca pari a quello impiegato da un'onda sonora per transitare attraverso il combustibile.

La miscela D-T in un sistema del genere rappresenta il *target*: essa contiene molto meno combustibile rispetto a una bomba e porta a una forza esplosiva notevolmente minore. Le dimensioni tipiche del pellet di combustibile sono dell'ordine del millimetro e contengono circa 10 milligrammi di combustibile: in pratica, solo una piccola porzione di questo combustibile subirà fusione, ma se tutto il combustibile venisse consumato, potrebbe rilasciare l'energia equivalente alla combustione di un barile di petrolio.

Generalmente i sistemi ICF utilizzano un singolo laser, il *driver*, il cui raggio viene separato in più fasci che vengono successivamente amplificati miliardi di volte o più. Questi vengono inviati alla

¹La *bremssstrahlung*, letteralmente "radiazione di frenamento", è la radiazione elettromagnetica a spettro continuo emessa da una particella carica che passi attraverso il campo elettrico di un nucleo e che venga da questo bruscamente deviata, con conseguente perdita di energia.

camera di reazione (chiamata *target chamber*) attraverso degli specchi, posizionati per illuminare il target su tutta la sua superficie.

Esistono due metodi di irraggiamento per la fusione a confinamento inerziale: l'irraggiamento indiretto (raggi X) e diretto (laser).

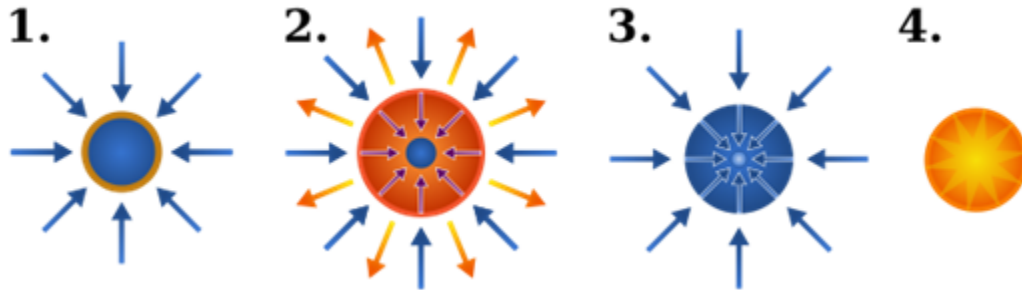


Figura 1.3: Schema dei passi della fusione a confinamento inerziale tramite uso di laser: le frecce blu rappresentano la radiazione; le frecce arancioni l'esplosione; le frecce viola l'energia termica trasmessa all'interno. 1) *Laser heating*: raggi laser o raggi X riscaldano rapidamente la superficie del bersaglio, formando un guscio esterno di plasma; 2) *Rocket implosion*: il combustibile viene compresso per controreazione dell'esplosione superficiale; 3) *Ignition*: il nucleo della capsula (*hot spot*) ignisce a temperature di diverse centinaia di milioni di gradi; 4) *Thermonuclear burn*: la fusione nucleare indotta si propaga al combustibile circostante, fintantoché la sua densità è sufficiente a mantenere viva la reazione.

Irraggiamento indiretto

L'irraggiamento indiretto consiste nel montare una capsula di deuterio-trizio all'interno di un cilindro chiamato *hohlraum* (termine tedesco per *hollow room*, o 'cavità'). I laser irraggiano per qualche nanosecondo le pareti interne dell'*hohlraum* producendo una sorgente termica relativamente uniforme sotto forma di raggi X alla temperatura di circa 3 milioni di gradi. I raggi X irraggiano a loro volta la capsula all'interno dell'*hohlraum* causandone l'implosione fino al raggiungimento dell'ignizione.

Un possibile inconveniente di questo processo è dato dal fatto che il contenitore della capsula si può 'sporcare': i raggi che colpiscono le pareti interne rimuovono detriti in quantità tali da riempire l'*hohlraum* di un plasma in grado di disperdere i fotoni, riducendo la potenza dei raggi X e causando un'implosione irregolare. Fortunatamente, queste interazioni tra laser e plasma (*Laser-Plasma Interaction*, LPI) sono state ampiamente studiate in quanto il loro controllo rappresenta la chiave per raggiungere l'ignizione.

Irraggiamento diretto e ignizione veloce

L'irraggiamento diretto utilizza gli stessi laser per irraggiare la capsula in modo da farla implodere e innescare l'ignizione. Questo approccio è intrinsecamente più efficiente e, contrariamente all'irraggiamento indiretto, non ha legami con la produzione di armi nucleari. Esso è stato oggetto di studi con notevoli sforzi in Giappone, Europa e USA.



Figura 1.4: Processo *step-by-step* di fusione inerziale a irraggiamento indiretto. FONTE: Clery D. (2011), “Step by step, NIF Researchers Trek Toward the Light”, 334, *Science*

Tuttavia, il metodo di irraggiamento diretto soffre di alcune mancanze fondamentali: ad esempio, ovviare alla necessità di ottenere un’implosione quasi perfettamente simmetrica del bersaglio che permetta di realizzare l’ignizione convenzionale (denominata “centrale”).

Sviluppi molto recenti hanno portato all’identificazione di un nuovo schema di fusione, chiamato “ignizione veloce” (*fast ignition*), proposto per la prima volta nel 1993 e consistente nella separazione della fase di compressione del combustibile dalla generazione dell’*hot spot*. In breve, la fase di compressione è espletata da un primo fascio laser, mentre nella fase di riscaldamento un fascio di elettroni o protoni, generato da un secondo raggio laser, rilascia nel combustibile implosa abbastanza energia da indurre l’ignizione e far propagare l’onda di combustione.

Il processo risulta energeticamente più efficiente, consentendo, in linea di principio, di conseguire l’ignizione con impulsi laser di energia molto minore di quelli necessari allo schema classico a ignizione centrale: nella fase di compressione, infatti, la densità richiesta è molto minore ($300\text{-}400\text{ kg/m}^3$) e non sussistono più i vincoli di simmetria e convergenza.

Il prezzo da pagare consiste nel disporre di una sorgente capace di creare l’*hot spot* nel combustibile compresso concentrando l’energia necessaria nello spazio e nel tempo. Per facilitare l’accoppiamento del secondo impulso al plasma compresso, si utilizza la configurazione “a guida conica”: nel bersaglio sferico si inserisce un cono cavo, generalmente aureo, in cui si propaga il fascio intenso, che così procede nel vuoto e raggiunge il combustibile senza dover attraversare uno spesso strato di plasma.

La fisica associata alla generazione, al trasporto e al rilascio di energia di questo fascio di particelle non è stata ancora ben compresa e rappresenta la sfida principale dell’ignizione veloce: la verifica sperimentale della fattibilità di questo processo è affidata all’impianto HiPER.

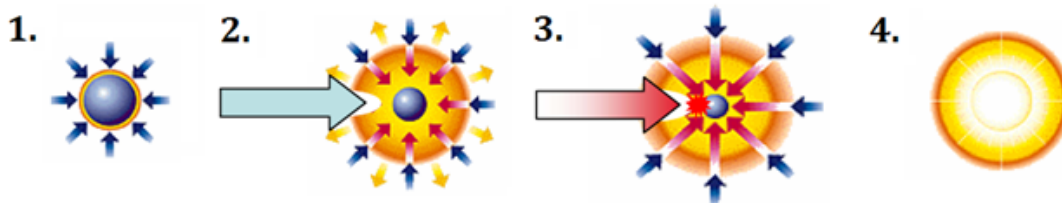


Figura 1.5: Fusione inerziale a ignizione veloce: l'*hot spot* viene creato da un impulso laser ultraintenso nel combustibile compresso. 1-2) irraggiamento simmetrico e implosione; 3) creazione dell'*hot spot* con un impulso tale da superare la corona di plasma a bassa densità e incidere sul nucleo di combustibile compresso; 4) reazione del combustibile ed esplosione.

1.3 Attuali sistemi di ICF operativi nel mondo e prospettive

Quando fu proposta per la prima volta intorno agli anni '70, la ICF sembrava essere un approccio pratico alla produzione di potenza elettrica da fusione e il suo settore fiorì. Gli esperimenti effettuati nel corso degli anni '70 e '80 dimostrarono che l'efficienza di questi dispositivi era molto minore di quanto ci si fosse aspettato. Durante gli anni '80 e '90 furono condotti molti esperimenti al fine di capire la complessa interazione del laser ad alta intensità con il plasma. Tuttavia, a causa di limitazioni nella tecnologia laser, il progresso verso la ICF come un metodo fattibile di produzione di energia subì un rallentamento.

Le ultime scoperte nella tecnologia laser hanno portato alla costruzione della *National Ignition Facility* e alla futura *High Power laser Energy Research facility*. Entrambi questi impianti cercano di ottenere un guadagno netto di energia nel processo di fusione.

National Ignition Facility

Il *National Ignition Facility* (NIF), letteralmente "Struttura Nazionale per l'Ignizione", è un progetto promosso dal Dipartimento dell'Energia (DOE) degli Stati Uniti d'America. Collocato presso il Lawrence Livermore National Laboratory, attualmente è il più grande ed energetico dispositivo per la fusione a confinamento inerziale, nonché il primo che dovrebbe riuscire a raggiungere l'obiettivo dell'ignizione. Capace di produrre oltre 500 TW di luce laser ultravioletta, concentrando sul bersaglio i suoi 192 raggi laser il NIF può produrre temperature di centinaia di milioni di gradi Kelvin e pressioni miliardi di volte maggiori di quella atmosferica.

NIF punta a creare un singolo impulso laser da 1.8 MJ che raggiunga il bersaglio da più direzioni allo stesso tempo nell'arco di pochi picosecondi. L'impianto è stato progettato principalmente per usare il metodo dell'irraggiamento indiretto: nel caso del NIF, l'elevata potenza rilasciata permette l'uso di bersagli molto più grandi; il diametro di progetto del pellet è di circa 2 mm.

Il processo è piuttosto efficiente: dei 4 MJ iniziali di energia rilasciati dall'impulso laser, 1.8 MJ sopravvivono alla conversione in raggi ultravioletti e circa la metà in conversione in raggi X nell'*hohlraum*; di questi, circa il dieci per cento viene assorbito dallo strato superficiale del bersaglio. L'onda d'urto creata da questo riscaldamento comprime il combustibile al centro del bersaglio portandolo da una densità iniziale di 11340 kg/m^3 ad una densità massima di 106 kg/m^3 . Questa compressione porterebbe, in linea teorica, a un rilascio di energia da fusione pari a circa 20 MJ.

Sebbene il NIF sia stato progettato come dispositivo da irradiazione indiretta, l'energia del laser è abbastanza elevata da permettere anche l'irraggiamento diretto, malgrado l'applicazione di questo metodo implichi notevoli variazioni strutturali.

High Power laser Energy Research facility

L'*High Power Laser Energy Research facility* (HiPER) è destinato principalmente agli studi sulla fusione a confinamento inerziale, in particolare è il progetto che più intende avvicinarsi all'energia da fusione a scopi commerciali. Questo progetto è stato accettato nell'ottobre 2006 da una partnership internazionale ed è costituito da una fase preparatoria della durata di tre anni (2008-2011), seguita da una serie di test tecnologici effettuati sul laser PETAL² (2011-2014), a sua volta seguita dalla fase di costruzione. Lo stato favorito ad ospitare la struttura è attualmente il Regno Unito.

Per comprendere quale contributo originale e alternativo può dare HiPER alla ricerca sulla fusione, alla luce della disponibilità di impianti come NIF sopra descritti, occorre considerare innanzitutto alcuni requisiti di un reattore per produzione di energia elettrica basato sulla fusione inerziale. Se l'ignizione è un requisito essenziale, molte altre sono le condizioni da soddisfare per realizzare un reattore in grado di immettere potenza nella rete elettrica: ad esempio, l'energia prodotta deve superare largamente l'energia impiegata per operare il laser e l'impianto deve avere una elevata frequenza di operazione.

Il progetto HiPER, essendo esclusivamente civile e avendo come obiettivo principale lo studio della fusione inerziale come fonte di energia, non ha alcun interesse per l'irraggiamento indiretto, essendo questo finalizzato a simulare le condizioni che si verificano nella deflagrazione di un ordigno nucleare e a garantire il massimo dell'uniformità di irraggiamento.

Tuttavia, facendo affidamento al metodo diretto, il progetto risente del principale difetto di quest'ultimo, legato alla disuniformità dell'irradiazione e quindi a una potenziale irregolarità dell'implosione: per questo motivo uno degli obiettivi di HiPER è la verifica della fattibilità sperimentale della *fast ignition*, cui già abbiamo accennato.

È evidente quindi che HiPER, pur essendo di dimensioni inferiori a NIF, è comunque una struttura complessa, ambiziosa e tecnologicamente molto avanzata. La costruzione del sistema dovrebbe richiedere cinque anni: siccome si è appena conclusa la fase progettuale, HiPER potrebbe divenire operativo verso il 2016.

²PETAL (*PETawatt Aquitaine Laser*), situato nell'Aquitania francese, è il laser tramite il quale verranno effettuati gli esperimenti necessari a verificare la fattibilità del progetto HiPER.

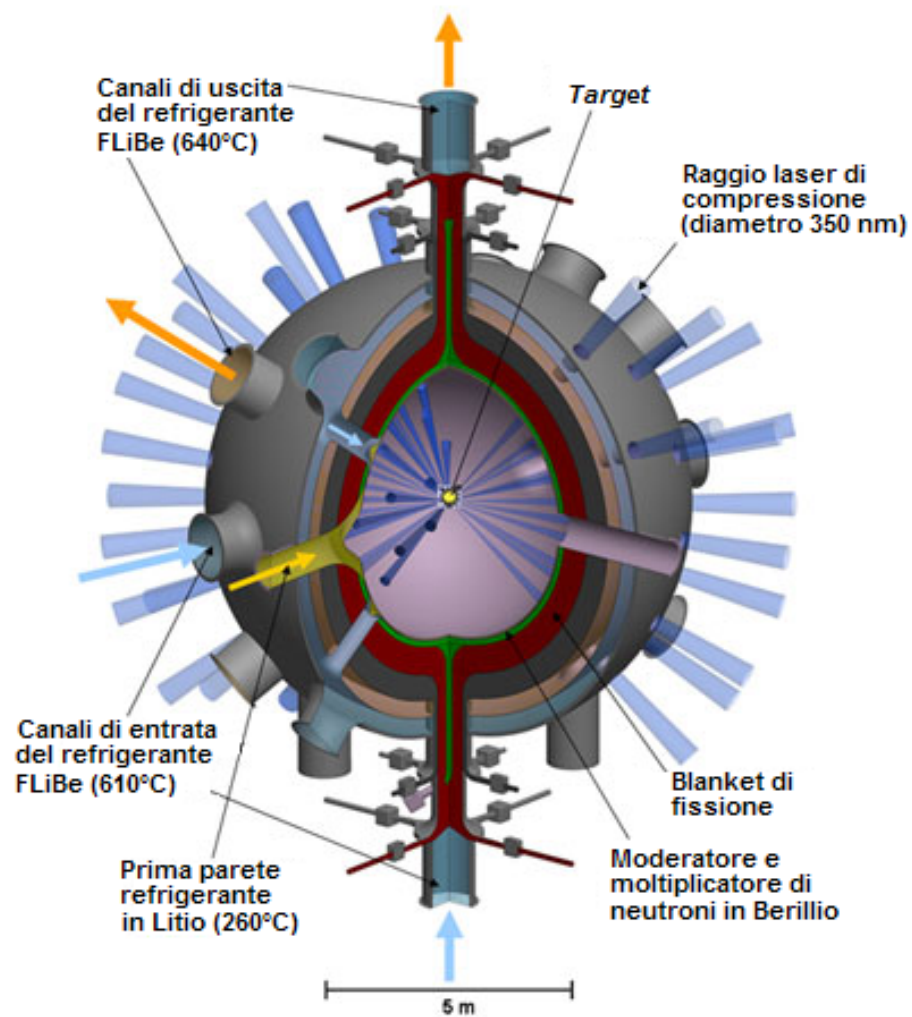


Figura 1.6: Struttura della *target chamber* del National Ignition Facility. FONTE: *SciLogs*, <http://www.sciloggs.de/>

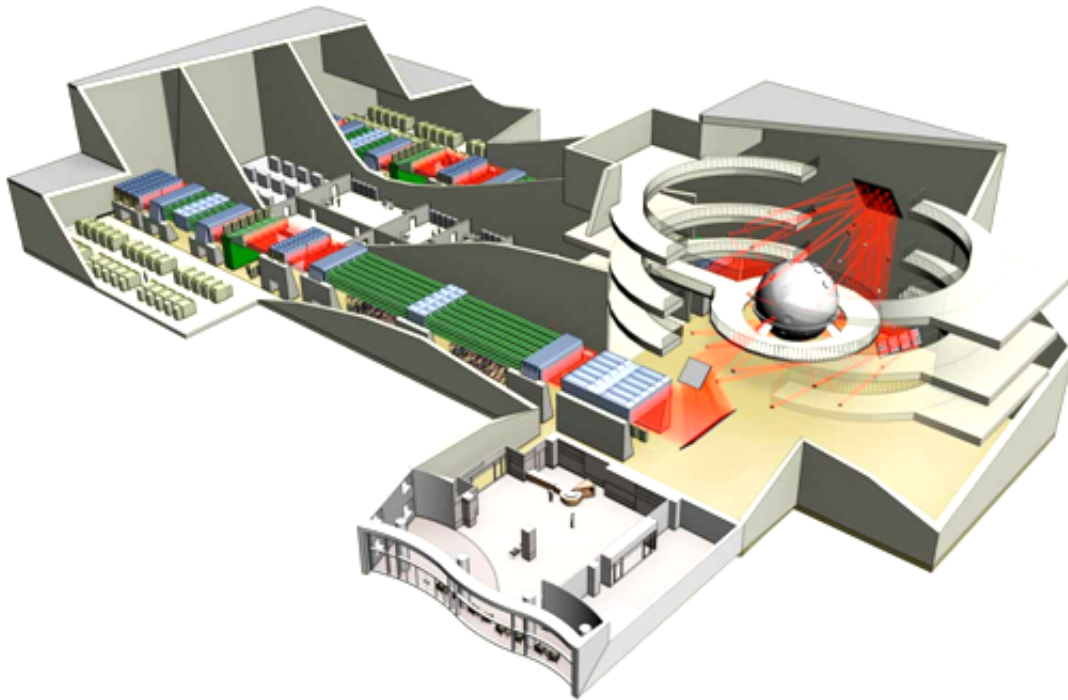


Figura 1.7: Schema tridimensionale della *facility* HiPER: a destra è possibile vedere la *target chamber* sferica sperimentale, su cui convergono 60 fasci laser riflessi dal *driver* (visibile nella parte sinistra dell'edificio); lo specchio centrale è il punto di raccordo tra le due strutture. FONTE: *Sampson B.* (2006), “*Fast track to fusion*”, *Professional engineering: energy focus*

Capitolo 2

Fusione nucleare indotta da esplosione coulombiana

2.1 Introduzione

Secondo quanto descritto nel primo capitolo, la produzione di neutroni veloci rappresenta per convenzione il segnale dell'effettivo evento di fusione: questi neutroni altamente energetici vengono rilevati nella generazione di plasmi prodotti da laser ad alta intensità con frequenza dell'ordine del picosecondo.

Purtroppo, l'interazione tra laser e bersaglio descritta nel capitolo precedente permette di raggiungere alte energie – necessarie all'innesco della reazione – solo tramite impianti di grandi dimensioni e con laser a basso rateo di ripetizione, all'incirca un impulso all'ora.

Recentemente, sono stati condotti alcuni esperimenti volti ad esaminare l'interazione tra impulsi molto brevi (pochi femtosecondi) di luce laser ultraintensa e aggregati atomici o molecolari chiamati *cluster*; molti gruppi di ricerca hanno rilevato che queste interazioni possono essere molto energetiche. Il risultato più significativo ottenuto da questi esperimenti è l'emissione da parte di tali aggregati, se irradiati da una luce laser di intensità superiore ai 10^{15} W/cm^2 , di ioni ad alta energia, perfino dell'ordine di 1 MW. Questo elevato rilascio di energia cinetica attraverso ioni veloci può essere utilizzato per indurre fusione nucleare in una maniera alternativa rispetto al confinamento inerziale.

In questo capitolo si analizzeranno le caratteristiche del processo di produzione di ioni veloci a partire dall'irradiazione laser su cluster atomici.

2.2 Descrizione del fenomeno

2.2.1 Che cos'è un cluster atomico

C'è una sempre maggiore domanda di sviluppo di materiali avanzati con proprietà nuove ed esotiche per varie applicazioni tecnologiche. In questa ricerca, gli scienziati hanno concentrato la loro attenzione sui cosiddetti *cluster*.

Un cluster può essere definito come un aggregato di particelle, atomi o molecole, trattenute da interazioni che possono spaziare dai deboli legami di van der Waals ai forti legami ionici. In questi cluster, quasi tutti i costituenti si trovano sulla superficie o in prossimità della stessa, cosa che li distingue dai liquidi o dai solidi. A causa di questo effetto superficiale, le proprietà di un cluster possono essere significativamente alterate con la perdita o l'aggiunta di una singola particella. Questo porta ad una variazione delle proprietà elettriche, magnetiche, ottiche, chimiche e catalitiche, che quindi dipendono strettamente dalla dimensione.

Lo studio dei cluster è considerato fondamentale per la comprensione delle proprietà dei materiali, in quanto essi rappresentano il ponte di collegamento tra il livello atomico/molecolare e il livello *bulk* (tipico della fase liquida o solida): la loro differenza rispetto alle molecole consiste nel non avere una composizione strutturale definita e nell'elevata variabilità del numero di componenti.

Per cluster piccoli, le variazioni nelle proprietà sono considerevoli e non dipendono linearmente dalla dimensione. Per cluster più grandi, la dipendenza dalla dimensione tende ad indebolirsi gradualmente e c'è una lenta convergenza delle proprietà verso quelle corrispondenti alle fasi *bulk*. Questi cluster larghi hanno dimensioni dell'ordine del nanometro, il che li classifica come piccole nanoparticelle.

Nel campo della fisica chimica, i cluster sono stati usati come sistemi-modello per comprendere come le proprietà di un sistema cambino a seconda della variazione del grado di aggregazione. Questi studi hanno permesso di comprendere meglio le interazioni intermolecolari che mantengono la struttura del cluster. La stabilità, la struttura, la reattività e altre proprietà dei cluster sono fortemente dipendenti dal tipo di interazioni tra le specie chimiche componenti il cluster.

Produzione dei cluster

Generalmente, sono necessari getti di gas a basse temperature (prossime a quelle dell'azoto liquido) e alte pressioni per formare cluster di gas leggeri in maniera efficace. Il fenomeno di *clustering* avviene a causa del raffreddamento associato con l'espansione adiabatica del gas nel vuoto.

I cluster vengono creati con un getto di gas di deuterio ed eventualmente trizio, criogenicamente raffreddati, a oltre 70 atm. La miscela gassosa ottenuta viene quindi fatta espandere supersonicamente attraverso un ugello; in queste condizioni, la temperatura del gas scende drasticamente (77 K) e la condensazione degli atomi e delle molecole porta alla nucleazione dei cluster.

2.2.2 L'utilizzo dei laser in applicazioni di fisica nucleare

Oggi, in numerosi laboratori del mondo la materia viene portata alle condizioni estreme di un plasma con temperature fino a miliardi di gradi usando specchi per focalizzare la luce sul bersaglio: questo fenomeno sta alla base del funzionamento di un dispositivo *laser*. Un laser (*Light Amplification of Stimulated Emission Radiation*) è in grado di emettere un fascio di luce coerente, monocromatica, e generalmente concentrata in un raggio rettilineo collimato.

La tecnologia di generazione e amplificazione degli impulsi ultrabrevi permette di concentrare quantità 'ordinarie' di energia in tempi estremamente corti (femtosecondi, 10^{-15} s). Mettendo insieme questi numeri, appare la possibilità di realizzare intensità di irraggiamento dell'ordine di 10^{23} W/cm², cioè circa 24 ordini di grandezza oltre l'intensità della luce solare sulla superficie della Terra. Tali impulsi superintensivi aprono la via a regimi di interazione laser-materia che vanno oltre l'ambito tradizionale della fisica, dell'ottica e dell'elettronica quantistica, aprendo allo studio di applicazioni scientifiche che sono tradizionalmente associate alla fisica nucleare e delle particelle.

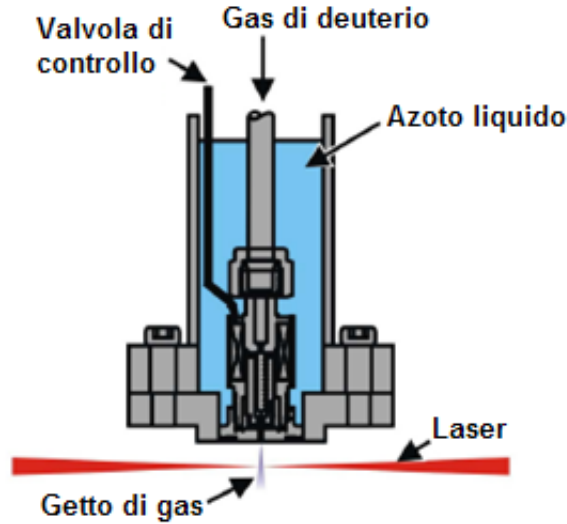


Figura 2.1: Struttura dell'ugello di raffreddamento del gas di deuterio per la produzione di cluster. FONTE: Nam S. et al. (2008), "High-energy ion emission from deuterium clusters by using an intense femtosecond laser", *Journal of the Korean Physical Society*, 52, 4, 1020-1025

Al crescere dell'intensità I dell'impulso laser, l'interazione laser-materia entra in regimi ancora largamente inesplorati. Per $I \geq 10^{16} \text{ W/cm}^2$ il campo elettrico dell'onda elettromagnetica diviene maggiore del campo che tiene legato l'elettrone nell'atomo di idrogeno; oltre questo limite, quindi, l'impulso laser è in grado di produrre una ionizzazione istantanea della materia, portandola ad uno stato di plasma.

Altra quantità che caratterizza fortemente l'interazione superintensa è la pressione di radiazione $P = I/c$ che può assumere valori sino a 10^{11} N/cm^2 . In tale regime la pressione di radiazione domina largamente l'idrodinamica del plasma prodotto, imprimendo alla materia accelerazioni estreme. Inoltre, poiché la forza media dell'impulso laser agisce effettivamente sugli elettroni, quantità macroscopiche di questi ultimi possono essere separate spazialmente dagli ioni generando intensi campi elettrostatici.

Per sistemi laser al femtosecondo, l'interazione è ulteriormente caratterizzata dalla brevità dell'impulso. Questa durata ultrabreve consente di avere regimi di interazione fortemente non-adiabatici, permettendo un trasferimento efficiente dell'energia dell'impulso al plasma.

2.2.3 Dal raggio laser all'esplosione coulombiana

Nell'istante immediatamente successivo all'irraggiamento intervengono sul cluster, consequenzialmente, due tipi di processi: quelli 'primari' di accelerazione sono direttamente dipendenti dall'azione del campo elettromagnetico del laser sulle particelle e, malgrado siano molto efficienti nell'accelerare gli elettroni, hanno un'influenza trascurabile sull'energia della popolazione protonica o neutronica; quelli 'secondari' coinvolgono il trasferimento dell'energia depositata negli elettroni dal laser sulle altre particelle e sui fotoni.

Per campi laser molto intensi, la ionizzazione degli atomi è praticamente istantanea e il cluster si trasforma in plasma, entro pochi femtosecondi dall'arrivo dell'impulso. Questo significa che possiamo considerare il target come un plasma fin dall'istante iniziale.

L'energia dell'impulso laser scorre dai fotoni del laser agli elettroni, e successivamente agli ioni e ai fotoni ad alta energia e infine ai neutroni. Ci sono forti evidenze sperimentali di questo iter *step-by-step*; numerosi esperimenti con target solidi hanno dimostrato che le energie degli ioni emessi sono direttamente proporzionali alla temperatura degli elettroni.

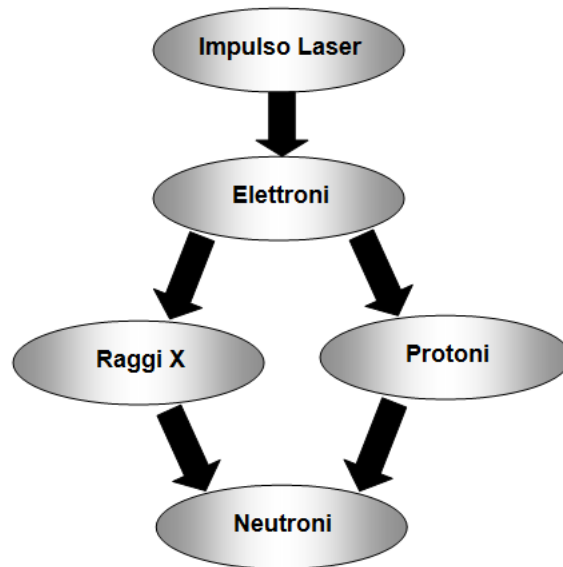


Figura 2.2: Schema *step-by-step* del processo di trasferimento dell'energia.

Sugli elettroni agiscono due tipi di forze elettromagnetiche: la forza elettrica e la forza ponderomotrice¹.

La forza elettrica è dovuta all'azione diretta del campo elettrico del raggio laser e porta a una veloce oscillazione degli elettroni attorno alla loro posizione iniziale. La forza ponderomotrice può diventare importante per impulsi molto brevi e l'accelerazione risultante tende a spingere gli elettroni con una specie di 'effetto spazzaneve': il flusso elettronico risultante sarà quindi indirizzato in maniera predominante verso la direzione frontale. Per un impulso gaussiano che si propaga in un plasma, la forza ponderomotrice crea una sorta di tunnel, dentro cui rimangono solo pochi elettroni.

¹In fisica, la forza *ponderomotrice* è una forza non lineare che una particella carica sperimenta in un campo elettrico oscillante non omogeneo. La forza ponderomotrice è espressa da

$$\mathbf{F}_P = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi\omega^2} \nabla E^2$$

dove e è la carica elettrica della particella, m è la massa, ω è la frequenza angolare di oscillazione del campo, E è l'ampiezza del campo elettrico (si noti che ad ampiezze abbastanza basse, il campo magnetico esercita forze di trascurabile entità).

Questo significa che, poco dopo il passaggio dell'impulso, la regione di plasma diventa carica positivamente. Questo porta al processo secondario di accelerazione, che agisce sulle rimanenti particelle, gli ioni positivi: infatti, nella regione positiva creata dalla forza ponderomotrice del campo laser possono agire forze elettromagnetiche molto intense.

Il risultato è l'esplosione di tutta la regione carica positivamente. Questo processo secondario è chiamato esplosione coulombiana ed è il principale processo di accelerazione per la popolazione di ioni o protoni. Se gli elettroni sono espulsi dall'impulso laser da un volume dato di plasma, la forza che agisce sugli ioni sarà

$$F_C = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{av}^2}$$

dove $r_{av} \approx n_i^{-1/3}$ è la distanza media tra gli ioni, con n_i densità degli ioni ($\sim 3 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ nel deuterio).

I modelli di fluidodinamica o i modelli sull'esplosione coulombiana, a seconda dell'intensità o della durata dell'impulso laser, vengono frequentemente impiegati per spiegare i risultati sperimentali.

Nel regime idrodinamico, che è dominante per intensità più basse e impulsi prolungati, gli elettroni vengono mantenuti nel plasma tramite l'attrazione dei vicini ioni e il plasma viene riscaldato a temperature molto alte. Un incremento di pressione causa l'espansione idrodinamica del plasma, con gli elettroni che conducono l'espansione a causa della loro elevata mobilità, trascinandosi dietro gli ioni.

Nel regime coulombiano, che è dominante per intensità maggiori, impulsi più brevi e cluster piccoli e a basso Z (ad esempio, idrogeno), tutti gli elettroni vengono espulsi e la ionizzazione è pressoché istantanea; si verifica una pura esplosione coulombiana, limitata solo dall'inerzia degli ioni. Si parla allora di “*ionizzazione verticale*”.

Perché la scelta dei cluster

Nel caso di bersagli gassosi, l'esplosione avverrebbe essenzialmente nella direzione radiale, la qual cosa può rappresentare sovente un problema nel caso in cui si cercasse, come nella maggior parte delle applicazioni, un fascio collimato di particelle. Un'altra limitazione può essere dovuta al valore massimo della densità del bersaglio gassoso.

Esistono tuttavia forti evidenze sperimentali del fatto che la presenza di cluster atomici all'interno di un getto di gas possa incrementare significativamente la deposizione di energia dall'impulso laser all'interno del bersaglio e che possa aumentare la produzione di particelle ad alta energia. I cluster infatti possiedono una densità locale di elettroni e atomi molto maggiore della densità media del gas, grazie alla quale interagiscono efficacemente con la radiazione laser.

2.2.4 Conclusioni e futuri scenari

L'esperimento effettuato è schematizzato in Figura [2.3].

Un impulso laser molto breve ad alta intensità è focalizzato sul gas di cluster di deuterio e lo riscalda molto rapidamente. Conseguentemente questi cluster esplodono, emettendo ioni deuterio con energie di molti keV. Questo processo crea un filamento di plasma con un diametro dell'ordine di

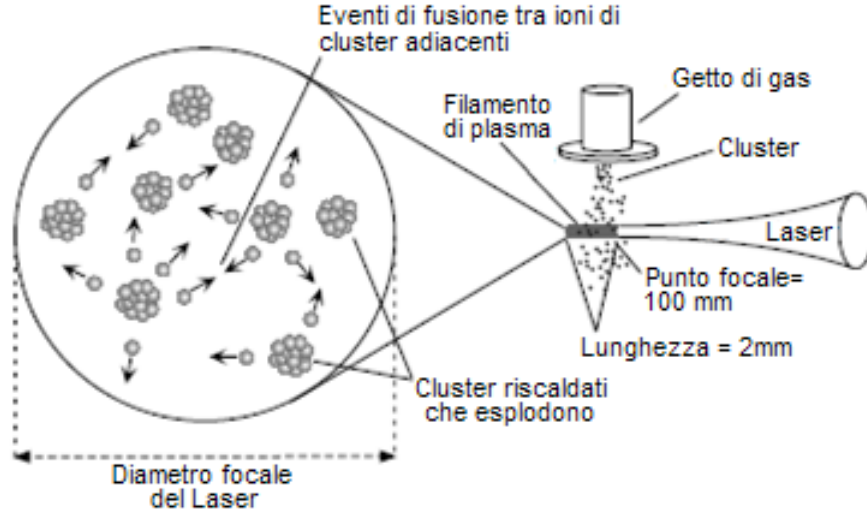
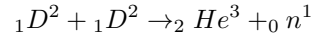


Figura 2.3: Schema riassuntivo dell'apparecchiatura sperimentale: a destra è visibile l'impulso laser che irraggia il getto di gas di cluster. Al centro, il tratto scuro rappresenta il filamento di plasma. FONTE: Ditmire T. et al. (1999), "Nuclear fusion from explosion of femtosecond laser-heated deuterium clusters", *Nature*, 398, 489-492

quello della sezione trasversale del fascio laser ($\sim 200 \mu\text{m}$) e una lunghezza comparabile all'estensione del *plume* di gas ($\sim 2 \text{ mm}$). Se l'energia degli ioni è sufficientemente alta, la reazione di fusione nucleare deuterio-deuterio ha alte probabilità di verificarsi. La nota firma del processo è costituita dal neutrone prodotto dalla reazione



I veloci ioni deuterio eiettati dai cluster in esplosione possono collidere con gli ioni emessi dagli altri cluster nel plasma. Il diagramma in Figura [2.4] mostra il tempo di volo dei neutroni a 62 cm dal plasma ($t=0$ è il momento in cui l'impulso laser interagisce con il bersaglio). L'ampio picco mostra la presenza di neutroni a 2.45 MeV a un tempo di volo di $28.6 \pm 1 \text{ ns}$. È stata rilevata una produzione di neutroni uniforme in tutte le direzioni, la qual cosa significa che si stava verificando fusione da parte degli ioni ad alta temperatura isotropicamente distribuiti nel plasma.

Ulteriori esperimenti compiuti su un apparato sperimentale analogo a quello presentato hanno condotto a risultati più approfonditi sulla dinamica dell'esplosione coulombiana di cluster.

A titolo di esempio, è stata rilevato che il rateo di fusione dei cluster dipende fortemente dalla dimensione del cluster: l'energia massima prodotta nell'esplosione, infatti, dipende dal quadrato del raggio iniziale del cluster secondo la formula

$$E_{max} = \frac{\bar{q} n_i e^2 r_i^2}{3\epsilon_0}$$

dove \bar{q} = lo stato di carica medio del cluster.

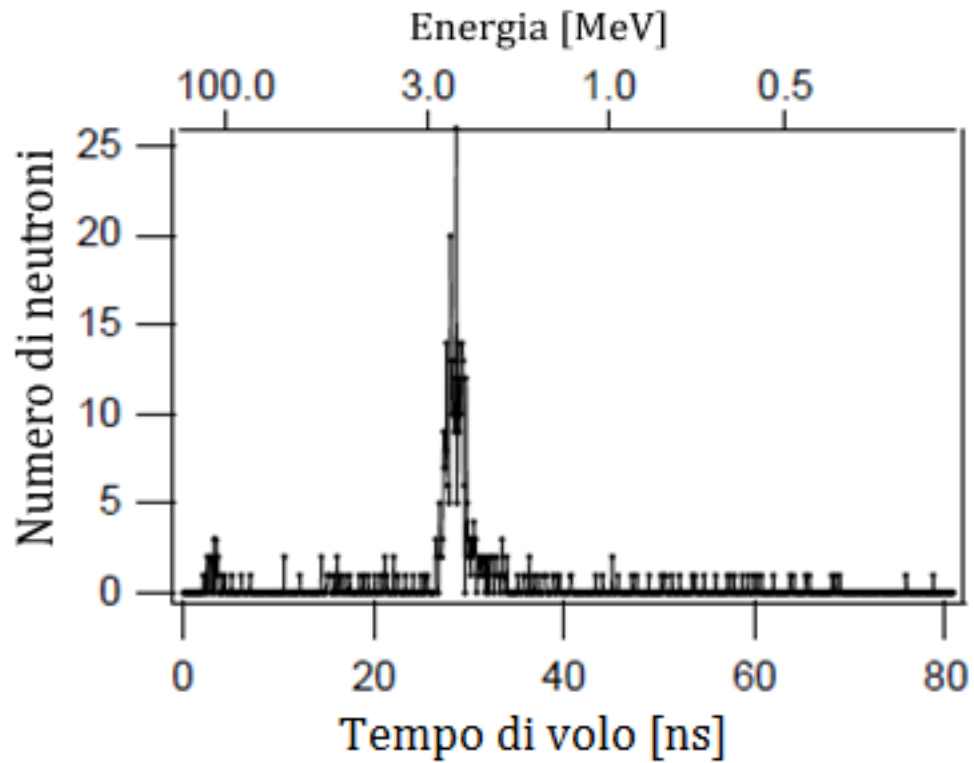


Figura 2.4: Numero di neutroni rilevati tramite un detector posto alla distanza di 62 cm dal target; il picco si verifica intorno ai 2.45 MeV, caratteristico della fusione deuterio-deuterio. FONTE: Zweiback J. et al. (2000), “Nuclear fusion driven by coulomb explosions of large deuterium clusters”, *Physical Review Letters*, 84, 12, 2634-2637

Da questa equazione è possibile vedere che un raggio iniziale di 25 Å è sufficiente per produrre ioni dotati dell'energia necessaria all'innescio della reazione di fusione ($E_{max} = 1.1$ keV).

In Figura [2.5] è rappresentata la produzione di neutroni di fusione in funzione del diametro del cluster, utilizzando un getto di gas di deuterio a una pressione di 55 atm.

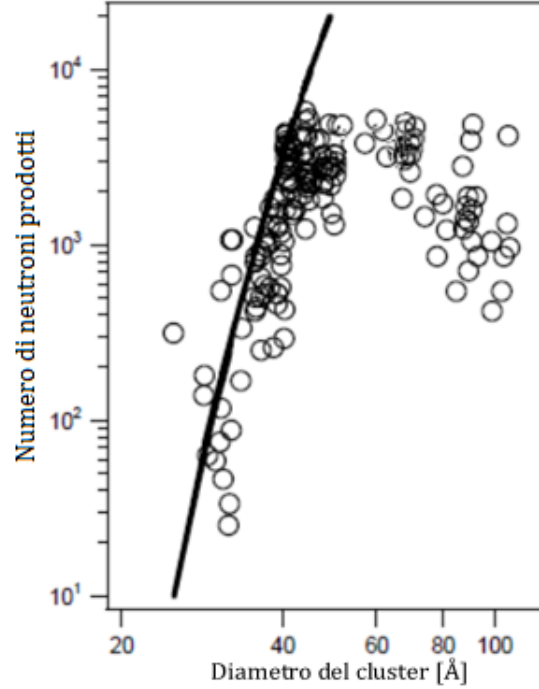


Figura 2.5: Produzione di neutroni in funzione del diametro del cluster. FONTE: Zweiback J. et al. (2000), “Nuclear fusion driven by coulomb explosions of large deuterium clusters”, *Physical Review Letters*, 84, 12, 2634-2637

Dal grafico si nota che per diametri minori la produzione di neutroni cresce proporzionalmente all'aumentare della dimensione del cluster; da un certo valore gli effetti di propagazione impediscono al laser di penetrare nella regione ad alte densità del bersaglio gassoso, diminuendo il rateo di fusione. I dati sperimentali vengono confrontati con l'andamento teorico, rappresentato dalla linea continua.

Ulteriori esperimenti hanno confrontato le prestazioni di fusione tra cluster omonucleari ed eteronucleari. Per un cluster omonucleare in cui le cariche sono uguali tra loro, l'energia cinetica per ione vale

$$E(R_0) = \frac{4}{3}\pi B q^2 n_i R_0^2$$

dove $B = \text{costante} = 14.385$ eV.

Questa equazione implica che l'energia cinetica degli ioni aumenti con la carica q . Quindi atomi multielettronici, che possono quindi essere altamente ionizzati, daranno origine a ioni dotati di un'energia cinetica considerevolmente maggiore. Si può pensare dunque di utilizzare cluster

eteronucleari costituiti da ioni deuterio leggeri e ioni pesanti: i vantaggi riscontrati sono un forte aumento dell'energia cinetica e un accrescimento dell'espansione radiale degli ioni deuterio D^+ .

Anche l'interazione tra cluster adiacenti è interessante. Quando la separazione inter-cluster è molto maggiore del loro diametro, l'esplosione di N cluster differenti dà semplicemente N volte ioni in più, con lo stesso spettro energetico. Tuttavia, le simulazioni mostrano che l'energia degli ioni risultanti dall'esplosione di due cluster adiacenti, con una separazione quasi uguale al loro diametro, è due volte maggiore rispetto all'energia degli ioni provenienti dagli stessi cluster isolati. Per cluster ancora più vicini, i campi di esplosione tendono a compensarsi a vicenda nella regione di contatto e questo aumento di energia diminuisce.

Capitolo 3

Modello fisico per l'esplosione di un cluster di deuterio

Nei capitoli precedenti è stata presentata una visione generale del fenomeno dell'esplosione coulombiana come possibile alternativa per ottenere fusione nucleare. In questo capitolo si entrerà più in dettaglio nei fenomeni fisici che portano agli effetti descritti: la seguente analisi si basa su modelli approssimati, cui si aggiungeranno di volta in volta dei vincoli per una descrizione più realistica del processo.

3.1 Analisi dell'evoluzione della distribuzione degli elettroni

A seguito dell'irraggiamento del cluster da parte del laser, gli elettroni sfuggono secondo una specifica dinamica: mentre una frazione di essi viene spazzata via quasi istantaneamente, l'altra viene intrappolata per effetto del campo elettrostatico indotto dalla presenza degli ioni ed è possibile valutarne l'evoluzione temporale.

Com'è noto, la causa prima del processo di espansione del plasma è l'agitazione termica degli elettroni che, lasciati liberi di muoversi, si distribuiscono nella configurazione di equilibrio termodinamico molto più rapidamente rispetto al moto degli ioni. In questo capitolo ci si propone di studiare tale configurazione raggiunta dagli elettroni in una sferetta a seguito dell'irraggiamento da parte di un raggio laser.

In primo luogo verrà determinato il campo elettrico, che permetterà di valutare come vari la disposizione degli elettroni a seconda delle configurazioni iniziali considerate; in secondo luogo verrà analizzata la distribuzione della velocità degli elettroni, che consente di verificare se gli elettroni abbiano un'energia tale da sfuggire al campo elettrostatico attrattivo o meno. In ultima analisi, si calcolerà il potenziale elettrostatico.

3.1.1 Introduzione al modello fisico

Il modello fisico utilizzato considera una sfera di raggio R , nella quale inizialmente ioni ed elettroni sono distribuiti uniformemente. L'impulso del raggio laser provoca la ionizzazione e l'agitazione termica degli elettroni all'interno della sfera: la velocità iniziale degli elettroni dipende dall'inten-

sità del raggio laser. Si ipotizza, invece, che gli ioni inizialmente rimangano fermi: tale ipotesi è avvalorata dal fatto che gli elettroni raggiungano una configurazione di equilibrio termodinamico molto più rapidamente degli ioni.

A causa della separazione di cariche elettriche positive (ioni) e negative (elettroni) si genera un campo elettrico: tale campo attira nuovamente una parte di elettroni, che rimangono all'interno della sfera. Si valuterà quindi la frazione di elettroni all'interno della sfera e come essa si modifichi in funzione del tempo, sperimentando diversi scenari al variare della velocità iniziale.

3.1.2 Determinazione del campo elettrico

La simmetria del sistema fisico considerato è tale da poter considerare il campo elettrico solo nella sua componente radiale. Di seguito, tutte le grandezze fisiche verranno espresse in unità di misura di Gauss, anziché in unità di misura del Sistema Internazionale.

Per definizione, il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica di raggio r è:

$$\Phi_E(r) = 4\pi r^2 E(r)$$

Applicando il teorema di Gauss¹,

$$\Phi_E(r) = 4\pi Q(r)$$

Uguagliando si ottiene

$$4\pi Q(r) = 4\pi r^2 E(r)$$

da cui

$$E(r) = \frac{Q(r)}{r^2}$$

Avendo supposto che la distribuzione delle cariche positive sia sempre contenuta all'interno della sfera di riferimento, è possibile esprimere $Q(r)$ come:

$$Q(r) = \begin{cases} (\frac{4}{3}\pi r^3)\rho_i - eN(r) & r < R \\ (\frac{4}{3}\pi R^3)\rho_i - eN(r) & r > R \end{cases}$$

Allo stesso modo l'intensità del campo elettrico sarà:

$$E(r) = \begin{cases} (\frac{4}{3}\pi r)\rho_i - \frac{e}{r^2}N(r) & r < R \\ (\frac{4}{3}\pi \frac{R^3}{r^2})\rho_i - \frac{e}{r^2}N(r) & r > R \end{cases}$$

Dove

¹Dato un campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito come $\mathbf{F} = C \frac{\hat{r}}{r^2} = C \frac{\vec{r}}{r^3}$, dove C è una costante e $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$ (indicando con r la sua norma e con \hat{r} il suo versore), data una superficie Σ che contenga l'origine e tale che ogni semiretta uscente dall'origine intersechi la superficie una e una sola volta, il teorema di Gauss (o teorema del flusso) asserisce che

$$\Phi(\mathbf{F}) = C \int_{\Sigma} d\Omega = 4\pi C$$

ρ_i	= densità di carica ionica;
e	= carica dell'elettrone;
R	= raggio della sfera di riferimento;
N	= numero degli elettroni.

Dal bilancio delle forze in gioco $m\mathbf{a} = -e\mathbf{E}(r)$ e dalla definizione di velocità si ottiene:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m}E(r)\mathbf{u}_r \end{cases}$$

con m = massa dell'elettrone

3.1.3 Analisi della distribuzione delle velocità

Nel modello fisico considerato, si ipotizza che la distribuzione iniziale di velocità $f(\mathbf{v})$ degli elettroni sia quella di Maxwell-Boltzmann. Tale assunzione è valida nel caso in cui il sistema sia perfettamente termalizzato, ovvero le particelle siano distinguibili, il sistema sia lineare e isotropo. Pertanto, i calcoli numerici utilizzati prevedono di determinare, per ogni elettrone, una velocità iniziale tale da soddisfare la suddetta ipotesi. La distribuzione iniziale di velocità vale quindi:

$$f(\mathbf{v}) = \text{cost} \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) = \text{cost} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{2v_t^2}\right)$$

Dove

$$v_t = \sqrt{\frac{k_b T}{m}} = \text{velocità termica}$$

Utilizzando delle variabili adimensionate si ricava

$$\hat{v}_t = \frac{k_b T}{\frac{N_0 e^2}{R}}$$

che rappresenta il rapporto tra l'energia cinetica media di un elettrone e l'energia potenziale necessaria ad un elettrone posto sulla superficie di una sfera di raggio R e carica $+eN_0$ (ossia, la carica totale dei protoni) per sfuggire al campo elettrostatico attrattivo.

In base alla definizione della velocità termica è possibile dedurre che, a seconda del valore iniziale assunto, la configurazione finale degli elettroni all'interno della sfera di raggio R sarà differente. Infatti, nel caso in cui $v_t \ll 1$, l'energia cinetica associata alla maggior parte degli elettroni non è tale da permettere loro di abbandonare la sfera. In questa situazione prevale l'influenza del campo elettrostatico attrattivo. Differente soluzione si ottiene quando $v_t \gg 1$: qui la maggior parte degli elettroni fuoriesce dalla sfera e sono pochi quelli che vi rimangono all'interno.

3.1.4 Determinazione del potenziale elettrostatico

Data la relazione tra campo elettrico e potenziale

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

ed essendo il campo elettrico radiale, si ha

$$\vec{E} = -\frac{d\Phi}{dr}\hat{u}_r$$

Integrando, si ottiene il potenziale elettrostatico

$$\Phi(r) = -\int_0^r E(r')dr' + C$$

La costante di integrazione C è determinata in modo tale da avere potenziale nullo per un raggio infinito. Ciò si ottiene considerando che oltre l'ultimo elettrone non vi è più alcuna carica; quindi il campo è nullo per il teorema di Gauss. Infatti, se la carica Q è nulla anche E è nullo, in quanto vale la relazione:

$$4\pi r^2 E(r) = 4\pi Q(r)$$

Il modello utilizzato per determinare il potenziale ipotizza la carica dell'elettrone distribuita su una sfera, permettendo di ricondursi ad un problema di simmetria sferica, evitando così il calcolo tridimensionale.

3.2 Analisi dell'evoluzione della distribuzione di ioni ed elettroni

Il caso analizzato precedentemente si basa su un modello semplificato in cui non si prende in considerazione il moto degli ioni, supposti immobili all'interno della sfera di riferimento. Al fine di rendere più realistica la simulazione, si è introdotta ora la possibilità per gli ioni di muoversi. Il moto indotto sulle cariche positive è dovuto fondamentalmente a due fattori: la repulsione elettrostatica tra le cariche stesse e la loro interazione con gli elettroni, che sfuggendo dalla sfera trainano con sé gli ioni.

L'approssimazione per cui il campo elettrostatico, all'esterno della sfera di riferimento, varia solo in funzione della distribuzione degli elettroni non è più valida, in quanto gli stessi ioni sono liberi di muoversi ad una distanza maggiore del raggio iniziale R .

3.3 Analisi dell'evoluzione della distribuzione di una miscela di ioni

Nei casi precedenti, il modello analizzato faceva riferimento ad un cluster di solo idrogeno, il quale, una volta reso plasma, dava origine a ioni dotati della stessa massa. Consideriamo ora il problema con ioni dotati di masse diverse; poiché la fusione nucleare può essere indotta con maggior facilità tra deuterio e trizio, si è preso in considerazione un cluster formato da questi due isotopi.

Sono stati valutati casi differenti di distribuzione delle masse all'interno della sfera di riferimento: nel primo caso si è voluto utilizzare una configurazione di masse collocate spazialmente in maniera casuale; nel secondo caso si è suddiviso il cluster in due strati concentrici costituiti da isotopi distinti, ponendo l'attenzione sugli effetti dell'interazione tra i due tipi di ioni: questa soluzione può essere considerata una via alternativa alla realizzazione della fusione nucleare, senza l'esigenza di far collidere ioni provenienti dall'esplosione di cluster differenti.

Capitolo 4

Modello numerico per l'analisi del modello fisico

4.1 Dinamica degli elettroni

In questo capitolo ci si propone di analizzare la tecnica numerica scelta per trattare il modello fisico preso in esame. In un primo caso, ci si concentrerà sulla dinamica degli elettroni, avendo supposto gli ioni fermi nelle loro posizioni iniziali.

Il numero reale di elettroni presenti nel sistema è ovviamente troppo elevato per poter essere sostenuto da qualunque codice di calcolo. Per questa ragione, nella seguente trattazione si è utilizzata l'approssimazione di *particella computazionale*; con questo termine si intende un artificio numerico atto a diminuire il numero di variabili coinvolte nel calcolo. Tutte le particelle computazionali, infatti, raggruppano la stessa quantità di particelle reali, preservando in questa maniera i rapporti di carica e di massa tra ioni ed elettroni. Indicheremo con il simbolo N_e il numero reale di elettroni e ioni, e con $N_0 \ll N_e$ il numero di particelle computazionali.

Analogamente, una rappresentazione realistica del sistema, che richiederebbe una suddivisione del tempo in intervalli infinitesimi, porterebbe a un costo computazionale infinito. Per questo motivo, si è operata una discretizzazione temporale in intervalli Δt finiti, la cui ampiezza influenza considerevolmente la precisione del modello.

Il sistema di equazioni utilizzato per descrivere il fenomeno è:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m}\mathbf{E}(r) \end{cases}$$

dove il campo elettrico vale:

$$\mathbf{E}(r) = E(r)\mathbf{u}_r$$

con \mathbf{u}_r versore in direzione radiale.

Poiché si assume che il campo elettrico vari linearmente e che la carica sia distribuita uniformemente nella regione di spazio compresa tra $r + \frac{\varepsilon}{2}$ ed $r - \frac{\varepsilon}{2}$, approssimeremo il campo elettrico in corrispondenza di r riferendo la sua intensità a metà della carica contenuta nella suddetta regione di spazio.

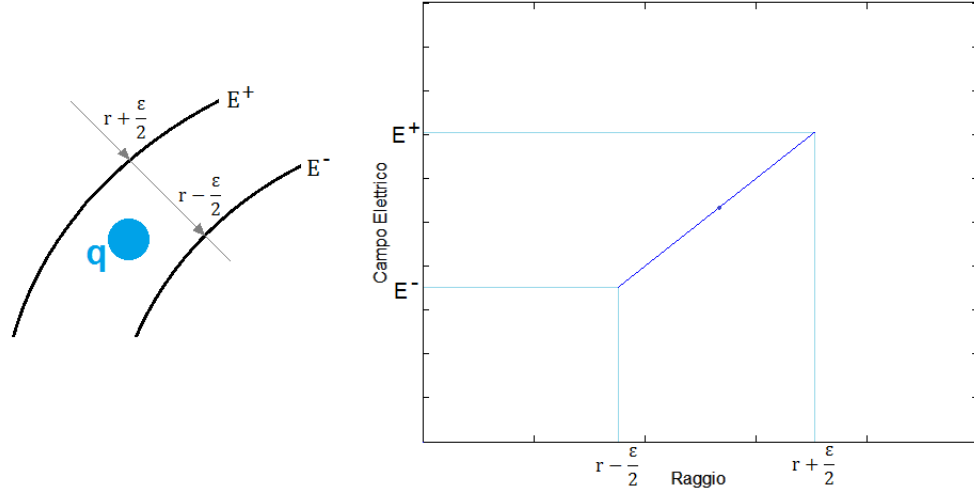


Figura 4.1: Andamento lineare del campo elettrico nell'ipotesi di carica distribuita su gusci sferici.

Facendo riferimento allo schema in Figura [4.1], il campo elettrico E^+ vale:

$$E^+ = E^- + \frac{q}{(r + \frac{\varepsilon}{2})^2}$$

Quindi il campo in corrispondenza del raggio r vale:

$$E_r = E^- + \frac{q/2}{r^2}$$

da cui:

$$E(r_i) = \frac{1}{r_i^2} \left(\frac{eN_e}{R^3} \min(r_i, R)^3 - q(N(r_i) - 0.5) \right)$$

con:

- N_e = numero di elettroni;
- $N(r_i)$ = numero totale di elettroni contenuti all'interno della sfera di raggio r_i , tale che $0 < N(r_i) < N_0$;
- R = raggio unitario della sfera;
- v = velocità iniziale degli elettroni, dovuta all'agitazione termica;
- e = carica dell'elettrone;
- m = massa dell'elettrone;
- r_i = distanza dal centro della sfera;
- q = eN_e/N_0 = carica di una particella computazionale.

Introducendo le variabili adimensionali, risulta che gli unici parametri che compaiono nelle equazioni siano la velocità termica adimensionata \hat{v}_t e il numero di particelle computazionali N_0 , oltre ovviamente all'estensione dell'intervallo di tempo Δt che scorre tra un'iterazione e quella successiva.

Ciò equivale a porre:

$$R = 1$$

$$m = 1$$

$$N_e = 1$$

$$e = 1$$

In seguito, per semplicità di notazione, verrà omesso " \wedge ", che sarebbe necessario per indicare le grandezze in forma adimensionata. Pertanto, le equazioni diventano

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \\ \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = E(r_i)\mathbf{u}_r \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N_0$$

dove il campo elettrico risulta:

$$E(r_i) = \frac{1}{r_i^2}(\min(r_i, 1)^3 - \frac{1}{N_0}(N(r_i) - 0.5))$$

La condizione iniziale prevede una distribuzione uniforme degli elettroni all'interno della sfera. Per ottenere ciò, si distribuiscono inizialmente le particelle in modo uniforme in un cubo di lato $2R$.

Numericamente si procede generando tre numeri casuali, con i quali si individua la particella di coordinate (x, y, z) interno al cubo. Una volta nota la posizione della particella, si valuta se esso sia contenuto o meno all'interno della sfera, verificando la seguente disuguaglianza:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$$

Le particelle che non soddisfano questa condizione non vengono conteggiate, in quanto esterne alla sfera. Essendo ora le particelle distribuite uniformemente all'interno della sfera, si procede determinando la velocità iniziale per ciascuna particella. Per gli elettroni, la velocità viene valutata sulle tre componenti spaziali: i tre numeri casuali, corrispondenti a (v_x, v_y, v_z) , sono generati secondo la distribuzione di Maxwell-Boltzmann e moltiplicati per il valore assunto dalla velocità termica. Per gli ioni, si pone una velocità iniziale pari a zero.

4.2 Dinamica degli elettroni e degli ioni

In questo secondo caso, i modelli sono stati realizzati tenendo conto del moto degli ioni: di conseguenza, l'espressione del campo elettrico subisce delle variazioni rispetto al caso precedente. Poiché si considera il problema secondo la simmetria sferica, il campo elettrico risulta avere solo la direzione radiale. Esso viene determinato con la relazione:

$$E_i = \frac{Q_i}{r_i^2} = \frac{\frac{N(r_i)}{N_0}}{r_i^2}$$

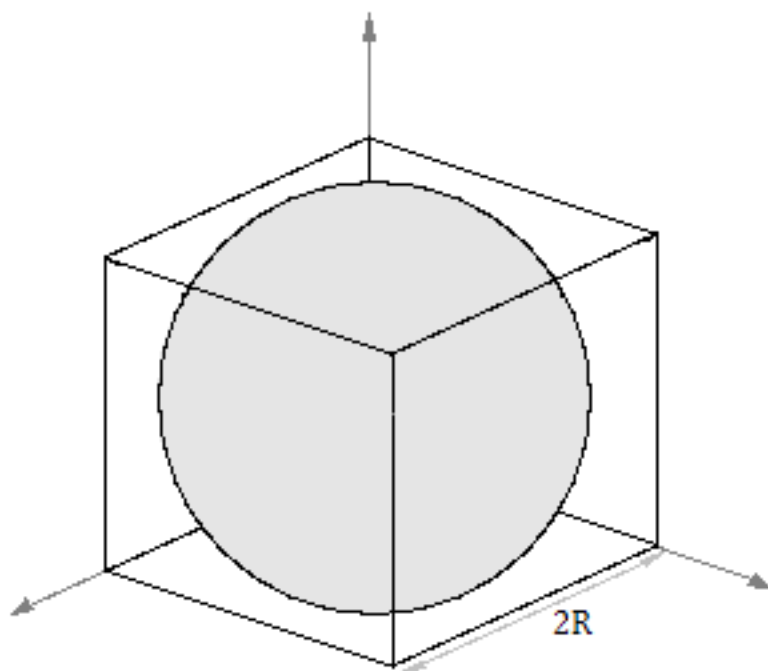


Figura 4.2: Modello geometrico che approssima il cluster: degli ioni generati casualmente nello spazio di un cubo di raggio $2R$, si considerano solo quelli interni alla sfera di raggio R inscritta nel cubo.

Dal punto di vista computazionale, considerare un numero di particelle molto inferiore al numero reale comporta una perdita di precisione nella rappresentazione. Tuttavia, utilizzare nel problema la simmetria sferica risulta un vantaggio: infatti, poiché il numero reale delle particelle è in realtà molto maggiore, la distribuzione spaziale risulterebbe sferica. In questo modo si attenua l'imprecisione dovuta alla risoluzione numerica del fenomeno.

Una volta nota l'intensità del campo elettrico, si può procedere conteggiando il numero di particelle all'interno della sfera. La tecnica scelta prevede di ordinare i vettori contenenti la posizione x_i e la velocità v_i in modo tale che la distanza degli elettroni r_i dal centro della sfera sia crescente:

$$r_0 < r_1 < \dots < r_N$$

Il programma di calcolo permette di conoscere la posizione e la velocità di ciascuna particella ad ogni istante temporale, aggiornando i dati all'istante successivo. Il procedimento effettuato si può riassumere dicendo che per ogni particella è possibile:

- Determinare la posizione iniziale in modo che la distribuzione sia nella sfera;
- Determinare la velocità iniziale;
- Determinare il campo elettrico;
- Aggiornare all'istante di tempo successivo posizione e velocità:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) - \frac{e}{m} \mathbf{E}_i \Delta t \\ \mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t + \Delta t) \Delta t \end{cases}$$

- Noti posizione, velocità e campo elettrico, valutare se l'elettrone sia dentro la sfera o meno;
- Rappresentare graficamente come varia la frazione di elettroni $N(r)/N_0$ all'interno della sfera di raggio R , ossia il numero di elettroni non sfuggiti;
- Rappresentare graficamente l'andamento delle densità degli elettroni e degli ioni all'aumentare del raggio, ad ogni istante di tempo;
- Calcolare il potenziale elettrostatico.

4.3 Tecnica di calcolo del potenziale elettrostatico

Come già noto dal precedente capitolo, il modello utilizzato per determinare il potenziale ipotizza che la carica sia distribuita su una sfera.

Tale ipotesi permette di ricondursi ad un problema di simmetria sferica, evitando così il calcolo tridimensionale. Il campo elettrico risulta quindi radiale; pertanto, integrando la relazione tra campo elettrico e potenziale

$$\mathbf{E} = -\frac{d\Phi}{dr} \mathbf{u}_r$$

si ottiene il potenziale elettrostatico

$$\Phi(r) = - \int_0^r E(r') dr' + C$$

dove C è la costante di integrazione, determinata in modo tale da avere potenziale nullo per un raggio infinito.

Numericamente, il potenziale elettrostatico è stato calcolato utilizzando il metodo dei trapezi:

$$\begin{cases} \Phi_N = 0 \\ \Phi_{i-1} = \Phi_i + \frac{1}{2}(E_i - E_{i-1})(r_i - r_{i-1}) \end{cases}$$

È anche possibile calcolare l'energia totale associata ad ogni elettrone, secondo la formula

$$\epsilon_i = \epsilon_{c_i} - \Phi_i$$

Dove

$$\begin{array}{ll} \epsilon_{c_i} & = \text{Energia cinetica dell'i-esimo elettrone;} \\ \Phi_i & = \text{Potenziale associato all'elettrone collocato alla distanza i-esima;} \end{array}$$

La grandezza ϵ ci permette di verificare se l'elettrone ha sufficiente energia per sfuggire alla buca di potenziale imposta dalla presenza degli ioni.

Codici di calcolo

Modello di studio della distribuzione degli elettroni, supponendo fermi gli ioni

```
clear all
close all
clc
colordef white
```

Definizione delle grandezze e dei parametri considerati

```
N=1e5;
R=1;
v=0.2665;
```

Generazione delle coordinate spaziali di un elettrone tramite funzione *rand*

```
x=-1+2*rand(N,1);
y=-1+2*rand(N,1);
z=-1+2*rand(N,1);
```

Generazione delle componenti della velocità tramite funzione *randn*, ovvero secondo distribuzione di Maxwell-Boltzmann

```
vx=v*randn(N,1);
vy=v*randn(N,1);
vz=v*randn(N,1);
```

Si considerano solo le particelle interne alla sfera di raggio R

```
dentro=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;
N0=sum(dentro);
x=x(dentro);
y=y(dentro);
z=z(dentro);
vx=vx(dentro);
vy=vy(dentro);
vz=vz(dentro);
dt=0.1;
t=[0:dt:50];
for it=1:length(t)
    r2=x.^2+y.^2+z.^2;
```

Ordinamento crescente del vettore r^2

```

[r2,ord]=sort(r2);
x=x(ord);
y=y(ord);
z=z(ord);
vx=vx(ord);
vy=vy(ord);
vz=vz(ord);
r=sqrt(r2);
N=(0:1:N0-1)+0.5);

```

Determinazione del campo elettrico di ogni particella

```
E=(min(1,r).^3-N/N0)./r2;
```

Nuove componenti della velocità

```

vx=vx-dt*E.*x./r;
vy=vy-dt*E.*y./r;
vz=vz-dt*E.*z./r;

```

Nuove coordinate di ogni particella

```

x=x+vx*dt;
y=y+vy*dt;
z=z+vz*dt;
phi(N0)=0;
for j=N0-1:-1:1

```

Determinazione del potenziale elettrostatico

```

phi(j)=phi(j+1)+0.5*(E(j)+E(j+1))*(r(j+1)-r(j));
end

```

Differenza tra energia cinetica e potenziale di ogni particella

```

Energia=(vx.^2+vy.^2+vz.^2)/2-phi;
plot(r,Energia,'r',r,-phi,'Linewidth',1.5,'MarkerSize',1)
xlabel('x/R','fontsize',16)
grid on
axis([0 12 -.8 0.1])
drawnow

```

Ridefinizione del numero di particelle interne alla sfera di riferimento

```

interno=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;
int(it)=sum(interno);
end
figure (2)
plot(r,-phi,'Linewidth',3)

```

```

axis([0 12 -0.5 0.1])
grid on
xlabel('x/R', 'fontsize', 16)
ylabel('Potential', 'fontsize', 16)
figure (3)
plot(t, int/N0*100, 'Linewidth', 2)
axis([0 50 0 100])
hold on
plot([0 t(length(t))], [100 100], 'r', 'Linewidth', 2)
xlabel('t \omega', 'fontsize', 16)
ylabel('N/N_0 (%)', 'fontsize', 16)
legend('Electrons', 'Protons')

```

Modello di studio della distribuzione di elettroni e ioni mobili

```

clear all
close all
clc
colordef black
N=1e5;
R=1;
e=1;
QQ=1;
me=1;
mi=1836;
v=0.5;
% elettroni
x=-1+2*rand(N,1);
y=-1+2*rand(N,1);
z=-1+2*rand(N,1);
vx=v*randn(N,1);
vy=v*randn(N,1);
vz=v*randn(N,1);
dentroe=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;
N0e=sum(dentroe);
qe=e*QQ/N0e;

```

Definizione del vettore di carica elettrica per unità di massa

```
QMe=-e/me*ones(N,1);
```

Definizione del vettore di carica elettrica

```

Qe=-qe*ones(N,1);
xe=x(dentroe);
ye=y(dentroe);
ze=z(dentroe);

```

```

vxe=vx(dentroe);
vye=vy(dentroe);
vze=vz(dentroe);
QMe=QMe(dentroe);
Qe=Qe(dentroe);
% ioni
x=-1+2*rand(N,1);
y=-1+2*rand(N,1);
z=-1+2*rand(N,1);

```

La velocità termica iniziale degli ioni è nulla

```

vx=v*zeros (N,1);
vy=v*zeros(N,1);
vz=v*zeros(N,1);
dentroi=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;
N0i=sum(dentroi);
qi=e*Q/N0i;
QMi=e/mi*ones(N,1);
Qi=qi*ones(N,1);
xi=x(dentroi);
yi=y(dentroi);
zi=z(dentroi);
vxi=vx(dentroi);
vyi=vy(dentroi);
vzi=vz(dentroi);
QMi=QMi(dentroi);
Qi=Qi(dentroi);
x=[xe;xi];
y=[ye;yi];
z=[ze;zi];
vx=[vxe;vxi];
vy=[vye;vyi];
vz=[vze;vzi];
QM=[QMe;QMi];
Q=[Qe;Qi];
T=25;
dt=0.1;
t=[0:dt:T];
for it=1:length(t)
    r2=x.^2+y.^2+z.^2;
    [r2,ord]=sort(r2);
    x=x(ord);
    y=y(ord);
    z=z(ord);
    vx=vx(ord);
    vy=vy(ord);

```



```

vz=vz(ord);
QM=QM(ord);
Q=Q(ord);
r=sqrt(r2);

```

Definizione del campo elettrico

```

E=e*cumsum(Q)./r2;
x=x+vx*dt;
y=y+vy*dt;
z=z+vz*dt;

```

Definizione del vettore *space grid*

```

rc=((0.5+(0:49))/50)*5;
d_rc=rc(2)-rc(1);

```

Volume di ogni guscio sferico definito dalla *space grid*

```

Vol=4*pi/3*((rc+d_rc/2).^3-(rc-d_rc/2).^3);

```

Numero di elettroni e ioni contenuti in ogni guscio sferico, in rapporto al numero iniziale

```

Ne=hist(r(Q<0),rc)/N0e;
Ni=hist(r(Q>0),rc)/N0i;
if it>1
    Nel=(Ne+Nel)/2;
    Nio=(Ni+Nio)/2;
else
    Nel=Ne;
    Nio=Ni;
end

```

Densità di elettroni e ioni

```

rho_e=Nel./Vol;
rho_i=Nio./Vol;
figure(1)
plot(rc,rho_e,'y','Linewidth',3)
hold on
plot(rc,rho_i,'m','Linewidth',3)
hold off
axis([0 3 0 .4])
xlabel('Radius','fontsize',16)
ylabel('Density','fontsize',16)
legend('electrons','ions')
drawnow
Nel=Ne;
Nio=Ni;
end

```

Studio della distribuzione di elettroni e ioni, miscela stratificata di deuterio e trizio

```
clear all
close all
clc
colordef black
N=1e5;
R=1;
e=1;
QQ=1;
me=1;
M=100;
```

Assegnazione delle masse degli ioni

```
m1=2*M;
m2=10*M;
```

Assegnazione del raggio della sfera contenente gli ioni di massa $m1$

```
r_int=(3/4)*R;
v=0.2665;
% elettroni
x=-1+2*rand(N,1);
y=-1+2*rand(N,1);
z=-1+2*rand(N,1);
vx=v*randn(N,1);
vy=v*randn(N,1);
vz=v*randn(N,1);
dentroe=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;
N0e=sum(dentroe);
qe=e*QQ/N0e;
QMe=-e/me*ones(N,1);
Qe=-qe*ones(N,1);
xe=x(dentroe);
ye=y(dentroe);
ze=z(dentroe);
vxe=vx(dentroe);
vye=vy(dentroe);
vze=vz(dentroe);
QMe=QMe(dentroe);
Qe=Qe(dentroe);
% ioni
x=-1+2*rand(N,1);
y=-1+2*rand(N,1);
z=-1+2*rand(N,1);
```

```

vx=v*zeros(N,1);
vy=v*zeros(N,1);
vz=v*zeros(N,1);
dentroi=x.^2+y.^2+z.^2<=R^2;

```

Si considerano le particelle interne alla sfera di raggio r_{int}

```
dentro1=x.^2+y.^2+z.^2<(r_int)^2 ;
```

Si considerano le particelle nella regione di volume compresa tra R e r_{int}

```

dentro2=logical(dentroi-dentro1);
N0i=sum(dentroi);
x1=x(dentro1);
y1=y(dentro1);
z1=z(dentro1);
qi=e*Q/N0i;
QM1=e/m1*ones(N,1);
Qi=qi*ones(N,1);
vx1=vx(dentro1);
vy1=vy(dentro1);
vz1=vz(dentro1);
QM1=QM1(dentro1);
Qi=Qi(dentro1);
x2=x(dentro2);
y2=y(dentro2);
z2=z(dentro2);
QM2=e/m2*ones(N,1);
vx2=vx(dentro2);
vy2=vy(dentro2);
vz2=vz(dentro2);
QM2=QM2(dentro2);
x=[xe;x1;x2];
y=[ye;y1;y2];
z=[ze;z1;z2];
vx=[vxe;vx1;vx2];
vy=[vye;vy1;vy2];
vz=[vze;vz1;vz2];
QM=[QMe;QM1;QM2];
Q=[Qe;Qi];
T=100;
dt=0.1;
t=[0:dt:T];
for it=1:length(t)
    r2=x.^2+y.^2+z.^2;
    [r2,ord]=sort(r2);
    x=x(ord);

```

```

y=y(ord);
z=z(ord);
vx=vx(ord);
vy=vy(ord);
vz=vz(ord);
QM=QM(ord);
Q=Q(ord);
r=sqrt(r2);
E=e*cumsum(Q)./r2;
vx=vx+dt*QM.*E.*x./r;
vy=vy+dt*QM.*E.*y./r;
vz=vz+dt*QM.*E.*z./r;
x=x+vx*dt;
y=y+vy*dt;
z=z+vz*dt;
figure(1)
plot3(x(Q<0),y(Q<0),z(Q<0),'b','Markersize',3)
axis([-5 5 -5 5 -5 5])
hold on
plot3(x(QM==e/m2),y(QM==e/m2),z(QM==e/m2),'g','Markersize',3)
axis([-5 5 -5 5 -5 5])
hold on
plot3(x(QM==e/m1),y(QM==e/m1),z(QM==e/m1),'r','Markersize',3)
axis([-5 5 -5 5 -5 5])
hold off
end

```

Capitolo 5

Analisi dei risultati

5.1 Modello di esplosione dei soli elettroni

Come già citato nei precedenti capitoli, la dinamica dell'esplosione dipende dalla velocità termica degli elettroni e la precisione del modello dal valore assunto dai due parametri di discretizzazione, ovvero il numero di particelle computazionali N_0 e l'estensione dell'intervallo di tempo Δt .

Il primo termine varia in funzione dell'energia del laser, la quale si suppone essere trasmessa con rendimento unitario agli elettroni: nei codici di calcolo riportati è stato utilizzato un valore dimensionato, dato dal rapporto tra l'energia cinetica media degli elettroni e la loro energia potenziale. Questo al fine di evitare di calcolare la velocità reale degli elettroni (che potrebbe essere affetta da significativi errori di troncamento, dati gli ordini delle grandezze considerate) e di individuare più agevolmente la frazione di elettroni dotata di energia sufficiente per sfuggire al campo elettostatico.

In particolare, i grafici inseriti si riferiscono ai seguenti valori di velocità adimensionata:

$$\hat{v}_t = 0.1$$

$$\hat{v}_t = 0.2665$$

$$\hat{v}_t = 0.5$$

Dai grafici ottenuti (Figura [5.1]) si evidenzia che il valore assunto dalla velocità iniziale influenza profondamente l'entità della frazione di elettroni intrappolati all'interno della sfera dal campo elettostatico degli ioni: all'aumentare della velocità termica, infatti, il numero di elettroni fuggiti aumenta.

Sulle ascisse è riportato il tempo dimensionato, prodotto di tempo reale e frequenza, sulle ordinate la frazione percentuale di elettroni rimasti nella sfera di riferimento rispetto alla quantità iniziale.

Analizzando i grafici, è evidente come il comportamento degli elettroni in seguito all'impulso laser possa essere suddiviso in un transitorio iniziale, in cui la frazione degli elettroni rimasti nella sfera diminuisce proporzionalmente alla velocità termica iniziale, e un andamento oscillante che tende asintoticamente a un valore costante.

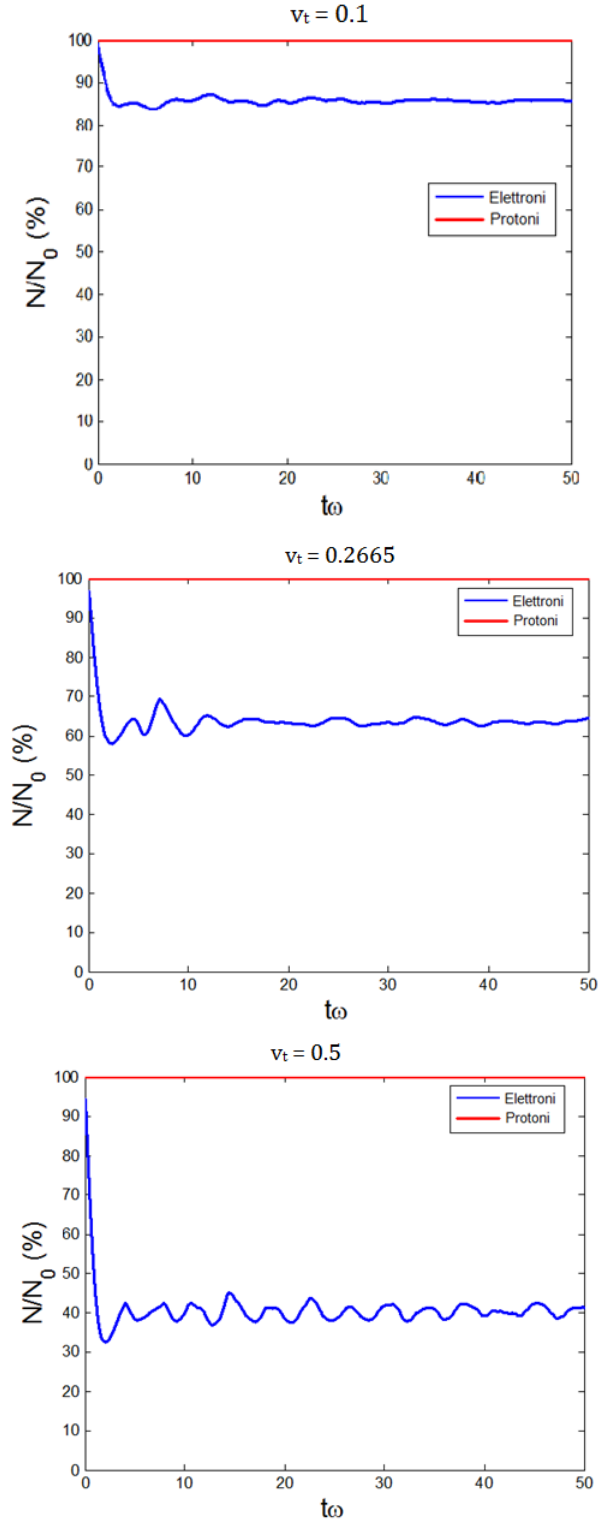


Figura 5.1: Evoluzione temporale della frazione di elettroni contenuti all'interno della sfera, corrispondenti a differenti valori di velocità termica.

Si noti che le oscillazioni non sono dovute, come si potrebbe pensare, alla propagazione degli errori nell'algoritmo, bensì sono intrinseche al fenomeno stesso e sono caratterizzate da un periodo pari a:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_P}$$

dove

$$\omega_P = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}$$

prende il nome di *frequenza di plasma*.

L'andamento oscillante è dovuto al fatto che nel transitorio iniziale l'impulso laser accelera gli elettroni, allontanandoli dal cluster: questa separazione genera il campo elettrostatico, che richiama a sé parte degli elettroni in fuga. Il ritorno di una parte delle cariche negative riduce l'intensità del campo, permettendo così la fuga di una nuova frazione di elettroni: questo fenomeno oscillatorio perdura nel tempo, smorzandosi gradualmente fino a trovare un equilibrio, ed è tanto più marcato quanto più gli elettroni sono veloci.

A conferma di quanto detto, si riportano in Figura [5.2] i grafici della distribuzione degli elettroni nel tempo al variare dei due parametri di discretizzazione: il numero di particelle computazionali e l'intervallo di tempo tra un'iterazione e quella successiva.

Come è possibile riscontrare nei grafici, il numero di particelle varia la rumorosità del fenomeno senza alterarne l'andamento complessivo: per questa ragione, per i successivi modelli si è preso in considerazione un valore arbitrario di 10^5 particelle computazionali. Per quanto riguarda la discretizzazione nel tempo, è evidente come il fenomeno sia tanto più definito quanto più l'ampiezza dell'intervallo Δt diminuisce.

5.2 Il potenziale elettrostatico

Il modello numerico permette di rappresentare l'evoluzione temporale del potenziale elettrostatico e dell'energia totale degli elettroni all'interno della sfera, e di effettuare un confronto tra i due.

Dai risultati in Figura [5.3] e in Figura [5.4] si evidenzia una conferma di quanto precedentemente detto, ovvero che gli elettroni dotati di un'energia cinetica maggiore dell'energia potenziale riescono a superare la buca di potenziale. Sui grafici è stato rappresentato l'andamento nel tempo dell'opposto del potenziale $[-\Phi]$ (in modo che sia perfettamente visibile la 'buca' in prossimità del centro della sfera) e l'energia di ogni singolo elettrone: come si può vedere, all'aumentare della velocità termica posseduta dagli elettroni, il termine cinetico aumenta e risulta maggiore la probabilità di fuga dalla buca di potenziale imposta dagli ioni.

È inoltre possibile notare il singolare fenomeno di oscillazione di alcuni elettroni rimasti nella zona della buca di potenziale: per quanto dotati di energia cinetica non nulla, essi tendono a essere richiamati indietro dall'attrazione elettrostatica in maniera tanto più marcata quanto più essi sono distanti dal centro della sfera.

Come ci si aspettava, per velocità termiche maggiori la frazione di elettroni sfuggita dal campo elettrostatico aumenta e quindi il campo stesso risulta più intenso: si noti la differenza di profondità della buca di potenziale tra i due casi.

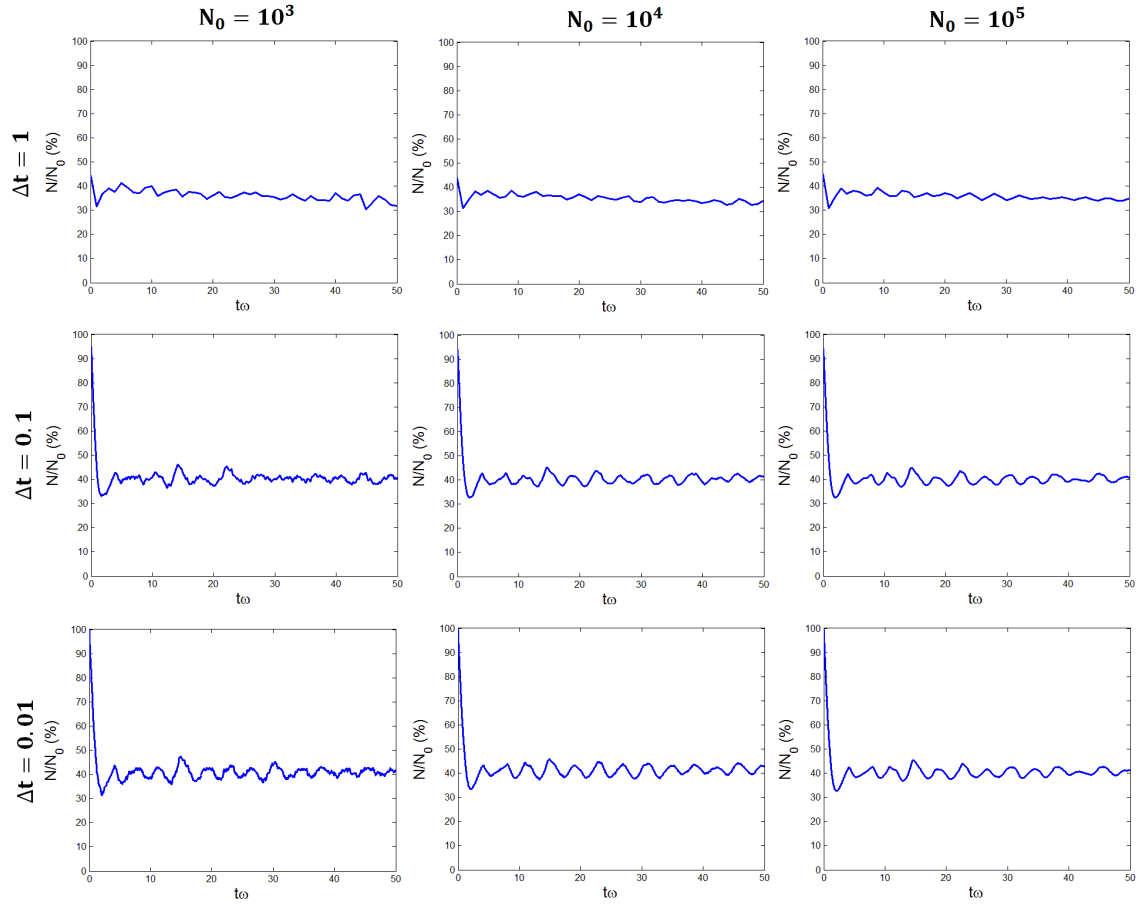


Figura 5.2: Numero di elettroni rimasti in funzione del tempo, al variare dei parametri N_0 e Δt . In questo caso, $\hat{v}_t = 0.5$

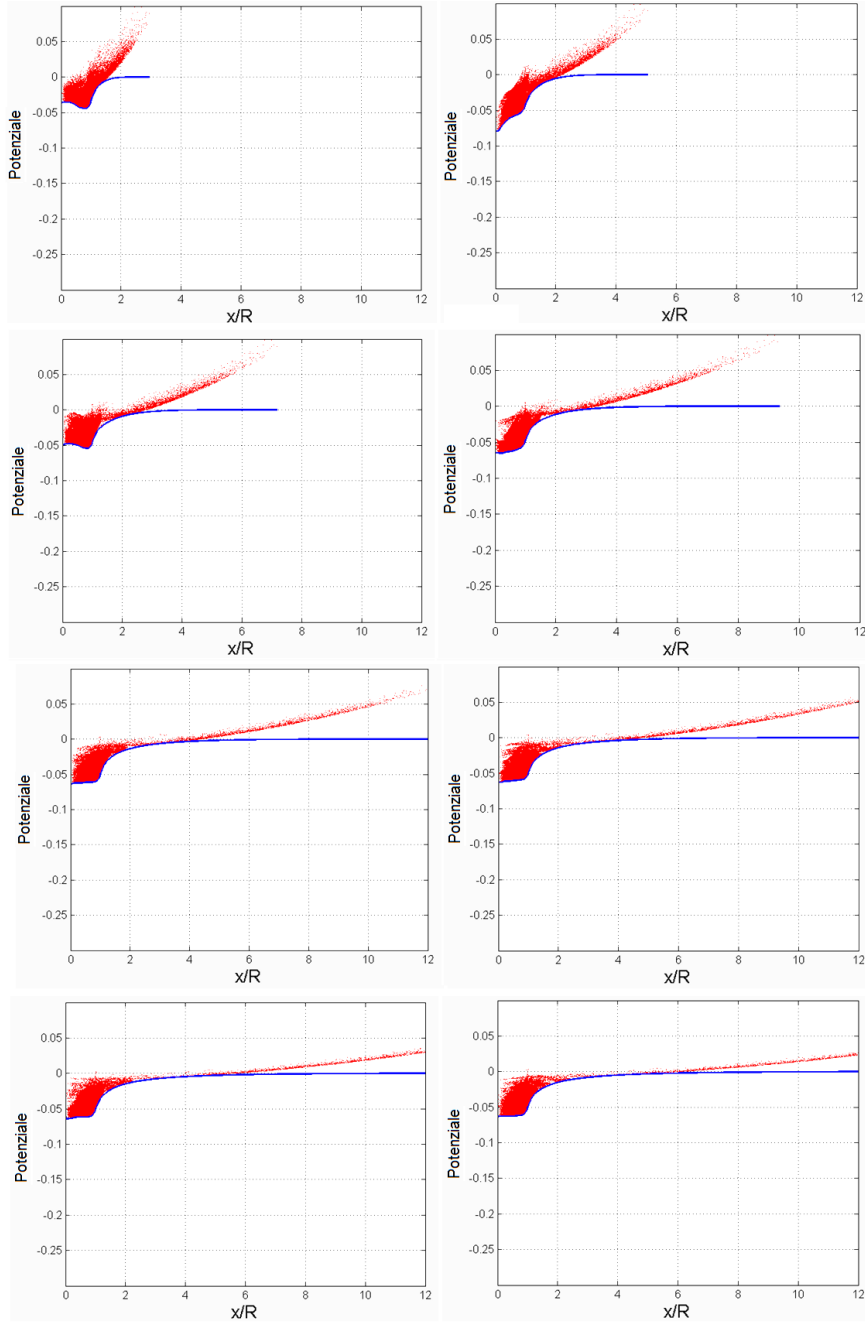


Figura 5.3: Evoluzione temporale del potenziale elettrostatico (linea blu): si evidenzia come gli elettroni (in rosso) riescano o meno a sfuggire dalla sfera. In questo caso $\hat{v}_t = 0.1$

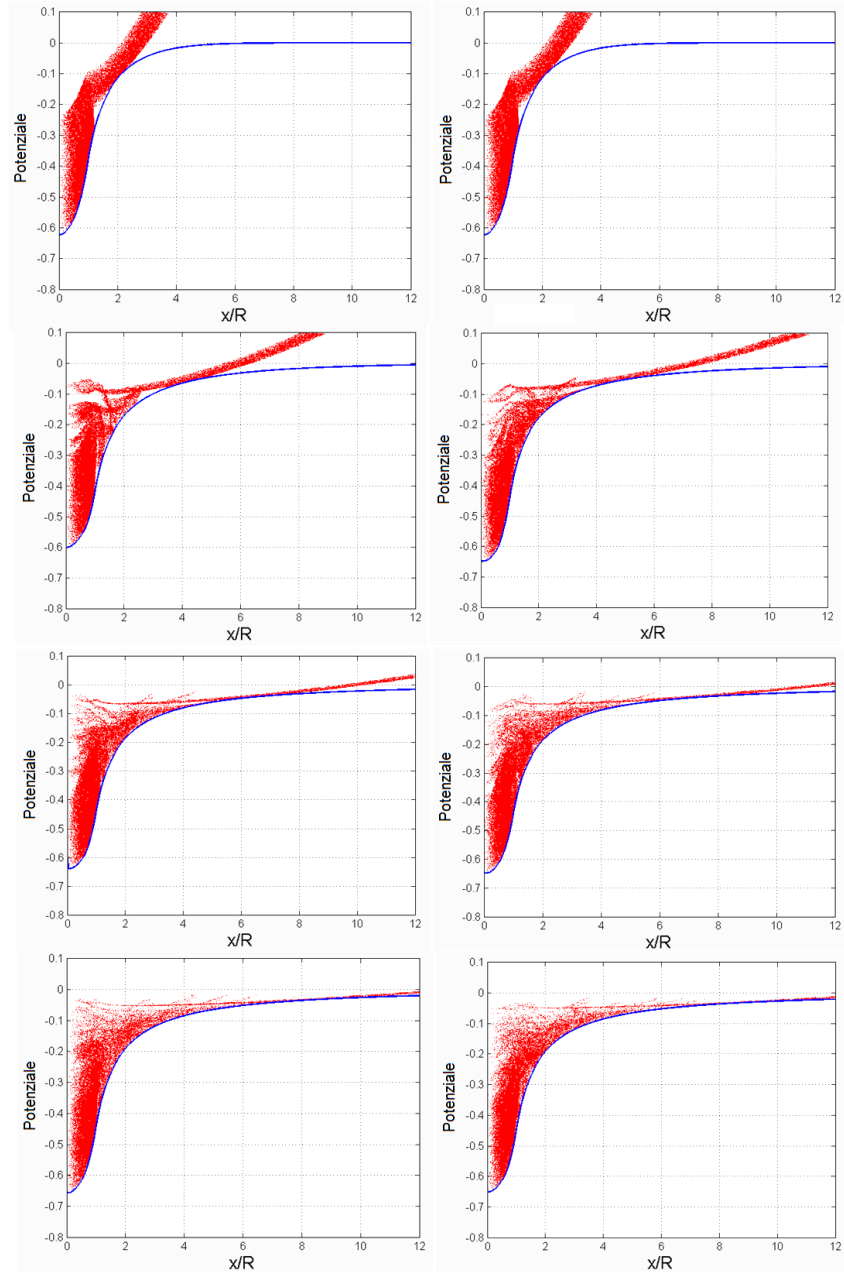


Figura 5.4: Evoluzione temporale del potenziale elettrostatico (linea blu): si evidenzia come gli elettroni (in rosso) riescano o meno a sfuggire dalla sfera. In questo caso $\hat{v}_t = 0.5$

5.3 Modelli di studio per elettroni e ioni mobili

Il passo successivo dell'analisi consiste nell'inserire nel calcolo la possibilità di moto degli ioni: si è quindi proceduto ad analizzare la distribuzione spaziale di entrambe le specie di particelle in funzione del tempo, avendo a disposizione un nuovo parametro libero, la massa degli ioni (m_i), o più precisamente la massa associata alle particelle computazionali di carica positiva.

Un'analisi realistica imporrebbe che si rispettassero i rapporti di massa tra gli elettroni e gli ioni: uno studio del genere, applicato alla sola specie chimica dell'idrogeno ($Z=1$), porterebbe dunque a masse approssimativamente uguali a

$$m_e = 1$$

$$m_i = 1836$$

L'obiettivo era posto nei seguenti termini: suddividendo lo spazio circostante la sfera di riferimento in tanti gusci concentrici, e valutando per ciascuno di essi la quantità di particelle computazionali dotate della stessa carica, è possibile ottenere l'andamento della densità di carica nel tempo.

I grafici riportati in Figura [5.5] mostrano l'evoluzione nel tempo delle densità di ioni ed elettroni riferite alla densità iniziale; i risultati si riferiscono ad un rapporto di masse arbitrariamente posto uguale a 100: questo per diminuire l'inerzia degli ioni, che altrimenti sarebbe stata troppo elevata per mostrare significativi spostamenti delle cariche positive con un ridotto sforzo computazionale. Infatti, durante il transitorio iniziale, alle forti oscillazioni degli elettroni non corrispondono rilevanti spostamenti degli ioni dalle loro posizioni iniziali.

All'istante iniziale le concentrazioni di ioni ed elettroni sono pressoché costanti e nulle al di fuori della sfera di riferimento. Successivamente, il valore delle densità aumenta nella regione esterna alla sfera e diminuisce al suo interno.

L'introduzione della mobilità degli ioni nel modello numerico evidenzia un risultato molto importante: analogamente al comportamento degli elettroni, l'espansione delle cariche positive subisce la stessa influenza dalla velocità termica imposta dal raggio laser – sebbene la velocità iniziale degli ioni sia nulla. Questo si spiega tenendo presente il fatto che l'esplosione degli ioni è dovuta alla repulsione elettrostatica e allo stesso tempo all'effetto di trascinamento degli elettroni.

5.4 Modello di studio per elettroni e miscele di ioni

L'analisi prosegue imponendo una condizione ulteriore sugli ioni del cluster: che essi abbiano masse differenti. I valori in questo caso sono:

$$m_e = 1$$

$$m_{i,1} = 2 \cdot m_i$$

$$m_{i,2} = 3 \cdot m_i$$

Riferiti, rispettivamente, agli elettroni, al deuterio e al trizio.

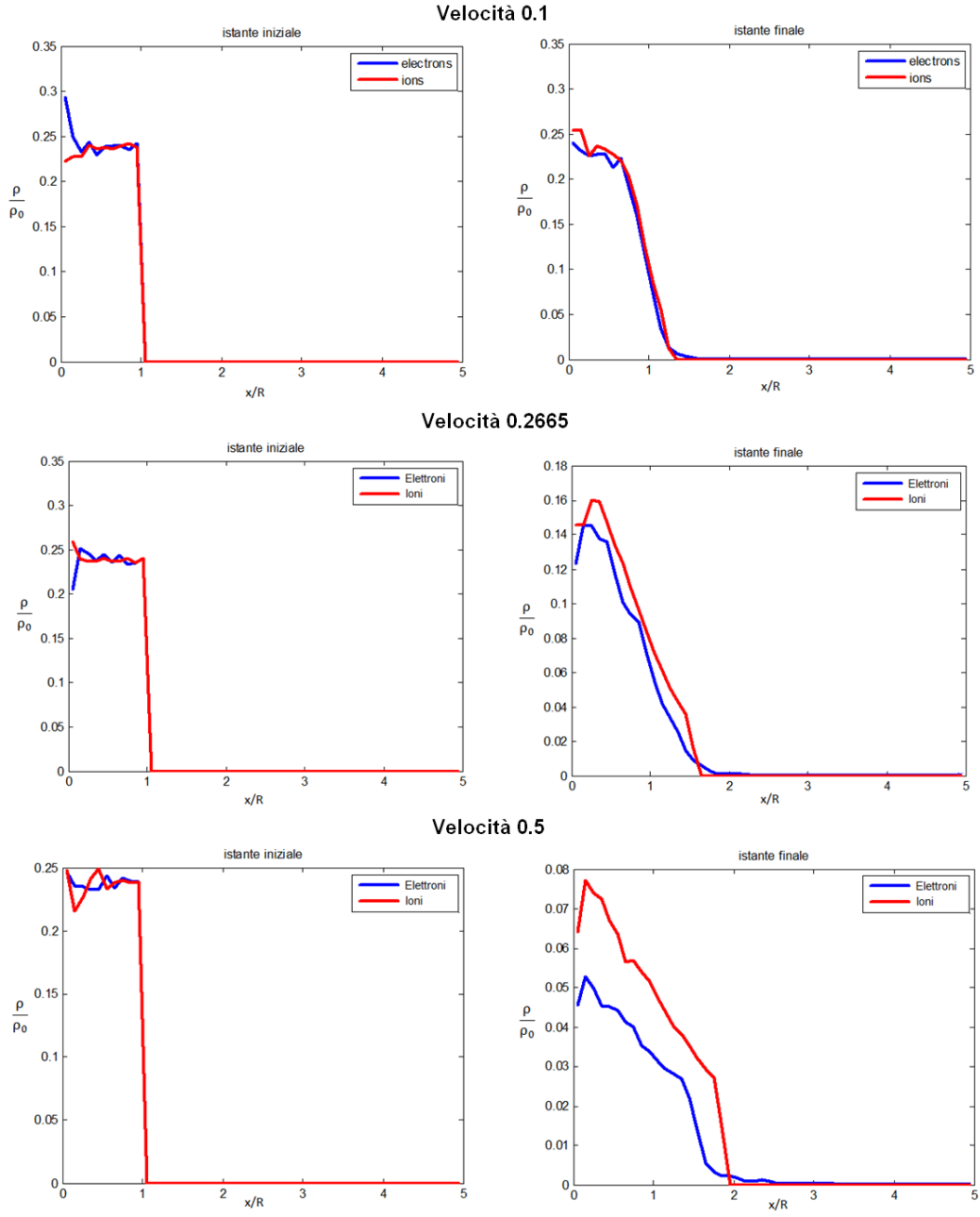


Figura 5.5: Andamento delle densità relative di ioni ed elettroni, in funzione del tempo, al variare della velocità termica adimensionata.

Poste queste premesse, nel corso dello studio si è avuta la possibilità di intervenire su un nuovo grado di libertà, ovvero la distribuzione spaziale delle masse degli ioni all'interno della sfera di riferimento. Nel calcolo sono stati studiati due diversi tipi di distribuzioni spaziali: casuale e ordinata.

In Figura [5.6] sono riportati i grafici riferiti alla distribuzione casuale di ioni deuterio e trizio.

Nel secondo caso, al fine di creare due regioni concentriche all'interno della sfera contenenti circa lo stesso numero di ioni, si è deciso di prendere in considerazione una geometria tale per cui

$$r_{int} = \frac{3}{4}R$$

Dove

r_{int} = raggio della sfera interna (si veda Figura [5.7]);

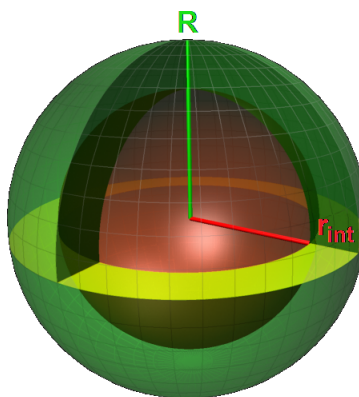


Figura 5.7: Configurazione spaziale degli ioni deuterio e trizio.

Si sono ottenuti risultati considerevolmente diversi a seconda di quale specie ionica fosse contenuta nello strato interno della sfera. I grafici riportati in Figura [5.8] e Figura [5.9], in cui è rappresentato lo spazio delle fasi, si riferiscono esclusivamente a quest'ultima situazione: al fine di evidenziare meglio i risultati, si è posto

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{5}$$

Gli ioni leggeri risentono di un'accelerazione maggiore rispetto agli ioni pesanti, rallentati nell'espansione dalla loro inerzia: la sovrapposizione delle specie ioniche nella stessa regione spaziale è ben raffigurata nello spazio delle fasi, sia nel caso di distribuzione uniforme sia nel caso in cui il deuterio occupi la regione interna. Il fatto che l'esplosione coulombiana porti gli ioni leggeri a collidere con gli ioni pesanti indica che, nella zona di contatto tra i due, le probabilità di avere eventi di fusione nucleare aumentano notevolmente e dipendano dalla velocità con cui avviene l'espansione.

D'altra parte, se lo strato esterno fosse costituito di ioni leggeri, questi ultimi verrebbero allontanati dalla sfera di riferimento più velocemente di quanto gli ioni pesanti riescano a seguirli: in tal caso, non si verificherebbe alcun evento di fusione, in quanto le due specie ioniche non riuscirebbero mai ad entrare in contatto.

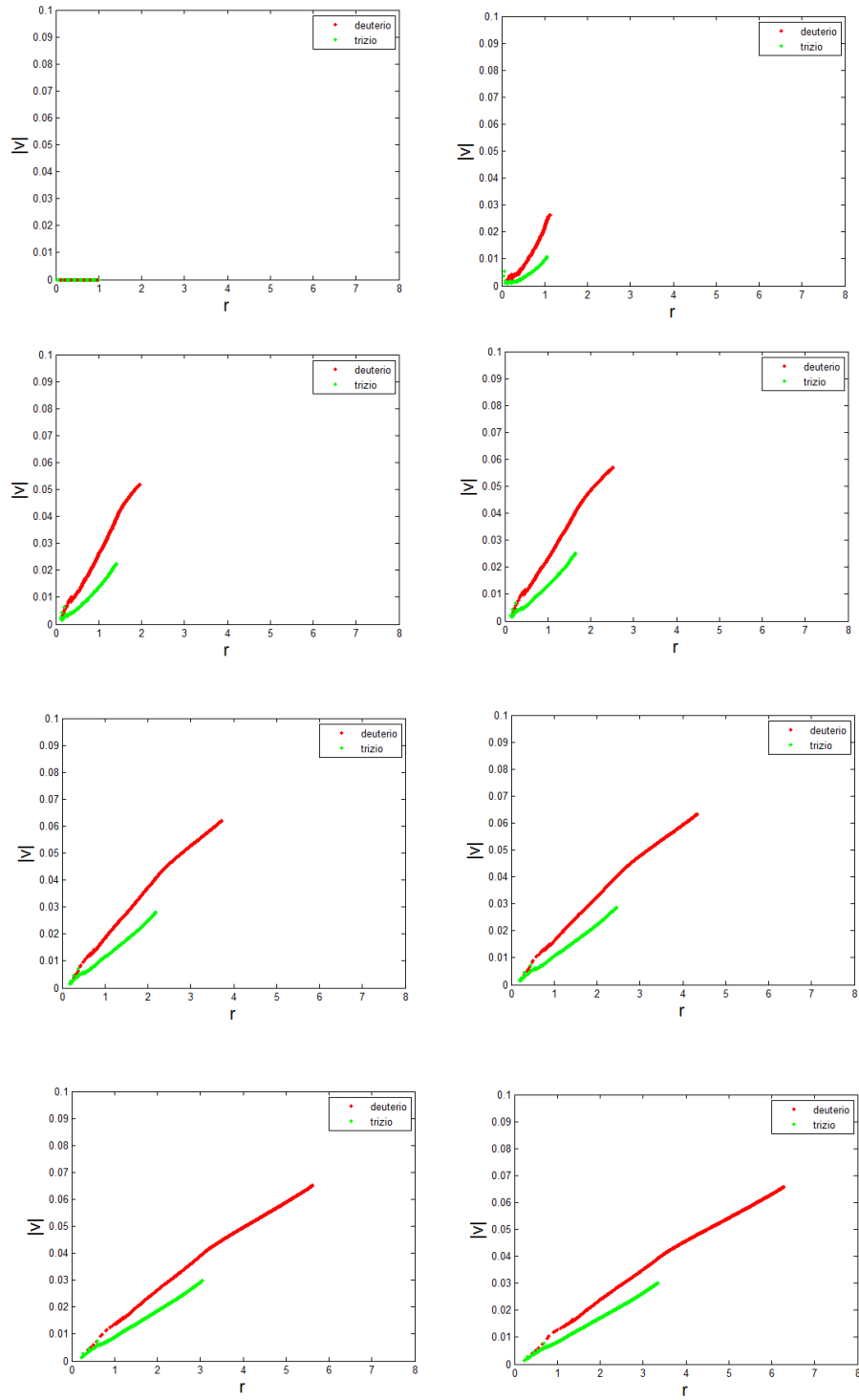


Figura 5.6: Valore assoluto della velocità in funzione del raggio per diversi istanti di tempo: gli ioni deuterio e trizio sono distribuiti uniformemente all'interno della sfera.

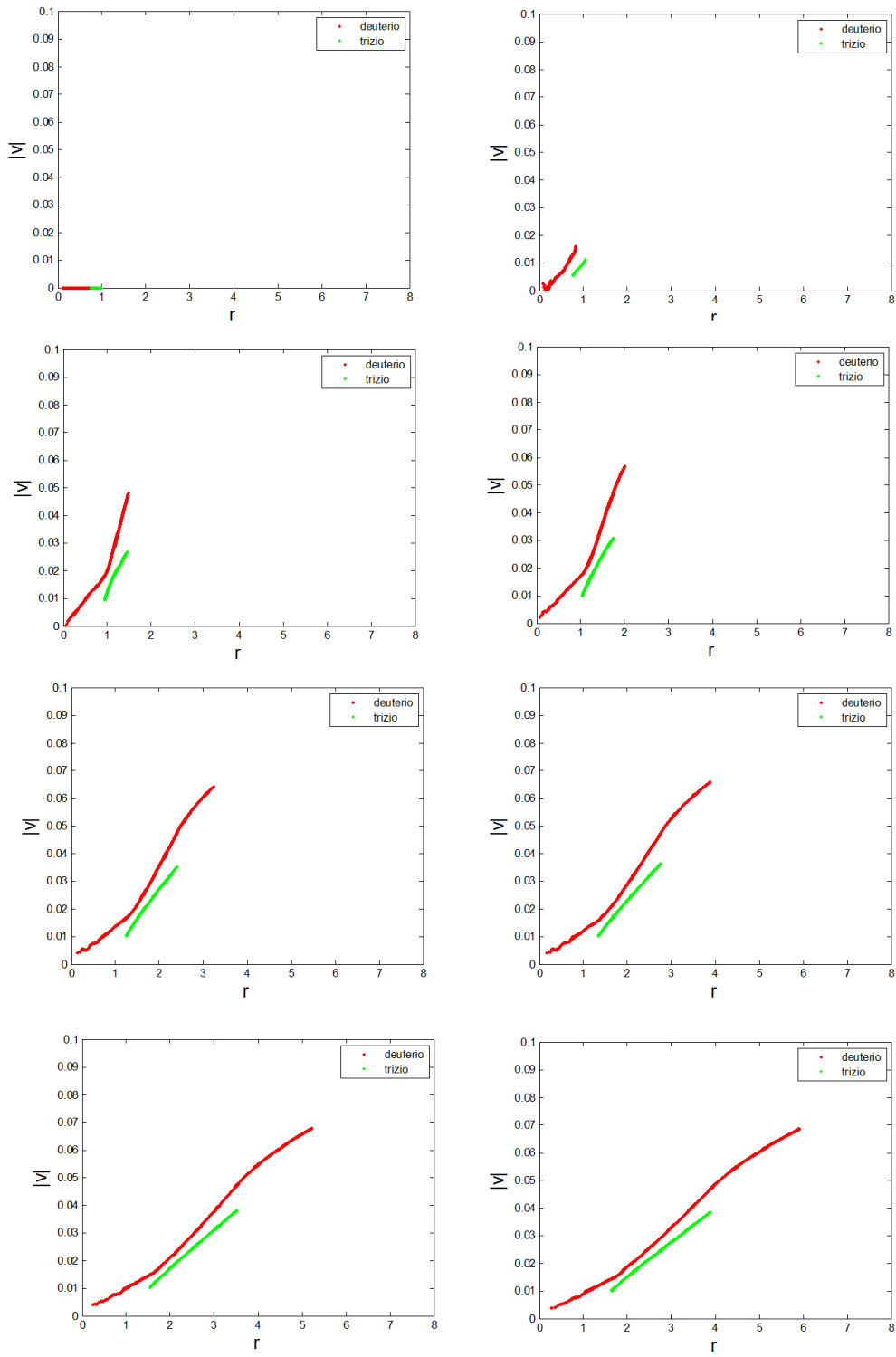


Figura 5.8: Valore assoluto della velocità in funzione del raggio per diversi istanti di tempo: gli ioni deuterio occupano inizialmente la zona interna della sfera.

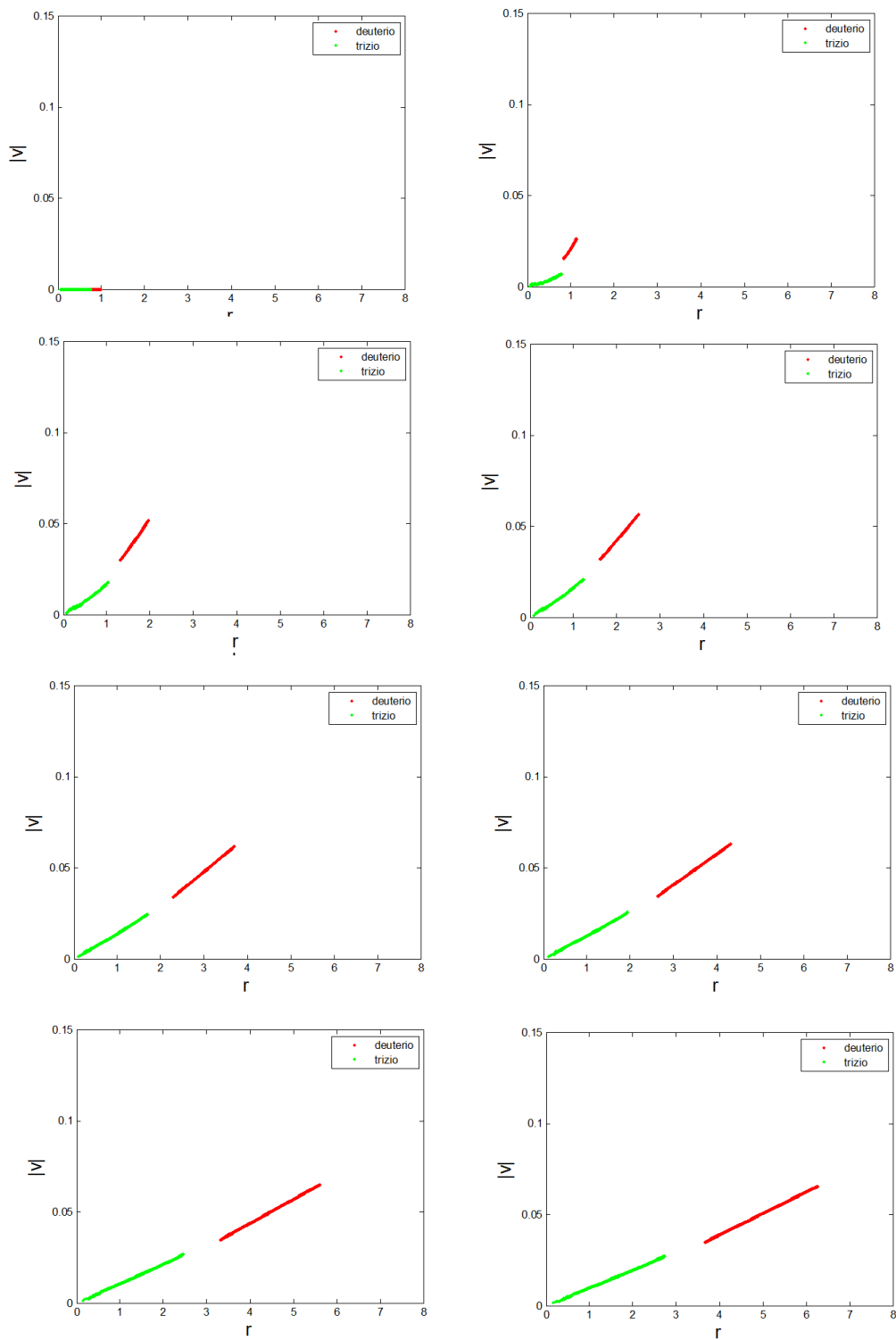


Figura 5.9: Valore assoluto della velocità in funzione del raggio per diversi istanti di tempo: gli ioni trizio occupano inizialmente la zona interna della sfera.

Bibliografia

- [1] Alexander N. et al. (2007), *HiPER technical background and conceptual design report 2007*, 7-13
- [2] Arnoux R., Jacquinot J. (2006), *Iter: le chemin des étoiles?*, Édisud, 36-39
- [3] Atzeni S., *Fusione a confinamento inerziale, Fusione nucleare: storia e prospettive – confinamento magnetico o inerziale?*, 1-42
- [4] Atzeni S., Batani D., Gizzi L.A. (n/a), “HiPER: un laser europeo per studi di fusione inerziale”, *Il nuovo sagggiatore: scienza in primo piano*, 64-75
- [5] Badiei S., Andersson P.U., Holmlid L. (2009), “Fusion reactions in high-density hydrogen: a fast route to small-scale fusion?”, *International Journal of Hydrogen Energy*, 34, 487-495
- [6] Bodner S.E. (2011), *A roadmap to Laser Fusion Energy*, Committee on the Prospects of Inertial Confinement Fusion Energy Systems, 1-18
- [7] Boella E., *Accelerazione di protoni per applicazioni adroterapiche mediante espansione di plasm*i, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino (Marzo 2006)
- [8] Clery D. (2011), “Step by Step, NIF Researchers Trek Toward the Light”, *Science*, 334, 449-450
- [9] Das S. et al. (2011), “Coulomb explosion phenomenon using gigawatt intensity laser fields: an exotic realm of laser-cluster interaction”, *Current Science*, 100, 7, 1008-1019
- [10] Ditmire T. et al. (1999), “Nuclear fusion from explosion of femtosecond laser-heated deuterium clusters”, *Nature*, 398, 489-492
- [11] Giulietti D., Macchi A., (n/a), “Laser superintensi per tutti”, *Il nuovo sagggiatore: scienza in primo piano*, 76-84
- [12] Hammer D.A. et al. (2005), *NIF Ignition*, JASON Program, The MITRE Corporation, 14-19
- [13] Heidenreich A., Jortner J., Last I. (2006), “Cluster dynamics transcending chemical dynamics toward nuclear fusion”, *PNAS*, 103, 28, 10589-10593

- [14] Last I., Jortner J. (2001), “Nuclear fusion induced by Coulomb explosion of heteronuclear clusters”, *Physical review letters*, 87, 3, 033401-1-4
- [15] Lee S., Saw S.H. (2010), *Nuclear Fusion Energy – Mankind’s giant step forward*, The Second International Conference on Nuclear and Renewable Energy Resources, 1-7
- [16] Lindl J., Hammel B. (2004), “Recent Advances in Indirect Drive ICF Target Physics”, *Presentation to 20th IAEA Fusion Energy Conference*, 1-18
- [17] Mendonça J.T., Davies J.R., Eloy M. (2001), “Proton and neutron sources using terawatt lasers”, *Measurement Science and Technology*, 12, 1801-1812
- [18] Moses E.I. (2010), “The National Ignition Facility and the Promise of Inertial Fusion Energy”, *19th Topical Meeting on the Technology of Fusion Energy*
- [19] Mulas R., *Modello ergodico dell’accelerazione di protoni mediante espansione di plasma*, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino (Dicembre 2005)
- [20] Nam S. et al. (2008), “High-energy ion emission from deuterium clusters by using an intense femtosecond laser”, *Journal of the Korean Physical Society*, 52, 4, 1020-1025
- [21] Nervo M. (2008), *Nuove tecniche di accelerazione di protoni per l’adroterapia*, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino
- [22] Peano F., Peinetti F., Mulas R., Coppa G., Silva L.O., “Kinetics of the collisionless expansion of spherical nanoplasmas”, *Physical Review Letters*, 96, 175002-1-4
- [23] Sampson B. (2006), “Fast track to fusion”, *Professional engineering: energy focus*, 41-43
- [24] Yamanaka C. (1996), “Prospect of Laser Fusion Research”, *Laser Physics*, 6, 3, 506-513
- [25] Zweiback J. et al. (2000), “Nuclear fusion driven by coulomb explosions of large deuterium clusters”, *Physical Review Letters*, 84, 12, 2634-2637

Sitografia

La data di ultima consultazione dei siti citati è di Ottobre-Novembre 2011.

Università di Pisa, facoltà di Ingegneria, <http://www2.ing.unipi.it/dcmn/fusione/fusione.htm>

LLNL, sezione Educazione, https://lasers.llnl.gov/education/how_lasers_work.php

Vision of Earth, <http://www.visionofearth.org/industry/fusion/laser-implosion-fusion-reactors/>

Blog Fusione, ultimi aggiornamenti, http://fusione.altervista.org/fusione_nucleare_inerziale.htm

Science&Technology Review, Igniting our Energy Future, <https://str.llnl.gov/JulAug11/dunne.html>

Le Laser Mégajoule, Direction des Applications Militaires, <http://www-lmj.cea.fr/index.htm>

Ringraziamenti

Un giorno di tanto tempo fa, quando la laurea era ancora di là da venire, e quindi la tesi era un progetto nebuloso nascosto dagli esami mancanti, Diego mi disse: Si può fare la tesi in due, la facciamo insieme? Siccome l'idea mi allettava, malgrado non avessi la minima idea di come si facesse una tesi, accettai di buon grado: perciò, per ringraziare chi ha contribuito di più alla realizzazione di questo lavoro, non posso che cominciare da lui.

Il guaio è che, nel cominciare, non so da dove cominciare. Di certo devo dire che, sarà per paura o per tenacia, abbiamo preso la tesi piuttosto seriamente: ammetterete che chiudersi nelle aule I per tutto il giorno, cinque giorni alla settimana, bestemmiano insieme per l'assenza di posti, tutto questo insomma rende abbastanza psicotici. Perciò, come vi accorgerete leggendo il nostro lavoro, soprattutto nei passaggi più oscuri, ogni tanto abbiamo avuto qualche difficoltà a mettere insieme soggetto e predicato (cercate nelle frasi in cui ci sono i due punti!). Nei programmi MATLAB, invece, ci siamo divertiti: perlomeno, mi divertivo a lasciarlo fare, perché io so che non mi abituerò mai a quella roba. Quanti malditesta! Preferisco non imparare a ragionare come una macchina: è talmente semplice da essere troppo faticoso. Un solo panino di Pane&Companatico non basta, e si cede alla tentazione di mettere una bustina intera di zucchero nel caffè.

Il secondo in grado è certamente il professor Gianni Coppa, la nostra guida nel deserto: quel giorno in cui l'abbiamo visto sfrecciare per il Politecnico e l'abbiamo inseguito fino alla fermata, per vederlo sparire su un pullman davanti a noi, è stato epico ed è il ricordo migliore che ho. La sua disponibilità è infinita: l'abbiamo incontrato appena uscito di lezione, visto prendere un panino veloce e mangiarlo in fretta davanti a noi (che siamo profondi adoratori dell'identità $\text{Mangiare} \equiv \text{Calma} \equiv \text{Non Lavorare}, \forall t$) mentre si parlava di tesi. Senza contare che avere un professore con cui si va d'accordo, cioè con cui poter inorridire del lifting dell'ex premier, è una marcia in più per lavorare.

Visto che siamo sempre sul leggero, ne approfitto per ringraziare tutta la mia famiglia per l'incoraggiamento ("Hai dato termodinamica? E adesso che hai dato termodinamica, lavori sulla tesi? A che punto è la tesi? Hai finito questa tesi? Mi sa che sei un po' indietro... Per quando dovete consegnarla? Guarda che non manca molto! Ecc."). Di solito, sentirmi spronato in questa maniera mi permette di fronteggiare il lavoro successivo in maniera più rilassata, che è come dire che invece che accelerare, rallento: questo mi ha permesso di

non diventare mezzo schizofrenico a scrivere al computer nelle notti prima della scadenza, come ha fatto mio fratello (coinvolgendomi tra l'altro nell'opera!). A me basta un "Hai pensato a . . . ?" per smettere di pensarci.

Ci sarebbero poi tutte le condizioni al contorno, e con questo non voglio sminuire nessuno: tutto quello che accade intorno, nel tempo e nello spazio, ha avuto un'importanza fondamentale. Perché se Nicola, "viaggiatore-compagnodi-bevute", non ci avesse consigliato *Lyx*, non saremmo mai impazziti a impaginare il nostro documento; se "barzellettieri" Gabri non ci avesse aiutato ad usare il suddetto programma e non ci avesse tirato su il morale parlandoci della sua tesi infinita, non avremmo mai pensato di aver fatto qualcosa di buono; poi c'è Clio che sorride in continuazione, anche quando è triste, e poi ci sono tutti gli altri pazzi del corso di Energetica di questo e degli altri anni, che rendono le lezioni meno noiose perché banalmente sanno, di fatto, ridere del ridicolo, *da questo punto di vista*.

Quanti altri ringraziamenti? Ce ne sarebbero da fare mille. Per esempio, meno male che ho continuato ad allenarmi, e meno male che c'era gente che me l'ha permesso: parlo di Lore che di solito sopporta la mia parte irrazionale e di Greg che di solito sopporta la mia parte razionale. Due mistici che, assieme a tanti altri del gruppo di Aikido, su suggerimento del Sensei mi pestano tre volte a settimana.

Ugualmente ringrazio Mike, Berto, Man, Sarah, Dani e mille altri perché hanno la pazienza di sopportare i miei lunghi silenzi e la mia sedentarietà (dovuti a chissà cosa: prima o poi lo scoprirò), Alessio per le nostre partite a tennis che finalmente vinco anch'io, Johnny per i nostri deliri di onnipotenza. E naturalmente ringrazio tutti i progetti che ho partorito negli ultimi tempi e mi hanno fatto la grazia di aspettare la fine di tutta questa storia per essere presi in mano e realizzati: per esempio, evitare che mi si scambi per uno nato nel '72.