Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Фундаментальные науки

КАФЕДРА Прикладная математика

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

Поиск потенциала электрического поля в периодической структуре

Студент	ФН2-62Б (Группа)	(Подпись, дата)	А. Д. Егоров (И. О. Фамилия)
Руководитель курсовой работы		(Подпись, дата)	К. Е. Казаков (И. О. Фамилия)

2023 г.

Оглавление

Введение

1. Постановка задачи

Найти потенциал электрического поля между двумя бесконечными пластинами, профиль одной из которых плоский, а профиль другой описывается некоторой периодической функцией. Значения потенциала на пластинах заданы и константны.

2. Обзор задачи

Для постоянного электрического (электростатического) поля уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \tag{1}$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = 0, \tag{2}$$

где ρ — объемная плотность внешних зарядов. Электрическое поле $\mathbf{E}$ выражается через только скалярный потенциал соотношением

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi, \tag{3}$$

подставляя (3) в (1), получим уравнение, которому удовлетворяет потенциал постоянного электрического поля:

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho. \tag{4}$$

Уравнение (4) есть уравнение Пуассона. При $\rho = 0$, т.е. при отсутствии внешних сил, потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi = 0. \tag{5}$$

2.1. Математическая постановка задачи

Из условия поставленной задачи известно, что внешних сил нет, следовательно, потенциал электростатического поля должен удовлетворять уравнению (5). Через функцию $w(x)$ зададим профиль искривленной пластины, $w(x)$ — некоторая периодическая функция с периодом T, т.е. $w(x) = w(x + T)$. Пусть плоская пластина находится над искривленной на уровне y_a. Значение потенциала на пластинах заданы и константны, обозначим значение на верхней (плоской) пластине как φ_a, на нижней (искривленной) — φ_w. Т.к. профиль профиль задан периодической функцией, следовательно необходимо использовать условие равенства потенциалов в точках x и $x + T$, т.е. $\varphi(x, y) = \varphi(x + T, y)$.

Из этих условий составим систему, которую требуется решить:

$$\begin{cases} \Delta\varphi(x,y) = 0, \\ \varphi(x, y_a) = \varphi_a, \\ \varphi(x, w(x)) = \varphi_w, \\ \varphi(x,y) = \varphi(x+T, y), \end{cases} \tag{6}$$

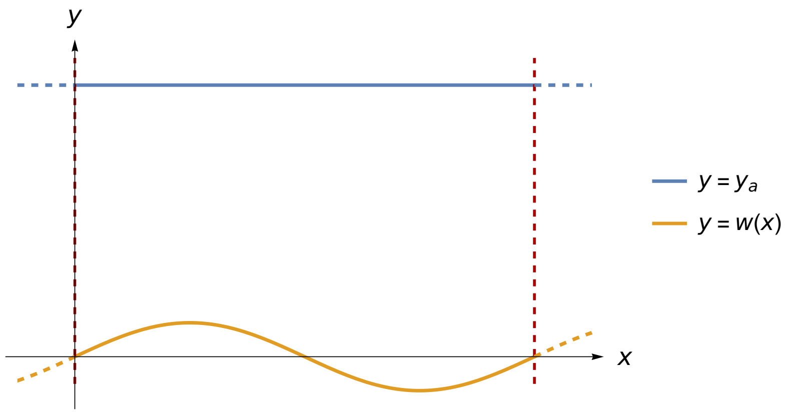

Рис. 1. Иллюстрация области, в которой будет решаться задача

3. Программная реализация алгоритма

Построение сеток — Wolfram Mathematica, алгоритм метода конечных элементов реализован на языке C++

Заключение

Список использованных источников

1. Python. A high-level, general-purpose programming language
URL: https://www.python.org/
(дата обращения 20.10.2022)
2. Project Jupyter. Web-based interactive development environment
URL: https://jupyter.org/
(дата обращения 20.10.2022)
3. NumPy. The fundamental package for scientific computing with Python
URL: https://numpy.org/
(дата обращения 5.01.2023)
4. SciPy. Fundamental algorithms for scientific computing in Python
URL: https://scipy.org/
(дата обращения 6.01.2023)